

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERS INDUSTRIALS DE TERRASSA

Tesis Doctoral que bajo la dirección del

Catedrático Dr. Lorenzo Alvarez Martínez

y con el título

ESTUDIO TEORICO-EXPERIMENTAL DE LA  
REDUCCION DE LA PROPAGACION SONORA  
EN CONDUCTOS, UTILIZANDO TECNICAS  
DE ABSORCION ACTIVA

presenta el candidato

Jaime Gibert Pedrosa

para la obtención del  
Grado de Doctor Ingeniero Industrial

Terrassa, Julio de 1990

C A P I T U L O 4

EVOLUCION HISTORICA Y ESTADO ACTUAL  
DE LA ABSORCION ACTIVA



## 4. EVOLUCION HISTORICA Y ESTADO ACTUAL DE LA ABSORCION ACTIVA.

### 4.1. INTRODUCCION.

La atenuación activa consiste en superponer a las ondas procedentes de la fuente de ruido, denominada primaria, las procedentes de otras fuentes, denominadas secundarias, que sean emitidas con el desfase adecuado para que, ambas (primarias y secundarias), se compensen, entre sí, dando como resultado un nivel de presión sonora inferior al del ruido original.

La atenuación activa o absorción activa de ruido, como también se denomina, ha experimentado un lento desarrollo desde hace largo tiempo, puesto que los primeros intentos conocidos se llevaron a cabo en el año 1934 por Paul Lueg, y, sin embargo, en la actualidad no existen aplicaciones industriales de tipo práctico.

En la actual década, se está produciendo una importante evolución de la atenuación activa, que se hace patente a través de los recientes trabajos desarrollados en los últimos años.

La atenuación activa constituye, a pesar de su lento proceso histórico, uno de los temas más atractivos y modernos de la investigación.

Este procedimiento de absorción de ruido permite obtener resultados satisfactorios en el campo de las bajas frecuencias, en el que la absorción pasiva, que emplea

recubrimiento con materiales porosos, entre otros, resulta muy poco eficaz.

\*\*\*\*\*

#### 4.2. EVOLUCION HISTORICA.[4]

En el año 1934, Paul Lueg, precursor de la atenuación activa de sonido, inició sus estudios sobre la interferencia de ondas sonoras aplicada a la atenuación, concediéndosele en 1936 la patente de su "Process of Silencing Sound Oscillations". La figura 4.1 reproduce las ilustraciones de la patente de Lueg.

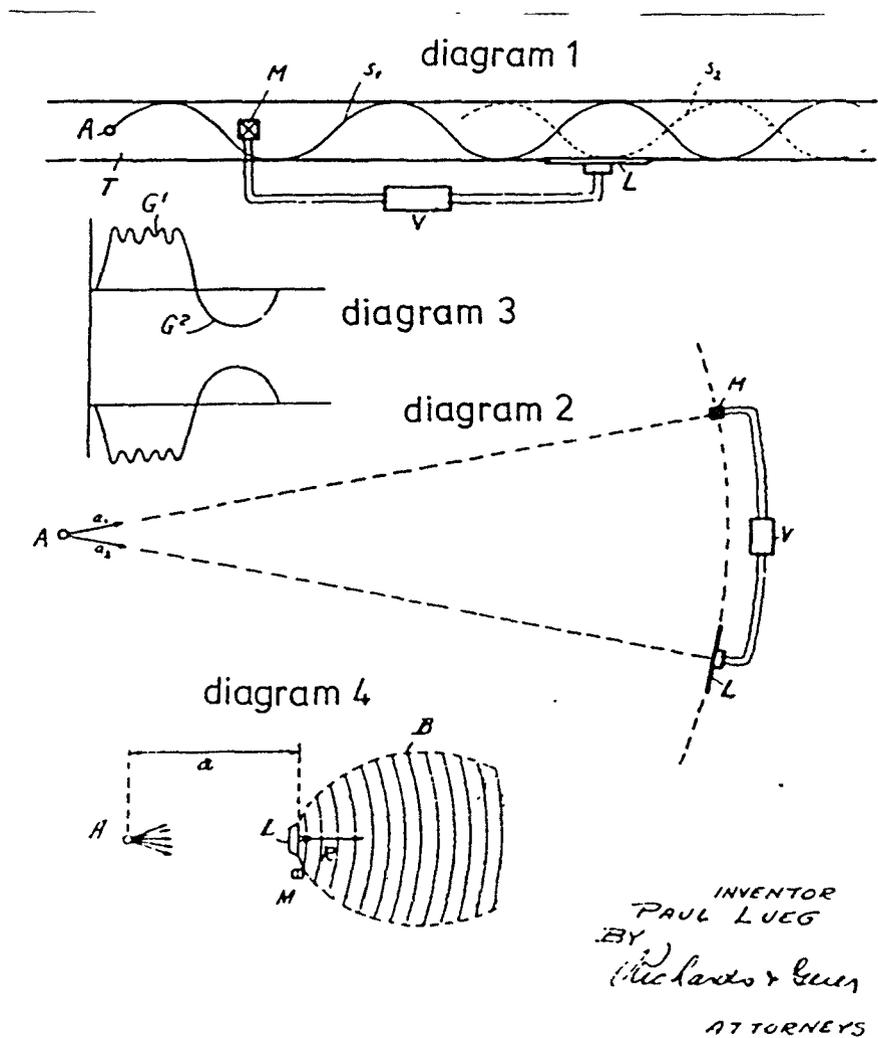


Figura 4.1. Patente de Paul Lueg.

En el diagrama 1 de las ilustraciones de esta patente, se representa el caso del sonido en un conducto. Se trata de un sonido puro, representado sinusoidalmente, procedente de una fuente primaria A. Este sonido es detectado por un micrófono M que lo convierte en señal eléctrica, la cual pasa a través de un amplificador V, para conducirla a un altavoz L. La electrónica del sistema, así como la distancia del micrófono al altavoz, deben ser tales que el sonido inyectado por dicho altavoz, nuevamente al conducto, se encuentre desfasado  $180^\circ$  respecto al sonido original y, por consiguiente, se produzca la cancelación de la onda de sonido de la frecuencia considerada. Efectivamente, en estas condiciones, cuando en la zona de ubicación del altavoz se produce la baja presión de la onda sonora original, el altavoz está sincronizado para inyectar un volumen igual de aire que produce una alta presión y cuando, en el próximo medio ciclo, se produce una alta presión en la zona del altavoz, éste contrafluye un igual volumen de aire para producir una baja presión. En ambos casos, si el altavoz está perfectamente sincronizado con el sonido original, el promedio de las presiones debidas al altavoz y al sonido original es cero, resultando cancelado el sonido.

El tratamiento anterior se ha referido a la cancelación de una sola onda sinusoidal, sin embargo, el ruido es más complejo, pudiendo ser descompuesto en una serie de ondas sinusoidales. Es evidente, pues, que si se consigue dar el desfase adecuado para la anulación de una de ellas, sucederá que no se obtendrá para las demás y, por consiguiente,

pueden producirse aumentos de sus amplitudes.

Se desprende, de todo ello, que existen dos parámetros fundamentales para lograr una buena atenuación: el tiempo de retraso debido al desplazamiento de la onda desde el punto de detección al punto de atenuación y la corrección de fase realizada por el sistema electrónico. Sin embargo, la tecnología electrónica de esa época no se encontraba suficientemente desarrollada para que se produjera una atenuación eficaz.

A partir de 1953, disponiendo de una tecnología electrónica algo más avanzada, algunos investigadores como Harry Olson, M.E. Hawley, W. Conover, empleando diseños, más o menos, ingeniosos para solventar los aún existentes problemas electrónicos de su época, consiguen la reducción de ruido para pequeñas bandas de frecuencia.

Lo más sobresaliente del proyecto de Olson consiste en que el micrófono se encuentra localizado inmediatamente adyacente al altavoz. Con ello, consiguió que el retraso de fase de la onda acústica fuese, más o menos, igual al desfase del amplificador. La tecnología electrónica de los años cincuenta permitió que la fase fuera controlada con un buen grado de precisión en un rango de frecuencias de dos octavas y media. Con el dispositivo de Olson se obtienen buenas atenuaciones a frecuencias comprendidas entre 30 y 200 Hz.[47]

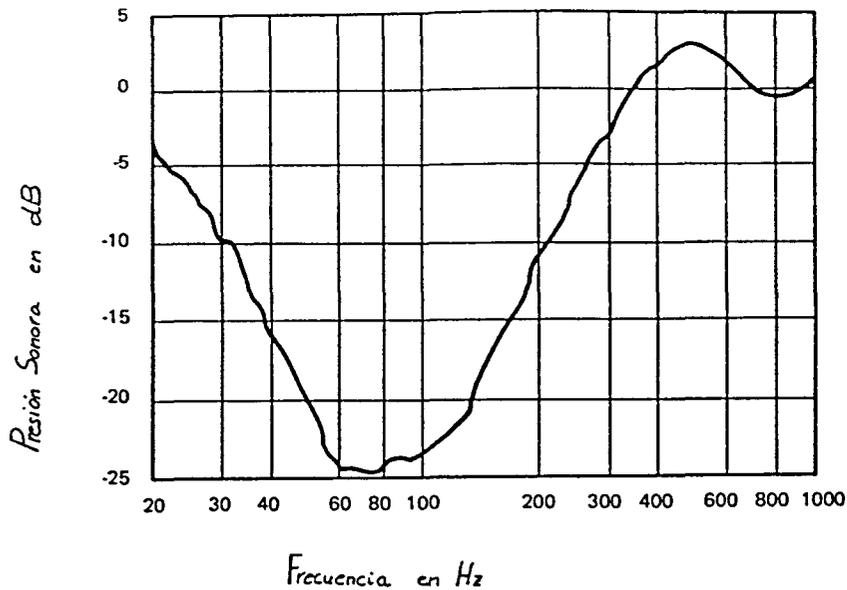


Figura 4.2. Reducción de la presión sonora en función de la frecuencia, por el procedimiento de Olson

En la figura 4.2, en la que se representa la reducción de presión sonora en función de la frecuencia, se observan las limitaciones del proyecto para altas frecuencias, debido a la escasa capacidad electrónica con que cuenta el dispositivo. A bajas frecuencias su función está limitada por la capacidad del altavoz.[47]

Además, la atenuación va decreciendo con la distancia al micrófono, de forma que a una distancia de unos treinta centímetros del mismo, el sistema resulta de poca utilidad. Ello queda reflejado en la siguiente figura 4.3.

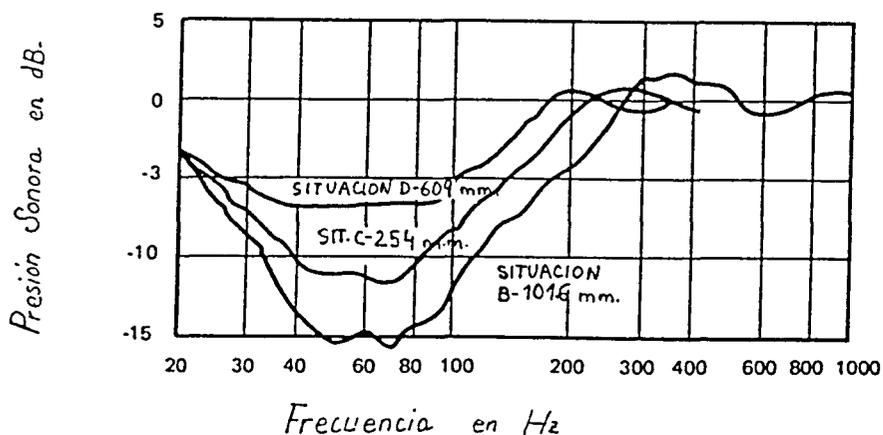


Figura 4.3. Influencia de la distancia de localización del micrófono en el procedimiento de Olson.

Casi al mismo tiempo que Olson, Conover de General Electric trabajó sobre el control activo del ruido de un transformador, al objeto de atenuar su típico zumbido molesto y penetrante. La idea básica de Conover, consistió en poner altavoces cerca de la superficie del transformador, para cancelar la presión de la radiación en el campo próximo.[94]

La siguiente figura muestra la disposición de un altavoz del esquema de Conover, para la atenuación del ruido de un transformador, procedente de la U.S. Patent nº 2.766.020.

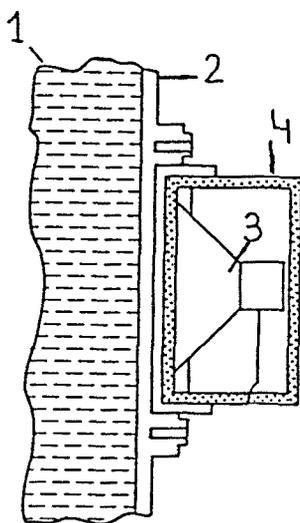


Figura 4.4. Disposición del altavoz de Conover para la atenuación del ruido de un transformador.

En esta figura 4.4 se indica la situación de un altavoz (3), con un recinto (4) que lo encierra para eliminar sus ondas traseras, adosado a la pared (2) del transformador (1).

La atenuación conseguida, mediante el anterior dispositivo, en función del ángulo en un semiespacio acústico, referida a una distancia radial constante del transformador, es mostrada en el siguiente gráfico (Figura 4.5).

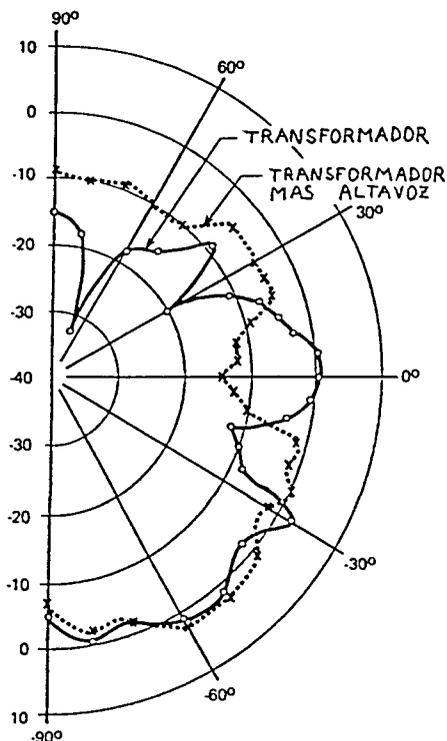


Figura 4.5. Reducción de ruido de un transformador con el invento de Conover.

Del mismo se deduce que existe un área de atenuación alrededor del eje de  $0^\circ$ , mientras que en otras zonas el ruido es más elevado, especialmente, a partir de los  $30^\circ$ .

Desde entonces el problema del ruido de los transformadores ha sido investigado, empleando métodos activos, por Kido, Hesselman, Ross, Jessel, Angevine, Davidson, Bschorr y otros, ya que, a parte de su atractivo especial, presenta la ventaja de tratarse de un ruido de frecuencias exactamente controlables y de naturaleza

periódica, de forma que hay una frecuencia fundamental de 120 Hz y armónicos de 240 Hz, 360 Hz, etc.

Sin embargo, hasta cerca del año 1970 no se produce un despegue importante en el campo de la atenuación activa del ruido.

M.Jessel y K.Kido empiezan sus estudios sobre la absorción activa en 1968, llegando a la interesante conclusión de que este procedimiento resulta idóneo para atenuar ruidos de bajas frecuencias con la ventaja, sobre los absorbedores pasivos, que no producen obstrucciones en los conducto, evitándose las pérdidas de carga.

Desde 1970, se han incorporado nuevos investigadores en este campo. Entre ellos, destacan por su número de trabajos y resultados obtenidos, G. Canevet, G. Mangiante, M.A. Swinbanks, J. Poole, H.G. Leventhall, A. Mazanikov, C.F. Ross, Kh. Eghtesadi, G.E. Warnaka, M.Berengier, A. Roure y otros.[5],[9],[11],[13],[16],[17],[27],[28],[31],[57],[61]

La importancia y la efectividad de estas técnicas de atenuación, se deben a dos factores; de una parte al estado de gran desarrollo actual en la tecnología electrónica, que permite un preciso control de los sistemas empleados en la atenuación y, de otra parte, al mejor conocimiento de la formulación teórica del problema básico, que se refleja en el hecho de que este reciente progreso ha conducido a nuevos desarrollos de naturaleza teórica, debidos, principalmente, a Swinbanks y a Jessel, partiendo del Principio de Huygens que afirma que el campo radiado en una región  $W$ , por unas fuentes contenidas en un dominio  $V$ , queda inalterado si se reemplazan dichas fuentes por otras, llamadas secundarias,

convenientemente repartidas sobre una superficie  $S$ , exterior a  $V$ . (Ver figura 4.6)

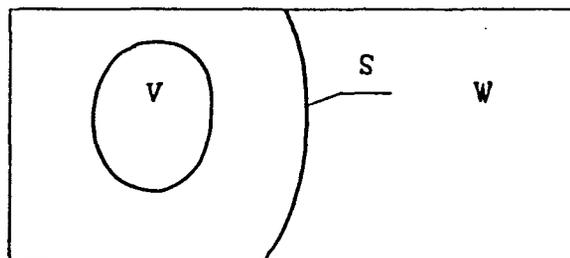


Figura 4.6. Fuentes secundarias según el Principio de Huygens.

En la formulación recíproca de este principio, las fuentes contenidas en  $V$  ( primarias ) y las fuentes secundarias emiten simultáneamente, de forma que estas últimas radian hacia fuera en oposición de campo al de las fuentes primarias y su radiación hacia el interior de  $V$  es nula.

Los dispositivos de fuentes secundarias, aplicados a la atenuación del sonido en conductos, deberán obedecer al anterior criterio teniendo, por consiguiente, carácter unidireccional, lo que se consigue fundamentalmente mediante la combinación de un monopolo y un dipolo o por medio de fuentes monopulares espaciadas adecuadamente.

Mediante la colocación de dos o más micrófonos ordenados puede, asimismo, conseguirse un efecto de unidireccionalidad en la detección del ruido en conductos.

En la figura 4.7, que sigue, puede apreciarse el reciente progreso de la atenuación activa.

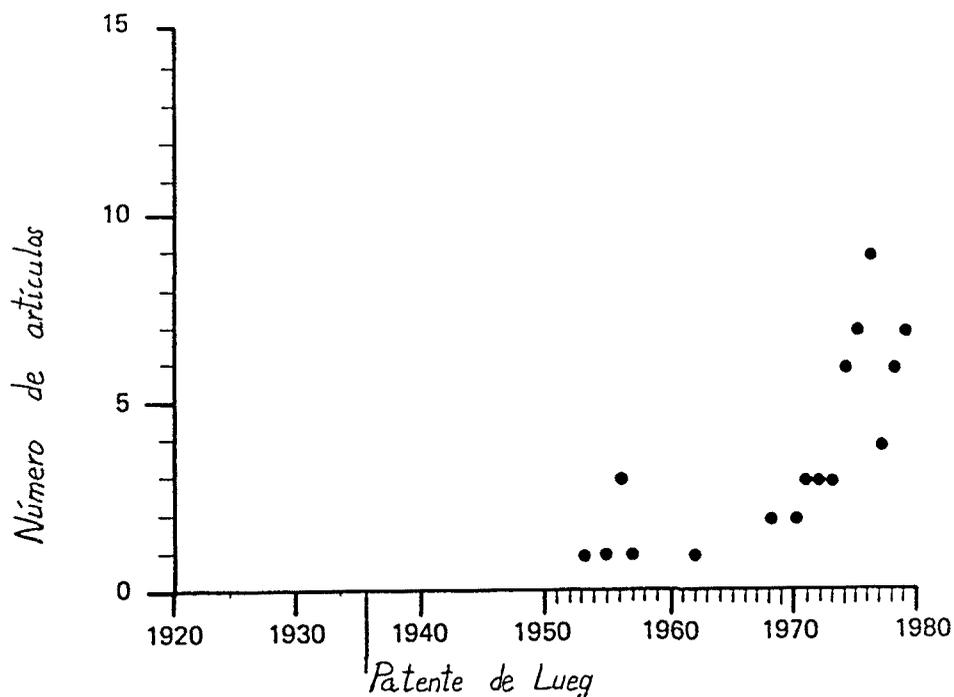


Figura 4.7. Publicaciones sobre atenuación activa de sonido en función del tiempo.

Los tipos de sistemas desarrollados, para la reducción del ruido en conductos, son representados, de la forma más esquemática posible, en la siguiente figura 4.8:

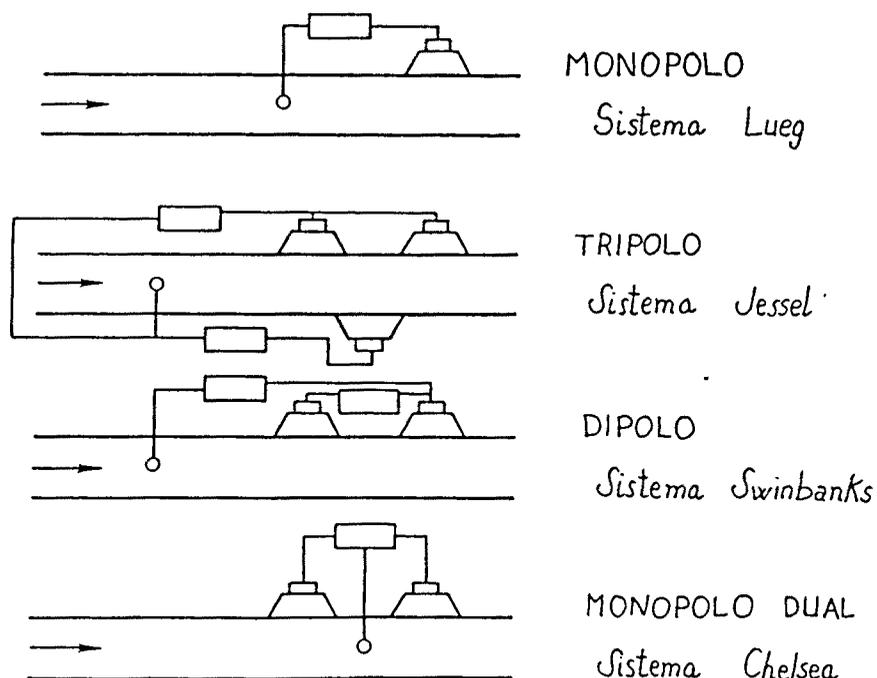


Figura 4.8. Tipos de atenuadores activos para conductos.

El monopolo acústico, sistema originariamente descubierto por Lueg, consiste en el montaje de un simple altavoz en el conducto.

El tripolo acústico fué desarrollado en Francia por Jessel, ofreciendo la ventaja que la señal de cancelación se propaga por el conducto, solamente, en la misma dirección de propagación del ruido. De esta forma se evitaban errores en la sensibilidad del sistema.

El dipolo acústico, según el esquema de Swinbanks, también, ofrece la unidireccionalidad de la onda cancelante, con la ventaja, sobre el tripolo acústico, de su simplicidad de ejecución.

El dipolo de Chelsea está compuesto, esencialmente, por dos monopolos, que se forman por dos altavoces, entre los que se encuentran un micrófono. En la zona del micrófono, los dos altavoces dan un campo de sonido nulo, por lo que en esta zona puede detectarse limpiamente el ruido procedente de la fuente primaria. Sin embargo, en la región corriente arriba del dipolo se produce un alto nivel de ruido.

En la figura 4.9, que sigue, se muestra una comparación de los resultados de atenuación que se consiguen con un monopolo de Lueg, un tripolo de Jessel y un dipolo de Swinbanks. Se observa que el monopolo sólo produce atenuación para una impracticablemente estrecha banda de sonido.

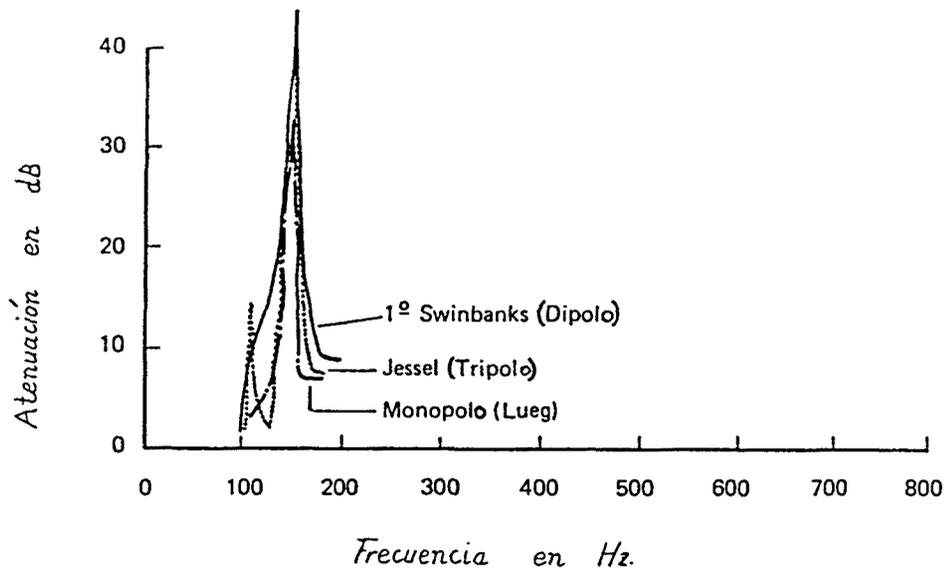


Figura 4.9. Comparación de atenuadores activos.

Los sistemas de múltiples altavoces resultan interesantes, puesto que dan lugar a una atenuación superior.

El espaciamiento físico entre los altavoces, y entre los micrófonos, produce un efecto de sintonización que sitúa mejor la frecuencia de funcionamiento dentro de una banda ancha de frecuencias. Esta conclusión ha sido verificada, independientemente, por científicos rusos, empleando terminaciones anecoicas.

No hay duda de que los atenuadores activos han de presentar un gran desarrollo, en el futuro, para el control del ruido. Ello se debe a la capacidad y a las ventajas que presentan los sistemas de control activo, que han sido descritas en este apartado, y que pueden resumirse en los siguientes puntos:

- Considerable mejora en las reducciones a bajas frecuencias.
- La pérdida de carga en los conductos, ocasionada por la instalación de dichos dispositivos de atenuación activa es, prácticamente, nula.
- Gran reducción en las dimensiones y el peso, con respecto a los sistemas pasivos
- Alto grado de eficacia en la reducción de ruido de banda ancha.

\*\*\*\*\*

#### 4.3. ESTADO ACTUAL DE LA ABSORCION ACTIVA.

En este capítulo se expone un análisis del contenido de los trabajos, que pueden considerarse como más representativos en el campo de la atenuación activa.

##### 4.3.1. HASTA 1977.

##### 4.3.1.1. CRITERIO DE JESSEL SOBRE LOS ABSORBEDORES ACTIVOS DE SONIDO EN CONDUCTOS DE AIRE.[11],[12]

La base teórica del Criterio de Jessel se basa en una dualidad entre el Principio de absorción activa y el Principio de Huygens de propagación de onda. De hecho, ambos pueden ser deducidos como casos especiales de simetría. Una fórmula muy general (1) puede ser aplicada para varios casos de propagación de ondas acústicas. La única consideración que debe tenerse en cuenta es que las ondas sean lo bastantes pequeñas para permitir linealización. Asimismo, las fuentes monopolar y dipolar, correspondientes al Principio de Huygens, deben funcionar juntas al objeto de evitar radiación de retorno de los absorbedores activos.

Considerando un campo de propagación,  $C$ , transmitido desde una fuente primaria dada,  $K$ , se puede suponer que la ecuación de onda principal (o sistema de ecuaciones) que relaciona  $C$  y  $K$  puede ser escrita del siguiente modo:

$$(1) \quad K = \emptyset C$$

siendo  $\emptyset$  un operador conveniente, semejante a una matriz, o a un operador diferencial de d'Alembert.

Veamos, ahora, para las fuentes secundarias (o virtuales),  $K^e$ , como se aseguraría una relación de perturbación para ser conducida hacia el exterior de campo principal  $C$ . Dicha perturbación transforma  $C$  en  $C'$  y  $K$  en  $K'$  en orden a que la ecuación (1) permanezca válida

$$(1') \quad K' = \emptyset C'$$

Siendo dada la relación de perturbación por:

$$(2) \quad C' = p C$$

donde  $p$  es un operador dado o, más simplemente, una función  $p(x,y,z,t)$ .

La cuestión es, ahora, encontrar cómo  $K'$  puede ser conectada con  $\emptyset$ ,  $p$  y  $C$  o  $K$ . Obviamente

$$K' \neq p K$$

ya que, en general,  $\emptyset$  y  $p$  no conmutan. Sea, por lo tanto,  $K^e$  la diferencia entre  $K'$  y  $pK$ , una diferencia que será cero solo en los casos especiales donde  $\emptyset p = p \emptyset$  :

$$(2') \quad K' = p K + K^e$$

La ecuación principal, entonces, toma la forma:

$$(3) \quad \emptyset C' = \emptyset p C = K' = p K + K^s$$

donde  $K^s$  representa las fuentes secundarias buscadas.

Despejando  $K^s$  se tiene :

$$K^s = \emptyset p C - p K$$

y sustituyendo  $K$  por  $\emptyset C$  (ecuación 1), se obtiene :

$$(4) \quad K^s = \emptyset p C - p \emptyset C = (\emptyset p - p \emptyset) C$$

que se trata de las fuentes secundarias, las cuales existirán siempre que suceda que los operadores  $\emptyset$  y  $p$  no conmuten. Ellas también pueden ser calculadas directamente de  $\emptyset$ ,  $p$  y  $C$ , evitando el uso de fórmula integral alguna (implicando el operador inverso  $\emptyset^{-1}$ ).

Un especial e importante caso del lema precedente es el Principio de Huygens.

Sea  $p$  una función  $s(x,y,z)$  tal que :

- \*1º.  $s=0$  en un grupo cerrado de puntos  $A$  que contiene la fuente primaria  $K$ .
- \*2º.  $s=1$  en otro grupo cerrado  $B$  donde se situa el principal punto de observación  $M$  (ver fig.4.10).

Entonces, si se admite que el espacio es topológicamente normal (espacio Tychonoff), el teorema de Urysohn nos permite considerar la función  $s$  como continua en

la abertura S entre A y B, donde las fuentes virtuales, o fuentes secundarias, reemplazan la fuente primaria K, la cual será cancelada por la perturbación s. Se pueden llamar "fuentes de Huygens" ( $K^H$ ) :

$$(5) \quad K^H = (\partial s - s \partial) C$$

en otras palabras, después de la perturbación por la función dada s (la cual puede depender de la variable tiempo, así como de las coordenadas espaciales) la ecuación principal (1) queda :

$$\partial C' = \partial s C = s K + K^H$$

de manera que las fuentes  $K^H$  son consideradas como complementarias de las fuentes perturbadoras principales s K en la producción de la perturbación del campo  $C' = s C$ .

Así, se ve fácilmente que,  $K^H$  desaparece en todas partes que s permanece constante, y especialmente donde s es igual a cero (esto es, en A) y  $s=1$  (esto es, en B). Es notable que desde largo tiempo nadie haya sabido la importancia de la notación que hace evidente esta diferencia entre C y C'. La simplicidad de las presentes consideraciones y razonamientos muestra la consecuencia principal de haber utilizado el operador s.

Nótese, también, que una parte de las fuentes "principales" K podrían ser fuentes virtuales, o imágenes, en vez de las actuales fuentes primarias (por ejemplo, altavoces), activadas por generadores. Las fuentes virtuales

(imágenes) probarían la utilidad de dar razón de las ondas difractadas o reflejadas, en ocasiones, por cuerpos que se encuentran presentes en las zonas A, S, o B.

De forma totalmente similar y por un camino paralelo al Principio de Huygens, se estudia otro caso especial que da lugar al llamado "Principio de absorción activa". Para este caso, se debe tomar

$$(6) \quad p = s'(x,y,z) = 1 - s(x,y,z)$$

Puesto que  $s'=1$  en todos los puntos de A, la fuente principal K permanece inalterada:  $K'' = s'K = K$ .

Las fuentes secundarias,

$$(7a) \quad K^A = (\emptyset s' - s'\emptyset) C = -K^H,$$

son complementarias a las fuentes de Huygens y son tales que, en algún punto M de la región B, el campo total  $C''=s'C$  (producido por K y  $K^A$ , trabajando juntas) es igual a cero, puesto que  $s'=0$  en B.

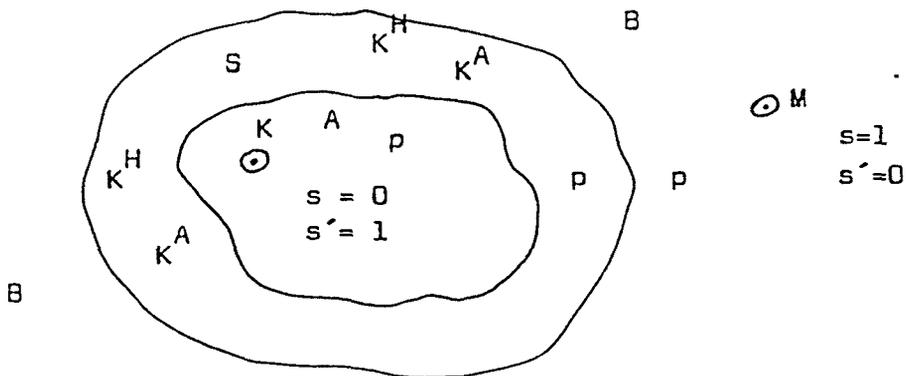


Figura 4.10. Esquema mostrando las fuentes primarias y secundarias.

En la figura 4.10 puede observarse la distribución de fuentes en las diferentes regiones. La fuente principal K está en la parte A del espacio que queda inalterado, por lo cual se toma  $s'=1$  en esta zona. B es la parte del espacio donde se impone que haya silencio, por lo que, en ella, se toma  $s'=0$ . Las fuentes secundarias absorbentes,  $K^A$ , son distribuidas sobre todo el hueco S, en orden que ello produzca en M un campo :

$$(7b) \quad C^A = - C(M)$$

siendo  $C(M)$  el campo producido por la fuente principal, K. Entonces, el campo total en M será

$$(7c) \quad C''(M) = C(M) + C^A = 0$$

El siguiente paso consiste en calcular explícitamente las fuentes secundarias absorbentes  $K^A$ , realizándolas como fuentes experimentales de laboratorio y, finalmente, desarrollarlas en la práctica de forma que este proyecto de "ruido negativo" no resulte demasiado caro.

A continuación se aplican los conceptos anteriores a la acústica lineal.

Escribiendo el campo sonoro como

$$(8) \quad C = \{\sigma, u, P\}$$

donde  $\sigma$  es la densidad acústica,  $u$  es la velocidad de la

partícula y  $P$  es la tensión acústica. Ello constituye la solución de las ecuaciones de la dinámica de gas linealizadas :

$$(9) \quad \delta_t \sigma + \text{div}(\sigma_{\mathbf{E}} u + \sigma u_{\mathbf{E}}) = q = L_1(\sigma, u)$$

$$(10) \quad \delta_t(\sigma_{\mathbf{E}u} + \sigma u_{\mathbf{E}}) + \text{div}(P + \sigma_{\mathbf{E}u} * u_{\mathbf{E}} + \sigma_{\mathbf{E}u} * u_{\mathbf{E}} + \sigma_{\mathbf{E}u} * u) = F = \\ = L_2(\sigma, u, P)$$

$$(11) \quad L_3(\sigma, u, P) = 0$$

La ecuación (9) es la ecuación de la continuidad, la (10) es la ecuación de Euler y la (11) la ecuación de estado, las cuales serán válidas al introducir fuentes secundarias no suplementarias. El signo \* simboliza un producto tensorial. Las cantidades con subíndice  $E$  se refieren a un flujo básico, supuesto uniforme. Se podría, ahora, identificar el sistema, formado por las ecuaciones (9), (10) y (11), con la ecuación principal simbólica (1), escribiendo explícitamente, a partir del anterior sistema de ecuaciones, una matriz que constituye el operador  $\phi$ . No obstante, resultará suficiente el cálculo directo que se expone a continuación.

Dada una función de perturbación  $s'$  las funciones de campo  $\sigma$ ,  $u$  y  $P$  se escribirán:

$$(12) \quad \sigma' = s' \sigma, \quad u' = s' u, \quad P' = s' P$$

las funciones de la fuente primaria  $q$  y  $F$ , entonces, quedarán :

$$(13) \quad q' = s' q + q^A \quad \text{y} \quad F' = s' F + F^A$$

La función de perturbación  $s'(x,y,z)$  es elegida para que  $s'=0$  en la parte del espacio donde se desea obtener silencio. Las fuentes absorbentes necesarias  $q^A$  y  $F^A$  serán definidas por

$$(14) \quad q^A = L_1(s'\sigma, s'u) - s'q$$

$$(15) \quad F^A = L_2(s'\sigma, s'u, s'P) - s'F$$

Unas operaciones algebraicas conducen a

$$(16) \quad q^A = [\sigma_{\mathbf{E}} u + \sigma u_{\mathbf{E}}].\text{grad } s'$$

$$(17) \quad F^A = [P + \sigma u_{\mathbf{E}}*u_{\mathbf{E}} + \sigma_{\mathbf{E}} u*u_{\mathbf{E}} + \sigma_{\mathbf{E}} u_{\mathbf{E}}*u].\text{grad } s'$$

Para un fluido perfecto, donde el tensor tensión acústica  $P$  se reduce a la presión acústica  $p$ , el término  $P.\text{grad } s'$  puede ser reemplazado por  $p.\text{grad } s'$ .

La densidad de monopolos  $q^A$  es cero en lugares donde  $\text{grad } s'$  es perpendicular a las velocidades  $u$  y  $u_{\mathbf{E}}$ , ya que se trata del producto escalar de  $\text{grad } s'$  por el momento linealizado  $\sigma_{\mathbf{E}}u + \sigma u_{\mathbf{E}}$ . Esto es, la proyección del momento sobre trayectorias normales a través del espacio  $S$  [ $S$  puede ser considerado como una serie de superficies definidas por

$s(x,y,z)=\text{constante}$ ]. El dipolo o la fuente pulsante de densidad  $F^A$  es un vector densidad aparente que se expresa como un producto escalar de  $\text{grad } s'$  por la suma del tensor tensión  $P$  y el tensor transporte de los momentos, éste tensor transporte ha sido linealizado dentro de la suma de los tres productos tensoriales que se observan en las ecuaciones (10) y (17). Podría considerarse otro vector de densidad de fuentes  $T^A$ , completando el sistema de ecuaciones (9-11) con una ecuación que expresará el balance del momento de momentos:

$$(18) \quad T^A = [\sigma_E u + \sigma u_E] \times \text{grad } s'$$

Las fuentes  $T^A$  son de la misma clase que las fuentes cuadripolares equivalentes de Lighthill. La ecuación (18) expresa un producto vectorial con los mismos factores que el producto escalar de la ecuación (16). En el caso de un fluido en reposo ( $u_E=0$ ) ello se desvanece cuando  $S$  es un grupo de superficies de onda.

Por otro lado, aunque el tensor tensión es simétrico en la mayoría de los casos, pueden ser necesarias fuentes de este tipo, es decir, fuentes de momento de momentos, para corregir algunos efectos de discontinuidad transversal producidos por la introducción del operador "silenciador"  $s'$ . Pero, no obstante, en un conducto, donde todos los momentos transversales son ignorados, estas fuentes  $T^A$  pueden ser, también, despreciadas.

A continuación se aplican las ecuaciones (16) y (17) a

una onda de sonido propagándose a lo largo de un conducto en el que existe una corriente de aire con flujo uniforme. Tomando como eje  $x$  (vector unitario  $i$ ) la dirección longitudinal del conducto, las fuentes secundarias absorbentes se expresarán:

$$(19) \quad q^A = (\sigma_E U + \sigma U_E) \delta_{xS'}$$

$$(20) \quad i.F^A = (2\sigma_E U_E U + U_E^2 \sigma + P) \delta_{xS'}$$

donde

$$(21) \quad s' = s'(x), \quad u_E = U_E i \quad \text{y} \quad u = U i$$

Por comparación, cuando el aire está en reposo ( $U_E=0$ ,  $\sigma_E=\sigma_0$ )

$$(22) \quad q_0^A = \sigma_0 U \delta_{xS'}$$

$$(23) \quad i.F_0^A = P \delta_{xS'}$$

Las fuentes efectivas  $q^A$  y  $F^A$ , son obtenidas por integración de las densidades (19) y (20), o (22) y (23), sobre el volumen de la abertura  $S$ . Esto es, se puede integrar sobre la sección transversal del conducto y sobre el espesor  $d$  de la abertura, el cual nosotros suponemos que es mucho más estrecho que la longitud de onda. Se considerará más adelante una onda propagándose a lo largo de un conducto, viniendo (ver figura 4.11) de la parte  $x$  menor que 0, donde están las fuentes primarias, y yéndose, a

través del hueco  $S$  en  $x=0$ , al interior de la parte  $x$  mayor que  $0$ , la cual se encuentra "insonorizada".

Introduciendo la velocidad  $c$  del sonido, se tiene:

$$(24) \quad P = c^2 \sigma \quad y \quad P = \sigma_E c U$$

con lo que se obtiene

$$(25) \quad q^A = S' \sigma_E (1 + U_E/c) U$$

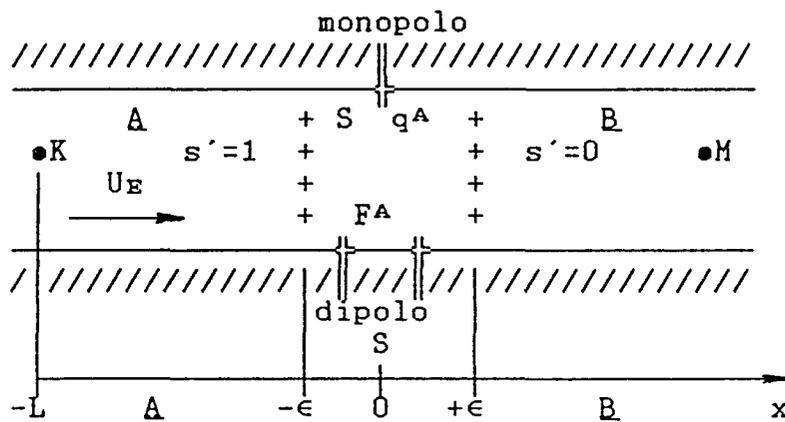


Figura 4.11. Esquema de la geometría del conducto.

y

$$(26) \quad F^A \cdot i = S' (1 + U_E/c)^2 P$$

las cuales son comparadas con las fuentes silenciadoras activas,

$$(27) \quad q_o^A = S' \sigma_o U \quad e \quad i \cdot F_o^A = S' P$$

Se ha trabajado con la hipótesis de que el aire se

encuentra en reposo. Si se considerase la existencia de corriente de aire las fuentes monopulares diferirían en un factor  $(1+M)$  y las fuentes dipolares en un factor  $(1+M)^2$ , siendo  $M$  el número de Mach, que vale  $U_E/c$ .

Jessel y Mangiante realizaron algunos experimentos de acuerdo con la anterior teoría expuesta y basándose, asimismo, en lo descrito en la ponencia presentada por Bschorr en el "Seventh International Congress on Acoustics" celebrado en Budapest en el año 1971, referencia [23], así como en el trabajo presentado por el propio Jessel, con el título "The future of active acoustic absorbers" en el "Symposium on Noise Control" celebrado en Hungría en Agosto de 1971 [12]. Dichos experimentos y sus dificultades se exponen en lo que sigue.[11]

El principal problema experimental consiste en cómo realizar fuentes reales equivalentes a las fuentes secundarias teóricas calculadas exactamente y representadas por las anteriores ecuaciones (16), (17) y (18); (19) y (20), ó (22) y (23).

En primer lugar experimentaron en un conducto estrecho rectilíneo, con aire en reposo, recorrido por una onda progresiva.

Por conveniencia se escribe la onda primaria del siguiente modo:

$$(28) \quad P(x,t) = 2P_0 f(x-ct)$$

$$(29) \quad U(x,t) = 2U_0 f(x-ct)$$

donde  $P_0 = T_0 \text{ c } U_0$

Si la onda es sinusoidal el factor de propagación  $f$  será :

$$f(x-ct) = e^{-i(\omega t - kx)}$$

(30) o bien

$$f(x-ct) = e^{i(\omega t - kx)}$$

Con los anteriores criterios convencionales se pueden resumir, como se indica en la tabla 1, las contribuciones respectivas de las tres fuentes que participan en la acústica del conducto :

- La fuente primaria ( $k$ ), localizada en el extremo  $x = -L$  del conducto.

- Una fuente monopolar ( $m$ ) y una fuente dipolar ( $d$ ), formando ambas, trabajando juntas, una fuente absorbente secundaria ( $k^A$ ) situada en la región  $S$ , determinada por  $x$  comprendida entre  $-\epsilon$  y  $+\epsilon$ .

OPERACION	CAMPO EN REGION A	CAMPO EN REGIOB B
(I) K activa m inactiva d inactiva	$2 P_0 f(x-ct)$ $2 U_0 f(x-ct)$	$2 P_0 f(x-ct)$ $2 U_0 f(x-ct)$
(II) K inactiva m activa d inactiva	$- P_0 f(-x-ct)$ $U_0 f(-x-ct)$	$- P_0 f(x-ct)$ $- U_0 f(x-ct)$
(III) K inactiva m inactiva d activa	$P_0 f(-x-ct)$ $- U_0 f(-x-ct)$	$- P_0 f(x-ct)$ $- U_0 f(x-ct)$
(IV) K inactiva m activa d activa	0 0	$- 2 P_0 f(x-ct)$ $- 2 U_0 f(x-ct)$
(V) K activa m activa d activa	$2 P_0 f(x-ct)$ $2 U_0 f(x-ct)$	0 0

Tabla 4.1. Resumen de las contribuciones de las fuentes.

La fuente monopolar consiste en una cámara de compresión conectada por medio de un estrecho tubo de latón al conducto objeto de estudio. Dos fuentes monopulares acopladas convenientemente dan lugar a una fuente dipolar.

Para las posibilidades de operación II, III y IV, indicadas en la tabla 4.1, conviene tomar mediciones en las regiones A y B del conducto principal para comprobar que los modelos de radiación sean correctos y controlar sus niveles comparativos.

El conducto principal es un tubo de impedancia de sección cuadrada cerrado por ambos extremos mediante fibra

de vidrio, de forma que presenta impedancia iterativa para todas las frecuencias entre 500 y 2000 Hz.

Un micrófono de ensayo puede ser movido a lo largo de las regiones A y B del tubo de impedancia.

Las fuentes secundarias m y d están montadas en la sección central S del conducto y conectadas al mismo por medio de agujeros a través de dos paredes opuestas del citado conducto principal.

Un esquema del montaje se representa en la siguiente figura 4.12.

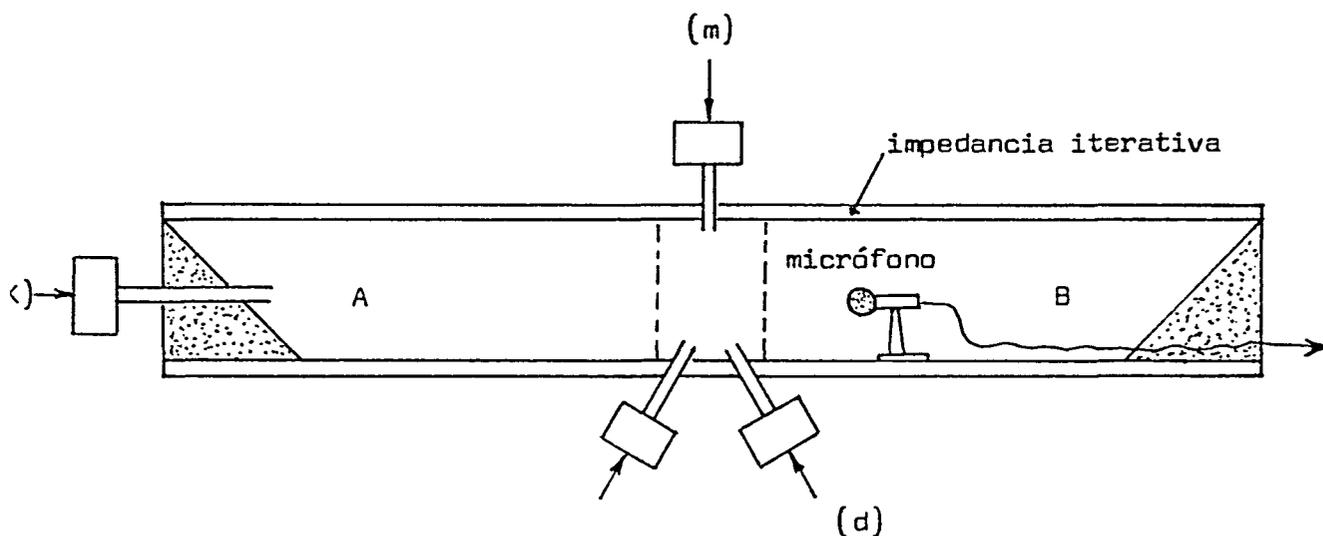


Figura 4.12. Esquema del montaje del sistema de absorción activa.

En los primeros experimentos en el tubo de impedancia, que fueron realizados en el año 1968, se llevaron a cabo, solamente, las operaciones (I) y (V) de la tabla 1. Las fuentes primarias y secundarias fueron conectadas como se indica en el esquema de la siguiente figura nº 4.13.

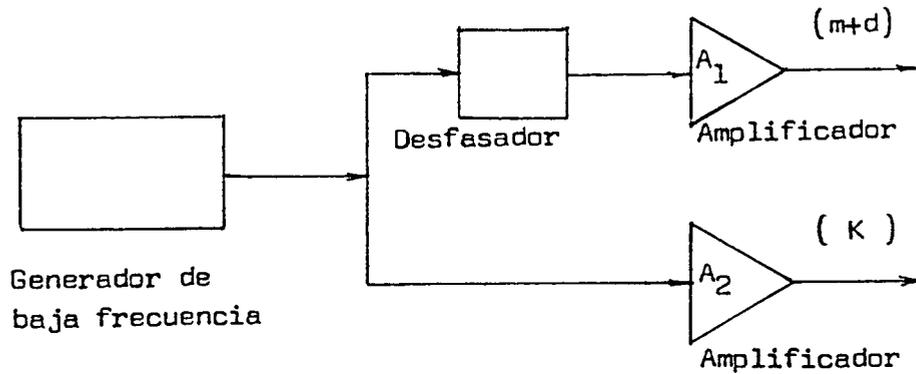


Figura 4.13. Esquema inicial de conexión de fuentes primarias y secundarias.

Posteriormente, en el año 1972, se realizaron nuevos experimentos y, en ellos, se mejoraron notablemente los resultados.

Se verificó la simetría de la fuente monopolar (m) por medio de la operación II.

Se detectó, realizando la operación III, una falta de simetría de 10 dB en la radiación del dipolo d, la cual hubo de ser corregida. Las correcciones que tuvieron que realizarse dependían de la frecuencia. Por todo ello, hubo que modificar la alimentación de las fuentes secundarias, como se muestra en la figura 4.14, usando dos desfaseadores y dos amplificadores. Con este nuevo montaje se pudo reducir la relación de ondas estacionarias, en la región A, desde 10 a 0,1 dB.

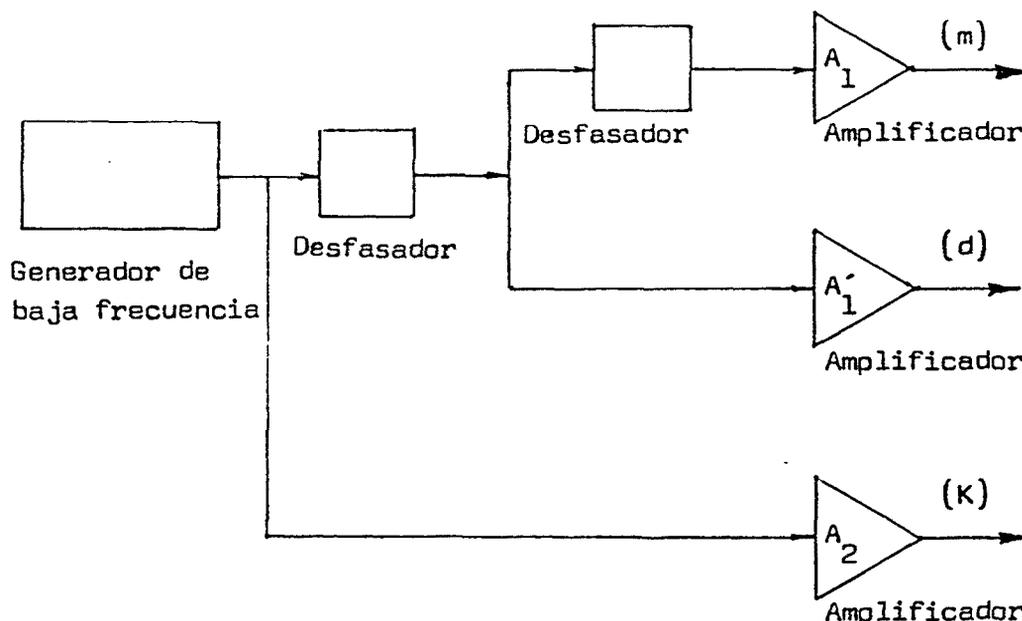


Figura 4.14. Esquema modificado de conexión de fuentes primarias y secundarias.

#### -OBSERVACIONES.

Los experimentos mostrados en este trabajo se encontraban en una fase, todavía, muy preliminar y de los mismos se desprende que este absorbedor activo de sonido actuaba, solamente, como una impedancia electroacústica de banda estrecha .

El siguiente paso, que Jessel y Mangiante previeron debía proyectarse, era la absorción de ruido de baja frecuencia en un conducto con corriente de aire de velocidad moderada, como por ejemplo, el conducto de un sistema de aire acondicionado.

En la parte experimental del trabajo de Jessel no se tienen en cuenta en absoluto, los modos transversales y, por

esta razón, se limitan a la absorción de sonidos, a baja frecuencia para, de esta forma, evitar la aparición de dichos modos de propagación.

\*\*\*\*\*

:

4.3.1.2. INVESTIGACIONES REALIZADAS POR SWINBANKS SOBRE EL CONTROL ACTIVO DE LA PROPAGACION SONORA EN CONDUCTOS LARGOS [17].

Hasta principios de la década, comprendida entre los años 1970 y 1980, el control del sonido, por generación de un campo sonoro adicional que interfiriera con la radiación existente, no había tenido gran proyección. Swinbanks fue uno de los más importantes impulsores, de este tipo de técnicas de reducción sonora, al examinar profundamente la posibilidad de su aplicación, considerando el caso de ondas planas transmitiéndose en un conducto, ya que constituye el problema con mayor número de posibles aplicaciones.

Los métodos, expuestos por Swinbanks, son aplicables, no solo a los problemas donde las frecuencias implicadas se encuentran dentro del espectro audible sino, también, para frecuencias más altas y más bajas que el mismo.

El problema, que se considera, consiste en un fluido que fluye uniformemente, con número de Mach menor que uno, a lo largo de un conducto y la propagación de una onda plana que viaja en el fluido en la dirección de la corriente. El número de Mach será positivo, cuando se analice la propagación del ruido en la misma dirección que la corriente de fluido, mientras que, para el sonido propagándose corriente arriba, el número de Mach es negativo.

El objetivo que debe alcanzarse, aplicando estas técnicas de control, consiste en encontrar una adecuada distribución de fuentes puntuales, montadas en las paredes del conducto, que generen una onda plana que interfiera con

la incidente y, así, reducir su efecto. Esta distribución de fuentes puntuales debe situarse, preferiblemente, cerca del extremo final del conducto, para evitar que, las mismas, exciten la propagación de modos transversales.

La distribución de fuentes, montadas en las paredes del conducto, puede considerarse como una superposición de anillos de fuentes anulares. La contribución de un anillo, a la formación de ondas planas, depende de la intensidad total de sus correspondientes fuentes y no del modo como, éstas, se encuentran distribuidas alrededor del anillo. Sin embargo, la distribución de fuentes en el anillo determina una frecuencia  $w_u(M)$ , a partir de la cual aparecen modos transversales. Se encontró que para un conducto circular  $w_u(M) = 2,1 w_c(M)$ , donde  $w_c(M)$  es la frecuencia fundamental de corte del conducto, ésto es, la frecuencia por debajo de la cual no se pueden propagar modos transversales. Se observó, asimismo, que un simple dispositivo de tres fuentes puntuales simétricamente colocadas, alrededor de un anillo de la pared de un conducto circular, daba tan buenos o mejores resultados que ninguna otra configuración y, de igual modo, no generaba ningún modo transversal a frecuencias que se encontrasen por debajo de  $w_u(M)$ .

En el caso de un conducto de sección cuadrada, donde el anillo de fuentes esté formado por cuatro fuentes puntuales, cada una de ellas montada en el centro de cada cara, se obtiene que la frecuencia, por debajo de la cual no aparecen modos transversales, es  $w_u(M) = 2,8 w_c(M)$ .

Por consiguiente, resulta de interés que los dispositivos de fuentes estén formados por anillos, de forma

que cada uno contenga tres o cuatro fuentes puntuales, que suministren sonidos de frecuencias inferiores a  $w_0(M)$ . De este modo, podrá considerarse la energía total  $m(t)$ , de cada anillo de fuentes, para generar la correspondiente onda plana.

A la vista de lo anterior, surge la pregunta de si podrá ser hallada una combinación de anillos de fuentes, que genere una onda plana, para interferir con la onda incidente en la región corriente abajo de las fuentes.

Puede parecer, a primera vista, que ésto podría conseguirse usando un simple anillo de fuentes, que diera una salida, corriente abajo, igual y opuesta a la onda plana incidente, produciendo una perturbación nula en esta región. Pero, sin embargo, se generaría, a la vez, una salida equivalente corriente arriba, con lo que el campo sonoro no sería absorbido, o atenuado, sino simplemente reflejado. Por otra parte, si además hubiera alguna obstrucción corriente arriba, se produciría una reflexión, hacia la región corriente abajo, de la onda que se propagaba corriente arriba, con lo que no solo habría que controlar la onda incidente, sino, también, dicha onda reflejada.

El objetivo a alcanzar consiste en encontrar una combinación de anillos de fuentes que, en ausencia de onda incidente, sean capaces de producir una salida sólo en la dirección corriente abajo.

Usando dos anillos de fuentes separados es posible generar tal salida unidireccional. Los anillos de fuentes pueden ser colocados de tal manera que sus salidas se cancelen completamente en la dirección corriente arriba y

que, sin embargo, la salida en la dirección corriente abajo sea no nula. Tal combinación operará, satisfactoriamente, para ruidos cuya anchura de banda se encuentre dentro de un limitado rango de frecuencias. La adición de un tercer anillo de fuentes permitirá la eficacia del dispositivo, para ruidos cuya anchura de banda quede limitada por un mayor rango de frecuencias.

Para atenuar la perturbación de la onda incidente es necesario prever que la salida, corriente abajo, de la combinación de anillos de fuentes, sea igual y opuesta a la perturbación y, así, ésta quede cancelada. Bajo estas circunstancias, puede interpretarse que las fuentes están absorbiendo la energía de perturbación.

A continuación se estudia el campo sonoro generado por fuentes distribuidas en un anillo alrededor de las paredes del conducto, en el caso de ausencia de corriente de fluido.

