

**ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERS
INDUSTRIALS DE BARCELONA (UPC)**
Departament d'Enginyeria Química

**CONTRIBUCION AL ESTUDIO DE
PLANTAS QUIMICAS
MULTIPRODUCTO DE PROCESO
DISCONTINUO**

Autor: Antonio España Camarasa

Barcelona, septiembre de 1994

3. Síntesis y dimensionamiento de plantas multiproducto

Las plantas de fabricación de productos químicos se diseñan para cumplir ciertas condiciones nominales, entre las que destacan especificaciones en la capacidad de fabricación y en el tipo y la calidad de las materias primas y de los productos a elaborar. Por otra parte, el diseño se realiza considerando unos ciertos valores prefijados de los parámetros que caracterizan el rendimiento del sistema, tales como coeficientes de transferencia, eficacias o propiedades físicas de los materiales durante el proceso.

Sin embargo, las plantas químicas trabajan a menudo bajo condiciones totalmente distintas a las consideradas en el diseño. Cuando una planta debe alcanzar ciertas especificaciones a niveles distintos de capacidad, procesar diferentes materias primas, fabricar diversos productos, o cuando existe una incertidumbre significativa en los valores de sus parámetros de funcionamiento, es necesario tener en cuenta todos estos aspectos para llevar a cabo un diseño adecuado. El diseño debe conducir a una planta suficientemente flexible para garantizar las especificaciones de productividad en un rango variable de condiciones de trabajo.

Para tratar de compensar las desviaciones entre las condiciones nominales y las condiciones reales de operación, se suelen utilizar factores empíricos que conducen a un cierto exceso de capacidad, aunque no siempre existe una justificación cuantitativa de tales factores. No está claro, por ejemplo, cuál será el rango de especificaciones que una planta sobredimensionada puede tolerar, o de qué forma afectará este exceso de capacidad de los equipos al rendimiento de los procesos a realizar, incluso en lo que se refiere al cumplimiento de las propias condiciones nominales de diseño.

Por consiguiente, resulta de suma importancia establecer procedimientos de diseño que garanticen que posteriormente la operación de la planta será correcta, tanto desde el punto de vista técnico como económico, en diversas condiciones y entornos de funcionamiento. En el ámbito de la industria química, las variaciones respecto a las condiciones de trabajo nominales pueden afectar, entre otros, a los siguientes factores [75]:

- Utilización de una amplia variedad de materias primas y modificaciones en las características de las mismas.
- Variaciones en las demandas de los productos, o variaciones en el conjunto de productos a elaborar (fabricación de nuevos productos).
- Desviaciones en las condiciones de operación de las diferentes tareas.
- Introducción de modificaciones en la planta para adaptarse a nuevas condiciones económicas o a nuevas regulaciones medioambientales. Se pueden citar:

- integración energética,
- automatización de procesos,
- minimización y tratamiento de efluentes,
- evaluación de riesgos y previsión de estrategias de control en condiciones de emergencia.

Las estrategias de diseño asistido por ordenador debieran facilitar el proceso de síntesis y diseño de una planta de proceso, introduciendo procedimientos para lograr un balance adecuado entre todos estos factores y establecer el diseño óptimo. Sin embargo, la aplicación de estas tecnologías al caso de plantas químicas flexibles multiproducto suele resultar poco aceptable, debido precisamente a la incapacidad de los sistemas disponibles para contemplar la flexibilidad de operación que se requiere en estas plantas.

3.1. Definición del problema

El prediseño de una planta multiproducto consiste en la determinación del esquema de la planta y de las dimensiones de las unidades de fabricación, de manera que se asegure el cumplimiento de las condiciones de operación que se especifiquen para la planta.

El problema de síntesis y dimensionamiento presentará normalmente un gran número de soluciones, cada una de ellas con diferentes características, ventajas e inconvenientes. Conocidas estas características, será necesario elegir la mejor solución, considerando una serie de factores económicos y de funcionamiento, habitualmente contrapuestos.

Se conoce como función objetivo a la formulación matemática que, mediante la conversión a unas mismas unidades (habitualmente monetarias) de los diferentes factores a tener en cuenta y su combinación adecuada, permite determinar cuantitativamente la calidad del diseño obtenido, reflejando sus diferentes aspectos y su importancia relativa. Cuando esta función puede expresarse en términos del coste de los equipos (amortización o costes fijos) y de los costes de producción y beneficios esperados (costes variables), su formulación suele ser simple, pero si se pretende introducir otros términos difícilmente comparables entre sí (tiempo, mercado, flexibilidad, etc.), su determinación cuantitativa para que refleje la bondad de un determinado resultado puede resultar subjetiva.

Al plantearse el diseño de un sistema productivo deben distinguirse tres niveles diferentes:

1. Diseño general del proceso (establecimiento de los diagramas de flujo y operaciones).

2. Diseño preliminar de las unidades de proceso.

3. Diseño mecánico detallado de cada una de las unidades de proceso.

El primer nivel (etapa de síntesis) consiste en la enumeración de las diferentes alternativas de producción, estableciendo para cada una de ellas las restricciones impuestas por las recetas de cada uno de los productos. Las características a definir para cada alternativa incluyen, entre otras, la identificación de diferentes líneas de producción, las posibles interacciones entre ellas y el volumen aproximado de recursos que serán necesarios para la puesta en marcha y el funcionamiento de la planta.

Para conseguir la información requerida en este primer paso es imprescindible realizar un proceso de búsqueda específico para el caso planteado, y, en algunas ocasiones, invertir recursos en la investigación y desarrollo de nuevas alternativas. La elaboración de un sistema suficientemente general de creación de alternativas (es decir, aplicable a cualquier sistema productivo) está actualmente fuera del alcance de las herramientas informáticas disponibles.

El segundo nivel contempla la realización y cálculo de un diseño preliminar para las diferentes alternativas de producción establecidas anteriormente, facilitando el proceso de selección entre estas alternativas. Al mismo tiempo, llevará a conclusiones sobre aspectos generales del diseño y la producción (utilización global de la planta y de los equipos, estimación de costes, etc.) de las que se pueden llegar a desprender posibles mejoras al proceso. Así por ejemplo pueden plantearse actuaciones como:

- la introducción de equipos en paralelo en determinados puntos de la línea de producción,
- la utilización de sistemas de almacenaje intermedio entre diferentes etapas de la receta,
- la acumulación de operaciones en el mismo equipo, o
- la reutilización de un mismo equipo para varias operaciones de la receta.

El tercer nivel puede asimilarse a la ingeniería de detalle. Habitualmente se plantean dos opciones:

- Si el equipo a diseñar o instalar se encuentra en el mercado, lo más razonable suele ser adaptarse a las especificaciones de los suministradores. En este caso no puede plantearse una posterior optimización.
- Si no se puede (o no se desea) recurrir a equipos estándar, existen actualmente sistemas de diseño asistido por ordenador (CAD) que facilitan este diseño y todos los cálculos asociados, incluyendo normativas, correlaciones, etc.

Para sistematizar la etapa de diseño, integrando estos tres niveles en una única herramienta, es necesario incluir un sistema de planificación de la producción que permita evaluar:

- La adecuación de un determinado prediseño a las condiciones previstas de mercado.
- La capacidad de la planta diseñada para adaptarse a otras condiciones.

Para realizar correctamente esta evaluación, es imprescindible que se incorpore al diseño un sistema de planificación realista, es decir, que incluya todas las características, restricciones y condicionamientos con los que previsiblemente deberá trabajar la planta, desde las diferentes políticas de servicio que se pueden dar en la empresa, hasta la forma de resolver incidencias como el fallo de un equipo (estadísticamente modelable), pasando por detalles específicos (por ejemplo, costumbres institucionalizadas de tiempos de descanso, turnos, etc.). La introducción de tales factores en la formulación del problema de diseño no está justificada. Incluso en los casos más simples del problema de planificación de la producción (por ejemplo, en plantas multiproducto), para llegar a soluciones correctas que contemplen los niveles de detalle deseados es necesaria la adaptación de los procedimientos de cálculo a cada caso concreto. Por ello, se ha optado por desarrollar una serie de algoritmos de diseño (descritos en este mismo capítulo), un sistema de planificación, asignación y secuenciación de tareas (capítulo 4), y una serie de procedimientos de comunicación entre ambos bloques (capítulo 5) que permiten la revisión del diseño en función del comportamiento esperado en un determinado rango de condiciones de trabajo reales.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, el problema de prediseño se reduce a optimizar el esquema de proceso y el tamaño de las unidades que lo integran, minimizando una función representativa del rendimiento de la planta bajo condiciones de operación específicas (condiciones nominales). Para su solución, será necesario partir del conocimiento de estas condiciones de operación nominales, conocimiento que se reflejará, como mínimo, a través de la siguiente información:

- La lista de productos y cantidades a producir y el tiempo de fabricación disponible.
- Las recetas individuales para cada producto.
- El balance de materia para cada tarea del proceso de fabricación y las características del flujo de materiales.
- El equipo disponible para realizar cada tarea, e información sobre:
 - El coste de cada equipo en función de sus características (tamaño).
 - La relación entre la cantidad de material procesada y el tiempo necesario para ello.
- Los factores de tamaño para las diferentes tareas de cada producto. Estos factores quedarán determinados por los balances de masa de cada tarea y por las propiedades físicas y químicas de los materiales en cada paso de la receta, que fijarán las condiciones de ocupación de los equipos.

- Una función apropiada para evaluar el rendimiento de la planta en términos de capital invertido y/o costes de operación.

Con esta información se estará en condiciones de realizar una etapa de síntesis preliminar, donde se determinarán:

- El número de etapas (equipos) y tareas necesarias en total.
- La capacidad de almacenaje intermedio necesaria.
- Los equipos en paralelo a introducir en cada etapa.

Simultáneamente, se podrá realizar el cálculo de las dimensiones de los equipos a utilizar, a fin de determinar:

- La capacidad idónea de cada uno de los equipos que se ha decidido introducir.

3.2. Antecedentes

Una de las primeras formulaciones rigurosas del problema de optimización del diseño de plantas discontinuas se debe a Loonkar y Robinson. Estos autores plantearon inicialmente el problema de fabricación en discontinuo de un único producto [57], extendiendo posteriormente este planteamiento al caso multiproducto [87]. En ambos casos la función objetivo a optimizar reflejaba el coste de los equipos, y las restricciones de proceso reflejaban la necesidad de cubrir una serie de demandas globales al final del horizonte de tiempo considerado. Las no linealidades introducidas en los modelos empleados, tanto para el cálculo de tiempos de operación como para el cálculo de costes, hacían necesaria la utilización de técnicas de programación no lineal (NLP, del inglés *Non-Linear Programming*) para resolver los problemas planteados.

Con todo, el planteamiento de Loonkar y Robinson no incluía decisiones respecto a la estructura de la planta, como, por ejemplo, la determinación del número de equipos en paralelo o la asignación de tareas a equipos (que permitiría evaluar, por ejemplo, la conveniencia de agrupar diferentes tareas en un mismo equipo). Estas variables, cuyo valor está restringido al campo de los enteros positivos, aumentan la complejidad de tratamiento del problema y lo convierten en un problema que incluye variables enteras (MINLP, del inglés *Mixed Integer Non-Linear Programming*). Las primeras formulaciones que contemplan esta complejidad adicional se deben a Grossmann y Sargent [32].

La solución del problema así planteado, que incluye la optimización de las decisiones de síntesis pero no considera las condiciones de trabajo reales de la planta, ha sido abordada por diversos autores a través de diferentes técnicas:

- Las primeras aproximaciones de Sparrow y colaboradores en 1975 [94], se centran en resolver un problema simplificado, en el que no se incluían equipos semi-continuos ni se incorporaban al problemas variables enteras, por lo que se podían aplicar procedimientos de búsqueda directa.
- Más recientemente, Grossmann y Sargent [32] tratan las variables discretas mediante un procedimiento de acotación, utilizando métodos de programación no lineal basados en cálculo de gradientes para la resolución de los subproblemas no lineales.
- Knopf y colaboradores [45], mediante una transformación matemática, consiguen formular el problema de forma convexa (lo cual asegura la obtención del óptimo global). Para resolver el problema, los autores utilizan un procedimiento de gradiente reducido generalizado. Adicionalmente, en su formulación se incluyen costes de operación, a través de correlaciones empíricas, a fin de optimizar la rentabilidad global de la planta diseñada.

Todas estas aproximaciones implican un proceso de preparación del cálculo muy laborioso, y un proceso de cálculo propiamente dicho que se complica de forma factorial con la dimensión del problema planteado, por lo que su aplicación ha quedado restringida a situaciones académicas.

Otros autores plantean procedimientos heurísticos para la resolución de estos mismos problemas. En general se observa que la utilización de sistemas especialmente desarrollados para este caso, que tengan en cuenta las características esenciales y las dificultades específicas del problema, permite abordar la resolución del mismo de una forma global, incorporando simultáneamente la mayor parte de las decisiones que se plantean durante la etapa de diseño preliminar, pero a costa de perder la posibilidad de demostrar matemáticamente que la solución encontrada sea la óptima. Entre los autores que utilizan estos métodos cabe mencionar:

- Yeh y Reklaitis [109] proponen un procedimiento de búsqueda basado en una única variable para la resolución del subproblema no lineal (NLP) y una serie de reglas prácticas para la toma de decisiones de síntesis (número de equipos en paralelo, etc.). El procedimiento es mucho más rápido que los sistemas convencionales descritos anteriormente, pero la búsqueda solamente consigue soluciones cercanas a los óptimos calculados por procedimientos de NLP convencionales cuando el número de variables (equipos y productos) es reducido y las recetas de los productos (básicamente tiempos de proceso y tamaño de lotes) son similares.
- Modi y Karimi [60] incorporan a este planteamiento la posible presencia de equipos de almacenaje intermedio, utilizando una formulación y un procedimiento de optimización muy similar (ver la sección 3.7.2).

- Patel y colaboradores [71] utilizan y comparan diferentes algoritmos basados en procedimientos de *simulated annealing*, obteniendo resultados comparables a los anteriores.

Algunos de estos estudios han servido de base para posteriores ampliaciones que abordan problemas más específicos:

- Vaselenak y colaboradores [103] utilizan la misma formulación del problema de síntesis y cálculo de capacidades, alterando ligeramente las restricciones, para determinar el conjunto de modificaciones que es adecuado introducir en una planta ya existente para adaptarla a nuevas condiciones de mercado mediante la adición de nuevos equipos. En este caso, resultan de especial importancia las decisiones que afectan a la introducción de equipos en paralelo.

Para la resolución de este caso, los autores utilizan un procedimiento específicamente desarrollado por Duran y Grossmann [18] para problemas lineales en las variables enteras y no lineales en las variables continuas. El método implica el planteamiento iterativo y sucesivo de dos formas relajadas del problema: por un lado se resuelve el problema no lineal para un conjunto dado de valores de las variables enteras para obtener valores de las variables continuas, y por otro se linealiza localmente el problema en el entorno de los valores calculados, con lo que se obtiene un problema de programación lineal entera mixta MILP que permite dar nuevos valores a las variables enteras. La formulación, que no contempla etapas semicontinuas y asume tiempos de proceso constantes, permite tomar decisiones sobre la conveniencia de cubrir todos los objetivos de mercado indicados por el usuario; para ello deben incluir dentro de la función objetivo términos bilineales que obligan a utilizar transformaciones matemáticas de las variables y linealizaciones locales.

- Basándose en la diferente funcionalidad de los equipos en paralelo cuando trabajan en fase o fuera de fase, Lee y colaboradores [56] han desarrollado un procedimiento heurístico que permite seleccionar las mejores posiciones para introducir nuevas unidades en paralelo, simplificando el procedimiento anterior.
- Wiede y colaboradores [106] estudian el caso que se plantea cuando el tamaño de los equipos debe escogerse dentro de un conjunto discreto de valores, y lo resuelven utilizando un sistema de bifurcación y acotación. En esta situación, Faqir y Karimi [24] formulan el problema como una optimización no lineal entera, incorporando aspectos directamente relacionados con la planificación de la producción, que puede ser ampliada para contemplar diferentes líneas de producción alternativas para cada producto. Voudouris y Grossmann [104] observan que, al considerar tamaños de equipos discretos, el problema se puede reformular para obtener un sistema lineal entero, que es mucho más sencillo de resolver.
- Reinhart y Rippin [82], y posteriormente Fichtner y colaboradores [25] estudian el efecto de los cambios en las condiciones de trabajo sobre la eficacia de la pro-

ducción (beneficio obtenido), a fin de reducir la incertidumbre y de incrementar la flexibilidad de la planta obtenida.

- Este aspecto también ha sido abordado por Grossmann y Straub [33, 95, 96], a través del concepto de "flexibilidad estocástica", que integra los efectos de posibles desviaciones en los parámetros de diseño y de posibles fallos en los equipos para evaluar la probabilidad de que un determinado diseño permita cubrir los objetivos que se fijan en cada momento.
- Cuando las etapas limitantes son diferentes para cada producto, la utilización de procedimientos de secuenciación adecuados puede dar lugar a ahorros de tiempo notables, al combinar los productos que más tiempo utilizan un determinado equipo con los que menos lo emplean. Birewar y Grossmann [5] proponen sistemas simplificados de secuenciación aplicables a condiciones extremas de almacenaje intermedio (almacenaje ilimitado entre todas las tareas por un lado y tiempos de espera nulos entre todas las tareas por otro), de los que se derivan las modificaciones a efectuar sobre las formulaciones habituales del problema de diseño. La formulación propuesta por estos autores permite contemplar el ahorro de tiempo que se puede lograr mediante una correcta secuenciación de tareas, consiguiendo de esta forma reducir el tamaño de los equipos utilizados.
- Finalmente, numerosos autores han abordado recientemente el problema en casos de redes más generales, obteniendo diferentes soluciones en función del grado de flexibilidad permitido por las hipótesis. Una de las formulaciones más utilizadas se basa en la identificación de rutas compatibles, ya sea del mismo o de varios productos, para a continuación generar campañas de producción en las que se ejecutan simultáneamente dichas rutas compatibles, planificando las campañas necesarias para cubrir la demanda en el horizonte de tiempo establecido. Imai y Nishida [36] proponen un procedimiento algorítmico para dividir el horizonte de tiempo disponible entre las diferentes campañas y obtener así una solución aproximada. Más recientemente, Papageorgaki y Reklaitis [68, 69] formulan el caso como un problema de optimización no lineal entera, que resuelven mediante un sistema de descomposición que no asegura la identificación del óptimo global. El caso puede reformularse de nuevo para convertirlo en una optimización lineal considerando explícitamente las dimensiones discretas de los equipos [104]

3.3. Hipótesis iniciales

Para comenzar el estudio de procedimientos de diseño preliminar, se aceptarán una serie de hipótesis de trabajo, que serán convenientemente modificadas a medida que se avance en el estudio, tal como se indica para cada una de ellas:

- H1. Se consideran campañas de un solo producto. Cuando determinados factores indiquen la necesidad de revisar la validez de esta hipótesis (por ejemplo, en el caso de que los costes de almacenaje sean significativos, o que los tiempos

de proceso permitan idear campañas más eficientes), el estudio de diferentes perfiles de demanda podrá determinar la secuencia apropiada de las campañas de producción. La información obtenida mediante un sistema adecuado de planificación podrá ser entonces utilizada para verificar y/o modificar los resultados obtenidos.

- H2. Cada equipo se utiliza una sola vez por carga. En el ejemplo 3.8.4 se aplican los conceptos recogidos en la sección 2.5.3 para evitar esta hipótesis restrictiva.
- H3. La asignación de equipos en paralelo y la decisión de trabajo en fase o fuera de fase no depende del producto. Los equipos en paralelo son idénticos entre sí. En el ejemplo descrito en la sección 3.8.5 se indican las modificaciones necesarias para resolver situaciones donde no se cumplan estas hipótesis.
- H4. Se considera el modo de operación con solapamiento. No es necesario esperar a que un determinado lote haya salido del sistema para comenzar la producción del siguiente, sino que basta con que los equipos necesarios estén libres en el momento en que vayan a ser utilizados.
- H5. Se supone disponible un rango continuo de tamaños de equipo.
- H6. Equipos del mismo tamaño que realizan la misma función se suponen idénticos.
- H7. No existen equipos de almacenaje intermedio. En la sección 3.7 se indica la forma de contemplar los efectos de estos equipos sobre el diseño preliminar, en su función de desacoplar etapas de producción; en otros casos deberá realizarse estudios de planificación de la producción.

3.4. Fabricación de un producto único

El caso de diseño preliminar más sencillo se encuentra al considerar una planta que fabrique un solo producto. En este caso, todo el tiempo de producción puede dedicarse al único producto a realizar, y la única restricción consiste en comprobar que todos los equipos sean capaces de trabajar con la productividad nominal especificada.

Considerando que la fabricación del producto único se lleva a cabo en M tipos de equipos discontinuos y K tipos de equipos semicontinuos y que solamente se permiten unidades discontinuas en paralelo operando fuera de fase para reducir el tiempo de ciclo limitante (sección 2.4.3), el tamaño mínimo necesario V_j del equipo discontinuo del tipo j se puede calcular —una vez conocido el factor de tamaño para dicho equipo y el tamaño de carga del producto— a través de la relación:

$$V_j = B \cdot S_j \quad j = 1, \dots, M \quad (3.1)$$

En operación con solapamiento, y teniendo en cuenta las relaciones establecidas en el capítulo anterior, se demuestra [109] que el cálculo del tamaño óptimo de los

equipos necesarios para cumplir unas ciertas especificaciones puede formularse como un problema de optimización no lineal:

$$\min f(V_j, R_k) \quad (3.2)$$

bajo las siguientes restricciones:

$$V_j \geq \frac{B \cdot S_j}{m_j^i} \quad j = 1, \dots, M \quad (3.3)$$

$$\theta_j^f \geq \frac{B \cdot U_k}{R_k} \quad k \in K_j^f \quad j = 1, \dots, M \quad (3.4)$$

$$\theta_j^e \geq \frac{B \cdot U_k}{R_k} \quad k \in K_j^e \quad j = 1, \dots, M \quad (3.5)$$

$$T \geq \frac{\theta_j^f + [a_j + b_j B^{c_j}] + \theta_j^e}{m_j^o} \quad j = 1, \dots, M \quad (3.6)$$

$$T \geq \theta_j \quad (3.7)$$

$$H \geq \frac{Q}{B} \cdot T \quad (3.8)$$

Estas restricciones reflejan los siguientes conceptos:

- La capacidad de los equipos discontinuos debe permitir el procesamiento del tamaño de carga requerido B , teniendo en cuenta que m_j^i equipos idénticos pueden estar trabajando simultáneamente (es decir, en fase) con lo que la carga se repartirá uniformemente entre todos ellos, como queda implícito en la ecuación (3.3).
- Los tiempos de llenado y vaciado de los equipos discontinuos (θ_j^f y θ_j^e respectivamente) quedan limitados por los tiempos máximos asociados a los subtrenes semicontinuos ligados al equipo j (K_j^f y K_j^e respectivamente), los cuales pueden calcularse a través del factor de ocupación U_k , tal como se indica en las ecuaciones (3.4) y (3.5).
- El tiempo que se requiere para procesar el tamaño de carga no puede ser inferior al que requiere cualquiera de las operaciones discontinuas que incluye. Este tiempo se puede calcular mediante la expresión general (3.6), que tiene en cuenta m_j^o unidades idénticas en paralelo trabajando fuera de fase.
- Eventualmente, si existen varias unidades discontinuas trabajando fuera de fase, el tiempo necesario tampoco puede ser menor al requerido para cualquier operación semicontinua como se indica en la ecuación (3.7).

- Por último, el tiempo total de operación (que se puede calcular como el número de ciclos necesarios para cubrir la producción Q multiplicado por tiempo necesario para cada ciclo) debe ser menor o igual al tiempo de operación disponible H (horizonte de producción), relación reflejada en la ecuación (3.8).

Finalmente los rangos de tamaños de equipos disponibles exigen que:

$$V_j^{\min} \leq V_j \leq V_j^{\max} \quad (3.9)$$

$$R_k^{\min} \leq R_k \leq R_k^{\max} \quad (3.10)$$

La función objetivo que se suele manejar en esta etapa preliminar suele contemplar la economía global del proceso. En una primera aproximación, los costes variables son proporcionales a la cantidad producida, con una constante de proporcionalidad que depende del proceso de producción escogido (materias primas, coste energético, etc.). Por su parte, los ingresos obtenidos con la planta en funcionamiento serán también proporcionales a la cantidad producida. Por ello, una vez determinado el proceso a seguir y la producción deseada, los beneficios brutos dependerán principalmente de los costes fijos, los cuales, al nivel de detalle con que se está trabajando, se pueden considerar función de los costes de amortización de los equipos.

