

**CAPÍTULO 3. MALLA DE REFUERZO. CARACTERIZACIÓN
MECÁNICA Y FORMAS DE TRABAJO**

3.1. INTRODUCCIÓN

En el Capítulo 1 sobre el estado del conocimiento se presentaron distintos sistemas empleados con el fin de mejorar la estabilidad superficial de taludes en suelos. Se distinguió entre sistemas de protección, como puede ser la vegetación; y sistemas de estabilización, los cuales participan de forma activa en el refuerzo, por ejemplo, elementos flexibles anclados al talud como pueden ser los geotextiles, geomallas, geosintéticos, redes de cables de acero, etc.

Un sistema que se ha comenzado a emplear recientemente con este objetivo son las mallas de alambre de acero de simple torsión y de alto límite elástico, las cuales se disponen sobre el paramento del talud, ancladas al terreno. Este tipo de mallas son la que se consideran en la presente Tesis.

La malla transmite al terreno unas presiones cuya resultante es igual a la fuerza de anclaje total instalada. Para ello, es necesario que desarrollen cierta curvatura a la vez que entran en estado de tracción y se deforman. Esto se consigue ya desde la puesta en obra del sistema de refuerzo, mediante la realización de un pequeño vaciado en las futuras zonas de ubicación de los anclajes, disponiendo a continuación la malla sobre la superficie del talud, y finalmente colocando y tensando los anclajes. Este sistema de puesta en obra hace que la malla, a medida que los anclajes se van tensando, vaya entrando en tracción además de ir adquiriendo una deformada curva. Como resultado final, la malla estará proporcionando una presión a la superficie del talud, que permitirá aumentar su coeficiente de seguridad frente a posibles inestabilidades superficiales.

Si el terreno es muy rígido, la curvatura de la malla (y, por tanto, la transmisión de presiones al talud) se produce sólo en las inmediaciones de cada anclaje. En cambio, en terrenos más deformables, la extensión de esta zona aumenta, transmitiéndose una presión más uniforme. (ver Figura 3.1)

Como se ha indicado en la Presentación de la Tesis, el sistema de funcionamiento descrito hace necesaria una caracterización de las mallas a emplear, y un estudio de su comportamiento tensión-deformación, sobre todo en situaciones similares a las que se va a encontrar la malla durante su puesta en obra y futuro funcionamiento.

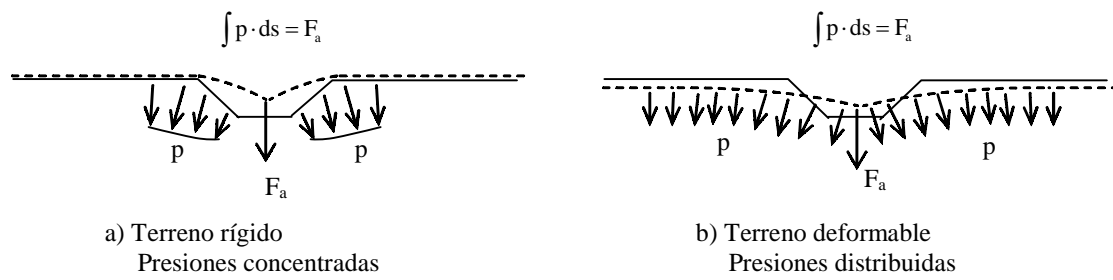


Figura 3.1. Distribución de presiones en las cercanías del anclaje

En este Capítulo se presenta dicho análisis del comportamiento de las mallas de alambre, para lo cual se establece:

- i) descripción de las mallas consideradas
- ii) análisis del comportamiento mecánico de la malla en su plano, y obtención de su rigidez
- iii) estudio del comportamiento de la malla como membrana, es decir, teniendo ya en cuenta su curvatura por deformación.

3.2. DESCRIPCIÓN DE LA MALLA

El esquema de las mallas de refuerzo que se van a estudiar se presenta en la Figura 3.2. Se trata de mallas de alambre de acero de simple torsión, definidas geoméricamente por las magnitudes de las dos diagonales de los rombos que forman (b y h), el radio de curvatura (r), y el diámetro (d) de los alambres que las constituyen. En la Figura 3.3 se presenta una foto de una malla de ese tipo, colocada sobre un bastidor.

En función de la relación entre las magnitudes de las diagonales mayor y menor de los rombos (h/b), las mallas presentarán un comportamiento más o menos anisótropo, con distintas propiedades (rigidez en su plano) en cada una de las dos direcciones, constituyendo el caso concreto $h=b$ un sistema de comportamiento isótropo.

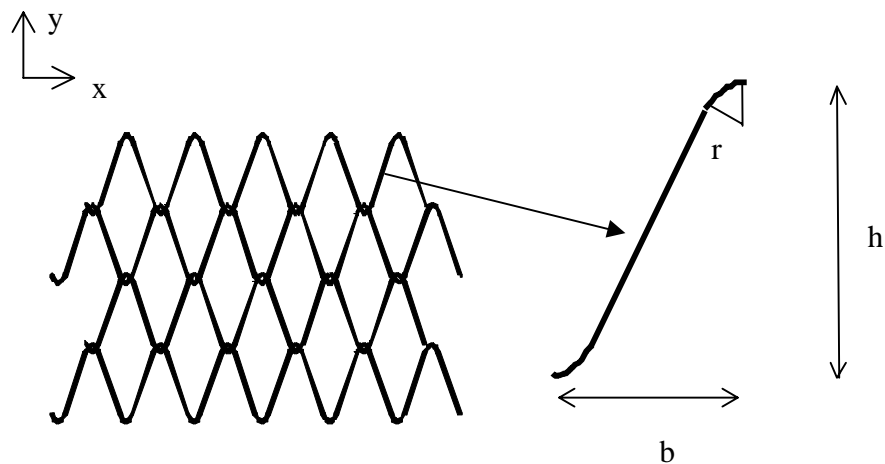


Figura 3.2. Esquema de la malla de alambres

3.3. COMPORTAMIENTO TENSION – DEFORMACIÓN DE UNA MALLA DE ALAMBRES DE ACERO EN SU PLANO. ANISOTROPÍA

Los modos de deformación elementales más representativos de la malla son los de tracción confinada, es decir, aplicación de un esfuerzo de tracción en una dirección perpendicular a ella. En cambio, el comportamiento en tracción simple (con tensión nula en la dirección perpendicular) presenta menos interés y su reproducción no es tan necesaria.

Por ello, se estudia a continuación con detalle el mecanismo de deformación de la malla en tracción confinada, en cualquiera de las dos direcciones.

Para la caracterización mecánica de este tipo de mallas en su plano, se han considerado dos direcciones principales: el eje OY correspondiente a la de las diagonales mayores de los rombos que define la malla, y el eje OX correspondiente a las diagonales menores (Figura 3.2), y se han empleado los esquemas de ensayo que se presentan en la Figura 3.4.

Del análisis de los esquemas anteriores se pueden establecer los valores de las rigideces de la malla en ambas direcciones, en condición de confinamiento lateral, es decir con movimiento impedido en la dirección perpendicular a la que se está obteniendo la rigidez. Así, se define E_{xc}^* como la rigidez de la malla en la dirección de

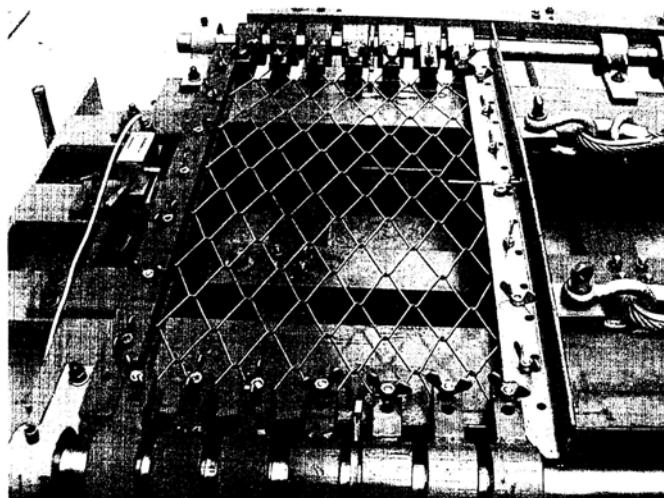


Figura 3.3. Malla de alambres de acero simple torsión

las diagonales menores de los rombos, cuando está impedido el movimiento en la dirección perpendicular, y que se obtiene como la relación entre la fuerza aplicada en la dirección OX por unidad de ancho de malla en dicha dirección, y la deformación que se produce, también en esa dirección. Análogamente E_{yc}^* se define como la rigidez en la dirección de las diagonales mayores de los rombos, cuando está impedido el movimiento en la dirección de las diagonales menores, y que se obtiene como la relación entre la fuerza aplicada en la dirección OY por unidad de ancho de malla en dicha dirección, y la deformación que se produce, también en esa dirección.

Es necesario remarcar que como se observa de las definiciones anteriores, las rigideces definidas tienen dimensiones de fuerza por unidad de longitud. Es por ello, que no son realmente módulos de elasticidad (definidos como fuerza por unidad de superficie), sino que se encuentra multiplicados por el espesor, en este caso el equivalente de la malla, y por ello, se denotan con el superíndice *. Esta notación es la empleada en el presente Capítulo, de forma que los símbolos acompañados del superíndice * se encuentran multiplicado por dicho espesor equivalente, y aunque se hable de ellos en alguna ocasión como tensión, módulo de elasticidad, módulo de rigidez transversal, etc., se han de entender como aquí se han definido.

Además de estos parámetros de rigidez, E_{yc}^* y E_{xc}^* , para caracterizar completamente el comportamiento de la malla en su plano, sería preciso conocer el valor de los módulos de rigidez transversales G_{xy}^* y G_{yx}^* , valores estos últimos, que han de coincidir. De ensayos de laboratorio basados en los esquemas de la Figura 3.4,

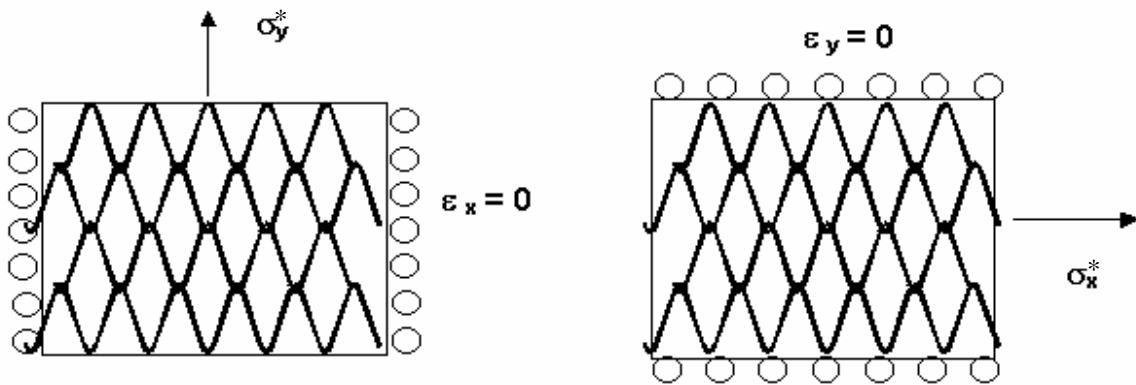


Figura 3.4. Caracterización de la malla de refuerzo

de los cuales se tienen datos para una malla concreta y se presentan más adelante, sólo se pueden obtener algunos de los parámetros, pero no los módulos de rigidez transversal.

Sin embargo, se presenta a continuación un planteamiento teórico que permitirá extrapolar el valor de dichos parámetros al caso de los ensayos de laboratorio.

3.3.1. Planteamiento teórico para la obtención de la rigidez de mallas de alambre de acero en estado de confinamiento lateral

En este apartado se plantea un desarrollo teórico para la obtención de la rigidez en su plano, de una malla de alambres genérica como la descrita en el apartado anterior. Además, este planteamiento permitirá más adelante, extrapolar el valor del módulo de rigidez de la malla concreta de la cual se tienen datos de ensayos de laboratorio, y que como ya se ha comentado, dicho parámetro no se puede obtener de ellos.

Para el planteamiento, se considera que la malla está constituida por la repetición, en horizontal y en vertical, de una serie de elementos como los de la Figura 3.5, que forman el conjunto que la define.

Para definir la rigidez confinada de la malla en estado de tensión plana, y en sus dos direcciones principales, se propone en primer lugar, estudiar el

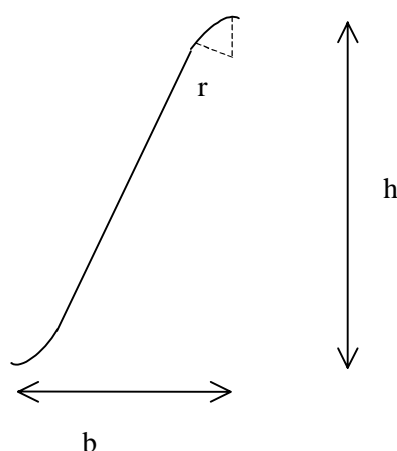


Figura 3.5. Elemento de la malla de refuerzo

comportamiento de los sistemas a) y b) que se presentan en la Figura 3.6. Dichos sistemas constituyen dos casos elementales para el estudio en las dos direcciones OY y OX, en donde el confinamiento lateral queda establecido por las condiciones de contorno impuestas. La rigidez del elemento a) permite definir el módulo de elasticidad confinado de la malla en la dirección OY (E_{yc}^*), además del módulo de rigidez transversal (G_{yx}^*); mientras que la rigidez del elemento b) definirá el módulo de elasticidad confinado en la dirección OX (E_{xc}^*) y el módulo de rigidez transversal (G_{xy}^*) que ha de ser igual a G_{yx}^* .