Se emplea, para el estudio teórico inicial, un conducto de sección transversal arbitraria, pero constante, y de paredes duras, como condición límite, lo que equivale a suponer que, durante los ensayos, no se usaron forros de material absorbente.

Se trabaja con un sistema de coordenadas  $(x,y,z)$ , como se indica en la figura 4.15, donde el eje  $x$  se corresponde con la longitud del conducto y los ejes  $y$  y  $z$ , definen el plano de su sección transversal.

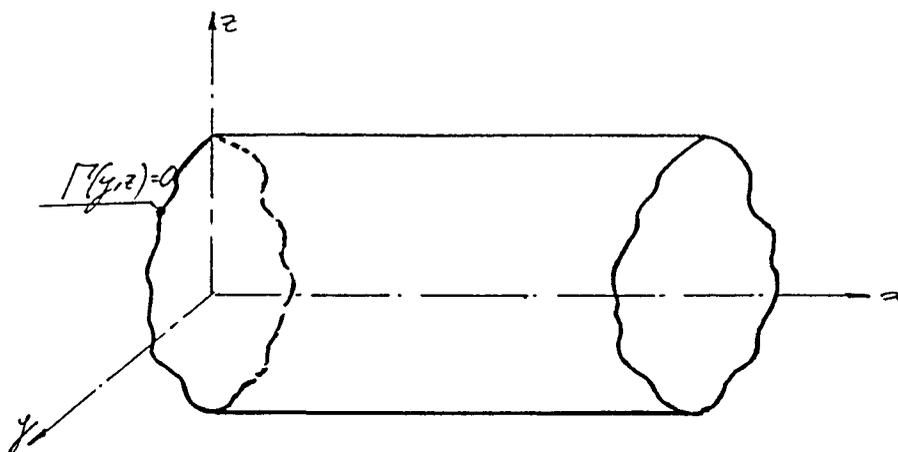


Figura 4.15. Sistema de coordenadas.

La sección transversal del conducto queda definida por la curva  $\Gamma(y,z)=0$ .

La presión acústica  $p(r,t)$ , en el conducto, satisface la ecuación de onda no homogénea.

$$(1) \quad \left( \frac{\delta^2}{\delta t^2} - c^2 \nabla^2 \right) p(r,t) = c^2 \frac{\delta}{\delta t} Q(r,t)$$

donde  $Q(r,t)$  es la densidad de fuentes y  $c$  es la velocidad de propagación del sonido. Se supone que  $Q(r,t)$  es de la forma :

$$Q(r,t) = \delta(x) q(y,z,t)$$

donde  $q(y,z,t)$  es cero en todas partes, excepto en las paredes definidas por la curva  $\Gamma(y,z)=0$ , (anillo de fuentes).

La condición límite, para un conducto de paredes duras,

es  $u \cdot n = 0$  en  $\Gamma(y, z) = 0$ , siendo  $u$  la velocidad de perturbación acústica y  $n$  un vector unitario normal a la superficie de la pared del conducto.

Dada la ecuación de momentos linealizada.

$$(2) \quad \sigma_0 \frac{\delta u}{\delta t} + \nabla p = 0 ,$$

donde  $\sigma_0$  es la densidad inicial del medio, la condición límite, para un conducto de paredes duras, se reduce a  $n \cdot \nabla p = 0$ , ya que derivando, respecto a  $t$ , la condición  $u \cdot n = 0$ , se tiene :

$$(\delta u / \delta t) \cdot n + u \cdot (\delta n / \delta t) = 0$$

pero  $(\delta n / \delta t) = 0$ , ya que  $n = \text{constante}$ , y de acuerdo con la ecuación (2)

$$(\delta u / \delta t) = - (1 / \sigma_0) \nabla p$$

luego

$$(\delta u / \delta t) \cdot n = - (1 / \sigma_0) \nabla p \cdot n = 0$$

y por tanto :

$$\nabla p \cdot n = 0$$

Esto, a su vez, implica que

$$(\delta p / \delta n) = 0, \quad \text{en las paredes}$$

Para resolver la ecuación (1), puede aplicarse la transformación de Fourier con respecto al tiempo.

Se tendrá :

$$[(iw)^2 - c^2 \nabla^2] p(r, w) = c^2 i w \delta(x) q(y, z, w)$$

es decir

$$(3) \quad (-w^2 - c^2 \nabla^2) p(r, w) = i w c^2 \delta(x) q(y, z, w)$$

manteniéndose, también con la transformada de la presión, la condición

$$(\delta p / \delta n) = 0 \quad \text{en} \quad \Gamma(y, z) = 0$$

La ecuación (3) puede expresarse

$$\left(-\frac{w^2}{c^2} - \nabla^2\right) p(r, w) = i w \delta(x) q(y, z, w)$$

es decir

$$\left(\frac{w^2}{c^2} + \nabla^2\right) p(r, w) = -i w \delta(x) q(y, z, w)$$

quedando, por tanto

$$(3') \quad \nabla^2 p(r, w) + \frac{w^2}{c^2} p(r, w) = -i w \delta(x) q(y, z, w)$$

que resolviéndola por separación de variables[19], se tiene:

$$p(r,w) = p(x,y,z,w) = X(x,w) \phi(y,z)$$

donde

$$\frac{\delta p}{\delta y} = \frac{\delta \phi}{\delta y} X(x,w)$$

$$\frac{\delta^2 p}{\delta y^2} = \frac{\delta^2 \phi}{\delta y^2} X(x,w)$$

$$\frac{\delta p}{\delta z} = \frac{\delta \phi}{\delta z} X(x,w)$$

$$\frac{\delta^2 p}{\delta z^2} = \frac{\delta^2 \phi}{\delta z^2} X(x,w)$$

$$\frac{\delta p}{\delta x} = \phi(y,z) \frac{\delta X}{\delta x}$$

$$\frac{\delta^2 p}{\delta x^2} = \phi(y,z) \frac{\delta^2 X}{\delta x^2}$$

La ecuación (3') puede ser expresada por :

$$(3'') \quad \frac{\delta^2 p}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 p}{\delta z^2} + \frac{w^2}{c^2} p = - \frac{\delta^2 p}{\delta x^2} - i w \delta(x) q(y,z,w)$$

Sustituyendo, en ella, los valores de las derivadas parciales, se obtiene :

$$\begin{aligned} \frac{\delta^2 \phi}{\delta y^2} X(x, w) + \frac{\delta^2 \phi}{\delta z^2} X(x, w) + \frac{w^2}{c^2} X(x, w) \phi(y, z) = \\ = - \phi(y, z) \frac{\delta^2 X}{\delta x^2} - i w \delta(x) \underline{q}(y, z, w) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\delta^2 \phi}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 \phi}{\delta z^2} + \frac{w^2}{c^2} \phi \right] X(x, w) = \\ = - \phi(y, z) \frac{\delta^2 X}{\delta x^2} - i w \delta(x) \underline{q}(y, z, w) \end{aligned}$$

y expresando

$$\underline{q}(y, z, w) = a(w) \phi(y, z)$$

se tendrá :

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\delta^2 \phi}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 \phi}{\delta z^2} + \frac{w^2}{c^2} \phi \right] X(x, w) = \\ = - \phi(y, z) \left[ \frac{\delta^2 X}{\delta x^2} + i w \delta(x) a(w) \right] \end{aligned}$$

donde dividiendo, miembro a miembro, por  $\phi(y, z) \cdot X(x, w)$ , se obtiene :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\phi(y, z)} \left[ \frac{\delta^2 \phi}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 \phi}{\delta z^2} \right] + \frac{w^2}{c^2} = \\ = - \frac{1}{X(x, w)} \left[ \frac{\delta^2 X}{\delta x^2} + i w \delta(x) a(w) \right] \end{aligned}$$

es decir :

$$\frac{1}{\phi(y,z)} \left[ \frac{\delta^2 \phi}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 \phi}{\delta z^2} \right] =$$

$$= - \frac{w^2}{c^2} - \frac{1}{X(x,w)} \left[ \frac{\delta^2 X}{\delta x^2} + i w \delta(x) a(w) \right]$$

que, como el primer miembro es independiente de  $x$  y el segundo es independiente de  $y$  y de  $z$ , serán iguales si ambos son iguales a una constante. Sea ésta  $(-\mu^2/c^2)$ .

Con lo que el primer miembro quedará :

$$\frac{1}{\phi(y,z)} \left[ \frac{\delta^2 \phi}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 \phi}{\delta z^2} \right] = - \frac{\mu^2}{c^2}$$

es decir :

$$\frac{\delta^2 \phi}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 \phi}{\delta z^2} - \frac{\mu^2}{c^2} \phi = 0$$

de modo que:

$$(4) \quad \left[ \frac{\delta^2}{\delta y^2} + \frac{\delta^2}{\delta z^2} \right] \phi(y,z) - \frac{\mu^2}{c^2} \phi(y,z) = 0$$

siendo  $\phi(y,z)$  la solución transversal de la ecuación homogénea.

Del mismo modo, el segundo miembro quedará :

$$- \frac{w^2}{c^2} - \frac{1}{X(x,w)} \left[ \frac{\delta^2 X}{\delta x^2} + i w \delta(x) a(w) \right] = - \frac{\mu^2}{c^2}$$

donde multiplicando, miembro a miembro, por  $X(x,w)$  se

obtiene :

$$-\frac{\omega^2}{c^2} X - \frac{\delta^2 X}{\delta x^2} - i \omega \delta(x) a(\omega) = -\frac{\mu^2}{c^2} X$$

es decir :

$$\frac{\delta^2 X}{\delta x^2} + \left[ \frac{\omega^2 - \mu^2}{c^2} \right] X(x, \omega) = -i \omega \delta(x) a(\omega)$$

o, lo que es lo mismo :

$$(5) \quad \left[ \frac{\delta^2}{\delta x^2} + \frac{\omega^2 - \mu^2}{c^2} \right] X(x, \omega) = -i \omega \delta(x) a(\omega)$$

cuya solución puede expresarse :

$$(6) \quad X(x, \omega) = a(\omega) \frac{\omega}{2k} \exp[ -i k |x| ]$$

donde

$$k = \frac{(\omega^2 - \mu^2)^{1/2}}{c}$$

y el signo ha sido elegido para satisfacer la condición de la radiación, dando propagación de ondas, hacia el exterior, cuando  $k^2$  es mayor que cero, o bien modos exponencialmente decrecientes, cuando  $k^2$  es menor que cero.

Por ejemplo,

para  $k^2$  mayor que cero;  $k = c^{-1}(\omega^2 - \mu^2)^{1/2}$

y para  $k^2$  menor que cero;  $k = -i c^{-1}|\omega^2 - \mu^2|^{1/2}$

La expresión general del campo sonoro generado por un anillo fuente  $\delta(x).q(y,z,t)$ , quedará de la siguiente forma :

$$p(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(x,w) \phi(y,z) e^{iwt} dw$$

es decir :

$$(7) \quad p(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} a(w) \frac{w}{2k} \phi(y,z) e^{i(wt-k|x|)} dw$$

Un resultado, de esta expresión, puede ser que un modo dado,  $\phi(y,z)$ , sea propagado sólo si la frecuencia  $w$  de la fuente excede el valor de la frecuencia de "corte"  $\mu$ . Para frecuencias de la fuente inferiores, a dicha frecuencia de corte, el modo es atenuado exponencialmente con la distancia desde la fuente.

Las amplitudes de los modos excitados por una fuente-anillo dada, son directamente proporcionales a los coeficientes  $a(w)$  de la función representativa de la distribución de fuentes. Así, resulta ahora apropiado considerar el número de grados de libertad que se tienen en cuenta en la elección de dichos coeficientes  $a(w)$ , y de aquí que, desarrollándolo, se puede evitar la propagación de modos transversales con un simple anillo de fuentes. A continuación se estudia el caso particular de un conducto cuadrado de lado  $a$ .

Para este caso, de un conducto cuadrado de lado  $a$ , las funciones  $\phi(y,z)$ , que satisfacen  $(\delta\phi/\delta n)=0$  en las paredes,

vienen dadas por :

$$\phi_{mn} = \cos(m\pi y/a) \cos(n\pi z/a)$$

donde  $m, n \in \mathbb{N}$  (conjunto de números naturales)

siendo las frecuencias propias :

$$\omega_{mn} = (\pi c/a) \sqrt{(n^2 + m^2)}$$

según se determina en el apartado 2.11. ref[1]

Considerando una fuente de la forma  $q(y,z,t) \cdot \delta(x)$ , donde

$$q(y,z,t) = [m(t)/4a][\delta(y)+\delta(y-a)+\delta(z)+\delta(z-a)]$$

como puede ser el caso de una lonja anular uniforme de tensión  $m(t)$ . Entonces :

$$q(y,z,w) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{mn}(w) \cos \frac{m\pi y}{a} \cos \frac{n\pi z}{a}$$

calculándose  $a_{mn}$  del siguiente modo :

$$a_{mn}(w) = \iint_{\text{Sección transversal}} q(y,z,w) \phi(y,z) dy dz$$

por lo que

$$a_{mn}(w) = \frac{m(w)}{4a} \frac{4}{a^2} \int_0^a dy \int_0^a dz [\delta(y) + \delta(y-a) +$$

$$+ \delta(z) + \delta(z-a)] \cdot \cos(m\pi y/a) \cdot \cos(n\pi z/a)$$

de donde se deduce que :

$$a_{00} = (4/a^2) \mathfrak{m}(\omega)$$

$$a_{0n} = a_{n0} = (1/a^2)[1 + (-1)^n] \mathfrak{m}(\omega)$$

$$a_{mn} = 0$$

La presión total del campo es, entonces :

$$p(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \sum_m \sum_n a_{mn}(\omega) \frac{\omega}{2k_{mn}} \cos \frac{m\pi y}{a} \cos \frac{n\pi z}{a} e^{i(\omega t - k_{mn}|x|)}$$

De todos los modos posibles  $(m,n)$ , solo los modos  $(2n,0)$  y  $(0,2n)$  pueden ser generados por una lonja uniforme, ya que si  $n$  es impar el coeficiente  $a_{n0}$  es nulo. Así la frecuencia más baja a la que se podrán generar modos transversales será la correspondiente al modo  $(2,0)$ . Por consiguiente, a frecuencias más bajas, que la anterior, sólo se propagarán ondas planas. Puesto que  $\omega_{20} = (2\pi c/a)$  y la frecuencia fundamental de corte del conducto es  $\omega_c = (\pi c/a)$ , se deduce que, para esta configuración, se generarán ondas planas siempre que las frecuencias de excitación sean inferiores a  $2\omega_c$ .

Considerando, ahora, el efecto de una distribución no uniforme de fuentes alrededor de un anillo, al objeto de intentar aumentar la frecuencia por debajo de la cual se produzcan ondas planas, se tendrá



$$= (1/2a^2) \begin{bmatrix} a_0+b_0+c_0+d_0 & a_1+b_1+c_0-d_0 & a_2+b_2+c_0+d_0 & \dots \\ a_0-b_0+c_1+d_1 & a_1-b_1+c_1-d_1 & a_2-b_2+c_1+d_1 & \dots \\ a_0+b_0+c_2+d_2 & a_1+b_1+c_2-d_2 & a_2+b_2+c_2+d_2 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

El objetivo que se persigue consiste en generar una onda plana, de determinada amplitud, asegurando, al mismo tiempo, que la frecuencia del primer modo transversal generado sea lo más alta posible, ésto es, aumentar al máximo

$$w^2 = (m'^2 + n'^2)(\pi^2 c^2 / a^2)$$

donde  $m'$  y  $n'$  son los subíndices del primer término no nulo,  $a_{m'n'}$ , de la matriz, a parte del  $a_{00}$ .

Se observa que no es posible hacer que todos los términos de la tercera fila, o columna, desaparezcan simultáneamente y, en consecuencia, es innecesario considerar más términos que los escritos en la anterior matriz.

Es fácil ver que  $a_{00}+a_{22}=a_{20}+a_{02}$ , y, por consiguiente, puesto que  $a_{00} \neq 0$ , el menor de los restantes tres términos puede ser no nulo.

Así, la más completa combinación será la dada por :

$$a_1 = b_1 = c_1 = d_1 = 0$$

$$a_0 = b_0 \quad , \quad c_0 = d_0$$

$$a_2 = b_2 = -c_0$$

$$c_2 = d_2 = -a_0$$

la cual da :

$$(1/2a^2) \begin{bmatrix} a_{00} & 0 & 0 & \dots\dots\dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots\dots\dots \\ 0 & 0 & -a_{00} & \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \end{bmatrix}$$

La frecuencia correspondiente al primer modo transversal generado, será la correspondiente a  $a_{22}$ , es decir:

$$\begin{aligned} w &= (\pi c/a) \sqrt{(m'^2 + n'^2)} = (\pi c/a) \sqrt{(2^2 + 2^2)} = \\ &= 2,8(\pi c/a) = 2,8 w_c \end{aligned}$$

Este es el mejor resultado que puede obtenerse, usando una distribución general de fuentes alrededor del anillo.

Si la frecuencia excede de  $2,8 w_c$  no puede evitarse la generación y propagación de modos transversales.

Esta forma para  $a_{mn}(w)$  se obtiene usando una distribución de fuentes como la siguiente :

$$f(y,w) = g(y,w) = h(y,w) = k(y,w)$$

siendo

$$f(y,w) \approx \frac{1}{2} - \cos(2\pi y/a) + \dots$$

Una fuente puntual sencilla en el centro de cada lado,  $m(w) \cdot \delta(y - \frac{1}{2} a)$ , puede producir un desarrollo de Fourier de esta forma. Así, es posible obtener esta configuración óptima colocando cuatro fuentes simétricamente dispuestas, como se indica en la figura 4.16.

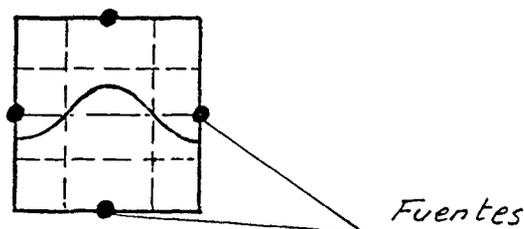


Figura 4.16. Elección óptima de un anillo de fuentes en un conducto cuadrado, mostrando el primer modo transversal generado.

Análogamente, para el caso de un conducto de sección circular, se obtiene una distribución de fuentes óptima, consistente, en este caso, en tres fuentes simétricamente distribuidas, a lo largo de un anillo del conducto, tales que el primer modo transversal propagado es de una frecuencia

$$w = 2,1 w_c$$

siendo  $w_c$  la frecuencia de corte del conducto, que viene dada por

$$w_c = 1,84 \ c/R$$

donde R es el radio del conducto y c la velocidad de propagación sonora.

Tanto en el caso de la distribución de fuentes óptima para este conducto circular, como en el de la del conducto cuadrado, estudiado anteriormente, el primer modo transversal generado es completamente simétrico, habiendo un aumento de presión en el centro del conducto acompañado por una caída de presión en las paredes.

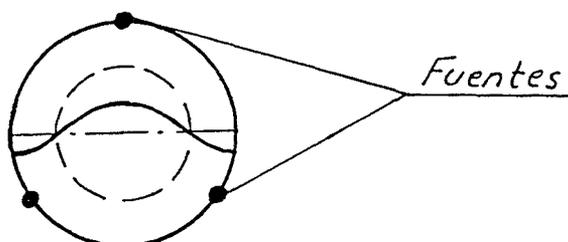


Figura 4.17. Elección óptima de un anillo de fuentes para un conducto circular, mostrando el primer modo transversal generado.

Se considera, a continuación, el efecto de una corriente uniforme de número de Mach M menor que la unidad. En este caso, introduciendo un perfil de velocidad constante M c, la ecuación que describe la propagación del sonido en el conducto es

$$(8) \quad \left[ \left( \frac{\delta}{\delta t} + M c \frac{\delta}{\delta x} \right)^2 - c^2 \nabla^2 \right] p =$$

$$= c^2 \left( \frac{\delta}{\delta t} + M c \frac{\delta}{\delta x} \right) Q(r, t)$$

sin perjuicio de que se siga cumpliendo la condición límite  $(\delta p / \delta n) = 0$ , en las paredes del conducto.

Aplicando la transformación de Fourier con respecto al tiempo, a la ecuación (8), se obtiene :

$$(9) \quad \left[ \left( i w + M c \frac{\delta}{\delta x} \right)^2 - c^2 \nabla^2 \right] p(r, w) =$$

$$= c^2 \left( i w + M c \frac{\delta}{\delta x} \right) Q(r, w)$$

cumpléndose, asimismo,  $(\delta p / \delta n) = 0$  en  $\Gamma(y, z) = 0$ .

Resolviéndola, como se hizo con la ecuación (3), se tiene :

$$(10) \quad \left( \frac{\delta^2}{\delta y^2} + \frac{\delta^2}{\delta z^2} \right) \phi(y, z) - \frac{\mu^2}{c^2} \phi(y, z) = 0$$

que es la función transversal de la ecuación homogénea, y en la que se sigue verificando que  $(\delta \phi / \delta n) = 0$  en  $\Gamma(y, z) = 0$ .

Esta ecuación es independiente de  $M$ , de manera que las funciones transversales son exactamente las mismas que aquellas determinadas para el caso estacionario.

Por consiguiente el desarrollo de  $Q(r, w)$  en términos de estas funciones es, también, invariable.

$$Q(r, w) = \delta(x) \sum_n a_n(w) \phi_n(y, z)$$

Entonces, si

$$p(r, w) = \sum_n X_n(x, w) \delta(y, z)$$

la ecuación para  $X_n(x, w)$  es

$$(11) \quad \left[ (1-M^2) \frac{d^2}{dx^2} - 2 \frac{i\omega M}{c} \frac{d}{dx} + \frac{1}{c^2} (\omega^2 - \mu^2) \right] X_n(x, w) =$$

$$= - a_n(\omega) \left( i \omega + M c \frac{d}{dx} \right) \delta(x)$$

Pudiendo ser fácilmente verificado que la solución de esta ecuación puede ser de la forma  $\exp[i k_n x]$ ,  $x \neq 0$ , donde  $k_n$  es una de las raíces de

$$(1 - M^2) k^2 - \frac{2\omega M}{c} k - \frac{1}{c^2} (\omega^2 - \mu^2) = 0$$

y teniendo en cuenta, además, que  $X_n(x, w)$  puede satisfacer, en la proximidad de  $x=0$  :

$$[X_n(x, w)]_{0^-}^{0^+} = - a_n(\omega) M c (1 - M^2)^{-1}$$

$$[X'_n(x, w)]_{0^-}^{0^+} = - i \omega a_n(\omega) [1 + M^2] [1 - M^2]^{-2}$$

La solución apropiada es, entonces, dada por

$$X_n(x, w) = \frac{1}{2} a_n(\omega) \mu^{\pm} \left[ \left( \frac{\omega^2}{c^2} - (1 - M^2) \frac{\mu^2}{c^2} \right)^{-1/2} \exp[i k_n^{\pm} x] \right]$$

con  $\pm$ , según sea  $x$  mayor o menor que cero, y

$$k_n^\pm = \left\{ M \frac{w}{c} \pm \sqrt{\left[ \frac{w^2}{c^2} - (1 - M^2) \frac{\mu^2}{c^2} \right]} \right\} (1 - M^2)^{-1}$$

$$\begin{aligned} \mu^\pm &= w + k_n^\pm M c = \\ &= \left\{ w \pm M \sqrt{\left[ w^2 - (1 - M^2) \mu^2 \right]} \right\} (1 - M^2)^{-1} \end{aligned}$$

La corriente uniforme produce, como efecto, la reducción de la frecuencia de corte del modo  $n$ , que era  $\mu = w_n$  en el caso estacionario, a

$$(1 - M^2)^{1/2} w_n$$

Al mismo tiempo existe una ampliación de la amplitud de dicho modo.

Sin embargo, los modos que son excitados, por una distribución de fuentes en anillo dada, permanecen igual. Por lo tanto, la elección prevista de la distribución de fuentes en anillo no será afectada por la presencia de una corriente uniforme, aunque la más alta frecuencia de operación  $w_u$  habrá sido reducida por un factor  $(1 - M^2)^{1/2}$ .

Puede destacarse, también, que si el término fuente  $Q(r, t)$  corresponde, en la práctica, al movimiento en una parte de las paredes del conducto (así es el caso del altavoz montado en la pared) la tensión efectiva de la fuente es proporcional a

$$\left( \frac{\delta}{\delta t} + M c \frac{\delta}{\delta x} \right) \text{ (desplazamiento límite)}$$

La expresión para el modo de onda plana, se reduce a :

$$p(r,t) = \frac{c}{2A} \frac{1}{(1+M)} m\left[t - \frac{x}{c(1+M)}\right], \quad x \geq 0$$

$$p(r,t) = \frac{c}{2A} \frac{1}{(1-M)} m\left[t + \frac{x}{c(1-M)}\right], \quad x \leq 0$$

donde  $A$  es el área total de la sección transversal del conducto y  $m(t)$  es la tensión total del anillo de fuentes. Ha sido establecido, en lo anterior, que puede usarse un anillo de fuentes simple para producir una salida consistente sólo en la propagación de ondas planas, para frecuencias más bajas que  $w_u(M)$ , y para el caso en que  $M$  sea menor que 1. Estas ondas planas se propagan en las direcciones corriente arriba y corriente abajo del conducto.

Sin embargo, combinando los efectos de dos anillos de fuentes, separados una distancia  $b$ , es posible generar una onda que se propague en una sola dirección.

En la siguiente figura 4.18 se muestra el dispositivo formado por dos anillos de fuentes.

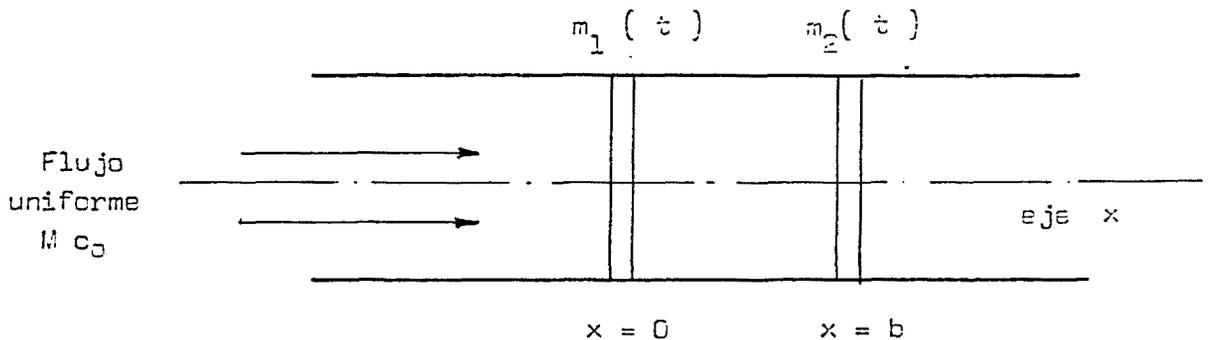


Figura 4.18. Geometría de la disposición de dos anillos de fuentes.

Sean  $m_1(t)$  y  $m_2(t)$  dos anillos de fuentes situados, respectivamente, en  $x=0$  y en  $x=b$ , como se indica en la figura 4.18. La salida en la dirección corriente arriba es dada por :

$$(12) \quad \frac{c}{2A} \frac{1}{1-M} m_1 \left[ t + \frac{x}{c(1-M)} \right] + \frac{c}{2A} \frac{1}{1-M} m_2 \left[ t + \frac{x-b}{c(1-M)} \right]$$

para  $x \leq 0$

Pero eligiendo

$$m_1(t) = - m_2 \left[ t - \frac{b}{c(1-M)} \right]$$

la expresión (12) se hace nula.

Sin embargo, la salida corriente abajo es, entonces :

$$(13) \quad \frac{c}{2A} \frac{1}{1+M} m_2 \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} \right] + \frac{c}{2A} \frac{1}{1+M} m_1 \left[ t - \frac{x}{c(1+M)} \right] =$$

$$= \frac{c}{2A} \frac{1}{1+M} \left\{ m_2 \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} \right] - m_2 \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} - \tau_0 \right] \right\}$$

para  $x \geq b$

donde

$$\tau_0 = \frac{2b}{c(1-M^2)}$$

ya que :

$$\begin{aligned}
m_1\left[t - \frac{x}{c(1+M)}\right] &= -m_2\left[t - \frac{b}{c(1-M)} - \frac{x}{c(1+M)}\right] = \\
&= -m_2\left[t - \frac{b}{c(1-M)} - \frac{b}{c(1+M)} + \frac{b}{c(1+M)} - \frac{x}{c(1+M)}\right] = \\
&= -m_2\left[t - \frac{x-b}{c(1+M)} - \frac{b}{c(1-M)} - \frac{b}{c(1+M)}\right] = \\
&= -m_2\left[t - \frac{x-b}{c(1+M)} - \tau_0\right]
\end{aligned}$$

por lo que

$$\begin{aligned}
\tau_0 &= \frac{b}{c(1-M)} + \frac{b}{c(1+M)} = \frac{b}{c} \left( \frac{1}{1-M} + \frac{1}{1+M} \right) = \\
&= \frac{b}{c} \left[ \frac{1+M+1-M}{(1-M)(1+M)} \right] = \frac{b}{c} \frac{2}{1-M^2}
\end{aligned}$$

luego,

$$\tau_0 = \frac{2b}{c(1-M^2)}$$

En general, la ecuación (13) será no nula. En efecto, solamente, se anulará si  $m_2(t) = m_2(t - \tau_0)$ , lo cual ocurre, sólo, para salidas sinusoidales de frecuencia  $2\pi n/\tau_0$ , para  $n = 0, 1, 2, \dots$

En efecto :

$$m_2(t) = m_0 \operatorname{sen} \frac{2\pi n}{\tau_0} t$$

$$\begin{aligned}
 m_2(t-\tau_0) &= m_0 \operatorname{sen}\left[\frac{2\pi n}{\tau_0}(t-\tau_0)\right] = \\
 &= m_0\left(\operatorname{sen}\frac{2\pi n}{\tau_0}t \cos 2\pi n - \cos\frac{2\pi n}{\tau_0}t \operatorname{sen} 2\pi n\right)
 \end{aligned}$$

Para  $n = 0, 1, 2, \dots$ ,  $\operatorname{sen} 2\pi n = 0$  y  $\cos 2\pi n = 1$

luego

$$m_2(t-\tau_0) = m_0 \operatorname{sen}\frac{2\pi n}{\tau_0}t = m_2(t)$$

Ahora, se considera la amplitud de la onda plana unidireccional de salida como función de la frecuencia. Si cada fuente opera sinusoidalmente, con amplitud  $m_0$ , a frecuencia  $w$ , la salida corriente abajo es :

$$\begin{aligned}
 (14) \quad \frac{c}{2A} \frac{m_0}{(1+M)} \left[ \operatorname{sen} w\left(t - \frac{x-b}{c(1+M)}\right) - \right. \\
 \left. - \operatorname{sen} w\left(t - \frac{x-b}{c(1+M)} - \tau_0\right) \right] =
 \end{aligned}$$

$$= \frac{c}{A} \frac{m_0}{(1+M)} \operatorname{sen}\frac{w\tau_0}{2} \cos w \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} - \frac{\tau_0}{2} \right]$$

Efectivamente, puesto que :

$$\frac{1}{2} \left\{ \operatorname{sen} w \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} \right] - \operatorname{sen} w \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} - \tau_0 \right] \right\} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \left\{ \text{sen } w \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} \right] - \text{sen } w \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} \right] \cos w T_0 + \right. \\
&\quad \left. + \cos w \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} \right] \text{sen } w T_0 \right\} = \\
&= \frac{1}{2} \left\{ \text{sen } w \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} \right] - \text{sen } w \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} \right] \left( \cos^2 \frac{w T_0}{2} - \text{sen}^2 \frac{w T_0}{2} \right) + \right. \\
&\quad \left. + \cos w \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} \right] 2 \text{sen } \frac{w T_0}{2} \cos \frac{w T_0}{2} \right\} = \\
&= \frac{1}{2} \left\{ \text{sen } w \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} \right] - \text{sen } w \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} \right] \left( 1 - \text{sen}^2 \frac{w T_0}{2} - \text{sen}^2 \frac{w T_0}{2} \right) + \right. \\
&\quad \left. + \cos w \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} \right] 2 \text{sen } \frac{w T_0}{2} \cos \frac{w T_0}{2} \right\} = \\
&= \frac{1}{2} \left\{ \text{sen } w \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} \right] 2 \text{sen}^2 \frac{w T_0}{2} + \right. \\
&\quad \left. + \cos w \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} \right] 2 \text{sen } \frac{w T_0}{2} \cos \frac{w T_0}{2} \right\} = \\
&= \text{sen } \frac{w T_0}{2} \left\{ \text{sen } w \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} \right] \text{sen } \frac{w T_0}{2} + \right. \\
&\quad \left. + \cos w \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} \right] \cos \frac{w T_0}{2} \right\} = \\
&= \text{sen } \frac{w T_0}{2} \cos \left\{ w \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} \right] - \frac{w T_0}{2} \right\} = \\
&= \text{sen } \frac{w T_0}{2} \cos w \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} - \frac{T_0}{2} \right]
\end{aligned}$$

de la ecuación (14) se desprende que la amplitud de la onda emitida es :

$$\frac{c}{A} \frac{m_0}{(1+M)} \left| \text{sen} \frac{\omega \tau_0}{2} \right|$$

que, como puede verse, es función de la frecuencia.

Resulta interesante comparar esta amplitud de onda, generada en la dirección corriente abajo por dos anillos de fuentes, con la amplitud constante que generaría, en la misma dirección, un solo anillo de fuentes, que actuara en el mismo fluido.

Dicho anillo de fuentes sencillo podría emitir una onda de amplitud  $(c/2A)[m_0/(1+M)]$ , independientemente de la frecuencia.

Se encuentra, por tanto, que la relación de la amplitud de salida de la doble fuente a la amplitud de salida de la fuente sencilla es

$$n = 2 \left| \text{sen} (\omega \tau_0 / 2) \right|$$

la cual se representa, gráficamente, en la siguiente figura 4.19.

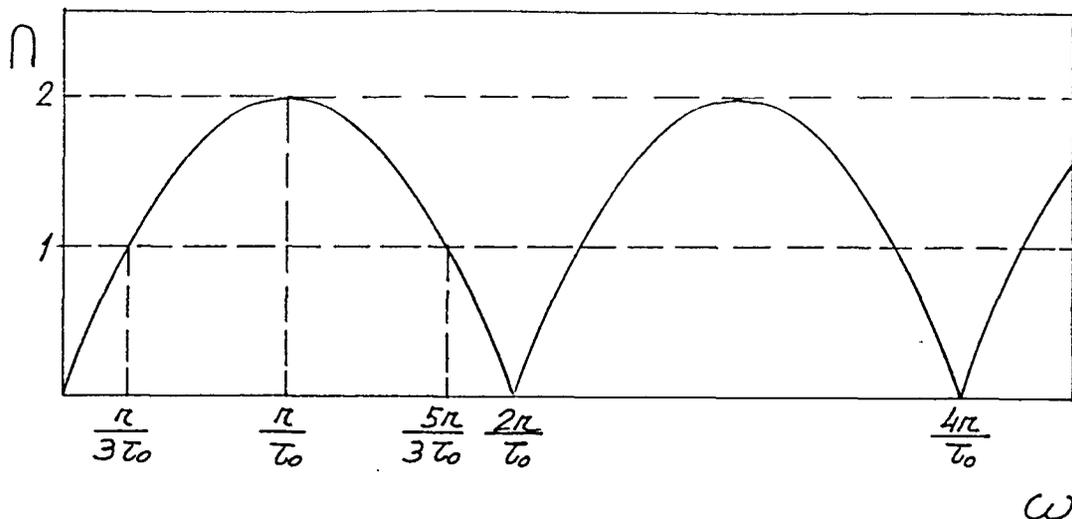


Figura 4.19. Ilustración del rango de frecuencias útil con generador unidireccional de dos anillos.

Se puede suponer que el rango de frecuencias útil, de un generador unidireccional, es aquel en el cual resulta  $n \geq 1$ , es decir, el rango de frecuencias, dentro del cual, la salida de la doble fuente es mayor que la de una fuente sencilla de su misma tensión  $m_0$ . Esto ocurre en el intervalo

$$(2\pi n/\tau_0) + (\pi/3\tau_0) \leq \omega \leq (2\pi n/\tau_0) + (5\pi/3\tau_0)$$

para  $n=0,1,2,\dots$

El rango fundamental es, aproximadamente, de 2 y 1/3 octavas, mientras que los intervalos siguientes dan lugar a rangos relativamente menores.

A continuación se considerará el efecto de la introducción de un tercer anillo de fuentes, al objeto de

averiguar si, de esta forma, el rango útil de frecuencias puede incrementarse de modo apreciable. Se consideran los anillos de fuentes  $m_1(t)$ ,  $m_2(t)$  y  $m_3(t)$ , situados en  $x=0$ ,  $x=b$  y  $x=d$ , respectivamente. La salida en la dirección corriente arriba será :

$$(15) \quad \frac{c}{2A} \frac{1}{(1-M)} \left\{ m_1 \left[ t + \frac{x}{c(1-M)} \right] + m_2 \left[ t + \frac{x-b}{c(1-M)} \right] + m_3 \left[ t + \frac{x-d}{c(1-M)} \right] \right\}, \quad x \leq 0$$

mientras en la dirección corriente abajo, se obtiene:

$$(16) \quad \frac{c}{2A} \frac{1}{(1+M)} \left\{ m_1 \left[ t - \frac{x}{c(1+M)} \right] + m_2 \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} \right] + m_3 \left[ t - \frac{x-d}{c(1+M)} \right] \right\}, \quad x \geq d$$

La condición, para que no se produzca salida en la dirección corriente arriba, es

$$m_1(t) = - m_2 \left[ t - \frac{b}{c(1-M)} \right] - m_3 \left[ t - \frac{d}{c(1-M)} \right]$$

y substituyendo ésto en la ecuación (16) se obtiene la salida en la dirección corriente abajo.

$$(17) \quad \frac{c}{2A} \frac{1}{1+M} \left\{ m_2 \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} \right] - m_2 \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} - \tau_1 \right] + \right.$$

$$+ m_3 \left[ t - \frac{x-d}{c(1+M)} \right] - m_3 \left[ t - \frac{x-d}{c(1+M)} - \tau_2 \right]$$

donde

$$\tau_1 = \frac{2b}{c(1-M^2)} \quad \text{y} \quad \tau_2 = \frac{2d}{c(1-M^2)}$$

Puede considerarse que lo anterior obedece a la superposición de dos pares de anillos de fuentes, uno formado por  $m_1(t)$  y  $m_2(t)$  y el otro formado por  $m_1(t)$  y  $m_3(t)$ .

La salida en  $x=d$  viene dada por:

$$g(t) = \frac{c}{2A} \frac{1}{1+M} \left\{ m_2 \left[ t - \frac{d-b}{c(1+M)} \right] - m_2 \left[ t - \frac{d-b}{c(1+M)} - \tau_1 \right] + m_3(t) - m_3(t - \tau_2) \right\}$$

Donde, aplicando la transformación de Fourier se tiene :

$$g(w) = \frac{c}{2A} \frac{1}{1+M} \left\{ m_2(w) \exp \left[ -i w \frac{d-b}{c(1+M)} \right] (1 - \exp[-i w \tau_1]) + m_3(w) (1 - \exp[-i w \tau_2]) \right\}$$

ya que, la transformada de Fourier de una función trasladada, es:

$$F[f(t - t_0)] = e^{-i w t_0} F[f(t)]$$

por lo que

$$g(iw) = F \left\{ m_2 \left[ t - \frac{d-b}{c(1+M)} \right] \right\} =$$

$$= \exp\left[-iw \frac{d-b}{c(1+M)}\right] F[m_2(t)] =$$

$$= \exp\left[-iw \frac{d-b}{c(1+M)}\right] m_2(iw)$$

Del mismo modo, se determinarían las transformadas de Fourier de los demás términos.

Está claro que para las frecuencias en las cuales  $e^{-iw\tau_1} = e^{-iw\tau_2} = 1$ , resulta que  $g(w) = 0$ , para cualquier  $m_3(w)$  que se haya elegido.

Por otro lado, si se elige :

$$m_3(w) = m_2(w) \exp\left[-iw \frac{d-b}{c(1+M)}\right],$$

lo que indica que

$$m_2\left[t - \frac{d-b}{c(1+M)}\right] = m_3(t),$$

se obtiene salida nula sólo si

$$e^{-iw\tau_1} = e^{-iw\tau_2} = 1$$

En efecto, en este caso se tendrá :

$$g(w) = \frac{c}{A(1+M)} m_2(w) \exp\left[-iw \frac{d-b}{c(1+M)}\right] \{1 - \\ - \frac{1}{2} (\exp[-iw\tau_1] + \exp[-iw\tau_2])\}$$

y

$$\frac{1}{2}(e^{-1w\tau_1} + e^{-1w\tau_2}) = 1, \text{ si y solo si}$$

$$e^{-1w\tau_1} = e^{-1w\tau_2} = 1$$

Sin embargo, eligiendo la relación  $\tau_1/\tau_2$ , de forma que sea irracional, se puede evitar la posibilidad de que se verifique que  $e^{-1w\tau_1} = e^{-1w\tau_2} = 1$  y, de este modo, asegurar salidas no nulas para la totalidad de las frecuencias.

No obstante, desde el punto de vista práctico, la anterior solución no resulta totalmente satisfactoria, ya que pueden, todavía, encontrarse frecuencias para las cuales la salida sea tan pequeña que pueda considerarse aproximadamente nula.

La elección de  $m_3(w)$  tiene, también, sentido desde el punto de vista físico. Ello significa asegurar que las salidas desde las fuentes  $m_2$  y  $m_3$  estén completamente en fase y se refuercen, mutuamente, para la totalidad de las frecuencias. Este resultado se obtuvo por eliminación de  $m_1(t)$  de las expresiones (15) y (16), mientras que si se eliminara  $m_2(t)$  o  $m_3(t)$  se obtendría un resultado similar, pero correspondiendo al reagrupamiento de  $m_1(t)$  con  $m_3(t)$  o de  $m_1(t)$  con  $m_2(t)$ , respectivamente. Existen, por tanto, tres posibilidades de elección totalmente satisfactorias. Sin embargo, este efecto podría ser reproducido escogiendo  $b$  o  $d$  negativos, con lo que, de este modo, el estudio se reducirá a considerar un solo caso.

Si se elige  $m_3(w)$ , se obtiene en el dominio del tiempo

$$(18) \quad m_3(t) = m_2 \left[ t - \frac{d-b}{c(1+M)} \right]$$

y la expresión correspondiente para la onda plana emitida corriente abajo es :

$$g \left[ t - \frac{x-d}{c(1+M)} \right] = - \frac{c}{A} \frac{1}{(1+M)} \left\{ m_2 \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} \right] - \frac{1}{2} m_2 \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} - \tau_1 \right] - \frac{1}{2} m_2 \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} - \tau_2 \right] \right\}, \text{ para todo } x \geq d$$

Debe encontrarse un valor de la relación  $\tau_1/\tau_2$ , para obtener una salida de amplitud significativa para un rango de frecuencias tan amplio como sea posible.

Las relaciones satisfechas por  $m_1(\omega)$  y  $m_3(\omega)$  son, respectivamente :

$$m_1(\omega) = - m_2(\omega) \exp \left[ -i\omega \frac{b}{c(1-M)} \right] [1 + e^{-i\omega(\tau_2 - \tau_1)}]$$

y

$$m_3(\omega) = m_2(\omega) \exp \left[ -i\omega \frac{d-b}{c(1+M)} \right]$$

En efecto, dado que, al objeto de conseguir radiación nula en la dirección corriente arriba, se impuso que :

$$(19) \quad m_1(t) = - m_2 \left[ t - \frac{b}{c(1-M)} \right] - m_3 \left[ t - \frac{d}{c(1-M)} \right]$$

que puede, asimismo, expresarse :

$$m_1(t) = -m_2\left[t - \frac{b}{c(1-M)}\right] - m_3\left[t - \frac{d-b+b}{c(1-M)}\right]$$

a la que aplicando la transformación de Fourier, en el dominio del tiempo, da lugar a :

$$m_1(w) = -m_2(w) \exp\left[-iw \frac{b}{c(1-M)}\right] - m_3(w) \exp\left[-iw \frac{d-b+b}{c(1-M)}\right]$$

y siendo, según se ha visto :

$$m_3(w) = m_2(w) \exp\left[-iw \frac{d-b}{c(1+M)}\right]$$

se tendrá, sustituyendo en  $m_1(w)$  :

$$m_1(w) = -m_2(w) \exp\left[-iw \frac{b}{c(1-M)}\right] -$$

$$- m_2(w) \exp\left[-iw \frac{d-b}{c(1+M)}\right] \exp\left[-iw \frac{d-b+b}{c(1-M)}\right]$$

que puede ponerse

$$m_1(w) = -m_2(w) \exp\left[-iw \frac{b}{c(1-M)}\right] -$$

$$- m_2(w) \exp\left[-iw \frac{d-b}{c(1+M)}\right] \exp\left[-iw \frac{d-b}{c(1-M)}\right] \exp\left[-iw \frac{b}{c(1-M)}\right]$$

$$m_1(w) = -m_2(w) \exp\left[-iw \frac{b}{c(1-M)}\right] \left\{ 1 + \right.$$

$$+ \exp\left[-iw \frac{d-b}{c(1+M)}\right] \exp\left[-iw \frac{d-b}{c(1-M)}\right] \}$$

$$m_1(w) = -m_2(w) \exp\left[-iw \frac{b}{c(1-M)}\right] \{ 1 +$$

$$+ \exp\left[-iw \left(\frac{d-b}{c(1+M)} + \frac{d-b}{c(1-M)}\right)\right] \}$$

$$m_1(w) = -m_2(w) \exp\left[-iw \frac{b}{c(1-M)}\right] \{ 1 +$$

$$+ \exp\left[-iw \frac{(d-b)(1-M) + (d-b)(1+M)}{c(1+M)(1-M)}\right] \}$$

$$m_1(w) = -m_2(w) \exp\left[-iw \frac{b}{c(1-M)}\right] \{ 1 +$$

$$+ \exp\left[-iw \left(\frac{2d}{c(1-M^2)} - \frac{2b}{c(1-M^2)}\right)\right] \}$$

es decir:

$$m_1(w) = -m_2(w) \exp\left[-iw \frac{b}{c(1-M)}\right] \{1 + \exp[-iw(\tau_2 - \tau_1)]\}$$

ya que, como se vió anteriormente :

$$\tau_1 = \frac{2b}{c(1-M^2)} \quad \text{y} \quad \tau_2 = \frac{2d}{c(1-M^2)}$$

Las amplitudes de  $m_2(w)$  y  $m_3(w)$  son iguales, pero la de  $m_1(w)$  varía entre cero y  $2|m_2(w)|$ . Esto se debe a que  $m_1(t)$  es común a los dos pares de fuentes. Pueden

comportarse de este modo, por ejemplo, dos fuentes superpuestas de las mismas amplitudes pero de fases diferentes. Así, si se comparan las salidas producidas, para diferentes relaciones  $\tau_1/\tau_2$ , a varias frecuencias, se llega a la conclusión que  $m_2$  y  $m_3$  se propagan a amplitud constante, mientras que la amplitud de  $m_1$  no lo es.

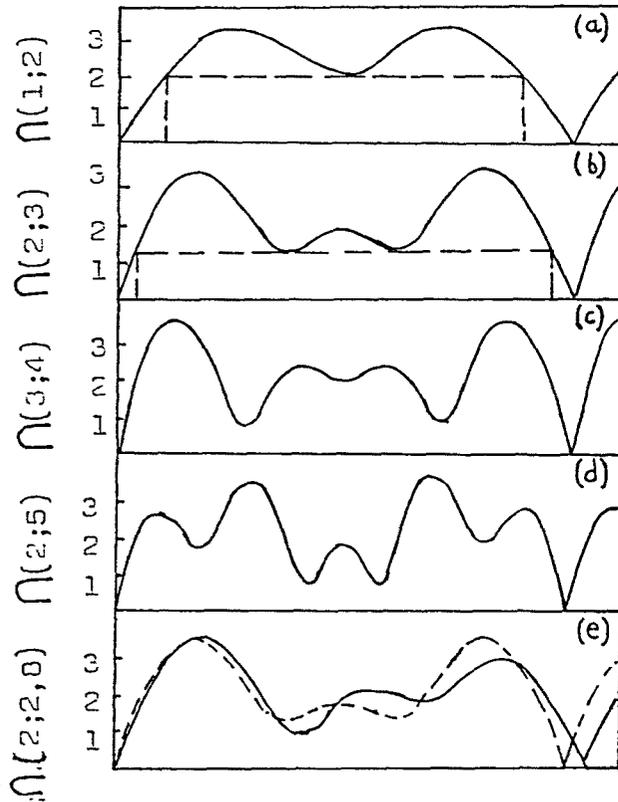
Como :

$$g(\omega) = \frac{c m_2(\omega)}{2A(1+M)} \exp\left[-i\omega \frac{d-b}{c(1+M)}\right] 2\left[1 - \frac{1}{2}(e^{-i\omega\tau_1} + e^{-i\omega\tau_2})\right]$$

es, entonces, suficiente considerar el comportamiento de la función

$$2\left|1 - \frac{1}{2}(e^{-i\omega\tau_1} + e^{-i\omega\tau_2})\right| = \Omega(\tau_1, \tau_2)$$

Esta función es representada en la figura 4.20, para varios valores de  $\tau_1$  y  $\tau_2$ . De estas curvas puede elegirse el rango útil de frecuencias.



Relación de amplitud superior a 2, sobre aprox. 3 octavas.

Relación de amplitud superior a 1,3 sobre  $4\frac{1}{3}$  octavas.

Figura 4.20. Representación de la función  $N(\tau_1, \tau_2)$  para cinco diferentes pares de valores de  $\tau_1$  y  $\tau_2$ . En la figura 7.e, se superpone en línea de trazos la curva correspondiente a  $\tau_1=2, \tau_2=3$ .

El caso correspondiente a  $(\tau_1/\tau_2) = 2/3$  da lugar a uno de los mejores resultados, con un rango de frecuencias útil justo por encima de cuatro octavas. La mínima amplitud de salida, dentro del rango citado, es de 1,3 veces la de una fuente sencilla mo.

La curva correspondiente a  $(\tau_1/\tau_2) = 2/2,8$ , puede verse que es similar al caso de la  $(\tau_1/\tau_2) = 2/3$ . El hecho

de que la amplitud no decaiga a cero, para  $w=4\pi/\tau_1$ , prueba que la estabilidad, de este sistema de control, es significativa.

En el caso de dos fuentes el pico de amplitud se producía para  $w=\pi/\tau_0$ , cuando la separación de fuentes era de  $(1-M)\Gamma_P/4$ , siendo  $\Gamma_P$  la longitud de onda correspondiente al pico. El rango útil de frecuencias quedaba comprendido entre  $w=\pi/3\tau_0$  y  $w=5\pi/3\tau_0$  y el centro de la banda de frecuencias, relativo a la escala en octavas, es  $w_m=f(5)\pi/3\tau_0$ . La separación de fuentes es, entonces, sólo  $0,19(1-M)\Gamma_m$ .

Para el caso de tres fuentes con  $(\tau_1/\tau_2)=2/3$ , el rango útil de frecuencias es, aproximadamente, de  $w=0,3(3/\tau_2)$  a  $w=6(3/\tau_2)$  y el centro de la banda de frecuencias es  $w_m=0,9f(20)/\tau_2$ .

Así, si se supusiera que el centro de la banda de frecuencias,  $w_m$ , fuera el mismo que en el caso de dos fuentes, la separación total requerida, para tres fuentes, sería incrementada en la relación

$$(d/b) = (\tau_2/\tau_0) = (1,8/1)$$

Usando tres fuentes, y manteniendo el mismo centro de banda de frecuencias, el rango útil de frecuencias ha sido ampliado en una octava por cada extremo y, así, el aparato es capaz de generar ondas de doble longitud de onda. Sin embargo, para obtenerlo es necesario aumentar la longitud total del aparato en un factor similar.

Si, por otro lado, se elige usar la tercera fuente para extender el rango de frecuencias por encima de dos octavas, de forma que se mantenga el mismo límite inferior de

frecuencia que para el caso de dos fuentes, no sería requerido un incremento de longitud del aparato.

Hasta ahora, se ha visto que, por medio de una combinación de dos o tres anillos de fuentes, consistiendo cada uno de ellos en tres o cuatro fuentes puntuales, es posible generar una onda plana unidireccional, dentro de ciertos rangos de frecuencia. El siguiente paso consiste en estudiar la posibilidad de utilizar esta onda plana para interferir y anular la indeseable onda plana incidente.

Sea la onda incidente descrita por

$$p(x,t) = f_0\left[t - \frac{x}{c(1+M)}\right]$$

Entonces, para el caso de dos anillos de fuentes la relación que debe satisfacerse es :

$$(20a) \quad f_0\left[t - \frac{x}{c(1+M)}\right] + \frac{c}{2A} \frac{1}{(1+M)} \left\{ m_2\left[t - \frac{x-b}{c(1+M)}\right] - m_2\left[t - \frac{x-b}{c(1+M)} - \tau_0\right] \right\} = 0$$

para  $x \geq b$  .

En la salida,  $x=b$ , esto es:

$$f_0\left[t - \frac{b}{c(1+M)}\right] + \frac{c}{2A} \frac{1}{(1+M)} [m_2(t) - m_2(t - \tau_0)] = 0$$

es decir:

$$(20b) \quad \frac{c}{2A} \frac{1}{(1+M)} [m_2(t) - m_2(t - \tau_0)] = - f_0\left[t - \frac{b}{c(1+M)}\right]$$

Para la combinación de tres anillos de fuentes, la relación requerida es:

$$(21a) \quad f_0\left[t - \frac{x}{c(1+M)}\right] + \frac{c}{A} \frac{1}{(1+M)} \left\{ m_2\left[t - \frac{x-b}{c(1+M)}\right] - \right. \\ \left. - \frac{1}{2}\left[m_2\left(t - \frac{x-b}{c(1+M)} - \tau_1\right) + m_2\left(t - \frac{x-b}{c(1+M)} - \tau_2\right)\right] \right\}$$

para  $x \geq d$ .

La salida en  $x=b$  del generador unidireccional, queda representada por el primer miembro de la siguiente ecuación:

$$(21b) \quad \frac{c}{A} \frac{1}{(1+M)} \left\{ m_2(t) - \frac{1}{2}\left[m_2(t-\tau_1) + m_2(t-\tau_2)\right] \right\} = \\ = - f_0\left[t - \frac{b}{c(1+M)}\right]$$

Si las ecuaciones (20b) y (21b) pueden ser satisfechas, el objetivo habrá sido alcanzado y no habrá propagación corriente abajo, mientras que corriente arriba de las fuentes sólo existirá la propagación de la onda incidente (Ver figura 4.21).

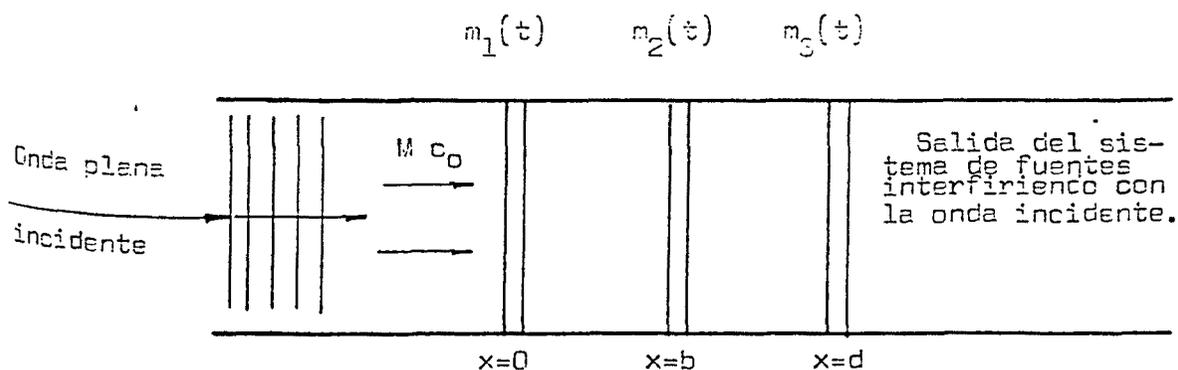


Figura 4.21. Ilustración del aparato formado por la combinación de tres fuentes.

Resulta interesante considerar un sistema de control que actúe sobre las fuentes de forma adecuada, y estudiar su comportamiento a las frecuencias a las que las ecuaciones se satisfacen, así como el proceso en el cual las fuentes absorben la energía incidente.

Se considerará a continuación, el caso en que las fuentes consistan en dos pistones montados en una pared del conducto y, para simplificar, que la velocidad total de la corriente sea nula. Entonces, para frecuencias más bajas que la frecuencia de corte del primer modo transversal el fluido, para dimensiones comparables con el diámetro del tubo, es esencialmente incompresible. En consecuencia, si la separación de los pistones  $b$ , es suficientemente pequeña, el fluido se comportará aproximadamente incompresible en la región que se muestra en la figura 4.22.

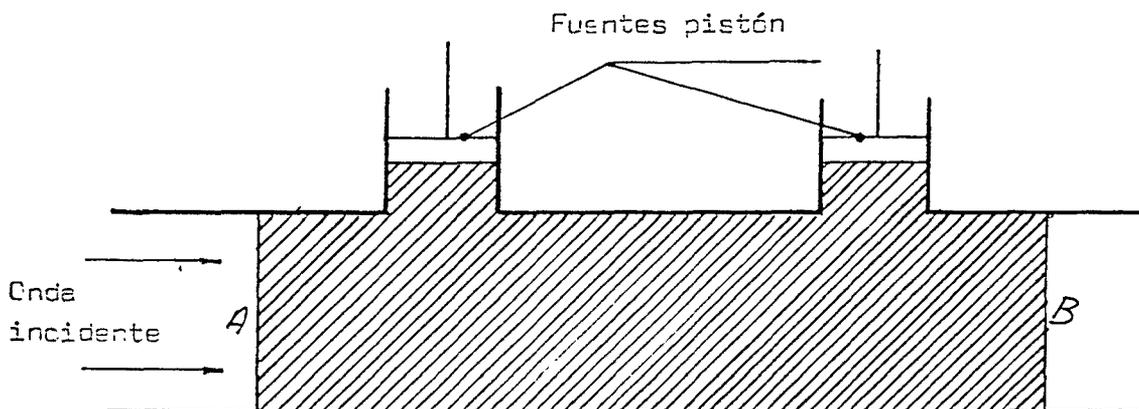


Figura 4.22. Esquema de 2 pistones actuando en el fluido, entre A y B, siendo considerado el fluido como incompresible.

El efecto combinado de la onda incidente en la

superficie A y el apropiado movimiento de los dos pistones debe ser tal que la superficie B no se mueva. Entonces el trabajo hecho por la onda incidente en la superficie A es exactamente igual al trabajo hecho por los pistones.

La mayor parte de los tipos de altavoces de las fuentes son, relativamente, ineficientes y la potencia acústica radiada por la combinación de fuentes, en ausencia de onda incidente, representa sólo una pequeña proporción de la potencia suministrada por los amplificadores. El resto de la potencia se pierde, transformándose en calor, en las bobinas de los altavoces y, también, por fricción.