En vista de todo lo anterior, la función objetivo que se manejará habitualmente estará relacionada con los costes de amortización de los equipos (costes fijos) y por tanto, localmente podrá aproximarse por una ecuación de la forma:

$$f(V_j, R_k) = \sum_j m_j^o m_j^i \cdot [\alpha_j + \beta_j \cdot V_j^{\gamma_j}] + \sum_k m_k^o m_k^i \cdot [\alpha_k + \beta_k \cdot R_k^{\gamma_k}] \quad (3.11)$$

que en el caso estrictamente discontinuo se reducirá a:

$$f(V_j) = \sum_j m_j^o m_j^i \cdot [\alpha_j + \beta_j \cdot V_j^{\gamma_j}] \quad (3.12)$$

Si, como es lógico, los sumandos de estas funciones son crecientes con los tamaños de los equipos V_j y R_k (es decir, no hay constantes ni exponentes negativos) y la capacidad de procesamiento también crece con estos tamaños (es decir, no hay factores de tamaño S_j negativos), se obtendrá el mínimo coste de equipos cuando se utilice todo el tiempo disponible H , y las restricciones (3.3), (3.4), (3.5) y (3.8) pasarán a cumplirse en forma de igualdad. Fijando los valores de las variables enteras m_j^o y m_j^i , se llega a un problema de optimización que se puede formular en base a una única variable B , que, además, presenta sus valores factibles en el rango definido por la ecuación:

$$\max_j \left\{ \frac{m_j^i \cdot V_j^{\min}}{S_j} \right\} \leq B \leq \min_j \left\{ \frac{m_j^i \cdot V_j^{\max}}{S_j} \right\} \quad (3.13)$$

A pesar de la relativa sencillez del planteamiento del problema, la preparación del mismo para conseguir su resolución a través de sistemas de optimización matemática

llega a ser ciertamente complicada. La falta de linealidad en los términos de la función objetivo y, especialmente, las discontinuidades de las derivadas parciales de las restricciones⁴ provocan dificultades que, frecuentemente, no son superables por sistemas de optimización que deberían estar preparados para resolver problemas no lineales (métodos de gradiente y sus variantes). Los resultados de diversas pruebas realizadas con paquetes como MINOS [61] o GRG2 [51] coinciden con los de otros autores [45, 109]: para asegurar la convergencia a la solución, se requiere que el punto inicial esté muy cerca de dicha solución, o bien es necesario realizar transformaciones de variables que permitan solventar los problemas mencionados.

Pero además, aún sin tener en cuenta las dificultades propias del problema que se ha planteado, la utilización sistemática de estos programas genéricos es compleja (requieren la adaptación del sistema de ecuaciones planteado para que cumplan ciertos requisitos estructurales) e implica disponer de unos recursos (los propios programas, y los ordenadores adecuados para utilizarlos) desmesurados si se tiene en cuenta que el problema se puede reducir a la búsqueda del tamaño de lote óptimo. Por ello, habitualmente estos métodos solamente se utilizan en un entorno académico.

Por último, la determinación del número óptimo de unidades en paralelo implica la introducción de variables enteras en la formulación, como ya se ha comentado en la sección 3.2. Para resolver este tipo de problemas de forma rigurosa deben utilizarse procedimientos de enumeración o de enumeración implícita, como los de bifurcación y acotación, incluyendo en cada nodo la resolución de un problema no lineal. Sin embargo, en el caso de una planta que contemple un único producto, y sin tener en cuenta otras consideraciones que las económicas reflejadas en la función objetivo, la decisión sobre la presencia de equipos en paralelo es relativamente sencilla. Yeh y Reklaitis [109] identifican las siguientes reglas generales:

1. En una situación ideal, todas las etapas discontinuas deberían trabajar durante el tiempo de ciclo limitante o, lo que es lo mismo, todas las etapas deberían ser limitantes del tiempo de ciclo. Debido a que habitualmente existen diferencias entre los tiempos necesarios para ejecutar las diferentes tareas, en general no es posible obtener esta situación.
2. En una situación ideal, todas las etapas discontinuas deberían estar completamente llenas (es decir, todas las etapas deberían ser también limitantes del tamaño de lote).

De estas reglas se deducen las siguientes:

3. La situación óptima en las condiciones habituales de trabajo, donde el término γ_j de la función objetivo (3.11) se encuentra en el rango $]0, 1[$, se obtiene al

⁴Durante el proceso de optimización varían los equipos limitantes de tiempo de ciclo y de tamaño de lote, por lo que se modifican abruptamente las derivadas de las restricciones respecto a los diferentes tamaños de equipo.

instalar equipos idénticos tanto en fase como fuera de fase. Al trabajar en el mismo producto, los equipos en paralelo se pueden considerar grupos trabajando fuera de fase, donde cada uno de estos grupos puede presentar uno o varios equipos trabajando en fase. De esta forma se obtendrá una capacidad final de procesamiento determinada e idéntica para cada grupo. Esta regla ya está incorporada en la formulación anterior, donde el número de equipos en paralelo multiplica costes y aumenta capacidades de producción (en fase) o divide tiempos (fuera de fase).

4. Dada una situación inicial con un cierto número de equipos en paralelo en fase y fuera de fase en cada etapa, si la tarea limitante en tiempo de ciclo presenta un tiempo de proceso mucho mayor al del resto de tareas debe analizarse la posibilidad de añadir un grupo de equipos fuera de fase en dicha etapa limitante.
5. Partiendo de la situación anterior, cuando el tamaño de los equipos asignados a una cierta tarea alcance las restricciones de la ecuación (3.9), debe analizarse la posibilidad de añadir o eliminar equipos en fase en todos los grupos fuera de fase asignados a dicha tarea.

Algunas de las circunstancias anteriores pueden abordarse también mediante la utilización de otras estrategias de síntesis (como la combinación o descomposición de tareas mencionadas en la sección 2.4.3), aunque habitualmente ello implica decisiones que no deberían tomarse mediante un procedimiento sistemático de optimización de costes. El sistema puede indicar, por ejemplo, que "parece adecuado" realizar dos tareas consecutivas en un mismo equipo, pero difícilmente dispondrá de la información necesaria para decidir si la sugerencia es técnicamente factible ni para determinar cómo esta combinación afecta a los respectivos tiempos de proceso.

Evidentemente, todas estas decisiones podrían quedar alteradas al valorar factores como la flexibilidad de la planta, la seguridad del proceso, etc. Estos factores deberían ser analizados estudiando la capacidad de la planta para satisfacer distintas condiciones de mercado en diferentes condiciones de disponibilidad de los equipos. En función de esta capacidad de respuesta y de las probabilidades de que se den cada una de estas condiciones, se plantearán modificaciones que darán lugar a nuevos diseños con nuevos costes y capacidades.

3.5. El caso multiproducto

Para permitir una descripción del problema formalmente semejante a la ya realizada para el caso de una planta discontinua fabricando un único producto, se deben realizar las mismas simplificaciones:

- Se asumirán los mismos modelos exponenciales para describir tanto las relaciones entre el tamaño y el coste de los equipos, como entre la cantidad procesada en las etapas discontinuas y el tiempo necesario para ello.
- Se planteará una función objetivo económica que reflejará la minimización de los costes fijos, asumiendo que los costes de operación no se modificarán como consecuencia de las decisiones tomadas durante el prediseño. La estructura de esta función será idéntica a la utilizada en el caso de producto único.

Dado que los costes de producción necesarios para cubrir toda la demanda propuesta pueden llegar a producir pérdidas, se ha optado por introducir un término adicional a la función objetivo reflejada en (3.11) para obtener la función (3.14). Este término adicional permitirá al sistema de optimización decidir cuándo los aumentos de productividad originados por una mayor inversión están justificados en un potencial incremento de los beneficios, y cuándo será más adecuado reducir la inversión a costa de no llegar a cubrir toda la demanda planteada.

- Se despreciarán los tiempos necesarios para realizar cambios de producto, así como los necesarios para la puesta en marcha y parada del sistema productivo, cada vez que esto sea necesario.
- Se asume que en una planta multiproducto en condiciones nominales de trabajo y de costes, el diseño más eficiente y económico implica la utilización de unidades en paralelo idénticas.

Por consiguiente, teniendo en cuenta que las restricciones (3.3) a (3.8) deberán plantearse para cada uno de los productos, se obtendrá el siguiente modelo a estudiar:

$$\min f(Q_i, V_j, R_k) = \sum_j m_j^o m_j^i \cdot [\alpha_j + \beta_j \cdot V_j^{\gamma_j}] + \sum_k m_k^o m_k^i \cdot [\alpha_k + \beta_k \cdot R_k^{\lambda_k}] + \sum_i \beta_i [D_i - Q_i] \quad (3.14)$$

sujeto a

$$B_i \leq \frac{m_j^i \cdot V_j}{S_{ij}} \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, N \\ j = 1, \dots, M \end{array} \quad (3.15)$$

$$\theta_{ik} = \frac{(B_i \cdot U_{ik}) / R_k}{m_k^i} \quad (3.16)$$

$$\theta_{ij}^f \geq \theta_{ik} \quad \begin{array}{l} k \in K_{ij}^f \\ i = 1, \dots, N \\ j = 1, \dots, M \end{array} \quad (3.17)$$

$$\theta_{ij}^e \geq \theta_{ik} \quad \begin{array}{l} k \in K_{ij}^e \\ i = 1, \dots, N \\ j = 1, \dots, M \end{array} \quad (3.18)$$

$$P_{ij} = a_{ij} + b_{ij} \cdot \left[\frac{B_i}{m_j^i} \right]^{c_{ij}} \quad (3.19)$$

$$t_{ij} = \frac{\theta_{ij}^f + P_{ij} + \theta_{ij}^e}{m_j^i} \quad j = 1, \dots, M \quad (3.20)$$

$$T_i = \max_j \{ \theta_{ij}^f, t_{ij}, \theta_{ij}^e \} \quad (3.21)$$

$$H \geq \sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{B_i} \cdot T_i \rightarrow SP = H - \sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{B_i} \cdot T_i \geq 0 \quad (3.22)$$

$$V_j^{\min} \leq V_j \leq V_j^{\max} \quad (3.23)$$

$$R_k^{\min} \leq R_k \leq R_k^{\max} \quad (3.24)$$

$$0 \leq Q_i \leq D_i \quad (3.25)$$

Si se conocen las unidades semicontinuas k que forman parte de cada subtren de llenado y vaciado para cada producto i , se podrán definir los conjuntos K_{ij}^f y K_{ij}^e y deducir los tiempos de llenado y vaciado θ_{ij}^f y θ_{ij}^e , según indican las restricciones (3.17) y (3.18).

La restricción (3.21) resume el hecho de que el tiempo de ciclo limitante para el producto i no puede ser inferior al exigido por cualquiera de las operaciones (discontinuas o semicontinuas) involucradas, mientras que la restricción (3.22) define el tiempo residual SP como el tiempo disponible menos el utilizado en la fabricación de cada uno de los productos, e indica la necesidad de mantener el tiempo residual positivo.

Por tanto, como se puede observar, el problema multiproducto puede describirse en términos muy parecidos a los empleados en el caso de plantas discontinuas para la elaboración de un producto único, aunque ahora la dificultades para hallar la solución se incrementarán considerablemente. Por un lado, las etapas limitantes de tamaño de lote y de tiempo de ciclo no serán necesariamente las mismas para cada producto, por lo que se deberá llegar a un compromiso. Por otra parte, el tiempo total disponible H deberá repartirse entre los diferentes productos de forma adecuada tanto respecto a la demanda de cada uno de ellos como al tiempo necesario para procesar cada lote.

3.5.1. Resolución mediante sistemas comerciales

Se ha intentado de nuevo resolver el problema de optimización mediante la utilización de los mismos programas de optimización comerciales utilizados en el caso planteado en la sección 3.4. Salvo en casos muy concretos, ninguno de los sistemas

usados consigue resolver la formulación anterior si no se realizan previamente transformaciones en las restricciones planteadas y no se parte de una buena aproximación inicial.

La explicación de los problemas encontrados no es la misma para todos los ejemplos planteados ni para todos los programas, pero siempre está relacionada con las discontinuidades encontradas en el cálculo de las derivadas parciales de las diferentes restricciones. Sin embargo, estas discontinuidades son una de las características propias del problema, como ya se ha mencionado en la sección 3.4:

La solución al problema planteado consistirá en una planta donde diversos equipos serán simultáneamente limitantes del tiempo de ciclo. Estos equipos no necesariamente coincidirán con los limitantes de tamaño de lote y en este caso, además, es posible que tampoco coincidan para todos los productos. Por ello, durante el proceso de acercamiento al óptimo el sistema de cálculo encontrará variaciones bruscas en las derivadas parciales (los equipos limitantes serán diferentes de una iteración a otra), tanto si el cálculo de estas derivadas se realiza de forma analítica como si se realiza de forma numérica.

Por otro lado, la utilización de sistemas de optimización genéricos no es sencilla. En un problema como el planteado y después de una adecuada programación, únicamente debería ser necesario introducir los parámetros correspondientes en las expresiones de la función objetivo y de las restricciones aplicables. Sin embargo, dadas las dificultades descritas, el usuario deberá ejercer un cierto control sobre algunos parámetros de funcionamiento del programa. Estos parámetros, en general, no guardan relación con el problema físico planteado, sino que dependen de la estructura matemática del problema y del procedimiento de solución. Su utilización queda por consiguiente restringida a usuarios con un conocimiento profundo del sistema de resolución y de aspectos estrictamente matemáticos e informáticos.

Si se pretende que el sistema sea utilizado por el personal de una planta o por empresas de ingeniería, parece conveniente estudiar una estrategia que permita asegurar la máxima robustez y claridad de utilización e interpretación de los resultados obtenidos.

En las siguientes secciones se describen una serie de procedimientos que permiten realizar los cálculos relacionados con la síntesis y diseño preliminar de plantas químicas multiproducto de forma eficiente y robusta. Estos procedimientos son fácilmente programables y adaptables a situaciones específicas, y han sido contrastados frente a otros algoritmos y paquetes comerciales con resultados satisfactorios tanto en cuanto a las soluciones obtenidas como a los recursos de cálculo empleados.

3.5.2. Cálculo del tiempo de producción

Supóngase que se dispone de una planta formada por una serie de equipos discontinuos y semicontinuos de tamaño conocido, V_j y R_k respectivamente. Si en esta planta se desean alcanzar los niveles óptimos de producción, el tamaño de carga para cada producto deberá fijarse al máximo admisible por los equipos discontinuos (a menos que el tiempo de ciclo T_i crezca con el tamaño de carga de forma más que lineal, cosa que no suele ocurrir en situaciones industriales):

$$B_i = B_i^{\max} = \min_{j=1, \dots, M} \frac{m_j^i \cdot V_j}{S_{ij}} \quad (3.26)$$

Una vez calculado el tamaño de carga, el tiempo de proceso puede obtenerse utilizando las expresiones (3.16) para las unidades discontinuas y (3.19) para las etapas semicontinuas. Aplicando entonces de forma sucesiva las relaciones (3.17), (3.18), (3.20) y (3.21) se puede obtener el tiempo de ciclo limitante para cada producto T_i .

Conociendo el tamaño de carga, el tiempo de ciclo limitante y la producción a realizar Q_i , se podrá aplicar la ecuación (3.22) y determinar finalmente el tiempo sobrante para realizar la producción requerida en la planta mencionada SP .

Al igual que en el caso de un producto único, si el tiempo sobrante es negativo no será posible cubrir la demanda prevista en el horizonte de tiempo marcado, por lo que será necesario ampliar la capacidad de producción o renunciar a cubrir parte de la demanda. Si se opta por la ampliación, ésta puede lograrse aumentando el tamaño propuesto para algunos de los equipos o introduciendo equipos adicionales.

Si se da la situación contraria y el tiempo sobrante es positivo, será posible cumplir la producción en el tiempo previsto incluso con equipos menores a los inicialmente planteados, lo que implicaría menores costes de inversión.

Las dimensiones óptimas se obtendrán minimizando la función objetivo mientras se mantiene el tiempo residual positivo ($SP \geq 0$).

3.5.3. Optimización del tamaño de los equipos

La estrategia global de optimización que se propone aparece en el diagrama simplificado de la figura 3.1 (Espuña y colaboradores [20]).

El procedimiento parte de una estimación inicial de las variables a optimizar (dimensiones de los equipos y cantidades a producir) y avanza progresivamente hacia los valores óptimos. Este avance está basado en el cálculo de las derivadas parciales de la función objetivo y de las restricciones asociadas respecto a dichas variables. Si se cumplen las hipótesis y las restricciones indicadas anteriormente, estas derivadas son

relativamente sencillas de calcular, cuidando tan solo de identificar correctamente los equipos limitantes de tamaño de lote y tiempo de ciclo, a partir de las dependencias reflejadas en las ecuaciones (3.14), (3.16) a (3.22) y (3.26). En todo caso, un procedimiento alternativo consiste en su cálculo numérico.

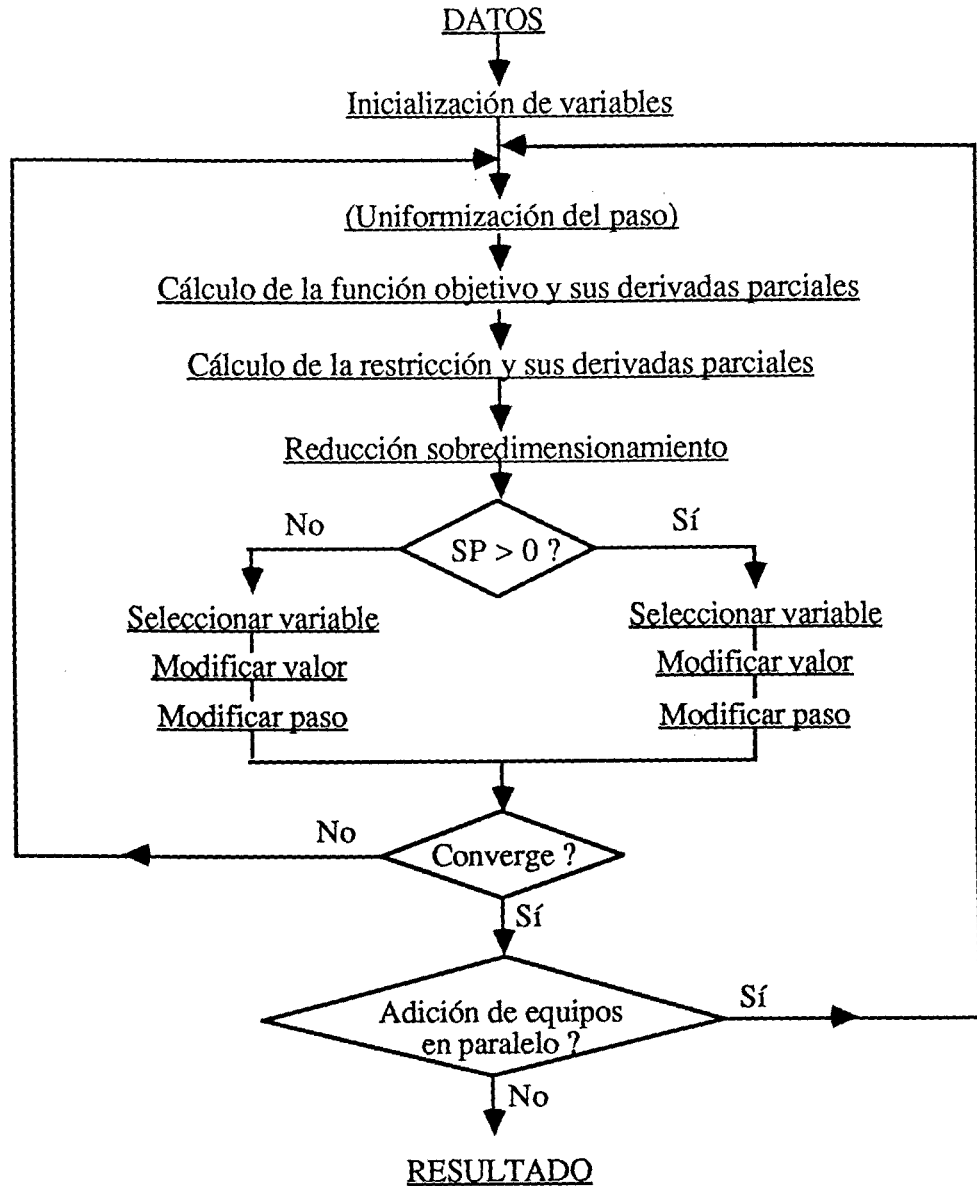


Figura 3.1. Estrategia de optimización.

Los valores de las derivadas obtenidos se utilizarán para determinar qué unidad l debe modificar su tamaño en cada paso (o de qué producto se debe modificar la producción), según el siguiente criterio:

- Si el punto de diseño corresponde a un valor factible ($SP \geq 0$), se propone disminuir el tamaño (o aumentar la producción) de aquel equipo (producto) que

presente una mayor disminución de coste (penalización) por aumento de tiempo de fabricación:

$$l \mid \max_l \left\{ \frac{\partial f}{\partial V_l}, \frac{\partial f}{\partial R_l}, \frac{\partial f}{\partial Q_l} \right\} \quad (3.27)$$

- Si el punto de diseño corresponde a un valor no factible ($SP < 0.$), se propone aumentar el tamaño (o disminuir la producción) de aquel equipo (producto) que presente una mayor disminución de tiempo de fabricación por aumento de coste (penalización):

$$l \mid \max_l \left\{ \frac{\partial SP}{\partial V_l}, \frac{\partial SP}{\partial R_l}, \frac{\partial SP}{\partial Q_l} \right\} \quad (3.28)$$

Una vez determinada la variable l cuyo valor se desea ajustar (dimensión de equipo o cantidad producida), se modificará su valor de acuerdo con un factor h_l ("paso"), que podrá ser diferente para cada variable. Este factor, acotado en el rango $]0, 1[$, multiplicará (o dividirá) a la variable escogida para disminuir (o aumentar) su valor actual según el estado del procedimiento de cálculo.

El proceso de cálculo se basa en la evolución de este paso h_l , de la forma siguiente:

1. Inicialmente, todas las variables tendrán el mismo paso inicial h_0 , estimado de acuerdo con el tipo de problema:

$$h_l = h_0 \quad (3.29)$$

2. Durante el procedimiento de cálculo, este valor se modificará (acercándolo a 1,00 es decir, reduciéndose el paso) en las siguientes ocasiones:

- Si, como consecuencia de la modificación de una variable, el tiempo total disponible SP se hace negativo, se modificará el paso h_l de la variable que se acaba de alterar, según:

$$h_l^* = \frac{h_l + 1,00}{2,00} \quad (3.30)$$

con lo que al cabo de r_l modificaciones, h_l valdrá:

$$h_l]_{r_l} = \frac{h_0 + 2^{r_l} - 1}{2^{r_l}} \quad (3.31)$$

- Si se alcanza alguno de los límites superiores o inferiores, se modificará h_l para la variable correspondiente según:

$$h_l^* = \frac{h_l + 4,00}{5,00} \quad (3.32)$$

3. Cada cierto número de iteraciones se uniformizan los valores de h_l (se ha comprobado que cada 30 iteraciones es una frecuencia adecuada para los casos planteados), calculando la media de modificaciones en h_l que han ocurrido y modificando los valores de las variables que no lleguen a dicha media. Si h_0 es el factor original, r_l es el número de modificaciones que ha sufrido el paso del equipo l y \bar{r} es el número de modificaciones medio:

$$h_l^* = \begin{cases} (h_0 + 2^{\bar{r}} - 1)/(2^{\bar{r}}) & \text{si } r_l < \bar{r} \\ 2 \cdot h_l - 1 & \text{si } r_l >> \bar{r} \\ h_l^* = h_l & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (3.33)$$

De esta forma se evita que equipos que han sido inicializados a valores próximos al óptimo provoquen oscilaciones en la solución cuando pasen a ser equipos limitantes.

4. El proceso de optimización finaliza cuando todos los valores de h_l están suficientemente próximos a 1,00.

Valores iniciales de $h_0 = 0,9$ dan buenos resultados en los todos los casos comprobados. Por otra parte, al alcanzarse valores de h_l en el entorno de 0,99999 las correcciones realizadas sobre las variables ya son, a todos los efectos, inapreciables, por lo que puede tomarse este valor como criterio de convergencia y finalizar entonces el cálculo.

3.5.4. Factores que afectan a la eficiencia de la optimización

En las diferentes pruebas realizadas sobre casos tomados de la literatura y situaciones industriales, se ha comprobado la robustez del método propuesto para llegar a un diseño preliminar de elevada eficiencia. En los casos en los que se ha podido comparar con otros procedimientos, la desviación en la función objetivo nunca ha sido superior al 0,2 %, partiendo de condiciones iniciales mucho más alejadas de la solución y utilizando recursos de cálculo muy inferiores.

Estas pruebas han servido también para ajustar los procedimientos de optimización propuestos, llegándose a los valores indicados en la sección anterior, y para comprobar la forma en que estos valores pueden llegar a afectar a la eficiencia del proceso de optimización. Las conclusiones a las que se ha llegado han sido las siguientes:

Influencia del punto inicial: Se ha comprobado que la convergencia hacia la solución es tanto más eficiente cuanto más coherente es la situación inicial de partida, entendiendo por coherencia el hecho de que las dimensiones relativas de los equipos que conforman este punto inicial den lugar a una planta proporcionada, de acuerdo con los factores de tamaño y los tiempos de proceso, aunque esté lejos de cubrir los objetivos

previstos.

Este es el factor que mayor influencia presenta sobre la eficiencia del proceso de optimización, pudiendo, en casos extremos, provocar incrementos del orden del 100% en el tiempo necesario para llegar a la solución, como muestra la tabla 3.4 en la página 80. En términos de función objetivo, sin embargo, en todos los casos comprobados se ha llegado a una solución prácticamente idéntica independientemente del punto de partida.