La tensión (σ_y^*) y deformación (ε_y) que se producen en el elemento que se está estudiando, al aplicar una fuerza en la dirección OY (F_y), en función de dicha fuerza y el desplazamiento a que da lugar, son:

$$\sigma_y^* = \frac{F_y}{b} \tag{3.1}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\delta_y}{h} \tag{3.2}$$

análogamente en la dirección OX:

$$\sigma_x^* = \frac{F_x}{h} \tag{3.3}$$

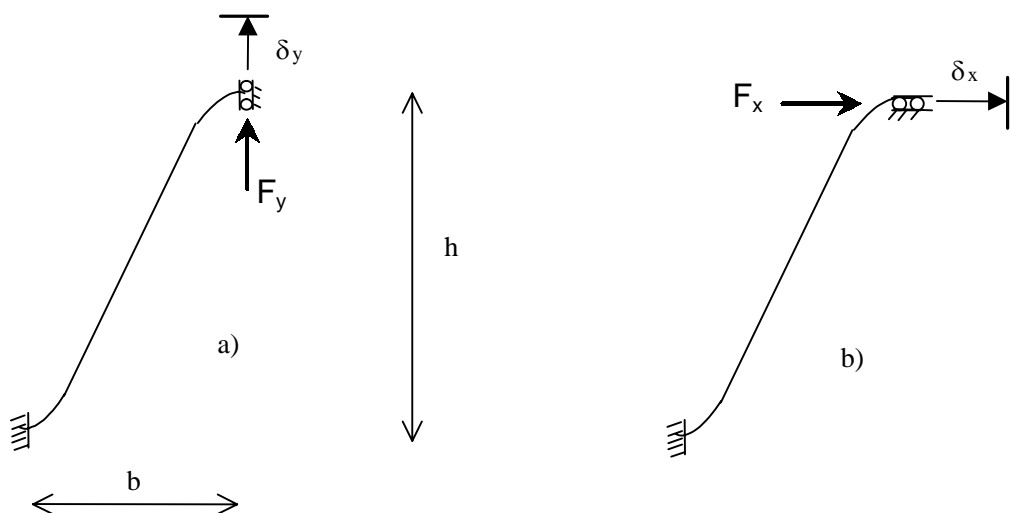


Figura 3.6. Elementos de la malla estudiados para obtención de su rigidez

$$\varepsilon_x = \frac{\delta_x}{b} \quad (3.4)$$

donde b y h son las dimensiones de los elementos definidas en la Figura 3.5, y δ_x y δ_y los desplazamientos que tienen lugar en cada caso (Figura 3.6).

Por tanto, las expresiones correspondientes a los módulos de elasticidad confinados son las siguientes:

$$E_{yc}^* = \frac{\sigma_y^*}{\varepsilon_y} = \frac{F_y/b}{\delta_y/h} = \frac{F_y}{\delta_y} \cdot \frac{h}{b} \quad (3.5)$$

$$E_{xc}^* = \frac{\sigma_x^*}{\varepsilon_x} = \frac{F_x/h}{\delta_x/b} = \frac{F_x}{\delta_x} \cdot \frac{b}{h} \quad (3.6)$$

En cuanto al módulo de rigidez transversal, que se define como el cociente entre la tensión tangencial y el ángulo de distorsión que se produce, viene dado por las expresiones:

$$G_{yx}^* = \frac{\tau_{yx}^*}{\gamma_{yx}} = \frac{F_y/h}{\delta_y/b} = \frac{F_y}{\delta_y} \cdot \frac{b}{h} \quad (3.7)$$

$$G_{xy}^* = \frac{\tau_{xy}^*}{\gamma_{xy}} = \frac{F_x/b}{\delta_x/h} = \frac{F_x}{\delta_x} \cdot \frac{h}{b} \quad (3.8)$$

debiendo ser ambos, G_{yx}^* y G_{xy}^* , iguales.

Según las ecuaciones anteriores, para obtener las rigideces de la malla es preciso conocer las relaciones fuerza – desplazamiento para cada uno de los sistemas a) y b) descritos. Dichas relaciones vienen dadas por las siguientes expresiones:

$$K_y = \frac{F_y}{\delta_y} \quad (3.9)$$

$$K_x = \frac{F_x}{\delta_x} \quad (3.10)$$

siendo F_y y F_x las fuerzas aplicadas en cada caso, y δ_y y δ_x los desplazamientos a que dan lugar dichas fuerzas.

Combinando las ecuaciones (3.5) a (3.10) se obtienen las siguientes expresiones que sirven para calcular los módulos de elasticidad confinados y el módulo de rigidez transversal equivalentes de la malla.

$$E_{yc}^* = K_y \cdot \frac{h}{b} \quad (3.11)$$

$$E_{xc}^* = K_x \cdot \frac{b}{h} \quad (3.12)$$

$$G_{yx}^* = K_y \cdot \frac{b}{h} \quad (3.13)$$

$$G_{xy}^* = K_x \cdot \frac{h}{b} \quad (3.14)$$

En las ecuaciones anteriores se ha de cumplir la condición $G_{yx}^* = G_{xy}^*$, esto implica que:

$$\frac{K_y}{K_x} = \left(\frac{h}{b}\right)^2 \quad (3.15)$$

y, por tanto:

$$\frac{E_{yc}^*}{E_{xc}^*} = \left(\frac{h}{b}\right)^4 \quad (3.16)$$

Como puede observarse, el grado de anisotropía de la malla depende de la relación h/b .

Para aplicar el desarrollo anterior al caso de una malla concreta, será preciso obtener los valores de los parámetros K_y y K_x , para la cual se deben analizar las

estructuras elementales de la Figura 3.6. Dada su forma, el cálculo se ha de acometer mediante métodos numéricos, pudiendo realizarse bajo distintas hipótesis en lo que se refiere a la geometría y al comportamiento del material.

Un primer análisis sencillo consiste en considerar los elementos a) y b) de la Figura 3.6 como rectos, y obtener la relación entre fuerza y desplazamiento mediante la aplicación de la ley de Hooke (ver Figura 3.7).

El análisis anterior, que puede hacerse manualmente, no dará lugar a resultados demasiado precisos, si se tiene en cuenta que el alambre realmente tiene geometría curva, y además presentará una rigidización a medida que se vaya deformando.

Un análisis más preciso consiste en el cálculo mediante el empleo de programas de elementos finitos del alambre con su verdadera geometría curva. De este análisis se puede obtener la relación entre la fuerza aplicada en cada momento y el desplazamiento alcanzado, para cada una de las direcciones OX y OY.

Los dos tipos de análisis descritos, se presentan en el apartado 3.3.3., donde se emplean para el caso de una malla concreta.

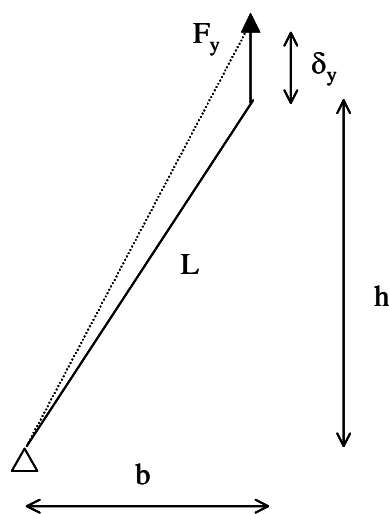


Figura 3.7. Análisis del alambre con geometría recta

3.3.2. Ensayos de laboratorio de tracción confinada sobre la malla TECCO G65

La malla de alambres de acero simple torsión TECCO-G65 está constituida por alambres de 3 mm. de diámetro, siendo las dimensiones de las diagonales de los rombos que forma de 143 y 83 mm. El radio de curvatura aproximado de los alambres que constituyen la malla es de 10 mm., y el módulo de elasticidad del acero que constituye los alambres de $2 \cdot 10^5$ N/mm².

Los ensayos de laboratorio que se describen a continuación han sido realizados por el Área de Ingeniería de la Construcción y el Laboratorio de Estructuras de la E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos de Santander, junto con la empresa Geobruigg Ibérica S.A.

Entre los ensayos realizados, se encuentran ensayos de tracción confinada, los cuales permiten determinar la rigidez de la malla en cada una de sus direcciones principales, y que se ajustan a las condiciones de confinamiento lateral establecidas en la Figura 3.4. En dichos ensayos, además de medirse las relaciones tensión-deformación en la dirección de ensayo, se midieron también las tensiones que aparecen como reacción en los lados confinados (en los que está impedido en movimiento). Por tanto, los resultados han permitido conocer los valores de los módulos de rigidez confinados, y las relaciones entre la tensión aplicada en la dirección ensayada y la tensión que se produce en la otra dirección.

En la Figura 3.8 y Figura 3.9 se presentan los resultados de dichos ensayos de tracción directa sobre la malla TECCO G-65 (Castro, 2000). Se puede observar que las curvas fuerza-desplazamiento obtenidas presentan cierta curvatura, consecuencia de la rigidización que se va produciendo del material, sobre todo en el ensayo según la dirección OX. Esto hace que a la hora de definir los módulos de la malla sea necesario distinguir entre valores secantes y tangentes, definido cada uno de ellos según la Figura 3.10. Por tanto, el valor de dichos módulos depende del nivel de carga que esté soportando la malla.

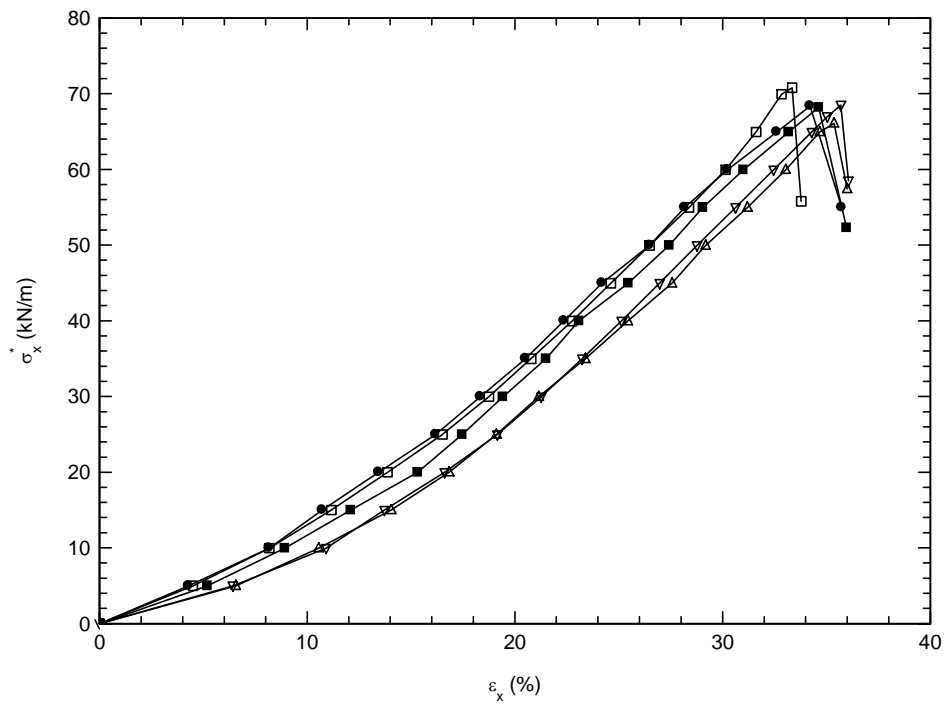


Figura 3.8. Resultados de los ensayos de laboratorio de tracción directa sobre la malla TECCO G-65 según dirección OX (Castro, 2000)

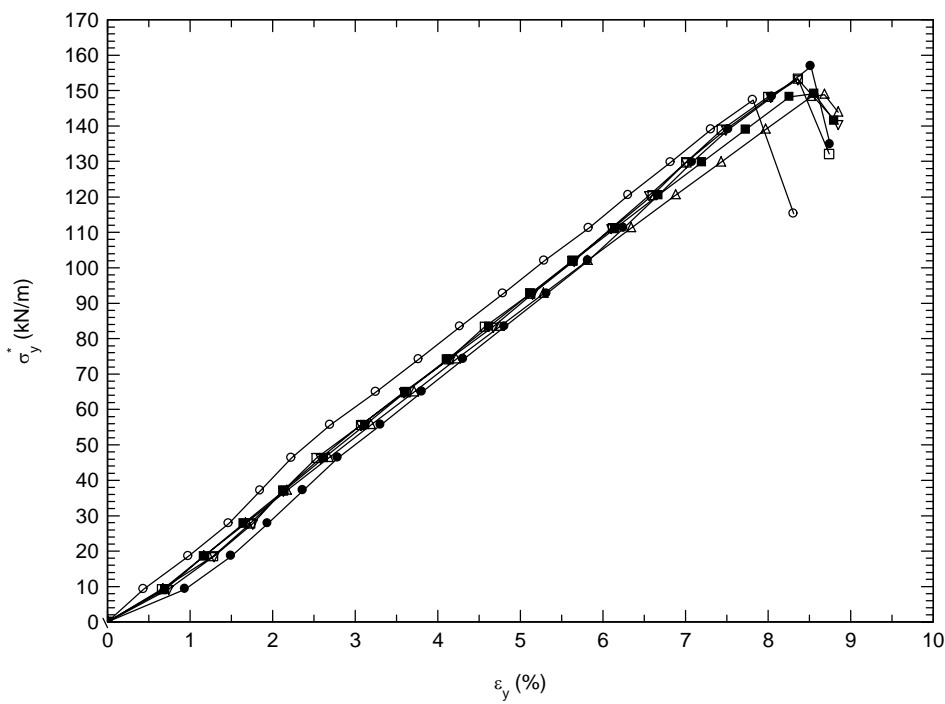


Figura 3.9. Resultados de los ensayos de laboratorio de tracción directa sobre la malla TECCO G-65 según dirección OY (Castro, 2000)

Los ensayos realizados fueron llevados hasta rotura de la malla, por lo que también se tienen los valores de la carga de rotura en las dos direcciones OX y OY.

Un resumen de los resultados de los ensayos se presenta en la Tabla 3.1.

	Ensayo en dirección OY	Ensayo en dirección OX
E_c^* secante (kN/m) (1)	1832	153
E_c^* tangente (kN/m) (1)	1812	200
Carga de rotura (kN/m)	151	68.86
σ^* direcc. confi./ σ^* direcc. ensayo	0.2	1.5 – 2.5

Tabla 3.1. Resultados de los ensayos de la malla TECCO G-65 (Castro, 2000)

(1) Valores correspondientes al 33% de la carga de rotura.