Así, si una onda incidente se superpone al sistema y si las fuentes secundarias se mueven de la forma que se ha indicado, la onda incidente podría "ayudar" a las fuentes a moverse. Entonces, no sería necesario tomar tanta potencia de los amplificadores como en el caso de ausencia de onda incidente.

Sin embargo, si la eficiencia acústica de las fuentes es alta, la situación es comparable a la de un servomecanismo con realimentación, el cual es accionado de la misma forma que la fuerza de salida produce trabajo en un servo. En este caso, la energía es, directamente, realimentada en el circuito eléctrico y, finalmente, es disipada como calor en las bobinas del servo o en la etapa de salida del amplificador.

Puede hacerse un análisis más preciso de la acción de las fuentes, en la absorción de energía incidente, considerando el fluido compresible. Para simplificar este estudio se considerará nulo el número de Mach del flujo

medio.

La parte de energía suministrada al fluido, en régimen estacionario, por una fuente  $m(t)$  es

$$W = \int_S p u \, dS$$

donde  $u$  es la velocidad superficial hacia el exterior de la superficie  $S$  de la fuente y  $p$  es la variación de presión en dicha superficie.

Siempre que el flujo sea estacionario y la fuente sea acústicamente compacta, puede considerarse que  $p$  es constante, para un instante dado, sobre la superficie, de modo que

$$W = p \int_S u \, dS = \frac{p}{\sigma_0} \int_S \sigma_0 u \, dS = \frac{p}{\sigma_0} m(t)$$

Pero  $p(t)$  es la variación total de presión en la superficie de la fuente  $m(t)$ , que incluye el campo de presión debido a los modos no propagados. Si, solamente, actúa una fuente sencilla en el fluido, entonces, según se deduce de la resolución de la ecuación de onda, realizada anteriormente, el campo de presión no propagado está dado por

$$p_N(r, \omega) = \sum_{k_{mn}^2 \leq 0} \omega m(\omega) a_{mn} \frac{e^{-ik_{mn}|x|}}{2k_{mn}} \phi(y, z) e^{i\omega t}$$

donde, puesto que  $k_{mn}$  es imaginario, resulta que

$p_N(r, \omega)$  está a  $90^\circ$  fuera de fase con  $m(\omega)$  y, por consiguiente, la proporción de trabajo promediado en el tiempo

$$W_N = \frac{1}{\sigma_0} p_N(t) m(t)$$

será cero.

Sin embargo, si el sistema atenuador presenta dos fuentes,  $m_1(t)$  y  $m_2(t)$ , situadas a muy poca distancia, entre ellas, resultará que cada una se encontrará expuesta al campo de presión generado por la otra. En general, la proporción media del trabajo de  $m_2(t)$  será afectada por la presencia del campo de presión no propagado  $p_{N1}(r, t)$  debido a  $m_1(t)$ . Como quiera que este efecto es igual y opuesto a la correspondiente proporción de trabajo de  $m_1(t)$  contra  $p_{N2}(r, t)$ , puede establecerse la siguiente argumentación.

Sean dos fuentes  $m_1(t) = m_1 e^{i\omega t}$  y  $m_2(t) = m_2 e^{i\omega t}$ , respectivamente, donde  $m_1$  es real pero  $m_2$  puede ser complejo.  $m_1(t)$  genera en la superficie de  $m_2(t)$  un campo de presión no propagado  $p_{N1} i e^{i\omega t}$ , donde  $p_{N1}$  es real. Entonces, por el teorema recíproco,  $m_2(t)$  generará un campo similar  $p_{N1} (m_2/m_1) i e^{i\omega t}$  en la superficie de  $m_1(t)$ .

La proporción de trabajo, promediada en el tiempo total,  $W_N$  es, entonces

$$W_N = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \frac{1}{\sigma_0} \left( m_1^* p_{N1} \frac{m_2}{m_1} i + m_2^* p_{N1} i \right)$$

o, puesto que  $m_1$  y  $p_{N1}$  son reales,

$$W_N = \frac{1}{2} \frac{p_{N1}}{\sigma_0} \operatorname{Re} i (m_2 + m_2^*) = 0$$

Es, por lo tanto, evidente que la existencia de modos no propagados modifica la proporción de trabajo de cada una de las fuentes, pero la proporción total de trabajo del sistema completo está, tan sólo, determinada por los campos de presión de los modos propagados.

Se puede considerar, ahora, la propagación de los modos de ondas planas y observar que toda la energía de la onda incidente es absorbida, satisfactoriamente, por las fuentes  $m_1(t)$  y  $m_2(t)$ .

Si las fuentes operan correctamente, el campo de presión de la onda plana en la fuente  $m_2(t)$ , es decir en  $x=b$ , es

$$(22) \quad f_0\left(t - \frac{b}{c}\right) + \frac{c}{2A} [m_2(t) - m_2(t - \tau_0)] = 0$$

cuyo segundo término se obtiene de substituir  $x=b$  en la ecuación (13).

Así, no existe variación de presión de onda plana en la superficie de  $m_2(t)$  y, por consiguiente, la fuente  $m_2(t)$  no realiza trabajo en dicho modo. Esta fuente, solamente, sirve para reflejar, hacia la dirección corriente arriba, alguna radiación que consiga pasar  $m_1(t)$ , mientras se absorbe, al mismo tiempo, el exceso de masa que pueda producirse en  $x=b$ .

La presión en  $m_1(t)$ , es decir, en  $x=0$ , es

$$(23) \quad f_0(t) + \frac{c}{2A} [m_1(t) + m_2(t - \frac{b}{c})] = f_0(t)$$

cuyo segundo término se ha obtenido sustituyendo  $x=0$  en la ecuación (12). El segundo miembro es  $f_0(t)$  porque en este punto, donde está localizada la primera fuente, llega la totalidad de la onda incidente.

De esta expresión se deduce que :

$$\frac{c}{2A} [m_1(t) + m_2(t - \frac{b}{c})] = 0$$

de donde

$$m_1(t) = - m_2(t - \frac{b}{c})$$

De este modo, la proporción de trabajo de  $m_1(t)$  es  $(1/\sigma_0)m_1(t)f_0(t)$ .

Se usarán las expresiones

$$(24) \quad m_2(t) - m_2(t - \tau_0) = - \frac{2A}{c} f_0(t - \frac{b}{c})$$

$$(25) \quad m_1(t) = - m_2(t - \frac{b}{c}),$$

que acaban de ser obtenidas, para evaluar el trabajo total realizado por las fuentes.

La ecuación (22) puede expresarse del siguiente modo

$$m_2(t) - m_2(t-\tau_0) = -\frac{2A}{c} f_0\left(t - \frac{b}{c} - \frac{b}{c} + \frac{b}{c}\right)$$

es decir

$$m_2(t) - m_2(t - \tau_0) = -\frac{2A}{c} f_0\left(t - \tau_0 + \frac{b}{c}\right)$$

ya que  $\tau_0 = 2b/c$

y, finalmente,

$$m_2\left(t - \frac{b}{c}\right) - m_2\left(t - \tau_0 - \frac{b}{c}\right) = -\frac{2A}{c} f_0(t - \tau_0)$$

pero teniendo en cuenta la ecuación (23)

$$-m_1(t) + m_1(t - \tau_0) = -\frac{2A}{c} f_0(t - \tau_0)$$

Por consiguiente

$$(26) \quad m_1(t) - m_1(t-\tau_0) = \frac{2A}{c} f_0(t-\tau_0)$$

que en la notación del dominio de frecuencias dá :

$$m_1(w) - m_1(w) e^{-i w \tau_0} = (2A/c) f_0(w) e^{-i w \tau_0}$$

$$m_1(w)[1 - e^{-i w \tau_0}] = (2A/c) f_0(w) e^{-i w \tau_0}$$

de donde

$$(27) \quad m_1(w) = (2A/c) f_0(w) e^{-i w \tau_0} [1 - e^{-i w \tau_0}]^{-1}$$

La asunción que  $f_0(t)$  contenga sólo frecuencias que puedan ser controladas, asegura que  $[1 - e^{-i w \tau_0}] \neq 0$  donde  $f_0(w) \neq 0$ , así como que  $m_1(w)$  sea no singular.

Entonces, el trabajo total suministrado por la fuente  $m_1(t)$  es

$$W_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} (1/\sigma_0) m_1(t) f_0(t) dt$$

o, por el "teorema de convolución"

$$\begin{aligned} W_1 &= \int_{-\infty}^{+\infty} (1/\sigma_0) m_1(w) f_0(-w) dw = \\ &= \frac{A}{\sigma_0 c} \int_{-\infty}^{+\infty} 2 f_0(w) f_0(-w) \frac{e^{-i w \tau_0}}{1 - e^{-i w \tau_0}} dw = \\ &= \frac{A}{\sigma_0 c} \int_{-\infty}^{+\infty} |f_0(w)|^2 \frac{1 + \cos w \tau_0}{i \sin w \tau_0} dw - \frac{A}{\sigma_0 c} \int_{-\infty}^{+\infty} |f_0(w)|^2 dw \end{aligned}$$

La integral del primer término es una función casual y, por tanto, este término es nulo. En consecuencia

$$W_1 = - \frac{A}{\sigma_0 c} \int_{-\infty}^{+\infty} |f_0(w)|^2 dw$$

Pero el flujo de energía en la onda incidente es

$$A p u = \frac{A}{\sigma_0 c} f_0^2(t)$$

y la energía total transmitida por la perturbación es

$$\frac{A}{\sigma_{oc}} \int_{-\infty}^{+\infty} f_0^2(t) dt = \frac{A}{\sigma_{oc}} \int_{-\infty}^{+\infty} |f_0(w)|^2 dw = -W_1$$

Se ha supuesto que todas las integrales anteriores son finitas, lo cual ocurre siempre que  $|f_0(w)|$  sea cuadrado integrable.

Es evidente que toda la energía de la onda incidente es absorbida por  $m_1(t)$ . Pero esta absorción no tiene lugar inmediatamente, en toda la onda incidente sobre  $m_1(t)$ ; algo de energía se recupera, sólo, al ser reflejada por  $m_2(t)$  y es, consecuentemente, absorbida por  $m_1(t)$ , en un momento posterior del ciclo.

En lo que sigue se estudia un proyecto de sistema de control, para el caso de atenuador compuesto por tres fuentes secundarias. El sistema de control de dos fuentes puede ser obtenido, particularizando el caso anterior, tomando  $\tau_1 = \tau_2 = \tau_0$ .

El objetivo que se persigue consiste en hacer posible la detección de

$$f_0\left[t - \frac{x}{c(1+M)}\right]$$

y, luego, actuar sobre las fuentes  $m_1(t)$ ,  $m_2(t)$  y  $m_3(t)$  de acuerdo con las ecuaciones :

$$(21b) \quad \frac{c}{A} \frac{1}{c(1+M)} \{m_2(t) - \frac{1}{2}[m_2(t-\tau_1) + m_2(t-\tau_2)]\} =$$

$$= -f_0[t - \frac{b}{c(1+M)}]$$

$$(18) \quad m_3(t) = m_2[t - \frac{d-b}{c(1+M)}]$$

$$(19) \quad m_1(t) = -m_2[t - \frac{b}{c(1-M)}] - m_3[t - \frac{d}{c(1-M)}]$$

donde

$$\tau_1 = \frac{2b}{c(1-M^2)} \quad ; \quad \tau_2 = \frac{2d}{c(1-M^2)}$$

siendo  $d$  mayor que  $b$ .

Se puede detectar la onda de entrada, a cierta distancia corriente arriba, usando transductores de presión adecuados y, así, producir un adelanto de tiempo en el que actúen las fuentes.

Cuando se cumple que  $e^{i\omega\tau_1} = e^{i\omega\tau_2} = 1$ , es decir, cuando  $\tau_1 = \tau_2 = 0$ , el primer miembro de la ecuación (21b) es cero.

Esta situación puede ir acompañada de resonancias en el sistema de control y, por consiguiente, el sistema habría de ser modificado para evitar que ésto ocurra. Al mismo tiempo, puesto que, a estas frecuencias, las ecuaciones no serán satisfechas con exactitud, se producen algunas filtraciones de la señal detectada.

Así, los problemas que deben abordarse son los

siguientes :

1. Detectar exactamente la onda plana de entrada, separándola de algunas otras perturbaciones que se presenten en el conducto.
2. Asegurar que el sistema se comporte de acuerdo con las ecuaciones deseadas, dentro del rango útil de frecuencias,  $w_1 \leq w \leq w_2$ , e incorporar algunos grados de amortiguamiento para evitar que se produzcan resonancias.
3. Filtrar la señal de entrada para excluir frecuencias fuera del rango  $w_1 \leq w \leq w_2$ .

En la siguiente figura 4.23, se muestra el esquema del sistema propuesto.

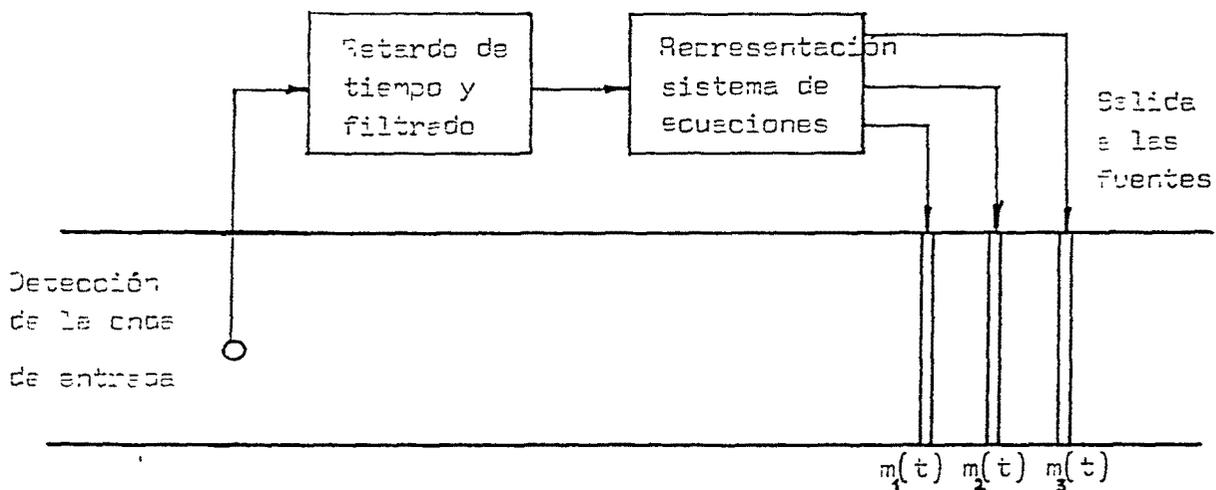


Figura 4.23. Esquema del sistema detección-fuente.

En cuanto al punto 1, debe decirse que es deseable detectar ondas planas que viajen, sólo, en la dirección corriente abajo, al objeto de evitar resonancias e

inestabilidades del sistema, que podrían surgir en el caso de que los transductores recogieran salidas, de las fuentes, desviadas hacia la dirección corriente arriba u otras señales procedentes de reflexiones, hacia arriba, provocadas por obstrucciones o, en general, por la geometría del conducto. El método más simple de obtener la detección unidireccional deseada, consiste en disponer dos o tres grupos de transductores acoplados exactamente de la misma forma que se acoplan las fuentes para la obtención de una salida unidireccional.

Por ejemplo, pueden considerarse dos detectores  $d_1(t)$  y  $d_2(t)$ , situados a  $x = -l$  y  $x = -l+b$ , respectivamente.

Una onda plana en la dirección corriente arriba dará lugar, según se desprende del esquema de la siguiente figura 4.24, a la función detectada.

$$(28) \quad D(t) = f_{01}\left[t + \frac{x}{c(1-M)}\right] + f_{02}\left[t + \frac{x-b}{c(1-M)}\right]$$

Para que ésto se anule y, por consiguiente, no exista detección corriente arriba, deberá cumplirse

$$(29) \quad f_{01}(t) = - f_{02}\left[t - \frac{b}{c(1-M)}\right]$$

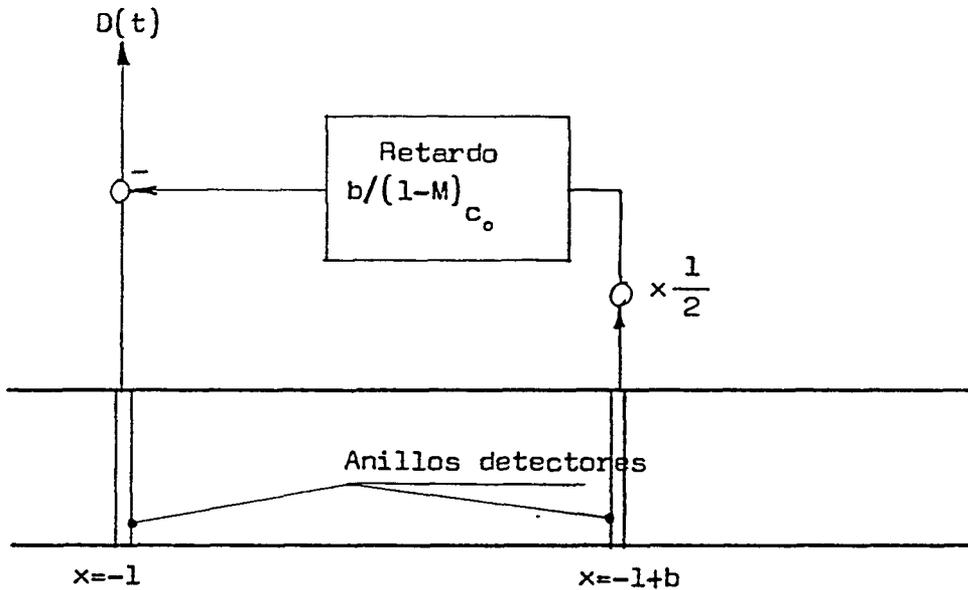


Figura 4.24. Esquema del sistema con dos detectores para obtener una detección unidireccional.

Sin embargo, la onda de entrada en la dirección corriente abajo,

$$(30) \quad f_0 \left[ t - \frac{x}{c(1+M)} \right],$$

dará una salida:

$$(31) \quad D(t) = f_{01} \left[ t - \frac{x}{c(1+M)} \right] + f_{02} \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} \right]$$

donde aplicando, para este caso, la condición (29) se obtiene :

$$f_{01} \left[ t - \frac{x}{c(1+M)} \right] = - f_{02} \left[ t - \frac{x}{c(1+M)} - \frac{b}{c(1-M)} \right] =$$

$$= - f_{02} \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} - \tau_0 \right]$$

siendo 
$$\tau_0 = \frac{2b}{c(1-M^2)}$$

Con ello, la ecuación (31) quedará:

$$(32) \quad D(t) = - f_{02} \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} - \tau_0 \right] + f_{02} \left[ t - \frac{x-b}{c(1+M)} \right]$$

Como el detector  $d_2$ , que recoge la función  $f_{02}$ , se encuentra en  $x=-l+b$ , se tendrá :

$$D(t) = - f_{02} \left[ t - \frac{-l+b-b}{c(1+M)} - \tau_0 \right] + f_{02} \left[ t - \frac{-l+b-b}{c(1+M)} \right]$$

es decir

$$(33) \quad D(t) = f_{02} \left[ t + \frac{l}{c(1+M)} \right] - f_{02} \left[ t + \frac{l}{c(1+M)} - \tau_0 \right]$$

Similarmente, utilizando tres detectores  $d_1$ ,  $d_2$  y  $d_3$ , en  $x=-l$ ,  $x=-l+b$  y  $x=-l+d$ , respectivamente, y tomando

$$(34) \quad D(t) = d_1(t) - \frac{1}{2} \left[ d_2 \left( t - \frac{b}{c(1-M)} \right) + d_3 \left( t - \frac{d}{c(1-M)} \right) \right]$$

se obtiene, nuevamente, una salida nula para la propagación de ondas planas en la dirección corriente arriba, mientras que la salida de

$$f_0\left[t - \frac{x}{c(1+M)}\right],$$

en la dirección corriente abajo, es

$$(35) \quad D(t) = f_0\left[t - \frac{1}{c(1+M)}\right] - \frac{1}{2}\left\{f_0\left[t + \frac{1}{c(1+M)} - \tau_1\right] + f_0\left[t + \frac{1}{c(1+M)} - \tau_2\right]\right\}$$

$$\text{Siendo } \tau_1 = \frac{2b}{c(1-M^2)} \quad \text{y} \quad \tau_2 = \frac{2d}{c(1-M^2)}$$

Ver la figura 4.25.

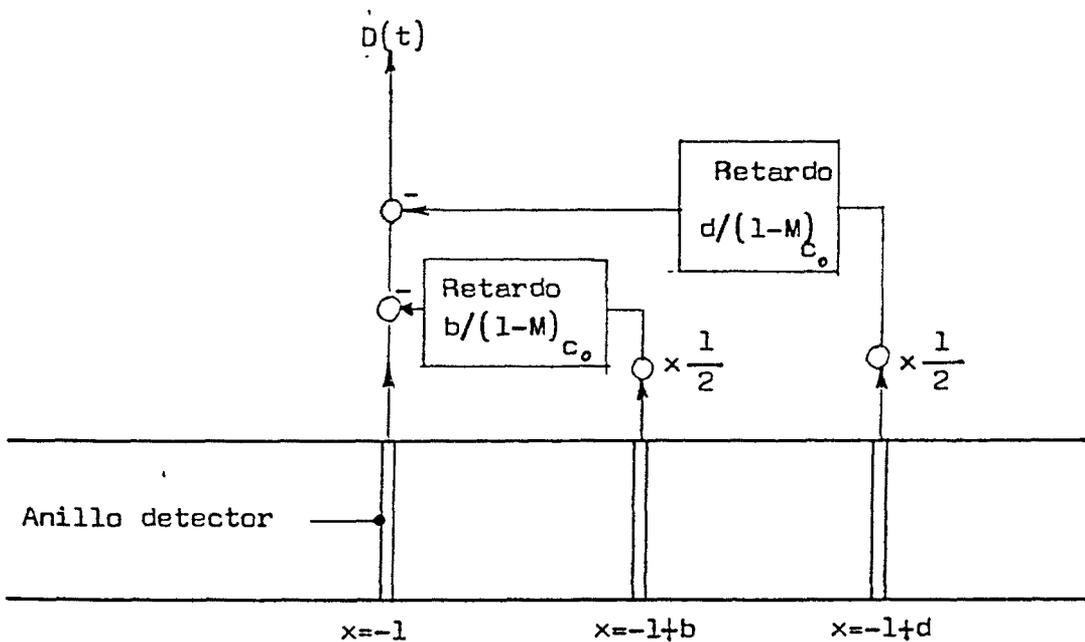


Figura 4.25. Esquema del sistema para la obtención del detector de salida  $D(t)$ .

Dada la forma de la salida de los detectores (ecuación 35), el problema inmediato que se presenta consiste en

operar sobre las fuentes, para satisfacer las ecuaciones (21b), (18) y (19), reescritas a continuación para mayor facilidad de exposición :

$$(21b) \quad m_2(t) - \frac{1}{2}[m_2(t-\tau_1) + m_2(t-\tau_2)] = \\ = - \frac{A}{c} (1+M) f_0\left[t - \frac{b}{c(1+M)}\right]$$

$$(18) \quad m_3(t) = m_2\left[t - \frac{d-b}{c(1+M)}\right]$$

$$(19) \quad m_1(t) = - m_2\left[t - \frac{b}{c(1-M)}\right] - m_3\left[t - \frac{d}{c(1-M)}\right]$$

siendo

$$\tau_1 = \frac{2b}{c(1-M^2)} \quad \text{y} \quad \tau_2 = \frac{2d}{c(1-M^2)}$$

Las ecuaciones (18) y (19), para  $m_3(t)$  y  $m_1(t)$ , implican usar sólo simples tiempos de retraso y no ha de representar dificultad alguna la construcción del sistema para obtener una operación correcta de  $m_2(t)$ . Para relacionar la fuente  $m_2$  con la detección  $D$ , pueden tomarse las transformadas de Laplace de las ecuaciones (21b) y (35), que dan lugar, respectivamente, a

$$L[m_2(t)] - \frac{1}{2}\{L[m_2(t-\tau_1)] + L[m_2(t-\tau_2)]\} = \\ = - \frac{A}{c} (1+M) L\left[f_0\left(t - \frac{b}{c(1+M)}\right)\right]$$

$$L[m_2(t)] - \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{e^{s\tau_1}} L[m_2(t)] + \frac{1}{e^{s\tau_2}} L[m_2(t)] \right\} =$$

$$= - \frac{A}{c} (1+M) L\left[fo\left(t - \frac{b}{c(1+M)}\right)\right]$$

$$L[m_2(t)] \left\{ 1 - \frac{1}{2} [e^{-s\tau_1} + e^{-s\tau_2}] \right\} = - \frac{A}{c} (1+M) L\left[fo\left(t - \frac{b}{c(1+M)}\right)\right]$$

$$(36) L[m_2(t)] = - \frac{A}{c} (1+M) \left[ \frac{1}{1 - \frac{1}{2}(e^{-s\tau_1} + e^{-s\tau_2})} \right] L\left[fo\left(t - \frac{b}{c(1+M)}\right)\right]$$

y

$$L[D(t)] = L\left[fo\left(t + \frac{1}{c(1+M)}\right)\right] - \frac{1}{2} \left\{ e^{-s\tau_1} L\left[fo\left(t + \frac{1}{c(1+M)}\right)\right] + \right.$$

$$\left. + e^{-s\tau_2} L\left[fo\left(t + \frac{1}{c(1+M)}\right)\right] \right\}$$

$$L[D(t)] = L\left[fo\left(t + \frac{1}{c(1+M)}\right)\right] \left\{ 1 - \frac{1}{2} [e^{-s\tau_1} + e^{-s\tau_2}] \right\}$$

de donde

$$L\left[fo\left(t + \frac{1}{c(1+M)}\right)\right] = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}(e^{-s\tau_1} + e^{-s\tau_2})} L[D(t)]$$

la cual puede operarse de la siguiente forma :

$$L\left[fo\left(t + \frac{1}{c(1+M)}\right)\right] = L\left[fo\left(t - \frac{b}{c(1+M)} + \frac{1+b}{c(1+M)}\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{e^{-s[(1+b)/c(1+M)]}} L\left[fo\left(t - \frac{b}{c(1+M)}\right)\right] =$$

$$= \exp\left[s \frac{1+b}{c(1+M)}\right] L\left[f_0\left(t - \frac{b}{c(1+M)}\right)\right]$$

quedando

$$\begin{aligned} \exp\left[s \frac{1+b}{c(1+M)}\right] L\left[f_0\left(t - \frac{b}{c(1+M)}\right)\right] &= \\ &= \frac{1}{1 - \frac{1}{2}(e^{-s\tau_1} + e^{-s\tau_2})} L[D(t)] \end{aligned}$$

es decir

$$\begin{aligned} (37) \quad L\left[f_0\left(t - \frac{b}{c(1+M)}\right)\right] &= \\ &= \frac{1}{1 - \frac{1}{2}(e^{-s\tau_1} + e^{-s\tau_2})} \exp\left[-s \frac{1+b}{c(1+M)}\right] L[D(t)] \end{aligned}$$

Finalmente, sustituyendo esta expresión (37) en la ecuación (36), se tiene :

$$\begin{aligned} (38) \quad m_2(s) = L[m_2(t)] &= \\ &= -\frac{A}{c} (1+M) \left[ \frac{1}{1 - \frac{1}{2}(e^{-s\tau_1} + e^{-s\tau_2})} \right]^2 \exp\left[-s \frac{1+b}{c(1+M)}\right] D(s) \end{aligned}$$

Obteniéndose, por tanto, la relación entre la transformada de Laplace  $D(s)$  de la detección, es decir de la señal de entrada al sistema, y la transformada de Laplace  $m_2(s)$  de la fuente  $m_2$ , es decir de la señal cancelante de salida.

La ecuación (38) permite determinar la función de

transferencia del sistema

$$W(s) = \frac{m_2(s)}{Q(s)}$$

$$W(s) = -\frac{A}{c} (1+M) \left[ \frac{1}{1 - \frac{1}{2}(e^{-s\tau_1} + e^{-s\tau_2})} \right]^2 \exp\left[-s \frac{1+b}{c(1+M)}\right]$$

que, como puede verse, consiste en un tiempo de retraso  $(1+b)/c(1+M)$  y dos realimentaciones, de transmitancia  $[1 - \frac{1}{2}(e^{-s\tau_1} + e^{-s\tau_2})]^{-1}$  cada una, conectadas en serie. Cada realimentación consta de dos retrasos de tiempo  $\tau_1$  y  $\tau_2$ , conectados en paralelo. En la siguiente figura 4.26, se representa el esquema de dicho sistema de regulación.

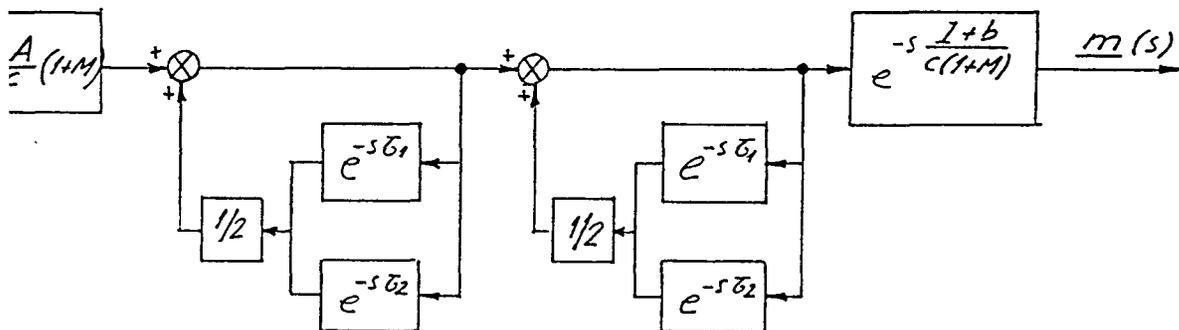


Figura 4.26. Diagrama de bloques del sistema  
detección-alimentación a fuente secundaria.

Para frecuencias  $w$ , tales que se verifique  $e^{-i w \tau_1} = e^{-i w \tau_2} = 1$ , se producirá resonancia, con lo que la amplitud de salida de las fuentes llegará a ser excesiva.

Será necesario, por tanto, limitar el rango de frecuencias a  $w_1 \leq w \leq w_2$ , para el que se genera una onda

plana unidireccional con salida útil.

La inestabilidad del sistema a  $\omega = 0$  puede ser vencida usando un simple filtro, cuya función transferencia sea del tipo  $(a+Gs)/(b+Gs)$ , con  $(a/b)$  menor que 1, donde los valores  $a$ ,  $b$ , y  $G$  deben ser elegidos para asegurar que el efecto del filtro se haga despreciable con el tiempo a la frecuencia  $\omega_1$ .

Si se elige  $(\tau_1/\tau_2) = 2/3$  se producirá la primera resonancia a la frecuencia  $4\pi/\tau_1$ . En efecto :

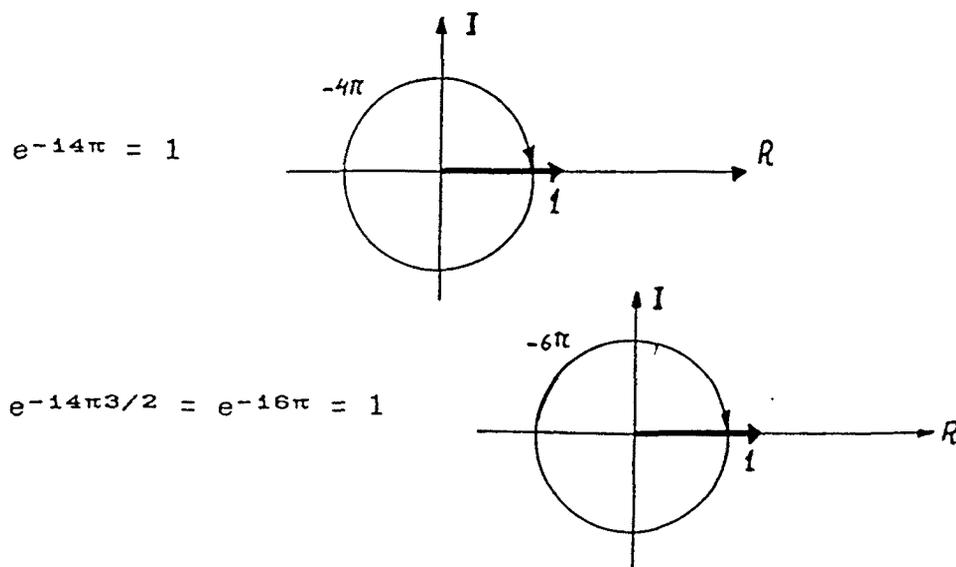
Si se trabaja con los vectores giratorios

$$e^{-i\omega\tau_1} \quad \text{y} \quad e^{-i\omega\tau_2}$$

éstos se expresarán, de acuerdo con la relación anterior , del siguiente modo :

$$e^{-i\omega\tau_1} \quad \text{y} \quad e^{-i\omega(3/2)\tau_1}$$

La primera frecuencia para la cual se verifique  $e^{-i\omega\tau_1} = e^{-i\omega\tau_2} = 1$  y, por tanto, se produzca resonancia será  $4\pi/\tau_1$ , ya que, en este caso,  $\omega\tau_1 = 4\pi$ . Por tanto



Esta primera frecuencia de resonancia no sobrepasa mucho el límite superior  $w_2$ . Sin embargo, tomando  $(\tau_1/\tau_2) = 2/2,8$  el límite superior  $w_2$  no cambia apreciablemente, pero la primera resonancia no ocurre hasta una frecuencia de  $w = 10\pi/\tau_1$ , que se encuentra mucho más alejada de la gama de frecuencias de trabajo. De este modo, puede utilizarse un simple filtro de paso bajo, cuya frecuencia de corte sea superior a  $w_2$ , para asegurar, de acuerdo con el criterio de estabilidad de Nyquist, que el sistema sea estable para todas las frecuencias superiores a  $w_2$ . [20]

Con el empleo de este filtro el esquema de una malla de realimentación es

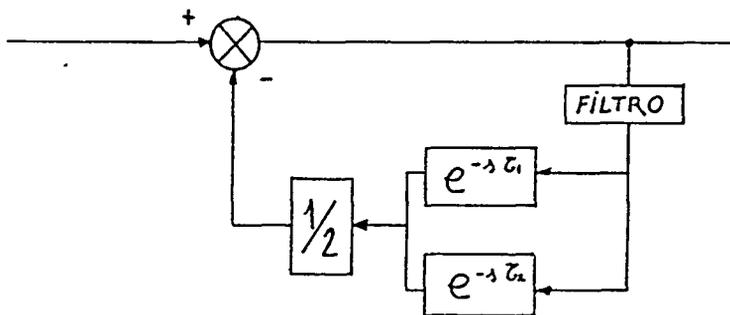


Figura 4.27. Esquema de una de las mallas de realimentación.

cuya función transferencia, representada en el plano polar, al objeto de aplicar el criterio de estabilidad de Nyquist, se expone en la siguiente figura 4.28.

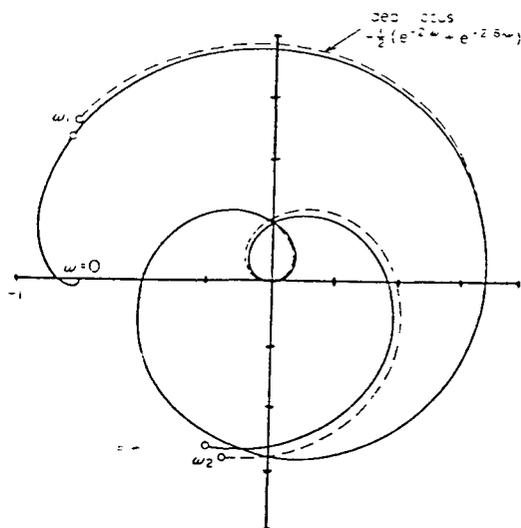


Figura 4.28. Representación en el plano polar de la función transferencial :  

$$\left(\frac{0,75+10iw}{1+iw10}\right)\left(\frac{0,75iw+12}{iw+12}\right)\left[-\frac{1}{2}(e^{-2iw}+e^{-2,8iw})\right],$$
 en anillo abierto, para la aplicación del criterio de estabilidad de Nyquist.

En la misma figura 4.28, se muestra, en línea de trazos, la diferencia de dicha representación en el caso de no emplear el filtro de función transferencial:

$$\left(\frac{0,75+10iw}{1+iw10}\right)\left(\frac{0,75iw+12}{iw+12}\right)$$

Dado que el numerador de la función transferencial, en anillo abierto, no presenta raíces positivas ( $P=0$ ) y que su representación en el plano polar no da ninguna semivuelta sobre el polo  $-1$ , entre  $w=0$  y  $w=w_2$  ( $N=0$ ), resulta que el número de raíces con parte real positiva ( $Z$ ) del denominador de la función transferencial en anillo cerrado es, según el Criterio de estabilidad de Nyquist, nulo ( $Z=P+N=0$ ).

Por consiguiente, el sistema es estable entre las frecuencias citadas.

En la figura 4.29, se representa, en el plano polar, la función transferencia del sistema, dotado de filtro, para frecuencias comprendidas entre  $\omega_2=6$  y  $\omega=16$ .

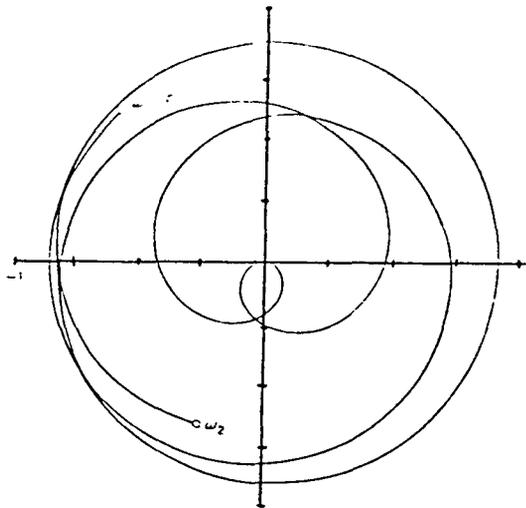


Figura 4.29. Representación en el plano polar de la función transferencia :  

$$\left( \frac{0,75+i\omega 10}{1+i\omega 10} \right) \left( \frac{0,75i\omega+12}{i\omega+12} \right) \left[ -\frac{1}{2} (e^{-2i\omega} + e^{-2,8i\omega}) \right],$$
 desde  $\omega=\omega_2=6$  hasta  $\omega=16$ .

Puede deducirse de dicha representación que, para las frecuencias consideradas, ninguna semivuelta envuelve al polo  $-1$  y que, por consiguiente, el sistema sigue siendo estable. Es evidente que un sistema real podría disponer de un determinado filtro paso bajo, de forma que el último punto de la representación polar, para  $\omega=\infty$ , quedase en el origen. [20]

Aparece el inconveniente, como se observa en las representaciones en plano polar anteriores, que los valores de la ganancia no son muy grandes. Sin embargo, filtrando la

señal de entrada, para evitar que el sistema trabaje a estas frecuencias más altas, es posible asegurar que la respuesta del sistema total se mantenga dentro de unos límites razonables. En la práctica puede ser deseable reducir el rango de frecuencias de operación para permitir emplear mayores ganancias. En esta etapa, sólo, es necesario demostrar que el sistema de ecuaciones puede ser exactamente representado dentro del rango de frecuencias para el que el sistema es estable. Puesto que este rango de frecuencias es mayor que 4 octavas, se puede trabajar con un rango menor, obteniéndose una considerable absorción sonora efectiva, todavía, para una significativa banda de frecuencias.

La mayor desventaja del sistema propuesto es que éste es de anillo abierto, con lo que resulta difícil la conservación de la fase de la señal detectada, cosa que, sin embargo, resulta necesaria para obtener una buena atenuación a la salida.

El problema de conseguir una transmisión exacta de la fase de la señal puede ser, relativamente, fácil de superar si se conocen las características fase-frecuencia de los detectores y de las fuentes. En este caso, podría tomarse un adelanto de tiempo puro para obtener una exacta compensación de fase.

Para frecuencias de corte muy bajas es posible introducir un sistema de anillo cerrado. Para estas frecuencias los modos no propagados tienen una considerable decaída a la distancia  $2R$  (un diámetro del tubo) desde la fuente de generación. Por consiguiente, podrían colocarse

detectores a dicha distancia  $2R$ , corriente abajo, desde la tercera fuente, con el objeto de detectar exactamente el campo residual. El desfase correspondiente a esta detección de salida será pequeño, del orden de  $2\pi(2R/\Gamma)$  y, puesto que  $w_c=(1,8c/R)(1-M^2)$  y  $w=(2\pi c/\Gamma)(1+M)$ , esto es  $Q[(1-M)\pi w/w_c]$ .

Así, sería perfectamente posible incorporar una alta ganancia en el anillo de realimentación para mejorar la precisión del sistema.

Un anillo similar podría colocarse, también, en el lado corriente arriba para detectar alguna radiación escapada desde las fuentes en esta dirección y disminuir el efecto, hacia arriba, de la fuente  $m_1(t)$ .

Para frecuencias más cercanas a la frecuencia de corte  $(1-M^2)w_c$ , el desfase producido, en la detección corriente abajo, se hace demasiado grande para permitir el empleo de un anillo de realimentación. En estas circunstancias, los campos residuales, corriente arriba y corriente abajo, serían mejorados a través del monitor y, entonces, podría aplicarse un proceso de optimización de los parámetros del sistema, para conseguir la máxima reducción de la intensidad sonora.

### CONCLUSIONES

Se ha demostrado que es posible generar una onda plana unidireccional empleando, sólo, dos anillos de fuentes, formado, cada uno de ellos, por tres o cuatro fuentes

puntuales montadas en las paredes del conducto. Además, suministrando frecuencias menores de  $2,1w_c$ , para conductos circulares, o de  $2,8w_c$ , para conductos cuadrados, siendo  $w_c$  la frecuencia fundamental de corte, no se generan modos transversales adicionales.

Estos dispositivos capaces de generar ondas planas unidireccionales, pueden ser empleados, invirtiendo el proceso, para absorber una onda incidente que viaje a lo largo del conducto. Mediante dos anillos de fuentes puede conseguirse una buena absorción en ruidos cuyo rango útil de frecuencias sea de 2 y 1/3 octavas, lo cual es suficiente para muchas aplicaciones prácticas, en las cuales el ruido es restringido a un espectro estrecho.

Sin embargo, añadiendo más anillos de fuentes, el rango de frecuencias útil puede ser incrementado en otras dos octavas, lo cual resultará adecuado para la mayor parte de los casos que puedan presentarse.

La principal ventaja que este proyecto presenta sobre los métodos de control pasivos convencionales es la corta longitud, que ocupa el dispositivo, requerida para que la absorción tenga lugar. Por ejemplo, con dos anillos de fuentes el centro de la banda útil se encuentra a la frecuencia de  $0,19c(1-M^2)/d$  (Hz) y la separación de fuentes es, entonces, sólo de  $0,19(1-M)\Gamma_m$ , donde  $\Gamma_m$  es la longitud de onda.

En el dispositivo formado por tres anillos de fuentes, con una separación total  $d$ , y con un centro de banda de frecuencia, ahora, de  $0,34c(1-M^2)/d$  (Hz), la separación de las fuentes en función de la longitud de onda es de

$0,34(1-M)\Gamma_m$  . De todos modos, resulta necesario que la longitud del conducto, por ambos lados de las fuentes, sea suficiente para permitir el decrecimiento exponencial de los modos transversales y conservarse, así, el carácter de largo conducto. Para frecuencias más bajas de la frecuencia fundamental de corte  $\omega_c$ , estos modos transversales decrecen considerablemente en una longitud igual a un diámetro de tubo. En estos casos, por tanto, la longitud total necesaria no será muy grande.

Swinbanks concluye exponiendo el interés que presentaría algún desarrollo futuro, para extender estas técnicas en conductos cortos, haciendo lo posible para incluir los modos transversales. Ello conllevaría la solución de gran número de aplicaciones de tipo práctico.

\*\*\*\*\*

4.3.1.3. TRABAJOS REALIZADOS CONJUNTAMENTE POR MANGIANTE Y CANEVET.[5],[6],[7]

La teoría de la absorción acústica activa, que se presenta en estos trabajos, se apoya sobre el Principio de Young relativo a las interferencias, y sobre el Principio de Huygens, o de las fuentes acústicas virtuales.[7],[8]

La propagación de una onda sonora se puede impedir disponiendo, sobre su trayecto, fuentes secundarias emitiendo una onda de la misma amplitud, de la misma forma, pero de signo opuesto. Tales fuentes neutralizan la onda primaria por interferencia.

Su realización práctica constituye un absorbedor acústico activo. Se considera el problema de anular el ruido, caracterizado por su presión acústica  $p$ , en el interior de un dominio  $\Omega$ , que no contiene fuentes de ruido, por medio de un reparto adecuado de fuentes secundarias irradiando una presión acústica  $p_A$ , tal que:

$$(1) \quad p_A(M,t) = - p(M,t)$$

para todo  $M$  perteneciente a  $\Omega$  y para todo  $t$

Sea un campo acústico  $p$  propagándose en un espacio  $\mathcal{E}$ , que verifica la ecuación:

$$(2) \quad \mathcal{L} \cdot p = \theta$$

donde  $\mathcal{L}$  es un operador lineal regular. El segundo miembro  $\theta$ , que representa las fuentes del campo, es nulo fuera de un

dominio  $\underline{v}$  llamado "espacio fuente". Llamamos  $\Sigma$  a una superficie cerrada del espacio  $\underline{e}$ . Esta superficie divide el espacio en tres regiones:

- Región interior a  $\Sigma$ ; designada por  $\Omega$ .
- Región exterior a  $\Sigma$ ; designada por  $C_{\Omega+\Sigma}$
- Región  $\Sigma$ , constituida por la misma superficie, cuyo espesor puede ser no nulo.

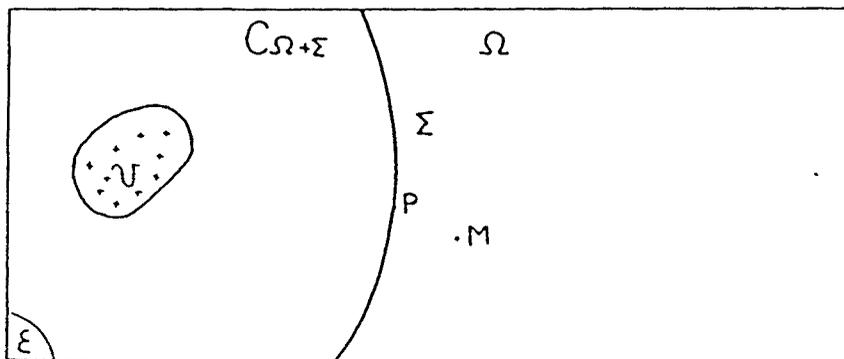


Figura 4.30. Regiones del espacio limitadas por la superficie  $\Sigma$ .

El Principio de Huygens afirma que el campo irradiado en  $\Omega$  queda inalterado si se apagan las fuentes contenidas en  $C_{\Omega+\Sigma}$  y se reemplazan por "fuentes secundarias" convenientemente repartidas sobre  $\Sigma$ . Ello da lugar a las tres proposiciones siguientes, debidas a Groze y Darmois :

A) El campo irradiado por las fuentes primarias en  $\Omega$  es idéntico al de las fuentes secundarias, dispuestas sobre  $\Sigma$  (fuentes de Huygens). Designando este último por  $p_H$ , se tendrá :

$$(3) \quad p(M, t) = p_H(M, t)$$

para todo  $M$  perteneciente a  $\Omega$  y para todo  $t$

B) El campo de las fuentes de Huygens es nulo fuera del dominio  $\Omega$ , luego :

$$(4) \quad p_H(M,t) = 0$$

para todo  $M$  perteneciente a  $C_{\Omega+\Sigma}$  y para todo  $t$

C) Los campos  $p$  y  $p_H$  satisfacen la misma ecuación :

$$\mathcal{L} \cdot p = \theta$$

$$\mathcal{L} \cdot p_H = \theta_H$$

Comparando las expresiones (1) y (3) se ve que:

$$p_A(M,t) = - p_H(M,t)$$

para todo  $M$  perteneciente a  $\Omega$  y para todo  $t$

y teniendo en cuenta (4) :

$$(5) \quad p_A(M,t) = - p_H(M,t)$$

para todo  $M$  perteneciente a  $\epsilon$  y para todo  $t$

Se llega, por tanto, a la conclusión que la solución al problema de la absorción acústica activa consiste en repartir sobre  $\Sigma$  una densidad de fuentes absorbentes  $\theta_A$  igual y opuesta a la densidad de fuentes de Huygens  $\theta_H$ . Es decir :

$$(6) \quad \theta_A(P,t) = - \theta_H(P,t)$$

para todo P perteneciente a  $\Sigma$  y para todo t

La primera dificultad que aparecerá en la práctica será la determinación de la densidad de fuentes  $\theta_A$ . Para llegar a ello, utilizan un operador  $s$ , denominado "operador de reparto", introducido por Jessel y definido de la manera siguiente :

$$(7) \quad s(M) = 1, \text{ si } M \text{ pertenece a } \Omega$$

$$s(M) = 0, \text{ si } M \text{ pertenece a } C_{\Omega+\Sigma}$$

Con ello, las relaciones (3) y (4) pueden combinarse en una sola :

$$(9) \quad p_H(M,t) = s(M).p(M,t)$$

para todo M perteneciente a  $\epsilon$  y para todo t

luego :

$$(10) \quad \theta_H = \mathcal{L}.p_H = \mathcal{L}.(s.p) = s.\mathcal{L}.p = s.\theta$$

y, por tanto, puede escribirse :

$$(11) \quad \theta_A = - \theta_H = - \mathcal{L}.(s.p) = - [\mathcal{L},s]p$$

donde el símbolo  $[ \quad ]$  representa la combinación de los operadores  $\mathcal{L}$  y  $s$ .

De este modo, el conocimiento de  $p$ , es decir, del ruido a eliminar y de  $\Sigma$ , es decir de la superficie  $\Sigma$ , al interior de la cual se quiere obtener el silencio, basta en principio para definir la densidad de las fuentes absorbentes a utilizar.

Para la obtención de las ecuaciones de propagación acústica se hacen intervenir las leyes fundamentales de la mecánica de los medios continuos, donde, en acústica lineal y para un fluido perfecto, la presión  $p$  y la velocidad de desplazamiento  $u$  son soluciones del sistema:

$$(12) \quad - \frac{\delta \sigma}{\delta t} = \sigma_0 \operatorname{div} u$$

$$(13) \quad - \operatorname{grad} p = \sigma_0 \frac{\delta u}{\delta t}$$

$$(14) \quad \operatorname{rot} u = 0$$

con las condiciones límite dadas.

Donde :  $\sigma$  = variación de densidad del medio con la presión sonora  $p$ .

$\sigma_0$  = densidad del medio.

Por considerar un fluido perfecto puede escribirse :

$$\sigma = \frac{1}{c^2} p$$

luego la ecuación (12) podrá expresarse :

$$(12) \quad \frac{1}{c^2} \frac{\delta p}{\delta t} + \sigma_0 \operatorname{div} u = 0$$

Las densidades de fuentes secundarias, las cuales designaremos por  $q_0$  y  $R_0$ , serán dadas por ecuaciones del mismo tipo :

$$(15) \quad \frac{1}{c^2} \frac{\delta p_A}{\delta t} + \sigma_0 \operatorname{div} u_A = q_A$$

$$(16) \quad \sigma_0 \frac{\delta u_A}{\delta t} + \operatorname{grad} p_A = R_A$$

$$(17) \quad \operatorname{rot} u_A = T_A$$

De la primera de ellas se deduce :

$$\begin{aligned} q_A &= \frac{1}{c^2} \frac{\delta p_A}{\delta t} + \sigma_0 \operatorname{div} u_A = \\ &= \frac{1}{c^2} \frac{\delta}{\delta t} (-sp) + \sigma_0 \operatorname{div} (-su) = \\ &= -\frac{1}{c^2} \left( s \frac{\delta p}{\delta t} + p \frac{\delta s}{\delta t} \right) - \sigma_0 \left( \frac{\delta s u_x}{\delta x} + \frac{\delta s u_y}{\delta y} + \frac{\delta s u_z}{\delta z} \right) = \\ &= -\frac{1}{c^2} s \frac{\delta p}{\delta t} - \sigma_0 \left( \frac{\delta u_x}{\delta x} s + \frac{\delta s}{\delta x} u_x + \dots \right) \end{aligned}$$

el término  $p(\delta s/\delta t)$  es nulo ya que  $s$  no varía con el tiempo, sino sólo con la posición, luego :

$$\begin{aligned} q_A &= -\frac{1}{c^2} s \frac{\delta p}{\delta t} - \sigma_0 s \left( \frac{\delta u_x}{\delta x} + \frac{\delta u_y}{\delta y} + \frac{\delta u_z}{\delta z} \right) - \\ &- \sigma_0 \left( \frac{\delta s}{\delta x} u_x + \frac{\delta s}{\delta y} u_y + \frac{\delta s}{\delta z} u_z \right) = \end{aligned}$$

$$= -s \left( \frac{1}{c^2} \frac{\delta p}{\delta t} + \sigma_0 \operatorname{div} u_0 \right) - \sigma_0 u \operatorname{grad} s$$

Y, siendo  $\frac{1}{c^2} \frac{\delta p}{\delta t} + \sigma_0 \operatorname{div} u = 0$ ,

según la ecuación (12), resulta que :

$$(18) \quad q_A = -\sigma_0 u \operatorname{grad} s$$

Análogamente, se deduce :

$$(19) \quad R_A = -p \operatorname{grad} s$$

y

$$(20) \quad T_A = -\operatorname{grad} s \times u$$

Si se emplea la delta de Dirac ( $\delta_\Sigma$ ) asociada a la superficie  $\Sigma$ , entonces,  $\operatorname{grad} s = -n \delta_\Sigma$ , siendo  $n$  un vector unitario de dirección normal a la superficie  $\Sigma$  y de sentido hacia el exterior.

Con ello, las densidades de fuentes secundarias se expresarán:

$$(21) \quad q_A = -\sigma_0 u \cdot n \delta_\Sigma$$

$$(22) \quad R_A = -p n \delta_\Sigma$$

$$(23) \quad T_A = -[n \times u] \delta_\Sigma$$

Lo que indica que podrá obtenerse silencio en la zona  $\Omega$ , si se cumple la condición de repartir sobre la superficie  $\Sigma$  fuentes proporcionales a los diferentes componentes del

campo incidente.

El problema unidimensional, como puede ser el caso de la propagación sonora a lo largo de un conducto, resulta considerablemente simplificado.

La zona de silencio podrá ser una porción de conducto, a partir de una cierta abcisa  $x_0$ . Designando por  $u$  la componente no nula de la velocidad vibratoria, las expresiones (21), (22) y (23), quedarán :

$$(24) \quad q_A = - \sigma_0 u \delta_{x_0}$$

$$(25) \quad R_A = - p \delta_{x_0}$$

$$(26) \quad T_A = 0$$

Por lo que el campo sonoro podrá ser anulado a partir de una abcisa  $x_0$ , disponiendo, en este punto, una fuente monopolar y otra fuente dipolar.

En efecto, según se dedujo en el apartado 2.5 ("Onda plana"), correspondiente al capítulo " INTRODUCCION. ACUSTICA " de la tesis, la presión y la velocidad de desplazamiento, o vibración, se expresan por :

$$p = p_1 \cos(\omega t - kx) + p_2 \sin(\omega t - kx) + \\ + p_3 \cos(\omega t + kx) + p_4 \sin(\omega t + kx)$$

$$u = \frac{1}{\sigma_0 c} [p_1 \cos(\omega t - kx) + p_2 \sin(\omega t - kx) -$$

$$- p_3 \cos(\omega t + kx) - p_4 \sin(\omega t + kx)]$$

Sustituyendo  $p$  y  $u$  en las ecuaciones (24) y (25) se obtiene:

$$(24') \quad q_A = \frac{1}{c} [- p_1 \cos(\omega t - kx) - p_2 \sin(\omega t - kx) + \\ + p_3 \cos(\omega t + kx) + p_4 \sin(\omega t + kx)] \delta_{x_0}$$

$$(25') \quad R_A = [- p_1 \cos(\omega t - kx) - p_2 \sin(\omega t - kx) - \\ - p_3 \cos(\omega t + kx) - p_4 \sin(\omega t + kx)] \delta_{x_0}$$

donde puede observarse que las ondas progresivas, correspondientes a  $q_A$  y a  $R_A$ , están en fase y, por consiguiente, sus amplitudes se suman, mientras que las respectivas ondas regresivas están en oposición de fase, entre sí, por lo que tienden a anularse.

Puesto que :

$$\delta_{x_0} = 1, \text{ para } x \text{ mayor que } x_0$$

$$\delta_{x_0} = 0, \text{ para } x \text{ menor que } x_0,$$

se deduce que colocando las fuentes secundarias en  $x_0$ , no existe transmisión de ondas sonoras hacia la fuente primaria. Solamente, permanecen las ondas progresivas en el mismo sentido de propagación de las primarias y que, teniendo signo negativo, es decir, estando en oposición de fase a éstas, se producirá la atenuación.

Cada uno de los elementos de un dipolo emite la presión sonora en oposición de fase al otro, mientras que las ondas, emitidas en cada sentido por un monopolo son simétricas. Por consiguiente las ecuaciones (24) y (25) se corresponden con

el caso de un dipolo y de un monopolo.

Estos resultados se interpretan facilmente si se calcula el campo de las fuentes secundarias. Para ello, las ecuaciones (15) y (16), transformadas al caso unidimensional, serán :

$$(26) \quad (1/c^2)(\delta p_A/\delta t) + \sigma_0(\delta u_A/\delta x) = q_A$$

$$(27) \quad \sigma_0(\delta u_A/\delta t) + (\delta p_A/\delta x) = R_A$$

de donde, derivando (26) respecto a  $t$  y (27) respecto a  $x$ , se obtendrá:

$$(28) \quad \frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 p_A}{\delta t^2} + \sigma_0 \frac{\delta^2 u_A}{\delta t} = \frac{\delta q_A}{\delta t}$$

$$(29) \quad \sigma_0 \frac{\delta^2 u_A}{\delta x \delta t} + \frac{\delta^2 p_A}{\delta x^2} = \frac{\delta R_A}{\delta x}$$

Restándolas, miembro a miembro, se obtiene :

$$(30) \quad \frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 p_A}{\delta t^2} - \frac{\delta^2 p_A}{\delta x^2} = \frac{\delta q_A}{\delta t} - \frac{\delta R_A}{\delta x}$$

Análogamente, se obtiene :

$$(31) \quad \frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 u_A}{\delta t^2} - \frac{\delta^2 u_A}{\delta x^2} =$$

$$= \frac{1}{\sigma_0 c^2} \left( \frac{\delta R_A}{\delta t} - c^2 \frac{\delta q_A}{\delta x} \right)$$

Empleando la función de Green :

$$(32) \quad G(x,t) = \frac{c}{2} h\left(t - \frac{x}{c}\right) * h\left(t + \frac{x}{c}\right)$$

donde, el símbolo  $*$  representa el producto tensional de dos distribuciones.