Paso inicial: Al igual que el punto inicial, el valor de h_0 afecta a la velocidad de convergencia, pero tiene una influencia muy pequeña en el resultado final de la optimización.

Como se ha indicado anteriormente, valores en el entorno de $h_0 = 0,9$ son, en general, correctos. Valores mucho menores (pasos mucho más grandes) pueden llegar a provocar oscilaciones en los valores de las variables, especialmente en las primeras iteraciones, afectando negativamente al número de iteraciones necesarias para alcanzar la solución. Por el contrario, valores mayores (pasos más pequeños) dan lugar a procesos de convergencia hacia la solución mejor dirigidos pero más lentos.

Parámetros de gestión del paso: Los procedimientos de gestión del paso de optimización constituyen una de las bases del sistema propuesto, por lo que la elección correcta de los parámetros utilizados en esta gestión será de gran importancia para asegurar la eficacia del proceso de optimización.

Para realizar esta gestión se ha recurrido a métodos utilizados por otros muchos sistemas de optimización, adaptados convenientemente a características específicas del tipo de problema a resolver.

- Básicamente, el paso de optimización se reduce de forma geométrica cada vez que se deja de cumplir alguna de las restricciones. Con el planteamiento del problema descrito, estas restricciones han quedado reducidas a dos:
 1. No sobrepasar el tiempo de producción disponible.
 2. Trabajar dentro del rango de valores factibles marcados para cada variable.

El tratamiento es diferente en ambos casos, atendiendo al significado lógico de las acciones que se intentan realizar, dando lugar a las relaciones (3.30) y (3.32). En el primer caso, la decisión que ha llevado a sobrepasar el tiempo disponible puede ser correcta, siempre que el tiempo de producción extra necesario pueda obtenerse modificando otra variable (por ejemplo, aumentando la capacidad de otro equipo). En el segundo caso, por el contrario, aumentar el tamaño de un equipo sobrepasando el límite establecido por el usuario no puede dar lugar a una solución correcta.

- Si una variable se inicializa a un valor muy cercano a su óptimo, no se convertirá en limitante hasta que el resto de variables se encuentren también cerca de la solución. En este caso, las modificaciones realizadas sobre dicha variable con el paso inicial h_0 pueden llegar a alejarla de la solución con lo que, dado que el resto de variables presentarán un paso muy pequeño, será muy lento reconducir la solución de nuevo hacia el óptimo. Para eliminar este problema, cada cierto número de iteraciones se procede a regularizar o uniformizar los pasos asignados a cada uno de los equipos, reduciendo los pasos mayores hacia la media geométrica y aumentando ligeramente los pasos menores, como se indica en la expresión (3.33). De esta forma se asegura que las diferentes modificaciones sobre las variables se realicen con un paso apropiado al estado del proceso de optimización en cada momento.

El procedimiento de uniformización de pasos y el parámetro que marca su frecuencia tienen una relativa importancia en la eficiencia global del algoritmo. Una frecuencia excesiva impedirá que ciertas variables progresen rápidamente hacia sus valores óptimos al convertirse en limitantes, ya que en ese momento su paso podría ser ya demasiado pequeño. En cambio, si se utiliza una frecuencia demasiado baja es posible que no se lleguen a solucionar las oscilaciones en los valores de las variables mencionadas en el párrafo anterior.

Al contrario de lo que en principio cabría esperar, la frecuencia óptima de regularización del paso depende muy poco del número de variables (que habitualmente se corresponderá con el número de equipos y productos), ya que en los casos más frecuentes los equipos limitantes son un subconjunto reducido del total de equipos presentes en la planta y es este subconjunto el que marca realmente el progreso de la optimización.

3.5.5. Unidades en paralelo

Las reglas deducidas en el apartado 3.4 para el caso de plantas dedicadas a un solo producto son directamente aplicables al caso multiproducto, teniendo en cuenta que los equipos limitantes pueden no serlo para todos los productos simultáneamente, por lo que las conclusiones a las que se llega deben considerarse como una propuesta a analizar.

El algoritmo basado en dichas reglas se puede observar en la figura 3.2 (España y Puigjaner [22]), y consta de los siguientes pasos:

1. Inicializar el número de equipos en paralelo asignados a cada tarea al mínimo indicado por el usuario (en su defecto, un único equipo para cada tarea).
2. Realizar el cálculo de capacidades de los equipos considerando el número de equipos en paralelo actual, tanto en fase como fuera de fase, según el procedimiento descrito en los apartados anteriores.

3. Verificar si la solución óptima calculada para el número actual de equipos en paralelo es mejor que la mejor solución calculada hasta el momento. Si es así, actualizar la mejor solución con los valores actuales, y seguir en el paso 4. En caso contrario, ir al paso 5.
4. Seleccionar la mejor situación candidata a introducir un grupo de equipos en paralelo fuera de fase ($m_j^{o,*} = m_j^o + 1$).

La selección de la etapa j donde resultará adecuado añadir un conjunto de equipos fuera de fase se realiza calculando para cada tarea la relación entre el incremento de coste provocado por este nuevo equipo y el potencial incremento de tiempo de producción disponible SP , considerando el mejor diseño conocido hasta el momento. Evidentemente, se escogerá la tarea para la que se obtenga el mínimo de esta relación.

En la mayoría de las situaciones industriales, la tarea que da lugar a un mayor aumento potencial de tiempo de producción al instalar un nuevo equipo en paralelo fuera de fase, coincide con la tarea que presenta una mínima relación (coste adicional)/(incremento del tiempo disponible), debido a la importancia relativa del término independiente de la ecuación de coste (α en la relación (2.15)), que refleja el coste mínimo de instalación del nuevo equipo.

Si esta nueva situación no ha sido estudiada anteriormente, ir al paso 2. En caso contrario, ir al paso 5.

5. Comprobar si existe alguna etapa en la que el tamaño de los equipos asignados esté cerca (por ejemplo, un 10%) de las dimensiones máxima o mínima especificadas para estos equipos (restricciones (3.23) y (3.24)). Si es este el caso, añadir o eliminar respectivamente un equipo en fase en esa etapa y, si la alternativa no ha sido analizada anteriormente, volver al paso 2. En caso contrario, terminar.

Las decisiones referentes a la instalación de equipos en paralelo en fase están basadas en la hipótesis de que, para obtener una determinada capacidad de producción, siempre será más económico instalar un único equipo que varios más pequeños. Esta hipótesis en general será cierta, aunque las decisiones tomadas en base a ella podrían no ser las más adecuadas si se evaluase también la flexibilidad de la planta como parámetro de la función objetivo.

El procedimiento global es muy eficiente, dado que:

- El sistema de cálculo de capacidades para un conjunto determinado de unidades en paralelo (paso 2) es muy rápido, más aún en esta situación, en la que el punto de partida es un diseño anterior y, por tanto, los equipos no afectados por el cambio ya forman un resultado coherente.
- La estrategia, basada en la función de los equipos en paralelo, permite descartar la mayor parte de situaciones matemáticamente posibles (en una planta con $M + L$ etapas es posible plantearse $2^{2 \cdot (M+L)}$ posibilidades de introducción de equipos

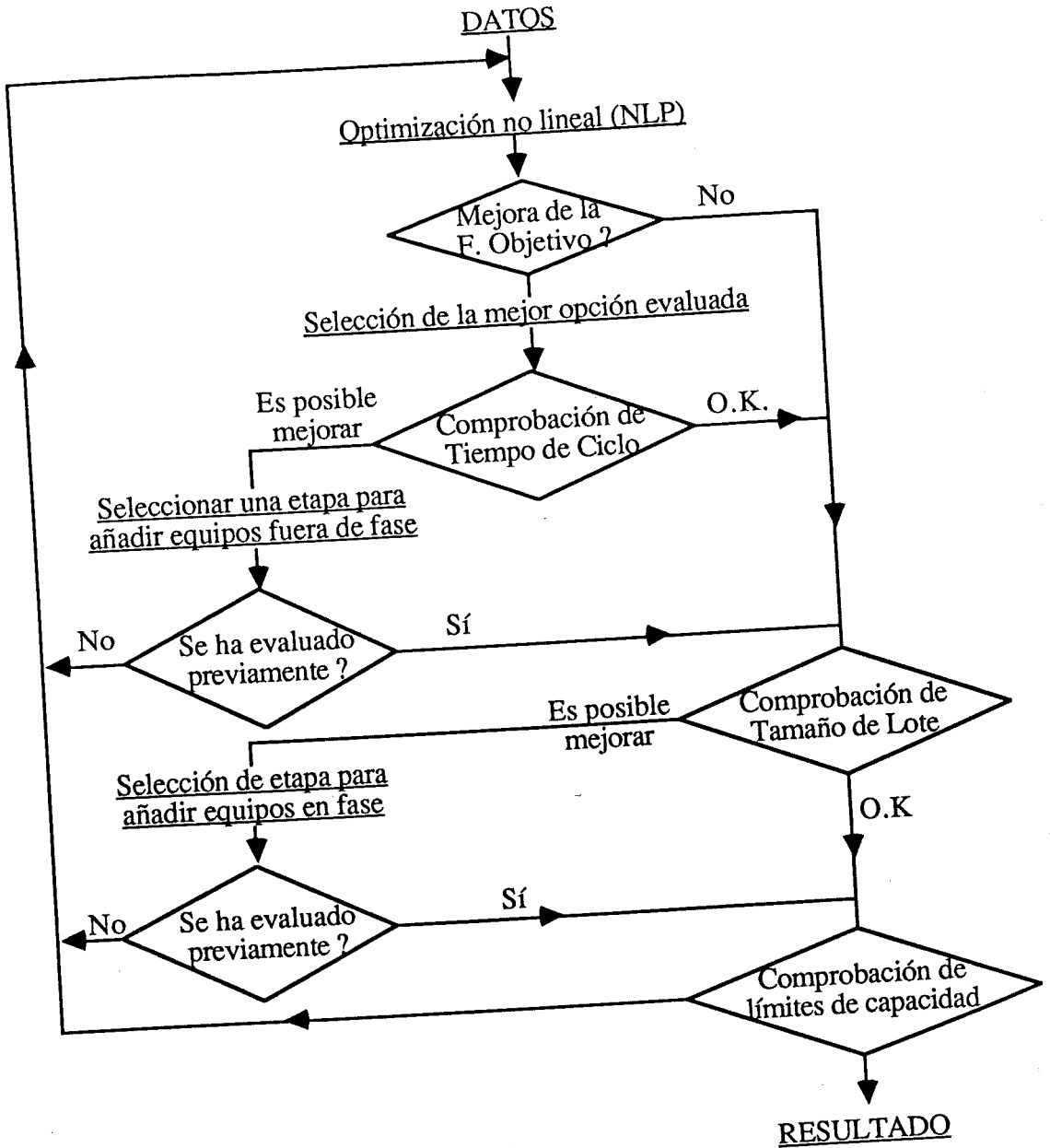


Figura 3.2. Optimización del número de unidades en paralelo.

en paralelo, y en cada una de estas situaciones se debería decidir el número de equipos a introducir) sin eliminar las situaciones que realmente pueden llegar a un ahorro real de tiempo de producción.

En situaciones complicadas, especialmente si es previsible que se requiera utilizar un gran número de equipos en paralelo, se puede obtener una estimación del número óptimo de equipos trabajando en fase aplicando el algoritmo de cálculo de capacidades descrito sin tener en cuenta los valores máximos y mínimos establecidos (relaciones (3.23) y (3.24)) y dividiendo los tamaños obtenidos para los equipos asignados a cada etapa por su valor máximo admisible (redondeado por exceso). Este procedimiento conduce al resultado correcto en todas las situaciones planteadas en las que no se ha considerado coste mínimo de equipo ($\alpha_j = 0$) y permite, en general, reducir el número de iteraciones necesarias para calcular el conjunto de equipos en paralelo óptimo.

El algoritmo completo descrito en esta sección se ha utilizado en diferentes ejemplos industriales y en casos descritos por otros investigadores, contrastando sus resultados frente a los obtenidos por una enumeración exhaustiva de las posibilidades de introducción de equipos en paralelo, obteniéndose en todos los casos la solución correcta.

3.6. Remodelación de plantas existentes

3.6.1. Introducción

Desde el momento mismo de su puesta en marcha, cualquier planta es sometida a unas condiciones de trabajo que difieren, en mayor o menor grado, de las que se sirvieron para realizar su diseño. Si las diferencias son relativamente pequeñas y el diseño se ha realizado correctamente, teniendo en cuenta esta variabilidad, el responsable de fabricación podrá adaptar el funcionamiento de la planta a las condiciones de trabajo que se den en cada momento. Para conseguirlo, puede aumentar o disminuir las cantidades producidas (dentro de ciertos límites de acuerdo con los recursos disponibles y el coste de los mismos), actuar sobre los sistemas de control para modificar las consignas de diferentes equipos (lo cual puede llegar a afectar a la calidad y también a la productividad), utilizar recursos adicionales (por ejemplo, horas extras), etc. La dirección de la planta puede llegar incluso a modificar también las condiciones de mercado, a través de una adecuada política de precios y/o de compras.

Cuando las desviaciones entre la situación de mercado prevista y la real son importantes (ya sea por variaciones en los volúmenes de producción requeridos, ya sea por variaciones de los precios de venta), será necesario disponer de una metodología de evaluación que permita estimar la conveniencia o no de realizar una remodelación de la planta de acuerdo con la nueva situación actual.

El problema de la remodelación de una planta ya existente plantea el cálculo del conjunto óptimo de cambios a introducir en el diseño actual de la planta para adaptarse

adecuadamente a las nuevas condiciones, de forma que se asegure un beneficio máximo. Su resolución será, por tanto, de una extraordinaria importancia práctica.

A efectos de este estudio, se analizarán fundamentalmente las decisiones sobre adquisición de recursos adicionales, aunque, como ya se ha indicado, una remodelación puede dar lugar también a modificaciones en las condiciones de trabajo de los diferentes procesos.

En el caso de plantas multiproducto de operación discontinua se pueden diferenciar dos situaciones, que pueden plantearse simultáneamente: las que se derivan de la necesidad de aumentar la capacidad de producción, y las que aparecen cuando se desea fabricar nuevos productos en la misma planta.

La modificaciones de diseño que se contemplan para aumentar la capacidad de producción persiguen descongestionar los cuellos de botella de la planta actual. Para ello, lo habitual es adquirir nuevos equipos que se pondrán a trabajar en paralelo con los ya instalados:

- Fuera de fase, reduciendo en esta manera el tiempo de ciclo limitante para la producción de dicho producto.
- En fase, aumentando el tamaño de carga admisible en las etapas de producción actuales.

La introducción de nuevos productos en una línea ya existente, por su parte, puede provocar:

- La generación de nuevos cuellos de botella, que se podrán solucionar como en el caso anterior.
- La necesidad de realizar nuevas tareas, o de operar en condiciones de trabajo diferentes, que puede llevar a la compra de nuevos equipos para cubrir las nuevas condiciones de proceso.

En muchas ocasiones, la situación original resulta poco adecuada a las nuevas circunstancias (excesiva capacidad en algunas de las etapas frente a demasiado poca en otras) por lo que las inversiones requeridas pueden llegar a ser importantes y se debe plantear la posibilidad de renunciar a parte de los objetivos de producción para optimizar la utilización de los recursos ya existentes.

3.6.2. Antecedentes

Aunque el planteamiento del problema de remodelación es muy similar al del problema de síntesis y dimensionamiento óptimo de una planta nueva, esta situación

no ha sido considerada hasta muy recientemente, ya que las decisiones a tomar muchas veces escapan a un tratamiento puramente matemático y vienen determinadas por factores como políticas de empresa, expectativas económicas, etc.

Una primera aproximación al problema consiste en aplicar procedimientos que permitan el análisis y la mejora del proceso productivo descrito a través de la receta. En este caso, las estrategias propuestas durante los últimos años para el caso de plantas continuas son en general aplicables de forma similar al caso discontinuo. Por citar solamente un ejemplo, Fisher y colaboradores [26] presentan un procedimiento sistemático para identificar las etapas limitantes del proceso, desarrollar posibles mejoras sobre el mismo y evaluar los beneficios y los costes asociados. Este procedimiento es directamente extrapolable a un caso discontinuo.

Al entrar en campos más específicos, sin embargo, las características propias de las plantas discontinuas multiproducto suelen hacer inviables las extrapolaciones de procedimientos pensados para un caso continuo. Así por ejemplo, citando dos de los campos en los que la literatura especializada refleja una gran actividad de investigación y desarrollo, existen muchos estudios de integración energética (principalmente enfocados a la síntesis de redes de intercambiadores) y también de síntesis de secuencias de separación para procesos continuos. En ambos casos se persiguen mejoras en el consumo de recursos, en la flexibilidad de la planta, en la facilidad de control o en la economía global del proceso. Sin embargo, estos procedimientos no son aplicables en situaciones donde las corrientes presentan características diferentes en función del producto a elaborar o solamente circulan entre los diferentes equipos en intervalos de tiempo muy concretos.

Los estudios que contemplan específicamente el caso de plantas discontinuas son mucho más escasos. En su mayoría proponen procedimientos para conseguir la máxima rentabilidad de las inversiones a efectuar para adaptarse a una determinada situación de mercado. Desde este punto de vista, el problema de remodelación se puede tratar como una extensión del problema de diseño preliminar, por lo que algunos de los trabajos más significativos se encuentran integrados dentro de artículos de síntesis y dimensionamiento. Cabe destacar los siguientes:

- Yeh y Reklaitis [108] consideran la remodelación de una instalación multiproducto con equipos discontinuos y semicontinuos, sin plantearse la posibilidad de restringir la producción de algunos productos en función de los beneficios esperados, fijando la capacidad de los equipos ya existentes en la planta y utilizando una extensión del mismo procedimiento de cálculo de capacidades que proponen para una planta de un producto único [109].
- Vaselenak y colaboradores [103], tal y como se ha comentado en la página 35, plantean el problema sin abordar la presencia de etapas semicontinuas, asumiendo tiempos de proceso constantes y costes de equipos lineales.

- Fletcher y colaboradores [28], basándose en el planteamiento anterior, amplían la formulación para permitir que los equipos asignados a cada tarea puedan trabajar en fase o fuera de fase en función del producto tratado en cada momento. Evidentemente, manejar este nuevo grado de libertad implica, desde el punto de vista del modelo matemático a utilizar, un considerable aumento en el número de variables, ya que a la necesidad de identificar la incorporación de nuevos equipos en las diferentes etapas se añade ahora la distinción entre las situaciones en las que un determinado conjunto de equipos trabaja en fase o fuera de fase (o algunos en fase y otros fuera de fase), y sus efectos sobre el tamaño de lote y el tiempo de ciclo. Los autores también indican que no es necesario que la ecuación de coste sea lineal, aunque la suponen tanto en el desarrollo de la formulación como en los ejemplos que proponen. Para la resolución del problema planteado, los autores utilizan los mismos procedimientos que Vaselenak y colaboradores.
- Lee y colaboradores [56], como ya se ha indicado, proponen procedimientos heurísticos para determinar la situación óptima de los equipos en paralelo obteniendo idénticos resultados a los anteriores pero utilizando menores tiempos de cálculo.

En la misma línea de mejora de la rentabilidad de las inversiones, algunos trabajos publicados incluyen también aspectos energéticos o de minimización de residuos:

- Mignon [59] aplica simultáneamente conceptos de remodelación y de integración energética al caso de una planta discontinua ya existente. Para ello, mediante la utilización de sistemas de simulación específicos, el autor realiza el seguimiento del consumo energético y de la utilización de los equipos en la situación original de la planta. De la descripción detallada de la ocupación de los diferentes recursos productivos, se pueden extraer conclusiones enfocadas a obtener una utilización más eficiente de los mismos. Finalmente, el autor plantea situaciones de trabajo con una menor disponibilidad de recursos, para demostrar que, en el caso analizado, con una secuenciación de operaciones adecuada es posible reducir los consumos máximos de energía y prescindir de algunos de los equipos actualmente instalados.
- Papageorgaki y colaboradores [70] abordan el problema de la limitación de recursos generales (no solamente equipos), en formulaciones no restringidas al caso multiproducto, asegurando la factibilidad de las campañas a nivel de recursos aunque sin entrar en la problemática de la secuenciación de tareas. La complejidad del modelo lo hace inabordable mediante los procedimientos MINLP existentes actualmente, por lo que los autores proponen un procedimiento de descomposición que no garantiza que la solución obtenida corresponda al óptimo global.

3.6.3. Aplicación del sistema de cálculo propuesto al caso de remodelación

La formulación de este problema es muy similar a la descrita en la sección 3.5:

implica la minimización de la función objetivo (3.14) sujeta a las restricciones (3.15) a (3.25), teniendo en cuenta que determinados equipos ya están colocados en la planta y que sus dimensiones, por tanto, están predeterminadas.

Introduciendo unas pequeñas modificaciones, los algoritmos descritos hasta ahora permiten obtener la situación de equipos óptima para adaptarse a unas nuevas condiciones de mercado a partir de una planta en funcionamiento.

Estas modificaciones consideran, además de las hipótesis generales indicadas anteriormente para el problema de diseño (H1 al H7 de la sección 3.1), las siguientes suposiciones:

H8. Todos los conjuntos de unidades en paralelo operando fuera de fase deben permitir la misma capacidad de producción global. Tales conjuntos pueden estar compuestos por varias unidades operando en fase, ya sean equipos nuevos, equipos actualmente existentes o una combinación de ambos que permita obtener el tamaño de lote esperado.

Esta hipótesis, por tanto, no implica que todas las unidades en paralelo deban ser idénticas a las ya existentes, al permitir incrementos de capacidad de producción mediante la incorporación de unidades en fase de tamaños diferentes a los ya existentes en la planta.

H9. No se contemplan modificaciones sobre los equipos previamente existentes: son válidos en su situación actual o no son válidos en absoluto. En consecuencia, los costes fijos asociados a dichos equipos serán constantes y se podrán eliminar de la función objetivo.

En la práctica, esta hipótesis no será restrictiva. En el caso de plantearse simultáneamente una ampliación de capacidad de un equipo y la compra de otros para instalar en paralelo en la misma etapa, si los costes de ampliación de un equipo se pueden expresar de forma similar a los de introducción de un equipo en paralelo en fase, bastará con incluir los costes de ampliación de cada uno de los equipos existentes dentro de la formulación, sustituyendo a los costes de los equipos inicialmente existentes.

La necesidad de contemplar posibles ampliaciones de equipos obligará a introducir una nueva variable por equipo que cuantifique el correspondiente incremento de capacidad. Esta variable deberá reflejarse dentro de la función objetivo (3.14), mediante un nuevo sumando, y en las relaciones (3.15) y (3.16), añadiéndose a las capacidades de los nuevos equipos que se vayan a incorporar en paralelo. Por último, el procedimiento de cálculo de la relación entre el coste global y la capacidad (derivada parcial de la función objetivo respecto al tamaño de los equipos asignados a esta etapa, necesaria para calcular los términos de la ecuación (3.28)) quedará prácticamente inalterado al expresarse como suma de los términos que hacen referencia a los nuevos equipos y de los correspondientes a

las ampliaciones, siempre que los costes de ampliación también sigan una ecuación exponencial como la (2.15).

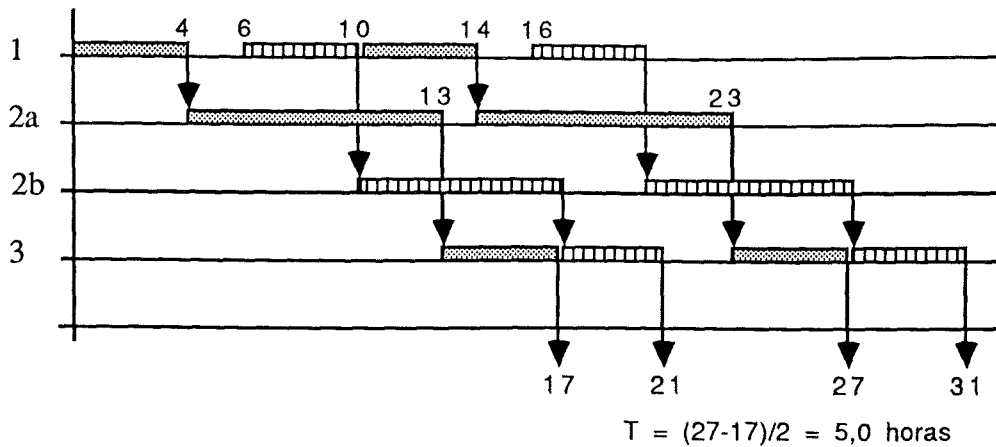
La nueva variable introducida para considerar ampliaciones de capacidad en equipos ya existentes puede utilizarse para relajar de forma sencilla la hipótesis H8, llegando a considerar dos capacidades diferentes, una para los grupos fuera de fase originales (con sus eventuales ampliaciones de capacidad) y otra para los nuevos grupos añadidos fuera de fase. A efectos de cálculo de productividades, se podrán considerar:

- Un único tamaño máximo de lote B_i para el conjunto, que será la media ponderada de los tamaños de lote obtenidos para cada ruta utilizando los diferentes grupos en paralelo fuera de fase. Evidentemente, si ninguno de los grupos es limitante de tamaño de lote, dicho tamaño será constante.
- Un tiempo de ciclo limitante T_i medio, cuyo cálculo no es tan sencillo como el de B_i ya que, si el tiempo de proceso depende del tamaño de lote, el tiempo final equivalente para la etapa puede llegar a depender de la situación de las etapas limitantes y de la política de transferencia de materia entre tareas aplicable, como puede observarse en la figura 3.3. La aproximación que se ha utilizado estima T_i como el máximo tiempo de proceso dividido entre el número de grupos fuera de fase, pero incluso este valor puede resultar optimista en caso de no admitirse tiempos de espera (ZW), por lo que se deberá realizar una comprobación de la factibilidad del diseño mediante la aplicación de sistemas de secuenciación de tareas (capítulo 5).