De los ensayos descritos no se puede obtener el valor del módulo de rigidez transversal de la malla (G^*), pero si se emplean las expresiones obtenidas en el desarrollo teórico presentado en el apartado anterior (ecuaciones (3.5) a (3.8)), se pueden deducir sus valores, a partir de los módulos E_{xc}^* , E_{yc}^* , y de las dimensiones b y h , tal y como se presenta en el siguiente apartado.

En cuanto al módulo de elasticidad del acero de los alambres que constituyen la malla, el Laboratorio de la División de Ciencia e Ingeniería de los Materiales ha realizado ensayos de tracción directa sobre el alambre, obteniendo un valor del

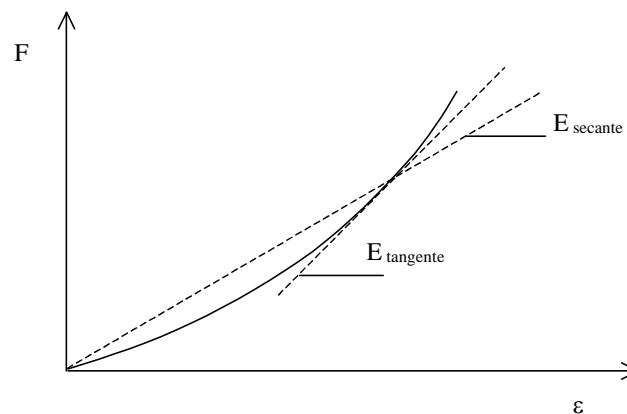


Figura 3.10. Módulos de elasticidad secante y tangente

módulo de elasticidad de $2 \cdot 10^5$ N/mm².

3.3.3. Aplicación del planteamiento teórico a la malla TECCO G-65

El desarrollo presentado en el apartado 3.3.1 para la obtención de la rigidez de una malla en situación de confinamiento lateral, se va a aplicar en este apartado a la malla TECCO G-65, que es con la que se va a realizar todo el estudio posterior.

Para ello, se han simulado los ensayos representados en los esquemas a) y b) de la Figura 3.6, mediante los dos tipos de análisis expuestos en el apartado 3.3.1 (aplicación directa de la ley de Hooke para elementos considerados rectos, y análisis mediante empleo de programas de elementos finitos, en concreto los programas ANSYS y CRISP90). En el caso de geometría curva, y por tanto análisis con elementos finitos, los cálculos se realizaron bajo dos hipótesis diferentes, en lo que respecta al tipo de comportamiento: elemento elástico con geometría curva, y elemento elástico con geometría curva y con grandes movimientos. En este último caso las rigideces dependen del nivel de tensiones, ya que se va produciendo una rigidización a medida que los alambres se van estirando y perdiendo curvatura.

Como resultado de los cálculos se obtienen los valores de las relaciones entre las fuerzas que se aplican y los movimientos que se producen para ambas direcciones (K_y y K_x). Introduciendo estos valores en las ecuaciones (3.11) a (3.14) se obtiene la rigidez confinada equivalente de la malla en las direcciones OX y OY. Los valores resultantes se presentan en la Tabla 3.2, y para el caso de comportamiento elástico con geometría curva y grandes movimientos, al depender los resultados del nivel de tensiones, se da la gráfica fuerza-desplazamiento correspondiente (Figura 3.11).

En la Tabla 3.2 se observa como el hecho de considerar la geometría curva del alambre, acercándose más a lo que es la realidad de su comportamiento, da lugar a valores inferiores de la rigidez de la malla. Así todo, la rigidez real de la malla es aún menor, debido a la plastificación que se produce del el material. Se observa también que la relación E_{yo}^*/E_{xc}^* , que en definitiva marca la relación de anisotropía de la malla, permanece prácticamente constante para todos los casos, y pone de manifiesto que la malla en estudio presenta una rigidez un orden de magnitud superior en la dirección OY que en la OX. La extensión de los cálculos al dominio plástico es problemática, pues al tratarse de un único alambre, se produce inestabilidad al alcanzarse la tensión

de fluencia en una sección. Sólo una reproducción muy detallada del comportamiento del acero (con rigidización por deformación) permitiría afinar el análisis. Esto se sale de los objetivos perseguidos por el cálculo.

Hipótesis de cálculo		E_{yc}^* (kN/m)	E_{xc}^* (kN/m)	$G_{yx}^* - G_{xy}^*$ (kN/m)	E_{xc}^*/E_{yc}^*	G_{xy}^*/E_{yc}^*
Elástico con geometría recta		23141	2626	7796-7796	0.11	0.34
Elástico con geometría curva		7581	511	2554-1516	0.07	0.20
Elástico con geometría curva y grandes movimientos	Secante	8614	619	2902-1837	0.07	0.21
	Tangente	8614	774	2902-2297	0.09	0.27

Tabla 3.2. Rigideces de la malla TECCO G-65 obtenidas según el planteamiento teórico

Esto lleva a confirmar el hecho de que estas mallas constituyen un sistema anisótropo, con diferente comportamiento según la dirección considerada. También se observa que el cociente G_{yx}^*/G_{xy}^* , que debería ser igual a uno, no lo es exactamente en todos los casos.

En el apartado 3.3.1. se llegó a la conclusión de que para que los valores de ambos módulos de rigidez transversal coincidan ($G_{yx}^*=G_{xy}^*$), se debía cumplir que $E_{yc}^*/E_{xc}^* = (h/b)^4$. En el caso particular de la malla que se está estudiando, las dimensiones h y b tienen unos valores de 71.5mm. y 41.5mm. respectivamente, por lo que se debería cumplir que $E_{yc}^*/E_{xc}^* = 0.1$. En la Tabla 3.2 se observa como en los casos en que la relación entre los módulos E_{yc}^* y E_{xc}^* se acerca a este valor, el cociente entre módulos de rigidez transversal se aproxima a la unidad.

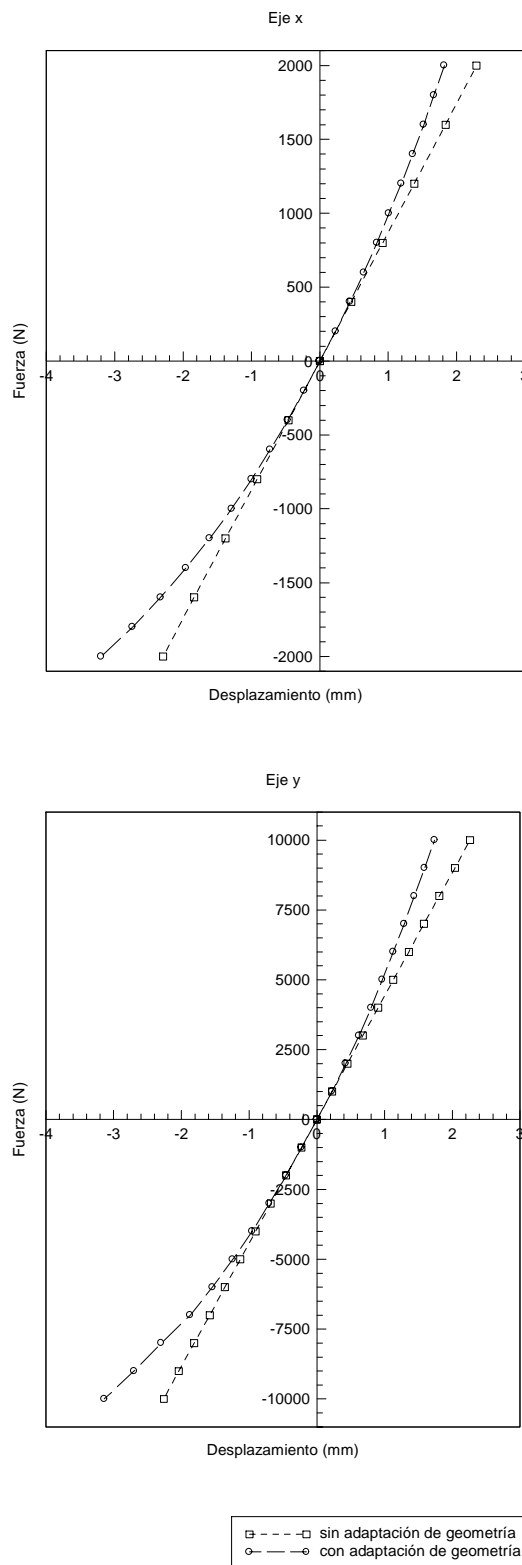


Figura 3.11. Rigidez de los elementos a) y b) bajo comportamiento elástico con geometría curva

En la Tabla 3.3 se presenta la comparación de las rigideces anteriores (Tabla 3.2) con los resultados de los ensayos de laboratorio. Para estos últimos se presentan también los valores del módulo de rigidez transversal, calculados a partir de los valores E_{yc}^* y E_{xc}^* de los ensayos, y de la relación G^*/E^* del desarrollo teórico.

Hipótesis de cálculo		E_{yc}^* (kN/m)	E_{xc}^* (kN/m)	$G_{yx}^* - G_{xy}^*$ (kN/m)	E_{xc}^*/E_{yc}^*	G_{xy}^*/E_{yc}^*
Elástico con geometría recta		23141	2626	7796-7796	0.11	0.34
Elástico con geometría curva		7581	511	2554-1516	0.07	0.20
Elástico con geometría curva y grandes movimientos (1)	Secante	8614	619	2902-1837	0.07	0.21
	Tangente	8614	774	2902-2297	0.09	0.27
Ensayos (1)	Secante	1832	153	454-617 (2)	0.08	0.25
	Tangente	1832	200	594-610 (2)	0.11	0.33

Tabla 3.3. Rigideces de la malla de refuerzo TECCO G-65. Comparación de resultados

(1) Valores correspondientes a una carga del 33% de la de rotura ($F=3$).

(2) Calculados a partir de los valores de E_{xc}^* y E_{yc}^* y las relaciones G^*/E^* obtenidas en los desarrollos teóricos.

La diferencia existente entre los valores de rigideces obtenidos mediante el cálculo, y los obtenidos en los ensayos de laboratorio, es debida a la plastificación que en la realidad se produce en el material, si bien se puede observar que la relación establecida entre los valores de la rigidez en las direcciones OX y OY se sigue manteniendo dentro de un mismo orden de magnitud (0.1) en ambos casos, por lo que se sigue poniendo de manifiesto que la rigidez en la dirección OY es un orden de magnitud mayor que en la OX, manifestándose el comportamiento anisótropo de estos sistemas.

En el desarrollo teórico planteado en el apartado anterior, se llegó a que la relación E_{xc}^*/E_{yc}^* ha de ser del orden de $(b/h)^4$ (ecuación 3.16), es decir 0.1 para la

malla en estudio, valor que se confirma también aproximadamente para los resultados de los ensayos de laboratorio.

3.3.4. Malla como material continuo anisótropo

Para el análisis completo del sistema talud-refuerzo, a parte de conocer el comportamiento de la malla y sus características resistentes, es necesario estudiar el comportamiento conjunto terreno-malla-anclaje. Este estudio se realiza en esta Tesis con empleo de programas de elementos finitos. Para ello, es preciso modelizar tanto el talud como la malla y los anclajes, mediante el empleo de elementos disponibles el programa que vaya a ser empleado.

La malla debe introducirse en dichos programas como un elemento continuo, por lo que es necesario tratar de modelizarla como tal.

La malla es un sistema discontinuo y anisótropo, es decir, con diferente comportamiento tensión-deformación según la dirección considerada. Por tanto, la pregunta que es necesario plantearse es, si dicha malla anisótropa, que constituye un sistema discontinuo, se podría modelizar como un material continuo anisótropo; y en ese caso qué parámetros habría que adoptar para representar su comportamiento.

Para dar respuesta a esta pregunta se establecen en primer lugar ciertas relaciones que se han de cumplir en materiales continuos anisótropos, y que por tanto se deberían de cumplir en el elemento que represente a la malla.

Comportamiento de materiales continuos anisótropos

El caso más general de anisotropía lo constituye un material con diferente comportamiento en las tres direcciones que definen el espacio. En este caso existen veintiuna constantes elásticas distintas para definir el comportamiento del material, constantes que al variar el punto en el interior del medio no cambian su valor, pero sí lo hacen al variar la orientación de los ejes. Cuando, por el contrario, el medio presenta cierta simetría de forma que al girar el sistema de referencia, y para determinadas orientaciones, vuelven a repetirse algunos coeficientes elásticos, el material ya no es totalmente anisótropo. Un ejemplo son los materiales que presentan simetría elástica respecto a tres planos ortogonales, denominados ortotrópicos.

Un caso más particular es el de materiales con anisotropía transversal. Se trata de un caso particular de la anisotropía ortotrópica, en el que dos de las direcciones de simetría elástica presentan las mismas propiedades. Un ejemplo de gran interés en Geotecnia es el caso de terrenos depositados en estratos horizontales en los cuales se presenta un caso de anisotropía en tres dimensiones, pero con el mismo comportamiento en dos de ellas (Gibson, 1974; Pickering, 1970).

En el caso de la malla de refuerzo, que como ya se ha visto en apartados anteriores presenta un comportamiento anisótropo, su forma de trabajo es la correspondiente a un estado de tensión plana.

En el análisis del comportamiento de materiales continuos anisótropos en estado de tensión plana, y en teoría de la elasticidad, la relación tensión-deformación viene dada por la ecuación matricial (3.17), donde la dirección z se corresponde con la dirección en la que la tensión es nula. En dicha expresión, aparecen como parámetros independientes los módulos de elasticidad en las dos direcciones distintas a la de tensión nula (direcciones OX y OY), el módulo de rigidez ($G_{xy} = G_{yx}$), y uno de los coeficientes de Poisson en el plano de tensiones no nulas (μ_{xy} o μ_{yx}).