El campo radiado, por las fuentes secundarias, será, pues:

$$(33) \quad p_A = G * [(\delta q_A / \delta t) - (\delta R_A / \delta x)]$$

$$(34) \quad u_A = (1/\sigma_0 c^2) G * [(\delta R_A / \delta t) - c^2(\delta q_A / \delta x)]$$

Se observa que la presión acústica (33) puede, también, escribirse :

$$(35) \quad p_A = (\delta G / \delta t) * q_A - (\delta G / \delta x) * R_A$$

Siendo  $(\delta G / \delta t) * q_A$  la expresión matemática de una radiación monopolar y  $(\delta G / \delta x) * R_A$  la de una radiación dipolar.

Se escribirá :

$$(36) \quad (\delta G / \delta t) * q_A = p^M_A$$

$$(37) \quad (\delta G / \delta x) * R_A = p^D_A$$

Reemplazando, en la ecuación (36),  $G$  por su expresión (32), se obtiene :

$$p^M_A = (c/2)\{\delta[t-(x/c)] * h[t+(x/c)] + \\ + h[t-(x/c)] * \delta[t+(x/c)]\} * q_A$$

y por la expresión (24') :

$$p^M_A = (-c/2)\{\delta[t-(x/c)] * h[t+(x/c)] + \\ + h[t-(x/c)] * \delta[t+(x/c)]\} * \sigma_0 \delta x_0$$

de donde:

$$p^M_A = -(\frac{1}{2})\sigma_0 c \{h(x-x_0) u[t-(x-x_0)/c] + \\ + h(x_0-x) u[t+(x-x_0)/c]\}$$

En función de la presión acústica incidente será :

$$(38) \quad p^M_A = -\frac{1}{2} \{h(x-x_0) p[t-(x-x_0)/c] + \\ + h(x_0-x) p[t+(x-x_0)/c]\}$$

siendo:

$$h(x-x_0) = 0, \text{ para } x \text{ menor que } x_0$$

$$h(x-x_0) = 1, \text{ para } x \text{ mayor que } x_0$$

$$h(x_0-x) = 0, \text{ para } x \text{ mayor que } x_0$$

$$h(x_0-x) = 1, \text{ para } x \text{ menor que } x_0$$

La presión acústica radiada por el dipolo, se calcula de la misma forma, encontrándose :

$$(39) \quad p^{\text{DA}} = \frac{1}{2} \{ h(x_0 - x) p[t + (x - x_0)/c] - \\ - h(x - x_0) p[t - (x - x_0)/c] \}$$

La radiación de fuentes secundarias puede ser representada mediante la siguiente tabla:

Fuente secund.	x mayor que $x_0$	x menor que $x_0$
Monopolo	$-\frac{1}{2} p(t + \frac{x-x_0}{c})$	$-\frac{1}{2} p(t - \frac{x-x_0}{c})$
Dipolo	$\frac{1}{2} p(t + \frac{x-x_0}{c})$	$-\frac{1}{2} p(t - \frac{x-x_0}{c})$
Monopolo + + Dipolo	0	$- p(t - \frac{x-x_0}{c})$

Tabla 4.2. Radiación de fuentes secundarias.

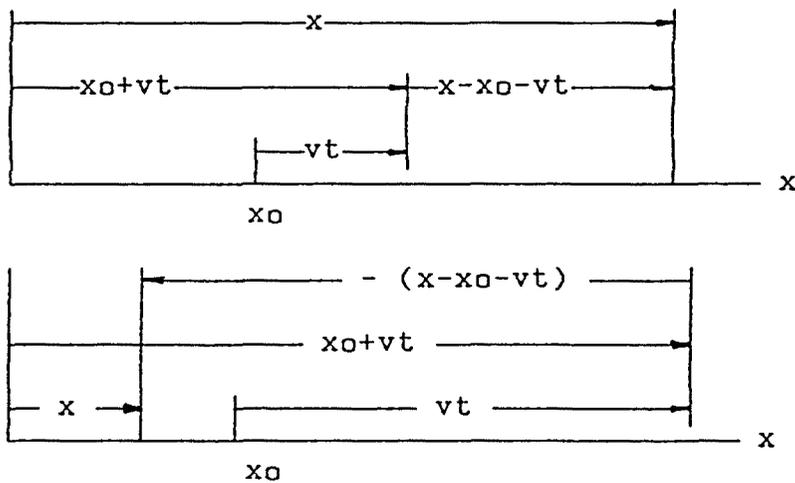
Se observa que el conjunto de fuentes secundarias da una radiación nula hacia la fuente primaria y una radiación en oposición de fase con la incidente, de la misma amplitud, en el otro sentido. Por lo tanto, estas fuentes secundarias anulan al campo primario a partir de  $x_0$ , y no lo modifican en la zona determinada por  $x$  menor que  $x_0$ .

En el caso más general, de considerar un fluido en movimiento, la correspondiente expresión de la presión sonora en un monopolo es:

$$\begin{aligned}
 p^{MA} = & - \frac{1}{2} \{h(x - x_0) p[t - (x - x_0 - vt)/c] + \\
 & + h(x - x_0) p[t + (x - x_0 - vt)/c]\} = \\
 = & - \frac{1}{2} \{h(x - x_0) p[t + vt/c - (x - x_0)/c] + \\
 & + h(x - x_0) p[t - vt/c + (x - x_0)/c]\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (40) \quad p^{MA} = & - \frac{1}{2} \{h(x - x_0) p[t(1+M) - (x - x_0)/c] + \\
 & + h(x - x_0) p[t(1-M) + (x - x_0)/c]\}
 \end{aligned}$$

donde  $M = \text{Número de Mach} = v/c$ , siendo  $v$  la velocidad del fluido.



Para el dipolo se obtiene :

$$\begin{aligned}
 (41) \quad p^{DA} = & \frac{1}{2} \{h(x - x_0) p[t(1-M) + (x - x_0)/c] - \\
 & - h(x - x_0) p[t(1+M) - (x - x_0)/c]\}
 \end{aligned}$$

Los mismos autores de la anterior teoría, Canévet y Mangiante, realizaron su análisis en el siguiente modelo experimental:[5]

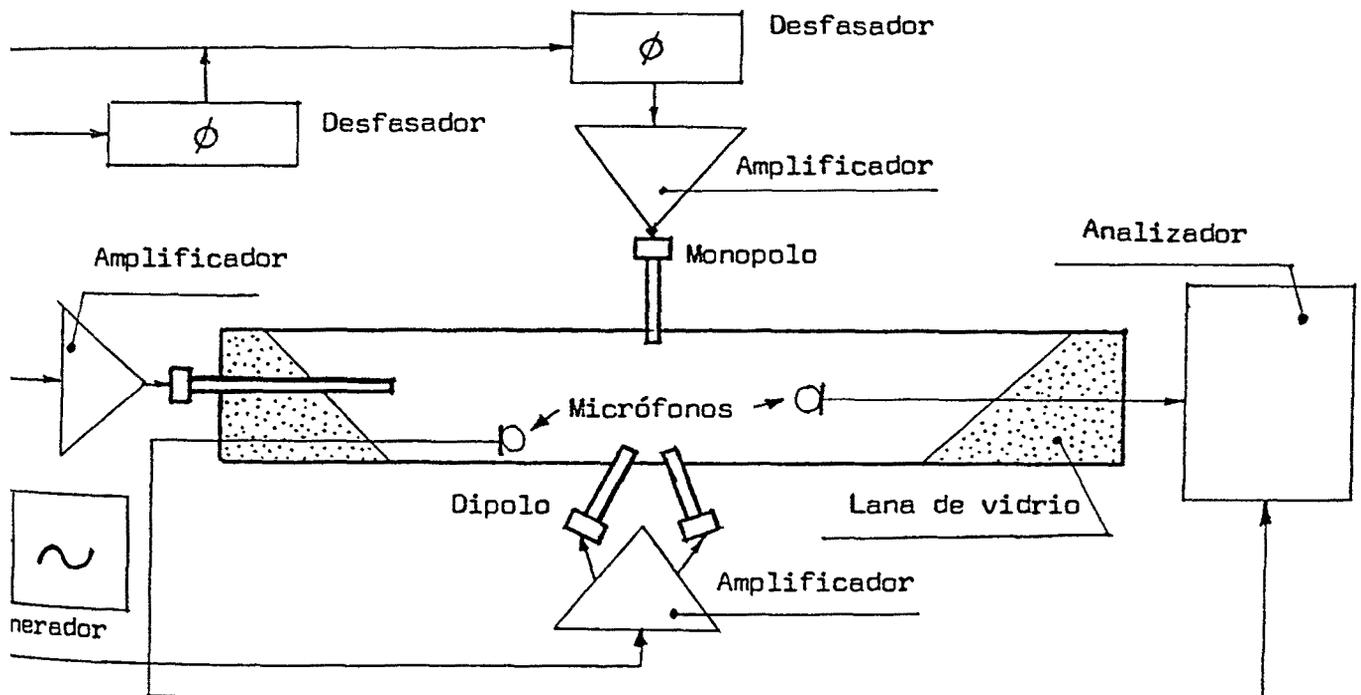


Figura 4.31. Esquema de principio del dispositivo experimental.[5]

La canalización consiste en un conducto de sección cuadrada de tres metros de longitud y ocho centímetros de lado.

En un extremo de este tubo se puso una cámara de compresión alimentada por un generador y un amplificador, que simulaba la fuente sonora a neutralizar y constituía la fuente primaria.

El tubo estaba constituido por dos partes separadas,

que podían unirse mediante dos bridas .

La realización de las fuentes secundarias era un problema bastante espinoso, pues era necesario disponer:

-Para el dipolo, de una membrana vibrante, de la misma forma que un pistón, emplazada sobre el trayecto de la onda primaria, es decir en el interior del tubo.

-Para el monopolo, de un conjunto de dos membranas del mismo tipo, infinitamente próximas la una a la otra, y vibrando en oposición de fase, al objeto de obtener una radiación simétrica a ambos lados de la fuente.

Todas las membranas descritas debían encontrarse situadas en el mismo punto y ser transparentes al sonido, lo que no era posible realizar en la práctica.

Para resolver este problema, emplearon el procedimiento que se indica a continuación :

19) El monopolo quedó constituido por una cámara de compresión unida al conducto por un tubo rígido de pequeño diámetro (alrededor de 1 cm), cuyo extremo enrasa con la superficie interna del conducto.

20) El dipolo se formó mediante dos cámaras de compresión, unidas al conducto de la misma forma que el monopolo, y conectadas eléctricamente en paralelo al mismo amplificador. Las conexiones de las dos bobinas móviles estaban invertidas al objeto de hacerlas funcionar en oposición de fase.

Las fuentes, constituidas de este modo, emitirían ondas esféricas al nivel de su embocadura, pero, al ser guiadas

por el conducto, se transformaban en planas, de modo que, a partir de una cierta distancia de las fuentes, todo sucedía como si las ondas secundarias hubieran sido emitidas por un monopolo y un dipolo ideales.

Las tres cámaras de compresión, a través de sus respectivos tubos de unión, se montaron sobre una corona cuadrada emplazada en " sandwich " entre las dos partes del conducto. Con ello, quedaron determinadas dos zonas en el conducto. En la zona I, situada del lado de la fuente primaria, el campo sonoro resultante de la acción de todas las fuentes, tanto secundarias como la primaria, debe ser igual al campo incidente, que proviene de la fuente primaria. La zona II, situada en el lado opuesto al anterior, se desea obtener el silencio.

Finalmente, había que regular convenientemente la amplitud y la fase de la radiación de las fuentes secundarias con respecto a la primaria.

El monopolo y el dipolo estaban alimentados por cadenas de amplificación separadas, para que se pudieran obtener los desfases necesarios. Ajustando las ganancias de los amplificadores, se podían hacer funcionar las fuentes a los niveles requeridos. Se interpuso, además, un desfasador en el circuito del dipolo, para obtener ondas en oposición de fase con las del monopolo en la zona I y en fase, con ellas, en la zona II. Finalmente, la oposición de fase del campo secundario global con el campo incidente, en la zona II, se obtuvo disponiendo un desfasador suplementario entre el generador y los amplificadores.

Para que las fuentes secundarias dieran un campo nulo en la zona I, y un campo determinado en la zona II, se hicieron funcionar ellas solas, inicialmente, regulando convenientemente sus amplitudes y sus fases. Efectivamente, fuese cual fuere el nivel de emisión de las fuentes secundarias en la zona II, se obtuvieron en la zona I, niveles inferiores a 20 dB, lo que se correspondía con el ruido de fondo de los analizadores. Sin embargo, estos reglajes son muy finos y el equilibrio es muy sensible a las variaciones de fase entre las fuentes. A título de ejemplo, una variación en la fase de 1 grado produce una variación de unos 10 dB en la zona I.

Se constató, asimismo, que los reglajes, que permitían obtener este estado vibratorio de las fuentes secundarias, no eran válidos más que para una frecuencia y un nivel dados. Ello se debe a que los niveles de emisión sonora, de un monopolo y de un dipolo, no varían de la misma forma en función de la tensión eléctrica suministrada por el generador y la frecuencia de la señal. Se trazaron las curvas de respuesta en frecuencia, de las fuentes, entre 200 Hz y 1500 Hz y, además, de respuesta en tensión a la frecuencia de 1000 Hz. Estas curvas se representan en las dos figuras siguientes:

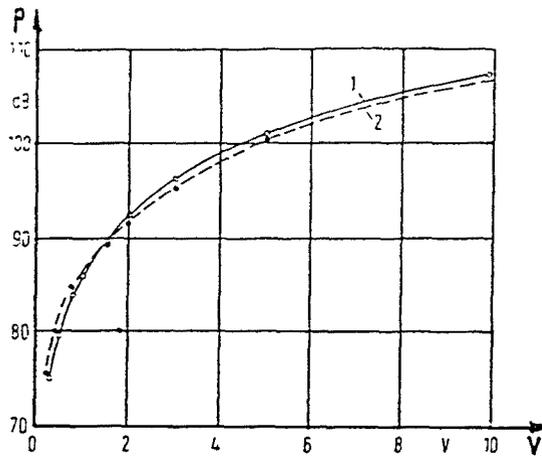


Figura 4.32. Nivel sonoro producido por las fuentes secundarias a 1000 Hz, en función de la tensión sobre las bobinas.[5]  
Curva 1: monopolo. Curva 2: dipolo.

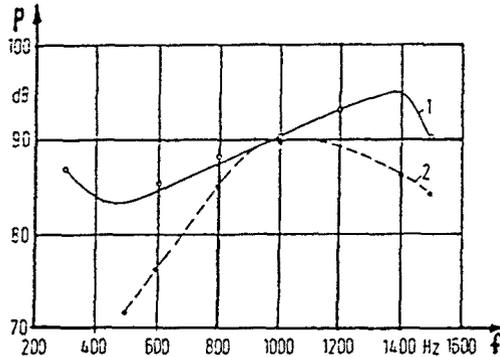


Figura 4.33. Curvas de respuesta en frecuencia de las fuentes secundarias.[5]  
Curva 1: monopolo  
Curva 2: dipolo

Ellas condujeron a dos observaciones:

\* Las curvas de respuesta en tensión muestran que las cámaras de compresión tienen rendimientos casi idénticos. El equilibrio de las fuentes podría mantenerse, fuese cual

fuese, la tensión suministrada por el generador, si las cadenas de amplificación de las dos fuentes tuvieran ganancias idénticas. Sin embargo, con el material que se utilizó no fue posible llegar a tal grado de precisión.

\* Las curvas de respuesta en frecuencia indican, por el contrario, comportamientos completamente diferentes de las dos fuentes. Por consiguiente, este montaje constituyó un buen dispositivo antirruído, pero era necesaria una regulación diferente para cada frecuencia y cada nivel particular de la onda primaria a neutralizar.

Se hicieron experimentos, estudiando la posibilidad de armonizar las fuentes secundarias para anular la onda primaria en la zona II, a diferentes frecuencias, comprendidas entre 100 Hz y 8000 Hz y diferentes niveles, hasta 100 dB.

Constataron que su dispositivo funcionaba satisfactoriamente y las curvas del nivel sonoro, en el interior del conducto, presentaban todas la siguiente forma:

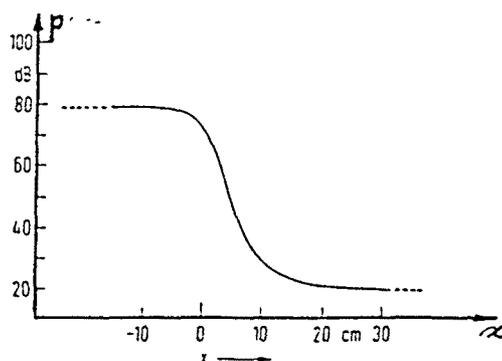


Figura 4.34. Variaciones de nivel sonoro en el tubo. Las fuentes absorbentes están dispuestas en  $x = 0$ . [5]

De hecho, la concordancia no era absolutamente perfecta, puesto que tenían ligeras ondas estacionarias en la zona I, cuyo nivel variaba de 1/2 a 1 dB. Ellos midieron la atenuación máxima que podían conseguir en función de la frecuencia, con ese montaje y, siempre, obtuvieron una atenuación importante comprendida entre 50 y 70 dB, pero ello dependía siempre de la regulación y, por tanto, de la precisión del aparellaje electrónico y, en particular, de su estabilidad en el tiempo.

Estas atenuaciones obtenidas de 50 a 70 dB, mediante los dispositivos descritos, con control manual, se consiguieron gracias a la simplicidad del problema, ya que, en dichas experiencias, las características (amplitud, fase y frecuencia), de la onda primaria, eran constantes.

Ello, sin embargo, no es así en la práctica y resulta necesario realizar un montaje automático que recoja, en cada instante, las variaciones del campo incidente.

Los sistemas automáticos de atenuación activa de ruido, como el llevado a cabo por Olson, Kido y otros [23],[61], pueden ser representados del siguiente modo:

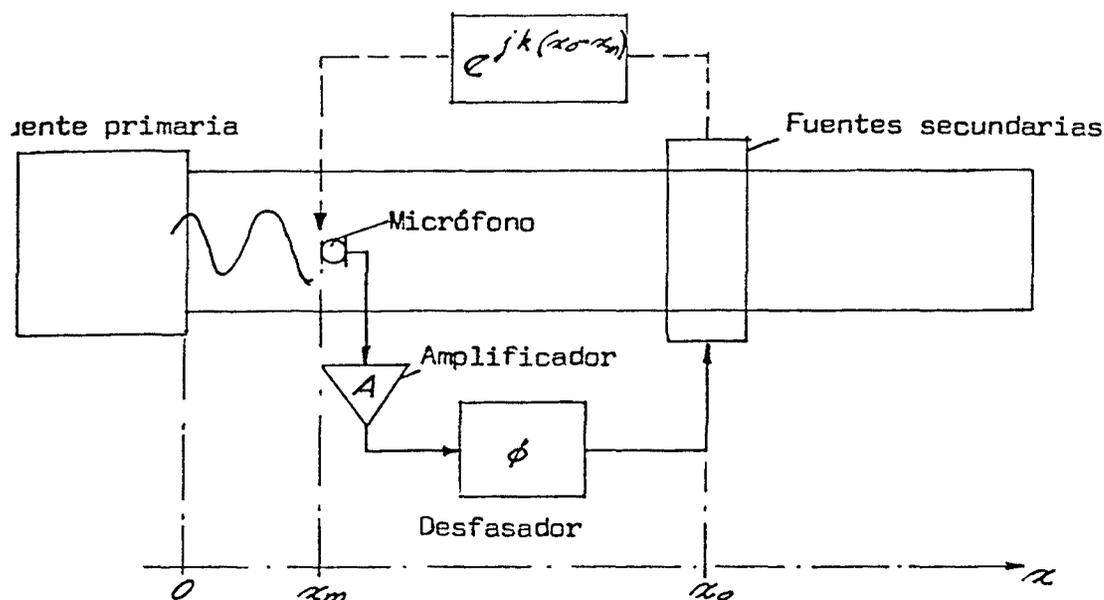


Figura 4.35. Esquema de un dispositivo atenuador automático.

Llamando  $A$  a la transferencia del circuito amplificador - desfasador y  $\mu$  a la transmitancia electroacústica del micro y de las fuentes secundarias, la transmitancia del conjunto puede escribirse :

$$(42)' \quad T = \frac{\mu}{1 - \mu A \exp[ik(x_o - x_m)]}$$

Por consiguiente, la estabilidad del sistema no será asegurada, más que si esta transmitancia no posee raíces con parte real positiva.

Por otro lado, no es posible aumentar la ganancia del amplificador sin perjudicar la estabilidad del montaje, lo que limita el funcionamiento a los sonidos de pequeña

amplitud. Esto explica la poca atenuación ( de 10 a 15 dB) obtenida por Olson y por los mismos autores de este trabajo en experiencias anteriores.

Sin embargo, tales inconvenientes desaparecen con el montaje que presentan los autores, en este trabajo, basado en un monopolo y un dipolo. En efecto, una vez equilibradas las fuentes secundarias, ellas dan una radiación nula en la dirección de la fuente primaria, es decir, hacia el micrófono. Por consiguiente, la transmitancia del sistema se reduce a :

$$(43) \quad T = \mu A$$

De modo que la presión sonora radiada por las fuentes secundarias se escribirá:

$$(44) \quad p_A = \mu A p_1$$

donde  $p_1$  es la presión incidente captada por el micrófono, es decir :

$$(45) \quad p_1 = p = p_0 \exp[-ikx_m]$$

La condición que se debe verificar es :

$$(46) \quad p_A = p_0 \mu A \exp[-ikx_m] \quad \left[ \begin{array}{l} (\frac{1}{2})p_0 \exp[-ikx_0] \\ -(\frac{1}{2})p_0 \exp[-ikx_0] \end{array} \right]$$

y por tanto :

$$(47) \quad |\mu| |A| = \frac{1}{2}$$

y

$$(48) \quad \arg \mu + \arg A = \begin{cases} 0 + ik(x_0 - x_m) \\ \pi + ik(x_0 - x_m) \end{cases}$$

Con lo que el problema del antirruído automático se reduce, pues, a un simple reglaje preliminar del amplificador y del desfasador, siempre que las fuentes secundarias estén perfectamente equilibradas.

El modelo experimental, que utilizaron Canévet y Mangiante, basado en un conducto, limitaba el estudio al caso unidimensional, y por lo tanto, de onda plana. Sin embargo, este modelo presenta gran interés práctico, ya que corresponde al caso de conductos de ventilación, en los que se transmiten los ruidos procedentes del ventilador, cuyas componentes de baja frecuencia, caracterizadas por un zumbido, son las más molestas y las más difíciles de eliminar. El sistema estudiado parece bien adaptado a este problema, porque ningún obstáculo impide la salida del aire y el conjunto de fuentes secundarias y aparatos electrónicos pueden alojarse en un anillo, que podría montarse en la desembocadura del conducto.

En estas experiencias, se realizó el antirruído en el caso simple en que la frecuencia, la amplitud y la fase se mantenían constantes.

La utilización del Principio de Huygens permitió demostrar que la densidad de fuentes absorbentes debía ser continua.

En la práctica esto es irrealizable y los absorbedores activos deben limitarse a una densidad de fuentes discreta, de modo que el sistema antirruído estará compuesto por un pequeño número de fuentes secundarias.

Evidentemente, por la razón anterior, resulta imposible de cancelar totalmente el ruido y, por tanto, lo único que se consigue es una determinada atenuación del mismo.

Canévet y Mangiante definieron la capacidad de la precisión de restitución del ruido a reducir de un absorbedor activo, por medio del coeficiente de atenuación  $\hat{L}$ , del siguiente modo:

" Se llama coeficiente de atenuación de un absorbedor activo, a la variación, en dB, entre la intensidad sonora  $I$  medida cuando él funciona y la intensidad sonora  $I_0$  del ruido a reducir ".[6]

Se tendrá pues :

$$(49) \quad \Delta L = 10 \log (I/I_0) = L - L_0$$

donde  $L_0$  es el nivel sonoro incidente y  $L$  es el nivel sonoro resultante.

Por definición, pues, una atenuación del ruido incidente se traduce en un valor negativo de  $\Delta L$ .

En el caso ideal de una absorción total, se tendrá que  $\Delta L = -\infty$  (dB).

En la práctica, además del ruido incidente de intensidad sonora  $I_0$ , existe, con mucha frecuencia, un ruido de fondo, de intensidad  $I_f$  y nivel  $L_f$ , irreducible por absorción activa. Por esta causa, el coeficiente de

atenuación deberá expresarse :

$$(50) \quad \Delta L = 10 \log[(I+I_F)/(I_0+I_F)]$$

cuyo valor máximo se obtiene para  $I=0$ , expresándose :

$$(51) \quad \Delta L_{\max} = 10 \log[I_F/(I_0+I_F)]$$

Considerando que el ruido de fondo tiene una intensidad mucho más débil que el ruido incidente, el anterior resultado podrá, también, escribirse:

$$(52) \quad \Delta L_{\max} \approx L_F - L_0$$

Una vez definido un coeficiente de atenuación, que caracteriza la eficacia de un absorbedor activo, lo aplican al caso de un sonido puro.

Existirá, en este caso, una diferencia de nivel  $\delta L$  y una diferencia de fase  $\delta \phi$ , entre el campo incidente  $p_0$  y el campo de las fuentes antirruído  $p_A$ . Se tomará como fase de referencia la de  $p_0$ .

El coeficiente de atenuación, también, puede expresarse:

$$(53) \quad \Delta L = 20 \log(|p_A+p_0|/|p_0|)$$

donde

$$(54) \quad |p_A + p_o| = \sqrt{[p_o^2 + 2p_A p_o \cos \delta\phi + p_A^2]}$$

y llamando

(55)  $\delta L = 20 \log(p_A/p_o)$ , expresión que relaciona las amplitudes de la fuente secundaria y del ruido original, se tiene:

$$\log(p_A/p_o) = \delta L/20$$

y, por consiguiente,

$$(p_A/p_o) = 10^{\delta L/20}$$

es decir

$$(56) \quad p_A = p_o 10^{\delta L/20}$$

se tendrá:

$$(57) \quad |p_A + p_o| = \sqrt{[p_o^2 + 2p_o^2 10^{\delta L/20} \cos \delta\phi + p_o^2 10^{\delta L/10}] =}$$

$$= p_o \sqrt{[1 + 2 \cdot 10^{\delta L/20} \cos \delta\phi + 10^{\delta L/10}]}$$

Valor que sustituido en la expresión de  $\Delta L$ , da lugar a :

$$\Delta L = 20 \log(|p_A + p_o|/|p_o|) =$$

$$= 20 \log \sqrt{[1 + 2 \cdot 10^{\delta L/20} \cos \delta\phi + 10^{\delta L/10}]} =$$

$$= 20 \log(1 + 2 \cdot 10^{\delta L/20} \cos \delta \phi + 10^{\delta L/10})^2$$

$$(58) \quad \Delta L = 10 \log(1 + 2 \cdot 10^{\delta L/20} \cos \delta \phi + 10^{\delta L/10})$$

Un estudio de las variaciones de  $\Delta L$ , muestra que esta función no admite mínimo más que si se cumple la condición:

$$(59) \quad (\pi/2) \leq \delta \phi \leq (3\pi/2)$$

Mientras que en los restantes casos la función es positiva, por lo que el nivel de ruido es reforzado, y creciente.

Obsérvese que cuando  $p_A = p_0$ , se obtiene :

$$(60) \quad \delta L = 20 \log(p_A/p_0) = 0$$

luego :

$$(61) \quad \Delta L = 10 \log(1 + 2 \cos \delta \phi + 1)$$

Y si, ahora, el defase  $\delta \phi = \pi$ , se obtiene :

$$(62) \quad \Delta L = 10 \log(1 - 2 + 1) = 10 \log 0 = -\infty$$

que es el caso de una atenuación total.

A continuación se representa una familia de curvas (figura 4.36) que muestran las variaciones de  $\Delta L$  en función de  $\delta L$  (relación de amplitudes), para diferentes

valores de  $\delta\phi$  (ángulo de desfase). Su conocimiento permitirá responder a la pregunta:

"Dado un absorbedor activo, con qué precisión, en amplitud y en fase, deberá reproducir el sonido incidente, para que la atenuación obtenida sea inferior a un valor dado  $\Delta L_0$ ?" [6]

Siendo

$$p_A = p_0 - |p_A + p_0|$$

y como, según se ha visto antes,

$$|p_A + p_0| = p_0 \sqrt{(1 + 2 \cdot 10^{\delta L/20} \cos \delta\phi + 10^{\delta L/10})}$$

se tiene

$$p_A = p_0 [1 \pm \sqrt{(1 + 2 \cdot 10^{\delta L/20} \cos \delta\phi + 10^{\delta L/10})}]$$

Por tanto :

$$\begin{aligned} (63) \quad \delta L &= 20 \log(p_A/p_0) = \\ &= 20 \log(1 \pm \sqrt{(1 + 2 \cdot 10^{\delta L/20} \cos \delta\phi + 10^{\delta L/10})}) \end{aligned}$$

pero, según la ecuación de la atenuación, antes deducida :

$$\Delta L = 10 \log(1 + 2 \cdot 10^{\delta L/20} \cos \delta\phi + 10^{\delta L/10})$$

o lo que es lo mismo :

$$\Delta L = 20 \log(1 + 2 \cdot 10^{\delta L/20} \cos \delta \phi + 10^{\delta L/10})^2$$

es decir:

$$\Delta L = 20 \log f(1 + 2 \cdot 10^{\delta L/20} \cos \delta \phi + 10^{\delta L/10})$$

De la cual, despejando la raíz cuadrada, se obtiene :

$$(64) \quad f(1 + 2 \cdot 10^{\delta L/20} \cos \delta \phi + 10^{\delta L/10}) = 10^{\Delta L/20}$$

Con lo que  $\delta L$  [ecuación (63)] podrá expresarse :

$$(65) \quad \delta L = 20 \log(1 \pm 10^{\Delta L/20})$$

Si la condición que se desea es que  $\Delta L \leq \Delta L_0$  (dado), se tendrá:

$$10^{\Delta L/20} \leq 10^{\Delta L_0/20}$$

lo que implica :

$$(66) \quad 20 \log(1 - 10^{\Delta L_0/20}) \leq \delta L \leq 20 \log(1 + 10^{\Delta L_0/20})$$

de donde, dado el coeficiente de atenuación  $\Delta L_0$  deseado, puede hallarse  $\delta L$  y , por consiguiente, a partir del mismo y de  $p_0$ , sustituyendo en la ecuación (55), puede hallarse  $p_A$ . Igualmente, a partir de la ecuación (58) :

$$\Delta L = 10 \log(1 + 2 \cdot 10^{\delta L/20} \cos \delta \phi + 10^{\delta L/10})$$



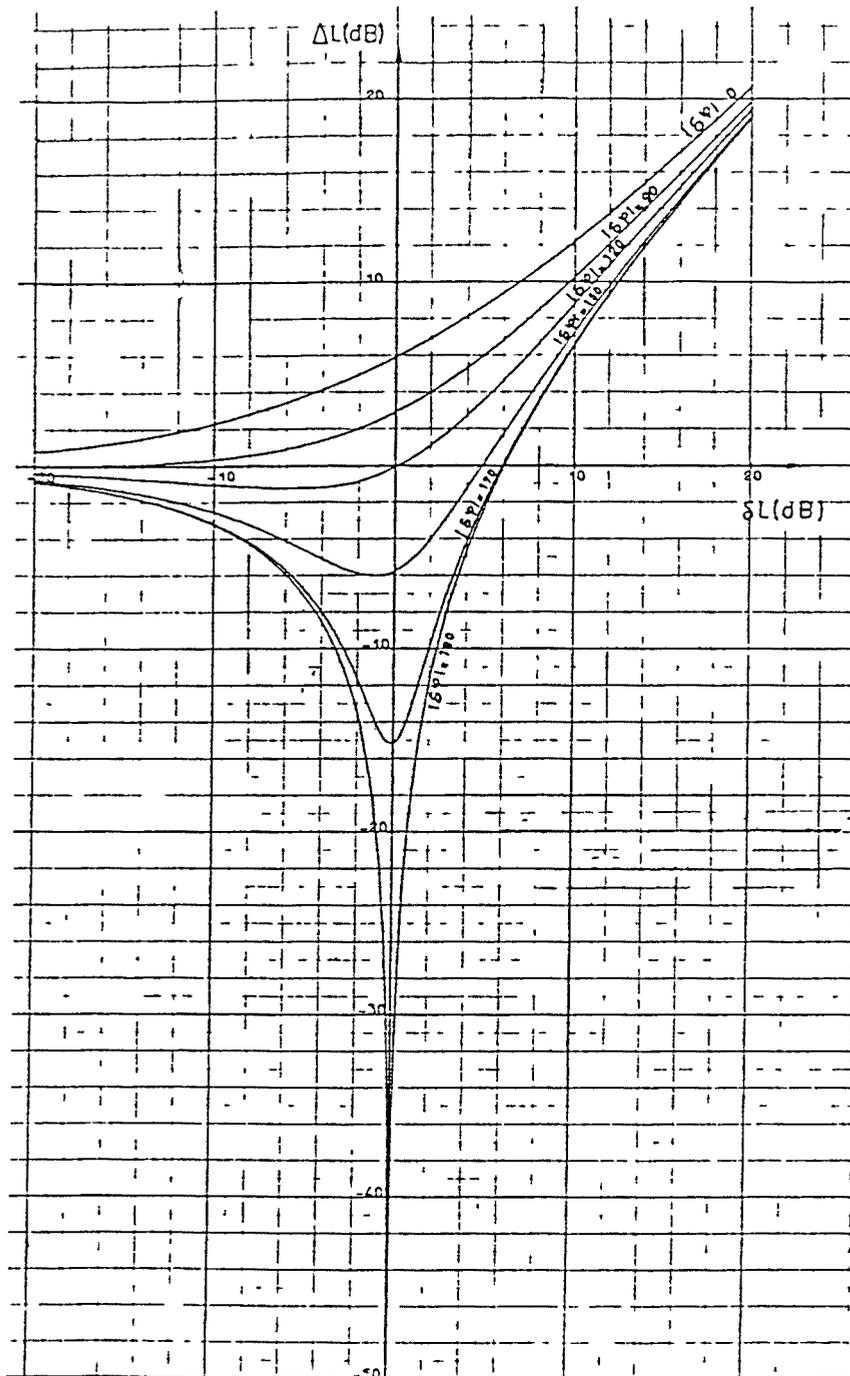


Figura 4.36. Variaciones del coeficiente de amortiguamiento.[6]

Se desprende de lo anterior que las fuentes secundarias deben reproducir en amplitud y en oposición de fase, el

sonido incidente. La reproducción de la amplitud no presenta dificultades, pero, sin embargo, la reproducción de la fase ofrece dificultades, sobre todo, en los dominios de grandes dimensiones. Los errores de fase son, pues, los que limitan la eficacia de los absorbedores activos. Estas limitaciones se ponen en evidencia en el siguiente gráfico:

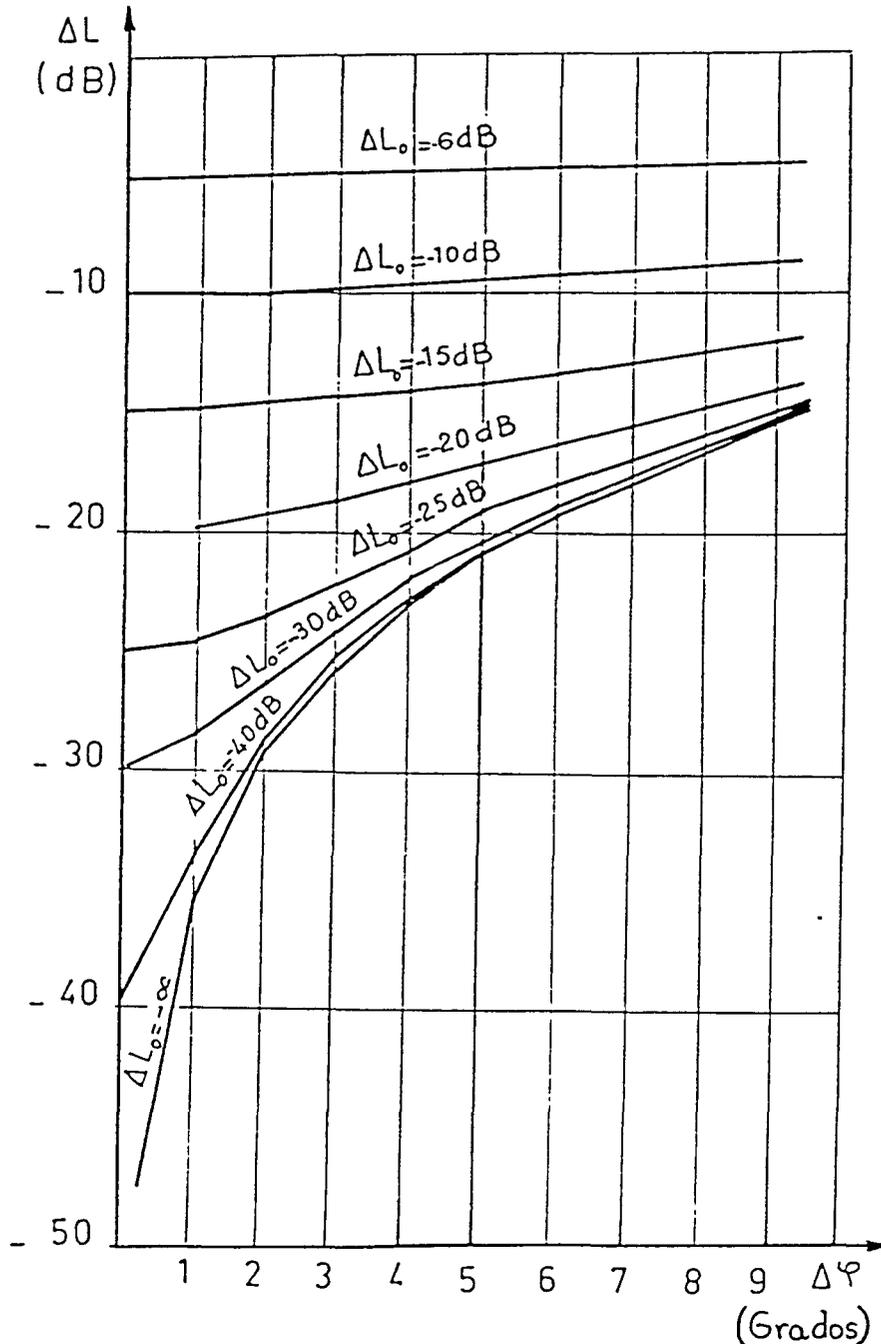


Figura 4.37. Influencia del error de fase.[6]

donde  $\Delta L_0$  es el coeficiente de atenuación medido con un error de fase nulo, y  $\Delta \phi$  el desvío en valor absoluto, entre  $\pi$  y  $\delta\phi$ .

Se ve, por ejemplo, que con un reglaje que se obtenga un coeficiente de atenuación de -40 dB con error de fase nulo, se obtendría, sin embargo, un coeficiente de atenuación de -29 dB si el error de fase fuera de 2 grados.

La presencia de un ruido de fondo no cambia la forma de las curvas que se han trazado, más que en las regiones de máxima atenuación. Este resultado, de acuerdo con la ecuación (52), aparece en los gráficos de la siguiente figura 4.38, en los que se representan las variaciones del coeficiente de atenuación  $\Delta L$  para diferentes valores de la cantidad  $\delta N = L_F - L_0$  (diferencia, en dB, entre el ruido de fondo y el ruido a reducir).[6]

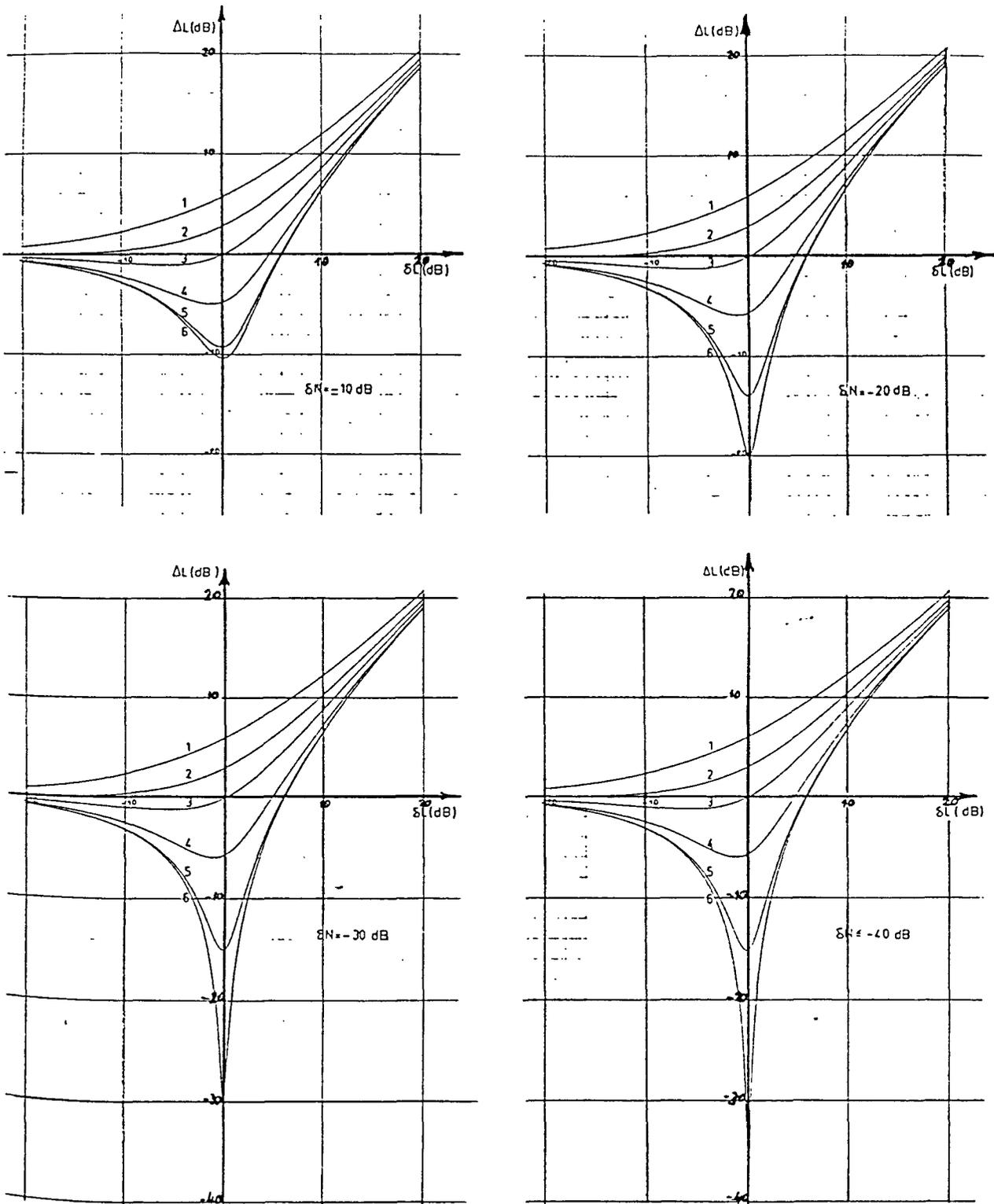


Figura 4.38. Influencia del ruido de fondo.

Curvas 1:  $|\delta\phi| = 0^\circ$  , Curvas 2:  $|\delta\phi| = 90^\circ$

Curvas 3:  $|\delta\phi| = 120^\circ$  , Curvas 4:  $|\delta\phi| = 150^\circ$

Curvas 5:  $|\delta\phi| = 170^\circ$  , Curvas 6:  $|\delta\phi| = 180^\circ$

Un absorbedor activo debe poder neutralizar sonidos complejos, por lo que resulta importante poder predecir su eficacia en el caso de ruidos con espectro de líneas o de bandas.

En el caso de un ruido con espectro de líneas, el coeficiente de atenuación será :

$$(68) \quad \Delta L = 10 \log(I/I_0) = 10 \log(\sum I_j/I_0)$$

donde  $I_j$  es la intensidad de energía sonora resultante, correspondiente a la frecuencia  $f_j$ .

Llamando  $\Delta L_j$  a la atenuación medida a la frecuencia  $f_j$ , se escribirá:

$$(69) \quad \Delta L_j = 10 \log(I_j/I_{0j})$$

donde  $I_{0j}$  designa la intensidad correspondiente a la frecuencia incidente  $f_j$ .

A continuación se despejará  $I_{0j}$  de la ecuación (69):

$$(\Delta L_j/10) = \log(I_j/I_{0j})$$

$$(I_j/I_{0j}) = 10^{\Delta L_j/10}$$

luego

$$I_j = I_{0j} 10^{\Delta L_j/10}$$

Substituyendo  $I_j$  en la ecuación (68) se obtiene :

$$(70) \quad \Delta L = 10 \log[\sum (I_{0j} \cdot 10^{\Delta L_j/10})/I_0]$$

Teniendo en cuenta que

$$(I_{0j}/I_0) = 10^{(L_{0j} - L_0)/10} ,$$

ya que

$$10 \log(I_{0j}/I_0) = L_{0j} - L_0 ,$$

siendo  $L_{0j}$  el nivel sonoro inicial correspondiente a la frecuencia  $f_j$ , la ecuación (70) podrá expresarse:

$$\Delta L = 10 \log[\sum 10^{(L_{0j} - L_0)/10} \cdot 10^{\Delta L_j/10}]$$

es decir

$$(71) \quad \Delta L = 10 \log[\sum 10^{(\Delta L_j + L_{0j} - L_0)/10}]$$

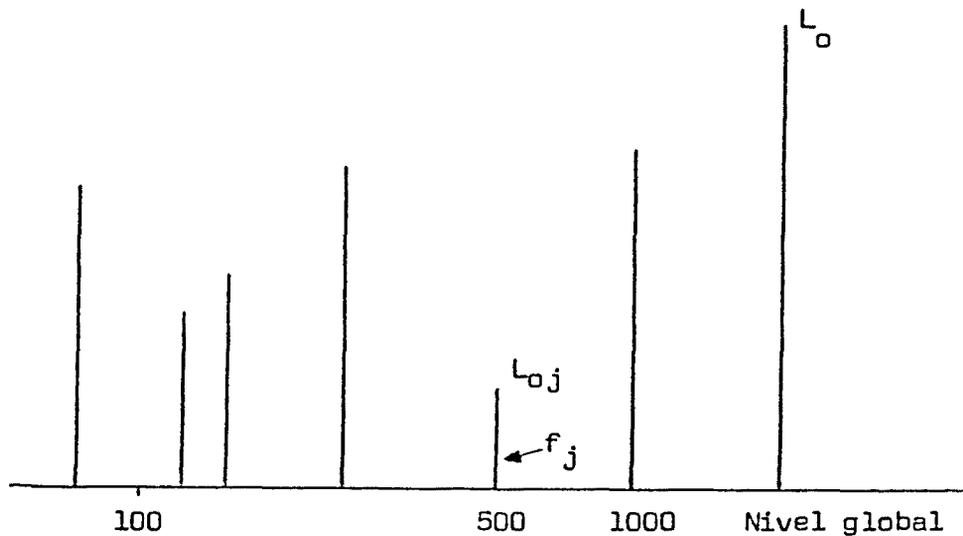


Figura 4.39. Ejemplo de un espectro de líneas.[6]

De este modo, el conocimiento de la curva de respuesta de un absorbedor activo, que da la relación entre  $I_j$  e  $I_{0j}$  y, por tanto, los valores de  $\Delta L_j$ , juntamente con el análisis espectral del ruido a neutralizar, permiten

predecir la eficacia del absorbedor para el ruido considerado.

Cuando el espectro del ruido se reduce a bandas de frecuencias de anchura  $\Delta f_j$ , se puede definir:

\* Una atenuación media en la banda  $\Delta f_j$ , por:

$$(72) \quad \delta L_j = 10 \log(I_{\Delta f_j} / I_{o\Delta f_j})$$

donde

$I_{\Delta f_j}$  es la intensidad resultante media correspondiente a esta banda e  $I_{o\Delta f_j}$  es la intensidad incidente media correspondiente a la misma banda.

\* Una diferencia de nivel :

$$N_{o_j} - L_o$$

donde

$N_{o_j}$  es el nivel sonoro incidente medio en la banda  $\Delta f_j$ .

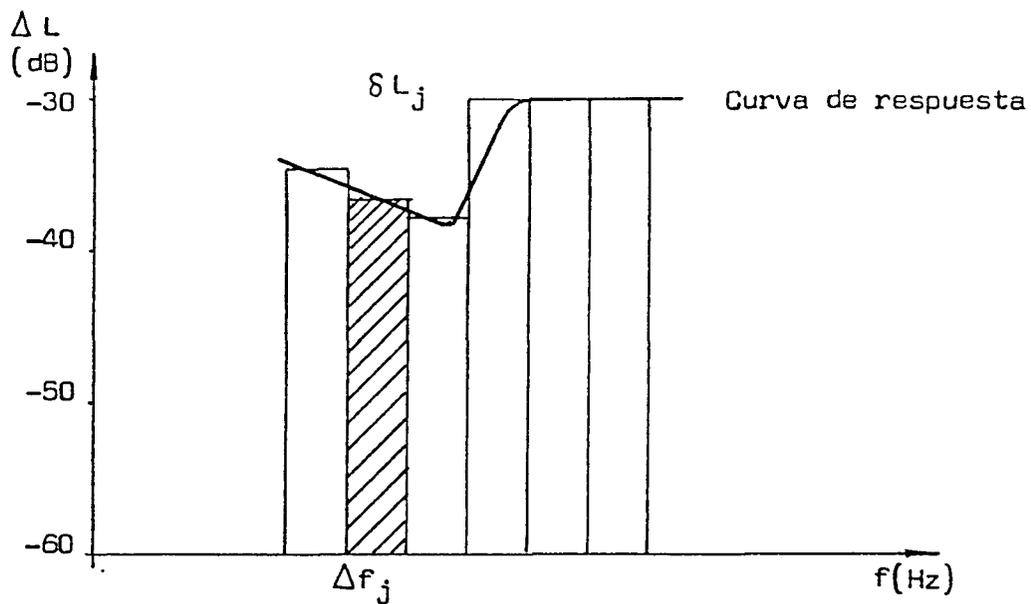


Figura 4.40. Determinación de los amortiguamientos medios  $\delta L_j$ . [6]

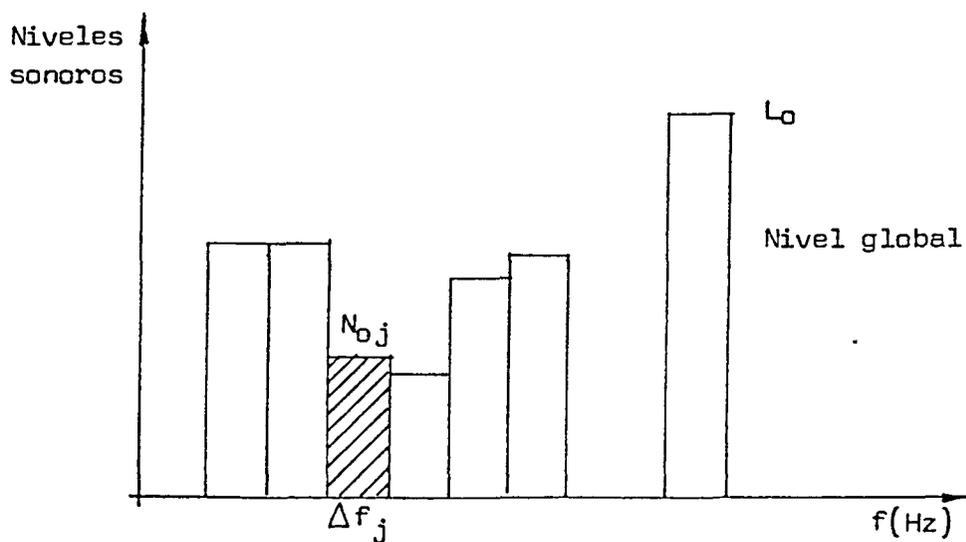


Figura 4.41. Ejemplo de espectro de bandas. [6]

Operando análogamente, a como se hizo en el caso de

espectro de líneas, se obtendrá:

$$(73) \quad \Delta L = 10 \log[\sum 10^{(\delta L_j + N_{0j} - L_0)/10}]$$

En el caso de un ruido blanco de anchura  $\Delta f$ , el resultado anterior da lugar a:

$$(74) \quad \Delta L = 10 \log[\sum 10^{\delta L/10}]$$

### OBSERVACIONES

Los autores de este trabajo, utilizando el Principio de Young, relativo a las interferencias, y el Principio de Huygens de las fuentes virtuales, llegan a la conclusión de que la fuente elemental de un sistema antirruído debe ser un tripolo. Esta conclusión fue confirmada por las experiencias de absorción sonora en un conducto, en el cual el sistema puede estar limitado a un solo tripolo, siempre que no interese más que la atenuación de ondas planas.

La regulación del monopolo y del dipolo debía ser muy fina, puesto que el equilibrio era muy sensible a las variaciones de fase entre las fuentes, de modo que una variación en la fase de pocos grados producía un gran aumento del nivel sonoro en la zona comprendida entre la fuente primaria y las secundarias.

Realizando análisis de respuestas en frecuencia se observó que los comportamientos del dipolo y del monopolo eran completamente diferentes, por lo que era necesaria una regulación diferente para cada frecuencia y cada nivel de la

onda primaria a neutralizar.

Se desprende, asimismo, de estos trabajos que si bien la reproducción de la amplitud de la fuente primaria, por parte de las secundarias, se verifica sin dificultad alguna, la reproducción de la fase ofrece serias dificultades, a causa fundamentalmente de la inestabilidad con el tiempo del aparellaje electrónico, lo que limita la eficacia de este tipo de absorbedores activos.

Finalmente, es preciso observar que los estudios y ensayos realizados por Canévet y Mangiante, en estos trabajos, se centraron en sonidos puros, por lo que, hasta posteriores trabajos, quedó por demostrar el grado de eficacia de sus dispositivos en los casos de ruidos más complejos.

\*\*\*\*\*

#### 4.3.1.4. ESTUDIO EXPERIMENTAL REALIZADO POR POOLE Y LEVENTHALL, APLICANDO EL METODO DE SWINBANKS [9].

En este trabajo se aplica la teoría desarrollada por Swinbanks [17], estando dirigido a lograr un grado significativo de absorción, en conductos, para una banda de frecuencias superiores a una determinada anchura.

La señal, que interfiere con el ruido no deseado, es recogida directamente del campo de sonido en el conducto, de modo que es posible operar con un conjunto de formas de onda tales como las del ruido original.

Un solo altavoz, a pesar de que actuase con el desfase adecuado, se comportaría análogamente a un cambio de impedancia y el ruido, en lugar de ser absorbido, sería reflejado retrocediendo por el conducto.

La teoría desarrollada por Jessel, basada en el Principio de Huygens y en la teoría de la interferencia de Young, mostró que si se diseñara un dispositivo de fuentes secundarias, tal que, en ausencia de campo incidente, pudiera generar una onda de sonido que se propagara solamente en la dirección corriente abajo, entonces, la onda incidente no sería reflejada, sino absorbida por las fuentes.[11]

Este efecto de unidireccionalidad de las fuentes secundarias, puede conseguirse por medio de la combinación de un monopolo y de un dipolo, como se desprende de los trabajos de Canévet y Mangiante, expuestos en el apartado 4.3.1.3., así como por medio del dispositivo de Swinbanks, consistente en la colocación de una serie de fuentes

monopolares espaciadas adecuadamente.[5],[17]

Ambos sistemas sólo son eficaces con sonidos en forma de ondas planas. Así, un sistema de silenciamiento, de un conducto práctico, necesitará conservar los métodos de absorción pasiva para los modos de alta frecuencia.

Uno de los dispositivos de fuentes secundarias realizado por Swinbanks, consiste, como se ha visto en el apartado 4.3.1.2., en dos anillos de fuentes montados en las paredes del conducto, como se muestra esquemáticamente en la figura 4.42.

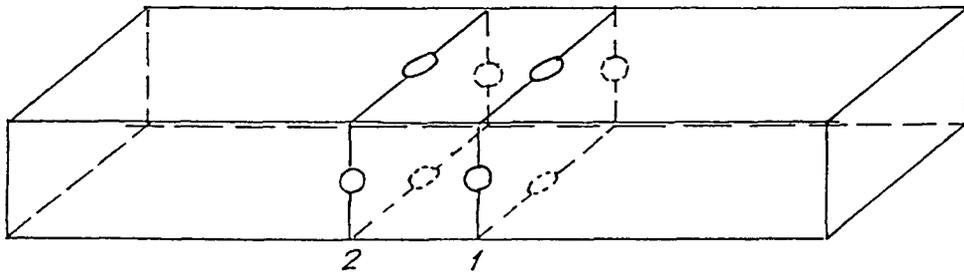


Figura 4.42. Disposición de fuentes secundarias, en forma de dos anillos, alrededor de un conducto rectangular.

Cada anillo está compuesto de cuatro altavoces unidos, montados, centralmente, uno en cada cara del conducto rectangular. Si la intensidad sonora del anillo de fuentes, situado corriente arriba, en el tiempo  $t$  es  $S_2(t)$  y la del anillo situado corriente abajo, es  $S_1(t)$ , entonces Swinbanks demuestra que la intensidad sonora en la dirección corriente arriba es nula, con la combinación de los dos anillos, si:

$$(1) \quad S_2(t) = -S_1 \left[ t - \frac{b}{c(1-M)} \right]$$

donde  $b$  es el espaciado entre anillos,  $c$  es la velocidad de propagación del sonido en el aire sin corriente y  $M$  es el número de Mach de la corriente de aire en el conducto.

Un valor positivo del número de Mach, denota que la corriente de fluido tiene el mismo sentido de movimiento que la propagación sonora, es decir, que dicha corriente va de izquierda a derecha según el esquema de la figura 1. Ello se desprende, fácilmente, de la anterior ecuación (1), ya que si el mismo número de Mach es positivo, se incrementa el desfase necesario entre los anillos 1 y 2, en la dirección corriente arriba, lo que se debe a que la velocidad de la corriente de fluido desfavorece la propagación en dicha dirección.

De este modo,  $S_2$  debe tener la misma amplitud que  $S_1$ , pero será invertida y retrasada en  $b/c(1-M)$  respecto a  $S_1$ .

Obsérvese, empleando la figura 4.43, las emisiones de cada anillo de fuentes, corriente arriba y corriente abajo del conducto, así como las emisiones resultantes, de la combinación de ambos anillos, en las citadas direcciones.

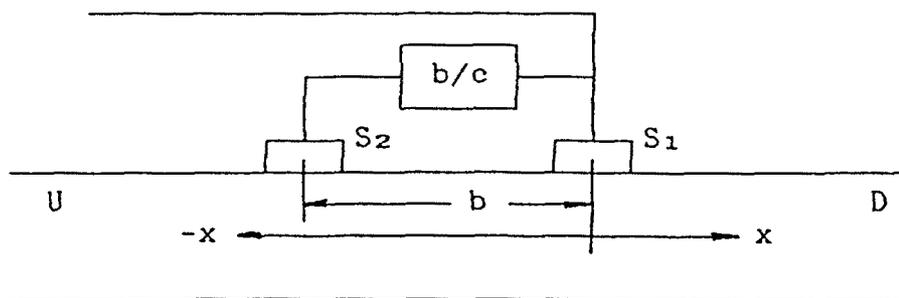


Figura 4.43. Disposición y desfase entre dos anillos de fuentes secundarias.