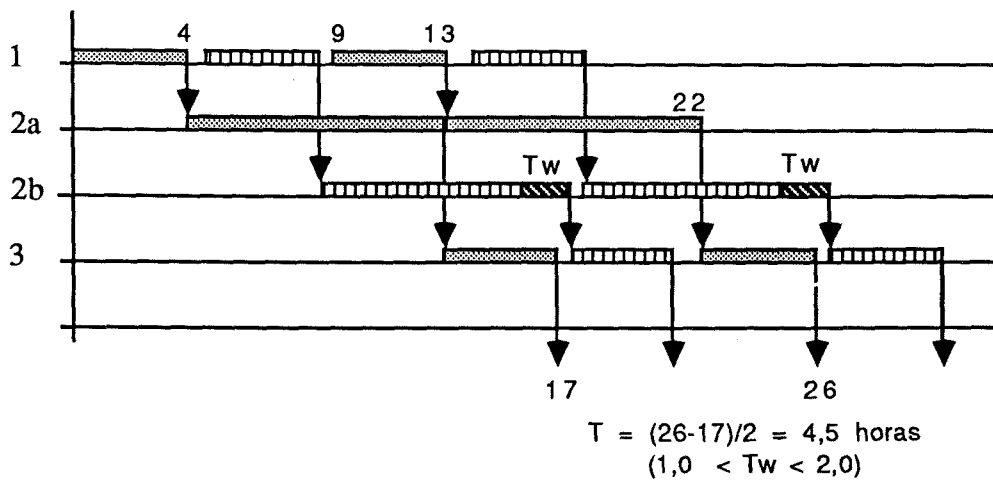
La estrategia utilizada para obtener una solución óptima hace uso del procedimiento presentado en la sección 3.5.3, teniendo en cuenta las reglas de decisión indicadas en la sección 3.5.5 para decidir la incorporación de equipos en paralelo.

La utilización de estos procedimientos es inmediata, con solo modificar ligeramente algunos pasos de los algoritmos indicados:

- Debe habilitarse un procedimiento para introducir los datos de los equipos ya existentes. La forma más sencilla consiste en indicar su dimensión a través de la especificación del punto inicial.
- Deben modificarse los procedimientos de cálculo de la función objetivo y sus derivadas, tal y como se acaba de comentar al introducir la hipótesis H9. La forma más sencilla consiste en considerar en cada etapa únicamente la variable correspondiente a su capacidad final, con lo que se evitan modificaciones en las restricciones (3.15) y (3.16) y en la forma de calcular las derivadas parciales del tiempo residual SP respecto a los valores de las diferentes variables. Sin embargo, deberá tenerse en cuenta que, si originalmente en una etapa de la planta existían m_i^0 equipos trabajando en paralelo fuera de fase, el tratamiento de los m_i^0 primeros grupos debe ser diferente al del resto.



Caso a): No se admiten tiempos de espera (ZW)



Caso b): Se admiten tiempos de espera T_w (NIS)

Figura 3.3. Determinación del tiempo de ciclo limitante medio. Para realizar la segunda tarea existen dos equipos no idénticos fuera de fase, 2a y 2b, cuyos tiempos de proceso son 9 horas y 7 horas respectivamente. Si no se admiten tiempos de espera, el tiempo de ciclo es de 5 horas. Introduciendo un tiempo de espera entre 1 y 2 horas, el tiempo de ciclo se reduce a 4,5 horas.

- Dentro del procedimiento descrito para proponer la instalación de nuevos equipos en paralelo, se debe tener en cuenta que el tamaño de los equipos previamente existentes no puede ser modificado. Por tanto, si alguno de ellos es limitante del tamaño de lote para algún producto, se deberá analizar la posibilidad de introducir un equipo en paralelo en fase en la etapa correspondiente, aunque su tamaño no alcance los valores especificados por las restricciones (3.23) y (3.24).
- Debe modificarse la forma de aplicar las restricciones (3.23) y (3.24) de manera que no se obtengan capacidades globales inferiores a las de los equipos previamente existentes.
- Deben fijarse las dimensiones de los equipos a las de los ya existentes, a menos que se decida introducir equipos en paralelo o ampliaciones de capacidad.

La flexibilidad del sistema de cálculo propuesto permite aceptar fácilmente modificaciones sobre la formulación original, como queda patente en el ejemplo desarrollado en la sección 3.8.2, donde cada producto acaba siguiendo una ruta diferente a través de la planta.

En la sección 3.8.5 se comparan los resultados obtenidos aplicando el procedimiento propuesto en esta tesis con los indicados por Vaselenak y colaboradores, sobre un ejemplo definido por estos mismos autores [103].

Utilizando este último ejemplo, Fletcher y colaboradores [28] y Lee y colaboradores [55] obtienen resultados superiores aceptando que las unidades en paralelo no necesariamente deben estar trabajando de la misma manera para todos los productos, hipótesis que no contempla la formulación utilizada. Las ventajas de esta alternativa son consecuencia de las especiales características del problema, que no son frecuentes en la práctica industrial⁵.

De todas formas, la formulación descrita en [28] y [55] todavía puede generalizarse más, ya que impone que las unidades en paralelo fuera de fase asignadas a una misma tarea deben tener la misma capacidad global. Introduciendo nuevas variables dentro de la formulación, que permitan identificar la mejor forma de operar para cada producto (hasta ahora las variables m_j^o y m_j^i solamente dependían de la etapa, por lo que ahora deberán considerarse m_{ij}^o y m_{ij}^i con la restricción adicional de que $m_{ij}^o \cdot m_{ij}^i$ debe ser constante para todos los productos), el procedimiento propuesto identifica esta nueva situación y consigue mejorar los resultados indicados en [28] y [55], al considerar la posibilidad de introducir unidades no idénticas en paralelo fuera de fase (lo cual, como se ha indicado, equivale a trabajar con un tamaño de lote intermedio, si éstas son las

⁵Tanto los tiempos de ciclo como los factores de capacidad son muy diferentes de un producto a otro, y las diferencias no son regulares, por lo que un mismo equipo puede ser claramente limitante de tiempo de ciclo para cierto producto (y no afectar al tamaño de lote), y claramente limitante de tamaño de lote para otro producto (sin afectar al tiempo de ciclo).

unidades limitantes del tamaño de lote de algún producto B_i).

3.7. Almacenaje intermedio

La introducción de equipos de almacenaje intermedio dentro de una línea de producción puede dar lugar a una reducción importante en los costes de inversión necesarios, aumentando simultáneamente la flexibilidad de la instalación obtenida al facilitar la eliminación de etapas limitantes, disminuir los tiempos muertos, suavizar los efectos de variaciones en los parámetros de proceso y de fallos en la operación de los equipos, y asegurar una calidad de producto uniforme entre diferentes lotes.

Sin embargo, tanto la selección del lugar apropiado dentro de la secuencia de tareas para introducir los equipos de almacenaje como el cálculo de la capacidad más adecuada para dichos equipos pueden ser tareas muy complejas, ya que su presencia también presenta inconvenientes, entre los que cabe destacar:

- Las distorsiones causadas al propio proceso productivo. Por ejemplo, en algunas ocasiones la inestabilidad de los productos intermedios limitará el tiempo durante el que éstos pueden ser almacenados.
- Consideraciones referentes a la seguridad de la planta y del entorno. Se deberá evitar la acumulación de materiales potencialmente peligrosos.
- Consideraciones económicas:
 - Coste de los equipos de almacenaje propiamente dichos y de las instalaciones auxiliares para controlar y mantener el producto intermedio en condiciones.
 - Coste del material inmovilizado en los equipos (inventario de productos intermedios).
 - Coste de los procesos de limpieza y mantenimiento que periódicamente deben realizarse, tanto por lo que respecta a los materiales empleados como al tiempo requerido para ello.
 - Coste de los procesos de carga y descarga de los equipos de almacenaje y del tiempo requerido para ello.
 - Coste del espacio ocupado por los equipos adicionales.
 - Coste asociado a la mayor complejidad de la planta, que puede provocar, por ejemplo, una mayor frecuencia de errores de operación (contaminaciones o degradación de productos intermedios).

Por ello, la incorporación de equipos de almacenaje se convierte en una decisión que debe ser evaluada cuidadosamente durante el diseño preliminar.

3.7.1. Definición del problema

El análisis de la forma de producción de una determinada planta, utilizando por ejemplo estrategias de planificación de la producción como las que se indicarán en el capítulo siguiente, puede sugerir la incorporación de equipos de almacenaje para aumentar la eficacia en la operación de otros equipos. Además, como ya se ha indicado, existen situaciones en las que la introducción de equipos de almacenaje en determinados puntos de la secuencia de tareas puede obedecer a motivos que no se han considerado de forma específica en el análisis que se presenta (calidad, seguridad, protección del medio ambiente, etc.). En estos casos, la decisión de introducir tales equipos vendrá dada por el propio proceso, pasando las consideraciones económicas a un segundo plano. Sin embargo, considerando solamente el problema de síntesis y dimensionamiento, la función básica de un equipo de almacenaje consiste en desacoplar trenes de producción, de forma que cada uno de los trenes creados pueda operar con su propio tamaño de lote y tiempo de ciclo. En esta sección se desarrollarán y analizarán procedimientos para tomar decisiones referentes a la instalación de equipos de almacenaje intermedio en una planta discontinua multiproducto en operación discontinua, considerando únicamente las ventajas derivadas de esta última función.

En general, se pueden distinguir tres situaciones:

1. Las etapas de almacenaje forman parte de la receta, como si fueran una etapa más del proceso productivo. Este es el caso que se da al introducir tiempos de espera para permitir la reutilización de un equipo (figura 2.7).
2. Las etapas de almacenaje no forman parte de la receta, y su tratamiento debe ser diferente al del resto de etapas de proceso ya que se pierde el concepto de *lote*. De todas formas, solamente se contempla un único lugar de almacenaje para todos los productos dentro de la receta general.
3. La localización de las etapas de almacenaje dentro de la secuencia de tareas a realizar puede ser diferente para cada producto.

En el primer caso, la presencia de este almacenaje puede no incluirse en el planteamiento del problema, ya que las hipótesis aplicables a cualquier equipo también se cumplen para los equipos de almacenaje (solamente hay un lote de producto en el equipo y el tiempo que este lote permanece en el equipo es un dato de la receta). El equipo de almacenaje no se utiliza para desacoplar diferentes partes de la red de proceso. En esta situación se encuentra el ejemplo planteado originalmente por Robinson y Loonkar [87] y comentado en la sección 3.8.1.

El segundo caso identifica una situación bastante frecuente, dadas las características de las plantas multiproducto: en un determinado punto del proceso se utiliza algún equipo que presenta un tamaño de lote mucho menor (o mucho mayor) al resto. Esta

situación es la que ocurre frecuentemente, por ejemplo, en una unidad de empaquetado, ya que el lote de venta suele ser mucho menor que el lote de fabricación.

Dado que en el caso multiproducto se comparte la misma red de proceso para todos los productos, lo más frecuente es que esta variación en el tamaño de lote sea también común para todos los productos. Por ello, el problema que se plantea consiste en identificar los lugares adecuados para introducir los equipos de almacenaje y en diseñar cada uno de los trenes o subredes de proceso, teniendo en cuenta las relaciones que se establecerán entre ellos. Una vez decididos estos lugares, todas las variables que dependían del producto pasarán a depender además de la zona de trabajo o tren (tal es el caso del tamaño de lote y del tiempo de ciclo).

El tercer caso, por último, permite introducir un elemento de flexibilidad adicional: el equipo de almacenaje se puede utilizar donde se crea oportuno para realizar el desacoplamiento en subredes de producción, con lo que esta división en subredes puede ser función del producto que se esté elaborando en cada momento. Esta formulación general del problema (determinación de las cantidades y tamaños óptimos de los equipos de proceso, y del número, tamaño y situación para cada producto de los equipos de almacenaje) requiere la utilización de variables de localización del tipo:

$$X_{ijz} = \begin{cases} 1 & \text{si la etapa } j \text{ del producto } i \text{ está en el tren } z \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (3.34)$$

La rigidez en la estructura de la red de proceso propia de las plantas multiproducto y el hecho de que, en general, los productos a fabricar suelen ser muy parecidos⁶, justifican la escasa frecuencia de este caso en situaciones industriales. De hecho, este caso no encaja dentro de una situación multiproducto, ya que implica decisiones sobre la localización de una de las etapas del proceso.

Evidentemente, existen otras posibilidades que, en determinadas ocasiones, pueden permitir aumentos de productividad ligados a la utilización de equipos de almacenaje intermedio⁷, pero las ventajas a obtener están ligadas a decisiones de planificación y no han sido contempladas en este estudio.

3.7.2. Antecedentes

El problema de localización y cálculo de capacidad de los equipos de almacenaje intermedio, y su influencia en el coste global de la planta, ha sido analizado bajo diferentes condiciones e hipótesis en diversos estudios. Entre éstos, se ha creído adecuado

⁶Esta rigidez suele tener su origen en la propia etapa de diseño, donde probablemente se ha contemplado la producción de un producto o de productos muy similares.

⁷Por ejemplo, es posible compartir equipos de almacenaje entre varias zonas de la planta (y por tanto, entre varios productos intermedios) durante la elaboración de un mismo producto, modificando la asignación de productos intermedios a los equipos de almacenaje en función del grado de ocupación de los mismos.

destacar los siguientes:

- Uno de los primeros trabajos donde se analiza el efecto de los equipos de almacenaje en plantas químicas discontinuas fue publicado por Takamatsu y colaboradores [98] en 1979. El análisis se centra en los efectos de la programación de operaciones sobre el cálculo de los tamaños mínimos necesarios en los equipos de almacenaje que se debían situar antes y después de una sección que trabaja de forma discontinua dentro de una línea de producción continua.
- En [97] y [99], los mismos autores proponen una combinación de programación dinámica y procedimientos de búsqueda directa para determinar el lugar más adecuado para instalar equipos de almacenaje intermedio en el caso de producto único con tiempos de ciclo constantes, optimizando también su tamaño. El procedimiento permite, además, estudiar los efectos de posibles variaciones en los parámetros del proceso y modificar las decisiones referentes a dicho almacenaje para mitigar estos efectos.
- La utilización de equipos de almacenaje para mitigar el efecto de fallos de equipo o de otras variaciones en la red de proceso ha sido también analizada en profundidad por otros autores, como Lee y Reklaitis [55] y Karimi y Reklaitis [42, 43, 44].
- Karimi y Reklaitis, en [40] y [41], habían llegado a desarrollar previamente relaciones entre el tamaño óptimo (mínimo) de los equipos de almacenaje necesarios en un proceso discontinuo periódico, mostrando que este tamaño es una función discontinua de los tiempos de llenado y vaciado y de los tamaños de lote y tiempos de proceso de los equipos discontinuos anteriores y posteriores, valores que a su vez dependen de las capacidades del resto de los equipos. La expresión general a la que se llega es también función del retraso relativo con que operan las diferentes zonas de trabajo (sincronización).
- Suponiendo que el coste de almacenaje intermedio es despreciable frente al coste de equipos de proceso (dado este último por la ecuación (3.11)) y si no se consideran los tiempos de llenado y vaciado de los equipos de almacenaje, Yeh y Reklaitis [109] concluyen que la solución ideal consiste en introducir tantos equipos de almacenaje como sea posible: el coste mínimo con N posiciones de almacenaje es menor o igual que el coste mínimo con $N - 1$ posiciones de almacenaje ya que este último es un caso particular del primero.

Por otra parte, por el mismo motivo, el coste mínimo en el caso de que se permita modificar las posiciones de almacenaje en función del producto es menor o igual que el coste mínimo si las posiciones de almacenaje deben ser las mismas para todos los productos.

- Modi y Karimi [60] presentan un procedimiento heurístico para calcular la capacidad óptima de los equipos en plantas multiproducto con almacenaje intermedio, teniendo en cuenta los costes asociados a los equipos adicionales necesarios.

El procedimiento propuesto se basa en un sistema que permite calcular los equipos necesarios para conseguir unas determinadas productividades. En una primera fase se utiliza este sistema para calcular una solución inicial factible en la que todas las productividades son iguales y, a continuación, comienza un proceso de búsqueda que ajusta una a una dichas productividades de forma que se obtengan soluciones con menores costes de inversión. El procedimiento asume que se conoce la localización deseada de los equipos de almacenaje, sin plantearse la rentabilidad de la decisión de introducirlos.

- Henning y colaboradores muestran en [34] una estrategia de diseño de plantas multipropósito, utilizando sistemas de almacenaje intermedio para romper líneas de producción hasta obtener fragmentos con un mínimo número de equipos en los que puedan realizarse simultáneamente varios productos, consiguiendo de esta forma un aprovechamiento máximo de dichos equipos.

3.7.3. Planteamiento del problema

El objetivo de esta sección consiste en abordar la introducción de equipos de almacenaje intermedio (determinación del número y dimensiones óptimos de estos equipos) dentro del problema de síntesis y dimensionamiento de una red de proceso multiproducto.

Dadas las características de la inmensa mayoría de situaciones industriales, se considerará que los equipos de almacenaje están localizados en el mismo sitio para todos los productos. Ello permitirá una simplificación muy importante desde el punto de vista del tratamiento matemático, sin restringir apreciablemente, dentro del entorno multiproducto, el conjunto de casos prácticos donde las soluciones obtenidas serán aplicables.

Para juzgar la conveniencia de introducir nuevos equipos de almacenaje y determinar, por tanto, el número óptimo de los mismos, se deberán tener en cuenta los costes de los equipos de almacenaje y de los equipos auxiliares, así como los tiempos requeridos para las operaciones de llenado y vaciado asociadas al almacenaje. De lo contrario, la solución óptima sería introducir tantos equipos de almacenaje como sea posible, como se demuestra en [109].

El problema así planteado presentará una formulación idéntica a la descrita en la sección 3.5, teniendo en cuenta que:

- Tanto los tamaños de lote como los tiempos de ciclo de cada producto serán, además, función del tren del que se esté hablando en cada momento.
- Existe una restricción adicional para cada tren y producto, referente al balance de flujo en estado estacionario. Este balance implica que la capacidad de producción

para cada producto i en cualquier par de trenes u y d debe ser la misma.

$$\left[\frac{B_i}{T_i} \right]^u = \left[\frac{B_i}{T_i} \right]^d \quad i = 1, \dots, N \quad (3.35)$$

Si se prescindiera de esta restricción, podrían darse dos situaciones:

- En estado estacionario se requeriría una capacidad de almacenaje infinita para compensar la diferencia de productividades que pudieran existir a ambos lados de un equipo de almacenaje.
- Aún trabajando con campañas de poca longitud, una zona de la planta podría estar realizando un producto mientras la anterior ya habría pasado a realizar el siguiente, por lo que sería necesario almacenar en el mismo equipo dos productos intermedios diferentes.

Por tanto, a menos que se disponga de un número suficiente de equipos de almacenaje intermedio para mantener cantidades arbitrariamente grandes de un número arbitrario de productos (UIS), los diferentes trenes deben cumplir (3.35), ya sea por limitaciones en la capacidad de los equipos o ya sea forzando a alguno de los trenes a trabajar por debajo de su capacidad.

Minimizando los costes de los diferentes trenes individuales solo se consigue la minimización del coste global de la planta si todos los productos son idénticos en cuanto a factores de tamaño y tiempos de proceso. En caso contrario, las productividades máximas de cada producto calculadas para cada tren diferirán, por lo que, para cumplir con las restricciones de productividad (3.35), se deberán reducir a los valores mínimos aceptados en todos los trenes. Dado que para calcular las capacidades óptimas de los equipos en cada tren se ha anulado el tiempo sobrante SP trabajando a la máxima velocidad de producción, cuando alguna productividad deba reducirse en algún tren la solución obtenida dejará de ser viable (el tiempo total necesario en este tren se prolongará por encima del horizonte de tiempo disponible), salvo en el caso de que alguna de las restricciones de capacidad mínima se encuentre activa.

Siguiendo con el mismo razonamiento, si la productividad $[B_i/T_i]^z$ debe ser la misma en todos los trenes z de la red, es evidente que cada uno de estos trenes deberá invertir el mismo tiempo en el producto i , según la relación (3.22):

$$H_i = \frac{B_i}{T_i} \cdot Q_i \quad (3.36)$$

Por tanto, el problema acaba siendo fundamentalmente el mismo: determinar la división más adecuada del horizonte de tiempo H entre cada uno de los productos a elaborar (o, lo que es lo mismo, la distribución óptima de productividades [60]).

3.7.4. Localización de la situación óptima

Aunque con los medios de cálculo actuales sería posible realizar una lista exhaustiva de las situaciones factibles⁸ y aplicar a cada una de ellas los procedimientos que se describirán en el punto 3.7.5, la colocación de equipos de almacenaje intermedio obedece a objetivos muy específicos, por lo que es relativamente sencillo identificar los puntos de la red de proceso que permitirán aprovechar mejor la presencia de equipos de almacenaje intermedio.

La introducción de equipos de almacenaje intermedio en un sistema discontinuo consigue que otros equipos de proceso trabajen con un mayor nivel de productividad, reduciendo los tiempos muertos originados por las diferencias entre los tiempos de operación de los diferentes equipos. De esta ganancia de tiempo se espera una reducción en el tamaño de los equipos no limitantes, al haber desacoplado su producción de la de los limitantes.

Por ello, serán localizaciones especialmente adecuadas las inmediatamente anteriores o posteriores a las de los equipos limitantes de tiempo de ciclo, o bien aquellas que se encuentren entre dos equipos con tiempos de proceso muy diferentes. En cambio, no será razonable introducir equipos de almacenaje intermedio entre dos etapas semicontinuas, a menos que existan consideraciones técnicas que obliguen a diseñarlas con productividades muy diferentes (por ejemplo, cuando el producto a la salida de un subtren semicontinuo se debe dosificar durante todo el tiempo de operación de la siguiente etapa discontinua: sin el desacoplamiento introducido por un equipo de almacenaje intermedio, el equipo discontinuo anterior estaría ocupado también durante este tiempo, cuando podría estar trabajando en el siguiente lote).

La localización óptima del almacenaje intermedio implica maximizar la rentabilidad de la inversión en equipos de almacenaje, en términos de reducción de tiempo de producción por coste unitario invertido. La siguiente estrategia, basada en el mismo principio que la que se ha desarrollado para determinar las modificaciones que conduzcan a una inversión óptima en equipos de proceso (apartado 3.5.3), obtiene resultados correctos en todos los casos comprobados, teniendo en cuenta el coste de los equipos adicionales necesarios. El procedimiento es el siguiente [23]:

1. Realizar un prediseño de la planta sin introducir equipos de almacenaje intermedio (para ello puede utilizarse la estrategia descrita en el apartado 3.5.3).
2. Determinar todas las localizaciones factibles (por ejemplo, no serán factibles las situaciones en las que el producto intermedio a almacenar sea inestable). A efectos de este estudio, se considerará que esta información ha sido determinada previamente.

⁸En una situación de diseño preliminar, el tiempo de respuesta no es crítico.