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\mu_{xy}}{E_x} & 0 \\ -\frac{\mu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

Los dos coeficientes de Poisson μ_{xy} y μ_{yx} están relacionados a través de la expresión:

$$\frac{\mu_{xy}}{E_x} = \frac{\mu_{yx}}{E_y} \quad (3.18)$$

por lo que cualquiera de ellos puede ser considerado como parámetro independiente en la ecuación matricial anterior.

Como la energía desarrollada por el conjunto de tensiones y deformaciones correspondientes ha de ser mayor que cero, la matriz anterior ha de ser definida positiva, para lo cual han de cumplirse las siguientes condiciones:

$$E_x > 0 \quad ; \quad E_y > 0 \quad ; \quad G_{xy} > 0 \quad ; \quad \frac{E_x}{E_y} > \mu_{xy}^2 \quad (3.19)$$

Particularizando la expresión (3.17) para el caso de $\varepsilon_x = 0$ (situación de confinamiento en la dirección OX), se obtienen las expresiones de la tensión que se produce en la dirección OX, y deformación en la dirección OY, ambas en función de la tensión aplicada según el eje OY.

$$\sigma_x = \mu_{xy} \cdot \sigma_y \quad (3.20)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E_y} (1 - n \cdot \mu_{xy}^2) \quad (3.21)$$

donde $n = \frac{E_y}{E_x}$ (3.22)

Empleando la ecuación (3.21) se obtiene el valor del módulo confinado para la dirección OY, que resulta:

$$E_{yc} = \frac{\sigma_y}{\varepsilon_y} = \frac{E_y}{1 - n \cdot \mu_{xy}^2} \quad (3.23)$$

Análogamente para el caso $\varepsilon_y = 0$ (situación de confinamiento en la dirección OY), se tiene:

$$\sigma_y = \mu_{xy} \cdot \frac{E_y}{E_x} \cdot \sigma_x = \mu_{yx} \cdot \sigma_x \quad (3.24)$$

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E_x} (1 - n \cdot \mu_{xy}^2) \quad (3.25)$$

$$E_{xc} = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x} = \frac{E_x}{1 - n \cdot \mu_{xy}^2} \quad (3.26)$$

Despejando los módulos libres en función de los confinados, se obtienen las siguientes expresiones:

$$E_x = E_{xc} - E_{yc} \cdot \mu_{xy}^2 \quad (3.27)$$

$$E_y = E_{yc} - \frac{E_{yc}^2}{E_{xc}} \cdot \mu_{xy}^2 \quad (3.28)$$

De las ecuaciones anteriores se deduce que el cociente entre módulos en las direcciones OY y OX, es el mismo para los módulos libres que para los confinados.

$$\frac{E_y}{E_x} = \frac{E_{yc}}{E_{xc}} = n \quad (3.29)$$

Finalmente, las relaciones entre la tensión aplicada en una dirección, y la resultante en la otra dirección confinada, resultan:

$$\frac{\sigma_{xc}}{\sigma_y} = \mu_{xy} \quad (\text{para } \varepsilon_x = 0) \quad (3.30)$$

$$\frac{\sigma_{yc}}{\sigma_x} = \mu_{xy} \frac{E_y}{E_x} = \mu_{yx} \quad (\text{para } \varepsilon_y = 0) \quad (3.31)$$

Por otro lado, en los materiales continuos anisótropos suele disponerse del valor de los módulos de elasticidad en las dos direcciones principales (aquellas en las que al aplicar una tensión, ésta sólo produce deformaciones longitudinales y no distorsiones). Sin embargo, puede ser útil conocer la relación entre una tensión aplicada en cualquier dirección θ y la deformación longitudinal que se produce en dicha dirección ($E_\theta = \sigma_\theta/\varepsilon_\theta$). Hay que tener en cuenta que esa tensión también dará lugar a una distorsión, es decir, el parámetro E_θ no es realmente un módulo de elasticidad de Young.

Para obtener la expresión de este parámetro E_θ , en función de los parámetros E_x , E_y , μ_{xy} y θ , se ha considerado una tensión σ_θ actuando en la dirección θ , y con libertad de movimiento en la otra dirección perpendicular. En función de dicha tensión (σ_θ), se obtienen los valores de las tensiones según los ejes OX y OY, a las que es equivalente. De la ecuación matricial (3.17) se pueden obtener las deformaciones a las que dan lugar, y finalmente, se calcula la deformación en la dirección θ (ε_θ) en función de las anteriores. La expresión que se obtiene es la siguiente.

$$\frac{1}{E_\theta} = \frac{\cos^4 \theta}{E_x} + \frac{\sin^4 \theta}{E_y} + \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \theta}{G_{xy}} - \frac{2\mu_{xy} \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{E_x} \quad (3.32)$$

Si además se establece el cociente entre las deformaciones en las direcciones $\theta+\pi/2$ y θ , se obtiene el coeficiente de Poisson, que resulta ser:

$$\mu_\theta = \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \theta \left(\frac{1}{E_x} + \frac{1}{E_y} - \frac{1}{G_{xy}} \right) - \frac{\mu_{xy}}{E_x} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta)}{\frac{\cos^4 \theta}{E_x} + \frac{\sin^4 \theta}{E_y} - \frac{2\mu_{xy} \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{E_x} + \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \theta}{G_{xy}}} \quad (3.33)$$

La expresión (3.32) proporciona el valor del parámetro E_θ , en función de los módulos de elasticidad E_x , E_y , el módulo de rigidez transversal G_{xy} , el coeficiente de Poisson μ_{xy} y la dirección θ , según la elasticidad y para un material continuo anisótropo en estado de tensión plana no confinada.

Finalmente, se puede obtener el módulo confinado para una dirección θ . Para ello, es necesario considerar de nuevo una tensión σ_θ aplicada en una dirección θ y calcular las tensiones en las direcciones OX y OY a que equivale, pero en este caso, hay que tener en cuenta que en la dirección $\sigma_{\theta+\pi/2}$ habrá una tensión distinta de cero, y la condición a establecer es que la deformación $\varepsilon_{\theta+\pi/2}$ ha de ser nula (estado de confinamiento lateral). Se obtiene así la relación ($\varepsilon_{\theta C}/\sigma_{\theta C} = 1/E_{\theta C}$) en un estado de confinamiento lateral, que resulta ser:

$$\frac{1}{E_{\theta}} = \frac{\cos^2 \theta \cdot (\cos^2 \theta + A \cdot \operatorname{sen}^2 \theta)}{E_x} + \frac{\operatorname{sen}^2 \theta \cdot (\operatorname{sen}^2 \theta + A \cdot \cos^2 \theta)}{E_y} + (1-A) \cdot \frac{\operatorname{sen}^2 \theta \cos^2 \theta}{G_{xy}} - \frac{\mu_{xy}}{E_x} \cdot [\cos^2 \theta \cdot (\operatorname{sen}^2 \theta + A \cdot \cos^2 \theta) + \operatorname{sen}^2 \theta \cdot (\cos^2 \theta + A \cdot \operatorname{sen}^2 \theta)] \quad (3.34)$$

donde:

$$A = - \frac{\operatorname{sen}^2 \theta \cdot \cos^2 \theta \cdot \left(\frac{1}{E_x} + \frac{1}{E_y} - \frac{1}{G_{xy}} \right) - \frac{\mu_{xy}}{E_x} \cdot (\operatorname{sen}^4 \theta + \cos^4 \theta)}{\frac{\operatorname{sen}^4 \theta}{E_x} + \frac{\cos^4 \theta}{E_y} + \operatorname{sen}^2 \theta \cdot \cos^2 \theta \cdot \left(\frac{1}{G_{xy}} - 2 \cdot \frac{\mu_{xy}}{E_x} \right)} \quad (3.35)$$

La relación entre la tensión aplicada en la dirección θ , y la resultante en la dirección $\theta + \pi/2$ (donde el desplazamiento se encuentra impedido) viene dada a través del parámetro A definido en la ecuación (3.35), y resulta:

$$\sigma_{\theta + \pi/2} = A \cdot \sigma_{\theta} \quad (3.36)$$

La malla TECCO G-65 como material continuo anisótropo

En este apartado se aplican las ecuaciones anteriores a los resultados que se tienen de los ensayos de laboratorio realizados sobre la malla TECCO G-65, y que se han descrito en un apartado anterior de este Capítulo.

La relación entre la tensión que se produce en la dirección confinada OX (σ_{xc}^*) y la tensión aplicada según la dirección OY (σ_y^*), obtenida en los ensayos de tracción directa sobre la malla, tiene un valor de 0.2 (ver Tabla 3.1). Teniendo en cuenta la ecuación (3.30), se concluye que dicho valor de 0.2, se corresponde con el valor del coeficiente de Poisson μ_{xy} . La aplicación de la ecuación (3.30) es correcta ya que:

$$\frac{\sigma_{xc}}{\sigma_y} = \frac{\sigma_{xc}^*}{\sigma_y^*} \quad (3.37)$$

Entrando con este valor en las ecuaciones (3.27) y (3.28), y teniendo en cuenta los valores de los módulos confinados de la malla (Tabla 3.1), se obtienen los

valores de los módulos de elasticidad libres (E_x^* , E_y^*) correspondientes a la malla TECCO G-65, que resultan:

$$E_x^* = \begin{cases} 80 \text{ kN/m} & \text{módulo secante} \\ 128 \text{ kN/m} & \text{módulo tangente} \end{cases}$$

$$E_y^* = \begin{cases} 955 \text{ kN/m} & \text{módulo secante} \\ 1155 \text{ kN/m} & \text{módulo tangente} \end{cases}$$

Evidentemente, las relaciones (3.27) y (3.28) se pueden aplicar también a los módulos E_x^* , E_y^* , ya que la relación entre módulos de elasticidad es la misma que entre módulos de elasticidad multiplicados por el espesor.

Finalmente, entrando con los valores anteriores en la ecuación (3.31), no empleada hasta el momento, se obtiene un valor de μ_{yx} del orden de 2, que coincide con el valor obtenido en los ensayos, como relación entre la tensión (σ_{yc}^*) medida en la dirección confinada OY y la tensión (σ_x^*) aplicada a la malla en la dirección OX (ver Tabla 3.1). Al igual que en el caso anterior, se cumple:

$$\frac{\sigma_{yc}}{\sigma_x} = \frac{\sigma_{yc}^*}{\sigma_x^*} \quad (3.38)$$

Esta comprobación hace que los valores obtenidos en los ensayos de laboratorio cumplan las condiciones necesarias para que sea posible considerar la malla como un **material continuo anisótropo**, a pesar de tratarse de un sistema discontinuo; quedando definido el comportamiento como material continuo anisótropo mediante los valores de los parámetros obtenidos (E_x^* , E_y^* , μ_{xy} , G_{xy}^*).

La Tabla 3.4 presenta los valores de los coeficientes de Poisson μ_{yx} y μ_{xy} obtenidos para cada caso, aplicando las ecuaciones (3.30) y (3.31), valores que complementan la Tabla 3.2. Se puede observar como el parámetro μ_{yx} toma en todos los casos valores del orden de 2 a 4, y para los ensayos de laboratorio comprendidos entre 2 y 3.

Hipótesis de cálculo		E_{yc}^* (kN/m)	E_{xc}^* (kN/m)	μ_{xy}	μ_{yx}
Elástico con geometría recta		23141	2626	0.34	2.97
Elástico con geometría curva		7581	511	0.26	3.90
Elástico con geometría curva y grandes movimientos	Secante	8614	619	0.25	3.60
	Tangente	8614	774	0.25	
Ensayos	Secante	1832	153	0.2	2.0 – 3.0
	Tangente	1832	200		

Tabla 3.4. Valores de los coeficientes de Poisson para la malla de refuerzo considerada como elemento continuo

Una vez deducidos todos estos valores se puede representar un gráfico en coordenadas polares, en el que para cada dirección θ se represente el valor del módulo de elasticidad en esa dirección (E_{θ}^*). Para ello, basta con considerar en la expresión (3.32), los valores obtenidos de módulos de elasticidad libres (E_x^* , E_y^*) y coeficientes de Poisson de la malla (μ_{xy}). En las Figura 3.12 y Figura 3.13 se presentan dichos gráficos para distintos valores del módulo de rigidez transversal (G_{xy}^*), y para los casos de módulo tangente y secante respectivamente, ambos correspondientes a cargas en servicio. En estos gráficos se observa, que la dirección en la cual la rigidez es mayor corresponde a 65° con respecto a la dirección de las diagonales menores de los rombos, dirección que prácticamente coincide con la de los alambres en la malla.

Remarcar que los módulos representados son los E_{θ}^* , es decir, multiplicados por el espesor equivalente de la malla.