U indica la región corriente arriba del conducto.

D indica la región corriente abajo del conducto.

Las emisiones de cada anillo de fuentes serán :

$$(2) \quad S^U_1 = e^{i(\omega t + kx)} \quad \text{en la dirección U}$$

$$(3) \quad S^D_1 = e^{i(\omega t + kx)} \quad \text{en la dirección D}$$

$$(4) \quad S^U_2 = e^{i[\omega(t+b/c) + kx]}(-1)e^{-i\omega b/c} \quad \rightarrow \quad U$$

$$(5) \quad S^D_2 = e^{i[\omega(t-b/c) - kx]}(-1)e^{-i\omega b/c} \quad \rightarrow \quad D$$

donde  $b/c$  del primer factor de  $S^U_2$  es el adelanto de fase debido a que esta fuente se encuentra adelantada una distancia  $b$ , respecto a la fuente  $S_1$ , en la dirección corriente arriba,  $(-1)$  es la inversión de una fuente respecto a la otra y el  $b/c$  del último factor es el desfase, entre ambas fuentes, provocado por el retardador indicado en la figura 4.43.

Análogamente,  $b/c$  del primer factor de  $S^D_2$  es el retraso de fase debido al retraso de ubicación de esta fuente, en la distancia  $b$ , respecto a la  $S_1$ , en la dirección corriente abajo. Al igual que antes,  $(-1)$  corresponde a la inversión entre una fuente y la otra y el  $b/c$  del último factor, corresponde al desfase ocasionado por el retardador.

Sumando las emisiones de ambas fuentes en la dirección corriente arriba, se obtiene:

$$(6) \quad SU_1 + SU_2 = e^{i(\omega t + kx)} - e^{i(\omega t + b/c - b/c + kx)} = 0$$

Sumando las emisiones de ambas fuentes en la dirección corriente abajo, se obtiene:

$$(7) \quad \begin{aligned} SD_1 + SD_2 &= e^{i(\omega t - kx)} - e^{i[\omega(t - 2b/c) - kx]} = \\ &= e^{i(\omega t - kx)}(1 - e^{-i\omega 2b/c}) \end{aligned}$$

Del mismo modo, pero considerando la existencia de un fluido en movimiento de velocidad  $v$ , en la dirección de propagación, corriente abajo, las emisiones, de cada anillo de fuentes, se expresarán de acuerdo con el siguiente razonamiento.

La corriente de fluido provoca un desfase positivo o negativo, según que el sentido de propagación de la onda sonora coincida, o sea contrario, al de dicha corriente. Su valor es  $l/c$ , donde  $l$  es el espacio recorrido por una partícula de fluido, con velocidad  $v$ , durante un intervalo de tiempo  $t$  ( $l=vt$ ). Por consiguiente :

$$SU_1 = e^{i[\omega(t - l/c) + kx]} = e^{i[\omega(t - vt/c) + kx]}$$

$$(8) \quad SU_1 = e^{i[\omega t(1 - M) + kx]}$$

$$SD_1 = e^{i[\omega(t + l/c) - kx]} = e^{i[\omega(t + vt/c) - kx]}$$

$$(9) \quad SD_1 = e^{i[\omega t(1 + M) - kx]}$$

$$SU_2 = e^{i[\omega(t - l/c + b/c) + kx]}(-1) e^{-i\omega b/c} =$$

$$= e^{i[w(t-vt/c+b/c)+kx]}(-1) e^{-1wb/c}$$

$$(10) \quad S^{U_2} = - e^{i[wt(1-M) + kx]}$$

$$S^{D_2} = e^{i[w(t+l/c-b/c)-kx]}(-1) e^{-1wb/c} =$$

$$= e^{i[w(t+vt/c-b/c)-kx]}(-1) e^{-1wb/c}$$

$$(11) \quad S^{D_2} = - e^{i[wt(1+M) - (w2b/c) - kx]}$$

de donde, superponiendo las emisiones de ambas fuentes, en la dirección corriente arriba, se obtendrá:

$$(12) \quad S^{U_1} + S^{U_2} = 0$$

y superponiendo las correspondientes a la dirección corriente abajo:

$$(13) \quad S^{D_1} + S^{D_2} = e^{i[wt(1+M)-kx]} (1 - e^{-1w2b/c})$$

Tanto considerando la velocidad de la corriente, como no, el campo resultante de las fuentes secundarias en la región corriente arriba es nulo, mientras que el que se obtiene en la región corriente abajo será el responsable de la atenuación en esta zona.

Con ello, el micrófono, situado en la región corriente arriba, captará la intensidad sonora procedente de la fuente primaria, sin ser alterada por las fuentes secundarias.

Adicionando, a continuación de los dos anillos, en la

dirección corriente abajo, un tercer anillo de fuentes secundarias, puede ser ampliado el rango de frecuencias útiles para este dispositivo. Sin embargo, en este trabajo no se realizaron tales experimentos.

Si todas las frecuencias de interés fueran más bajas que  $w_c$ , frecuencia de corte del conducto cuya longitud de onda es igual, según se dedujo en el apartado (2.11) "Acústica en un conducto de sección rectangular", al doble de la dimensión transversal del mismo, bastaría un simple altavoz unido a cada posición  $x=0$ ,  $x=b$ . Pero, por encima de la frecuencia de corte, un simple altavoz excitará modos transversales en el conducto, tanto como modos de ondas planas, aún cuando la perturbación primaria sea completamente del modo de onda plana. Usando fuentes de anillo se consigue que solamente aparezcan modos transversales para frecuencias superiores de  $2,8 w_c$ , tratándose de conductos cuadrados con anillos de 4 altavoces cada uno, y de  $2,1 w_c$ , si se trata de tubos de sección circular con anillos compuestos, cada uno, por 3 altavoces igualmente espaciados sobre el mismo.

Aparte de las mismas fuentes secundarias, son necesarios en el sistema otros componentes, como el micrófono y la electrónica necesaria para convertir la señal del micrófono en la forma apropiada para dirigirla a las fuentes secundarias. Los requisitos para este proceso son el retraso de la señal del micrófono para permitir detectar el tiempo del progreso del frente de onda hasta las fuentes de cancelación, la forma de la respuesta en la entrada a las fuentes secundarias para compensar, en parte, la respuesta

de amplitud-frecuencia en el aparato fuente y amplificar al nivel requerido por la señal procesada. Estas funciones son mostradas en el diagrama de bloques de la figura 4.44.

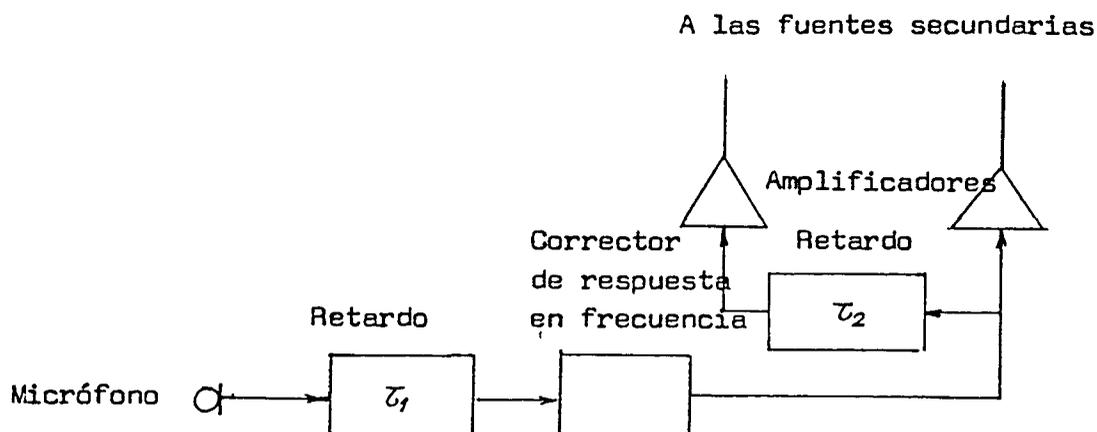


Figura 4.44. Diagrama de bloques de un absorbedor activo práctico que usa dos anillos de fuentes secundarias.

El micrófono debe cumplir el requisito de que, en él, no se produzcan cambios de fase entre la presión de entrada y la señal eléctrica de salida del mismo o, alternativamente, que algún cambio de fase podría ser proporcional a la frecuencia y, de este modo, equivalente a un simple retraso.

Con una perfecta direccionalidad del dispositivo de fuentes secundarias, en teoría, no habría problemas de realimentación entre las fuentes y el micrófono. Sin embargo, en la práctica existe el peligro de realimentación del dispositivo de fuentes, que no es totalmente unidireccional y, también, de las reflexiones del ruido, imperfectamente cancelado, que se producen en la región

corriente abajo, lejos del absorbedor activo. Es, por ello, deseable usar un captador que sea sólo sensible al sonido circulando corriente abajo. Tal captador podría estar fabricado de una manera similar a una fuente unidireccional. Este dispositivo podría consistir en dos o tres anillos de micrófonos, siendo invertida y retrasada la salida de los de corriente abajo, antes de ser sumada con la salida de los anillos de corriente arriba. La respuesta amplitud-frecuencia de este dispositivo de captación resultaría similar a la del dispositivo de fuentes.[17]

Para la total cancelación del sonido incidente, en la región corriente abajo del atenuador, el dispositivo de fuentes secundarias tiene que producir una perfecta copia antifase de este campo de sonido. En la práctica, sin embargo, existen pequeños errores en la fase y en la amplitud de la señal de cancelación, por lo que la efectividad del sistema, bajo estas condiciones, puede ser expresada en términos de un coeficiente de atenuación  $\alpha$ , definido, por los autores de este trabajo, del siguiente modo:

$$(14) \quad \alpha = 10 \log(p_1^2/p_3^2)$$

donde  $p_1$  es la presión acústica del sonido en la zona del micrófono, es decir, en la región corriente arriba de las fuentes secundarias, mientras que  $p_3$  es la presión acústica en la región corriente abajo de las fuentes secundarias. Alternativamente, puede emplearse como coeficiente de

atenuación la expresión :

$$(15) \quad \alpha = 20 \log(|p|/|p+p_A|)$$

donde  $p$  es la presión acústica en un punto de la región corriente abajo de las fuentes secundarias, debida a la fuente de ruido primaria, y  $p_A$  es la presión, en el mismo punto, debida a las fuentes secundarias. Puede observarse que este coeficiente de atenuación, definido por Poole y Leventhall, es inverso al definido por Magiante y Canévet que, como se expuso en el apartado 4.3.1.1., era :

$$\Delta L = 20 \log(|p_A+p|/|p|)$$

Si, por ejemplo,

$$p = A \exp[i\omega t],$$

entonces, la cancelación completa se conseguirá si:

$$p_A = - A \exp[i\omega t]$$

Pero, si en lugar de este valor de la presión acústica de las fuentes secundarias, se tiene que

$$p_A = - B \exp[i(\omega t + \delta\phi)],$$

entonces, el valor del coeficiente de atenuación  $\alpha$ , puede ser calculado por la suma vectorial, como se muestra en la figura 4.45.

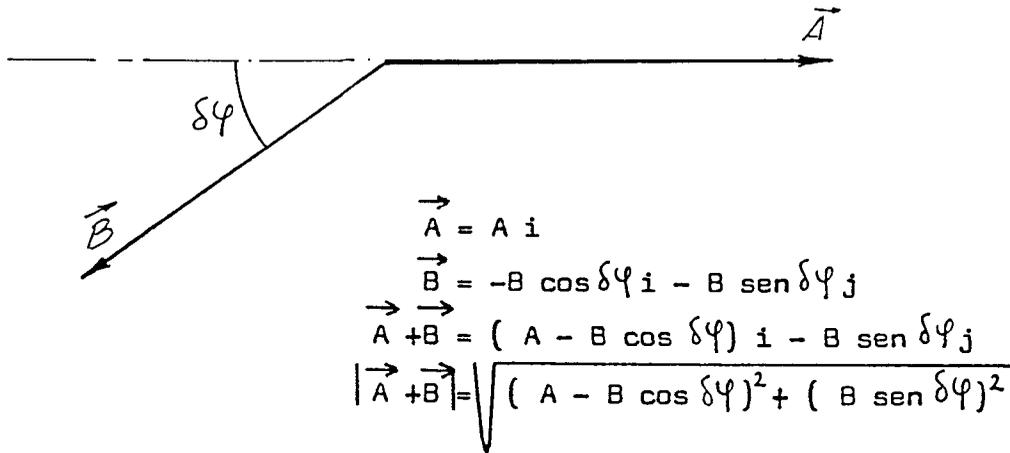


Figura 4.45. Diagrama vectorial para el cálculo del coeficiente de atenuación.

El módulo del vector resultante será:

$$\begin{aligned}
 (16) \quad |p+p_A| &= \sqrt{(A - B \cos \delta\varphi)^2 + (B \sin \delta\varphi)^2} = \\
 &= A \sqrt{[1 - (2B/A)\cos \delta\varphi + (B^2/A^2)]}
 \end{aligned}$$

Y siendo el módulo de la presión acústica primaria:

$$|p| = A$$

El coeficiente de atenuación, definido por Poole y Leventhall, se expresa:

$$(17) \quad \alpha = -10 \log[|1 - (2B/A)\cos \delta\varphi + (B^2/A^2)|]$$

En la tabla 4.3 se presentan los coeficientes de atenuación para algunos casos de pequeños errores entre

amplitudes y ángulos de fase.

B/A	$\delta\phi=0$	$\delta\phi=1^\circ$	$\delta\phi=3^\circ$	$\delta\phi=10^\circ$
1	$\infty$	35	25,5	15,2
1,005	46	33,7	25,4	15,1
1,05	26	25,7	22,6	14,2
1,1	20	19,8	18,6	13,6

Tabla 4.3. Coeficiente teórico de atenuación en dB, obtenible bajo varias condiciones de imperfección.

El dispositivo experimental, que se empleó para la realización de los ensayos, se esquematiza en la siguiente figura 4.46.

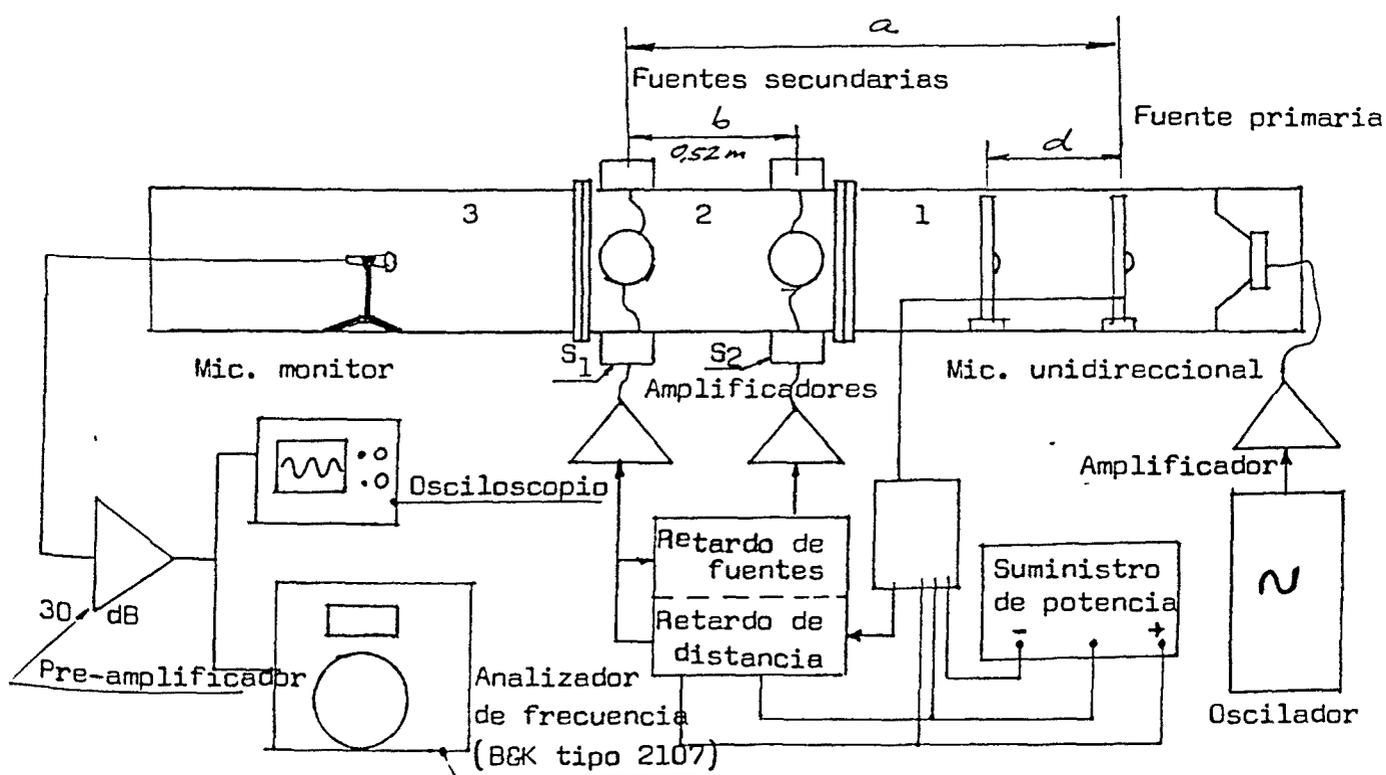


Figura 4.46. Esquema del aparato experimental.

La fuente primaria es reproducida por un altavoz situado en el extremo del conducto, encontrándose abierto el extremo opuesto del mismo.

Las dos piezas extremas, de las tres que componen el conducto, tienen, cada una de ellas, una longitud de 2,5 metros y fueron fabricadas con madera de 25 mm. de espesor. La pieza central de 0,75 metros de longitud fue de construcción similar pero con una cara de "perspex" (plástico empleado en lugar de vidrio en los aviones).

Los micrófonos podían ser movidos a voluntad, en el conducto, por medio de un sistema de cuerdas y poleas.

Cada anillo de fuentes secundarias estaba compuesto por 4 altavoces Grampian SP25, cada uno de los cuales se encontraba montado en el centro de su correspondiente cara del conducto, conectados en serie.

El espacio entre anillos fue elegido para obtener una frecuencia central  $f_m$  de alrededor de 150 Hz, concretamente esta separación fue de 0'52 m, que se corresponde con una frecuencia de 162 Hz. Efectivamente, de acuerdo con el apartado 4.3.2.2., "ANALISIS DE LOS ESTUDIOS REALIZADOS POR LEVENTHALL Y EGHTESADI, SOBRE LOS ATENUADORES ACTIVOS DE n FUENTES, PARA ABSORCION DEL RUIDO EN CONDUCTOS" [15], se tiene:

$$(\Gamma/4) = 0,52 \text{ m} , \quad \Gamma = 4 \cdot 0,52 = 2,08 \text{ m}$$

$$\Gamma = c/f , \quad f = (c/\Gamma) = (340/2,08) \approx 162 \text{ Hz}$$

donde  $\Gamma$  es la longitud de onda,  $f$  la frecuencia y  $c$  la velocidad de propagación del sonido en el aire.

La máxima frecuencia a la cual dejará de ser eficaz el efecto de emisión, de ambos anillos de altavoces separados una distancia de 0,52m, vendrá dada por:

$$(\Gamma/2) = 0,52 \text{ m} , \quad \Gamma = 1,04 \text{ m}$$

$$f = c/\Gamma , \quad f = (340/1,04) \approx 326 \text{ Hz}$$

Se esperó que, con la frecuencia central de 162 Hz utilizada, los resultados que pudieran ser obtenidos se encontrarán por encima de un rango de frecuencias de 50 a 250 Hz.

Los altavoces SP25 fueron cerrados por su parte posterior lo que resultó ventajoso para el sistema. Sin embargo, estas unidades presentan la limitación de tener una frecuencia de resonancia de 400 Hz. Por debajo de esta frecuencia la salida acústica, de dichas unidades, decrece en 12 dB/octava, lo que influye seriamente en el comportamiento del absorbedor.

A pesar de esta limitación fueron obtenidos resultados útiles. Idealmente la frecuencia de resonancia de los altavoces podría ser muy baja, tanto como las más bajas frecuencias a ser atenuadas, pero, para muchas aplicaciones, ésto implicaría la fabricación de altavoces especiales.

El captador unidireccional consiste en dos estructuras, cada una de las cuales lleva cuatro micrófonos de cristal,

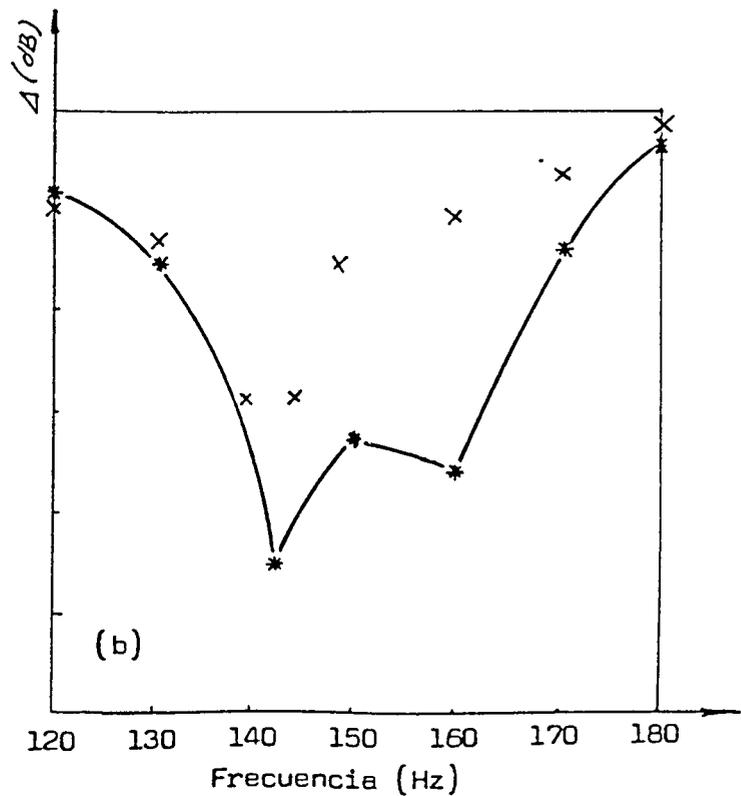
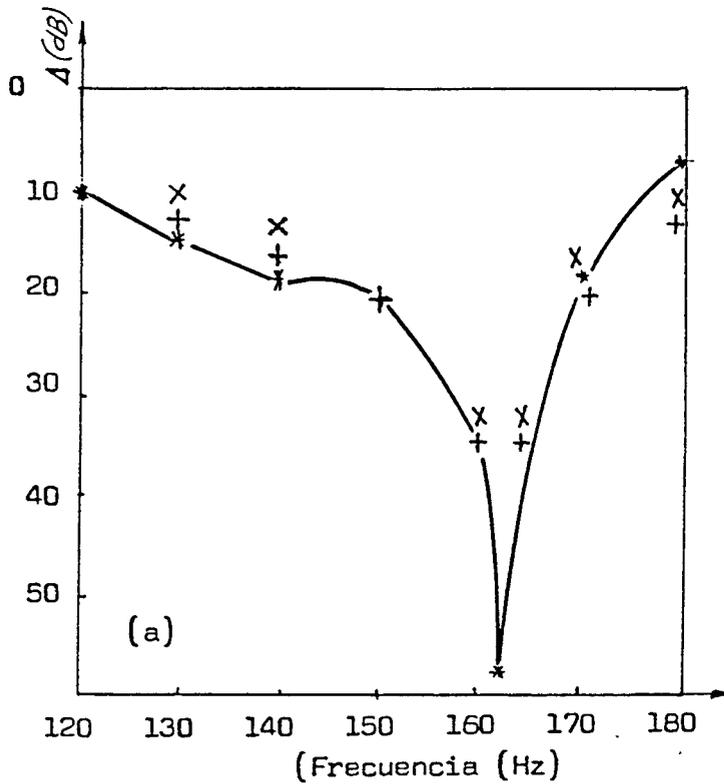
insertados y montados en una vía, como se muestra en la figura 5. Un circuito de fuente acompañante es conectado a cada micrófono para minimizar los cambios de fase y el zumbido, de modo que sus salidas, correspondientes a cada anillo, son sumadas y amplificadas, habiendo sido antes alimentadas por la "unidad de micrófono", compuesta de las cajas de retraso y de los circuitos inversores necesarios, para la operación unidireccional. Otra unidad de retraso asegura la operación unidireccional de las fuentes secundarias y un tercer retraso es conectado entre la "unidad de micrófono" y las fuentes secundarias para conservar el tiempo correcto de afinidad entre la detección de la señal y la actuación de las fuentes secundarias.

Cada unidad de retraso consiste en determinado número de simples mallas de cambio de fase, R-C (resistencia-condensador). Cada una de estas mallas es proyectada para dar un pequeño cambio de fase, la cual lo proporciona a una frecuencia suficientemente baja y es directamente proporcional a la frecuencia. Esto es equivalente a un retraso constante y, por un apropiado número de elementos en cascada, se puede conseguir cualquier retraso. Este simple circuito, que proporciona un retraso constante de 0'5 milisegundos alrededor de 400 Hz, puede ser ejecutado con solamente once etapas de cambio de fase y dos etapas de filtro paso bajo. Este filtro fue añadido a lo "largo" de la unidad de retraso para desviar la realimentación circular del sistema a altas frecuencias.

Se usaron dos tipos de detectores para el sistema. El primer detector fue un micrófono dinámico cardioide (AKG D

190) y el segundo consistió en el dispositivo de anillos de micrófonos descrito anteriormente. Los ensayos fueron realizados sin corriente de aire.

El rango de frecuencia en que se operó, usando el micrófono dinámico, se muestra en los gráficos (a), (b), y (c) de la siguiente figura 4.47.



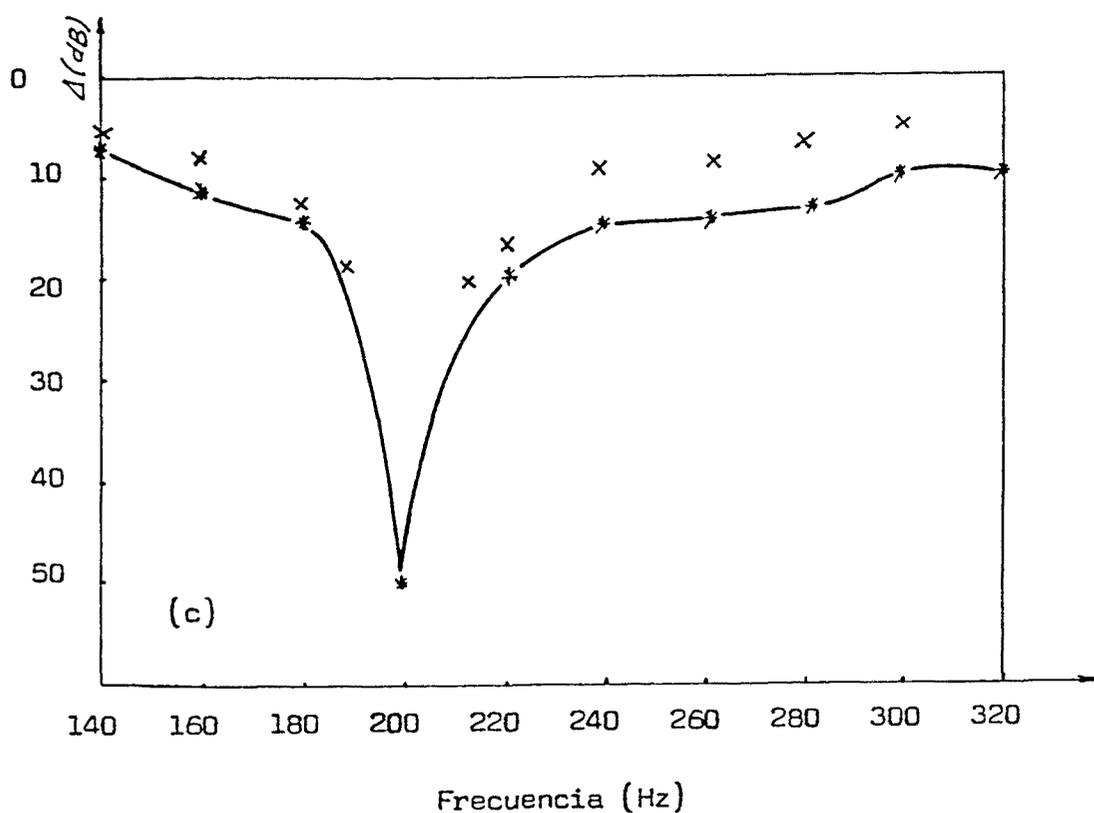


Figura 4.47. Gráficos de atenuación en función de la frecuencia, del primer sistema, ajustado para la máxima atenuación en (a) 162 Hz, (b) 142 Hz y (c) 200 Hz.

\* Resultados experimentales.

x Valores calculados en la suposición que la respuesta de la unidad direccional decrece en 12 dB/octava.

+ Valores previstos, en la suposición que la respuesta de la unidad direccional es plana.

Las lecturas fueron obtenidas ajustando la unidad de retraso, o la posición del micrófono, y la ganancia de los amplificadores de realimentación de las fuentes secundarias, hasta que el nivel del tono de frecuencia simple emitido por el altavoz de la fuente primaria, que fue detectado por el micrófono del monitor, dio un valor mínimo. El valor del coeficiente de atenuación  $\alpha$ , obtenido a esta frecuencia, fue la diferencia de nivel, en dB, indicada por el analizador de frecuencia entre la condición en la cual las fuentes secundarias están desconectadas y la que las fuentes secundarias están conectadas. A continuación, para obtener los restantes puntos de los anteriores gráficos, se midió la atenuación  $\alpha$  para otras frecuencias, sin ajustar, de nuevo, el sistema. Este método elimina los errores en amplitud y fase del sistema, sólo, a la frecuencia para la que fueron hechos los ajustes iniciales. Con el simple sistema que se usó en el desarrollo de este trabajo, los errores de amplitud y fase fueron, por consiguiente, importantes en las mediciones a las restantes frecuencias, lo que conlleva, para éstas, que las atenuaciones logradas sean mucho menores.

Para los valores del coeficiente de atenuación calculados, y también representados en los anteriores gráficos, se usaron las ecuaciones (7) y (17) y se supuso que la salida de las unidades direccionales disminuía en 12 dB/octava con frecuencia decreciente. También, se muestran, en los mismos gráficos, los puntos calculados con la suposición de que las unidades direccionales tuvieran una

respuesta de frecuencia plana. El hecho de que los resultados experimentales fueran mejores que los previstos por cálculo, fue atribuido a una compensación, en las unidades direccionales, entre los cambios de fase y la amplitud.

Resultó interesante y alentador, notar que no había realimentación acústica del dispositivo de fuentes secundarias al micrófono, a menos de que los controles de alimentación de los amplificadores de los dos anillos de fuentes fueran posicionados con gran diferencia relativa de ganancias. Si se empleaba un micrófono omnidireccional, en lugar del cardioide, el sistema se encontraba próximo a la realimentación pero, también entonces, antes de que el sistema empezase a ser inestable, se obtenía una atenuación de 12 dB a 160 Hz. Este dato conduce a la conclusión que el dispositivo de fuentes secundarias era adecuadamente direccional, lo cual fue confirmado moviendo el micrófono del monitor a lo largo del conducto, especialmente en la zona 1, es decir, en la región corriente arriba de las fuentes secundarias. La variación del nivel sonoro en el conducto, con la distancia, se muestra en la figura 4.48. La diferencia entre los niveles máximo y mínimo de la onda estable, corriente arriba del atenuador, es de 4,1 dB, lo cual corresponde a un coeficiente de reflexión de 0,23. La fracción de energía incidente de sonido que es reflejada, en las fuentes secundarias, hacia atrás, corriente arriba es, por consiguiente,  $0,23^2$ , es decir alrededor del 5%.

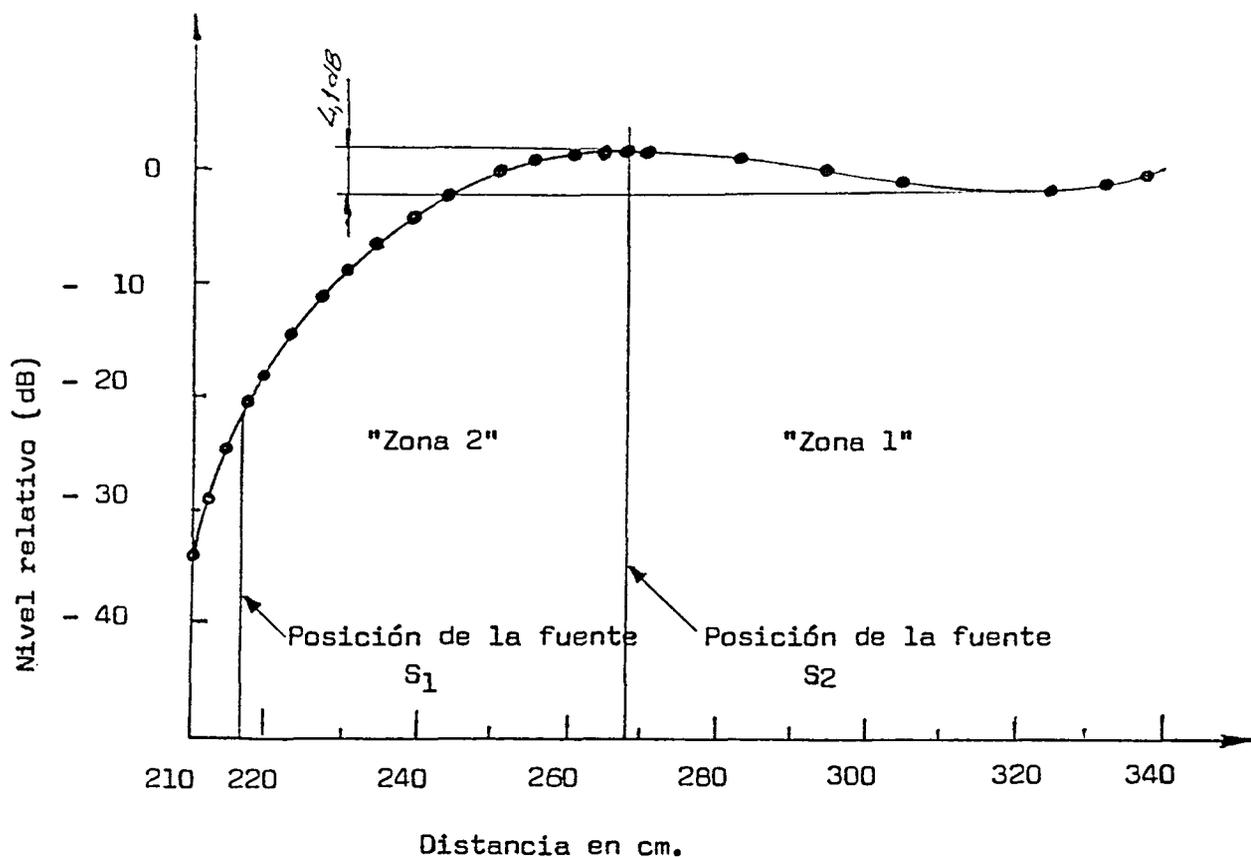


Figura 4.48. Variación del nivel sonoro en un conducto con la distancia, para una frecuencia de 162 Hz.

El experimento se repitió usando micrófonos montados sobre dos anillos para conseguir la unidireccionalidad. Ambos anillos se encontraban espaciados una distancia de 0,52 m, idéntico al espaciamiento entre los anillos de fuentes secundarias.

Los resultados, tanto de cálculo como experimentales, se representan en las figuras 4.49(a) y 4.49(b), correspondientes a los casos de frecuencias centrales de 162 Hz y 142 Hz, respectivamente. Asimismo, se representan, en los mismos gráficos, los resultados experimentales obtenidos con el micrófono cardioid AKG, al objeto de poderlos comparar con aquellos. El espaciado entre los anillos de los

micrófonos, en este sistema simple, introduce amplitudes nuevas y errores de fase.

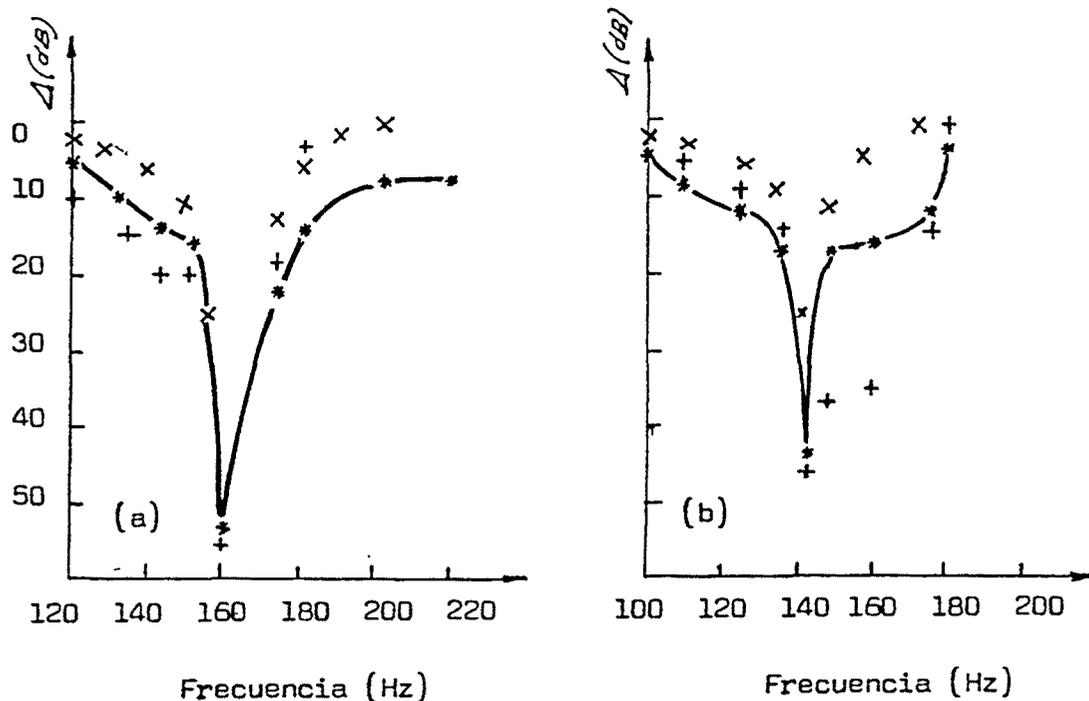


Figura 4.49. Gráficos de atenuación en función de la frecuencia del sistema que tiene dos anillos de micrófonos, ajustados para la máxima atenuación en (a) 162 Hz y (b) 142 Hz.

- \* Resultados experimentales.
- x Valores calculados, en la suposición que la respuesta de la unidad direccional decrece en 12 dB/octava.
- + Resultados experimentales obtenidos con el primer sistema (micrófono dinámico cardioid).

Los resultados anteriores se obtuvieron utilizando tonos puros pero, en la práctica, el ruido propagado en conductos es de una banda ancha de frecuencias. Por esta razón, se llevaron a cabo ensayos con ruidos de bandas de frecuencia limitadas. Ajustados, tanto el sistema que utilizaba el micrófono dinámico cardioid, como el de anillos

de micrófonos, se obtuvieron para las tres frecuencias centrales de 142 Hz, 180 Hz y 243 Hz, correspondientes a las tres diferentes bandas anchas ensayadas, las máximas atenuaciones.

Estos resultados se indican en la tabla 4.4.

Frec.central(Hz)	Ruido de banda ancha (Hz)			
	0	10	30	100
	Atenuación (dB) para el sistema con micrófono dinámico cardioid			
142	24	19	17	7
180	25	16	13	9
243	33	25	21	16
	Atenuación (dB) para el sistema con 2 anillos de micrófonos			
142	23	15	14	7
180	32	16	13	10
243	30	25	21	11

Tabla 4.4. Atenuación obtenida con cada sistema para diferentes bandas anchas de ruido.

Comparando los resultados representados en las figuras 4.47(b) y 4.49(b), correspondientes a una frecuencia de 142 Hz, con los de la tabla número 4.4, a la misma frecuencia, y para el caso de una banda de frecuencias de 0 Hz, se observa la correlación existente entre ambos. Puede verse que la correspondiente atenuación dada en la tabla 4.4 es algo menor que la obtenida en los gráficos. La razón de esto fue que en el trazado de los gráficos se ajustó la frecuencia de

interés mientras que los resultados de la tabla, obedecen a las mediciones de un ajuste general para la banda ancha. Además, existe una aparente reducción en la atenuación debida a la distorsión armónica de los altavoces, así como al ruido externo que era detectado por el micrófono del monitor.

Se observa en los anteriores gráficos de la atenuación en función de la frecuencia, que a la frecuencia a la cual se ajustó el sistema para la máxima atenuación, ésta fue considerable aunque no infinita. En la siguiente tabla número 4.5, se dan las máximas atenuaciones conseguidas a diferentes frecuencias usando el dispositivo de micrófonos espaciados.

Frecuencia(Hz)	110	160	210	260	300
Atenuación(dB)	43	50	50	48	20

Tabla 4.5. Atenuación máxima conseguida a varias frecuencias usando el dispositivo de micrófonos espaciados.

A frecuencias inferiores a 110 Hz las unidades direccionales tienden a falsear y a frecuencias superiores a 300 Hz la atenuación quedó limitada por la realimentación acústica. Esta realimentación era de esperar, ya que a 300 Hz, la respuesta combinada, de los micrófonos y de las fuentes secundarias, requería una ganancia muy alta en los amplificadores de las fuentes para obtener la salida necesaria.

El límite de la atenuación podría ser atribuido a impulsos electrónicos, o a señales llegadas al micrófono del monitor, desde la fuente primaria o las secundarias, por otros caminos que el de corriente abajo del conducto, dando así origen a lecturas falsas. Los autores de este trabajo, consideraron que la causa más probable fue la primera, ya que la lectura del medidor del analizador de frecuencias variaba con el tiempo establecido. Si los impulsos electrónicos fueran eliminados, entonces, habría que considerar la segunda posibilidad.

Los resultados del sistema experimental, que se han mostrado y comentado en los párrafos anteriores, pueden, una vez corregidos los fallos de dicho sistema, dar lugar a un sistema de atenuación activa de tipo práctico. El principal fallo del sistema experimental es su restringido rango de frecuencias.

Experimentos preliminares sobre los efectos de la respuesta de frecuencia, en dispositivos compuestos de tres anillos de fuentes y de micrófonos, ha demostrado la validez de estos sistemas para mayores rangos de frecuencia.

Un mayor refinamiento podría consistir en la incorporación de algún modelo de "tidy-up" (regulador automático), circuito asociado a un micrófono situado corriente abajo de las fuentes secundarias.

Esta regulación sería útil, a frecuencias muy por debajo de la frecuencia de corte del conducto, para corregir los impulsos con las ganancias de los amplificadores, sin embargo, resultarían más difíciles de aplicar las correcciones a las respuestas de fase.

El sistema experimental fue proyectado para operar alrededor de una frecuencia de 150Hz, por lo que fue necesario proyectar unidades de altavoces especiales, para que su frecuencia de resonancia fuera suficientemente baja.

En algunas aplicaciones los diafragmas de los altavoces, así como los micrófonos, deberían ser robustos y resistentes a los ataques químicos.

Además de los proyectos adecuados de transductores y equipos descritos, merecen una importante consideración acústica, en la ejecución del sistema, el efecto de la temperatura y de la corriente del fluido.

La velocidad efectiva de propagación del sonido en un conducto depende de la temperatura y de la razón de corriente (número de Mach), siendo dichas relaciones, respectivamente,

$$c_1 = c_0 \sqrt{T_1/T_0} \quad \text{y} \quad c_1 = c_0 (1+M) ,$$

donde  $c_1$  es la velocidad efectiva de propagación del sonido a la temperatura  $T_1$ , o bajo condiciones de un fluido en movimiento con velocidad de corriente correspondiente a un número de Mach  $M$ , y  $c_0$  es la velocidad del sonido a la temperatura  $T_0$ , o bajo condiciones de corriente nula. Cualquier cambio en la velocidad de propagación del sonido requiere un ajuste en los retrasos empleados en el sistema. El efecto de ambos parámetros, sin embargo, puede ser minimizado manteniendo una separación corta entre el micrófono y las fuentes secundarias, pero los sistemas de alta absorción necesitarán algunos procedimientos de

compensación, los cuales podrían consistir en sensores de temperatura y de velocidad de la corriente con un circuito de control adecuado, o bien la regulación podría realizarse por medio de un circuito con realimentación, el cual resultaría más complejo.

A la hora de encontrar aplicaciones prácticas a la absorción activa, Pool y Leventhall muestran, en este trabajo, sus reservas debido al probable alto costo de la incorporación, al modelo ensayado, de dispositivos suficientemente desarrollados de acuerdo con las necesidades y requerimientos para la eficacia de estos sistemas.

Existen, sin embargo, algunas aplicaciones en las que es necesaria la ausencia de caída de presión estática (ausencia de pérdidas de carga), o bien, que sea necesario operar eficazmente a bajas frecuencias, en las cuales resulta totalmente justificada la expansión de los sistemas activos. En instalaciones muy grandes de aire conducido, por ejemplo, la caída de presión que se produce en los silenciadores pasivos (materiales absorbentes) implica el empleo de ventiladores más potentes de los que se necesitarían para la libre circulación del fluido sin recubrimientos en los conductos. Además, ciertas instalaciones industriales emiten sonidos predominantemente de una frecuencia. En estos casos puede emplearse con éxito un sencillo absorbedor activo similar al del modelo experimental que se ha descrito.

OBSERVACIONES.

Para las realizaciones de tipo práctico habría que desarrollar configuraciones de fuentes secundarias que no den lugar a radiación en la dirección hacia la fuente de ruido y que la radiación, desde dichas fuentes secundarias, hacia la zona a ser protegida pudiera ser una reproducción exacta, pero invertida, del ruido a cancelar.

Los dos anillos de fuentes descritos por Swinbanks satisfacen la primera condición pero, sólo, aproximadamente la segunda, dentro de un limitado rango de frecuencias.

Los resultados de los experimentos llevados a cabo durante la realización de este trabajo, por Poole y Leventhall, sugieren que con una disposición de dos anillos de fuentes secundarias puede obtenerse importantes reducciones de sonido predominantemente de una frecuencia, mientras que para obtener reducción en casos de ruidos, de rangos de frecuencia más extensos resultaría conveniente la adición de un tercer anillo de fuentes, así como el desarrollo de un adecuado circuito de control, para conseguir una unidad de gran versatilidad.

Estas unidades podrían resultar de precios elevados, sin embargo, las ventajas de la alta atenuación a bajas frecuencias, así como las pequeñas caídas de presión en el conducto, compensarán dichos costos adicionales con respecto a los sistemas de absorción pasiva.

No aplicaron sistemas de regulación automática, para corregir las ganancias de los amplificadores, así como, para corregir la respuesta de los anillos de fuentes en cuanto a

fase. Solamente, se apuntan las mejoras que representaría su posible aplicación, dejándose la resolución de este problema para los Ingenieros especializados en Electrónica.

A causa de que la frecuencia de resonancia de los altavoces que se emplearon era de unos 400 Hz, mientras que las frecuencias centrales, que se utilizaron para los ensayos de atenuación, se encontraban alrededor de los 150 Hz, resultó que, dichos altavoces, por debajo de esta frecuencia, dieron una salida acústica que decrecía en 12 dB/octava, lo que influyó considerablemente en el comportamiento del absorbedor.

Se observa, asimismo, que las fuentes secundarias producen una reflexión del sonido a cancelar, en la dirección corriente arriba, que representa un 5% de la energía incidente.

Los resultados de los ensayos presentaban algunas distorsiones ocasionadas por una realimentación, a través del exterior del propio sistema, ya que el micrófono unidireccional o, según el caso, los anillos de micrófonos, detectaban ruidos procedentes de la región sin atenuar del conducto, pero transmitidos, hasta su emplazamiento, a través del exterior, así como ruidos externos ajenos al modelo.

Se expone el problema de la influencia de la temperatura y de la razón de corriente (Número de Mach) sobre la velocidad de propagación sonora, con sus correspondientes efectos sobre los desfases que deberán tener las fuentes secundarias, quedando el problema abierto a posteriores estudios.

4.3.1.5. ANALISIS EXPERIMENTAL REALIZADO POR CANEVET EN DIPOLOS Y TRIPOLOS. SU APLICACION A LA ABSORCION ACTIVA DEL SONIDO EN UN CANAL DE ACONDICIONAMIENTO DE AIRE [10].

Se presentan los resultados de las investigaciones experimentales con absorbedores activos de sonido, que fueron diseñados de acuerdo con la teoría de Jessel, cuya solución establece que, para una perfecta absorción, es necesario disponer, sobre una superficie límite  $\Sigma$ , una infinidad de fuentes secundarias, las cuales deben ser tripolares en el caso de que el ruido a cancelar se propague en forma de ondas esféricas.[11],[55]

En la práctica no es posible la obtención de tal distribución continua de fuentes, sino que debe colocarse un número finito de ellas, con lo cual, en lugar de obtenerse la cancelación total del sonido, prejuzgada por la teoría de Jessel, se obtiene solamente una atenuación del mismo.

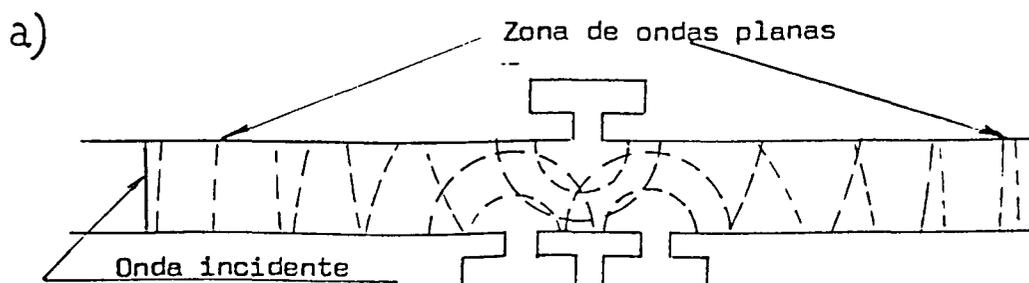
Parecía posible producir tal atenuación usando un aparato formado por fuentes tripolares, consistentes cada una en un monopolo y un dipolo cerrados, distribuidas sobre la superficie límite, llamada, también, superficie de absorción,  $\Sigma$ . Esta disposición de fuentes secundarias daba lugar a una "barrera acústica activa". Fijando el número de fuentes y sus posiciones, puede calcularse su radiación discretizando las fórmulas de Jessel.

A pesar de esta simplificación, que hace la cuestión más realista, la absorción activa tridimensional resulta ser un problema muy difícil, tanto por lo que respecta a la obtención de un canal de reproducción, con respuesta

temporal perfecta, como en la colocación de las fuentes formando un aparato que sea capaz de reproducir el carácter espacial exacto de la onda incidente en tal dirección, que las ondas primaria y secundaria estén superpuestas exactamente, pero invertidas, para que se neutralicen, entre sí, en cualquier punto donde se desea obtener silencio.

A la vista de la complejidad del problema y que, por ello, habría de ser resuelto gradualmente, Canévet prefirió trabajar en el caso de la absorción de ondas planas guiadas por un conducto, el cual ofrece un gran interés práctico como ya se ha señalado en apartados anteriores.

Los experimentos llevados a cabo en el conducto rectilíneo de sección cuadrada de 8 cm. de lado, con paredes perfectamente reflectantes, ya descrito en el apartado 4.3.1.3, usando una fuente secundaria tripolar, compuesta de tres altavoces debidamente encerrados en sendos recintos, con salida dirigida de sonido, que era excitada con suficiente baja frecuencia, para que solo diera lugar a la existencia de ondas planas propagándose por el conducto, pusieron de manifiesto que la onda procedente de la fuente primaria va modificándose en la proximidad de las fuentes secundarias, siempre y cuando se haya realizado un ajuste adecuado, del modo que se indica a los siguientes gráficos (figura 4.50).



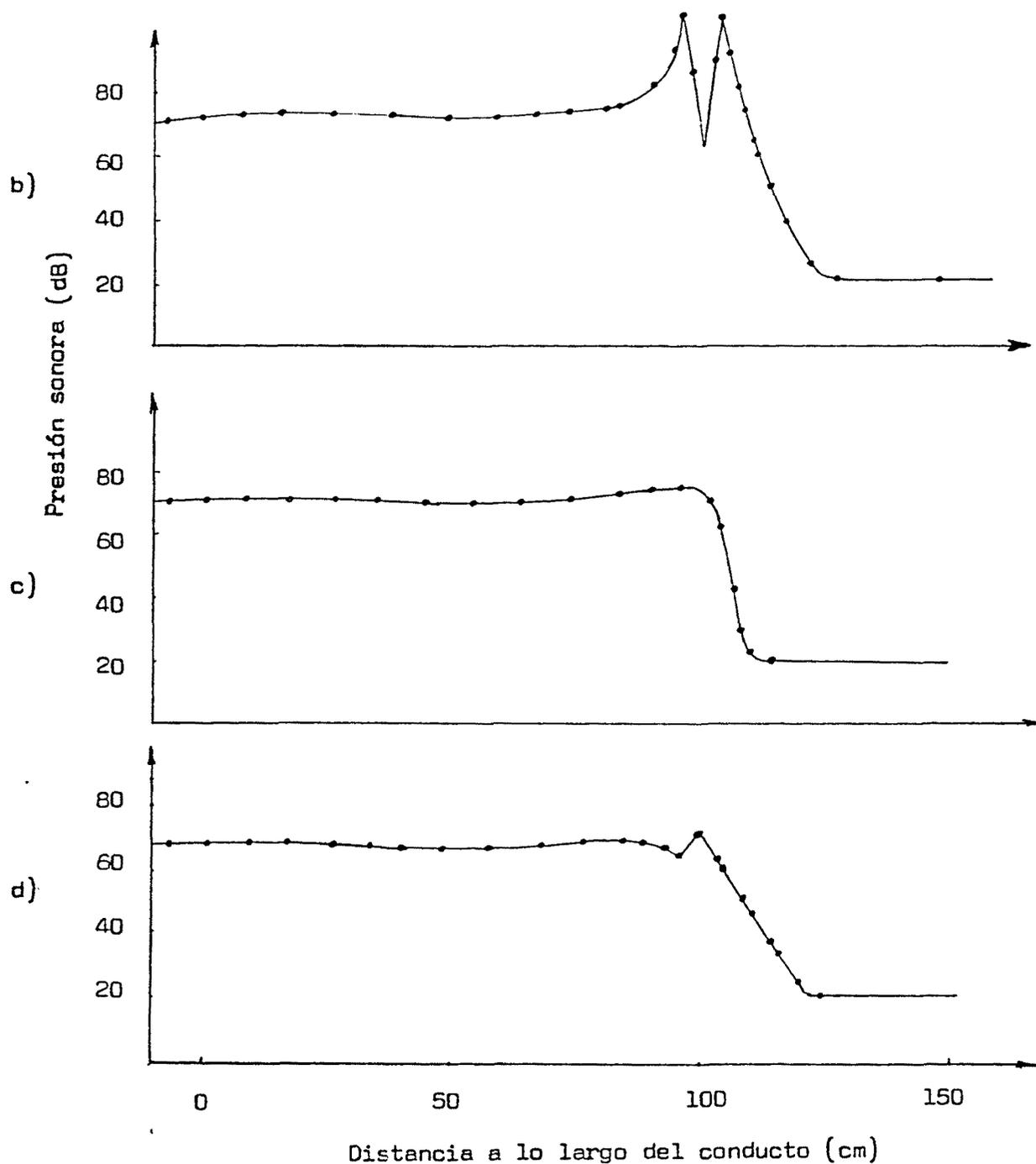


Figura 4.50. Curvas de presión sonora, obtenidas en un ensayo realizado a 300Hz, en función de la distancia a lo largo del conducto, usando un tripolo como atenuador.

- a) Disposición del tripolo.
- b) Presión sonora a lo largo de la pared próxima al dipolo.
- c) Presión sonora a lo largo del eje del conducto.
- d) Presión sonora a lo largo de la pared próxima al monopolo.

La curva de presión sonora, en función de la distancia a lo largo del conducto, representada en el gráfico b corresponde a las mediciones realizadas en la proximidad de la pared, a la cual se montó el dipolo; mientras que el gráfico c corresponde a las mediciones realizadas en el eje de simetría del conducto y el d a las mediciones tomadas cerca de la pared que contiene el monopolo.

Estos experimentos fueron, sin embargo, poco eficientes debido, en primer lugar, a la ineficacia de los altavoces en la generación de sonidos de baja frecuencia, especialmente, por debajo de los 300Hz, y, en segundo lugar, a que cada altavoz debía ser amplificado por separado, siendo necesario un ajuste individual, para cada frecuencia diferente del sonido incidente estudiado.

Por ello, se imponía el desarrollo de un aparato que fuera eficiente a bajas frecuencias y, además, pudiera controlarse automáticamente para poder cubrir una amplia banda de absorción sonora.

A partir de los resultados de estos experimentos preliminares, Canévet se trazó el objetivo de diseñar una fuente, compuesta por dos altavoces, que presentara una radiación dipolar de frecuencia cualquiera y que el nivel de sonido emitido fuera constante.[10]

Tal fuente puede usarse como dipolo componente de una fuente tripolar.

En la siguiente figura número 4.51 se presenta el modelo de dipolo seleccionado. Comprende dos altavoces montados de forma simétrica, espalda con espalda, en una

caja cerrada.

Este montaje resulta interesante porque hace posible el acoplamiento de la radiación posterior de los altavoces, a través de sus respectivos diafragmas, cuando se encuentran desfasados, entre sí, en  $180^\circ$ . Este efecto mejora la acústica y equilibra el sonido emitido por cada abertura. Además, en este proyecto no se limitaron las dimensiones de los altavoces, por lo que, tanto para la absorción de sonidos de baja frecuencia, como para cuando se desean altos grados de absorción, pueden emplearse dispositivos con el mismo diseño.

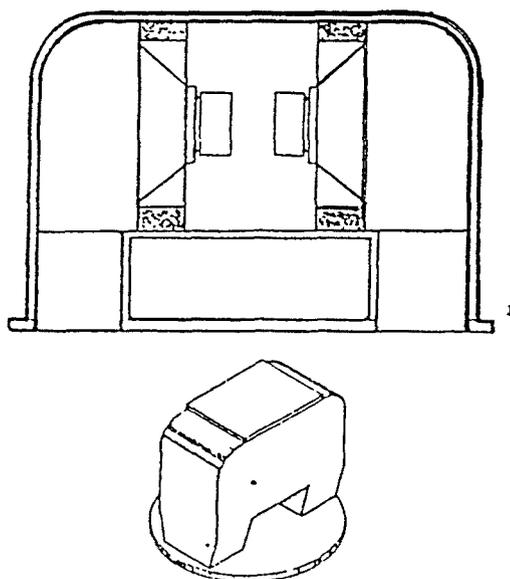


Figura 4.51. Modelo de dipolo seleccionado.

La propiedad dipolar de esta fuente fue verificada por dos clases de experimentos. En el primero de los cuales se realizó en una cámara anecoica, en cuyo interior se dispuso la fuente sobre una plataforma giratoria. El micrófono de

análisis se localizó en el plano de las aberturas de la fuente dipolar y a la distancia de un metro del eje de simetría de la misma.