3. Para cada situación factible, estudiar por separado cada una de las zonas en las que quedará dividida la línea de producción al instalar los equipos de almacenaje, estimando para cada producto los tiempos de ciclo y tamaños de lote que se obtendrían en cada zona. Se propone realizar esta estimación a partir de los tamaños de equipo obtenidos en el paso 1, pero considerando el mínimo número de equipos en paralelo posible (la instalación de equipos en paralelo también permite obtener ahorros de tiempo, por lo que enmascara la conveniencia de introducir sistemas de almacenaje intermedio).
4. Con los resultados del paso anterior, calcular el tiempo necesario para fabricar cada producto en cada zona, según indica la expresión (3.36). Calcular el máximo de estos tiempos para cada producto y calcular el tiempo libre en cada zona, sumando las diferencias entre los tiempos de proceso necesarios en esa zona y sus respectivos máximos. Sumando los tiempos libres de todas las zonas se obtendrá un indicador de las ganancias potenciales de tiempo para la situación de almacenaje estudiada.
5. Estimar el coste adicional debido a la instalación del sistema de almacenaje. Habitualmente, este coste se calculará a partir de la capacidad necesaria, mediante una relación exponencial como la (2.15). A su vez, para estimar la capacidad necesaria se considerará que la utilización de estos equipos implica almacenar, como mínimo, un lote de la zona anterior o un lote de la zona posterior (como se verá más adelante, los tiempos de transferencia pueden modificar ligeramente estas necesidades de capacidad), por lo que, para las capacidades de los equipos calculadas en el paso 1, el tamaño mínimo necesario del sistema de almacenaje se podrá calcular según:

$$V_s = \max_{i=1, \dots, M} \{S_{i,s} \cdot \max\{B_i^u, B_i^d\}\} \quad (3.37)$$

Si el equipo de almacenaje cumple adecuadamente su función, una vez instalado permitirá reducir el tamaño de lote de los diferentes productos en la zona que no limitaba su tiempo de ciclo. En la zona adyacente, en cambio, el tamaño de lote deberá permanecer prácticamente constante a fin de no reducir excesivamente la productividad. Teniendo en cuenta estas consideraciones, la expresión anterior se ha transformado para indicar que, para cada producto, el sistema de almacenaje deberá tener capacidad suficiente para mantener el tamaño de lote correspondiente a la zona limitante del tiempo de ciclo de dicho producto. En general, este tamaño de lote suele ser el mínimo de entre todos los calculados para las diferentes zonas de la planta, por lo que finalmente se llega a la expresión:

$$V_s = \max_{i=1, \dots, M} \{S_{i,s} \cdot \min\{B_i^u, B_i^d\}\} \quad (3.38)$$

La presencia de grupos de equipos en paralelo fuera de fase en la etapa limitante puede permitir reducciones en el tamaño de lote y conducir, por tanto, a menores

necesidades de almacenaje. En todo caso, calcular la capacidad mínima del equipo de almacenaje de esta forma, sin considerar la existencia de equipos en paralelo, es coherente con el ahorro de tiempo calculado en el paso anterior.

6. Determinar, para cada situación, la relación entre el coste necesario y el tiempo de proceso ahorrado. La situación óptima será la que presente el valor mínimo para esta relación.

Estos cálculos quedan ilustrados en el ejemplo descrito en la sección 3.8.3 (tablas 3.11 y 3.12).

Los criterios indicados no cuantifican la reducción del coste respecto a la situación original, ni el cálculo de las capacidades óptimas de todos los equipos de la planta contemplando las restricciones impuestas por el almacenaje. Por ello, los resultados obtenidos deberán considerarse como una lista ordenada de las situaciones potencialmente más interesantes, que deberán ser consideradas individualmente antes de tomar la decisión final.

En todo caso, la idoneidad de las localizaciones seleccionadas debe quedar matizada por aspectos técnicos o de funcionamiento, como la estabilidad de los productos a almacenar, su facilidad de manejo o su peligrosidad, la necesidad de instalar otros equipos adicionales, los tiempos adicionales requeridos o la posibilidad de compensar desviaciones de calidad en el proceso. La decisión final deberá basarse en la evaluación de todos estos factores frente a las ventajas que implica una utilización más eficiente de los equipos.

Una vez determinado un punto de la red de proceso donde se desea introducir un equipo de almacenaje, en la sección 3.7.7 se indica una estrategia basada en el procedimiento descrito en 3.5.3 para calcular las capacidades óptimas de los equipos de proceso en cada una de las subplantas en las que ha quedado dividida la planta original, teniendo en cuenta las restricciones de productividad (3.35). Para ello se considerará, si es necesario, el tiempo y el coste de las unidades de llenado y vaciado de los sistemas de almacenaje, por lo que previamente debe conocerse la capacidad de almacenaje necesaria en función de las condiciones de trabajo.

3.7.5. Cálculo de la capacidad de los equipos de almacenaje intermedio

Supóngase que un equipo de almacenaje divide una planta multiproducto existente en dos trenes o zonas de trabajo, Z^u y Z^d . Conocidas las capacidades de los equipos disponibles, será posible calcular para cada una de las zonas el tamaño de lote máximo para cada producto, B_i^u y B_i^d , y su tiempo de ciclo limitante T_i^u y T_i^d . Estos valores no tienen por qué cumplir la relación de productividades (3.35) por lo que, tal y como se ha indicado al plantear el problema de almacenaje intermedio, se deberán corregir

disminuyendo la productividad mayor para adaptarla a la menor.

Ajustadas las productividades, si la relación de tamaños de lote entre ambas zonas (B_i^u/B_i^d) es un valor entero, N_s , el equipo de almacenaje estará en las mismas condiciones iniciales cada N_s ciclos, y bastará con disponer de una capacidad de almacenaje suficiente como para mantener durante un cierto tiempo el máximo de estas dos cantidades, teniendo en cuenta el factor de tamaño correspondiente S_{is} :

$$B_i^u = \min_{j \in Z^u} \frac{m_j^i \cdot V_j}{S_{ij}} \quad (3.39)$$

$$B_i^d = \min_{j \in Z^d} \frac{m_j^i \cdot V_j}{S_{ij}} \quad (3.40)$$

y finalmente se obtiene de nuevo la expresión (3.37), aunque esta vez referida a los tamaños de lote calculados a partir de los equipos realmente instalados, después de considerar la presencia de los tanques de almacenaje:

$$V_s = \max_{i=1, \dots, M} \{S_{is} \cdot \max\{B_i^u, B_i^d\}\}$$

Por lo que respecta a la determinación del tamaño del equipo de almacenaje mínimo necesario, éstas serían las condiciones de trabajo ideales. Si la relación de tamaños de lote no es entera, el desfase necesario con el que deben trabajar las dos zonas puede provocar que, en una situación límite, sea preciso mantener en el equipo de almacenaje, durante un mínimo espacio de tiempo, un lote de cada zona. Por tanto, la capacidad mínima necesaria será:

$$V_s = \max_{i=1, \dots, M} \{S_{is} \cdot (B_i^u + B_i^d)\} \quad (3.41)$$

Por último, si los tiempos necesarios para las transferencias de material a/desde los equipos de almacenaje θ_i^{su} y θ_i^{sd} no son despreciables, de las expresiones presentadas por Karimi y Reklaitis en [41] se llega a la conclusión de que, en el peor de los casos, la capacidad mínima necesaria del sistema de almacenaje se puede calcular según:

$$V_s = S_{is} \left\{ B_i^u \left(1 - \frac{\theta_i^{su}}{t_i^u} \right) + B_i^d \left(1 - \frac{\theta_i^{sd}}{t_i^d} \right) \right\} \quad (3.42)$$

donde t_i^u se refiere al tiempo total de proceso en la unidad discontinua inmediatamente anterior al equipo de almacenaje, y t_i^d a correspondiente a la unidad inmediatamente posterior.

Se puede comprobar que las relaciones más sencillas, como es el caso de la (3.41), provocan excesos de capacidad que pueden llegar a un 30% o más sobre la capacidad realmente necesaria, pero relaciones más complejas, como la (3.42) también pueden provocar excesos importantes. De todas formas, el disponer de una cierta capacidad de

almacenaje intermedio libre permite una mayor flexibilidad en la producción y mejora la capacidad de respuesta frente a situaciones imprevistas, pero en cualquier caso, esta capacidad adicional debe ser consecuencia de una decisión de diseño, y no de una simplificación de cálculo.

En cualquier caso, la capacidad de almacenaje necesaria dependerá también del lugar donde se hayan situado otros equipos de almacenaje, si existen, ya que el objetivo del almacenaje es precisamente el modificar los tamaños y tiempos de ciclo limitantes.

3.7.6. Coste del almacenaje

Al diseñar un sistema de cálculo de capacidades aplicable en presencia de equipos de almacenaje intermedio, se han tenido en cuenta dos consideraciones adicionales que suelen ser aplicables en la mayoría de los casos industriales:

1. El coste unitario de los equipos de almacenaje suele ser menor que el de los equipos de proceso, ya que en caso contrario se introduciría un equipo de proceso como almacenaje. Por tanto, la optimización de su tamaño pasa a un segundo plano.
2. Para una determinada capacidad global de producción, los tiempos de ciclo en cada zona T_i^z variarán dentro de un rango relativamente pequeño durante del proceso de optimización. Al ser aplicables las restricciones de productividad (3.35), los tamaños de lote B_i^z tampoco sufrirán grandes variaciones. Por tanto, dado que la capacidad necesaria para los equipos de almacenaje depende básicamente de los tamaños de lote de las zonas que conecta, esta capacidad no sufrirá modificaciones importantes durante la optimización de las dimensiones de las diferentes subplantas, y su coste será prácticamente constante.

En consecuencia, se ha optado por no contemplar el coste de los equipos de almacenaje durante la optimización a nivel de subplanta.

La incorporación de relaciones para calcular la capacidad del almacenaje y su coste dentro de la formulación del problema de diseño, aumentaría enormemente las dificultades de resolución; aún utilizando relaciones aproximadas (límite superior), como la ecuación (3.42) o incluso la (3.41), la relación entre la capacidad del equipo de almacenaje y el ahorro de tiempo es sumamente compleja. Pero además, como se ha indicado al final de la sección anterior, la utilización de relaciones simplificadas conduce a situaciones de sobredimensionamiento difíciles de evaluar, cuyo margen de error es, en la mayoría de los casos, del mismo orden que los cometidos al no considerar el coste del mismo en la formulación de la función objetivo.

Esta simplificación, por tanto, no satisface un planteamiento riguroso del problema, pero es aceptable en la práctica industrial y permite utilizar procedimientos de resolución mucho más sencillos.

3.7.7. Estrategia global de solución

Partiendo del procedimiento general de cálculo de capacidades descrito en la sección 3.5.3, el principal problema consiste en asegurar que la productividad para cada producto sea la misma en todas las zonas. Obviamente, al aplicar esta restricción se generarán tiempos muertos o exceso de capacidad en algunas o todas las zonas de la planta, que quedarán sobredimensionadas para algún producto.

El algoritmo que se propone tiene como objetivo final la corrección de las productividades, replanteando en cada momento el cálculo de cada una de las zonas. Para ello, se utiliza como variable de diseño adicional el tiempo de proceso disponible en cada zona para realizar el total de productos, \mathcal{H}^z , que inicialmente es igual al horizonte de tiempo previsto H y que se va modificando en función de las productividades obtenidas en cada momento [23]. El proceso de optimización, por tanto, consta de los siguientes pasos, esquematizados en la figura 3.4:

1. Inicialización del tiempo de producción disponible en cada zona al horizonte de tiempo especificado $\mathcal{H}^z = H$
2. Cálculo de cada zona de forma independiente, tal y como se ha descrito en la sección 3.5.3, sobre un horizonte de tiempo \mathcal{H}^z
3. Localización de la zona que presenta productividad mínima para cada producto.
4. Determinación de los tiempos de proceso necesarios en cada zona para cubrir la demanda especificada bajo condiciones de productividad mínima. Estos tiempos serán superiores al horizonte de tiempo \mathcal{H}^z a menos que alguno de los equipos involucrados presente una capacidad mínima. Por ello, en general, será necesario añadir un cierto tiempo extra.
5. Corrección del tiempo de producción disponible en cada zona, restando del tiempo disponible el tiempo extra que será necesario bajo condiciones de productividad mínima.
6. Verificación de convergencia. Si el tiempo necesario bajo productividad mínima en cada zona es muy diferente al horizonte de tiempo especificado, volver al paso 2.

El algoritmo se repite para cada uno de los conjuntos de localizaciones seleccionados por el procedimiento indicado en la sección 3.7.4.

En el ejemplo descrito en la sección 3.8.3 se pueden comparar los resultados obtenidos aplicando esta estrategia frente a otros procedimientos de cálculo, mientras que en la sección 3.8.4 se presenta un ejemplo basado en datos reales, que permite comprobar la correcta interacción entre las diferentes partes del algoritmo (cálculo de capacidades, colocación de equipos en paralelo y mantenimiento de las relaciones de productividad entre zonas).

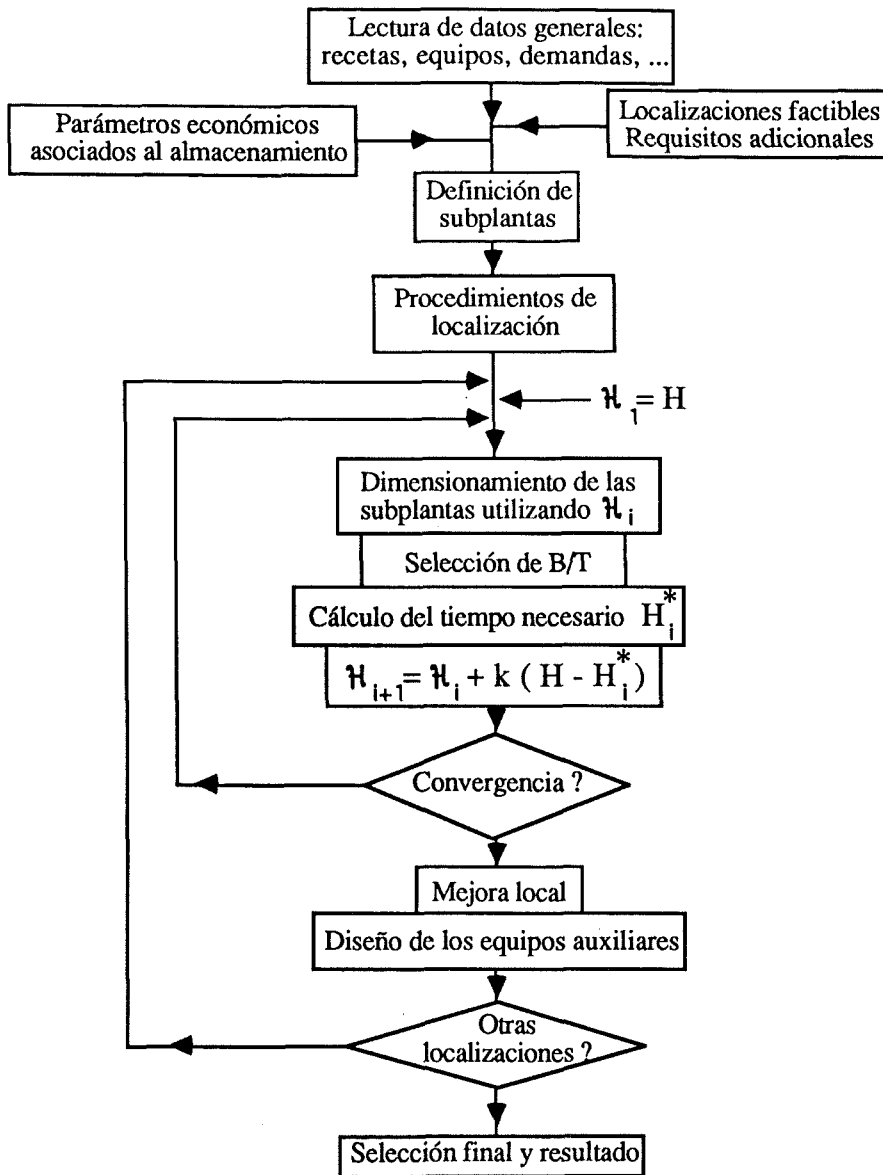


Figura 3.4. Algoritmo de diseño con almacenaje intermedio.

3.7.8. Mejora de la solución obtenida

En condiciones extremas, cuando las zonas en las que queda dividida la planta

por los equipos de almacenaje presentan características de trabajo muy diferentes para cada producto, el algoritmo descrito en la sección anterior puede tener dificultades para llegar a la solución óptima. En estos casos será conveniente aplicar sobre la solución propuesta un análisis adicional.

Dado que el problema de diseño, tanto si hay almacenaje como si no, se reduce a determinar la forma óptima de dividir el horizonte de tiempo global entre todos los productos a cubrir, el procedimiento de análisis propuesto intenta modificar esta división para obtener mejoras de rentabilidad, basándose en relaciones que indican la eficiencia en el uso del tiempo disponible.

A partir de las productividades obtenidas en la planta dimensionada siguiendo el algoritmo anterior, y aplicando los procedimientos de diseño descritos en otras secciones de esta tesis, es posible calcular numéricamente:

- Los aumentos de coste (función objetivo) necesarios para lograr incrementos unitarios en la velocidad de producción de cada producto.
- Los ahorros de tiempo (SP) conseguidos al aplicar dichos incrementos de productividad.

El resultado será un conjunto de *incrementos de coste por unidad de tiempo* referidos al producto sobre el que se desea obtener un aumento de productividad (factores semejantes a los proporcionados por la relación (3.28)).

Basándose en estos factores, se puede decidir aumentar algunas productividades (por ejemplo, la del producto que presente menor incremento de coste por unidad de tiempo) y disminuir otras (por ejemplo, la del producto con mayor relación coste a tiempo), obteniendo ligeras mejoras en la función objetivo.

En la práctica, el algoritmo esquematizado en la figura 3.4 llega fácilmente a la solución óptima en todos los casos “razonables” planteados. Por ello, en la mayoría de situaciones industriales multiproducto donde puede ser adecuado instalar equipos de almacenaje intermedio, mediante este análisis adicional sólo se obtienen mejoras puntuales (dentro del 0,2% de la función objetivo, diferencias achacables a la precisión con que el primer método evalúa la convergencia). La cercanía de la solución queda en estos casos reflejada en el compromiso entre equipos limitantes, que provoca bruscas oscilaciones (discontinuidades) en las relaciones coste/tiempo calculadas. Se ha comprobado, sin embargo, que este procedimiento, aunque es mucho más costoso en términos de recursos de cálculo utilizados, solventa algunas situaciones poco “razonables” que no se resuelven con suficiente precisión por el procedimiento general propuesto en la sección anterior (casos preparados especialmente o donde la localización forzada por el usuario para los equipos de almacenaje intermedio no es adecuada).

3.8. Ejemplos de aplicación

3.8.1. Caso A1. Ejemplo propuesto por Robinson y Loonkar

El ejemplo de aplicación que se comenta a continuación fue propuesto inicialmente por Loonkar y Robinson [87] y ha sido estudiado desde entonces por diferentes autores utilizando distintos procedimientos de resolución. Por ello, a pesar de ser relativamente sencillo, permitirá poner de manifiesto las ventajas de la estrategia empleada y al mismo tiempo comentar las soluciones que se obtienen.

El problema consiste en dimensionar una planta para fabricar tres productos similares. La configuración de la planta y los caminos de producción aparecen en la figura 3.5, donde se puede observar que el camino de producción de los tres productos es el mismo excepto por lo que refiere a los equipos 5 y 6, que no son utilizados durante la elaboración del producto B.

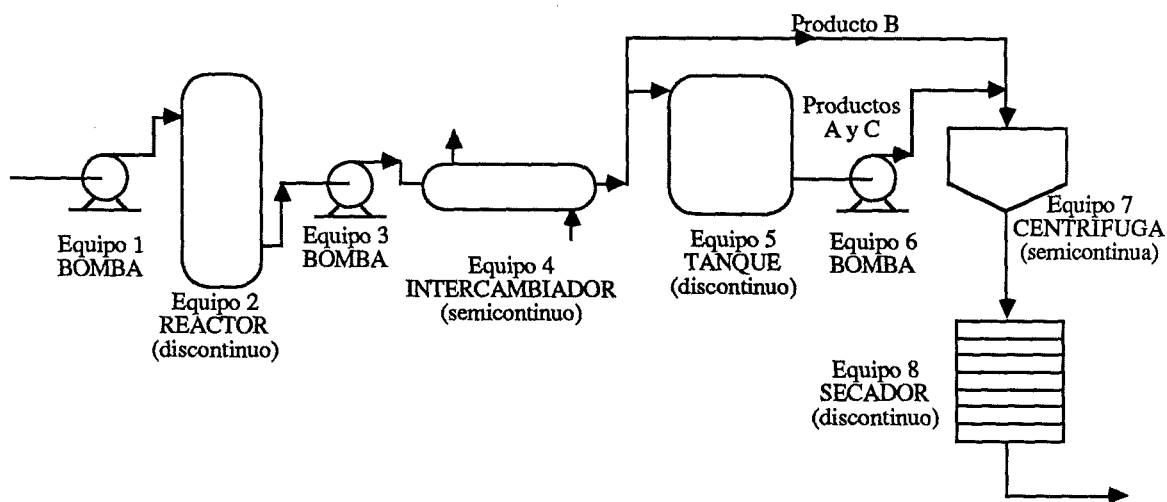


Figura 3.5. Esquema de la planta.

En la tabla 3.1 se encuentran todos los datos necesarios referentes a coste de las unidades a instalar, factores de ocupación y coeficientes para el cálculo de tiempos de proceso. Se ha considerado que las velocidades de proceso de las unidades semicontinuas disponibles en el mercado se encuentran en el rango entre 350 y 1.800 unidades de producto intermedio por unidad de tiempo, mientras que las unidades discontinuas se pueden encontrar en un rango de tamaños que va desde 300 a 2.400 unidades.

Se ha utilizado el algoritmo descrito en la sección 3.5.3 para solucionar este caso. La figura 3.6 muestra gráficamente la evolución de los tamaños de algunas de las unidades durante el proceso iterativo, así como también la evolución del tiempo residual. Los resultados obtenidos se resumen en la tabla 3.2, comparándolos con los obtenidos por

Tabla 3.1. Descripción del problema.

| | | | |
|---------------------|-------------|---------|---------|
| 8 Equipos | 3 Productos | | |
| | Producto | | |
| | A | B | C |
| Producción | 400.000 | 300.000 | 100.000 |
| Horizonte de tiempo | 8.000 | | |

| Coef. de coste | Equipo | | | | | | | |
|-----------------------------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| α_j ó α_k | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| β_j ó β_k | 370 | 592 | 250 | 210 | 582 | 250 | 200 | 1.200 |
| γ_j ó γ_k | 0,22 | 0,65 | 0,40 | 0,62 | 0,39 | 0,40 | 0,85 | 0,52 |
| V_j^{\max} ó R_k^{\max} | 1.800 | 2.400 | 1.800 | 1.800 | 2.400 | 1.800 | 1.800 | 2.400 |
| V_j^{\min} ó R_k^{\min} | 300 | 800 | 300 | 300 | 800 | 300 | 300 | 800 |

| Producto | Fact. Tamaño (eqp. descont.) | | | Fact. Ocupación (eqp. semicont.) | | | | |
|----------|---------------------------------|----------|----------|-------------------------------------|----------|----------|----------|----------|
| | S_{i2} | S_{i5} | S_{i8} | U_{i1} | U_{i3} | U_{i4} | U_{i6} | U_{i7} |
| A | 1,2 | 1,4 | 1,0 | 1,2 | 1,2 | 1,2 | 1,4 | 1,4 |
| B | 1,5 | - | 1,0 | 1,5 | 1,5 | 1,5 | - | 1,5 |
| C | 1,1 | 1,2 | 1,0 | 1,1 | 1,1 | 1,1 | 1,2 | 1,2 |

| Producto | Coef. de cálculo de tiempos de operación (equipos discontinuos) | | | | | | | | |
|----------|--|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | a_{i2} | b_{i2} | c_{i2} | a_{i5} | b_{i5} | c_{i5} | a_{i8} | b_{i8} | c_{i8} |
| A | 3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 4 | 0 | 0 |
| B | 6 | 0 | 0 | - | - | - | 8 | 0 | 0 |
| C | 2 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 4 | 0 | 0 |

otros autores.

Tabla 3.2. Resultados obtenidos en el ejemplo propuesto por Robinson y Loonkar.

| | Punto inicial | Proc. prop. | Heur. [109] | NLP ^(a) [109] |
|--------------------|----------------------|-------------|-------------|--------------------------|
| V_2 | 2.208 | 1.173 | 1.147 | 1.197 |
| V_5 | 2.208 | 1.260 | 1.283 | 1.309 |
| V_8 | 2.208 | 899 | 916 | 935 |
| R_1 | 1.097 | 857 | 773 | 792 |
| R_3 | 1.097 | 423 | 428 | 405 |
| R_4 | 1.097 | 423 | 428 | 405 |
| R_6 | 1.097 | 429 | 428 | 405 |
| R_7 | 1.097 | 423 | 428 | 404 |
| B_A | ^(b) 1.339 | 899 | 808 | 935,0 |
| B_B | ^(b) 1.339 | 782 | 808 | 798,0 |
| B_C | ^(b) 1.339 | 899 | 808 | 935,0 |
| B_A | ^(b) 12,2 | 6,97 | 6,55 | 7,24 |
| B_B | ^(b) 12,2 | 10,77 | 10,74 | 10,96 |
| B_C | ^(b) 12,2 | 6,89 | 6,19 | 7,32 |
| F. Obj. | - | 159.580 | 159.786 | 159.483 |
| CPU ^(c) | - | 2,5 | 9,9 | 142,4 |

^(a) Resultados obtenidos por Yeh y Reklaitis utilizando el paquete GRG2 para resolver el problema no lineal después de realizar una serie de transformaciones exponenciales en las variables, según el procedimiento propuesto por Knopf y colaboradores [45].

^(b) Esta inicialización no se utiliza en el procedimiento propuesto.

^(c) Segundos, en Digital VAX 11/780.

Otros resultados comparativos se pueden observar en la tabla 3.3, donde se comprueba la reducción sustancial conseguida en tiempo de cálculo con la estrategia propuesta. El análisis de los casos realizados pone asimismo de manifiesto que la eficiencia relativa del algoritmo aumenta considerablemente a medida que crece el tamaño del problema.