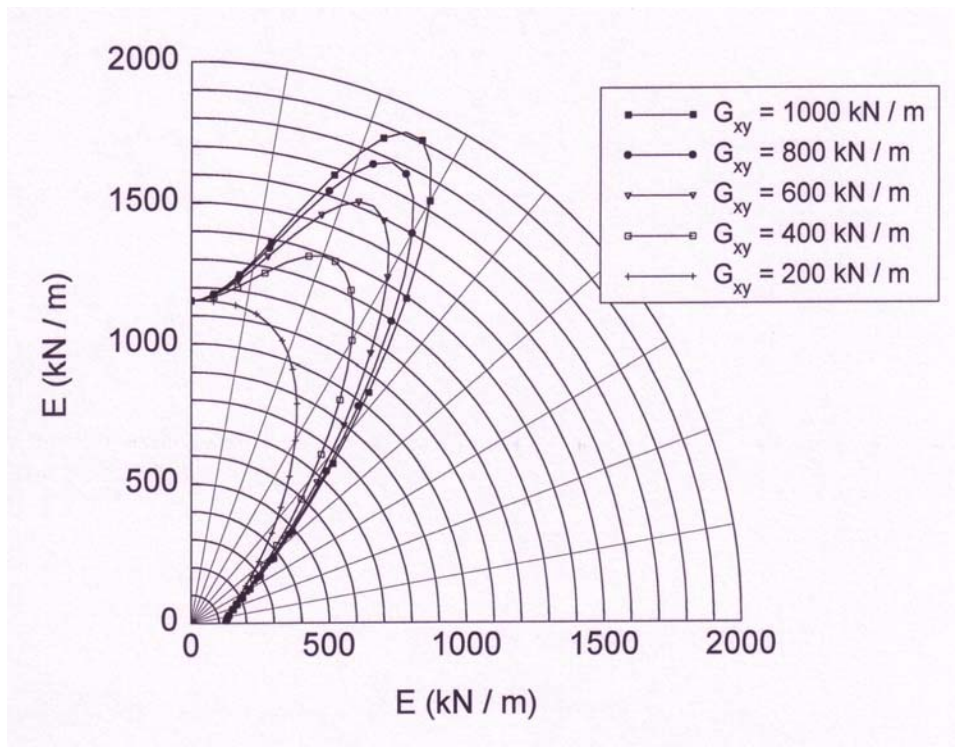


Figura 3.12. Módulos tangentes

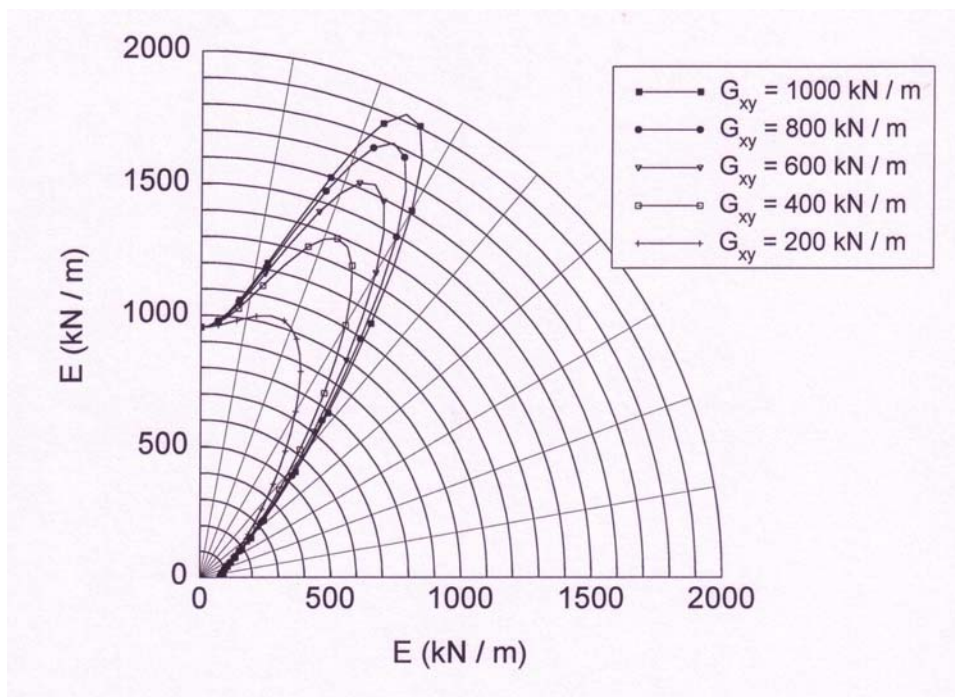


Figura 3.13. Módulos secantes

Modelización de la malla TECCO-G65 en programas basado en el método de elementos finitos

El análisis del conjunto malla-anclajes-terreno se va a realizar empleando programas basados en el método de los elementos finitos. Es por tanto necesario plantearse como se puede modelizar la malla en dichos programas, es decir, elegir el tipo de elemento que se va a emplear para representar la malla, en función de los tipos de elementos de que dispongan los programas.

En este apartado se pretende presentar una serie de consideraciones sobre el valor de los parámetros a emplear en la modelización de la malla en programas de elementos finitos. Dichas consideraciones se presentan en este Capítulo, por ser aquí donde se han establecido los valores de los parámetros que definen el comportamiento de la malla a emplear como refuerzo.

En general, para representar la malla, se deben emplear elementos que estén caracterizados por su rigidez a tracción. Una vez elegido el tipo de elemento, es conveniente comprobar que los parámetros adoptados en el programa representan el comportamiento real de la malla. Para ello, se puede realizar el análisis de un caso de tracción sobre la malla, y comprobar que la rigidez que se obtiene se corresponde con la obtenida en los ensayos de laboratorio.

Hay que tener en cuenta que en el análisis por elementos finitos del talud junto con el sistema de refuerzo, se va a plantear en estado de deformación plana, por tanto, el cálculo se hace por unidad de anchura en la dirección perpendicular al plano de estudio. En este sentido, resulta necesario conocer la relación que existe en la malla de refuerzo entre la fuerza por unidad de ancho y la deformación.

$$F(kN/m) = E^*(kN/m) \cdot \varepsilon \quad (3.39)$$

El valor del parámetro E^* se tiene de los ensayos de laboratorio referidos en este Capítulo, y es de $E^* = E_{yc}^* \approx 1800$ kN/m (ver Tabla 3.1)

En general los programas de elementos finitos emplean como parámetros para la definición de un elemento que trabaje a axil el módulo de elasticidad, y el área transversal por unidad de anchura (estado de deformación plana).

Por tanto, el elemento que vaya a representar a la malla en el estudio con elementos finitos, debe cumplir:

$$F = E \cdot A \cdot \varepsilon = E^* \cdot \varepsilon \quad (3.40)$$

es decir, ha de tener un módulo de elasticidad (E) y una sección por unidad de ancho (A) tales que su producto sea igual a la rigidez confinada de la malla (E^*).

De esta forma, si al programa es necesario introducirle el valor del parámetro E·A, habrá que darle el valor de 1800 kN/m, mientras que si el elemento se representa a través de los valores del módulo de elasticidad y el área por unidad de ancho, dados de forma independiente, entonces habrá que elegir una pareja de valores (E, A) que cumpla que su producto sean 1800 kN/m.

Sirvan estas consideraciones para ser empleadas en los análisis a realizar con elementos finitos, en los cuales entre a formar parte del sistema la malla de refuerzo.

3.4. COMPORTAMIENTO DE LA MALLA COMO MEMBRANA

En el apartado anterior se presentó el comportamiento mecánico de la malla en su propio plano. Sin embargo, como ya se ha comentado, el objetivo último de la malla en taludes reforzados es transmitir cierta presión a la superficie del talud, para lo cual es necesario que la malla desarrolle cierta curvatura a la vez que entra en estado de tracción y se deforma, saliéndose fuera de su plano.

3.4.1. Formas de colocación del refuerzo

Existen diferentes sistemas de puesta en obra del refuerzo constituido por la malla y los anclajes. Cada sistema define una forma de trabajo del refuerzo, y establece, por tanto, los parámetros resistentes de la malla que es importante conocer para analizar su comportamiento. En general se pueden considerar tres formas de puesta en obra, que se describen de forma esquemática a continuación, presentándose un esquema de cada una de ellas en la Figura 3.12.

- Colocación de la malla sobre la superficie del talud de forma que la dirección de las diagonales mayores de los rombos (dirección OY) se corresponda con las líneas de máxima pendiente del talud. Disposición de unos cables horizontales muy rígidos con una separación del orden de uno a cuatro metros. Finalmente colocación y tensado de los anclajes dispuestos a lo largo de los cables horizontales. Como resultado de este sistema de colocación del refuerzo, al ser los cables horizontales muy rígidos, se obtiene una deformada de la malla en forma de semicilindros con alargamiento de la malla en la dirección de las diagonales mayores, y con deformación nula en la otra dirección (la horizontal).

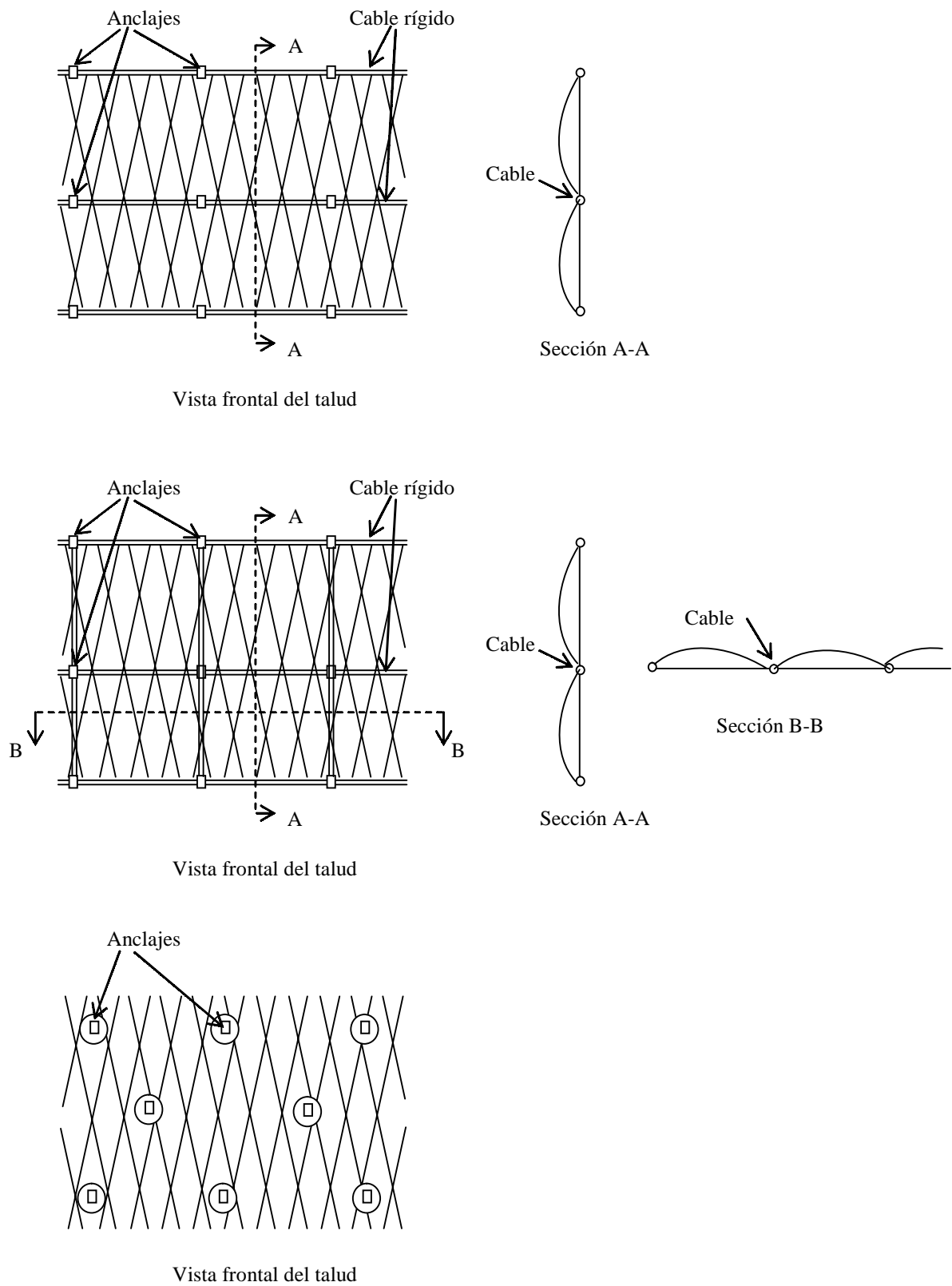


Figura 3.12. Esquemas de las tres formas de colocación del refuerzo

- Colocación de la malla sobre la superficie del talud de forma que la dirección de las diagonales mayores de los rombos (dirección OY) se corresponda con las líneas de máxima pendiente del talud. Disposición de cables según la dirección horizontal y en la dirección de máxima pendiente del talud, ambos muy rígidos con una separación de uno a cuatro metros, formando una cuadrícula. A continuación colocación de los anclajes en los puntos de intersección de la cuadrícula que constituyen los cables horizontales junto con los perpendiculares a ellos. Finalmente tensado de los anclajes. Como resultado de este sistema de puesta en obra se obtiene una deformada de la malla en forma de casquete, con valores no nulos de las deformaciones en las dos direcciones OX y OY de la malla.

- Colocación de la malla sobre la superficie del talud de forma que las diagonales mayores de los rombos (dirección OY) se correspondan con las líneas de máxima pendiente del talud. A continuación disposición de los anclajes al tresbolillo y sin cables. Finalmente tensado de los anclajes. Como resultado de este sistema de colocación se obtiene una especie de cráteres dirigidos hacia cada uno de los anclajes.

Como se puede observar, según sea el sistema de puesta en obra del refuerzo, la forma de trabajo de la malla es diferente, con curvatura en una o dos direcciones.

En cualquier caso, el análisis del sistema terreno-malla implica necesariamente la modelización del comportamiento tensión-deformación de la malla. Se trata de una estructura compleja, de alambres entrelazados, que sólo de forma aproximada podrá sustituirse por una membrana continua equivalente.

Los aspectos fundamentales que deben reproducirse en esta modelización son:

- Anisotropía, inducida por la rombocidad de las celdas elementales, ya descrita.
- No transmisión de esfuerzos de compresión, sino sólo de tracción y, en menor medida, de cortante.

3.4.2. Modelos presión-curvatura

Se trata de analizar la interacción entre el suelo y la malla, para lo cual se presentan dos desarrollos teóricos que tratan de modelizar el comportamiento de la malla debido a la presencia del suelo, asimilándola a una membrana equivalente.

Malla de refuerzo con cables horizontales

El desarrollo teórico que se presenta trata de obtener, de una forma sencilla, la deformada correspondiente a una malla dispuesta junto con cables horizontales de gran rigidez, al someterla a una presión en su superficie. Para ello se analiza el caso de una membrana, con dos de sus lados opuestos fijos, sometida a una presión actuando sobre una de sus caras. La condición de contorno correspondiente a dos lados opuestos con movimiento impedido trata de representar el efecto debido a los cables horizontales. Como resultado del análisis se establecen las relaciones que ligan la geometría considerada, la rigidez de la membrana, y la presión aplicada; con la deformada que se produce en la membrana, y el valor de la tensión axial que soporta.