Los niveles de presión sonora registrados, así como los ángulos de fase respecto a la fase en el eje de simetría (a la que se asigna cero grados en los gráficos), se ilustran en la figura 4.52. De su observación se desprende que la fuente de radiación resultó ser claramente simétrica a las frecuencias barridas durante los ensayos.

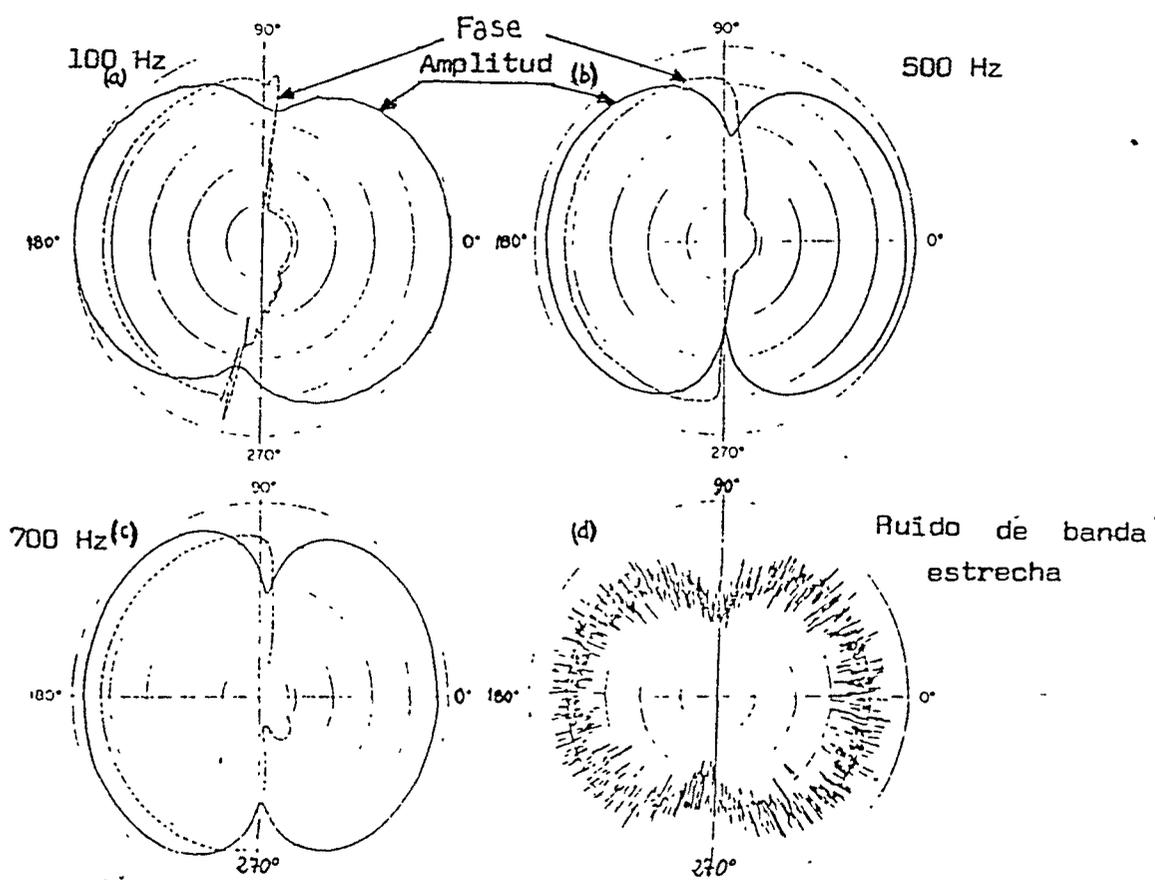


Figura 4.52. Radiación, en cámara anecoica, de la fuente dipolar seleccionada, para varias frecuencias: (a) 100 Hz; (b) 500 Hz; (c) 700 Hz; Ruido de banda estrecha de  $\Delta f = 100$  Hz, con una frecuencia central de 300 Hz. La escala de los gráficos es tal que a la distancia, entre cada dos círculos, le corresponde un incremento de nivel de presión sonora de 10 dB. El círculo exterior define un nivel de 80 dB.

El segundo tipo de experimento fue realizado con la fuente dipolar montada en un canal de paredes duras, cuyos extremos se encontraban taponados, con lana de vidrio, formando terminaciones anecoicas, como se indica en la figura 4.53. Bajo estas condiciones se midió la presión sonora a lo largo del conducto, obteniéndose, como resultados, los gráficos trazados en la figura 4.54.

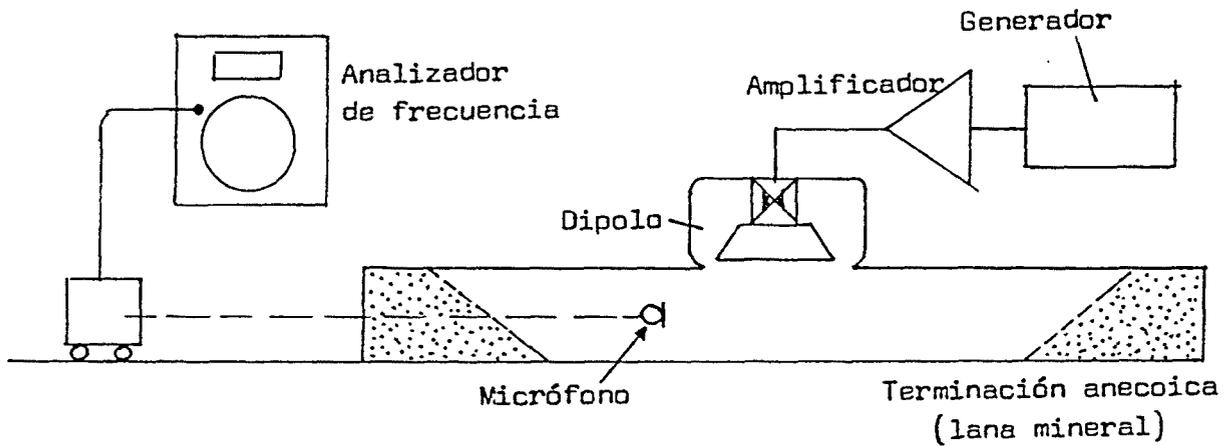


Figura 4.53. Disposición experimental para el análisis de la radiación de un dipolo en un conducto.

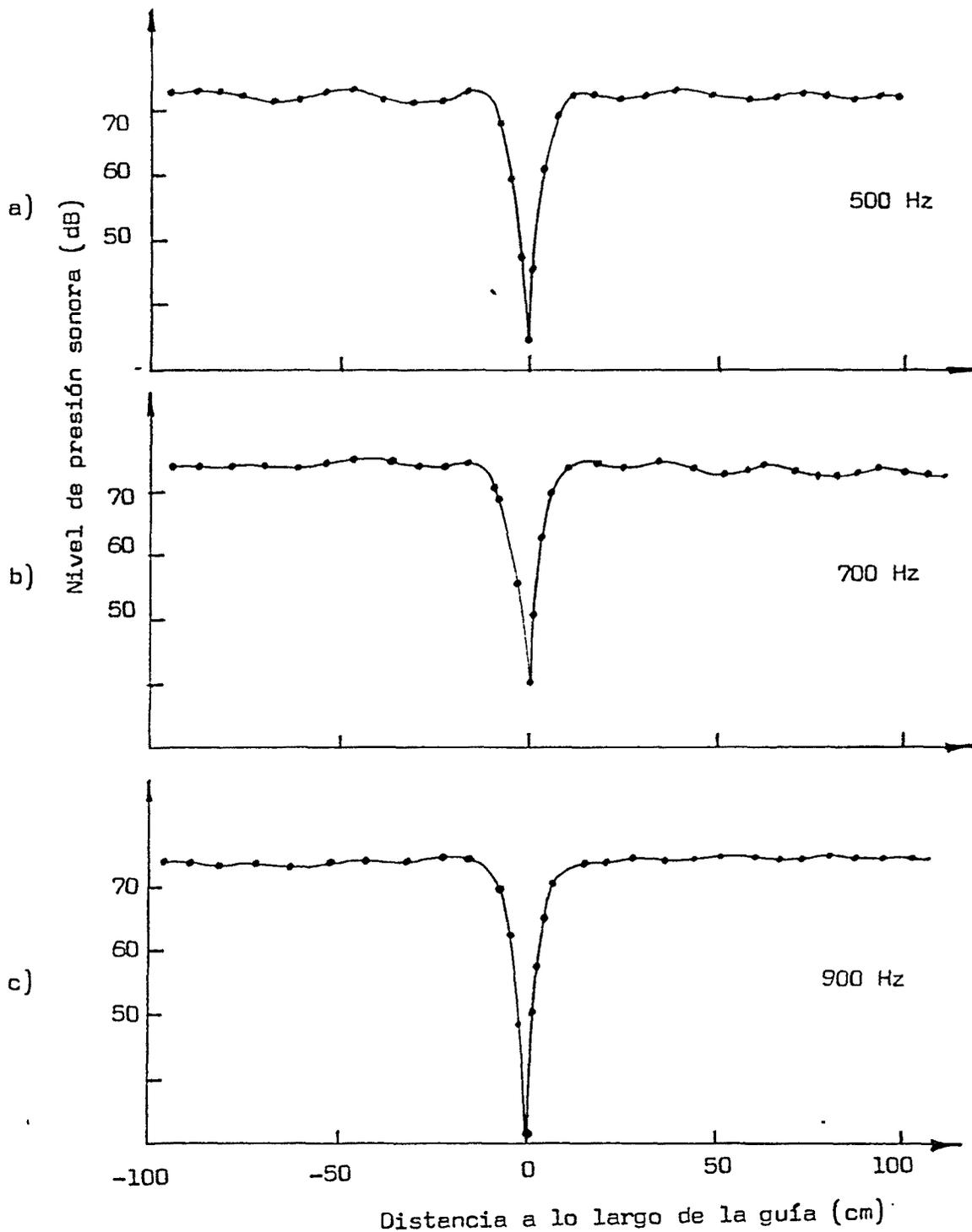


Figura 4.54. Presión sonora a lo largo del eje del conducto, correspondiente a ondas longitudinales de varias frecuencias: (a) 500 Hz; (b) 700 Hz; (c) 900 Hz. El dipolo está centrado en  $x = 0$ .

Los resultados, que se muestran en la anterior figura

nº4.54, confirman el comportamiento de la fuente dipolar.

A bajas frecuencias deben elegirse las dimensiones de los altavoces para que sus respuestas de frecuencia sean adecuadas, hasta la frecuencia más baja del ruido a reducir.

Sucede, también, a bajas frecuencias que, debido a la proximidad de las bocas del dipolo y a que sus radiaciones se encuentran fuera de fase, se produce una absorción de energía acústica, de una con la otra, lo cual reduce considerablemente la potencia radiada.

La ecuación de la radiación de la fuente dipolar puede escribirse utilizando las expresiones de dos fuentes simples, fuera de fase y de la misma amplitud. Suponiendo que la radiación de cada una de las fuentes componentes sea esférica y de amplitud A, se tendrá:

$$(1) \quad p(M) = [A/(r-d)]\exp[-ik(r-d)] - \\ - [A/(r+d)]\exp[-ik(r+d)]$$

donde  $p(M)$  es la presión acústica resultante en el punto M, producida por las dos fuentes separadas por una distancia  $2d$ .

El módulo de dicha presión se deduce del siguiente modo:

La ecuación anterior puede expresarse

$$p(M) = [A/(r-d)][\cos k(r-d) - i \operatorname{sen} k(r-d)] - \\ - [A/(r+d)][\cos k(r+d) - i \operatorname{sen} k(r+d)]$$

De modo que la componente real de la suma de vectores será:

$$[A/(r-d)] \cos k(r-d) - [A/(r+d)] \cos k(r+d)$$

y la componente imaginaria de la misma suma vectorial será:

$$- [A/(r-d)] \operatorname{sen} k(r-d) + [A/(r+d)] \operatorname{sen} k(r+d)$$

Por tanto, el cuadrado del módulo de la presión acústica resultante en M, será:

$$|p(M)|^2 = \{ [A/(r-d)] \cos k(r-d) - [A/(r+d)] \cos k(r+d) \}^2 +$$

$$+ \{ -[A/(r-d)] \operatorname{sen} k(r-d) + [A/(r+d)] \operatorname{sen} k(r+d) \}^2 =$$

$$= [A^2/(r-d)^2] \cos^2 k(r-d) + [A^2/(r+d)^2] \cos^2 k(r+d) -$$

$$- [2A^2/(r-d)(r+d)] \cos k(r-d) \cos k(r+d) +$$

$$+ [A^2/(r-d)^2] \operatorname{sen}^2 k(r-d) + [A^2/(r+d)^2] \operatorname{sen}^2 k(r+d) -$$

$$- [2A^2/(r-d)(r+d)] \operatorname{sen} k(r-d) \operatorname{sen} k(r+d) =$$

$$= A^2 \{ [1/(r-d)^2] + [1/(r+d)^2] - [2/(r-d)(r+d)] \cos k(r+d-r+d) \}$$

Por consiguiente, el módulo de dicha presión acústica se expresará:

$$(2) \quad |p(M)| =$$

$$=A_f\left\{\left[\frac{1}{(r-d)^2}\right]+\left[\frac{1}{(r+d)^2}\right]-\left[\frac{2}{(r-d)(r+d)}\right]\cos 2kd\right\}$$

En la figura 4.55, se ilustra la respuesta en frecuencia de un dipolo, usado experimentalmente, cuya distancia entre bocas era de 14 cm. La variación de amplitud, que experimenta en función de la frecuencia, puede ser corregida, en su mayor parte, por medio de un circuito ecualizador.

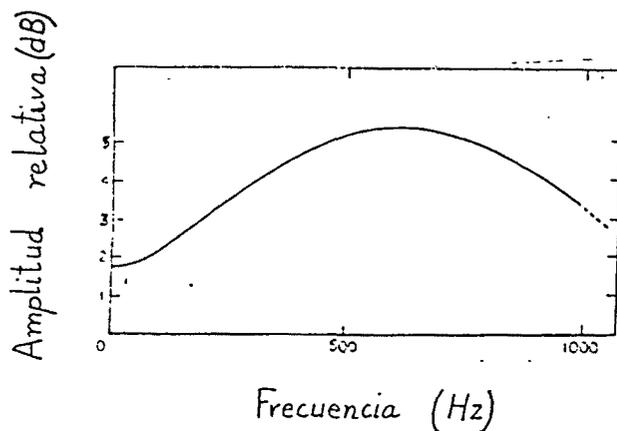


Figura 4.55. Respuesta en frecuencia de un dipolo acústico.

Los dipolos presentan limitaciones a altas frecuencias, ya que cuando la longitud de onda  $\lambda$  decrece por debajo de la distancia entre bocas ( $2d$ ), dichas fuentes dejan de ser dipolares y, por ello, la radiación se hace muy variable, tanto más, cuánto más se incrementa la frecuencia.

Además, en este proyecto experimental para el análisis de ondas planas, se comprobó que la absorción deja de ser eficiente, cuando la longitud de onda de la señal se convierte en más pequeña que la correspondiente al primer modo de propagación transversal del conducto. Por lo que la absorción, a altas frecuencias, se encuentra limitada por

las dimensiones de la sección transversal de dicho conducto.

La figura 4.56 muestra estas limitaciones del dipolo, observadas utilizando el dispositivo experimental en el que la fuente dipolar se encuentra sobre una plataforma giratoria y las mediciones se realizan en el interior de una cámara anecoica.

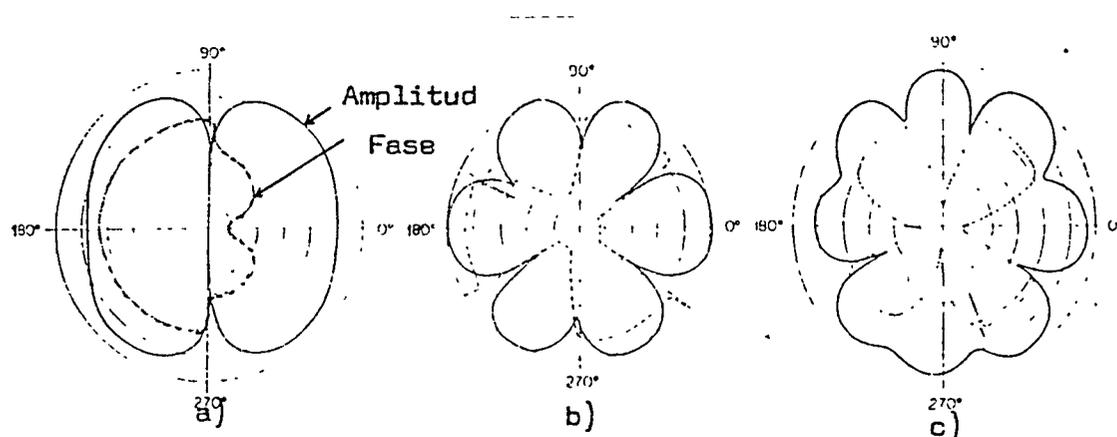


Figura 4.56. Radiación de una fuente dipolar, a frecuencias elevadas, en campo libre o cámara anecoica.

La curva 4.56.a es la correspondiente a la presión sonora generada por la fuente dipolar a una frecuencia de 900 Hz, siendo la distancia entre bocas de 28 cm. En este caso, se observa un claro comportamiento dipolar, ya que la longitud de onda es de 37,7 cm, siendo, por tanto, superior a la distancia entre bocas.

Sin embargo, en los casos b y c, correspondientes, respectivamente, a señales de 1.500 Hz y 2000 Hz, la longitud de onda resulta inferior a la distancia entre bocas de la fuente y, por tanto, ésta deja de tener comportamiento dipolar.

En la figura 4.57 se muestran, asimismo, las

limitaciones de las fuentes dipolares, cuando emiten señales de frecuencias elevadas, estando montadas en el conducto objeto del ensayo. Obsérvense las grandes variaciones de amplitud, especialmente, a las mayores frecuencias ensayadas.

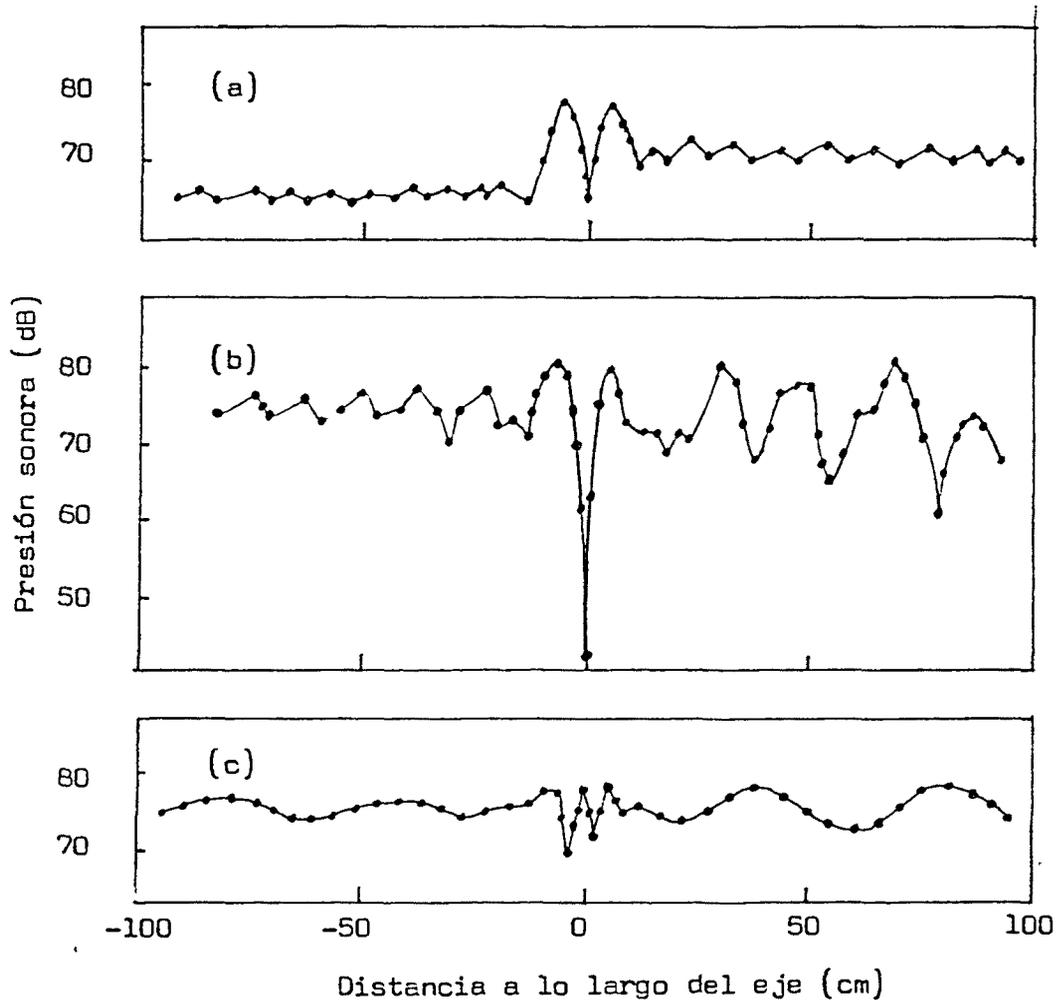


Figura 4.57. Radiación de una fuente dipolar, a frecuencias elevadas, en un conducto.

En este experimento, todas las frecuencias de ensayo eran tales que sus longitudes de onda eran menores que la distancia entre bocas ( $2d=19\text{cm}$ ).

Las curvas (a), (b) y (c) corresponden, respectivamente,

a los ensayos realizados a las frecuencias de 2000, 2150 y 2665 Hz.

Sin embargo, a pesar de las limitaciones que se han expuesto, estos sistemas fueron capaces de realizar absorciones significantes a las frecuencias para las que se proyectaron.

Después de experimentar el comportamiento de las fuentes dipolares, Canévet realizó ensayos sobre la absorción activa de sonido en un conducto de aire acondicionado de 43 cm. de lado, fabricado con chapa de hierro de 1 mm. de espesor. La unidad acondicionadora, tipo AirWell 552 AR, tenía un ventilador centrífugo. Dicha unidad, con su ventilador, fue ubicada en un lugar separado del laboratorio principal y fue montada sobre aisladores de vibraciones.[10]

Este dispositivo experimental se muestra en la siguiente figura 4.58:

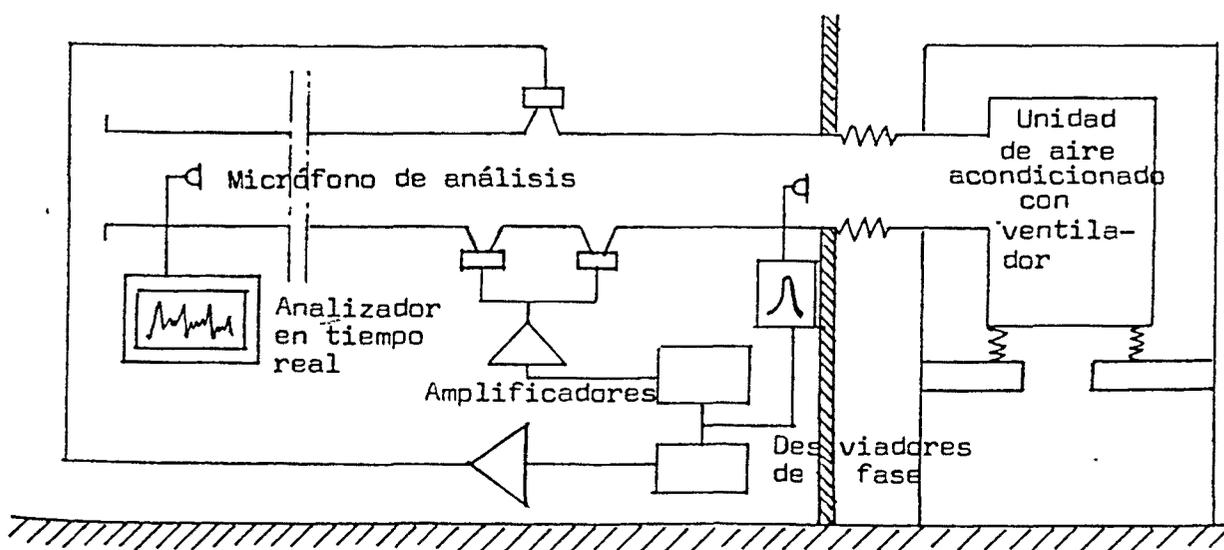


Figura 4.58. Esquema del montaje experimental.

La velocidad del aire en el conducto, durante los experimentos, fue de 6 m/s. La fuente antirruido, compuesta por un monopolo y un dipolo, fue alimentada por un micrófono direccional posicionado contracorriente, a través de un filtro, de variadores de fase y de dos cadenas de amplificación. De este modo, se obtuvo un sistema autónomo.

El monopolo consistía en un simple altavoz alojado en un recinto y conectado al conducto por medio de un embudo convergente apropiado. Tanto los altavoces del dipolo como el del monopolo, tenían un diámetro de 13cm. y, cada uno de ellos, una potencia eléctrica de 20W. La siguiente figura 4.59, muestra el montaje del dipolo y del monopolo en el conducto.

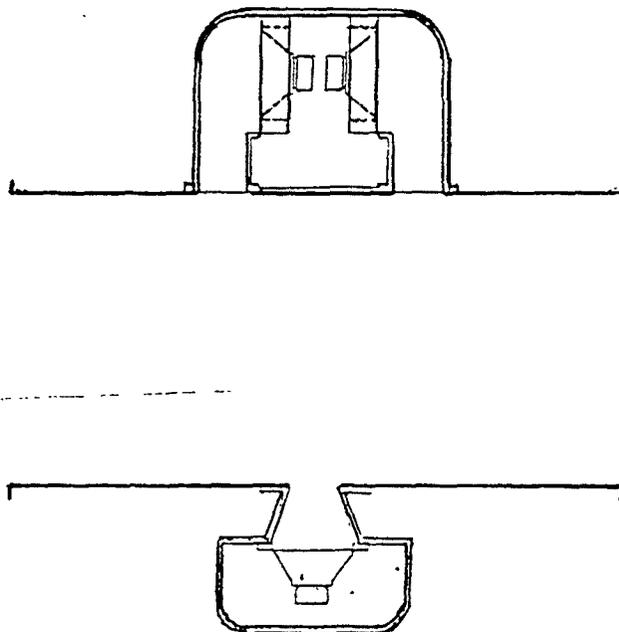


Figura 4.59. Disposición del absorbedor (monopolo + dipolo) en el conducto.

La señal procedente del micrófono es, en primer lugar,

filtrada.

Este filtrado mejora la estabilidad del sistema y selecciona la frecuencia operacional del absorbedor.

Esta señal alimenta, luego, al monopolo y al dipolo, simultáneamente, por medio de dos canales de amplificación separados. Los variadores de fase, incorporados al circuito, retrasan la señal para compensar el tiempo de propagación de la onda sonora desde el micrófono  $M_c$  a la fuente, teniendo en cuenta, también, la inercia de los altavoces.

A continuación, se exponen los resultados obtenidos de los experimentos, con este absorbedor tripolar, para diferentes clases de ruido.

Primero se ensayó la absorción de un sonido puro. Al ruido de espectro de presión casi plano producido por la unidad acondicionadora de aire, se le superpuso un sonido puro, por medio de un altavoz de alta potencia con "baffle" (pantalla acústica), montado cerca de la unidad acondicionadora y capaz de producir un nivel de presión sonora de 40 a 50 dB más alto que el ruido de la máquina.

Bajo estas condiciones, se verificó que este dispositivo antirruído podía atenuar sonidos puros, comprendidos entre 100 y 800 Hz, en unos 40 dB, dependiendo del límite de frecuencia de los altavoces que se usaran, así como de las dimensiones del conducto.

La figura 4.60 muestra los espectros que se obtuvieron, en el caso de añadir, al ruido del aire acondicionado, un sonido puro de 250 Hz de frecuencia y de 50 dB de presión sonora, cuando el absorbedor se encontraba desconectado y cuando se encontraba en funcionamiento.

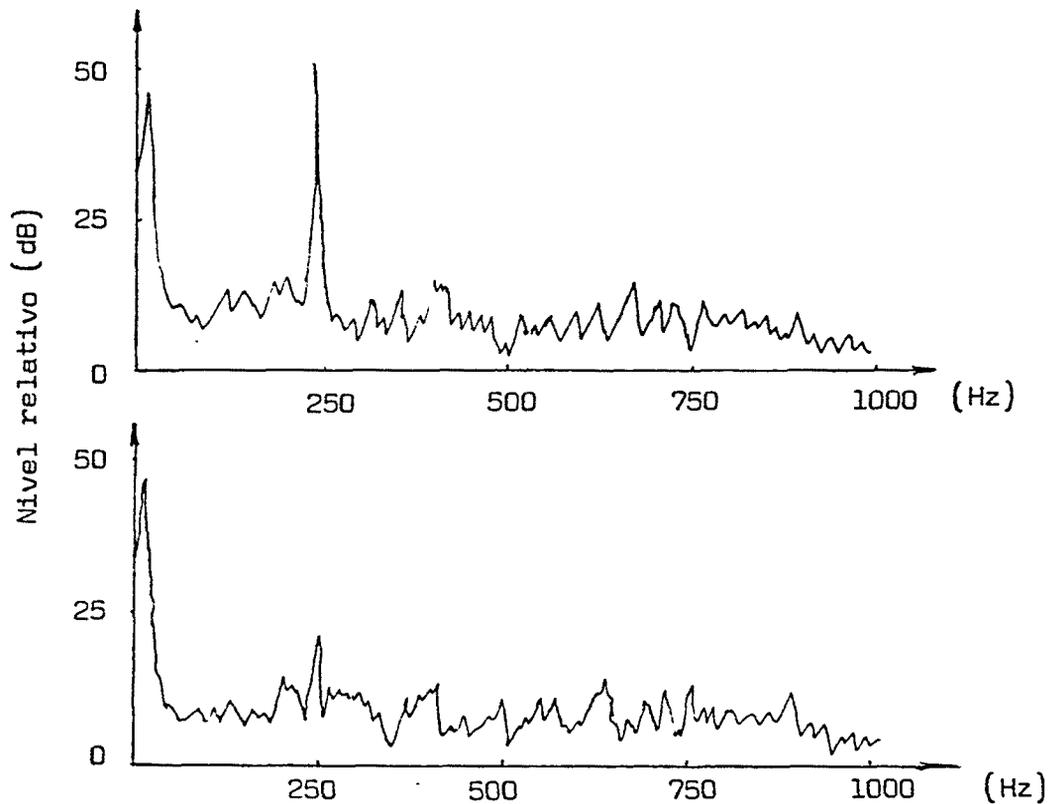


Figura 4.60. Espectros de presión sonora para el caso de superposición de un sonido puro de 250 Hz, al ruido del aire acondicionado. Arriba: Absorbedor desconectado. Abajo: Absorbedor en funcionamiento.

Análogamente, la figura 4.61 muestra los espectros correspondientes al caso en que el sonido puro adicional presentaba una frecuencia de 500 Hz.

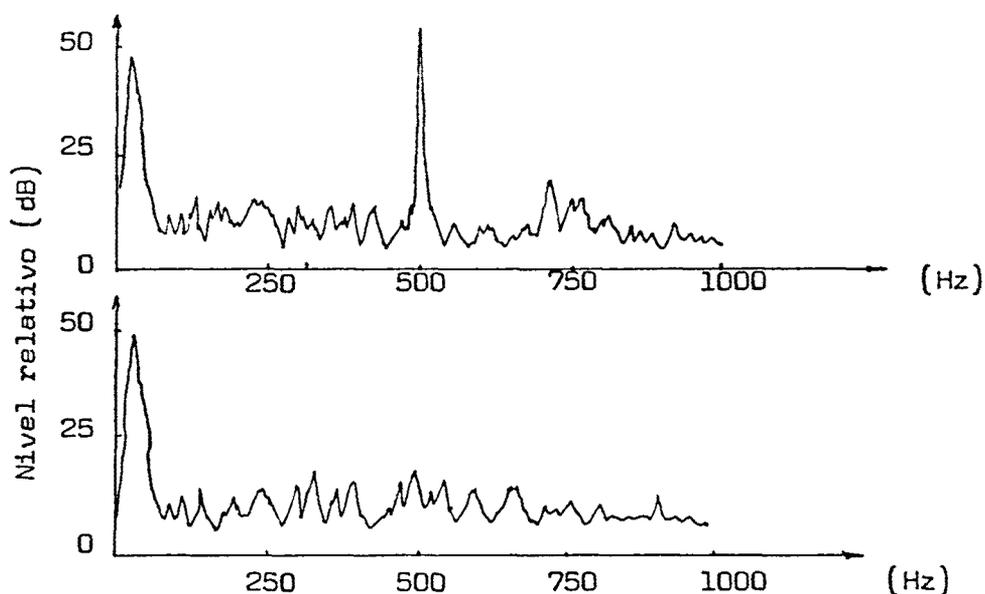


Figura 4.61. Espectros de presión sonora para el caso de superposición de un sonido puro de 500 Hz, al ruido del aire acondicionado. Arriba: Absorbador desconectado. Abajo: Absorbador en funcionamiento.

Los anteriores resultados fueron obtenidos de un análisis de tiempo real de la señal acústica, para unas condiciones de temperatura constante del aire de 25°C y una velocidad de la corriente de 6 m/s, por medio de un Ubiquitous Spectrum Analyzer UA-500A.

Bajo las mismas condiciones anteriores, se superpuso un ruido de banda estrecha al ruido del aire acondicionado. El ruido de banda estrecha fue producido por un generador de ruido aleatorio (Sine-Random generator Brüel and Kjaer tipo 1024) filtrado, a través de una puerta, antes de la amplificación y suministrado a la fuente primaria para superponerse al ruido del aire acondicionado.

Dos ejemplos de los resultados obtenidos, aparecen en las figuras 4.62 y 4.63, correspondientes, respectivamente, a los casos en que las bandas estrecha de frecuencia se encontraban centradas a 250 Hz y 500 Hz.

Se obtuvieron, en estos casos, unas atenuaciones del orden de 15 dB.

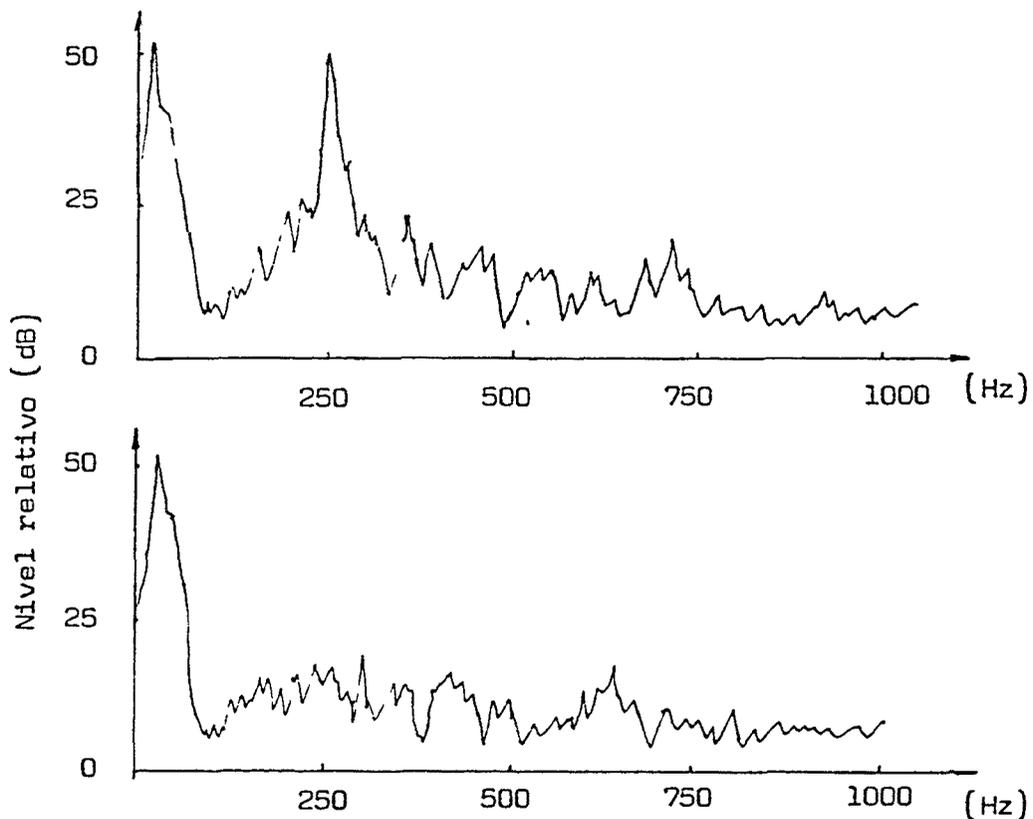


Figura 4.62. Absorción activa de un ruido de banda estrecha, con frecuencia central de 250 Hz, superpuesto al del aire acondicionado.  
Arriba: Absorbedor desconectado.  
Abajo : Absorbedor funcionando.

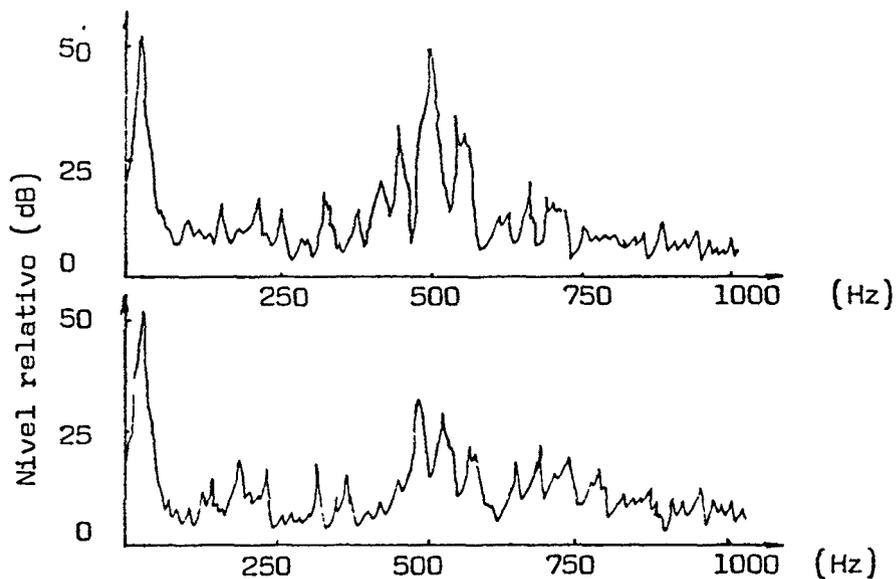


Figura 4.63. Absorción activa de un ruido de banda estrecha, con frecuencia central de 500 Hz, superpuesto al del aire acondicionado.  
 Arriba: Absorbedor desconectado.  
 Abajo : Absorbedor funcionando.

Por consiguiente, la fuente tripolar, formada por un monopolo y un dipolo, resulta adecuada en la absorción activa de ruidos de banda estrecha de frecuencia .

Sin embargo, a medida que se ensancha la banda de frecuencia, van perdiendo eficacia. Ello se debe al diferente modo de funcionar del monopolo y del dipolo en función de la frecuencia. Las curvas de respuesta en frecuencia, del monopolo y del dipolo, son diferentes y, por tanto, el ajuste de nivel y de fase apropiados para una frecuencia determinada, dejan de serlo para las otras frecuencias de la banda ancha. Para éstas la disposición

deja de comportarse como un tripolo y los resultados de la absorción activa son poco satisfactorios.

Para la absorción de ruidos de banda ancha, se pensó en concebir otra clase de fuente, en la que el monopolo y el dipolo estuvieran integrados en el mismo recinto. Este tipo de fuente se ilustra en la siguiente figura número 4.64.

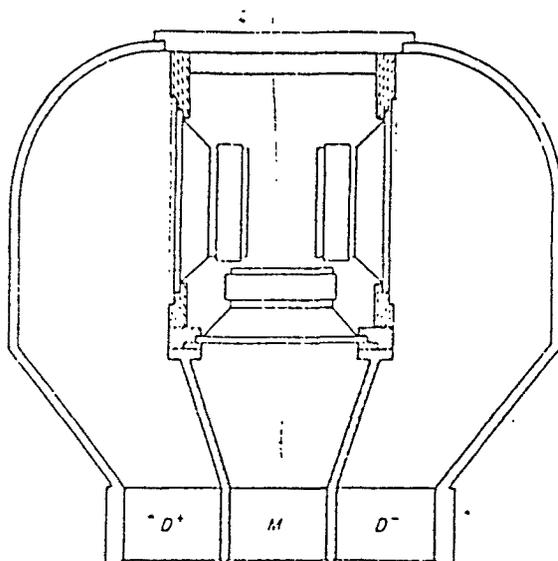


Figura 4.64. Fuente tripolar integrada.

Como se observa en la figura 4.64, los 3 altavoces están montados en la misma caja, dos formando el dipolo y el tercero, conectado en paralelo con uno de los anteriores, formando el monopolo. Se usó, por tanto, una sola cadena de amplificación. Las radiaciones de las bocas  $D^+$  y  $M$  están en fase, pero la radiación  $D^-$  está fuera de fase con las anteriores. La radiación resultante es cardioidal o, por lo menos, tiene una marcada direccionalidad.

Para señalar esta direccionalidad se midió el nivel de

presión sonora, generada por la fuente en función de la frecuencia, a un metro hacia la izquierda de la boca D<sup>+</sup> (curva *a* de la figura 4.65) y a un metro a la derecha de la boca D<sup>-</sup> (curva *b* de la figura 4.65).

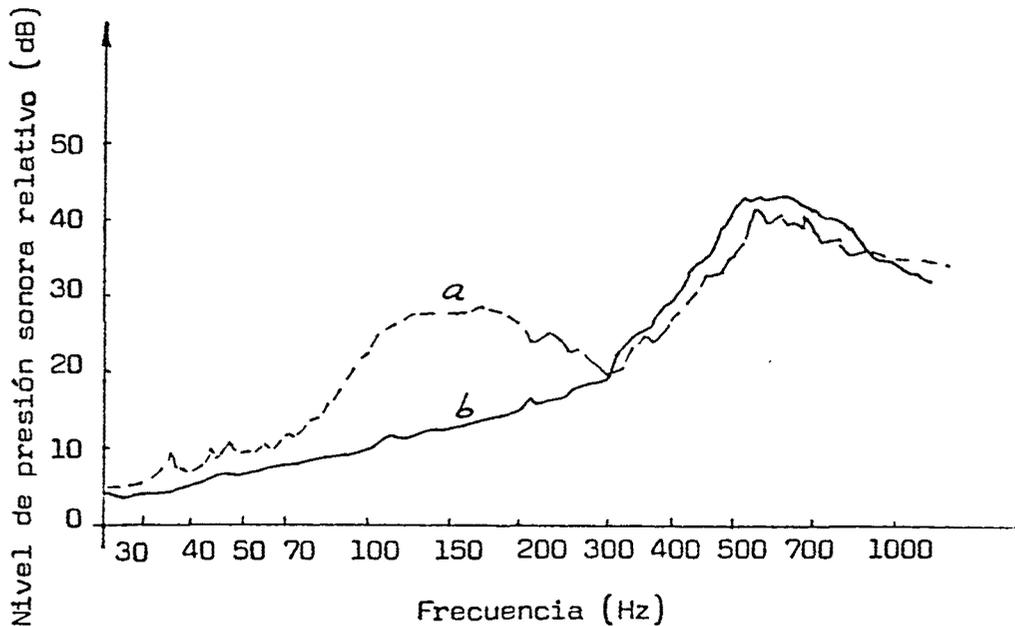


Figura 4.65. Respuesta en frecuencia de una fuente tripolar.

Curva a: Nivel de presión sonora a 1 m. a la izquierda de D<sup>+</sup>

Curva b: Nivel de presión sonora a 1 m. a la derecha de D<sup>-</sup>

Este estudio muestra que la radiación del tripolo es, relativamente, direccional entre 70 y 300 Hz.

Cuando se instaló el tripolo en el sistema experimental pudo observarse que, para una banda de frecuencias comprendida entre 150 y 300 Hz, era posible atenuar el ruido del ventilador, entre 10 y 15 dB. En la siguiente figura número 4.66, se reflejan estos resultados.

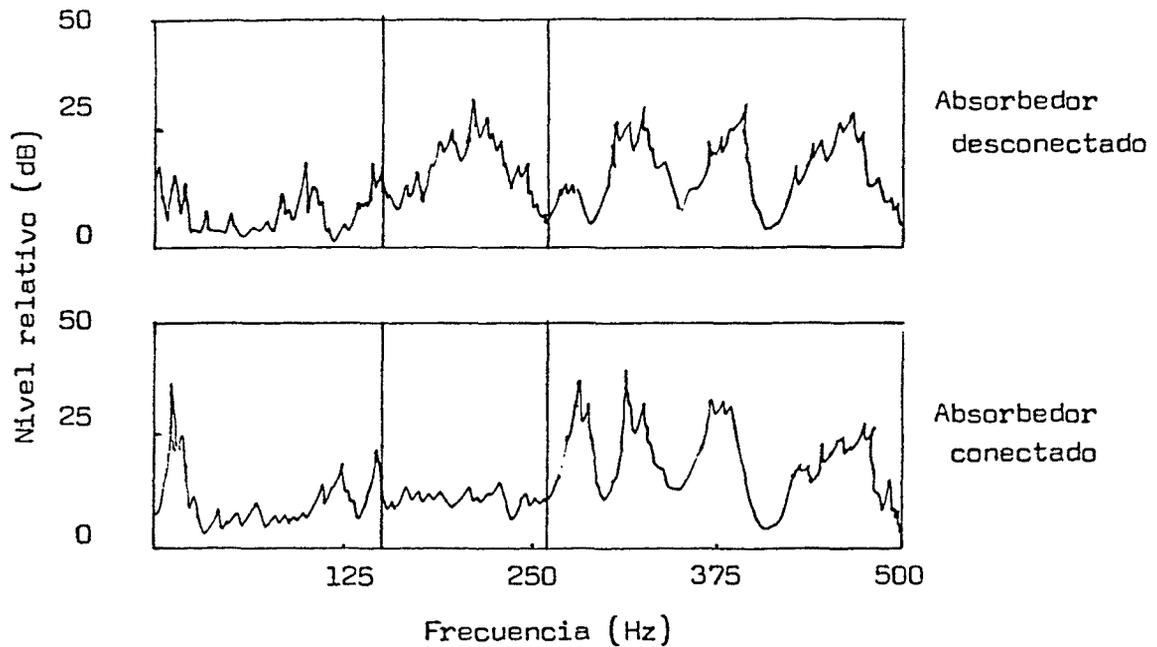


Figura 4.66. Espectro de bajas frecuencias del ruido del aire acondicionado, con absorbedor desconectado y conectado, respectivamente.

#### OBSERVACIONES.

El problema de la absorción activa de sonido, usando un monopolo y un dipolo, o un tripolo, está bien planteado y teóricamente resuelto, sin embargo, existen, todavía, dificultades en las realizaciones prácticas.

Entre ellas, las más importantes son: la elaboración de un sistema de control para que se produzcan las características acústicas requeridas en las fuentes y, también, el diseño de fuentes altamente direccionales a bajas frecuencias, cosa que no ha sido lograda.

Además de las dificultades planteadas en el párrafo anterior, no deben olvidarse los problemas que aparecen a altas frecuencias, motivados, fundamentalmente, por la pérdida del comportamiento dipolar, cuando la longitud de onda es menor que la distancia entre bocas de la fuente dipolar, así como la generación de ondas transversales en los conductos, cuando la frecuencia de trabajo se hace igual, o mayor, a la correspondiente al modo de ondas transversales.

\*\*\*\*\*

4.3.2. DESDE 19784.3.2.1. TRABAJOS TEORICOS Y EXPERIMENTALES, LLEVADOS A CABO POR EGHTESADI Y LEVENTHALL, SOBRE EL DIPOLO DE CHELSEA.[13],[14]

Egghtesadi y Leventhall desarrollan el atenuador activo, cuyo origen se debe a los trabajos realizados en el Chelsea College. Este sistema emplea dos fuentes secundarias, montadas en un conducto de forma que, entre ellas, haya una distancia determinada, y un micrófono de alimentación que se encuentra situado en el centro de dicha distancia. Las radiaciones de las fuentes secundarias han de ser de tal naturaleza que se cancelen, mutuamente, en la zona de ubicación del micrófono, el cual, de este modo, reacciona solamente a la onda transmitida por el conducto, procedente de la fuente primaria de ruido. La señal de salida del micrófono se desfasa en 90 grados y, luego, se compensa su amplitud por medio de una función de transferencia  $[1/2\text{sen}(kl/2)]$ , antes de alimentar a las fuentes secundarias, para que la radiación del dipolo en la dirección corriente abajo se encuentre en antifase con la onda transmisora del ruido. Existe radiación de las fuentes secundarias en las direcciones corriente arriba y corriente abajo de dichas fuentes, pero el micrófono está aislado de toda radiación. Por la situación del micrófono, entre las dos fuentes secundarias, no se requieren retardos de tiempo, a diferencia de los sistemas que sitúan el micrófono alejado

del atenuador.

En la figura 4.67 se representa el esquema de la composición del sistema de atenuación, denominado DIPOLO DE CHELSEA. Consta de dos altavoces, como fuentes secundarias, separados una distancia igual a la mitad de la longitud de onda correspondiente a la frecuencia central de operación  $f_0$ , y activados con un desfase, entre ellos, de 180 grados. El micrófono se encuentra situado centralmente entre los dos altavoces. El sistema, por tanto, actúa como un dipolo no ideal.

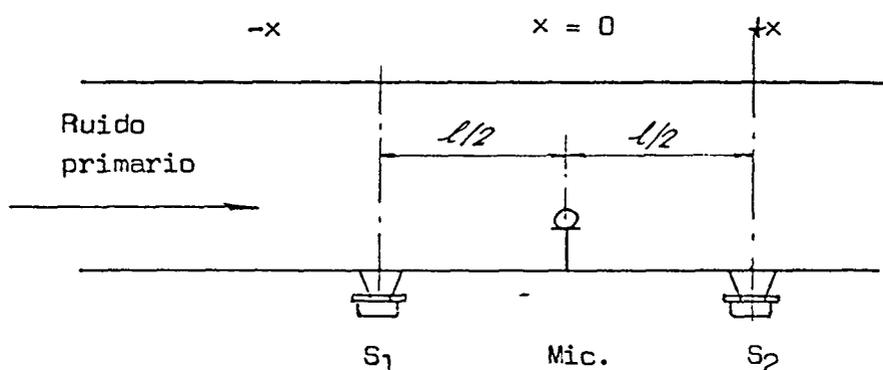


Figura 4.67. Disposición geométrica del atenuador activo DIPOLO DE CHELSEA

La cancelación del ruido se produce bajo las tres condiciones siguientes:

- 1.- Las fuentes secundarias producen radiación corriente arriba, que viaja en la dirección opuesta al ruido primario, y da lugar a ondas estacionarias en esta dirección.

2.- Las radiaciones de las fuentes secundarias se cancelan, entre sí, en la zona de ubicación del micrófono, de forma que, éste, reacciona solamente ante el ruido de la fuente primaria.

3.- La radiación de las fuentes secundarias, corriente abajo de las mismas, debe ser tal que su amplitud sea la misma que la de la radiación de la fuente primaria y se encuentre en antifase con ella.

La radiación de los dos altavoces del dipolo de Chelsea, en la región corriente arriba (U), se expresa por las siguientes ecuaciones:

$$S_{-1x} = A \exp[i\omega t + ik(x + \frac{1}{2})]$$

$$S_{-2x} = A \exp[i\omega t + ik(x - \frac{1}{2}) - i\pi]$$

luego:

$$(1) \quad S_{-x} = S_{-1x} + S_{-2x} = A \exp[i(\omega t + kx)] \left\{ \exp[ik\frac{1}{2}] + \exp[-ik\frac{1}{2} - i\pi] \right\} =$$

$$= A \exp[i(\omega t + kx)] \left\{ \exp[ik\frac{1}{2}] + \exp[-i\pi] \exp[-ik\frac{1}{2}] \right\} =$$

$$= A \exp[i(\omega t + kx)] \left\{ \exp[ik\frac{1}{2}] + (-1) \exp[-ik\frac{1}{2}] \right\}$$

dado que

$$\text{sen}(kl/2) = \frac{\exp[ikl/2] - \exp[-ikl/2]}{2i}$$

resulta que el factor amplitud es

$$(2) \quad S_{-A} = 2i \text{sen}(kl/2)$$

cuyo módulo es

$$(3) \quad |S_{-A}| = 2|\text{sen}(kl/2)|$$

y cuyo argumento es

$$(4) \quad \arg S_{-A} = \pi/2$$

Por lo tanto, existe radiación de las fuentes secundarias en la región corriente arriba, propagándose en la dirección opuesta al ruido.

$$S_{-1} = A e^{i(\omega t + kx + \frac{kl}{2})}$$

$$S_{-2} = A e^{i(\omega t + kx - \frac{kl}{2} - \eta)}$$

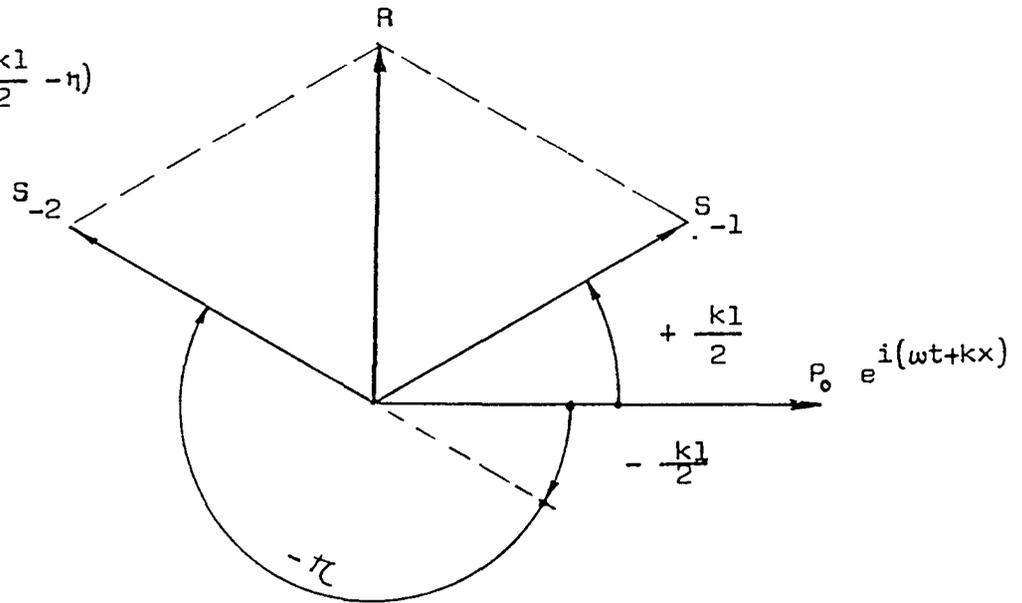


Figura 4.68. Diagrama vectorial de la radiación en la región corriente arriba

Las radiaciones de los altavoces deben cancelarse, entre sí, en la zona donde se encuentra el micrófono, porque de lo contrario estas señales se sumarían a las de la fuente primaria, produciéndose la inestabilidad del sistema.

Efectivamente:

La posición del micrófono, según el esquema de la figura 4.67, viene dada por  $x=0$ , por tanto, se tendrá:

$$S_{1x} = A \exp\left[i\left(\omega t - \frac{kl}{2}\right)\right]$$

ya que el micrófono se encuentra corriente abajo del altavoz  $S_1$

$$S_{-2x} = A \exp\left[i\left\{\omega t + k\left(-\frac{l}{2}\right) - \pi\right\}\right]$$

ya que el micrófono se encuentra corriente arriba del altavoz  $S_2$ .

Por tanto, en este caso, la suma de  $S_{1x}$  y  $S_{-2x}$  es igual a cero.

La radiación de los dos altavoces en la región corriente abajo, obedecerá a las siguientes expresiones:

$$S_{1x} = A \exp\left[i\left\{\omega t - k\left(x + \frac{l}{2}\right)\right\}\right]$$

$$S_{2x} = A \exp\left[i\left\{\omega t - k\left(x - \frac{l}{2}\right) - \pi\right\}\right]$$

que sumándolas dan la radiación resultante de los dos

altavoces en la región corriente abajo del dipolo.

$$(5) \quad S_x = S_{1x} + S_{2x} = A e^{i(\omega t - kx)} [e^{-ikl/2} + (-1)e^{ikl/2}]$$

con lo que el factor amplitud es:

$$(6) \quad S_A = -2i \operatorname{sen}(kl/2),$$

cuyos módulo y argumento son, respectivamente:

$$(7) \quad |S_A| = 2 |\operatorname{sen}(kl/2)| \quad y$$

$$(8) \quad \arg S_A = -\pi/2$$

$$S_1 = A e^{i(\omega t - kx - \frac{kl}{2})}$$

$$S_2 = A e^{i(\omega t - kx + \frac{kl}{2} - \pi)}$$

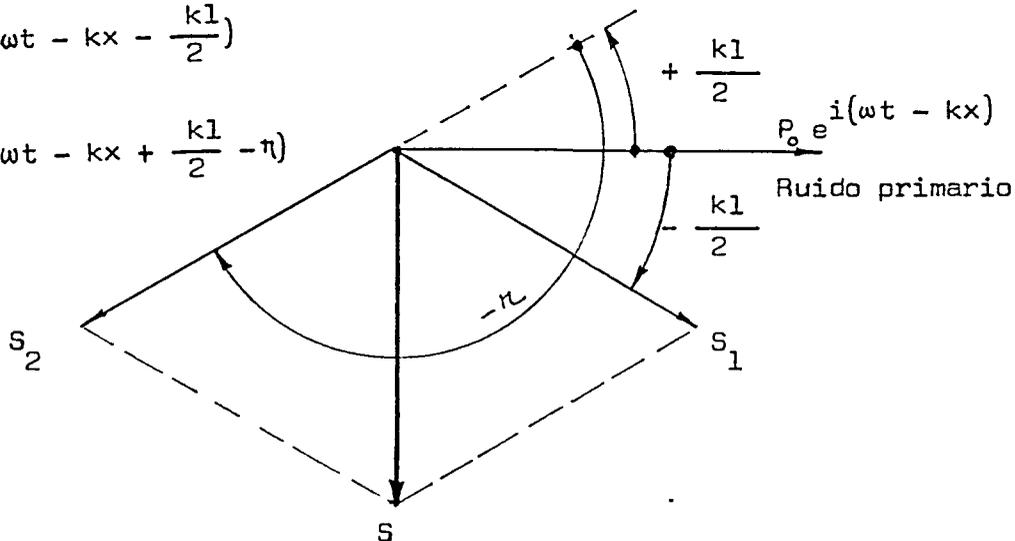


Figura 4.69. Diagrama vectorial de la radiación en la región corriente abajo.

El diagrama vectorial de la figura 4.69, muestra la radiación de cada altavoz y la radiación resultante, de los dos altavoces, en la región corriente abajo. De este diagrama se desprende que, para que se produzca la cancelación, es necesario que la resultante se retrase en

90° y que la amplitud se compense por medio de una función de transferencia específica para una frecuencia determinada.

La ecuación (8) pone de manifiesto que la resultante tiene un desfase constante, mientras que la ecuación (7) muestra que la respuesta de la amplitud es función de la frecuencia.