Es de remarcar que en algunos casos se han obtenido resultados superiores a los indicados por algunos autores utilizando métodos presuntamente más rigurosos y generales. La explicación a esta aparente incoherencia posiblemente resida en las dificultades que encuentran estos métodos generales para proponer mejoras adecuadas en zonas cercanas al óptimo (ver la sección 3.5.1).

Se han realizado una serie de pruebas para estudiar la influencia de la inicialización en la solución obtenida. En general, la solución obtenida depende muy poco de la

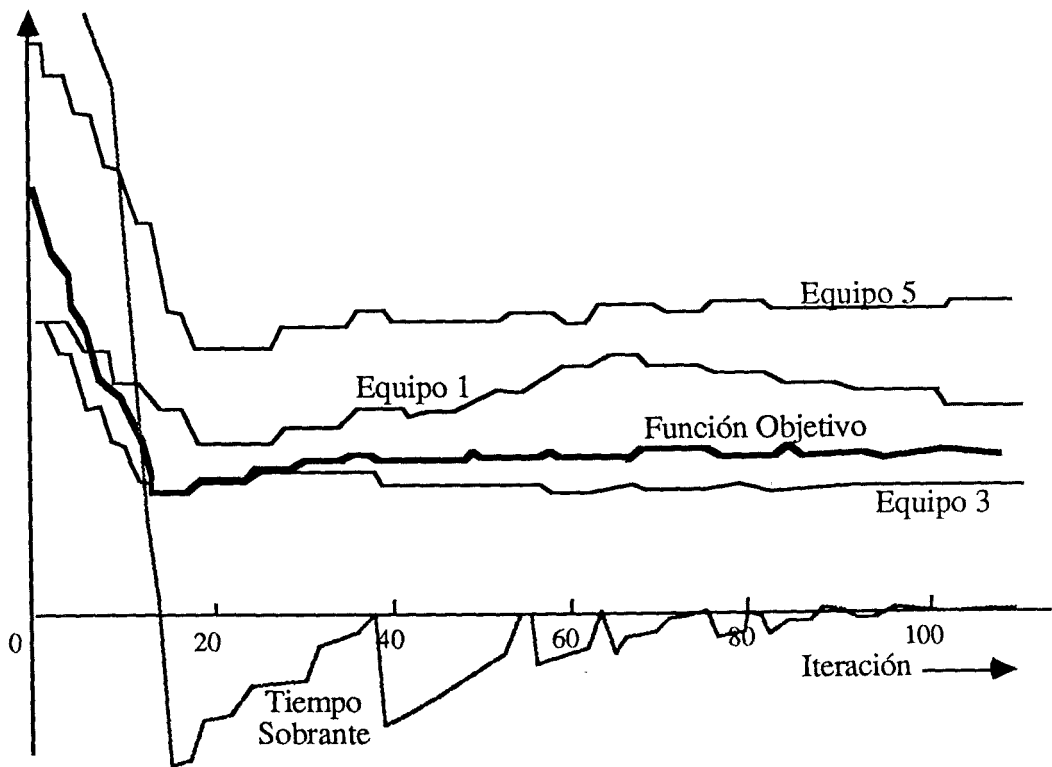


Figura 3.6. Variación de tamaño de algunos equipos, función objetivo y tiempo residual durante el proceso iterativo.

elección del tamaño inicial. Sin embargo, en este caso todos los equipos son restrictivos de tamaños o tiempos y presentan una influencia similar en la inversión necesaria: ello da lugar a que, como se observa en la tabla 3.4, los tamaños de equipo calculados varíen notablemente (dentro de una desviación máxima de un 5%) en función del punto inicial escogido, aunque el valor de la función objetivo resultante sea prácticamente idéntico (dentro de un 0,15% de la solución óptima reportada).

Las diferencias son notables al comparar el tiempo necesario para llegar a la solución, debido fundamentalmente a la falta de coherencia de algunos de los puntos iniciales escogidos, que afecta al proceso de convergencia, como se ha indicado anteriormente (sección 3.5.4). En todo caso, la influencia de la inicialización es muy inferior a la que muestran otros procedimientos más genéricos que, en este tipo de problemas, tienen dificultades para encontrar una solución si no se parte de puntos muy cercanos a la misma.

Tabla 3.3. Resultados comparativos.

| Caso | N. Pr. | N. Eq. | Propuesto | | Heurística [109] | | Mét. Generales | |
|--------------------------|--------|--------|-----------|-----------|------------------|-----------|------------------------|-----------|
| | | | CPU (a) | Fun. Obj. | CPU (a) | Fun. Obj. | CPU | Fun. Obj. |
| Caso original | 3 | 8 | 2,5 | 159.580 | 9,9 | 159.786 | 142,4 ^(a,b) | 159.483 |
| Caso mod. ^(c) | 3 | 8 | 1,7 | 152.008 | 7,7 | 151.977 | 65,1 ^(a,b) | 151.975 |
| P. 1a de [32] | 2 | 3 | 0,6 | 38.500 | ^(d) | 38.521 | ^(e) | 38.500 |
| P. 1b de [32] | 2 | 3 | 0,3 | 30.418 | ^(d) | 30.444 | ^(e) | 30.968 |
| P. 1c de [32] | 2 | 3 | 2,0 | 106.756 | ^(d) | 106.757 | ^(e) | 106.769 |
| P. 15a de [109] | 2 | 4 | 1,5 | 59.992 | ^(d) | 60.015 | - | - |
| P. 15b de [109] | 2 | 3 | 2,1 | 62.661 | ^(d) | 62.684 | - | - |

^(a) Segundos, en Digital VAX 11/780.

^(b) Resultados obtenidos por Yeh y Reklaitis [109] usando el paquete GRG2 para resolver una forma del problema transformada exponencialmente según el procedimiento propuesto por Knopf y colaboradores [45].

^(c) Caso modificado correspondiente a remodelación: se considera que ya se dispone de un equipo adecuado para la segunda tarea discontinua ($V_2 = 1.000$) y para la segunda tarea semicontinua ($R_3 = 500$).

^(d) No indicado por Yeh y Reklaitis [109].

^(e) Resultados obtenidos por Grossmann y Sargent [32] usando métodos de bifurcación y acotación después de resolver el problema no lineal. Los tiempos de CPU mencionados por estos autores están en el rango de 20 a 80 s en un ordenador CDC 6400.

Tabla 3.4. Resultados obtenidos a partir de diferentes puntos iniciales.

| | Pto. Inicial | Result. | Pto. ^(a) Inicial | Result. | Pto. Inicial | Result. | Pto. ^(b) Inicial | Result. |
|--------------------|-----------------|---------|--------------------------------|---------|-----------------|---------|--------------------------------|---------|
| V_2 | 2.000 | 1.178 | 2.400 | 1.147 | 1.000 | 1.163 | 800 | 1.197 |
| V_5 | 2.000 | 1.304 | 2.400 | 1.283 | 1.000 | 1.288 | 800 | 1.309 |
| V_8 | 2.000 | 932 | 2.400 | 916 | 1.000 | 920 | 800 | 935 |
| R_1 | 1.800 | 830 | 1.800 | 773 | 1.000 | 744 | 300 | 792 |
| R_3 | 1.800 | 450 | 1.800 | 428 | 1.000 | 437 | 300 | 405 |
| R_4 | 1.800 | 412 | 1.800 | 428 | 1.000 | 430 | 300 | 405 |
| R_6 | 1.800 | 412 | 1.800 | 428 | 1.000 | 426 | 300 | 405 |
| R_7 | 1.800 | 412 | 1.800 | 428 | 1.000 | 421 | 300 | 404 |
| B_A | | 931,7 | | 916,2 | | 920,0 | | 935,0 |
| B_B | | 785,1 | | 765,3 | | 775,4 | | 798,0 |
| B_C | | 931,7 | | 916,3 | | 920,0 | | 935,0 |
| B_A | | 7,17 | | 7,00 | | 7,06 | | 7,24 |
| B_B | | 10,86 | | 10,68 | | 10,76 | | 10,96 |
| B_C | | 7,20 | | 6,93 | | 6,97 | | 7,32 |
| F. Obj. | | 159.665 | | 159.530 | | 159.708 | | 159.612 |
| CPU ^(c) | | 4,2 | | 1,9 | | 4,6 | | 2,8 |

(a) Valores máximos.

(b) Valores mínimos.

(c) Segundos, en Digital VAX 11/780.

3.8.2. Caso A2. Basado en un ejemplo propuesto por Flatz

El caso que se presenta en esta sección está basado en un problema originalmente propuesto por Flatz en 1980 [27] para ilustrar la utilización de un procedimiento de diseño manual. A partir de este caso se han ido introduciendo modificaciones para ilustrar las dificultades típicas que se encuentran al intentar diseñar y/o remodelar una planta multiproducto. La información publicada originalmente ha sido complementada con datos de mercado para contemplar la influencia de las variables económicas en las decisiones de producción⁹.

a) Caso original (Flatz [27]) ampliado con información de mercado

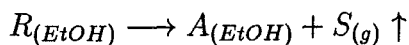
Una determinada empresa desea instalar una nueva serie de equipos que permitan la fabricación y/o tratamiento de algunos de los productos intermedios manufacturados en otras secciones de su planta, situada dentro de un complejo petroquímico. Dadas las necesidades de producción, se decide comenzar inmediatamente por dos de ellos:

Producto A: Actualmente este producto es comprado a diversos suministradores. El coste para la empresa es de 290 u.a./kg, incluyendo transportes y otros gastos de materiales.

Se han realizado una serie de pruebas de laboratorio encaminadas a analizar la viabilidad de la producción en las instalaciones de la empresa. Estas pruebas han permitido elaborar la siguiente receta:

1. 50 g de reactivo R se disuelven en 250 c.c. (197 g) de etanol a temperatura ambiente y mediante agitación. El tiempo de disolución es de una hora aproximadamente.
2. Separadamente, en un reactor de 1.000 c.c. nominales se introducen 250 c.c. de etanol (197 g) y se calientan hasta ebullición.

Durante 3 horas, se deja gotear la solución de R en el reactor mientras se mantiene el etanol hirviendo. Durante la reacción, se desprende S como gas a través de un refrigerante de reflujo. La formación de espuma provoca que el reactor quede totalmente lleno.



3. Finalmente, se enfría la disolución formada hasta 40°C. De ella se pueden separar 25,0 g de producto **A** comercial, con una riqueza 90,7%, que equivalen a 22,7 g de producto **A** puro.

Adicionalmente, se conoce la siguiente información:

⁹El método propuesto en [27] no contemplaba estas variables.

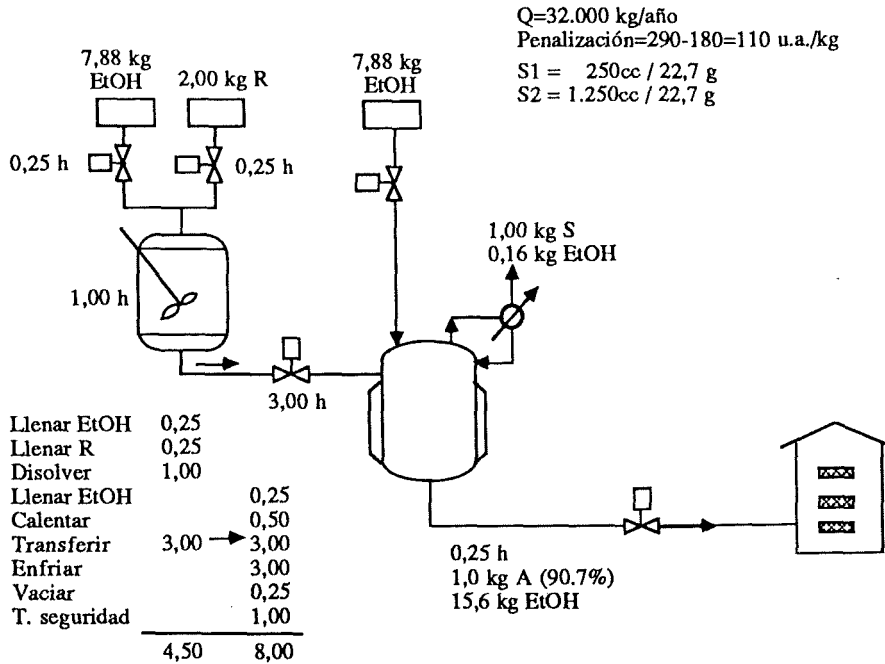


Figura 3.7. Datos correspondientes al producto A.

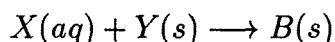
- El producto se utiliza en la planta en disolución de EtOH.
- Medidas de seguridad y protección ambiental: Se deben tomar las precauciones habituales al trabajar con etanol. Debe eliminarse el etanol del gas desprendido.
- En el laboratorio se determinó que el volumen real del reactor de 1.000 c.c. nominales empleado era de 1.250 c.c. (y era este volumen el realmente empleado, puesto que quedaba totalmente lleno de espuma). Debería investigarse en laboratorio o en planta piloto la posibilidad de introducir antiespumantes que no interfieran con el sistema de reacción, o bien utilizar algún método de dispersión mecánica de la espuma. En cualquier caso, se deberían realizar estudios más detallados para determinar la cantidad de espuma formada, puesto que será un factor determinante para el cálculo del reactor necesario.
- Se ha estimado que los costes de elaboración, incluyendo los costes de reactivos (R), mano de obra, energía y servicios generales, almacenajes, etc., pero sin incluir la amortización de los equipos empleados, ascenderán a 180 u.a. por kg.
- En una primera aproximación, se considerará que los factores de tamaño, tiempos de proceso, etc., son directamente extrapolables a una instalación industrial. Esta hipótesis deberá revisarse al realizar el diseño detallado.

Producto B: El producto **B** es elaborado actualmente en otra planta de la misma compañía que se encuentra situada en una zona industrial lejana. Esta segunda planta está al límite de su capacidad de producción.

Dado que una cierta cantidad del **B** actualmente producido se consume también en otras plantas cercanas a la de este estudio, el coste total del transporte de **B** es importante. Además, globalmente existe una cierta demanda de **B** insatisfecha, y el proceso de fabricación es similar al de **A**, por lo que se ha tomado la decisión de producir **B** localmente, intentando utilizar las mismas instalaciones que se construyan para fabricar **A**.

A partir de datos procedentes de la planta que actualmente fabrica **B** se han realizado unos ensayos en planta piloto que han permitido determinar la siguiente receta:

1. Se añaden 100 kg de *X* sobre 100 kg de agua, y se disuelven a temperatura ambiente mediante agitación. El tiempo de disolución es de aproximadamente una hora.
2. Separadamente, se adicionan en un depósito 100 kg de *Y* y 100 kg de agua y se calientan hasta 100°C. Sobre el agua en ebullición se añade la disolución previamente formada, en un tiempo de 0,5 h.



3. A continuación se enfría lentamente hasta 30°C (1,5 horas en planta piloto), obteniéndose 200 kg de **B** comercial en suspensión acuosa. La riqueza del producto obtenido es del 90%, que es suficiente para la mayor parte de sus aplicaciones y para su venta al exterior. De todas formas, existen ciertos incentivos para intentar producir **B** con mayor pureza: por un lado, el producto dedicado a la venta tendría mayor valor; por otra parte, el producto dedicado a consumo propio sería de mayor calidad, por lo que se simplificarían otros procesos posteriores.

Al igual que en el caso anterior, se ha recogido una serie de informaciones adicionales relacionadas con la producción de **B**:

- Medidas de seguridad y de protección ambiental: No existe ningún problema específico.
- El volumen de material sólido en el sistema es considerable y, por otra parte, el calentamiento que se introduce en el proceso provocará expansiones térmicas. Ambos factores deberán tenerse en cuenta al determinar el tamaño de los equipos a utilizar, principalmente en la segunda fase del proceso:
 - En la primera fase (disolución) se puede considerar una densidad mínima de 2.000 kg/m³ en el sistema de reacción.

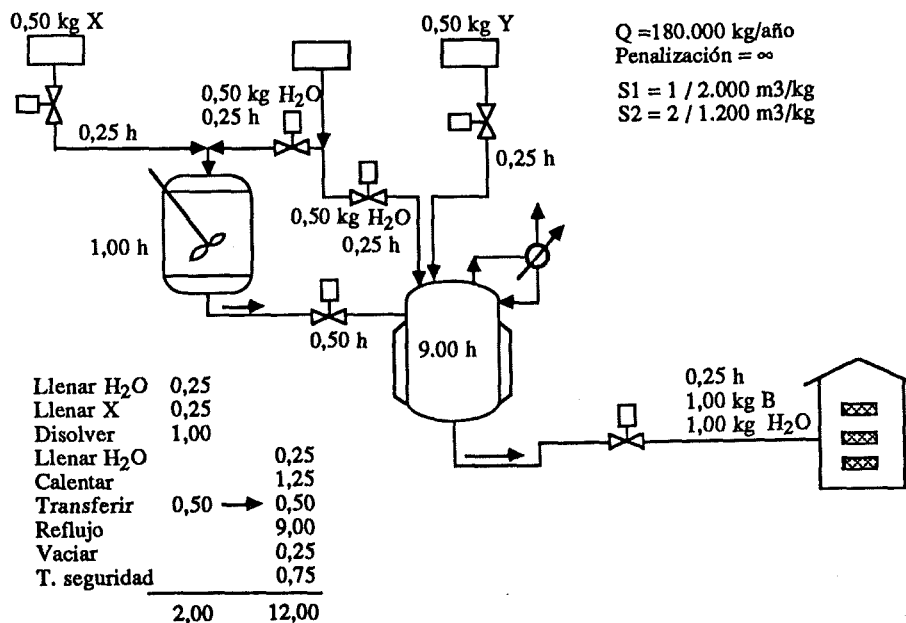


Figura 3.8. Datos correspondientes al producto B.

– A partir de ensayos en planta piloto, y debido a los factores citados, para la segunda fase se utilizará una densidad mínima de 1.200 kg/m^3 .

- Se estima que el coste de producción será el mismo que el de seguir fabricando B en la planta actual, pero la empresa ahorrará los costes de transporte, que ascienden a 15 u.a./kg (los costes de transporte de materias primas no variarán). Además, el aumento de capacidad de producción global de B permitirá a la empresa situarse en una posición preponderante en el mercado respecto a sus competidores. Por tanto, se ha decidido llevar adelante la fabricación de B, independientemente de que sea un producto rentable o no.
- Al igual que con el producto A, se considerará que los datos obtenidos en la planta piloto son directamente extrapolables a una instalación industrial.

Características de operación

- Se desea poder fabricar anualmente 32.000 kg de A puro (o su equivalente en grado comercial) y 180.000 kg de B comercial, idéntico al recibido actualmente.
- Ambas recetas consisten en una etapa de disolución y una etapa de reacción, más los calentamientos, enfriamientos y transvases correspondientes. De las características de las sustancias a tratar y de los procesos descritos, se ha llegado a la conclusión de que ambos productos se pueden realizar utilizando los mismos

equipos. En el equipo 1 se realizará la primera etapa de las dos recetas (disolución previa) y en el equipo 2 se realizarán las etapas de reacción.

- El ritmo de trabajo es de 5 días a la semana, 24 horas diarias.
- Se prevé un periodo de mantenimiento de 4 semanas anuales, simultáneo al del resto de la planta.
- Dadas las características de los productos y la capacidad de almacenaje existente, se prevé realizar 16 cambios anuales de producto, cada uno de los cuales implicará un periodo extra de tiempo para las operaciones de parada, limpieza, mantenimiento preventivo y puesta en marcha de los equipos, que se puede evaluar aproximadamente en media semana por cambio.
- Servicios: se dispone de los servicios generales de la planta, consistentes en vapor a 6 bar y agua de refrigeración a 20°C. No se prevén problemas de capacidad en estos servicios.

Coste de los equipos: La compra e instalación de un equipo adecuado para realizar la primera etapa de cada uno de los productos descritos, dentro del rango de tamaños en los que se deberá trabajar, implicará un coste anualizado que se puede aproximar por la expresión:

$$C_1(u.a.) = 1.500.000 + 500.000 \cdot V(m^3)$$

Para el equipo 2 se asume la ecuación de coste:

$$C_2(u.a.) = 1.400.000 + 600.000 \cdot V(m^3)$$

Solución: Los datos anteriores se pueden resumir a través de las figuras anteriores 3.7 y 3.8, y en la tabla 3.5. El horizonte de tiempo es de 52 semanas de trabajo, de las que se deben eliminar 4 por mantenimiento y 8 por cambios de producto: se dispone finalmente de 40 semanas de 5 días de 24 horas, totalizando 4.800 horas de trabajo.

A partir de dichos datos se llega a los resultados correspondientes a la primera columna de la tabla 3.6, que coinciden con los indicados por Flatz en [27].

El sistema de cálculo propuesto permite además realizar un estudio económico para verificar la oportunidad llevar a cabo la producción de **A** o seguir comprándolo a otros suministradores, como se hace hasta ahora. Las diferentes posibilidades quedan también reflejadas en la misma tabla 3.6:

- Mientras la diferencia entre los costes de producción previstos (supuestos proporcionales) y el coste de comprar **A** al exterior sea superior a las 68 *u.a./kg*, la decisión anterior es correcta, y la inversión realizada quedará compensada por los beneficios previstos.

Tabla 3.5. Datos para el problema propuesto por Flatz.

| | |
|-----------|-------------|
| 2 Equipos | 2 Productos |
|-----------|-------------|

| | Producto | |
|---------------------|-------------|------------|
| | A | B |
| Producción | 32.000 kg | 180.000 kg |
| Penalizaciones | 110 u.a./kg | ∞ |
| Horizonte de tiempo | 4.800 horas | |

| Factores de tamaño | | |
|--------------------|----------|----------|
| Equipo | S_{Aj} | S_{Bj} |
| Equipo 1 | 0,011013 | 0,000500 |
| Equipo 2 | 0,055065 | 0,001667 |

| Tiempos de operación | | |
|----------------------|----------|----------|
| Equipo | t_{Aj} | t_{Bj} |
| Equipo 1 | 4,5 | 8,0 |
| Equipo 2 | 2,0 | 12,0 |

| Factores de coste | | |
|-------------------|-----------|-----------|
| Coef. de coste | Equipo 1 | Equipo 2 |
| α_j | 1.500.000 | 1.400.000 |
| β_j | 500.000 | 600.000 |
| γ_j | 1,00 | 1,00 |
| Límites | Equipo 1 | Equipo 2 |
| Min. | 0,2 | 0,2 |
| Max. | 10,0 | 10,0 |

- Si el ahorro conseguido es inferior a las 56 u.a./kg, los costes fijos derivados de las inversiones realizadas no compensarán este ahorro, y por tanto seguirá siendo aconsejable comprar A en el mercado. Se observa que la planta resultante puede ser mucho menor.
- En una situación intermedia, la solución óptima consiste en fabricar parte de A, aprovechando la capacidad de los equipos a instalar y comprando el resto a precio de mercado.

Por último, estas decisiones deben quedar matizadas por la presencia de otros intereses que suelen tener una incidencia muy difícil de expresar en términos económicos. En un caso como el planteado, deberían considerarse factores como:

- Asegurar el suministro con independencia del mercado.

Tabla 3.6. Diseño óptimo en diferentes situaciones de mercado.

| | Caso | | |
|--------------------|----------------|----------------|----------------|
| | $\beta_A > 68$ | $\beta_A = 60$ | $\beta_A < 56$ |
| $V_1 (m^3)$ | 1,11 | 0,98 | 0,225 |
| $V_2 (m^3)$ | 3,69 | 3,29 | 0,750 |
| $T_A (h)$ | 8,0 | 8,0 | 8,0 |
| $T_B (h)$ | 12,0 | 12,0 | 12,0 |
| $B_A (kg)$ | 67,0 | 59,8 | 13,6 |
| $B_B (kg)$ | 2.211,9 | 1.969,3 | 450,0 |
| $Q_A (kg)$ | 32.000 | 27.694 | 0 |
| $Q_B (kg)$ | 180.000 | 180.000 | 180.000 |
| Equipos (u.a.) | 5.665.200 | 5.369.100 | 3.462.500 |
| Penaliz. (u.a.) | 0 | 258.300 | <1.792.000 |
| F. Obj. (u.a.) | 5.665.200 | 5.627.400 | <5.254.500 |
| CPU ^(a) | 0,30 | 1,24 | 1,06 |

^(a) Segundos, en Digital VAX 11/780.

- Minimizar los tiempos de servicio.
- Previsión de la evolución de mercado:
 - Expectativas de variaciones de precios y costes.
 - Previsión de futuras expansiones de las necesidades de producción.
 - Previsión de futuras expansiones en número de productos.
- Control de calidad.

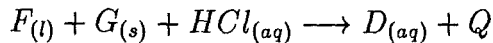
b) Caso modificado-1 (nuevo producto)

Una vez instalados y puestos en funcionamiento los procesos anteriores, se plantea la posibilidad de elaborar otro producto que es utilizado dentro del proceso productivo y que actualmente se compra a otros proveedores.

Producto C: La fabricación de este producto también requiere dos etapas, por lo que es posible que se pueda elaborar utilizando los mismos equipos hasta ahora presentes, mejorando por tanto su utilización. Se han realizado diversas pruebas de laboratorio que han conducido a la siguiente receta:

1. En un reactor adecuado se introducen 1.000 c.c. (1,15 kg) de HCl al 30% en peso (345 g de HCl puro) y 100 g de F (líquido). Comienza la agitación.