En la Figura 3.13 se presenta el esquema de la membrana deformada debido a la acción de la presión que está soportando en una de sus caras. En dicha figura se establecen las variables principales a tener en cuenta, que son, el valor de la presión p

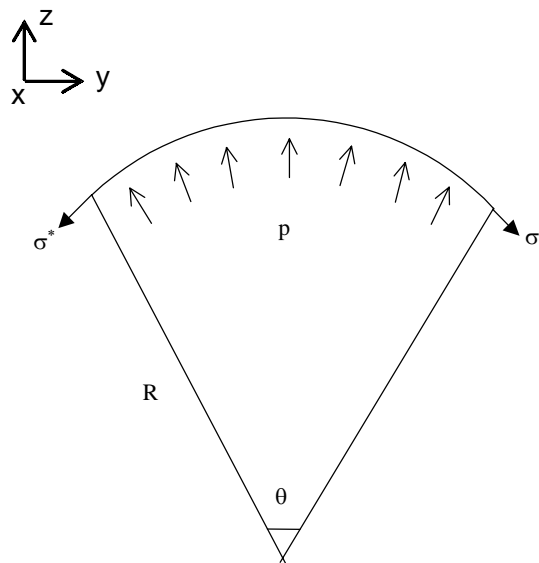


Figura 3.13. Membrana sometida a presión en su superficie. Deformada cilíndrica

aplicada, el radio R de la deformada, el ángulo θ que abarca, y la tensión σ^* que la membrana soporta.

La relación entre la presión que actúa sobre la membrana p , y el valor de la tensión a que da lugar en ella σ^* , se obtiene de la condición de equilibrio en un elemento diferencial de membrana (Figura 3.13). La relación que se obtiene es la siguiente:

$$\sigma^* = p \cdot R \quad (3.41)$$

Las condiciones de contorno que tiene impuestas la malla de refuerzo teniendo en cuenta su forma de puesta en obra, hacen que la deformación en la dirección OX (ver ejes en Figura 3.13), sea nula. Imponiendo dicha condición al modelo considerado de la membrana, y estando ésta definida por su módulo de elasticidad E_m^* , y su coeficiente de Poisson μ_m , se tiene la relación:

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y^*}{E_{yc}^*} \quad (3.42)$$

donde E_{yc}^* es el módulo de elasticidad confinado en la dirección OY de la membrana (ecuación (3.23)), y que tiene por expresión:

$$E_{yc}^* = \frac{E_m^*}{1 - \mu_m^2} \quad (3.43)$$

La deformación unitaria, ε_y , de la membrana, se puede calcular a partir de la diferencia de longitudes entre la cuerda (membrana sin deformar) y el arco (membrana deformada), como:

$$\varepsilon_y = \frac{\Delta s}{s_0} = \frac{R \cdot \theta - 2 \cdot R \cdot \text{sen}(\theta/2)}{2 \cdot R \cdot \text{sen}(\theta/2)} = \frac{\theta - 2 \cdot \text{sen}(\theta/2)}{2 \cdot \text{sen}(\theta/2)} \quad (3.44)$$

Dicha deformación, al aplicarla a la longitud inicial de la membrana, da:

$$L_f = L_i \cdot (1 + \varepsilon_y) \quad (3.45)$$

y a su vez, la longitud final de la membrana, se relaciona con el ángulo θ y el radio R de la forma:

$$L_f = R \cdot \theta \quad (3.46)$$

En cuanto a la máxima flecha de la membrana, que se producirá en el centro luz, viene dada por la relación:

$$\delta_{cl} = R - R \cdot \cos(\theta / 2) \quad (3.47)$$

De la combinación de las expresiones anteriores, (3.41) a (3.47), sustituyendo en ellas las funciones *seno* y *coseno* por sus correspondientes desarrollos en serie de Taylor, y despreciando los términos superiores a segundo grado; se obtiene, por un lado, la relación entre la flecha máxima de la membrana y la presión p aplicada, y por otro, la relación entre la tensión σ^* que soporta la membrana y también la presión p aplicada.

$$\delta_{cl} = \left[\frac{3pL_i^4}{64E_{yc}^*} \right]^{(1/3)} \quad (3.48)$$

$$\sigma^* = \frac{8}{3} \cdot E_{yc}^* \cdot \frac{\delta_{cl}^2}{L_i^2} \quad (3.49)$$

Una vez obtenido el valor de la flecha en el centro luz de la membrana, la ecuación de la deformada es la de un arco de circunferencia que pasa por los puntos $(0,0)$, $(L_i/2, \delta_{cl})$ y $(L_i, 0)$, y la tensión σ^* en la membrana será la dada por la ecuación (3.41), o bien por la (3.49).

Malla de refuerzo sin cables y con anclajes formando cuadrícula

Este caso es de más difícil análisis, en primer lugar, por su carácter tridimensional. Además, como ya se ha comentado, la malla actúa como una membrana anisótropa, lo que complica sobremanera los cálculos.

Una posible forma simplificada es obviar en principio esta anisotropía, y suponer que la deformada de la malla entre cada cuatro puntos de anclaje es una

esfera, y evaluar la deformación en la dirección de la diagonal (Figura 3.14). En estas condiciones, la relación entre la presión p y la tensión σ^* de la muestra es:

$$\sigma^* = \frac{p \cdot R}{2} \tag{3.50}$$

La deformación en la dirección de la diagonal del cuadrado definido por la magnitud s , diagonal dibujada en la Figura 3.14, está relacionada con la tensión en dicha dirección, según la expresión:

$$\varepsilon = \frac{\sigma^*}{E_m^*} \cdot (1 - \mu_m) \tag{3.51}$$

Dicha tensión y deformación coincide con las de la otra diagonal, dada la simetría existente con respecto a ambas.

Por otro lado, considerando el círculo máximo que contiene a la diagonal, se puede establecer la expresión (3.52), sin más que considerar relaciones de geometría, nuevamente como diferencia de longitudes entre arco y cuerda.

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{R\theta - s\sqrt{2}}{s\sqrt{2}} = \frac{2R \arcsen\left(\frac{s\sqrt{2}}{2R}\right) - s\sqrt{2}}{s\sqrt{2}} \tag{3.52}$$

donde la magnitud s se corresponde con la separación entre anclajes.

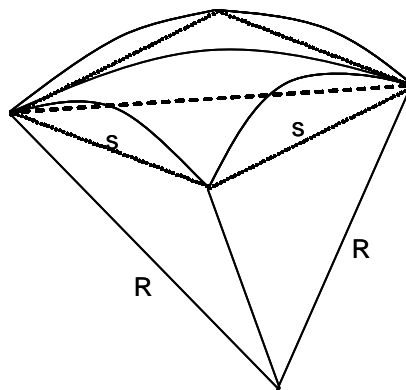


Figura 3.14. Membrana sometida a presiones en su superficie. Deformada esférica

A partir de las ecuaciones anteriores se obtiene la relación:

$$\frac{pR}{2E_m^*}(1-\mu) = \frac{2R \operatorname{arcsen}\left(\frac{s\sqrt{2}}{2R}\right) - s\sqrt{2}}{s\sqrt{2}} \quad (3.53)$$

Sustituyendo la función *arcoseno* por su desarrollo en serie de Taylor, y tomando los dos primeros términos, se obtiene una solución muy aproximada, resultando la siguiente expresión que proporciona el valor del radio R de la esfera:

$$R = \left(\frac{E_m^* s^2}{6p(1-\mu_m)} \right)^{1/3} \quad (3.54)$$

También por geometría se cumple la siguiente relación entre la flecha en el centro de la membrana δ_m , el radio de la esfera R , y la dimensión s :

$$\delta_m = R - \sqrt{\frac{2R^2 - s^2}{2}} \quad (3.55)$$

Eliminando el radio R entre las expresiones (3.54) y (3.55) se llega a:

$$p = \frac{\frac{E_m^* \cdot s^2}{6 \cdot (1-\mu_m)}}{\left(\frac{\delta_m}{2} + \frac{s^2}{4 \cdot \delta_m} \right)^3} \quad (3.56)$$

O, en función del módulo confinado E_{mc}^* :

$$p = \frac{\frac{E_{mc}^* \cdot (1+\mu_m) \cdot s^2}{6}}{\left(\frac{\delta_m}{2} + \frac{s^2}{4 \cdot \delta_m} \right)^3} \quad (3.57)$$

Para tener en cuenta de alguna forma la anisotropía de la malla, los parámetros E_m^* (o E_{mc}^*) y μ_m deben tomarse en la dirección de la diagonal del cuadrado considerada, según las expresiones 3.32 (o 3.34) y (3.33), particularizadas para $\theta = 45^\circ$:

Para la malla TECCO G-65 resulta un valor del módulo de elasticidad libre de (E_m^*) en dicha dirección, de 400 kN/m por unidad de espesor, y un valor del coeficiente de Poisson de 0.67, para el valor μ_{xy} de 0.2 correspondiente a la malla según los ensayos.

Con los valores anteriores, entrando en la expresión (3.56), se obtiene, para una presión p de 10 kN/m² y una separación entre anclajes s de 3 m., un valor de la flecha en el centro de la malla de 0.41 m.

Si se considera ese mismo valor de presión de 10 kN/m², y también una separación de anclajes de 3 m., en el caso de la disposición con cables horizontales, es decir, deformada cilíndrica de la malla, el valor de la flecha en el centro luz resulta ser, según la ecuación (3.48), de 0.3 m. Este resultado pone de manifiesto la mayor rigidez del sistema que supone la colocación de cables horizontales.

3.4.3. Ensayos de carga distribuida sobre la malla TECCO-G65

Descripción del ensayo y resultados

En estos ensayos (Castro, 2000) se dispone la malla en un marco rectangular formado por perfiles metálicos suficientemente rígidos. Las condiciones de contorno que se establecen consisten en fijar los dos lados perpendiculares a la dirección principal de la malla (la de mayor rigidez), y disponer los otros dos lados de forma que tengan movimiento únicamente en un plano vertical (ver Figura 3.15). De esta forma, si se consideran las direcciones OY y OX, de forma que ambas definen el plano horizontal en el que se encuentra la malla antes de comenzar el ensayo (Figura 3.16), siendo OY la dirección correspondiente a la de su mayor rigidez, al aplicar una carga vertical la malla adquiere cierta deformación según la dirección OY, siendo nula la deformación según la dirección OX. Con la disposición descrita se trata de que la malla tenga en el ensayo unas condiciones de contorno que se correspondan de forma aproximada con las que va a tener en el talud, en el caso de colocación con cables rígidos horizontales.

Las dimensiones de la malla ensayada son de 1.8 m. en la dirección principal de la malla (la de mayor rigidez, OY) y 1.74 m. en la dirección perpendicular (OX).

Una vez dispuesta la malla sobre el marco y establecidas las condiciones de contorno, se colocan las referencias para apoyar los transductores que se van a emplear para la medida de desplazamientos verticales. A continuación se disponen una serie de sacos de grava colocados en forma de prisma de sección trapezoidal. Los sacos, de 50 kg cada uno, se disponen en cuatro capas, cada una de ellas formada por 4x3, 3x3, 2x3 y 1x3 sacos respectivamente. Sobre los sacos de grava se coloca una viga formada por dos perfiles UPN 180 solidarizados, sobre los que actuarán directamente los dos gatos hidráulicos empleados como sistema de aplicación de carga (ver Figura 3.15). La misión de los sacos de grava consiste en distribuir, de la forma más uniforme posible, la carga aplicada por los gatos, de modo que se reparta sobre toda la superficie de la malla.

Finalmente, se colocan los dispositivos de medida de los desplazamientos verticales de la malla, y se comienza el ensayo mediante la aplicación de carga a través de los gatos hidráulicos. La medida de desplazamientos verticales se realiza en cuatro puntos de la malla dispuestos según se indica en la Figura 3.16.

Durante la realización del ensayo se van registrando los valores de la carga aplicada por los gatos, y los de los desplazamientos verticales medidos en los cuatro puntos mencionados. Con el registro de estos valores se obtiene, para distintos niveles



Figura 3.15. Vista del ensayo de carga distribuida sobre la malla TECCO G-65 (Castro, 2000)

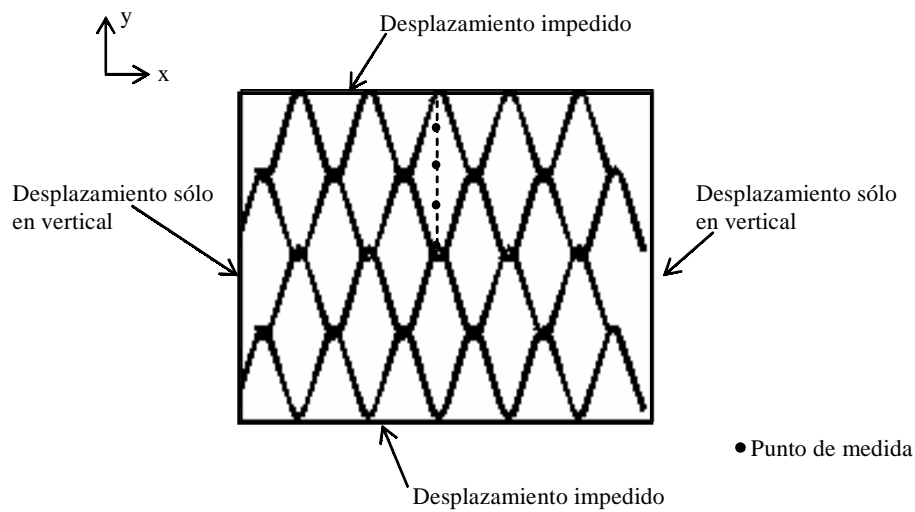


Figura 3.16. Condiciones de contorno y puntos de medida en el ensayo de carga distribuida sobre la malla TECCO G-65

de carga aplicada, la deformada correspondiente de la malla. Además los ensayos se han llevado hasta rotura, por lo que se tiene el valor de la carga total aplicada por ambos gatos que produce la rotura de la malla (Q_{rot}).

Con respecto a los valores obtenidos de los desplazamientos verticales, hay que tener en cuenta que el origen de medidas se establece en la situación correspondiente a la malla cargada con los sacos de grava y con las vigas metálicas, no teniéndose en cuenta la deformada debida a la colocación de dicha sobrecarga.