Puesto que la separación entre las dos fuentes secundarias (altavoces) se estableció en una distancia igual a la mitad de la longitud de onda ( $l = \Gamma/2$ ), resulta que  $(kl/2) = (k\Gamma/4)$  y, siendo  $\Gamma = c/f_0$  y  $k = \omega/c$ , se tendrá, sustituyendo, que  $(kl/2) = (\omega/4f_0)$ .

Luego, la ecuación de la respuesta en frecuencia de la amplitud se expresará:

$$S_A = 2 \operatorname{sen}(kl/2) = 2 \operatorname{sen}(\omega/4f_0)$$

De la cual se deduce que, para que la amplitud sea cero, debe cumplirse:

$$(\omega/4f_0) = n\pi, \text{ siendo } n \text{ un número entero.}$$

En la siguiente figura 4.70, se representa la curva de respuesta en frecuencia de la amplitud de la radiación, corriente abajo, de las fuentes secundarias. El eje de abscisas se expresa en unidades de frecuencia angular. Evidentemente, los puntos de respuesta cero se corresponderán con las abscisas  $\omega = 4n\pi f_0$ , siendo  $n$  un número entero.

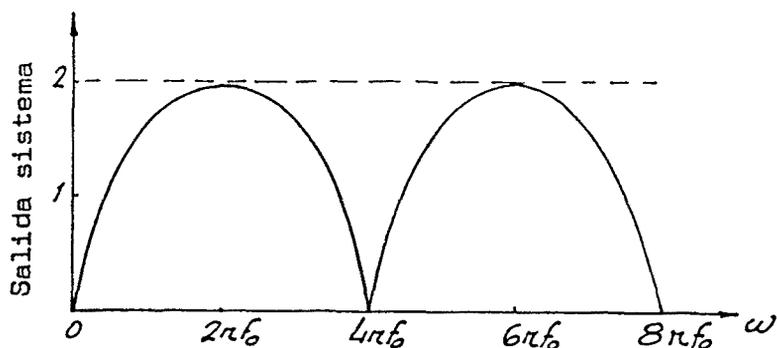


Figura 4.70. Respuesta en frecuencia de la amplitud de la radiación de las fuentes secundarias en la región corriente abajo.

Los requisitos para la cancelación se pueden resumir de la forma siguiente:

- 1.- La señal de entrada a los altavoces debe tener un retraso de fase de 90 grados.
- 2.- Debe haber una función de transferencia cuyo módulo sea de la forma:

$$1/[2|\text{sen}(\omega/4f_0)|],$$

donde  $f_0$ , que es la frecuencia central del sistema, debe ser escogida de acuerdo con el objetivo del sistema.

A continuación se analizan los resultados experimentales en los que se utilizó un ruido con una frecuencia central de 1000Hz.

De acuerdo con la condición que debe satisfacer el dipolo de Chelsea, consistente en que la distancia, entre los dos altavoces, debe ser igual a la mitad de la longitud

de onda correspondiente a la frecuencia central de operación, se estableció una distancia, entre ellos, de 170 mm. El conducto estaba formado por un tubo de plástico de 75 mm de diámetro. El ruido primario fue irradiado por un altavoz situado en un extremo del conducto.

El funcionamiento del atenuador se investigó para sonidos puros y para ruidos aleatorios con dos anchuras diferentes de bandas de frecuencias, una de ellas con una anchura de banda de 100 Hz y la otra de 316 Hz.

En la figura 4.71 se muestra el nivel de presión sonora, para el caso de un sonido puro, cuando el sistema atenuador se encuentra desconectado y cuando se conectan las fuentes secundarias, sin aplicar el sistema de compensación de fase y de amplitud requerido.

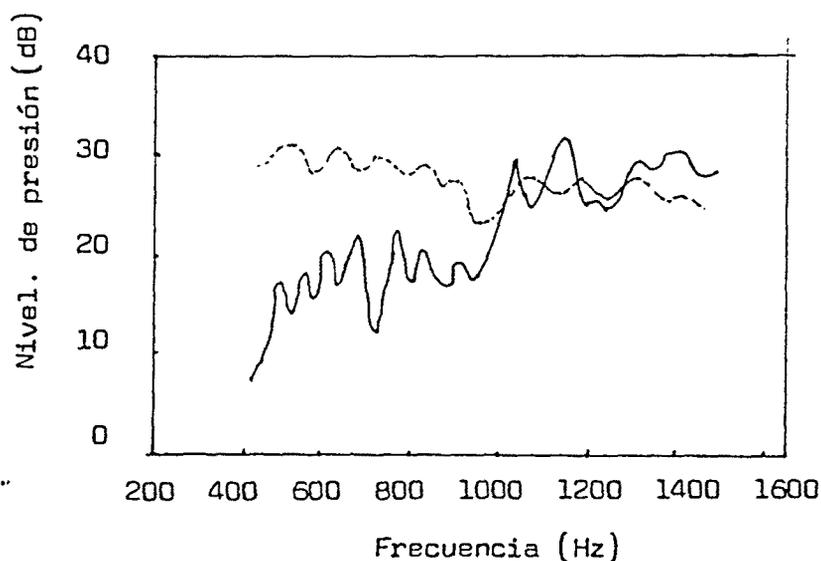


Figura 4.71. Atenuación de un sonido puro, sin sistema electrónico de compensación.  
Fuentes secundarias desconectadas:.....  
Fuentes secundarias conectadas:\_\_\_

En la siguiente figura 4.72, se muestra el nivel de presión sonora, también, para el caso de un sonido puro, con las fuentes secundarias desconectadas y conectadas, pero empleando un sistema de compensación.

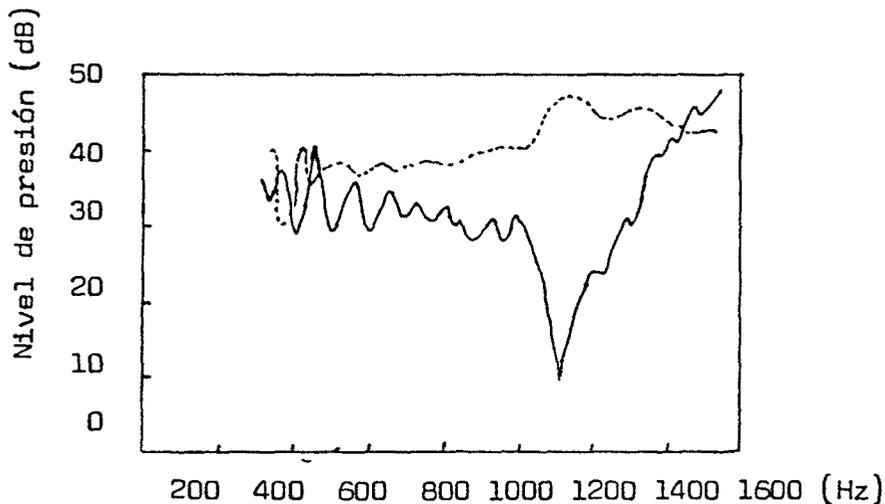


Figura 4.72. Atenuación de un sonido puro, con sistema de compensación. Nivel de presión sonora con atenuador desconectado:.....; Nivel de presión sonora con atenuador conectado: \_

En las figuras 4.73 y 4.74 se representan los niveles de presión sonora, con las fuentes secundarias desconectadas y conectadas, para los casos de ruidos aleatorios de bandas de frecuencia cuyas anchuras son, respectivamente, de 100 Hz y 316 Hz., empleando, también, sistemas de compensación.

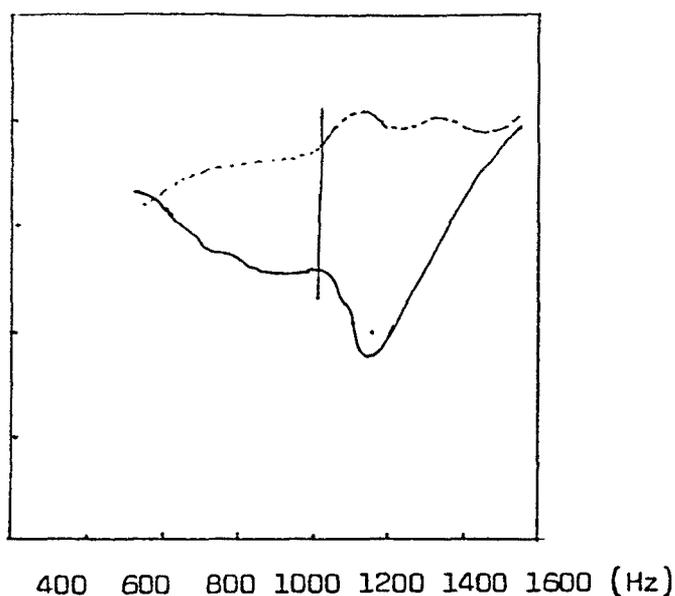


Figura 4.73. Atenuación de un ruido con anchura de banda de 100 Hz, con frecuencia central de 1000 Hz. Nivel de presión sonora con atenuador desconectado:.....; Nivel de presión sonora con atenuador conectado:\_\_\_\_\_.

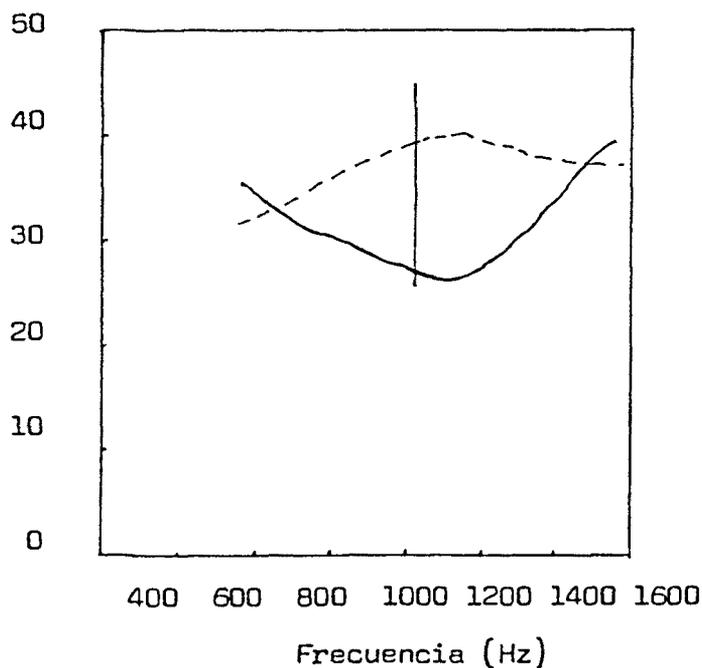


Figura 4.74. Atenuación de un ruido con anchura de banda de 316 Hz, con frecuencia central de 1000 Hz. Nivel de presión sonora con atenuador desconectado:.....; Nivel de presión sonora con atenuador conectado:\_\_\_\_\_.

La segunda fase de los ensayos consistió en emplear ruido con una frecuencia central de 100 Hz.

El conducto empleado, en este caso, era de madera y su sección era cuadrada de 300 mm de lado, con lo que era parecido a un conducto real de una instalación de aire acondicionado. El micrófono que detectaba el ruido a la salida del conducto se colocó en una cámara atenuadora forrada de material absorbente.

En la figura 4.75 se muestran los resultados de los ensayos para el caso de un sonido puro, en la figura 4.76 se presentan los resultados de la atenuación obtenidos con un ruido aleatorio de 30 Hz de anchura de banda y en la figura 4.77 se representan los resultados para el caso de un ruido aleatorio de 100 Hz de anchura de banda

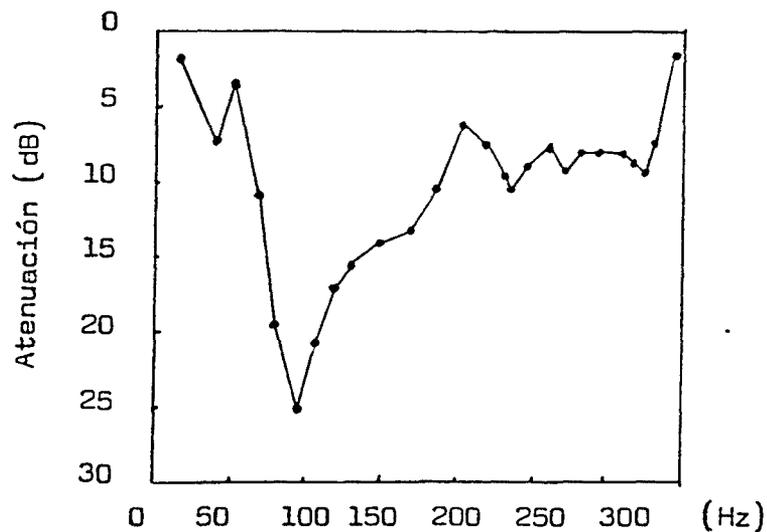


Figura 4.75. Atenuación de un sonido puro, con sistema de compensación.

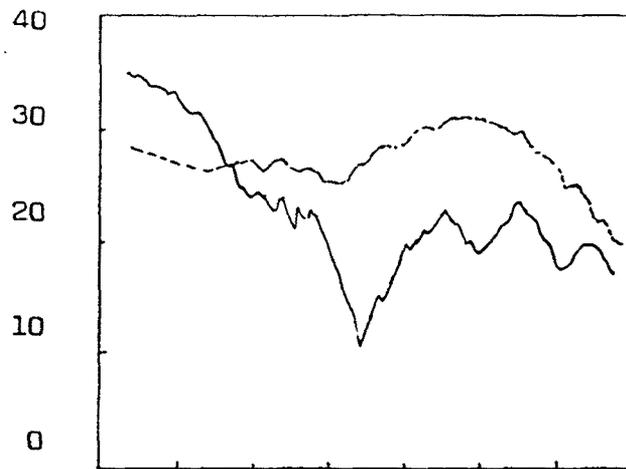


Figura 4.76. Atenuación de un ruido con anchura de banda de 30 Hz, con frecuencia central de 105 Hz.  
 Nivel de presión sonora con atenuador desconectado:.....  
 Nivel de presión sonora con atenuador conectado:\_\_\_\_\_

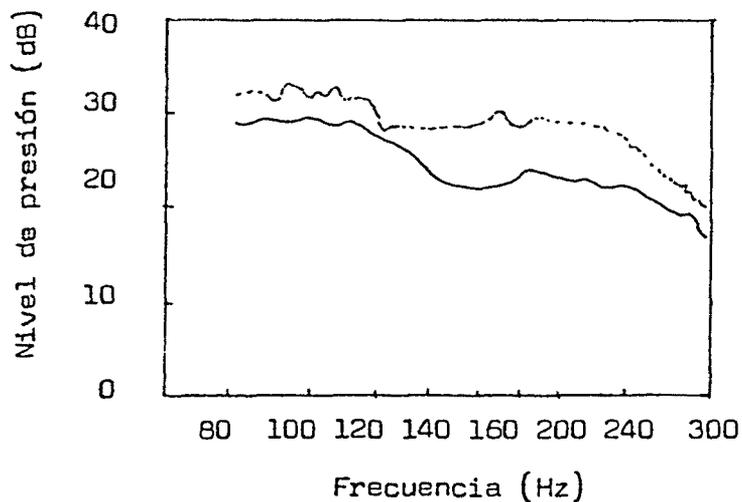


Figura 4.77. Atenuación de un ruido con anchura de banda de 100 Hz, con frecuencia central de 105 Hz.  
 Nivel de presión sonora con atenuador desconectado:.....  
 Nivel de presión sonora con atenuador conectado:\_\_\_\_\_

De acuerdo con el análisis teórico, el sistema debería operar sobre una amplia gama de frecuencias, pero en la práctica, como han puesto de manifiesto los resultados experimentales, existen ciertas limitaciones que impiden que el sistema sea capaz de producir una atenuación total para determinadas anchuras de bandas de frecuencias. Los factores fundamentales que intervienen en la operación del sistema son: a) La frecuencia central; b) La anchura de banda de frecuencias; c) El nivel de atenuación.

La frecuencia central se determina de acuerdo con el objetivo del sistema, que normalmente consiste en producir la atenuación adecuada del mayor pico del espectro de ruido. La frecuencia central tiene un papel importante, puesto que determina los requisitos para el control del sistema y la distancia entre las fuentes secundarias. La frecuencia central, sin embargo, puede no presentar su valor ideal debido a la falta de exactitud en el montaje de las fuentes secundarias y del micrófono, así como por la incertidumbre en las posiciones de las fuentes, que puede surgir debido al tamaño finito de los altavoces.

La anchura de la banda de frecuencias es un factor importante que debe tenerse en cuenta a la hora de diseñar un atenuador, ya que si éste no es capaz de actuar sobre una determinada anchura de banda, el sistema no tiene utilidad práctica.

La función de transferencia  $(1/[2\text{sen}(w/4f_0)])$ , de la

unidad de compensación, tiene una ganancia muy alta, a las frecuencias correspondientes a los extremos de dicha función, lo que impide que el sistema pueda proporcionar el desfase de 90 grados que, en este modelo de dipolo, es necesario para la cancelación.

En segundo lugar, la respuesta en frecuencia de las fuentes secundarias fluctúa, no solamente a causa de los altavoces, sino también debido a las interacciones acústicas que se producen en el interior del conducto. Estas fluctuaciones de amplitud van acompañadas de imprevisibles cambios de fase en todo el sistema. La compensación de las fuentes secundarias no es suficiente para resolver el problema, a causa de la irregularidad de la frecuencia y de que la respuesta de fase no surge solamente en los altavoces. La mejor forma de resolver este problema, consiste en analizar el conjunto de frecuencias simples y realizar un ajuste de la fase y la amplitud, a estas frecuencias, hasta conseguir la máxima atenuación. Se podría diseñar una malla de regulación que satisficiera los anteriores requisitos. Este sistema de regulación sería adicional al que se necesita para producir el desfase de  $90^\circ$ . Sin embargo, las investigaciones realizadas muestran que tal sistema, con una respuesta en amplitud y fase irregular, resulta muy difícil de diseñar.

La falta de exactitud en la colocación de las fuentes secundarias y del micrófono, introduce un desfase variable que está directamente relacionado con la frecuencia. A medida que aumenta la frecuencia el desfase se hace más significativo y decrece la atenuación del sistema.

El nivel de la atenuación es otro factor importante en la operación del sistema, ya que si no se obtiene suficiente reducción del nivel de presión sonora, en la banda de frecuencias requerida, el sistema no resulta útil en la práctica. Uno de los factores, que reducen el nivel de atenuación, es que la respuesta en frecuencia de la amplitud del sistema  $2\text{sen}(kl/2)$  cambia, en las fuentes secundarias prácticas, debido a las diferencias que éstas tienen con respecto a las fuentes secundarias ideales consideradas teóricamente. Esta respuesta en frecuencia del sistema tiene un desfase variable, especialmente en los bordes del rango de frecuencias requerido. Otro importante factor, que interviene en la reducción del nivel de atenuación, es que el sistema de regulación, por problemas electrónicos, no presenta linealidad en la respuesta de la fase.

#### OBSERVACIONES.

Una de las ventajas que presenta el dipolo de Chelsea, debida a la ubicación del micrófono, que se encuentra situado entre las dos fuentes secundarias y en su centro, es que no se precisan retardos de tiempo en las fuentes secundarias, a diferencia de otros sistemas en los que el micrófono se encuentra separado de las fuentes de atenuación.

Con la disposición de los elementos, que constituyen este dipolo, se consigue que la radiación de las fuentes

secundarias en la zona del micrófono sea nula, lo que interesa para que el citado micrófono capte, solamente, el ruido procedente de la fuente primaria pero, en contrapartida, hay radiación de las mismas fuentes secundarias hacia la región corriente arriba y, dado que dicha radiación se encuentra en fase con la de la fuente primaria, se suma a ella, con lo que el nivel de presión sonora, en la región corriente arriba, aumenta. Este hecho representa un inconveniente, ya que, si bien este dispositivo es capaz de proporcionar una buena atenuación en la región corriente abajo, donde la radiación de las fuentes secundarias está en oposición de fase con la de la primaria, el aumento de presión sonora en la región corriente arriba, puede propagarse, por el exterior del conducto, produciendo ruidos molestos en otras zonas.

Los experimentos expuestos fueron realizados para dos frecuencias centrales muy diferentes y empleando conductos, asimismo, muy diferentes. Por consiguiente, queda un vacío de resultados para frecuencias centrales comprendidas entre 100 Hz y 1000 Hz, que fueron las empleadas. Se observa, también, que para los ensayos realizados con una frecuencia central de 100 Hz, se empleó un conducto de sección cuadrada de 300 mm de lado, en el cual, a pesar de sus grandes dimensiones, las bajas frecuencias, a que se trabajó, no podían dar lugar a la aparición de ondas transversales. Sin embargo, cuando la frecuencia central de trabajo fue de 1000 Hz, se empleó un conducto de pequeña sección (75 mm de diámetro), sin duda alguna, para evitar la formación de ondas transversales. Resulta evidente, pues, que si los

ensayos a 1000 Hz se hubieran efectuado en un conducto de mayor sección, como los que se emplean habitualmente en instalaciones de aire acondicionado, los resultados obtenidos hubieran sido menos satisfactorios que los que se han mostrado.

Puesto que, como se ha visto, la función de transferencia es variable con la frecuencia, de modo que en los extremos de dicha función tiene una ganancia muy alta, el sistema no puede proporcionar siempre el desfase de 90 grados requerido y, por consiguiente, pierde eficacia para determinadas anchuras de banda de frecuencia.

Asimismo, las interacciones acústicas en el conducto producen fluctuaciones en la respuesta en frecuencia de la amplitud, y estas fluctuaciones de amplitud van acompañadas de imprevisibles cambios de fase, que perjudican la eficacia del atenuador para bandas anchas de frecuencia.

\*\*\*\*\*

4.3.2.2. ANALISIS DE LOS ESTUDIOS REALIZADOS POR LEVENTHALL Y EGHTESADI, SOBRE LOS ATENUADORES ACTIVOS DE n FUENTES, PARA ABSORCION DEL RUIDO EN CONDUCTOS. [15].

Los primeros atenuadores activos estaban compuestos, según se ha visto anteriormente, por una o dos fuentes. Sin embargo, se ha podido observar que los aparatos de atenuación con mayor número de fuentes presentaban sustanciales ventajas sobre aquellos, especialmente, su mayor capacidad para la reducción de la presión sonora de ruidos de banda ancha, disminuyendo las fluctuaciones de salida dentro de la misma anchura de la banda. Asimismo, se reducen las reflexiones en el interior del conducto y se consigue que el micrófono quede más aislado del efecto de las fuentes secundarias.[9],[17]

En este estudio se obtiene una ecuación general, para la respuesta en frecuencia, en función del número de fuentes y de su espaciamiento.

Las altas frecuencias de un ruido de banda ancha, propagado por un conducto, pueden ser atenuadas por medio de procedimientos "standar", tales como colocando revestimiento absorbente en el conducto, o utilizando amortiguadores de absorción. Sin embargo, a bajas frecuencias se requerirían grandes espesores de material absorbente, o grandes dimensiones de los amortiguadores de absorción, motivados por la gran longitud de onda a estas frecuencias, que no resultarían prácticos. La eficacia de los atenuadores activos a bajas frecuencias, juntamente, con la gran capacidad de atenuación de bandas anchas de ruido, que

presentan los compuestos de  $n$ -fuentes secundarias, hace que estos últimos resulten, particularmente, útiles en estos casos.

Para la realización del atenuador de  $n$  fuentes, se utilizó el procedimiento de unidireccionalidad, de las fuentes secundarias, debido a Swinbanks.[17]

En el dispositivo original de Swinbanks, que se usaban dos fuentes secundarias (dos anillos de fuentes secundarias), aparecían dos problemas fundamentales. El primero de los cuales consistía en que la radiación secundaria, en la región corriente abajo, era una función sinusoidal de la frecuencia. Para solucionar este problema era necesario emplear un sistema electrónico de compensación, con una función de transferencia inversa de la respuesta en frecuencia. El segundo problema consiste en que el modelo "cardioid" de doble fuente da lugar a reflexiones en el interior del conducto, con efectos difíciles de predecir. Estos dos problemas reducen la eficacia del sistema para la reducción de ruidos de banda ancha. Swinbanks, ya mostró que adicionando una tercera fuente ( un tercer anillo de fuentes ), se podía perfeccionar la reducción sonora en la banda ancha.

A continuación se expone la teoría en que se basa el atenuador activo formado por  $n$  fuentes secundarias.

La figura 4.78 muestra tal dispositivo, en el cual hay  $n$  fuentes localizadas en un conducto, siendo  $b$  el espaciamiento entre las mismas.

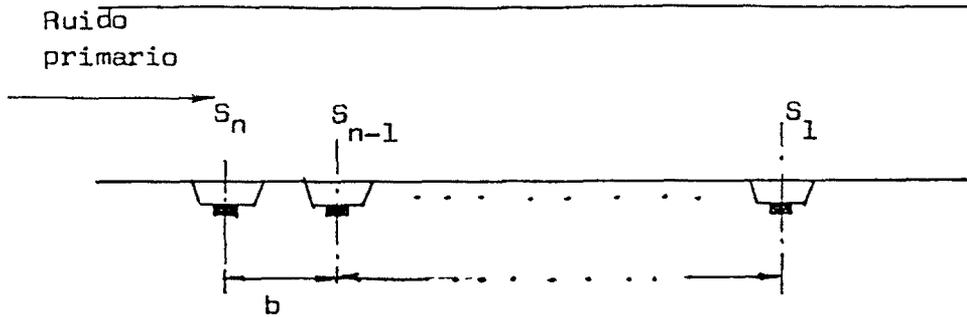


Figura 4.78. Disposición geométrica de un sistema de atenuación de  $n$  fuentes.

Para obtener un dispositivo de  $n$  fuentes secundarias unidireccional, es decir, que sea nula la radiación de salida en la dirección corriente arriba, debe verificarse :

$$(1) \quad S_1(t) = - \left[ S_2\left(t - \frac{b}{c}\right) + S_3\left(t - \frac{2b}{c}\right) + \dots + S_n\left(t - \frac{(n-1)b}{c}\right) \right]$$

donde  $b/c$  es el tiempo de retraso que debe darse a cada fuente, situada corriente arriba, respecto a la inmediata anterior, para que las radiaciones de todas las fuentes, que componen este dispositivo, lleguen simultáneamente a un punto arbitrario de la región corriente arriba del conducto. Para que se obtenga la cancelación de estas radiaciones, en dicha región, la primera fuente secundaria debe encontrarse  $180^\circ$  fuera de fase respecto a las demás y las amplitudes de las fuentes  $S_2, \dots, S_n$  deben ser multiplicadas por el factor  $1/(n-1)$ , al objeto de que su suma sea igual a la amplitud de la  $S_1$ .

La disposición de los elementos para verificar el anterior objetivo se representa en la siguiente figura nº4.79.

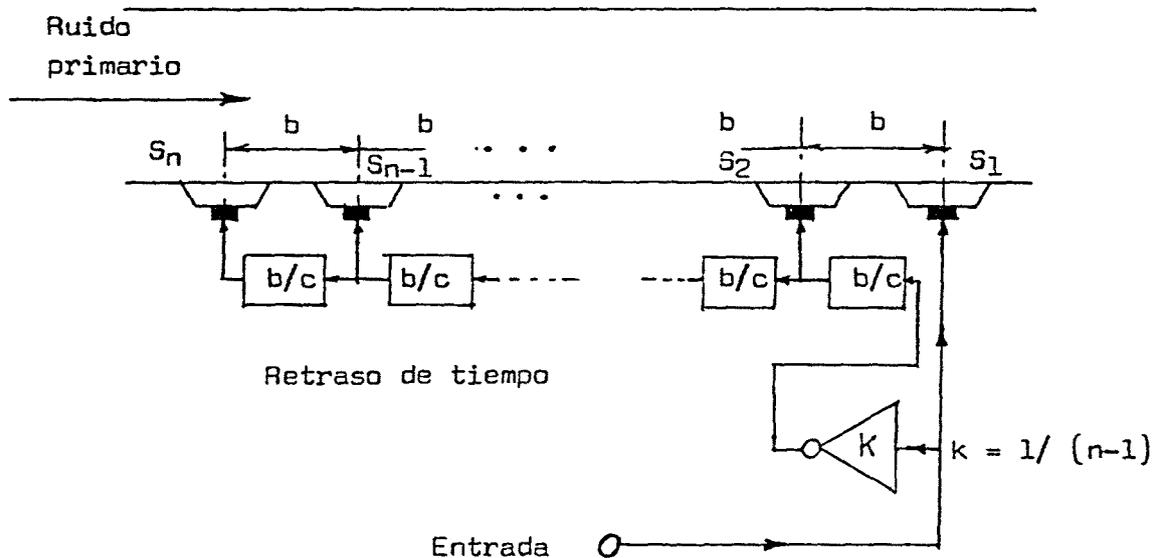


Figura 4.79. Disposición de elementos en un atenuador de  $n$  fuentes, para la obtención de una salida unidireccional

Las salidas de las fuentes secundarias, hacia la región corriente abajo  $D$ , son como sigue:

$$S_{1x} = A \exp[i(\omega t - kx)]$$

$$S_{2x} = A \exp[i\omega(t - \frac{b}{c}) - ikx] \cdot \left\{ -\frac{1}{n-1} \exp[-i\omega \frac{b}{c}] \right\}$$

donde el factor  $A \exp[i\omega(t - \frac{b}{c}) - ikx]$  representa la onda

que produciría el altavoz  $S_2$ , en un punto  $x$  corriente abajo,

si entre  $S_2$  y  $S_1$  no hubiera los elementos de amplificación  $K$  y de retardo  $(b/c)$ . El factor  $1/(n-1)$ , que se obtiene con el elemento de amplificación  $K$  del esquema, es el antes referido para conseguir que la suma de amplitudes de las fuentes  $S_2, \dots, S_n$ , sea igual a la amplitud de la radiación de la fuente  $S_1$ . El factor  $\exp[-iwb/c]$  es el correspondiente al elemento de retraso de tiempo, intercalado entre la fuente  $S_2$  y la fuente  $S_1$ , para compensar el adelanto que tendría la  $S_2$ , en la dirección corriente arriba, a causa de su posición. Finalmente el signo negativo, que aparece en el segundo factor, se refiere al cambio de fase de  $180^\circ$ , también comentado anteriormente, que deben tener las fuentes  $S_2, \dots, S_n$ , respecto a la fuente  $S_1$ . Análogamente, se escribirá:

$$S_{2x} = A \exp[iw(t - \frac{2b}{c}) - ikx] \cdot \{- \frac{1}{n-1} \exp[-iw \frac{2b}{c}]\}$$

.....

.....

$$S_{nx} = A \exp[iw(t - \frac{(n-1)b}{c}) - ikx] \cdot \{- \frac{1}{n-1} \exp[-iw \frac{(n-1)b}{c}]\}$$

La suma de las anteriores expresiones, será la radiación total emitida por el sistema de  $n$  fuentes secundarias, hacia la región corriente abajo. Esto es:

$$(2) \quad S_x = A \exp[i(wt - kx)] \cdot \left\{ 1 - \frac{1}{n-1} \left( \exp[-iw \frac{2b}{c}] + \exp[-iw \frac{4b}{c}] + \dots + \exp[-iw \frac{2(n-1)b}{c}] \right) \right\}$$

expresión que, llamando  $\tau$  a  $2b/c$ , queda del siguiente modo:

$$(3) \quad S_x = A \exp[i(\omega t - kx)] \cdot \left\{ 1 - \frac{1}{n-1} (\exp[-i\omega\tau] + \exp[-i2\omega\tau] + \dots + \exp[-i(n-1)\omega\tau]) \right\}$$

luego, llamando:

$$(4) \quad R_1(i\omega) = \exp[-i\omega\tau] + \exp[-i2\omega\tau] + \dots + \exp[-i(n-1)\omega\tau]$$

y aplicando la transformación de Laplace a la anterior ecuación, se tiene:

$$(5) \quad R_1(s) = \exp[-s\tau] + \exp[-2s\tau] + \dots + \exp[-(n-1)s\tau]$$

Los términos de esta suma constituyen una progresión geométrica de razón

$$q = \exp[-s\tau] = e^{-s\tau}$$

Multiplicando, miembro a miembro, por la razón  $q$  :

$$(6) \quad q \cdot R_1(s) = q \cdot e^{-s\tau} + q \cdot e^{-2s\tau} + \dots + q \cdot e^{-(n-1)s\tau} = \\ = e^{-2s\tau} + e^{-3s\tau} + \dots + e^{-ns\tau}$$

Restando, miembro a miembro, las igualdades (6) y (5), se tiene:

$$(7) \quad R_1(s) \cdot [q-1] = e^{-n\sigma\tau} - e^{-\sigma\tau}$$

luego:

$$(8) \quad R_1(s) = \frac{e^{-n\sigma\tau} - e^{-\sigma\tau}}{q - 1} = \frac{e^{-n\sigma\tau} - e^{-\sigma\tau}}{e^{-\sigma\tau} - 1}$$

La transmitancia del sistema será:

$$(9) \quad R(s) = 1 - \frac{1}{n-1} R_1(s)$$

es decir

$$(10) \quad R(s) = 1 - \frac{1}{n-1} \frac{e^{-n\sigma\tau} - e^{-\sigma\tau}}{e^{-\sigma\tau} - 1}$$

Operando se obtiene:

$$(11) \quad R(s) = \frac{n(e^{-\sigma\tau} - 1) + (1 - e^{-n\sigma\tau})}{(n-1)(e^{-\sigma\tau} - 1)}$$

La función de transferencia sinusoidal del sistema se expresará por:

$$(12) \quad R(i\omega) = \frac{n(e^{-i\omega\tau} - 1) + (1 - e^{-in\omega\tau})}{(n-1)(e^{-i\omega\tau} - 1)}$$

que se ha obtenido reemplazando  $i\omega$  en lugar de  $s$  en la función de transferencia del sistema.

Esta función de transferencia sinusoidal, llamada también transmitancia isócrona, multiplicada por la entrada sinusoidal da la correspondiente salida en la región

corriente abajo del conducto. Es ello, por consiguiente, la respuesta de frecuencia del sistema. De acuerdo con la ecuación (12), esta respuesta es una función de la frecuencia, del número de fuentes y de la distancia entre ellas.

El módulo de la respuesta en frecuencia, es decir, la ganancia es

$$(13) \mu_n = |R(i\omega)| = \left\{ 1 + \frac{\text{sen}^2[(n-1)\omega\tau/2]}{(n-1)^2 \text{sen}^2(\omega\tau/2)} - \frac{2 \text{sen}[(n-1)\omega\tau/2] \cos(n\omega\tau/2)}{(n-1) \text{sen}(\omega\tau/2)} \right\}^{1/2}$$

El rango útil de frecuencias de las fuentes unidireccionales será aquel por encima del cual  $\mu$  es mayor que 1, es decir, el rango por encima del cual la salida es mayor que la de una fuente sencilla de tensión A. Para encontrar este rango se impone  $\mu_n=1$ ; entonces las raíces de la ecuación resultante determinan sus límites:

$$\mu_n^2 = 1 = 1 + \frac{\text{sen}^2[(n-1)\omega\tau/2]}{(n-1)^2 \text{sen}^2(\omega\tau/2)} - \frac{2 \text{sen}[(n-1)\omega\tau/2] \cos(\omega\tau/2)}{(n-1) \text{sen}(\omega\tau/2)}$$

de cuya expresión se desprende que

$$\frac{\text{sen}[(n-1)\omega\tau/2]}{(n-1)\text{sen}(\omega\tau/2)} \left\{ \frac{\text{sen}[(n-1)\omega\tau/2]}{(n-1)\text{sen}(\omega\tau/2)} - \right.$$

$$- \frac{2(n-1)\cos(n\omega\tau/2)\sin(\omega\tau/2)}{(n-1)\sin(\omega\tau/2)} = 0$$

de la que resultan las ecuaciones (14) y (16):

$$(14) \quad \sin[(n-1)\omega\tau/2] = 0$$

de donde

$$[(n-1)\omega\tau/2] = 2m\pi \quad \omega = 4m\pi/(n-1)$$

$$(15) \quad \omega = 4m\pi/(n-1)$$

$$(16) \quad \sin[(n-1)\omega\tau/2] - 2(n-1)\cos(n\omega\tau/2)\sin(\omega\tau/2) = 0$$

de la cual se deduce:

$$\begin{aligned} \frac{\sin[(n-1)\omega\tau/2]}{\cos(\omega\tau/2)\cos(n\omega\tau/2)} &= \frac{2(n-1)\cos(n\omega\tau/2)\sin(\omega\tau/2)}{\cos(n\omega\tau/2)\cos(\omega\tau/2)} = \\ &= 2(n-1)\operatorname{tg}(\omega\tau/2) \end{aligned}$$

Operando el primer miembro, se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{\sin[(n\omega\tau/2) - (\omega\tau/2)]}{\cos(n\omega\tau/2)\cos(\omega\tau/2)} &= \frac{\sin(n\omega\tau/2)\cos(\omega\tau/2)}{\cos(n\omega\tau/2)\cos(\omega\tau/2)} - \\ &- \frac{\sin(\omega\tau/2)\cos(n\omega\tau/2)}{\cos(n\omega\tau/2)\cos(\omega\tau/2)} = \operatorname{tg}(n\omega\tau/2) - \operatorname{tg}(\omega\tau/2) \end{aligned}$$

luego

$$\operatorname{tg}(n\omega\tau/2) - \operatorname{tg}(\omega\tau/2) = 2(n-1)\operatorname{tg}(\omega\tau/2)$$

$$\operatorname{tg}(n\omega\tau/2) = 2(n-1)\operatorname{tg}(\omega\tau/2) + \operatorname{tg}(\omega\tau/2)$$

$$\operatorname{tg}(n\omega\tau/2) = (2n-1)\operatorname{tg}(\omega\tau/2)$$

de donde

$$(17) \quad \frac{\omega\tau}{2} = \frac{1}{n} \operatorname{tg}^{-1}[(2n-1)\operatorname{tg}(\omega\tau/2)]$$

Las ecuaciones (15) y (17) dan las frecuencias que determinan la anchura útil de la banda de un atenuador de  $n$  fuentes. Dichas frecuencias quedan determinadas por el número de fuentes  $n$  y por  $\tau = 2b/c$ , que depende del espaciamiento  $b$  entre las fuentes y de la velocidad del sonido  $c$ .

A continuación se determina la respuesta en frecuencia, a la frecuencia central de la banda, en el caso que la distancia entre dos fuentes se haya escogido en una cuarta parte de la longitud de onda de dicha frecuencia central. En este caso será posible determinar la ganancia a esta frecuencia en función del número de fuentes del atenuador.

$$\text{Con } b = \Gamma_0/4 \quad \text{y} \quad \tau = 2b/c,$$

resulta que

$$(\omega\tau/2) = (\omega_0/4c) = \omega/4f_0$$

donde, si  $f = f_0$ , como  $\omega = 2\pi f_0$ ,

resulta

$$(\omega\tau/2) = \pi/2.$$

De la ecuación (13), para valores impares del número de fuentes  $n$  (se considerará  $n=2m+1$ ),  $\cos(n\pi/2)=0$ , de manera que:

$$|R(i\omega)|^2 = 1 + \frac{\text{sen}^2(2m\pi/2)}{(2m)^2} = 1 + \frac{\text{sen}^2 m\pi}{(2m)^2}$$

Y siendo  $\text{sen } m\pi = 0$ , se tiene  $|R(i\omega)| = 1$

De donde se llega a la conclusión que, para un número de fuentes impar, la ganancia a la frecuencia central es la unidad

Para un número de fuentes par ( $n=2m$ ), resulta que  $\cos(n\pi/2) = (-1)^m$  y, en este caso, se tendrá:

$$|R(i\omega)|^2 = 1 + \frac{\text{sen}^2[(2m-1)\pi/2]}{(2m-1)^2} - \frac{(-1)^m 2\text{sen}[(2m-1)\pi/2]}{2m-1}$$

Y siendo  $\text{sen}[(2m-1)\pi/2] = (-1)^{m+1}$ , se tiene

$$|R(i\omega)| = n/(n-1)$$

Que permite calcular la amplitud de la respuesta, a la

frecuencia central, para el caso de un número par de fuentes secundarias, en la región corriente abajo de las mismas.

Resulta interesante el análisis de la respuesta en frecuencia para algunos casos específicos con diferente número de fuentes.

Para el caso de dos fuentes secundarias ( $n=2$ ), la ganancia de la respuesta en frecuencia en la dirección corriente abajo vendrá dada por

$$\mu_2 = \left\{ 1 + \frac{\text{sen}^2(\omega\tau/2)}{\text{sen}^2(\omega\tau/2)} - \frac{2\text{sen}(\omega\tau/2)\cos(2\omega\tau/2)}{\text{sen}(\omega\tau/2)} \right\}^{1/2}$$

$$(18) \quad \mu_2 = \sqrt{2[1 - \cos(\omega\tau)]} = 2\text{sen}(\omega\tau/2)$$

aplicando la ecuación (17) a este caso

$$(\omega\tau/2) = (1/2)\text{tag}^{-1}\{3[\text{tag}(\omega\tau/2)]\}$$

y resolviéndola, se obtienen las dos raíces que limitan la anchura de banda del sistema. Estas son  $(\omega_1\tau/2) = \pi/6$  y  $(\omega_2\tau/2) = 5\pi/6$ .

Efectivamente, como interesa que el módulo de la transmitancia, es decir, la ganancia, sea 1, la ecuación (18) puede ser escrita del siguiente modo:

$$1 = 2\text{sen}(\omega\tau/2) ,$$

de donde

$$\text{sen}(\omega\tau/2) = 0,5 ,$$

lo que implica

$$\omega\tau/2 = \pi/6 \quad \text{y} \quad \omega\tau/2 = 5\pi/6,$$

valores que limitan la anchura de la banda de frecuencias del sistema. Ello puede observarse en la siguiente figura 4.80.

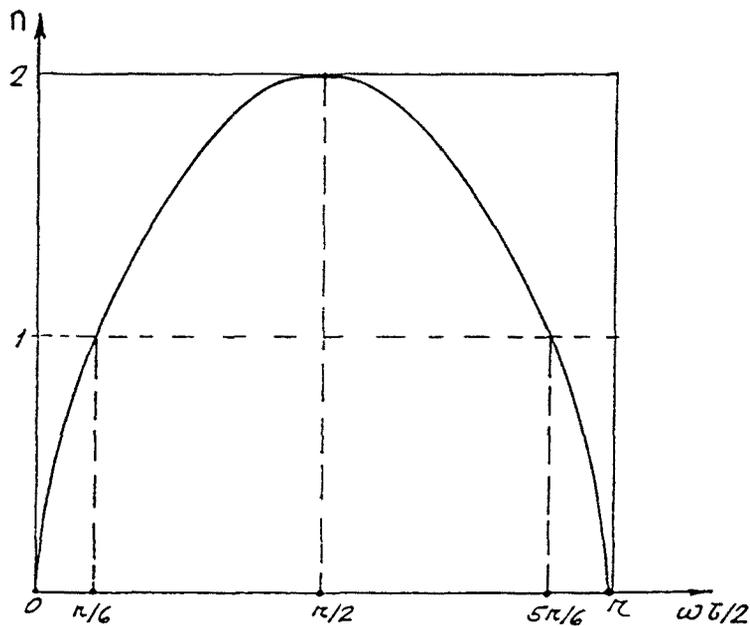


Figura 4.80. Ganancia de la respuesta en frecuencia de un atenuador de dos fuentes secundarias, en la región corriente abajo de las mismas.

Del mismo modo, para el caso de un atenuador compuesto de tres fuentes secundarias ( $n=3$ ), el módulo de la transmitancia, en la dirección corriente abajo, será:

$$\mu_3 = \left\{ 1 + \frac{\text{sen}^2(2\omega\tau/2)}{(3-1)^2 \text{sen}^2(\omega\tau/2)} - \frac{2\text{sen}[(3-1)\omega\tau/2]\cos(3\omega\tau/2)}{(3-1)\text{sen}(\omega\tau/2)} \right\}^{1/2}$$

$$(19) \quad \mu_3 = \text{sen} \frac{\omega\tau}{2} \left[ 9 - 8 \text{sen}^2 \frac{\omega\tau}{2} \right]^{1/2}$$

donde, imponiendo que el módulo de la transmitancia  $\mu_3$  sea 1, y elevando los dos miembros al cuadrado, se tendrá:

$$1 = \text{sen}^2 \frac{\omega\tau}{2} \left[ 9 - 8 \text{sen}^2 \frac{\omega\tau}{2} \right]$$

que, llamando  $x = \text{sen}^2(\omega\tau/2)$ , para simplificar, se podrá escribir

$$1 = x(9 - 8x)$$

$$8x^2 - 9x + 1 = 0$$

cuyas raíces son  $x_1=1$  y  $x_2=1/8$ , luego:

$$\text{sen}^2(\omega\tau/2) = 1, \text{ implica } (\omega\tau/2) = \pi/2$$

que corresponde a la frecuencia central, y

$$\text{sen}^2(\omega\tau/2) = 1/8,$$

es decir,

$\text{sen}(\omega\tau/2) = 1/\sqrt{8}$ , lo que implica:

$$(\omega_1\tau/2) = \pi/9 \quad \text{y} \quad (\omega_2\tau/2) = 8\pi/9 ,$$

que son los límites de la anchura de la banda de frecuencia.

Ha podido observarse que a la frecuencia central  $(\omega_0\tau/2) = \pi/2$ , le corresponde un módulo de la transmitancia  $\mu_s$  de 1, como debe ser por tratarse de un sistema atenuador con tres fuentes secundarias. Ver figura 4.81.

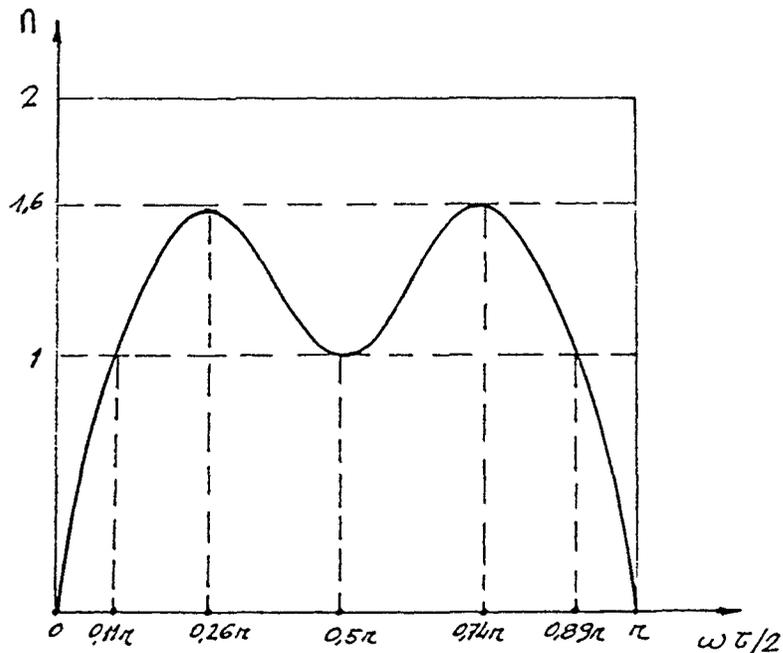


Figura 4.81. Ganancia de la respuesta en frecuencia de un atenuador de 3 fuentes secundarias, en la región corriente abajo de las mismas.

En el caso de un atenuador compuesto por cuatro fuentes secundarias ( $n=4$ ), el módulo de la transmitancia, en la

región corriente abajo, se expresará del siguiente modo:

$$(20) \quad \mu_4 = \frac{4}{3} \operatorname{sen} \frac{wT}{2} \left[ 12 \operatorname{sen}^4 \frac{wT}{2} - 20 \operatorname{sen}^2 \frac{wT}{2} + 9 \right]^{1/2}$$

Esta ecuación ilustra la propiedad general que para valores pares de  $n$ , la ganancia de respuesta a la frecuencia central es  $[n/(n-1)] = 4/3$ .

Imponiendo, en la ecuación (20), que  $\mu_4 = 1$  y elevando los dos miembros, de la misma, al cuadrado se obtiene:

$$1 = \frac{16}{9} \operatorname{sen}^2 \frac{wT}{2} \left[ 12 \operatorname{sen}^4 \frac{wT}{2} - 20 \operatorname{sen}^2 \frac{wT}{2} + 9 \right]$$

llamando  $x = \operatorname{sen}^2 \frac{wT}{2}$ , se tiene:

$$1 = \frac{16}{9} x (12 x^2 - 20 x + 9)$$

que puede ser expresada

$$21,33 x^3 - 35,55 x^2 + 16 x - 1 = 0$$

ecuación de tercer grado, cuyas raíces son:

$$x_1 = 0,0742, \quad x_2 = 0,751, \quad x_3 = 0,841$$

La raíz  $x_1 = 0,0742$ , da lugar a:

$$\operatorname{sen} \frac{wT}{2} = \sqrt{0,0742} = 0,2724$$

lo que implica que

$$\frac{w\tau}{2} = 15,8^\circ = 0,08\pi \quad \text{y} \quad \frac{w\tau}{2} = 164,2^\circ = 0,912\pi$$

La raiz  $x_2 = 0,751$ , da lugar a:

$$\text{sen} \frac{w\tau}{2} = f(0,751) = 0,8666$$

de donde

$$\frac{w\tau}{2} = 60,066^\circ = 0,333\pi \quad \text{y} \quad \frac{w\tau}{2} = 119,933^\circ = 0,666\pi$$

Finalmente, de la raiz  $x_3 = 0,841$ , se obtiene:

$$\text{sen} \frac{w\tau}{2} = f(0,841) = 0,91706$$

por lo que

$$\frac{w\tau}{2} = 66,5^\circ = 0,369\pi \quad \text{y} \quad \frac{w\tau}{2} = 113,5^\circ = 0,63\pi$$

Las dos raices extremas,  $0,08\pi$  y  $0,912\pi$ , determinan los límites de la anchura de la banda de frecuencias, lo cual significa que dicha anchura de banda es de 3,37 octavas. En la siguiente figura nº 4.82 se representa la correspondiente respuesta en frecuencia, indicándose todos los valores de  $(w\tau/2)$  obtenidos al imponer la condición  $\mu_4 = 1$ .

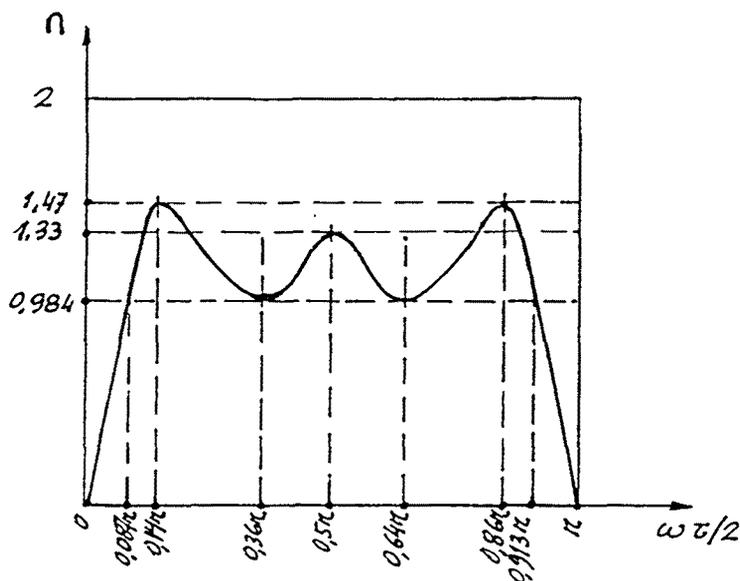


Figura 4.82. Ganancia de la respuesta en frecuencia de un atenuador de 4 fuentes secundarias, en la región corriente abajo de las mismas.

Del mismo modo, para el caso de un atenuador compuesto de 5 fuentes secundarias ( $n=5$ ), se observa que se satisface la regla que, para valores impares de  $n$ , la ganancia de respuesta a la frecuencia central es igual a la unidad. El módulo de la transmitancia, en la región corriente abajo, será:

$$(21) \quad \mu_s = \sin \frac{WT}{2} \left[ 25 - 100 \sin^2 \frac{WT}{2} + 140 \sin^4 \frac{WT}{2} - 64 \sin^6 \frac{WT}{2} \right]^{1/2}$$

en la que sustituyendo  $\mu_s$  por 1, se obtiene una ecuación, cuyas raíces extremas  $(\omega\tau/2) = 0,07\pi$  y  $(\omega\tau/2) = 0,93\pi$

constituyen los límites de la anchura de la banda de frecuencias, lo que significa que la anchura de la banda es de 3,7 octavas. Ello se ilustra en la siguiente figura 4.83.

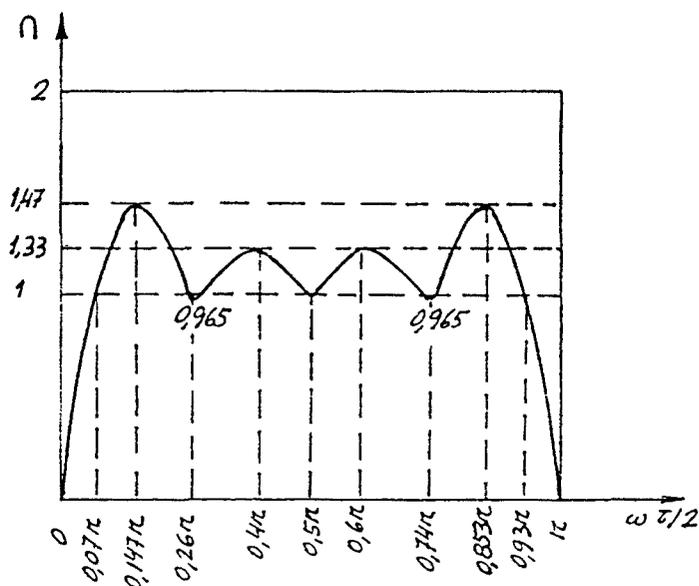


Figura 4.83. Ganancia de la respuesta en frecuencia de un atenuador de 5 fuentes secundarias, en la región corriente abajo de las mismas.

Por medio de un programa de cálculo, empleando la ecuación (13), se determinaron las anchuras de banda teóricas, así como, los rangos de frecuencia en octavas, para diferente número de fuentes (de 2 a 8 fuentes) y los máximos valores de la ganancia de la respuesta en frecuencia, de los que, precisamente, se deduce que se va obteniendo una curva de respuesta más plana a medida que aumenta el número de fuentes, lo cual significa que la respuesta total tiene menos desviación en la zona de trabajo. Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente tabla 4.6, en cuya última columna se observan las

más bajas y más altas frecuencias para el caso de una frecuencia central de 300 Hz.

Nº de fuentes	$f_1/f_0$	$f_u/f_0$	Nº de octavas	R max	$f_0=300 \text{ Hz}$	
					$f_1$	$f_u$
2	0,33	1,67	2,33	2,0	100	500
3	0,22	1,78	3,0	1,6	66	534
4	0,16	1,84	3,37	1,47	48	552
5	0,14	1,86	3,70	1,42	42	558
6	0,118	1,882	4,0	1,38	35,4	564,6
7	0,105	1,895	4,21	1,36	31,5	568,5
8	0,09	1,91	4,41	1,34	27	573

Tabla 4.6. Anchura de banda para n de 2 a 8 fuentes.

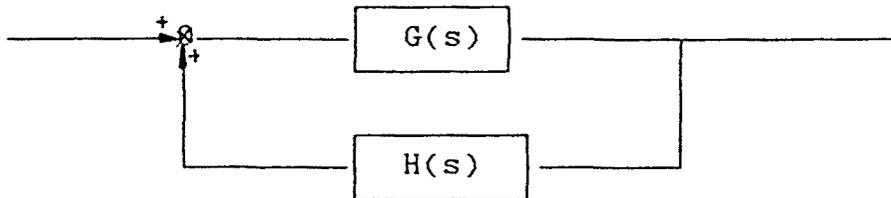
Según se ha observado, trabajando con la ecuación de la ganancia de la respuesta total del sistema atenuador en la región corriente abajo (ecuación 13), es evidente que aumentando el número de fuentes se incrementa la anchura útil de la banda de frecuencias y se reduce el nivel de las desviaciones de la amplitud de la respuesta. No obstante, es necesario introducir un sistema electrónico para compensar las fluctuaciones, todavía, existentes. Este sistema electrónico podría tener una función de transferencia inversa a la del sistema atenuador dada por la ecuación (11).

$$\begin{aligned}
 (22) \quad W_0(s) &= \frac{1}{R(s)} = \frac{(n-1)(e^{-s\tau}-1)}{n(e^{-s\tau}-1)+(1-e^{-sn\tau})} = \\
 &= \frac{n-1}{n} \frac{1}{1-[(1-e^{-sn\tau})/n(1-e^{-s\tau})]}
 \end{aligned}$$

Comparando la expresión (22) con la de la transmitancia

de un anillo cerrado:

$$W(s) = \frac{G(s)}{1 - H(s)G(s)}$$



se deduce que es igual al producto de  $[(n-1)/n]$  por la transmitancia de dicho anillo cerrado, siendo la transmitancia de la vía directa  $G(s)=1$  y la transmitancia de la vía de realimentación  $H(s)=[(1-e^{-en\tau})/n(1-e^{-e\tau})]$ .

La transmitancia de la vía de realimentación es fácilmente obtenible electrónicamente, por medio de simples retrasos de tiempo.

Visto, por lo que precede, que la radiación de las fuentes secundarias es unidireccional y que en la dirección de propagación, es decir, corriente abajo, la respuesta depende del número de fuentes puede, ya, ser definido el esquema completo del sistema. Este consta de un micrófono, localizado en la región corriente arriba, para detectar el ruido a cancelar. Este micrófono se encuentra aislado de la radiación de las fuentes secundarias gracias a la unidireccionalidad de las mismas. La salida del micrófono pasa a través de un retardador de tiempo, con un tiempo de retraso de  $a/c$ , donde  $a$  es la distancia entre el micrófono

y la primera fuente. A continuación la señal pasa por un inversor, que constituye el sistema de compensación de la respuesta de frecuencia. Finalmente es amplificada en un amplificador de potencia para entrar en la primera fuente. La señal anterior pasa a la segunda fuente, después de haber sido disminuida su amplitud en  $1/(n-1)$  y retrasada en  $b/c$ , donde  $b$  es la distancia entre fuentes. A partir de esta segunda fuente, la señal pasa a las siguientes, de una a otra, con retrasos de  $b/c$ . En la siguiente figura 4.84 se representa el esquema completo de un atenuador activo de ruido compuesto de  $n$  fuentes.