2. Se introducen lentamente 55 g de G durante un periodo de una hora. Se produce la siguiente reacción:



El calor de reacción provoca un calentamiento de la disolución hasta los 30°C. Finalmente se obtiene una disolución de pH neutro.

3. La disolución anterior se pasa a la fase de cristalización durante una hora, obteniéndose 500 g de producto C.

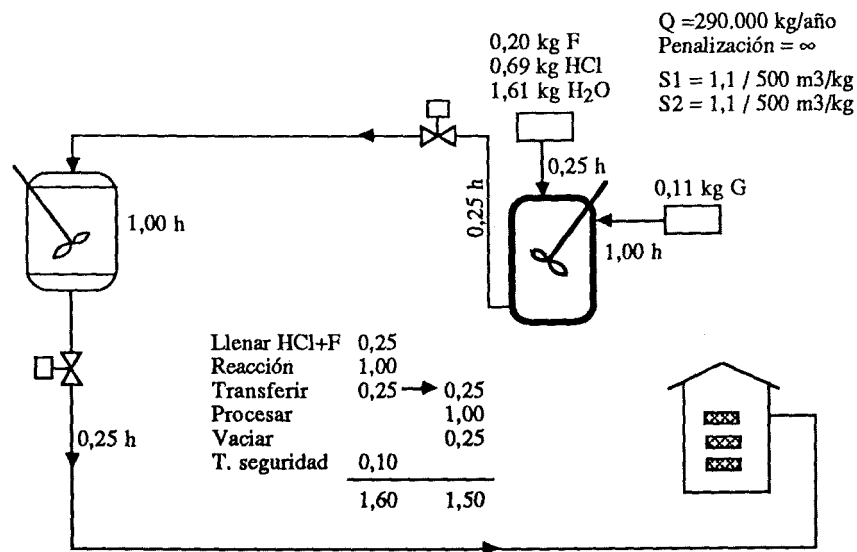


Figura 3.9. Datos correspondientes al producto C.

Como en los casos anteriores, se conocen una serie de datos adicionales:

- Medidas de seguridad y de protección ambiental: Se deben tomar las precauciones adecuadas habituales a la utilización del ácido clorhídrico.
- El consumo actual es de 290.000 kg anuales, que debe ser cubierto en su totalidad para evitar la dependencia de los proveedores externos. Según las estimaciones realizadas, se obtendrá un beneficio adicional respecto a la situación actual de 115 u.a./kg.
- La forma de trabajar (periodo productivo, mantenimientos, limpiezas, etc.) es la misma que en el caso anterior.

A efectos de este estudio, se analizarán tres alternativas:

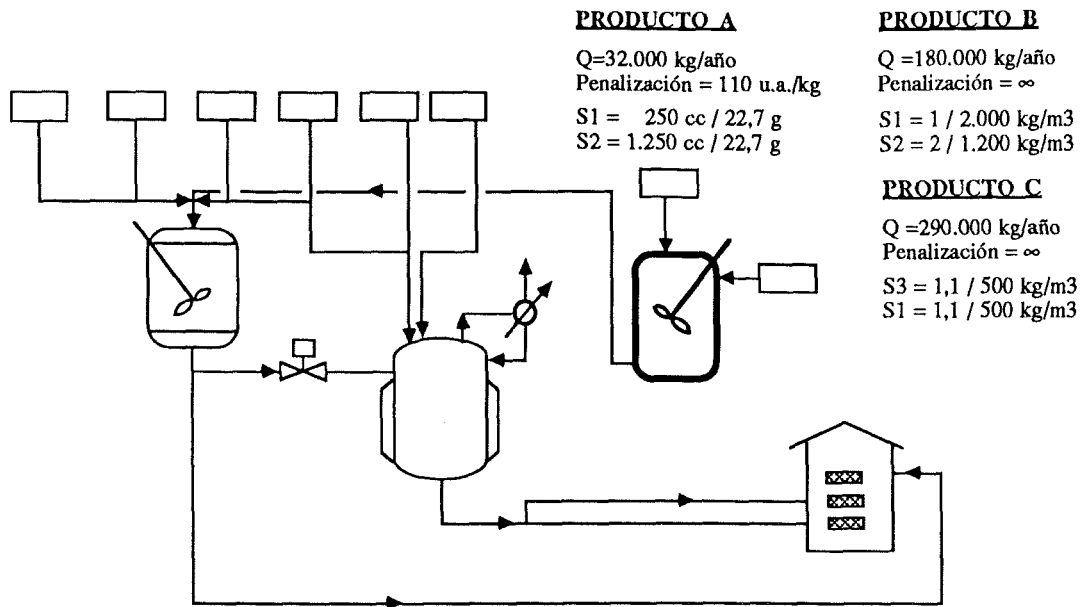


Figura 3.10. Diagrama de flujo considerando los tres productos.

1. Instalar dos equipos nuevos para la fabricación de este producto independientemente de los productos A y B. En este caso, los costes de los equipos serán:

$$C_3(u.a.) = 1.800.000 + 700.000 \cdot V(m^3)$$

$$C_4(u.a.) = 1.500.000 + 500.000 \cdot V(m^3)$$

2. Realizar el proceso de cristalización en el equipo 1 de la sección ya calculada, tomando para los equipos 1 y 2 las capacidades determinadas anteriormente (con la posibilidad de ampliarlos con nuevos equipos semejantes). El coste del equipo 3 es, como en el caso anterior,

$$C_3(u.a.) = 1.800.000 + 700.000 \cdot V(m^3)$$

3. Realizar el proceso de cristalización en el equipo 1 de la sección anteriormente diseñada, y realizar el cálculo como si de una instalación nueva (para tres productos) se tratase. Los costes de los equipos son los indicados anteriormente.

Solución: En las alternativas segunda y tercera se deben prever $8 \cdot 3 = 24$ cambios anuales de producto pero se ha considerado que los cambios $B \leftrightarrow C$ y los $A \leftrightarrow C$ sólo requieren la limpieza del equipo 1 (único común), mientras que el otro equipo utilizado puede ser limpiado con la planta ya en operación. Finalmente, el tiempo de parada por limpieza y preparación de equipos será el mismo que en el caso de la planta para

producir A y B.

Los resultados obtenidos para cada uno de los casos se han resumido en la tabla 3.7. La solución que presenta menores costes de inversión es la que contempla el prediseño original teniendo en cuenta los tres productos. Si no es éste el caso y los equipos 1 y 2 ya se encuentran en la planta, lo mejor desde el punto de vista puramente económico es sacrificar parte de la producción del producto A. Si esto no es posible por motivos de política de empresa, es más barato montar una red de proceso independiente para el producto C.

Tabla 3.7. Equipos necesarios para la elaboración de 3 productos.

| | Caso 1: C indep. | Caso 2: Expansión | | Caso 3: Nuevo |
|--------------------|---------------------|-------------------|---------------------|------------------|
| | | Optimo | $Q_i = D_i$ | |
| $V_1 (m^3)$ | 1,11 | 1,11 | 1,11 | 1,36 |
| $V_2 (m^3)$ | 3,69 | 3,69 | ^(a) 4,85 | 4,55 |
| $V_3 (m^3)$ | 0,21 | 1,11 | 1,11 | 1,12 |
| $V_4 (m^3)$ | 0,21 | — | — | — |
| $T_A (h)$ | 8,0 | 8,0 | 8,0 | 8,0 |
| $T_B (h)$ | 12,0 | 12,0 | 12,0 | 12,0 |
| $T_C (h)$ | 1,6 | 1,6 | 1,6 | 1,6 |
| $B_A (kg)$ | 67,0 | 67,0 | 88,1 | 82,6 |
| $B_B (kg)$ | 2.211,9 | 2.213,6 | 2.220,0 | 2.728,8 |
| $B_C (kg)$ | 96,7 | 504,5 | 504,5 | 509,5 |
| $Q_A (kg)$ | 32.000 | 24.327 | 32.000 | 32.000 |
| $Q_B (kg)$ | 180.000 | 180.000 | 180.000 | 180.000 |
| $Q_C (kg)$ | 290.000 | 290.000 | 290.000 | 290.000 |
| Eqp. ini. (u.a.) | 5.665.400 | 5.665.400 | 5.665.400 | 8.897.000 |
| Eqp. ad. (u.a.) | 3.555.200 | 2.577.000 | 4.672.200 | 0 |
| Penaliz. (u.a.) | 0 | 844.000 | 0 | 0 |
| F. Obj. (u.a.) | 9.220.600 | 9.086.400 | 10.337.600 | 8.897.000 |
| CPU ^(b) | 0,22 | 1,94 | 2,16 | 1,70 |

^(a) Al equipo original de 3,69 m³ se le añade otro de 1,16 m³ trabajando en fase.

^(b) Segundos, en Digital VAX 11/780.

De nuevo, al abordar la remodelación de un sistema productivo para adaptarse a nuevas situaciones de mercado deben plantearse, además de los costes de las diferentes alternativas, otros factores de difícil evaluación en términos económicos. Así, sobre la primera posibilidad planteada (producción independiente) hay que considerar también que presenta las siguientes ventajas:

- Mantiene los procesos de forma separada, por lo que presenta una mayor seguridad, en el más amplio sentido de la palabra: tanto en lo que se refiere a manejo de

sustancias potencialmente más peligrosas, como en los aspectos de repetitividad de procesos y control de calidad (no hay que modificar periódicamente el funcionamiento y las consignas de la línea de producción, con lo que se minimizarán los errores).

- Presenta equipos duplicados, por lo que permite una mayor flexibilidad y fiabilidad frente a averías o situaciones imprevistas.
- No precisa compartir equipos, por lo que permite aumentar la productividad y simplificar los procesos de toma de decisiones sobre planificación de la producción.

En cambio, si se decide integrar los diferentes equipos para fabricar los tres productos en la misma red de proceso, se deberá tener en cuenta que:

- Al compartir recursos, en muchos casos será posible disminuir los costes globales. Sin embargo, en otras ocasiones el resultado puede ser una planta más cara y menos flexible.
- En la nueva estructura productiva se deben acomodar equipos previamente existentes, por lo que pueden existir equipos que, en determinados momentos, trabajen por debajo de su ocupación óptima (especialmente si los factores de tamaño son muy diferentes entre los distintos productos).

Por último, una planta originalmente concebida para procesar los tres productos hubiera permitido:

- Compartir recursos productivos, reduciéndose así los costes de inversión.
- Evitar la desocupación de los equipos (siempre que se siga un plan de producción correcto), al compartir equipos diseñados para trabajar de forma integrada.

Gracias a estas ventajas, esta última es la opción más barata, aunque frecuentemente implica una previsión de mercado a largo plazo, con todo lo que ello comporta de riesgo adicional en las inversiones.

c) Caso modificado-2 (nueva receta)

Como se ha indicado anteriormente, existe la posibilidad de incrementar el rendimiento de procesos subsiguientes obteniendo el producto **B** con mayor grado de pureza. Ello se podría conseguir mediante la disolución de los productos contaminantes en medio ácido. Para ello se deberá modificar la receta de **B**, añadiendo el siguiente paso:

4. Disolución de impurezas del producto intermedio **B**, mediante ácido clorhídrico: Se ha comprobado en el laboratorio que si se introducen 800 c.c. de HCl (0,92 kg) al 30% en peso (276 g de HCl puro) en un reactor de 1.000 c.c. nominales, se inicia la agitación y se añaden 200 g de **B** impuro (al 90%) pulverizado, después

de agitar durante 105 minutos se disuelven las impurezas presentes. El calor de disolución es despreciable, y finalmente en el reactor se pueden separar 180 g de **B** apto para continuar el proceso en la instalación correspondiente con mucha mayor eficacia.

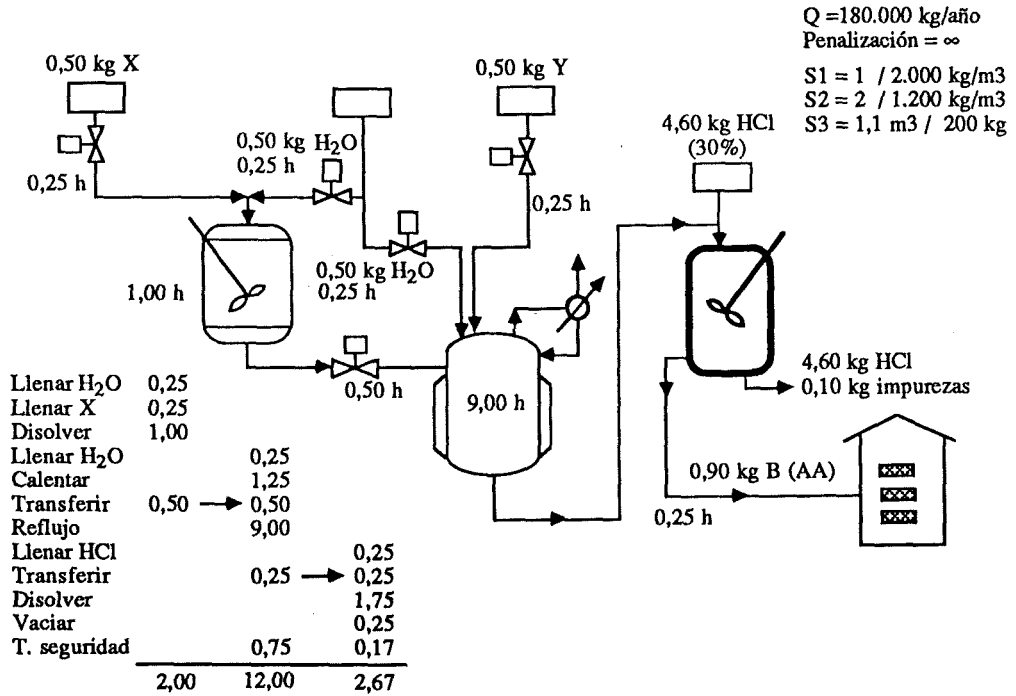
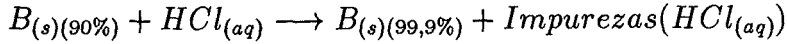


Figura 3.11. Datos correspondientes al producto **B** incluyendo una etapa de purificación.

De nuevo se dispone de cierta información adicional:

- Seguridad y medio ambiente: Se deben tomar las precauciones adecuadas habituales a la utilización del ácido clorhídrico.
- No existen efectos de formación de espumas, temperatura, etc. Debido a la agitación, el volumen realmente utilizado es de 1.100 c.c.
- La demanda a satisfacer es la de **B** (corregida convenientemente ya que el producto de salida será ahora al 99,9%).
- Los costes de los equipos son los mismos que en casos anteriores (para el tratamiento con HCl es necesario un equipo del tipo 3).

- La forma de trabajar (periodo productivo, mantenimientos, limpiezas, etc.) es la misma que en el caso anterior. Se prevén por tanto $8 \cdot 3 = 24$ cambios anuales de producto, pero se debe tener en cuenta que los cambios $C \leftrightarrow A$ sólo requieren la limpieza del equipo 1 mientras que el otro equipo utilizado puede ser limpiado con la planta ya en operación. Por ello se considerará que el tiempo de parada por limpieza y preparación de equipos será el equivalente al de 20 cambios del primero de los casos planteados (10 semanas). El horizonte de tiempo resultante será finalmente de 38 semanas de 5 días de 24 horas, totalizando 4.560 horas de trabajo.

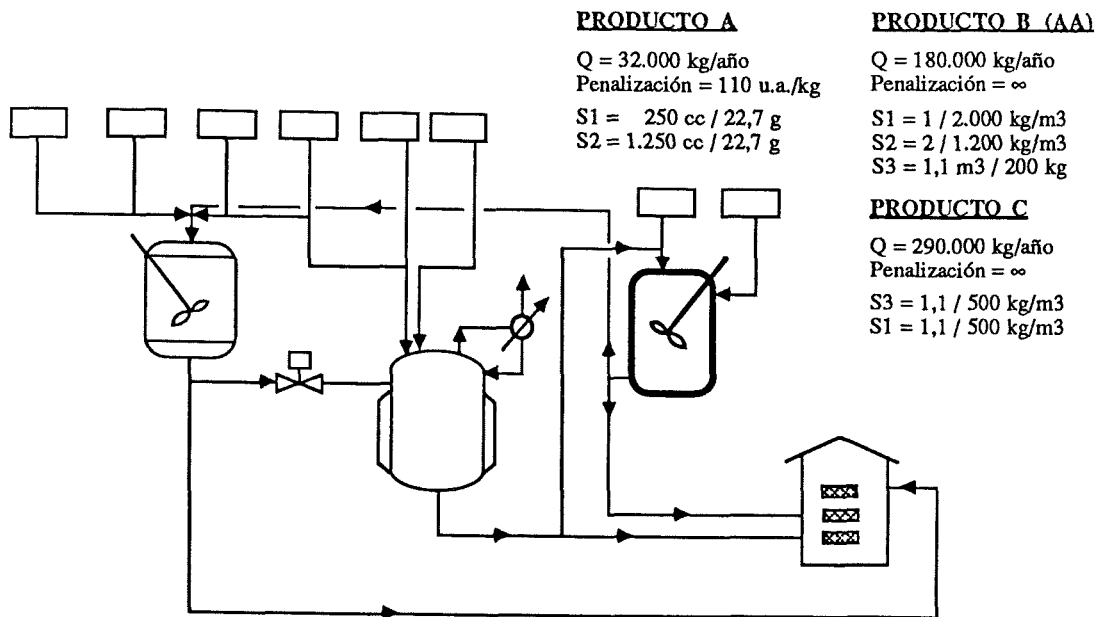


Figura 3.12. Diagrama de flujo final considerando los tres productos y la etapa de purificación de B.

Se plantea analizar las siguientes alternativas:

1. Aprovechar las instalaciones de la planta inicial de A y B para incluir la producción de C y el tratamiento adicional de B.
2. Realizar el cálculo como si se tratase de una instalación nueva (para tres productos: A, B con disolución de impurezas y C).

Solución: Los resultados obtenidos se resumen en la tabla 3.8, donde se han analizado las dos alternativas anteriores. Dado que en ambos casos la solución óptima indicaba la conveniencia de no producir la totalidad de A (a pesar de que $\beta_A = 110 \text{ u.a./kg}$, muy alejado de los valores indicados en la parte a) de este ejemplo), se ha planteado también la posibilidad de imponer el cumplimiento de la demanda de este

producto.

Tabla 3.8. Diseño óptimo de la planta para tres productos, incluyendo una etapa de purificación de producto **B**.

| | Caso 1: Expansión | | Caso 2: Planta nueva | |
|--------------------|----------------------|-------------|-------------------------|-------------|
| | Optimo | $Q_i = D_i$ | Optimo | $Q_i = D_i$ |
| $V_1 (m^3)$ | 1,11 | 1,11 | 1,17 | 1,83 |
| $V_2 (m^3)$ | 3,69 | 2ff x 3,69 | 0,99 | 3,29 |
| $V_3 (m^3)$ | 3,95 | 3,98 | 3,25 | 3,73 |
| $V_4 (m^3)$ | - | - | - | - |
| $T_A (h)$ | 8,0 | 4,5 | 8,0 | 8,0 |
| $T_B (h)$ | 12,0 | 6,0 | 12,0 | 12,0 |
| $T_C (h)$ | 1,6 | 1,6 | 1,6 | 1,6 |
| $B_A (kg)$ | 67,0 | 67,0 | 17,9 | 59,8 |
| $B_B (kg)$ | 719,0 | 724,2 | 591,5 | 678,1 |
| $B_C (kg)$ | 504,5 | 504,5 | 529,6 | 831,6 |
| $Q_A (kg)$ | 5.329 | 32.000 | 0 | 32.000 |
| $Q_B (kg)$ | 180.000 | 180.000 | 180.000 | 180.000 |
| $Q_C (kg)$ | 290.000 | 290.000 | 290.000 | 290.000 |
| Eqp. ini. (u.a.) | 5.665.400 | 5.665.400 | 0 | 0 |
| Eqp. ad. (u.a.) | 4.568.200 | 8.202.000 | 8.151.700 | 13.574.800 |
| Penaliz. (u.a.) | 2.933.800 | 0 | 3.512.100 | 0 |
| F. Obj. (u.a.) | 13.167.400 | 13.867.400 | 11.663.800 | 13.574.800 |
| CPU ^(a) | 2,98 | 2,04 | 5,54 | 3,50 |

^(a) Segundos, en Digital VAX 11/780.

Como se observa en la tabla, la solución más barata, con diferencia, se habría conseguido de haber previsto estos objetivos en el momento de realizar el diseño original, e implica no cubrir en absoluto la demanda de **A**. El resto de posibilidades implican costes similares a pesar de que, como es lógico, la situación en la que se plantea un diseño original conociendo las condiciones finales de trabajo es más barata que su equivalente procedente de una remodelación.

3.8.3. Caso A3. Ejemplo propuesto por Modi y Karimi

Los datos que se describen a continuación están basados en el ejemplo 5 presentado por Modi y Karimi en [60]. El problema original fue propuesto inicialmente por Yeh y Reklaitis en [108] y planteaba el diseño de una planta discontinua para la elaboración de dos productos, cada uno de los cuales debía pasar por tres etapas discontinuas y por otras cuatro etapas semicontinuas intercaladas entre las anteriores. Sobre esta situación, Modi y Karimi proponen analizar las reducciones de costes de instalación que podrían obtenerse introduciendo un equipo de almacenaje intermedio entre la segunda etapa discontinua y la tercera y un sistema de llenado/vaciado adicional. La información original de partida y los parámetros necesarios para determinar la capacidad y la forma de operación del sistema de almacenaje se resumen en la tabla 3.9.

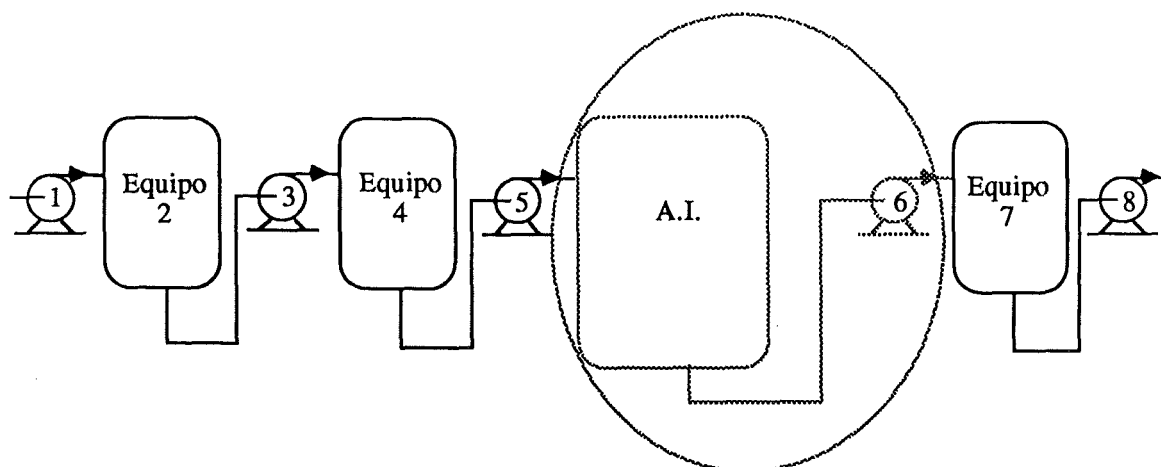


Figura 3.13. Esquema de la planta (en discontinuo, la modificación propuesta en [60]).

Como se verá inmediatamente, la solución de este problema de cálculo de capacidades con almacenaje intermedio es muy sencilla, ya que las restricciones en el tamaño mínimo de los equipos facilitan el cumplimiento inmediato de las relaciones entre productividades (3.35). De todas formas, se ha decidido comentar este caso porque se trata de un ejemplo bien documentado que se ha convertido en referencia obligada en la literatura especializada. Posteriormente (sección 3.8.4) se planteará un caso más complejo en el que, además de resolver el problema con las restricciones de productividad activas, deberán tomarse simultáneamente decisiones respecto a la cantidad de equipos en paralelo a instalar.