En la Tabla 3.5 se presentan los resultados correspondientes a los valores medios de tres ensayos realizados. En dicha tabla, el valor de 'Q' representa la carga ejercida por los gatos hidráulicos, y es la distancia del borde de la malla al punto de medida, y z es el desplazamiento vertical. El valor de 'Q' de 246,18 kN es el correspondiente a la rotura de la malla, siendo los valores de desplazamiento indicados para esa carga, los correspondientes a la malla justo antes de romperse, según los cuales el desplazamiento en el centro luz de la malla en ese momento es de 305 mm.

Q (kN)	70	100	150	180	246.18	
y (mm)						z (mm)
0	0	0	0	0	0	
126	-31	-35	-43	-47	-54	
378	-111	-128	-153	-166	-188	
630	-178	-204	-239	-257	-290	
900	-192	-218	-254	-272	-305	δ_{cl}
1170	-178	-204	-239	-257	-290	
1422	-111	-128	-153	-166	-188	
1674	-31	-35	-43	-47	-54	
1800	0	0	0	0	0	

Tabla 3.5. Resultados de los ensayos de laboratorio de carga distribuida sobre la malla TECCO G-65 (Castro, 2000)

δ_{cl} : desplazamiento correspondiente a la centro luz de la malla

En las Figura 3.17 y Figura 3.18 se presentan las curvas correspondientes a la deformada de la malla para los distintos niveles de carga aplicada por los gatos, y la relación entre el valor de dicha carga y el desplazamiento en el centro luz de la malla.

Sobre los valores de los desplazamientos medidos, se vuelve a hacer hincapié en que han sido obtenidos considerando como geometría inicial, es decir desplazamiento nulo, la situación de la malla con los sacos de grava y la viga encima, situación en la cual la malla ya se encontrará algo deformada.

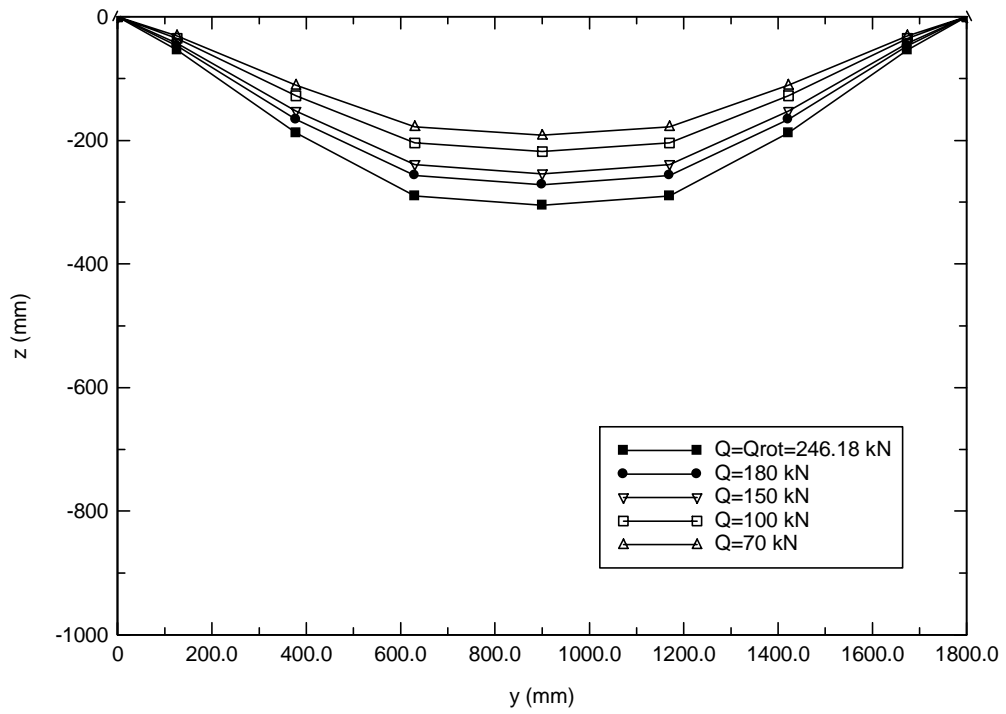


Figura 3.17. Deformada de la malla TECCO G-65 para diferentes valores de carga aplicada sobre su superficie (Castro, 2000)

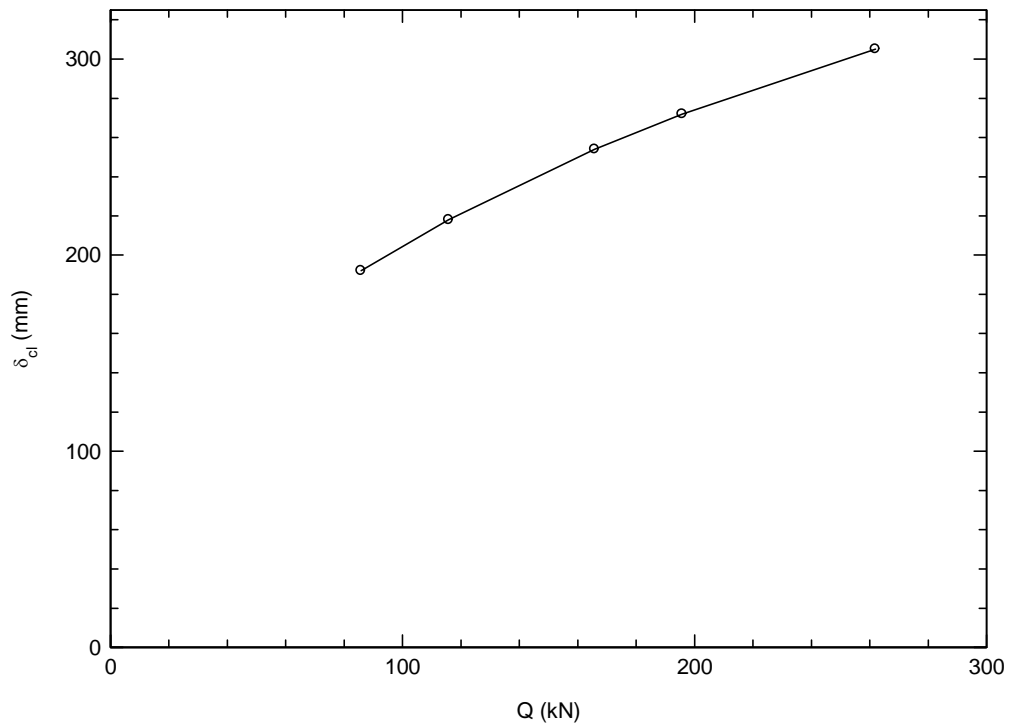


Figura 3.18. Relación entre la carga Q y el desplazamiento en el centro de la malla TECCO G-65 en el ensayo de carga distribuida (Castro, 2000)

Aplicación de los modelos presión-curvatura

En este apartado se aplican los modelos presión curvatura al caso del ensayo de laboratorio de carga distribuida sobre la malla, y se comparan los resultados obtenidos de dicha aplicación con los del ensayo.

Para ello, es necesario establecer, en primer lugar, las correlaciones entre las variables empleadas en el desarrollo teórico y las existentes en el ensayo. Tales correlaciones se establecen a continuación, indicando además su valor para ajustarlas al caso del ensayo de laboratorio.

- p : presión sobre la malla
- L_i : longitud de la malla según su dirección principal, que se corresponde con el valor de $s = 1.8$ m. en el ensayo.
- E_{yc}^* : módulo de elasticidad confinado de la malla en la dirección de alargamiento (en el caso del ensayo la dirección principal). Su valor es de 1.800 kN/m.

Además, si se tiene en cuenta que la presión sobre la malla en el ensayo es igual a la correspondiente a la carga total 'Q' que aplican los gatos hidráulicos, actuando sobre una superficie de 1.8×1.74 m², correspondiente a las dimensiones de la malla ensayada, se pueden expresar las ecuaciones (3.48) y (3.49) de la siguiente forma:

$$\delta_{cl} = \left[\frac{3 \cdot Q \cdot s^4}{64 \cdot s \cdot s' E_{yc}^*} \right]^{(1/3)} \quad (3.58)$$

$$\sigma^* = \frac{8}{3} \cdot E_{yc}^* \cdot \frac{\delta_{cl}^2}{s^2} \quad (3.59)$$

donde s es la dimensión de la malla según el lado que se deforma en el ensayo, y s' es la dimensión perpendicular a la anterior.

Particularizando las expresiones (3.58) y (3.59) para los valores del ensayo:

$$s = 1.8 \text{ m.}$$

$$s' = 1.74 \text{ m.}$$

$$E_{yc}^* = 1800 \text{ kN/m.}$$

se obtienen las relaciones $\delta_{cl} - Q$ y $\sigma^* - Q$; que proporcionan los valores de la flecha en el centro luz de la malla y de la tensión (σ^*) en ella, en función del valor de la carga total 'Q' que actúa; de acuerdo con la teoría desarrollada.

$$\delta_{cl} (m) = [8.728 \cdot 10^{-5} \cdot Q(kN)]^{1/3} \quad \text{ó} \quad \delta_{cl} (mm) = [8.728 \cdot 10^4 \cdot Q(kN)]^{1/3} \quad (3.60)$$

$$\sigma^* (kN/m) = 2.915 \cdot [Q(kN)]^{2/3} \quad (3.61)$$

Antes de obtener los resultados correspondientes a la aplicación del desarrollo teórico al caso del ensayo de laboratorio, se establecen una serie de consideraciones iniciales a tener en cuenta.

Consideraciones iniciales

Como se ha descrito, en los ensayos se considera como situación inicial de referencia ($Q=0$ y $z=0$) la correspondiente a la malla con los sacos de grava y viga sobre ella. Por tanto, en los valores del desplazamiento vertical de la malla no están incluidos los que se producen como consecuencia de la colocación sobre ella ni de dichos sacos de grava ni de la viga.

En este sentido, es necesario remarcar que la malla se caracteriza por sus grandes deformaciones, es decir, la malla en su posición inicial no es capaz de absorber ninguna carga debida a acciones perpendiculares a su geometría, ya que se trata de un elemento con rigidez sólo a axil. Por tanto, la malla sólo comenzará a trabajar cuando adquiera cierta curvatura, y su rigidez se irá haciendo mayor a medida que dicha curvatura aumente.

Como consecuencia, la ley que representa la carga vertical aplicada frente a los desplazamientos resultantes no es lineal, si no que a medida que va aumentando la carga, y por tanto se va desarrollando la curvatura de la malla, la pendiente de esta ley se hace mayor, es decir, la rigidez aumenta. Esto hace que sea distinto el considerar una situación de partida (inicio de carga y de desplazamientos) con la malla en posición horizontal, a considerar una situación de partida en la que en el origen de

carga y desplazamientos la malla ya tenga cierta curvatura. En este último caso la curva carga-desplazamiento parte con una pendiente mayor.

Por contra, hay que tener en cuenta que en el ensayo la malla se coloca directamente sobre el marco, sin realizar un tensado inicial sobre ella antes de colocar la sobrecarga, y a continuación se colocan los sacos de grava y la viga, y se comienza el ensayo. Esto hace que inicialmente, los primeros desplazamientos de la malla, sean debidos a un ajuste de su geometría, para luego comenzar a entrar en carga. Así se podría considerar como primer ajuste de la geometría de la malla el efecto de la colocación de los sacos de grava y la viga.

Por tanto, en un caso ideal correspondiente a una situación inicial con la malla sobre el marco y perfectamente ajustada, la rigidez inicial de la malla no será ni la correspondiente a su colocación sobre el marco en el ensayo (será mayor ya que en el ensayo no se ajusta la malla), ni la que adquiere debido a la acción de la sobrecarga (será menor).

En cuanto a la carga de rotura, en los ensayos se da el valor de 246.18 kN, pero este valor es el que están aplicando los gatos en ese momento, y por tanto, habrá que sumarle la carga debida a los sacos y la viga, que también está actuando sobre ella. Teniendo en cuenta el número de sacos, el peso de cada uno de ellos, y el peso de los perfiles UPN 180, se obtiene un valor aproximado de la sobrecarga de 15.77 kN, por lo que realmente la carga que está actuando sobre la malla en el momento de la rotura es de 261.95 kN.

Finalmente, otra consideración a tener en cuenta, es sobre el ajuste de la deformada de la malla obtenida de los ensayos a una curva de ecuación conocida. En este sentido se han realizado ajustes tanto a un arco de circunferencia, como a una parábola. En la Figura 3.19 se presenta el resultado de dicho ajuste para la deformada correspondiente a una carga aplicada por los gatos de 180 kN, y se observa que ambos ajustes son similares y cercanos a la deformada del ensayo, con un coeficiente de correlación de r^2 0.986 y 0.989 respectivamente.