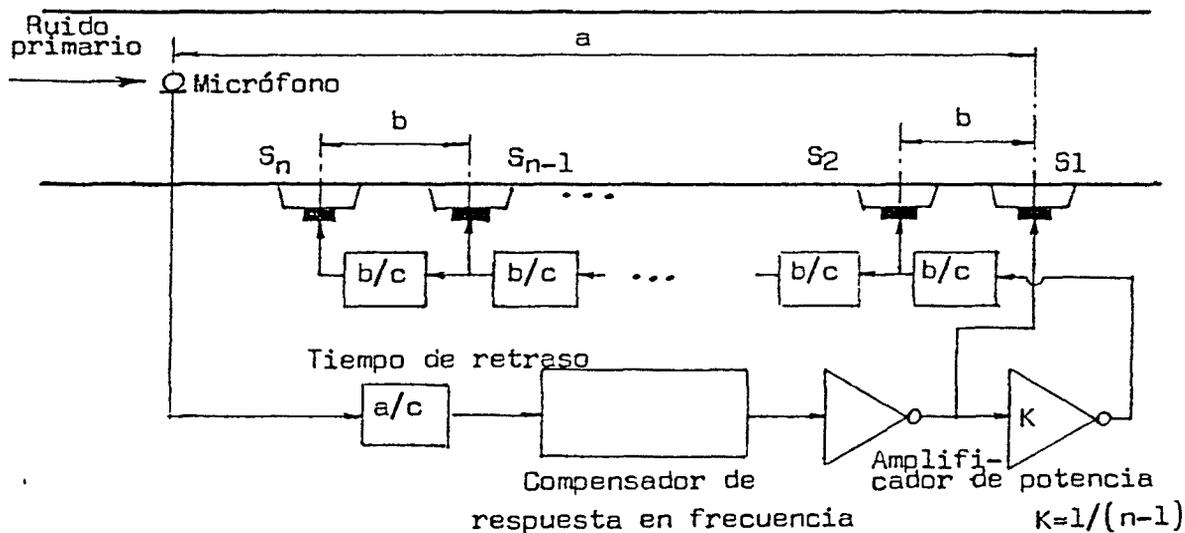


Figura 4.84. Esquema de los componentes de un atenuador activo de ruido compuesto de  $n$  fuentes secundarias.

#### OBSERVACIONES.

Del anterior análisis teórico del atenuador activo de  $n$

fuentes secundarias, se deduce que adicionando fuentes, el sistema mejora significativamente. Dicha mejora se traduce en un aumento de la anchura de banda de frecuencias, para la que el sistema resulta eficaz, así como, en una reducción del nivel de fluctuaciones de la ganancia de la respuesta en frecuencia de las fuentes secundarias, en la región corriente abajo, con respecto a la respuesta en frecuencia de forma sinusoidal que presentan las fuentes del atenuador dipolar de Swinbanks. Por lo que, desde este punto de vista, cuanto mayor sea el número de fuentes, menor compensación de la respuesta en frecuencia necesitará el sistema. Otra interesante ventaja de este procedimiento, consiste en que el aumento del número de fuentes proporciona una más afinada direccionalidad de la radiación secundaria y, por consiguiente, es menor la reflexión hacia la región corriente arriba.

Resulta interesante observar la dependencia de la respuesta en frecuencia, del sistema de fuentes secundarias, con el número de dichas fuentes, la separación entre ellas, así como, la velocidad de propagación sonora  $c$ .

\*\*\*\*\*

4.3.2.3. ASPECTOS TEORICOS Y EXPERIMENTALES DE LOS ATENUADORES DE MONOPOLO COMPACTO ACOPLADO (TCM) Y DE TANDEM COMPACTO ACOPLADO (TCT), PARA LA ABSORCION EN CONDUCTOS. [16]

Hong, Eghtesadi y Leventhall presentaron una teoría para el cálculo de la atenuación, basada en los atenuadores compactos acoplados, en los que el micrófono y el altavoz se encuentran encerrados muy cerca el uno del otro. Se estudia el caso del simple monopolo, así como el de dos monopolos en cascada para constituir el tandem compacto acoplado. Se comprueba que el tandem compacto acoplado puede producir una atenuación mínima de 20 dB, para una banda de frecuencias de anchura mayor que tres octavas y media, desde 30 a 330 Hz. También, estos atenuadores pueden producir una atenuación significativa en el caso en que exista una corriente de aire. Los autores de este trabajo investigaron la forma de la atenuación en frente del altavoz del atenuador, tanto por vía experimental como a través de cálculo. La comparación de las atenuaciones medidas con las obtenidas por los cálculos, dió una gran concordancia, lo que da validez a la teoría que se propone, así como al modelo de cálculo para la atenuación de los sistemas compactos acoplados.

En los cálculos se tuvieron en cuenta las reflexiones de sonido en las paredes del conducto, por lo que la radiación sonora procedente de las fuentes secundarias no fue considerada como onda plana.

En primer lugar se analiza el caso del monopolo compacto acoplado, aplicado a un conducto de aire

acondicionado, de sección rectangular, cuya altura es  $h$ , en la dirección  $z$  y cuya anchura es  $b$  en la dirección  $y$ .

El generador de sonido primario  $N$ , es una fuente situada en  $(x_N, y_N, z_N)$  del conducto, la cual dirige el sonido según el eje  $x$  longitudinal. La fuente secundaria cancelante  $S$  es un altavoz, el centro de cuya superficie se encuentra situado en  $(x_S, y_S, z_S)$ . La tensión de la fuente es  $S_N(\omega)$  para la fuente primaria y  $S_S(\omega)$  para la fuente secundaria. La siguiente figura 4.85 muestra la disposición general del conducto.

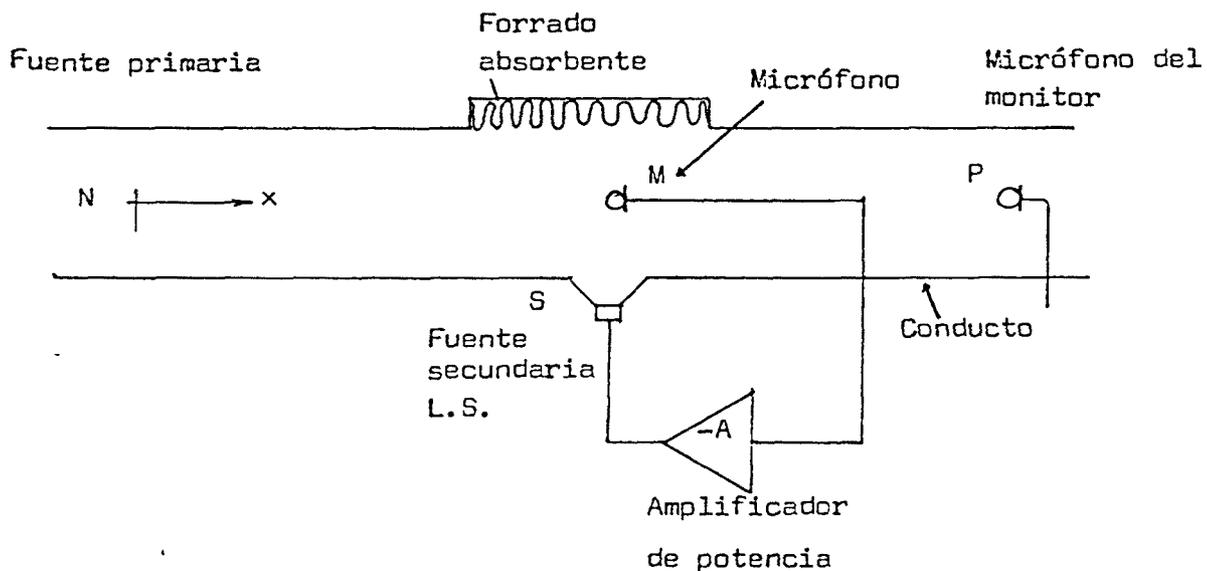


Figura 4.85. Disposición general del atenuador de monopolo compacto acoplador.

La presión sonora  $p(x,y,z)$  en el conducto es la suma de las presiones debidas a las fuentes primaria y secundaria. La función de Green resulta una técnica apropiada para obtener el campo de ruido producido por una distribución de fuentes sonoras. Cada contribución puede ser calculada por

la función que satisface las condiciones límites de la siguiente ecuación.

$$(1) \quad \left[ \frac{\delta^2}{\delta x^2} + \frac{\delta^2}{\delta y^2} + \frac{\delta^2}{\delta z^2} + \left(\frac{w}{c}\right)^2 \right] G_w(x, y, z | x_1, y_1, z_1) = \\ = -i\sigma_0 c w d(x-x_1) d(y-y_1) d(z-z_1)$$

donde el término  $G_w(x, y, z | x_1, y_1, z_1)$  es el campo en el punto de observación  $(x, y, z)$ , causando por una fuente puntual unitaria situada en el punto  $(x_1, y_1, z_1)$ .

La presión resultante, generada por las fuentes primaria y secundaria, es

$$(2) \quad p(x, y, z) = S_N(w) G_w(x, y, z | x_N, y_N, z_N) + \\ + S_S(w) G(x, y, z | x_S, y_S, z_S)$$

Para el atenuador de monopolo compacto acoplado (TCM), mostrado en la figura 4.85, en el cual el espaciamento, entre el micrófono y el altavoz, en la dirección longitudinal  $x$ , es aproximadamente cero, la señal de presión sonora detectada por el micrófono es enviada, a través del amplificador, al altavoz del sistema. Si  $H$  es la función de transferencia de este sistema, la presión generada por el altavoz es  $p_S(x_S, y_S, z_S)$ , debida a la presión de entrada al micrófono de

$$(3) \quad p_M(x_M, y_M, z_M) = H^{-1} S_S(w)$$

Para simplificar, las funciones de Green, debidas a las

fuentes primaria y secundaria, se expresan de la siguiente forma:

$$(4) \begin{cases} G_w(x_M, y_M, z_M | x_N, y_N, z_N) = G_{MN} \\ G_w(x_M, y_M, z_M | x_S, y_S, z_S) = G_{MS} \\ G_w(x_P, y_P, z_P | x_S, y_S, z_S) = G_{PS} \\ G_w(x_P, y_P, z_P | x_N, y_N, z_N) = G_{PN} \end{cases}$$

donde  $x_P, y_P, z_P$ , indican la situación del micrófono del monitor.

Aplicando la ecuación (2) al punto  $(x_M, y_M, z_M)$  y sustituyendo en la ecuación (3), se obtiene

$$(5) \quad S_S(\omega) = [H G_{MN} / (1 - H G_{MS})] S_N(\omega)$$

Por lo que el TCM puede ser representado como un sistema de control en anillo cerrado, como se muestra en la figura 4.86.

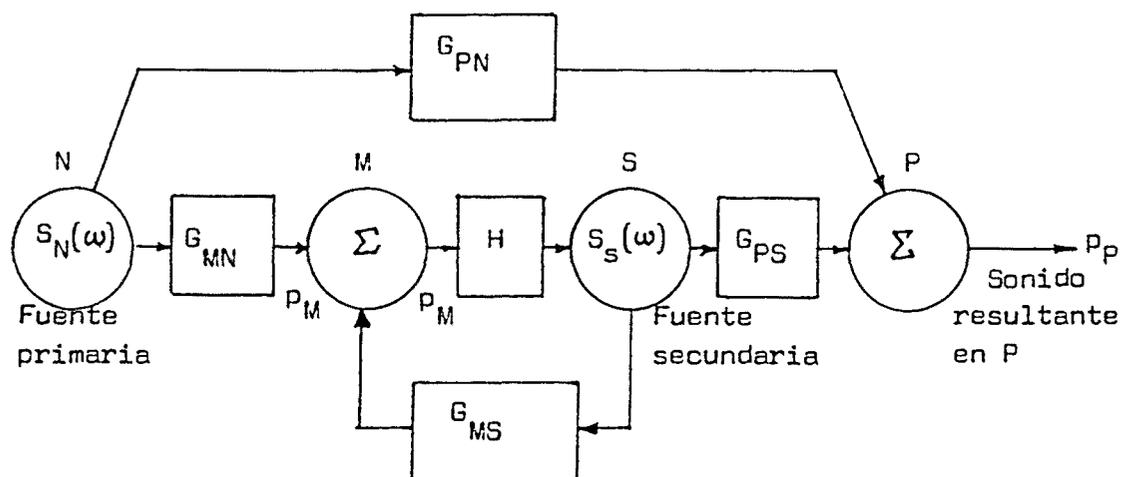


Figura 4.86. Sistema de control en anillo cerrado del atenuador TCM.

La señal que recibe el micrófono  $M$ , corresponde a la suma del ruido primario, que se propaga a lo largo del camino hacia delante con una transmitancia  $G_{MN}$ , y del ruido secundario, que le llega a través del camino de realimentación de transmitancia  $G_{MS}$ . La presión resultante, en un punto  $P$  del conducto, puede ser establecida usando este diagrama con realimentación.

$$(6) \quad p_P = S_N(\omega)G_{PN} + S_S(\omega)G_{PS}$$

Sustituyendo (5) en (6), se tendrá :

$$(7) \quad p_P = S_N(\omega)[G_{PN} + H G_{MN}G_{PS}/(1 - H G_{MS})]$$

La función de Green para un espacio finito es una solución de la ecuación de onda (1), la cual satisface las condiciones límites. Esta solución puede ser deducida por el método de la imagen, para límites planos. La función de Green para radiación desde la fuente secundaria, en un espacio finito definido por las paredes del conducto, comprende las contribuciones desde el camino directo y las reflexiones desde las fuentes imagen .

$$(8) \quad G_w(r|r_0) = \{ \exp[-ikr]/4\pi r \} + \sum \{ (R)^Q \exp[-ikr']/4\pi r' \}$$

donde  $r = |r - r_0|$ ,  $r' = |r' - r_0|$ ,  $R$  es el coeficiente de reflexión, y  $Q$  es el número de reflexiones. El término con las coordenadas tildadas corresponde a las fuentes imagen. Para las zonas del conducto que se encuentran forradas con

material absorbente, la superficie reflectante no es rígida y tiene, por consiguiente, una impedancia acústica. El factor  $R$  es incluido para considerar una reacción local del material.

Considerando que el ruido primario, a ser cancelado, es un sonido de baja frecuencia, más baja que el primer modo transversal del conducto, la función de Green para la radiación desde la fuente primaria es

$$(9) \quad G_w(r|r_0) = \exp[-ikr]/i2\pi k$$

Esta expresión da la propagación de una onda plana, la cual, se supone, procede del ruido primario.

En lo que sigue,  $x_{PN}$  indicará la distancia longitudinal entre los dos puntos  $P$  y  $N$ . La función de Green para la radiación, desde la fuente primaria  $N$  hasta el punto  $P$ , se hace

$$(9') \quad G_{PN} = \exp[-ikx_{PN}]/i2\pi k$$

Puesto que  $x_{PN} = x_{PM} + x_{MN}$ , entonces

$$(10) \quad G_{PN} = i2\pi k \{ (i2\pi k)^{-1} \exp[-ikx_{PM}] (i2\pi k)^{-1} \exp[-ikx_{MN}] \}$$

Sustituyendo (10) en (7),

$$(10') \quad p_P = S_N(\omega) G_{MN} [i2\pi k G_{PM} + H G_{PS} / (1 - H G_{MS})]$$

siendo  $S_N(\omega) G_{MN}$  el ruido primario detectado por el

micrófono. Definiendo  $p_N = S_N(\omega) G_{MN}$ ,

$$p_P = p_N [i2\pi k G_{PM} + H G_{PS} / (1 - H G_{MS})]$$

es decir

$$(11) \quad p_P/p_N = (i2\pi k G_{PM}) - [-H G_{PS} / (1 - H G_{MS})]$$

El término  $(i2\pi k G_{PM})$  es la función de transferencia relativa al ruido primario llegando al punto P del campo, que ha sido detectado en el micrófono M. El término  $[-H G_{PS} / (1 - H G_{MS})]$  es la función de transferencia relativa al sonido secundario, llegando a un punto P del campo, que realimenta al micrófono. Aproximando estas dos funciones será mejorada la atenuación resultante. La ecuación (11) es de la misma forma que un simple sistema de control con realimentación. La función estable del sistema fue establecida para depender de la ganancia del anillo de realimentación.

El factor  $4\pi$  de la función de Green para el caso de ondas esféricas, así como el  $i2\pi k$  del caso de ondas planas, puede ser eliminado de acuerdo con las ecuaciones definidas por :

$$(12) \quad \begin{cases} P_M = i2\pi k G_{PM} \\ P_S = 4\pi G_{PS} \\ M_S = 4\pi G_{MS} \end{cases}$$

Sustituyendo (12) en (11),

$$(13) \quad p_P/p_N = P_M + \{P_S / [(4\pi/H) - M_S]\}$$

Expresando el término  $(H/4\pi)$  por  $-G(\omega)\exp[-i\delta(\omega)]$ , donde  $G(\omega)$  es la amplitud de  $(H/4\pi)$  y  $\delta(\omega)$  es la fase de  $H$ , entonces

$$(14) \quad p_P/p_N = \frac{P_M - P_S}{\{(1/G(\omega)\exp[-i\delta(\omega)]) + M_S\}}$$

La ecuación (14) permitirá determinar la atenuación, una vez calculados los parámetros del sistema  $P_M$ ,  $P_S$ ,  $M_S$ , y la medida de la fase  $\delta(\omega)$  de la función de transferencia, para un valor particular de  $G(\omega)$ .

A partir de los resultados experimentales y de los cálculos deducidos en este modelo, basado en la teoría del TCM, se llegó a la conclusión que la cancelación del ruido primario por la fuente secundaria ocurre, predominantemente, en una pequeña región corriente arriba y corriente abajo del altavoz del atenuador.

Esto sugiere que para producir la atenuación requerida, fuera de esta región, puede tratarse el sonido residual como una nueva fuente primaria y montar un segundo monopolo compacto acoplado (TCM) en cascada con el primero. En este caso, dos atenuadores (TCM) estarán trabajando en serie, formando un sistema "tandem" (TCT). El esquema del mismo se muestra en la siguiente figura 4.87.

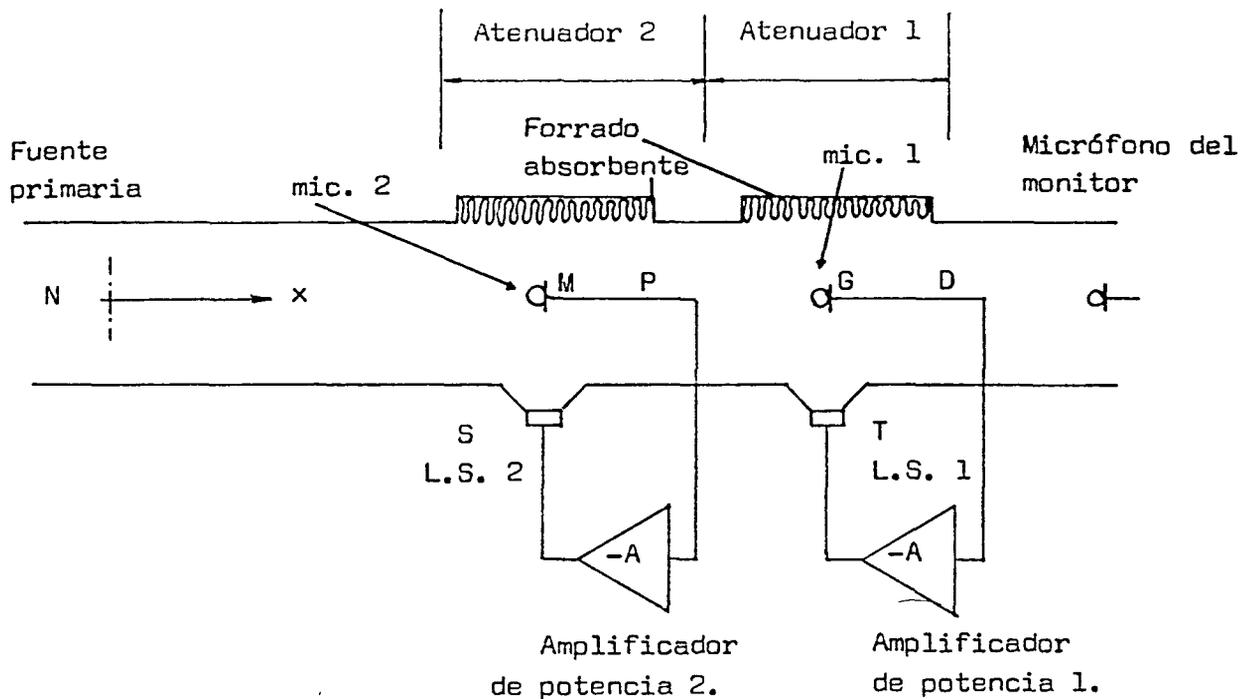


Figura 4.87. Disposición del atenuador tandem compacto acoplado (TCT), en un conducto.

La presión resultante generada por la fuente primaria  $N$  y las fuentes secundarias  $S$  y  $T$  es

$$\begin{aligned}
 (15) \quad p(x, y, z) = & S_N(\omega)G_\omega(x, y, z | x_N, y_N, z_N) + \\
 & + S_S(\omega)G_\omega(x, y, z | x_S, y_S, z_S) + \\
 & + S_T(\omega)G_\omega(x, y, z | x_T, y_T, z_T)
 \end{aligned}$$

De forma similar al monopolo compacto acoplado, la señal de presión sonora, detectada por cada micrófono, es realimentada a través de dos sistemas independientes de amplificadores y altavoces. Si  $H_1$  y  $H_2$  son las funciones de

transferencia, respectivas, de cada uno de los componentes del tandem, las presiones generadas en los altavoces S y T son  $p_s(x_s, y_s, z_s)$ , y  $p_t(x_t, y_t, z_t)$ , las cuales son debidas a las presiones de entrada a sus micrófonos, respectivos, es decir:

$$(16) \quad p_M(x_M, y_M, z_M) = (H_1)^{-1} S_S(w)$$

$$(17) \quad p_G(x_G, y_G, z_G) = (H_2)^{-1} S_T(w)$$

Sean D y P dos puntos del campo en la región corriente abajo de las fuentes secundarias T y S, respectivamente. Se considerarán los factores  $\phi_{GP} = \exp[-ikr_{GP}]$  y  $\phi_{DP} = \exp[-ikr_{DP}]$ , para tener en cuenta los tiempos de viaje del sonido desde P a G y desde P a D, respectivamente, cuando la separación de las fuentes secundarias es muy grande.

Por simplicidad, las funciones de Green debidas a la fuente primaria N y a las fuentes secundarias S y T, son expresadas en forma general. Por ejemplo :

$$(17') \quad G_w(x_M, y_M, z_M | x_N, y_N, z_N) = G_{MN}$$

donde  $(x_M, y_M, z_M)$  indica el punto de recepción y  $(x_N, y_N, z_N)$  indica el punto fuente.

La presión resultante en un punto del conducto puede ser obtenida usando el diagrama con realimentación, de la siguiente figura 4.88.

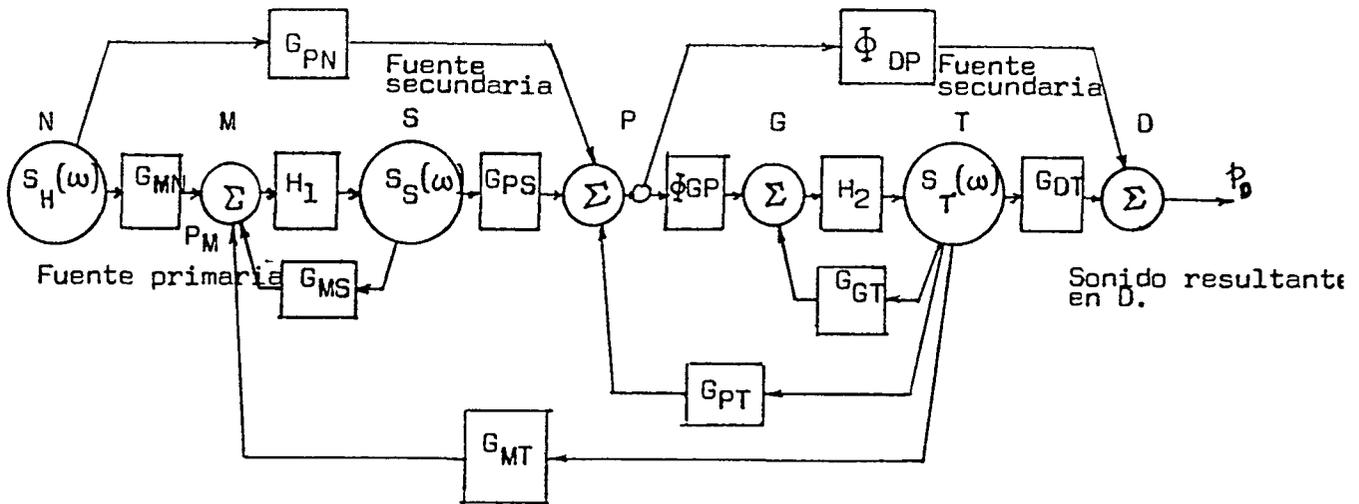


Figura 4.88. Sistema de control en anillo cerrado del atenuador T.C.T.

$$(18) \quad S_S(\omega) = H_1 [S_N(\omega) G_{MN} + S_S(\omega) G_{MS} + S_T(\omega) G_{MT}]$$

$$(19) \quad P = S_N(\omega) G_{PN} + S_S(\omega) G_{PS} + S_T(\omega) G_{PT}$$

$$(20) \quad S_T(\omega) = H_2 [P \phi_{DP} + S_T(\omega) G_{GT}]$$

$$(21) \quad P_D = P \phi_{DP} + S_T(\omega) G_{DT}$$

Sustituyendo las ecuaciones (18), (19) y (20) en la ecuación (21), se deduce

$$(22) \quad P_D = S_N(\omega) \left[ \frac{G_{PN}}{G_{PS}} + \frac{H_1 G_{MN}}{1 - H_1 G_{MS}} \right] \left[ \frac{1 - H_2 G_{GT}}{H_2 \phi_{DP}} \phi_{DP} + G_{DT} \right] \left[ - \frac{H_1 G_{MT}}{1 - H_1 G_{MS}} - \frac{G_{PT}}{G_{PS}} + \frac{1 - H_2 G_{GT}}{H_2 \phi_{DP} G_{PS}} \right]^{-1}$$

Por definición de la función de Green para un espacio

finito, y usando la notación complejo-exponencial,  $p_D$  puede ser expresada de forma adecuada para el cálculo. Además, expresando

$$(22.a) \quad (H_1/4\pi) = - G(w)\exp[-i\delta(w)] = - G(w)DX$$

$$(22.b) \quad (H_2/4\pi) = - B(w)\exp[-i\epsilon(w)] = - B(w)EX$$

La expresión final para  $p_D$ , con  $p_N = S_N(w)G_{MN}$ , es la siguiente :

$$(23) \quad (p_D/p_N) = \{ (PM/PS) - [G(w)DX / (1 + G(w)DX MS)] \} \cdot \\ \cdot \{ - [ (1 + B(w)EX GT) / B(w)EX GP ] DP + DT \} \cdot \\ \cdot \{ [G(w)DX MT / (1 + G(w)DX MS)] - (PT/PS) - \\ - [ (1 + B(w)EX GT) / B(w)EX GP PS ] \}^{-1}$$

Esta ecuación ha sido deducida para el caso de un sistema "tandem", formado por dos atenuadores de monopolo en cascada. Se puede conseguir conocer mejor este complicado sistema, subdividiéndolo en sus constituyentes, del siguiente modo :

$$(24) \quad \frac{p_D}{p_N} = \left( - \frac{1 + B EX GT}{B EX GP} \right) \left( \frac{PM}{PS} - \right. \\ \left. - \frac{G DX}{1 + G DX MS} \right) \left[ PM \left( \frac{G DX MT}{1 + G DX MS} - \right. \right.$$

$$\left. - \frac{PT}{PS} - \frac{1 + B EX GT}{B EX GP PS} \right]^{-1}$$

$$(25) \quad \frac{PD}{PP DP} = \left( - \frac{1 + B EX GT}{B EX GP} DP + DT \right) \cdot \left[ (DP) \left( - \frac{1 + B EX GT}{B EX GP} \right) \right]^{-1}$$

Multiplicando las expresiones (24) y (25), se obtiene :

$$(25.a) \quad \frac{PP}{PN PM} \frac{PD}{PP DP} = \frac{PD}{PN PM DP} = \frac{PD}{PN DM}$$

donde, el término  $(PP/PNPM)$   $(PD/PPDP)$  es el producto de la atenuación del atenuador {1} por la atenuación del atenuador {2}, en el "tandem", ya que  $(PD/PNDM)$  es la atenuación del atenuador en tandem {1+2}. Por lo tanto:

Atenuación tandem de {1+2} = Atenuación de {1} + Atenuación de {2} en el tandem,

ya que el término de realimentación MT afecta a la atenuación de {2}.

Estos resultados ponen en evidencia la diferencia de la atenuación de {2} en el tandem y la atenuación de {2} cuando opera solo. Por lo tanto, hay una diferencia en la atenuación del tandem {1+2} y la suma de las atenuaciones de los atenuadores {1} y {2} cuando operan por separado.

Para calcular la radiación sonora del altavoz en puntos

del campo, próximos al mismo, se supuso que el cono del altavoz era plano, vibrando como un pistón rígido en un "baffle" rígido infinito, usando la, bien conocida, aproximación de pistón rígido. Para cada una de las fuentes secundarias se usó un KEF-139. El cono fue protegido por una capa de poliestireno cerrada con una tapa contra polvo. Las dimensiones y la forma de dicha tapa se indican en la figura 5.89.

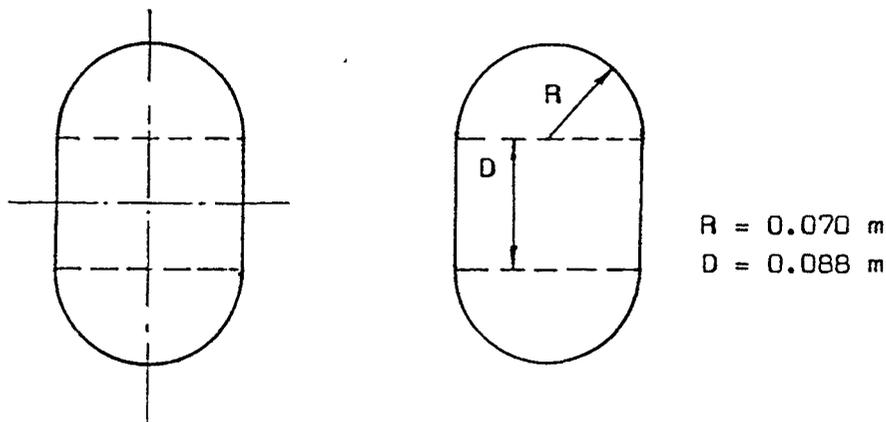


Figura 4.89. Contorno total y dimensiones del altavoz KEF-B 139

Como puede verse en la figura, comprende dos áreas semicirculares de radio  $R=0,070 \text{ m}$  y otra rectangular definida por  $D=0,088 \text{ m}$ .

Se tomaron elementos de pequeñas dimensiones, eso es, de  $0,014 \times 0,014 \text{ m}$ , de manera que la totalidad de la superficie radiante quedase dividida en muy pequeñas fuentes. Concretamente, se consideraron 124 elementos de  $0,014 \times 0,014 \text{ m}$ . para representar la totalidad de la superficie radiante.

Sea  $a$  el radio medio de una semiesfera pulsante y

llamando  $u_s$  a la velocidad radial de un punto de su superficie, se tiene

$$(26) \quad u_s = U_0 \exp[i\omega t]$$

Designando  $p$  a la presión en un punto del espacio, entonces

$$(27) \quad p = (K/r) \exp[i(\omega t - kr)]$$

Puede ser demostrado que, con  $ka \ll 1$  a todas las frecuencias de operación.

$$(28) \quad K = i \sigma_0 c k a^2 U_0$$

La ecuación (27) de la presión puede ser reescrita como

$$(29) \quad p = G_2 r^{-1} \exp[-i k r]$$

con

$$(29.a) \quad (\sigma_0 c k/2)(U_0 S) = G_2 = \text{constante}$$

teniendo en cuenta que  $a^2 = S/2$ , ya que  $a$  es el radio promedio de una semiesfera pulsante.

La presión sonora, así detectada, en un punto  $(x,y,z)$  del campo, debida a la radiación de la fuente  $S_s$  localizada en  $(x_s, y_s, z_s)$ , ha sido determinada anteriormente. Los efectos de cada fuente elemental pueden ser calculados y

luego sumados para obtener la presión sonora resultante en el punto observado del campo.

Para reducir la complejidad de las diferentes condiciones finales en las instalaciones de conducción de aire acondicionado, se calcula el nivel de presión sonora, en los puntos de observación próximos al altavoz de la fuente secundaria, suponiendo lo siguiente :

1. Las radiaciones, del altavoz, son emitidas por un número finito de elementos igualmente espaciados sobre una superficie plana.
2. La radiación de sonido emitida desde cada altavoz elemental es esférica.
3. La pared plana puede ser reemplazada por una conveniente disposición de espejos a diferente distancia.
4. Fuera de las superficies no forradas de los atenuadores, la reducción de la intensidad acústica debida a las reflexiones es despreciable, así como, tampoco se produce cambio de fase, por las mismas reflexiones.
5. La contribución de las fuentes reales e imagen son sumadas.
6. La sección longitudinal del conducto es suficientemente larga, para aproximarlo a un conducto de longitud infinita, de forma que las reflexiones en su extremo puedan ser ignoradas.
7. La fuente primaria es localizada en un extremo del conducto, dando origen a la propagación de onda plana hacia la fuente secundaria.

Para calcular la radiación del sonido desde la fuente S hasta un punto receptor P, las contribuciones de las fuentes, real e imagen, son calculadas como sigue:

(A) Por el camino directo para la radiación desde las fuentes reales.

$$(30) \quad p_{PS} = (G/r_{PS})\exp[-i k r_{PS}]$$

con

$$(30a) \quad r_{PS} = \sqrt{[(X_P - X_S)^2 + (Y_P - Y_S)^2 + (Z_P - Z_S)^2]}$$

y siendo G una constante.

(B) Por reflexiones desde las fuentes imagen a los límites del conducto.

Siendo:

$Z_E$  = impedancia específica superficial del forro de lana mineral.

$Z_C$  = impedancia específica del material del forro.

$\mu$  = constante compleja de propagación.

Suponiendo que la pared del forro es rígida,

$$(31) \quad Z_E = Z_C / \operatorname{tgh}(\mu l)$$

entonces,  $Z_C$  y  $\mu$  pueden ser obtenidas de las mediciones de

impedancia.

Estos valores se muestran en las figuras 4.90 y 4.91.

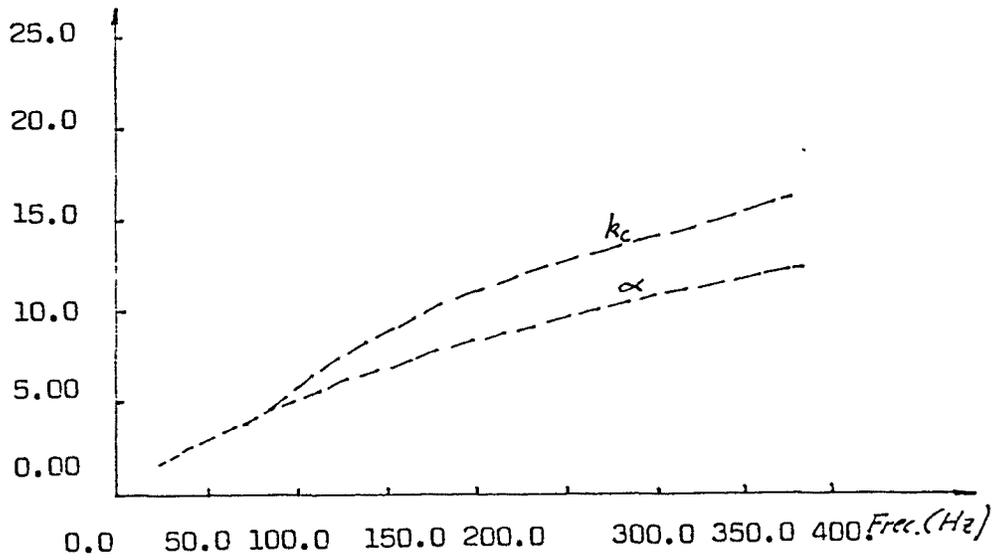


Figura 4.90. Coeficiente de atenuación y número de ondas del material absorbente.

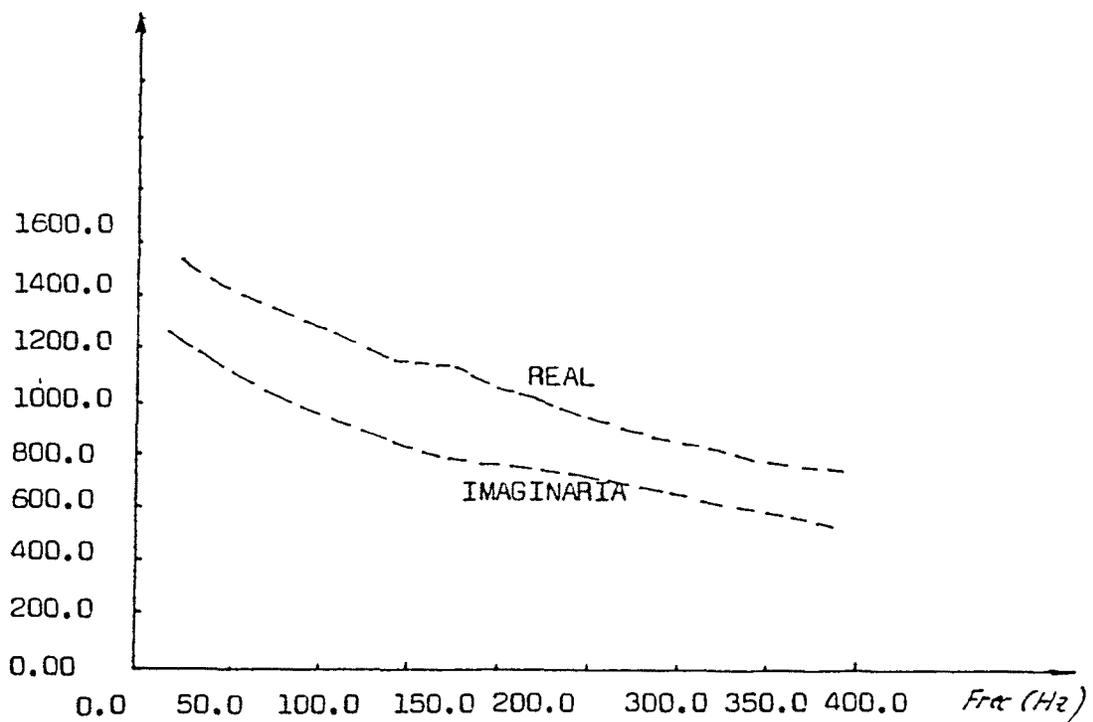


Figura 4.91. Partes real e imaginaria de la impedancia específica del material absorbente.

Para materiales reaccionando localmente, el coeficiente de reflexión es

$$(32) \quad R = (Z_E \cos\theta - \sigma_c)(Z_E \cos\theta + \sigma_c)^{-1}$$

donde  $\sigma_c$  es la impedancia del aire y  $\theta$  es el ángulo de incidencia.

Para reflexión de sonido desde la superficie del forro y de retorno a la pared del "baffle", se consideró su distribución en dos series de sumas :

(1) Con un número impar de reflexiones y con la primera reflexión desde la superficie del forro.

(2) Con un número par de reflexiones y con la primera reflexión desde la superficie del forro.

La suma de todas estas componentes de reflexión desde el forro y de retorno a la pared del "baffle" es

$$(33) \quad \text{sum} = \sum_{I=1}^2 \sum_{j=1}^n \frac{G}{l(I) \pi I_j} \exp[-i k l(I)] (R_2)^{T_{Ij}}$$

para  $I=1, j=1,3,5,\dots, T_{1j} = (j+1)/2$

$I=2, j=2,4,6,\dots, T_{2j} = j/2$

Para reflexión del sonido desde la cabeza y desde el fondo del forrado del conducto, se consideran cuatro sumas de series :

(1) Primera reflexión desde la cabeza, con un número

impar de reflexiones.

(2) Primera reflexión desde el fondo, con un número impar de reflexiones.

(3) Primera reflexión desde la cabeza, con un número par de reflexiones.

(4) Primera reflexión desde el fondo, con un número par de reflexiones.

La suma de todas estas componentes de reflexión, desde la cabeza y desde el fondo, es

$$(34) \quad \text{sum} = \sum_{I=1}^4 \sum_{j=1}^n \frac{A}{l(I)_j} \exp[-i k l(I)] (R_1)^{Q_{Ij}}$$

para

$$I=1,2, \quad j=1,3,5,\dots,$$

con

$$Q_{1j} = (j-1)/2, \quad Q_{2j} = (j+1)/2$$

y para

$$I=3,4, \quad j=2,4,6,\dots,$$

con

$$Q_{3j} = Q_{4j} = j/2$$

La figura 4.92, muestra un caso con tres reflexiones desde la cabeza y dos desde el fondo.

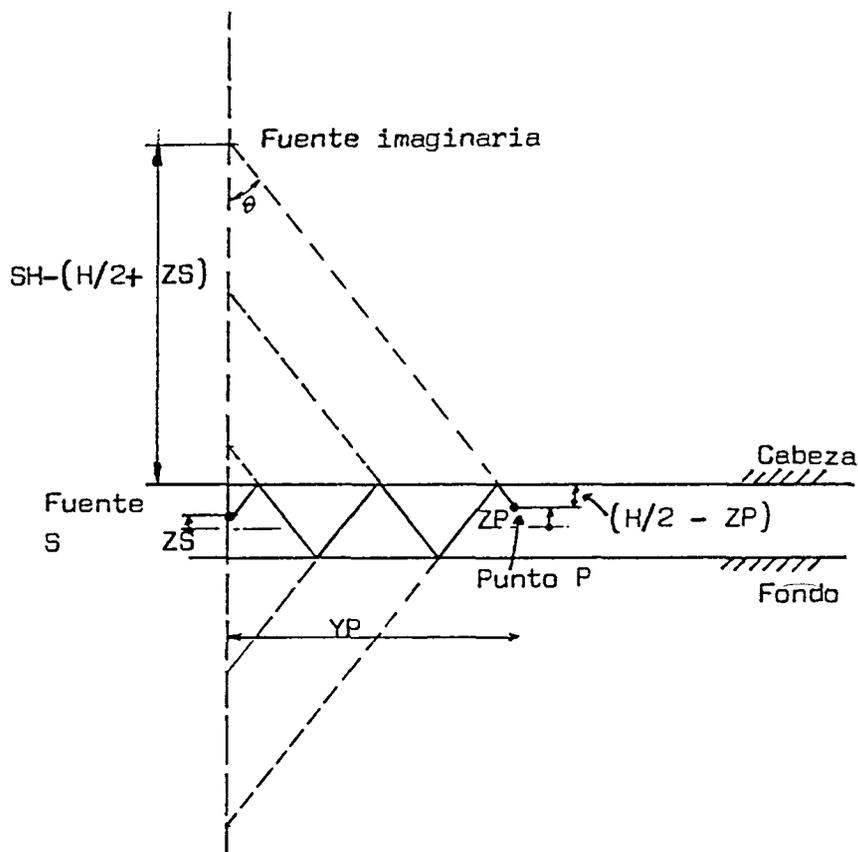


Figura 4.92. Tres reflexiones desde la cabeza y dos desde el fondo del forrado.

El número de reflexiones  $n$ , tiende a infinito teóricamente.

En la práctica, sin embargo, la contribución en la presión de cada fuente imagen decrece con la distancia desde la fuente real y, por tanto, solamente un número finito,  $n$ , de fuentes es requerido para el cálculo de la presión  $p$ .

La convergencia del cálculo depende del coeficiente de absorción de la superficie de reflexión. Un muy pequeño número de imágenes es requerido para el caso de una alta absorción en la pared frontal y en el fondo.

La suma de los términos, indicada en la ecuación (34), fue introducida en un ordenador. Para las reflexiones sonoras, en el conducto, en la proximidad del atenuador, el cálculo fue desarrollado considerando un mínimo de reflexiones,  $n=20$ , para asegurar que la contribución de las siguientes fuentes imagen fuera inferior al 1 % de la suma calculada.

Se llevó a cabo un experimento para verificar el efecto de los sistemas de TCM y de TCT, sobre un plano definido por los ejes  $x$  e  $y$ , longitudinal y transversal del conducto, respectivamente, y por el altavoz del atenuador {1}. El conducto de aire, fabricado con chapa de acero, tenía una anchura de 450 mm, una altura de 600 mm y una longitud de 10 m. Este conducto terminaba en un cerramiento acústico de 2,35 x 1,91 x 1,74 m., el interior del cual se encontraba forrado con material absorbente de 100 mm. de espesor. La fuente primaria de ruido estaba compuesta por un altavoz KEF- B139, instalado en el otro extremo del conducto. El micrófono del monitor fue montado en un carro de ruedas, con un dispositivo de cuerdas y poleas, de modo que el micrófono pudiera ser movido para medir el nivel sonoro en cualquier punto del conducto.

El altavoz de la fuente primaria fue alimentado por un sonido puro constante. El TCM fue ajustado para obtener la máxima atenuación en el extremo del conducto, correspondiente a la dirección corriente abajo. Lo que se comprobó por medio del micrófono del monitor situado en dicha zona. Se previó que el atenuador fuera estable en el

tiempo. Luego, el micrófono se hizo mover por el plano de medición, situado en frente del altavoz del atenuador {1}, de modo que estos modelos experimentales de atenuación pudieran ser comparados con los modelos calculados por medio de las ecuaciones (14) y (22). Se tomaron un total de 84 puntos de medición. Para cada posición del micrófono, se registraron los cuatro niveles sonoros siguientes :

- 1) Estando conectada, solamente, la fuente primaria de ruido.
- 2) Estando conectada la fuente primaria y el atenuador {1}.
- 3) Estando conectada la fuente primaria y el atenuador {2}.
- 4) Estando conectada la fuente primaria, así como los atenuadores {1} y {2}.

Dentro del rango operacional de los atenuadores TCM y TCT, se escogieron las frecuencias de 98 Hz, 155 Hz y 216 Hz. Los resultados de las mediciones, realizadas a dichas frecuencias, fueron dibujados en gráficos de tres dimensiones, de forma que la atenuación obtenida quedaba representada, en el gráfico, en forma de pico. En la figura 4.93, se muestran los gráficos, en tres dimensiones, de la atenuación obtenida experimentalmente, así como los de la obtenida por cálculo, empleando la ecuación (14), para el caso del atenuador TCM. En la figura 4.94, se muestran los gráficos de atenuación experimentales del TCT, así como los obtenidos, por cálculo, empleando la ecuación (22).

De estos gráficos se deduce que la atenuación no se

produce en la región corriente abajo inmediata al altavoz, sino que se verifica un proceso continuo y gradual desde una zona ligeramente corriente arriba. Puede observarse, también, que estos perfiles cambian significativamente con la frecuencia. Cuando la longitud de onda del sonido es grande (98 Hz); el cambio de fase con la distancia es pequeño y el perfil resulta plano, como muestran los gráficos (a) y (b) de las figuras 4.93 y 4.94. A la frecuencia de 155 Hz, aparece un pico de alta atenuación en ambos resultados, experimental y calculado, lo cual puede observarse en los gráficos (c) y (d) de las citadas figuras 4.93 y 4.94. A la frecuencia más alta estudiada, de 216 Hz, aparece un estrecho pico mucho más saliente. Ello se refleja en los gráficos (e) y (f) de las mismas figuras. La presencia de esta región, con alta atenuación, indica que la amplitud y la fase del sonido de la fuente secundaria pueden ser prácticamente iguales que las del sonido primario, particularmente a muy poca distancia del altavoz de la fuente secundaria.

La amplitud del sonido secundario decrece, mientras que el retraso de fase aumenta con la distancia desde la superficie del altavoz.

La más alta atenuación ocurrirá en el punto del campo donde el vector representativo de ambas, amplitud y fase del sonido secundario, sea lo más parecido posible al de la copia opuesta del sonido primario. Esto puede suceder cuando la amplitud del sonido, muy cerca de la superficie del altavoz, es más alta que la del sonido detectado por el micrófono del atenuador.

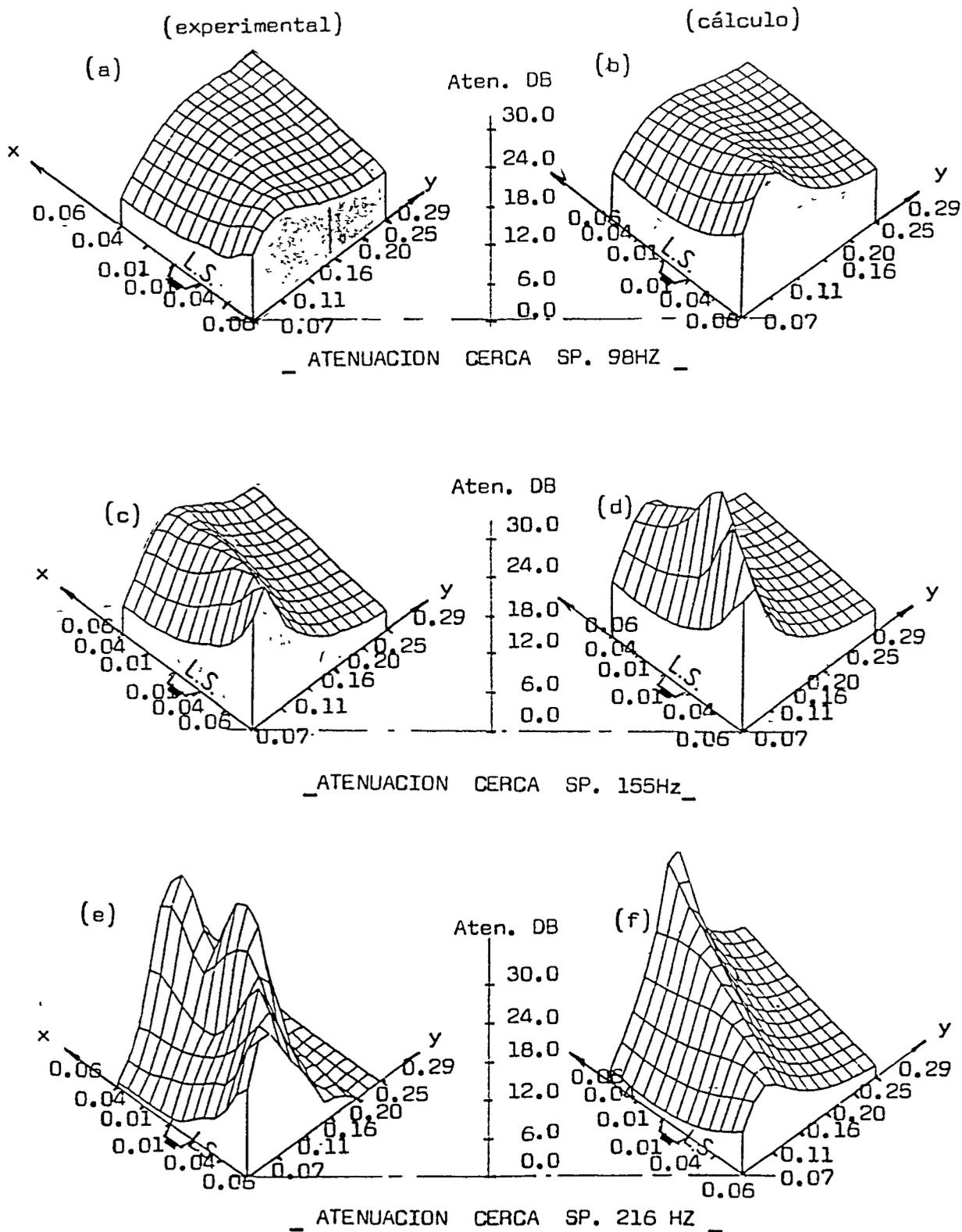
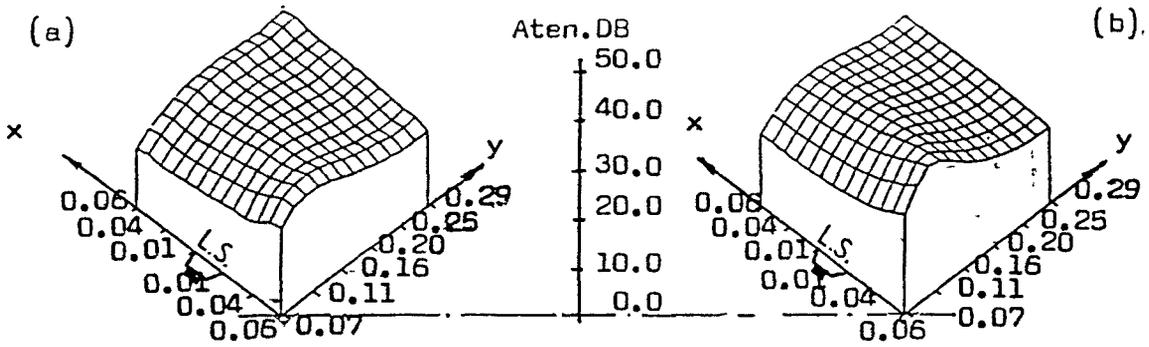
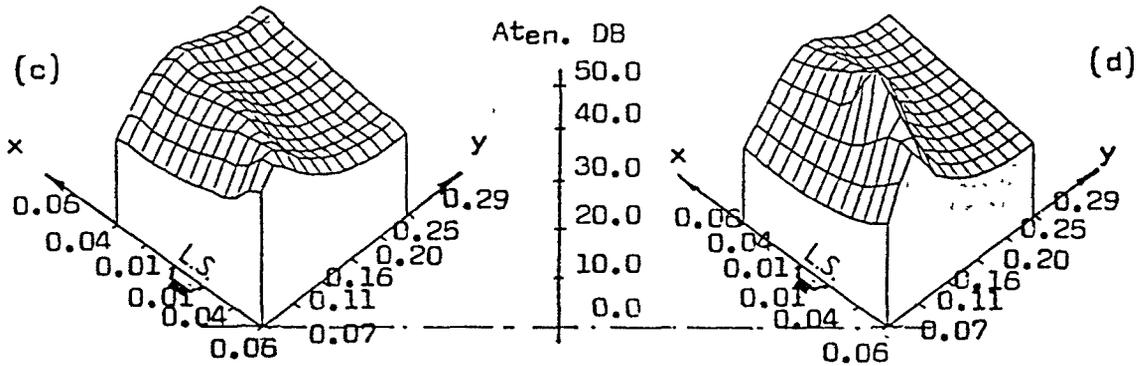


Figura 4.93. Resultados de atenuación con el TCM. Izquierda: Resultados experimentales a 98 Hz (a), 155 Hz (c), y 216 Hz (e). Derecha: Resultados obtenidos por cálculo a 98Hz (b), 155Hz (d) y 216Hz (f)

ATENUACION (EXPER.) 98HZ



ATENUACION (EXPER.) 155HZ



ATENUACION (EXPER.) 216HZ

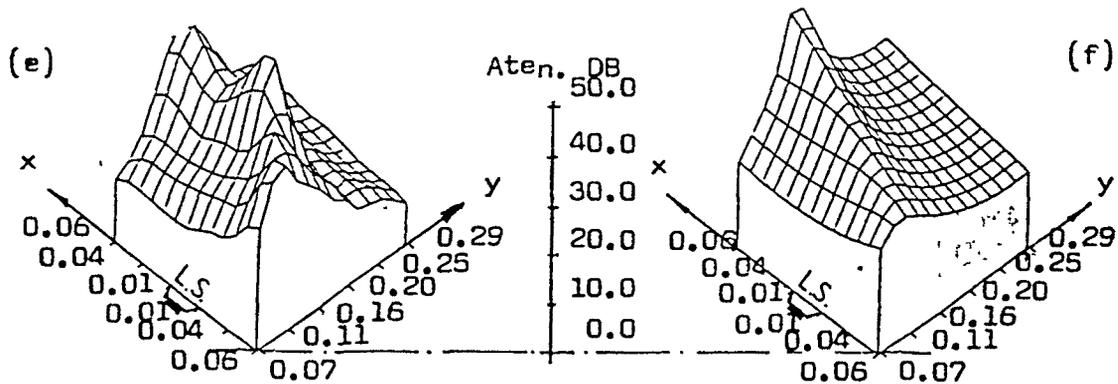


Figura 4.94. Resultados de atenuación con el TCT. Izquierda: Resultados experimentales a 98 Hz (a), 155 Hz (c), y 216 Hz (e). Derecha: Resultados obtenidos por cálculo a 98Hz (b), 155Hz (d), y 216Hz (f)

A continuación se presentan tres modelos generales de atenuación de acuerdo con supuestas ganancias de amplificación:

1.- Empezando con una ganancia más baja que la óptima, la amplitud del sonido secundario es más pequeña que la del primario. Puede, en este caso, conseguirse algo de cancelación localmente localizada en el lado próximo del altavoz, donde la diferencia de fase es pequeña. Más lejos la cancelación parece despreciable, porque la amplitud del sonido secundario decrece apreciablemente y, por tanto, el vector resultante de la suma de los sonidos primario y secundario es predominantemente primario. La "filtración" del sonido primario, en la cara lejana del altavoz, es significativa, resultando una baja atenuación corriente abajo. El sistema de control, sin embargo, permanece estable con esta baja ganancia.

2.- Cuando la ganancia tiene un valor alrededor del óptimo, aunque la diferencia de fase del sonido secundario en la cara cercana al altavoz sea pequeña, la amplitud parece más alta que la del primario, resultando un vector suma no nulo, dominado por el secundario. A esto se le denomina "inyección", y la atenuación conseguida es más baja que la máxima. Más lejos, donde se encuentra el pico de máxima atenuación, la amplitud del sonido secundario es

aproximadamente igual que la del sonido primario y, a pesar del incremento en la diferencia de fase, se obtiene la máxima atenuación relativa.

En la figura 4.96, se muestran los gráficos de los resultados obtenidos, mediante cálculo, para el caso de un plano vertical transversal a la sección del conducto, como se indica en la figura 4.95. Más lejos de esta región empeoran, continuamente, la amplitud y la fase, resultando una disminución de la atenuación. Un ligero aumento de la ganancia tiende a conseguir la máxima atenuación en la cara lejana, reduciendo las pérdidas pero, al mismo tiempo, aumentando la indeseada "inyección" en la cara cercana. Se consigue un juicioso control de la situación cuando el incremento de la "inyección" resulta equilibrado por la disminución en las pérdidas, por medio de un pequeño cambio en la ganancia.

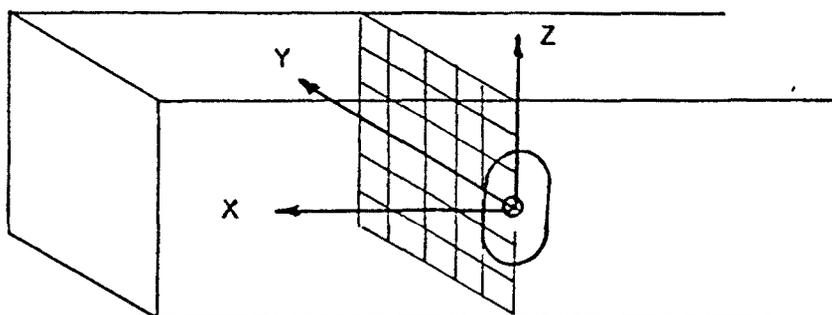


Figura 4.95. Plano vertical de medición en frente del altavoz del atenuador.

3.- Cuando la ganancia es mucho más alta que la óptima, la "inyección" dista mucho de ser compensada, pero la disminución en las pérdidas y el área de inyección se extienden hacia fuera de la zona. Esto da lugar a una disminución de la atenuación corriente abajo. Cuando el sonido resultante, detectado por el micrófono del atenuador, es más grande que el sonido primario solo, el sistema de control se hace inestable