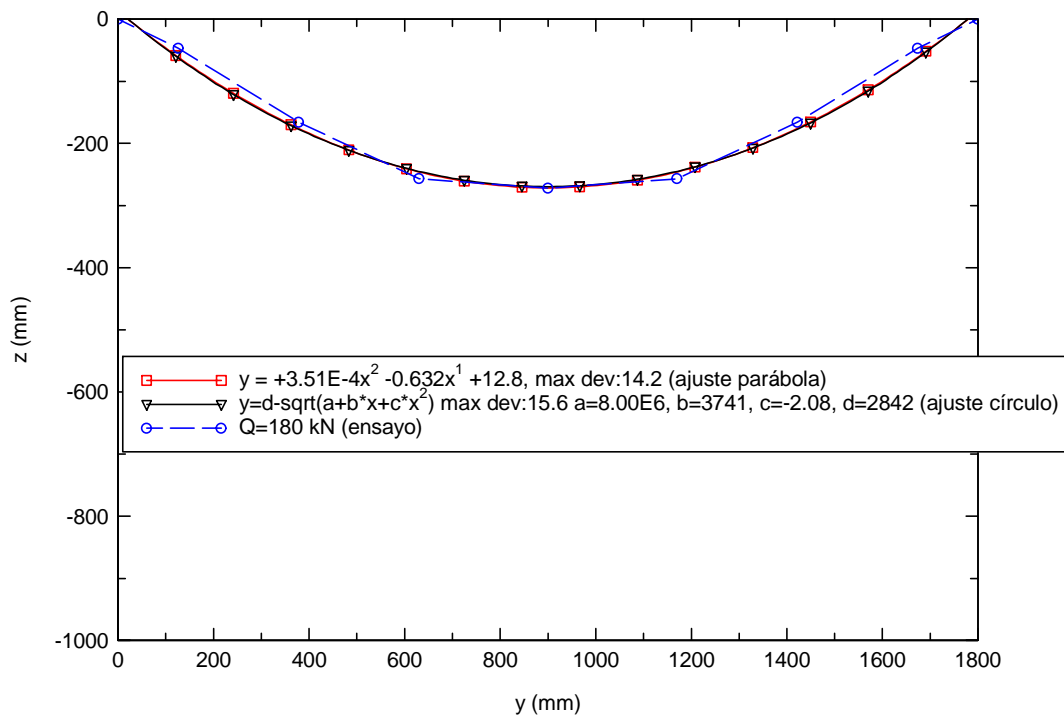


Figura 3.19. Ajuste de la deformada de la malla

Fase de colocación de la sobrecarga

Aún cuando en los ensayos de laboratorio no se han registrado las medidas correspondientes a la deformación de la malla al colocar los sacos de grava y la viga metálica, se presenta en este apartado la deformada a que darían lugar en la malla, y la tensión que ésta soporta, como consecuencia de dicha sobrecarga, y según la teoría desarrollada, lo que se corresponde con el caso ideal de la malla perfectamente ajustada al marco en la situación inicial.

La sobrecarga (sacos de grava + viga metálica) supone un peso total de 15.77 kN, que repartidos en un área de $1.74 \times 1.8 \text{ m}^2$, equivale a una presión de aproximadamente 5 kN/m^2 .

Entrando con estos valores en la expresión (3.48) o en la (3.60), se obtiene un valor de flecha máxima en el centro de la malla de:

$$\delta_{cl} = 111 \text{ mm.}$$

Con el valor anterior se puede hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos (0,0), (900,-111) y (1800,0), y que representa la deformada de la malla. El centro de dicha circunferencia tiene de coordenadas C (900,3593), y su radio es de 3704 mm, siendo su ecuación matemática en coordenadas (z, y), en milímetros:

$$z = 3593 - \sqrt{-y^2 + 1800 \cdot y + 12909619} \quad (3.62)$$

Finalmente la tensión en la malla, obtenida según la ecuación (3.41), resulta:

$$\sigma^* = 18.6 \text{ kN/m}$$

Fase de aplicación de la carga

En esta fase, tanto la deformada de la malla, como el desplazamiento en su centro luz, dependen del valor de la carga aplicada hasta el momento.

El desplazamiento en el centro luz de la malla viene dado por la expresión (3.60), de forma que para un cierto valor de carga 'Q', se obtiene el valor de dicho desplazamiento δ_{cl} , y con este, la ecuación del arco de circunferencia que pasa por los puntos (0,0), (900, $-\delta_{cl}$) y (1800, 0) (valores en mm.).

Comparación con los resultados del ensayo de laboratorio

La primera comparación que se establece se refiere a la deformada de la malla para distintos valores de carga aplicada por los gatos. En la Figura 3.20 se presenta el caso correspondiente a un valor de 'Q' de 180 kN, y se observa que el resultado obtenido según la teoría se ajusta bastante bien al registrado durante el ensayo.

Conviene recordar que los resultados de los ensayos, en cuanto a la deformada de la malla, son exclusivamente los debidos a la carga aplicada por los gatos, siendo el origen de medidas el correspondiente a la situación de la malla con la sobrecarga actuando. Por tanto los valores de 'Q' ha introducir en el modelo teórico, para compararlos con los ensayos, han de ser en cada caso los correspondientes a la carga de los gatos, no debiendo sumarse el valor de la sobrecarga. La comparación para otros valores de carga 'Q', se presenta en el Apéndice B.

Una segunda comparación se establece sobre la relación existente entre la carga aplicada y la máxima flecha que se produce en la malla. En la Figura 3.21 se presentan los resultados obtenidos según los ensayos y la teoría, y se observa una pequeña diferencia entre ambos debida a la dificultad de reproducir exactamente un ensayo de laboratorio debido a motivos como puede ser el comentado con respecto a la rigidez inicial de la malla.

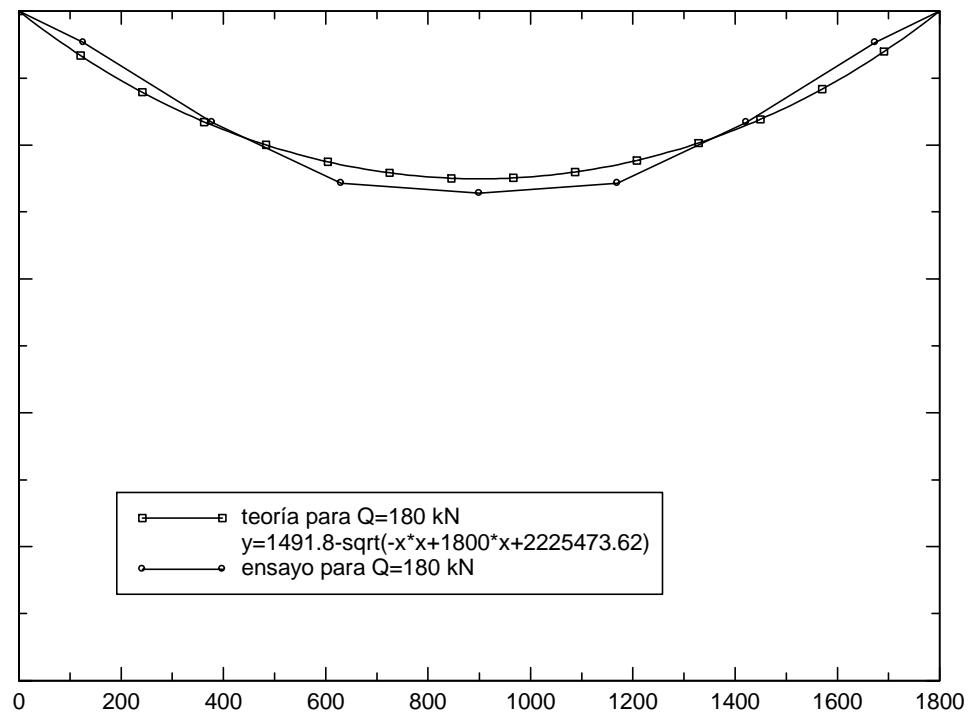


Figura 3.20. Deformada de la malla de refuerzo según teoría. Comparación con resultados de ensayo de laboratorio

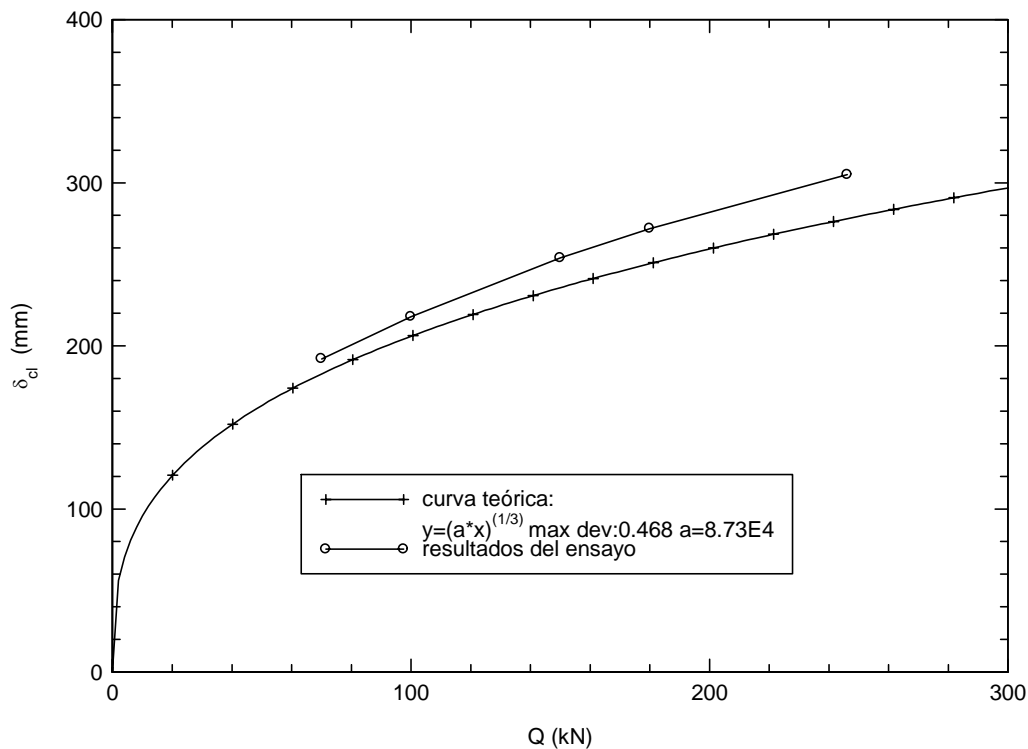


Figura 3.21. Relación Q- δ_{cl} según teoría. Comparación con los resultados de ensayos de laboratorio

En la Tabla 3.6 se presentan los valores del desplazamiento vertical de la malla en el centro luz, obtenidos para diferentes valores de carga 'Q', según el modelo teórico. Estos resultados se acompañan de los correspondientes a los ensayos de laboratorio, y se establece el valor de la diferencia entre ambos en tanto por ciento.

Sobre la tensión σ^* a la que se ve sometida la malla, no se tienen resultados del ensayo de laboratorio, por lo que únicamente se puede establecer la relación entre dicha variable y la presión p que actúa sobre la malla aplicando la teoría desarrollada. Dicha relación se presenta en la Figura 3.22.

Ensayo laboratorio	Q(kN)	70	100	150	180	246.18
	p (kN/m ²)	22.35	31.93	47.89	57.47	78.60
	δ cl (mm)	-192	-218	-254	-272	-305
Teoría	δ cl (mm)	183	206	236	250	278
	%dif ensayo y teoría	4.8	5.6	7.2	7.9	8.8

Tabla 3.6. Valores del desplazamiento de la malla de refuerzo en el centro luz

En lo que respecta al valor de la carga 'Q' de rotura, se puede establecer una conexión entre el valor obtenido en el ensayo de laboratorio, y el valor de la carga de rotura obtenida en los ensayos de tracción confinada sobre la malla, presentados en el apartado 3.3.2. Dicha relación se establece a través de la ley carga-axil dada en la Figura 3.22 (ecuación 3.57).

El valor de la carga de rotura obtenida en el ensayo de carga distribuida sobre la malla es de 262 kN, incluido el valor de la sobrecarga correspondiente a los sacos y la viga. Según la Figura 3.22, a ese valor de carga, le corresponde un valor del axil en la malla de aproximadamente 120 kN/m, por tanto, 120 kN/m es el valor de la tensión axil en la malla en el momento de la rotura. Este valor se puede comparar con el de la tensión de rotura de la malla, obtenido en los ensayos de tracción confinada presentados en el apartado 3.3.2., que es de 151 kN/m, obteniéndose una diferencia del 20% con respecto a los 120 kN/m.

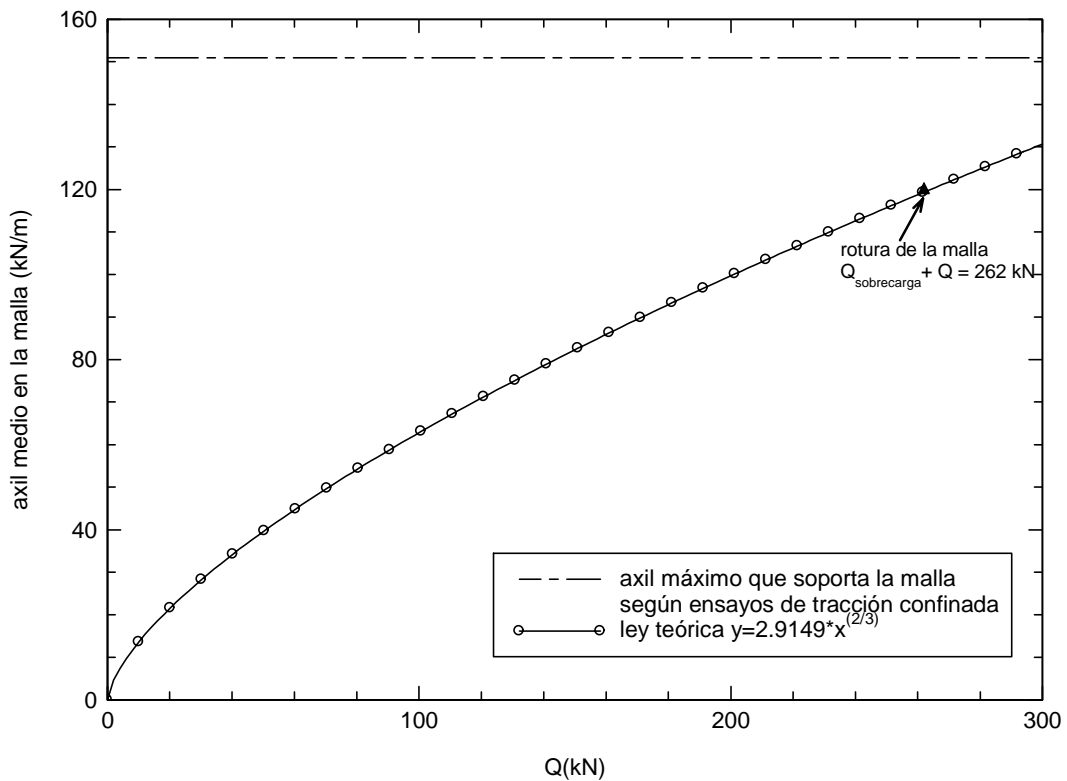


Figura 3.22. Ley teórica carga-axil en la malla de refuerzo