Diseño sin almacenaje intermedio: En primer lugar, se ha utilizado la metodología indicada en la sección 3.5.3 para optimizar la capacidad de los equipos sin

Tabla 3.9. Datos generales.

| 7 Equipos | 2 Productos | |
|---------------------|-------------|-----------|
| | Producto | |
| | A | B |
| Demanda | 90.000 kg | 70.000 kg |
| Penalizaciones | ∞ | ∞ |
| Horizonte de tiempo | 7.200 horas | |

| Producto | Coef. de cálculo de tiempos de operación (equipos discontinuos) | | | | | | | | |
|----------|--|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | a_{i2} | b_{i2} | c_{i2} | a_{i4} | b_{i4} | c_{i4} | a_{i7} | b_{i7} | c_{i7} |
| A | 15 | 0,172e-1 | 0,865 | 5 | 0,612e-5 | 2,00 | 10 | 0,364e-1 | 0,823 |
| B | 12 | 0,172e-1 | 0,865 | 7 | 0,612e-5 | 2,00 | 9 | 0,364e-1 | 0,823 |

Aunque no se especifica por Yeh y Reklaitis, la secuencia $R_1 \rightarrow V_2 \rightarrow R_3 \rightarrow V_4 \rightarrow R_5 \rightarrow (A.I. \rightarrow R_6) \rightarrow V_7 \rightarrow R_8$ es la única compatible con los resultados obtenidos.

| Producto | Fact. Tamaño (eq. discontin.) | | | | Fact. Ocupación (eq. semicont.) | | | | |
|----------|----------------------------------|----------|----------|----------|------------------------------------|----------|----------|----------|----------|
| | S_{i2} | S_{i4} | S_{i5} | S_{i7} | U_{i1} | U_{i3} | U_{i5} | U_{i6} | U_{i8} |
| A | 2,74 | 1,44 | 1,00 | 1,20 | 2,74 | 2,74 | 1,44 | 1,44 | 1,20 |
| B | 2,34 | 1,65 | 1,00 | 1,20 | 1,34 | 1,34 | 1,65 | 1,65 | 1,20 |

| Coef. de coste | Equipo | | | | | | | | |
|-----------------------------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | A.I. | 6 | 7 | 8 |
| α_j ó α_k | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| β_j ó β_k | 250 | 592 | 200 | 582 | 210 | 278 | 210 | 1.200 | 370 |
| γ_j ó γ_k | 0,40 | 0,65 | 0,85 | 0,39 | 0,62 | 0,49 | 0,62 | 0,52 | 0,22 |
| V_j^{\max} ó R_k^{\max} | 1.800 | 2.400 | 1.800 | 2.400 | 1.800 | 2.400 | 1.800 | 2.400 | 1.800 |
| V_j^{\min} ó R_k^{\min} | 300 | 800 | 300 | 800 | 300 | 800 | 300 | 800 | 300 |

Aunque no especificados por los autores, se han supuesto unos límites de capacidad de los tanques de almacenaje intermedio iguales a los del resto de los equipos discontinuos.

Si no se introducen equipos de almacenaje intermedio, no es necesario introducir el equipo semicontinuo de vaciado, identificado como "equipo 6" (los equipos 5 y 6 son idénticos).

recurrir a tanques de almacenaje intermedio. Los resultados obtenidos utilizando este y otros procedimientos se pueden comparar en la tabla 3.10. Aunque el procedimiento propuesto en esta tesis es superado en velocidad por el sistema indicado por Modi y Karimi, el resultado (función objetivo) obtenido por dichos autores es claramente insatisfactorio, especialmente si se considera la sencillez del ejemplo.

Tabla 3.10. Resultados obtenidos sin almacenaje intermedio.

| Problema 7 propuesto por Yeh y Rekalitis en [109] ^(a) | | | | | |
|--|---------------|--------------------|--------------------------|---------------------------------------|------------------|
| | Punto Inicial | NLP ^(a) | Yeh/Reklaitis (heurist.) | Modi/Karimi (heurist.) ^(b) | Método propuesto |
| R_1 | 403 | 1.430 | 1.442 | — | 1.489,3 |
| V_2 | 1.339 | 1.223 | 1.223 | — | 1.220,8 |
| R_3 | 403 | 300 | 300 | — | 300,0 |
| V_4 | 1.097 | 863 | 862 | — | 860,8 |
| R_5 | 403 | 300 | 300 | — | 300,0 |
| V_7 | 1.097 | 800 | 800 | — | 800,0 |
| R_8 | 403 | 1.189 | 1.196 | — | 1.222,9 |
| B_A | 493 | 446 | 446 | — | 445,6 |
| B_B | 544 | 523 | 523 | — | 521,7 |
| T_A | 27,1 | 23,3 | 23,3 | — | 23,25 |
| T_B | 20,1 | 18,7 | 18,7 | — | 18,66 |
| $(B/T)_A$ | | 19,14 | 19,14 | — | 19,16 |
| $(B/T)_B$ | | 27,97 | 27,97 | — | 27,96 |
| H_A | | 4.967,3 | 4.967,3 | — | 4.967,3 |
| H_B | | 2.502,7 | 2.502,7 | — | 2.502,7 |
| F.Obj. | — | 146.110 | 146.112 | 147.686 | 146.113 |
| CPU ^(c) | | 24,9 | 6,6 | 1,67 | 2,57 |

^(a) Los resultados indicados por Yeh y Reklaitis y por Modi y Karimi coinciden.

^(b) Modi y Karimi en [60] solamente indican valores de la función objetivo y del tiempo de cálculo.

^(c) Segundos, en Digital VAX 11/780.

Utilidad del almacenaje y localización de la situación idónea: En la tabla 3.11 se puede observar que, en la situación óptima, el equipo 2 es responsable de más del 40% de los costes de inversión necesarios y además es limitante del tiempo de ciclo y del tamaño de lote para ambos productos. En esta situación, es razonable pensar que un sistema de almacenaje podría desacoplar el funcionamiento de este equipo (zona 1) del resto de la planta (zona 2), permitiendo reducciones en el tamaño de equipos situados en la zona 2 sin necesidad de disminuir la productividad global, ya que en la segunda zona se podrá trabajar con menores tiempos de ciclo. Para determinar la

mejor forma de introducir el almacenaje (localización y evaluación) se han utilizado los procedimientos indicados en la sección 3.7.4, con las siguientes hipótesis:

- Todas las posiciones son factibles. Dado que hay tres etapas discontinuas, sólo es necesario considerar las posiciones 2-4 y 4-7 (figura 3.13).
- El factor de capacidad para el sistema de almacenaje es independiente de la posición.
- Los parámetros para la evaluación del coste del sistema de almacenaje son independiente de la posición.
- Es necesario duplicar el equipo de transferencia en la etapa seleccionada.

Los resultados de este análisis se reflejan en la tabla 3.12 donde se observa que, de acuerdo con los criterios indicados, la mejor localización para un nuevo equipo de almacenaje intermedio es la posición 4-7, que también es la propuesta por Modi y Karimi. La situación sería aún más favorable si se considera que, dados los factores de tamaño de los equipos discontinuos inmediatamente anterior y posterior, es probable que el factor de tamaño para el almacenaje sea mayor en la posición 2-4.

Sin embargo, un análisis más detallado de la situación planteada al instalar un tanque de almacenaje intermedio en la posición 4-7, permite llegar a las siguientes conclusiones:

- La capacidad del equipo discontinuo de la segunda zona (asignado a la tarea 7) ya se ha reducido al mínimo antes de instalar un equipo de almacenaje intermedio. Al desacoplar este equipo del resto, el tiempo de ciclo limitante en la segunda zona será menor, permitiendo una mayor productividad, pero esta productividad no podrá ser aprovechada para instalar equipos más pequeños.
- Las capacidades de los equipos que quedan en la primera zona no variarán sustancialmente respecto a las determinadas sin considerar equipos de almacenaje, ya que éstos continúan siendo los equipos limitantes.
- Teniendo en cuenta los costes de los equipos adicionales necesarios, los beneficios económicos realmente derivados de la instalación del sistema de almacenaje, de existir, serán muy pequeños.

Capacidades óptimas considerando almacenaje intermedio: A pesar de los resultados obtenidos en el cálculo preliminar, se han modificado los datos para realizar la optimización de la capacidad de los equipos aceptando la presencia un equipo de almacenaje intermedio en la situación y con las características propuestas por Modi y Karimi. En la tabla 3.13 se pueden comparar los resultados obtenidos por los mencionados autores con los calculados aplicando los procedimientos propuestos en

Tabla 3.11. Capacidad de producción y tiempos de proceso sin almacenaje intermedio.

| Equipo | $B_{A \max}$ | $B_{B \max}$ | θ_A | θ_B | P_A | P_B | T_A | T_B | Coste |
|--------|--------------|--------------|------------|------------|-------|-------|-------|-------|--------|
| R_1 | – | – | 0,82 | 0,47 | – | – | 0,82 | 0,47 | 4.646 |
| V_2 | 445,6 | 521,7 | – | – | 18,36 | 15,86 | 23,25 | 18,66 | 60.068 |
| R_3 | – | – | 4,07 | 2,33 | – | – | 4,07 | 2,33 | 25.502 |
| V_4 | 597,8 | 521,7 | – | – | 6,21 | 8,66 | 12,42 | 13,87 | 8.120 |
| R_5 | – | – | 2,14 | 2,87 | – | – | 2,14 | 2,87 | 7.212 |
| V_7 | 666,7 | 666,7 | – | – | 15,51 | 15,27 | 18,09 | 18,66 | 58.796 |
| R_8 | – | – | 0,44 | 0,58 | – | – | 0,44 | 0,58 | 1.768 |

Tabla 3.12. Aplicación del procedimiento de localización para estimar los beneficios esperados.

| Posición | 2-4 | | 4-7 | |
|--------------------------|----------------------|---------|---------|---------|
| | 1 | 2 | 1 | 2 |
| Zona | | | | |
| B_A^z | 445,6 | 597,8 | 445,6 | 666,7 |
| B_B^z | 521,7 | 521,7 | 521,7 | 666,7 |
| T_A^z | 23,25 | 18,09 | 23,25 | 18,09 |
| T_B^z | 18,66 | 18,66 | 18,66 | 18,66 |
| H_A^z | 4.696,4 | 2.723,6 | 4.696,4 | 2.442,1 |
| H_B^z | 2.503,6 | 2.503,6 | 2.503,6 | 1.959,3 |
| $\sum_i H_i^z$ | 7.200,0 | 5.227,3 | 7.200,0 | 4.401,4 |
| $S^{(a)}$ | 521,7 ^(b) | | 521,7 | |
| Costes (u.a.) | 5.964,6 | | 5.964,6 | |
| Coste ponderado (u.a./h) | 3,02 | | 2,13 | |

^(a) Calculado mediante la ecuación (3.38).

^(b) Con las capacidades de los equipos indicadas en la tabla 3.10, el almacenaje no reportaría ningún beneficio en la elaboración del producto B, ya que no se modificarían tamaños ni tiempos limitantes en ninguna zona. De todas formas, se ha considerado que el almacenaje también formará parte de la línea de producción de B, ya que dichas capacidades no son definitivas.

Tabla 3.13. Resultados obtenidos al analizar la presencia de un equipo de almacenaje intermedio.

| Problema 5A propuesto por Modi y Karimi en [60] | | | |
|---|-------------------------|-------------------------------|---------------------|
| | NLP (^a) | Modi y Karimi (heurístico) | Método propuesto |
| B_A | - | 447,3 | 445,6 |
| B_B | - | 523,7 | 521,7 |
| T_A | - | 23,4 | 23,25 |
| T_B | - | 18,7 | 18,66 |
| R_1 | - | 1.362,3 | 1.489,3 |
| V_2 | - | 1.225,7 | 1.220,8 |
| R_3 | - | 300,7 | 300,0 |
| V_4 | - | 864,1 | 860,8 |
| R_5 | - | 300,0 | 300,0 |
| $A.I.$ (^c) | - | - | 1.138,0 |
| $A.I.$ (^d) | - | 929,8 | 935,5 |
| B_A | - | 317,5 | 329,4(666,7) |
| B_B | - | 575,2 | 616,3(666,7) |
| T_A | - | 16,6 | 17,19(23,5) |
| T_B | - | 20,6 | 22,02(23,0) |
| R_6 | - | 432,4 | 300,0 |
| V_7 | - | 800,0 | 800,0 |
| R_8 | - | 300,0 | 300,0 |
| $(B/T)_A$ | - | 19,16 | 19,16 |
| $(B/T)_B$ | - | 27,98 | 27,96 |
| F.Obj.(^c) | 161.819 | - | 161.595 |
| F.Obj.(^d) | 160.629 | 160.936(^b) | 160.795 |
| CPU (^c)(^e) | 16,59 | - | 1,70 |
| CPU (^d)(^e) | 26,92 | 2,22 | 1,70 |

Entre paréntesis se indica la capacidad máxima y los tiempos de operación correspondientes.

(^a) Resultados indicados por Modi y Karimi [60]. Los autores no indican el diseño final obtenido.

(^b) Resultado indicado en [60]. Con las dimensiones indicadas, se obtiene un valor de 162.609.

(^c) Calculado mediante la ecuación (3.41).

(^d) Calculado mediante la ecuación (3.42).

(^e) Segundos, en Digital VAX 11/780.

esta tesis.

La primera iteración prevista en el proceso de cálculo consiste en el cálculo independiente de cada una de las zonas. En este caso, en la primera zona se obtienen unas productividades de 19,16 kg A/h y de 27,96 kg B/h, lo que equivale a asignar 4.696 horas a la producción de A y 2.504 horas a la de B. Sin embargo, en la segunda zona la optimización queda restringida por las capacidades mínimas admisibles de todos los equipos, por lo que se obtienen unas productividades excesivas (de trabajar a su capacidad máxima, serían necesarias solamente $3.178 + 2.416 = 5.594$ horas sobre un horizonte de tiempo de 7.200 horas). Como consecuencia de ello:

- El resultado de la primera iteración ya es el resultado final. La segunda zona no limita la productividad y, por tanto, puede aceptar las productividades calculadas para la primera, introduciendo tiempos de espera o trabajando por debajo de su productividad máxima, indicada en la tabla 3.13 entre paréntesis. Las restricciones de productividad no son activas en las cercanías del óptimo y, en consecuencia, no es necesario intentar el ajuste indicado en la sección 3.7.8.
- Se confirma que los resultados del análisis previo no son, en este caso, indicios correctos de los beneficios económicos que podrían derivarse de la introducción de un equipo de almacenaje intermedio y no deberían haberse utilizado. En dicho análisis se ha supuesto que las reducciones de capacidad en los equipos no quedarán limitadas por otras restricciones, pero la capacidad de los equipos de la segunda zona ya llega a su mínimo aceptable sin necesidad de introducir un equipo de almacenaje. De todas formas, se observa que:
 - Las capacidades óptimas de los equipos que quedan en la primera zona son prácticamente las mismas que en el caso sin almacenaje, tal como se había previsto. Las únicas dimensiones que cambian son las de algunos equipos asignados a tareas semicontinuas.
 - Los tamaños de lote previstos coinciden con los finalmente obtenidos, aunque posteriormente se trabaje con tamaños de lote menores. La capacidad mínima necesaria para el equipo de almacenaje, calculada a través de las relaciones (3.41) o (3.42) es aproximadamente el doble de lo previsto por la relación (3.38), como es de esperar comparado dichas relaciones cuando los tiempos de carga y descarga son pequeños. Como ya se ha indicado, la relación (3.38) no contempla la posibilidad de alcanzar los límites establecidos para el tamaño de los equipos y asume que será posible establecer la máxima coordinación entre las diferentes zonas en las que quedará dividida la planta, mientras que las relaciones (3.41) y (3.42) se han desarrollado para contemplar la peor situación de coordinación posible.
 - La introducción del equipo de almacenaje intermedio propuesto no permite reducir de forma significativa los costes de inversión de los equipos ya instalados y provoca, además, la aparición de nuevos costes, asociados al propio

equipo de almacenaje y al equipo semicontinuo adicional necesario. Esta circunstancia se había previsto al observar que la capacidad óptima del equipo discontinuo de la segunda zona (no limitante) ya era la mínima antes de introducir el almacenaje. Los costes de los equipos necesarios para trabajar sin almacenaje intermedio han descendido de 146.113 a 145.642 unidades, gracias a la reducción de R_8 , pero los nuevos equipos necesarios implican un coste adicional de 7.940 unidades para el tanque de almacenaje propiamente dicho y de 7.212 unidades para el sistema de vaciado.

- Al contrario de lo que ocurre con los procedimientos generales y con la heurística propuesta por Modi y Karimi, el sistema de cálculo propuesto en esta tesis no es significativamente más lento que el cálculo de la planta sin almacenaje intermedio. La dificultad adicional impuesta por las nuevas restricciones a cumplir por las productividades queda compensada por el desacoplamiento obtenido, que simplifica mucho la complejidad de tratamiento en cada una de las zonas. La integración de los resultados de las diferentes zonas para cumplir las mencionadas restricciones adicionales es, en general, un proceso muy rápido, ya que a partir de la segunda iteración se dispone de puntos iniciales coherentes.

En el caso analizado, esta eficacia es mucho mayor ya que la primera iteración conduce directamente a la solución final.

- Calculando la capacidad de almacenaje necesaria mediante la relación (3.41), la solución obtenida supera los resultados calculados por Modi y Karimi utilizando procedimientos de programación no lineal (sistema GRG2) para una forma simplificada del problema (fijando los valores de las variables enteras).

3.8.4. Caso A4. Planta de producción de penicilina

El siguiente caso, basado en datos suministrados por una conocida empresa farmacéutica¹⁰, plantea el diseño una planta de producción de penicilina-G, con dos calidades diferentes de producto según el mercado al que irá dirigido. Las capacidades nominales previstas son las siguientes:

- 25.000 *lb.* (11.300 *kg*) anuales para consumo humano (grado terapéutico o producto A).
- 150.000 *lb.* (68.000 *kg*) anuales para uso veterinario (grado veterinario o producto B).

El proceso será idéntico para ambos productos, con la diferencia de que para la penicilina destinada a consumo humano se añadirá una etapa de purificación adicional consistente en una redisolución y una cristalización final.

Existe una restricción en el tiempo de inventario, ya que el producto debe comercializarse dentro de los seis meses posteriores a su producción. Por ello se diseñará el proceso sobre un horizonte de producción de cuatro meses (aproximadamente 100 días de trabajo) en los que se deberá cubrir una demanda de 3.784 *kg* de producto de grado terapéutico y de 22.700 *kg* de producto de grado veterinario.

Procedimiento de laboratorio

Los resultados de laboratorio se han obtenido en un fermentador discontinuo de 10 litros de capacidad:

1. Previamente a la inoculación del cultivo, se llena el fermentador con un medio semisintético, y se esteriliza mediante calentamiento con vapor, manteniendo el sistema a 121°C durante 40 minutos.
2. La etapa de fermentación requiere típicamente de 5 a 7 días a 60°C. A efectos de diseño se utilizará una media de 6 días. Durante el proceso es necesario el control automático de pH debido a la formación de sustancias de carácter ácido. También se requiere un control adecuado de la agitación para cubrir las necesidades de oxígeno, que varían al desarrollarse la fermentación.

Después de realizar las pruebas adecuadas, se ha decidido la utilización de una determinada cepa (XSD-1731) para producir penicilina-G, cuyo rendimiento es de 16.000 unidades de producto por *ml* (1.500 unidades corresponden a 1 *mg* de penicilina-G).

¹⁰La información ha sido resumida, por lo que algunos datos no corresponden a la situación real.

Resultados en planta piloto

A partir de experimentos realizados en un fermentador de 200 litros en planta piloto se observó un pequeño aumento de la eficacia respecto a los resultados obtenidos en el laboratorio, atribuible a la mayor uniformidad en la concentración de oxígeno en el fermentador.

En cambio, en estos casos es necesaria una mayor atención en la etapa de esterilización. Se ha estimado que el tiempo mínimo de esterilización necesario (a 121°C) se puede calcular con la correlación siguiente:

$$t_{est} = t_0 + 2,0 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (3.43)$$

donde los tiempos vienen dados en minutos.

Para evitar la degradación del producto y permitir un almacenaje mínimo de la carga en el propio fermentador, se ha introducido una etapa final de desinfección, que permite un tiempo de espera de hasta una semana en dicho equipo, en condiciones ambientales, sin que se produzca una degradación significativa del producto.

Separación y purificación

El proceso de separación y purificación de la penicilina-G se puede descomponer en los siguientes pasos:

3. El material de salida del fermentador se mezcla (extracción) con un volumen igual de acetato de etilo durante 30 minutos. Se deja reposar la mezcla durante dos horas, con lo que la fase no acuosa (acetato de etilo y penicilina-G) se separa de la acuosa (con impurezas sólidas). La fase acuosa se elimina (hacia la sección de tratamiento de aguas); la fase orgánica contiene el 97% de la penicilina formada en la fermentación.
4. Se realiza un segundo lavado de la fase orgánica con agua (un volumen de agua por cada dos volúmenes de disolución a lavar) durante otros 30 minutos y a continuación se vuelven a separar las fases (esta vez el tiempo de separación es solamente de una hora), eliminándose de nuevo la fase acuosa. En la fase orgánica queda el 98% de la penicilina procedente de la etapa anterior.
5. Cristalización para la recuperación de la penicilina-G del acetato de etilo. Para ello es necesario enfriar a 10°C y mantener esta temperatura durante una hora. De esta forma, en el cristalizado se recupera el 98% de producto todavía presente.
6. Centrifugación de los cristales. El acetato de etilo separado se envía a la sección de recuperación de disolvente.

7. Con este grado de pureza, el producto es apto para su utilización veterinaria, por lo que únicamente se requiere un secado como paso final. De este secado también se recupera el acetato de etilo.
8. Para su utilización terapéutica es necesaria una recristalización adicional: los sólidos procedentes de la centrifuga se redisuelven en una mezcla al 75/25 en volumen de etanol y agua a temperatura ambiente mediante agitación, proceso que dura aproximadamente una hora. El volumen de disolvente utilizado es el mismo que el de acetato de etilo utilizado en el paso 3.
9. La disolución debe enfriarse de nuevo a 10°C, con lo que, después de una hora, se acaban separando unos cristales que contendrán el 97% del producto todavía presente.
10. Finalmente se procede a una centrifugación y secado idénticos a los pasos 6 y 7.

Excepto en el caso del fermentador, las etapas de limpieza pueden ser eliminadas si no hay cambio en las características del producto.

Los tiempos mencionados en todas las etapas anteriores se considerarán independientes del tamaño de lote, excepto en el caso de esterilización del fermentador.

En general, se considerará que los equipos donde se realicen etapas de extracción y cristalización no deben llenarse por encima del 80% de su capacidad nominal.

Descripción de las tareas, tiempos de operación y factores de tamaño

Fermentadores: En el rango de tamaños en que se encuentran disponibles (de 19,0 m³ a 114 m³), los tiempos de operación y de limpieza se considerarán constantes (6 días para la fermentación y 8 horas para la limpieza). Por lo que respecta al tiempo de esterilización, aplicando la relación (3.43) en los casos extremos de este rango de tamaños, se obtienen tiempos entre los 55 y 59 minutos, por lo que el tiempo de proceso aproximado es de 154 horas para ambas calidades de producto (1 hora de esterilización, 0,5 horas de carga, 6 días de fermentación, 0,5 horas de descarga y 8 horas de limpieza).

Los factores de tamaño corresponden a la relación 1.500/16.000 l/g indicada en las pruebas de laboratorio, corregida por los factores de recuperación de las diferentes etapas de purificación, y por el factor 0,8 que refleja el nivel de llenado máximo admisible: para el producto de grado terapéutico, se obtiene:

$$S_{1,1} = \frac{1.500}{16.000} \cdot \frac{1}{0,97 \cdot 0,98 \cdot 0,98 \cdot 0,97} \cdot \frac{1}{0,8} = 0,1297 \text{ m}^3/\text{kg}$$

mientras que para el producto de grado veterinario:

$$S_{2,1} = \frac{1.500}{16.000} \cdot \frac{1}{0,97 \cdot 0,98 \cdot 0,98} \cdot \frac{1}{0,8} = 0,1258 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Tanques de almacenaje: El material no debe quedar almacenado durante más de 8 días. El tiempo de limpieza es de unas 4 horas, y debe realizarse después de cada vaciado. Dado que se utilizarán para almacenar el producto del fermentador, se tomarán los mismos factores de tamaño.

Tanques no encamisados: Se utilizan para las extracciones de producto a la salida del fermentador. Para ambas calidades de producto, el tiempo de proceso se estima en 6,5 horas (0,5 horas de carga, 0,5 horas de mezcla, 2,0 horas para la primera separación, 0,5 horas de drenaje, 0,5 horas para la segunda carga, 0,5 horas de segunda mezcla, 1,0 horas para la segunda separación, 0,5 horas de drenaje final y 0,5 horas de descarga).

Dado que para la primera separación se utiliza un volumen de disolvente que es igual al del material a tratar, para el producto de grado terapéutico el factor de tamaño en esta primera extracción será de $2,0 \cdot 0,130 = 0,260 \text{ m}^3/\text{kg}$, mientras que para la etapa de lavado este factor será de $1,5 \cdot 0,130 = 0,195 \text{ m}^3/\text{kg}$, lo que lleva a un factor de tamaño de $0,260 \text{ m}^3/\text{kg}$. Del mismo modo, para el producto de grado veterinario, el factor de tamaño es $2,0 \cdot 0,126 = 0,252 \text{ m}^3/\text{kg}$.

Tanques encamisados: Se utilizan en las diferentes etapas de cristalización, y para la etapa de redisolución en el caso de producto de grado terapéutico.

A efectos de cálculo de los procesos de transferencia de calor, se puede considerar un coeficiente medio de transferencia de calor de $312 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$ para el calentamiento, y de $170 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$ para el enfriamiento. Las pérdidas de calor al exterior se estiman en el 10%.

La primera cristalización implica, si no hay limpieza por cambio de producto, unas 2 horas de trabajo (0,5 horas de carga, 1,0 horas de cristalización y 0,5 horas de descarga) independientemente del producto a elaborar. La segunda cristalización debe estar precedida por una redisolución que dura 1,0 horas, por lo que el ciclo de trabajo aumenta hasta 3,0 horas. La etapa de limpieza dura 4 horas, pero solamente es imprescindible en caso de cambio de alimentación.

Se está trabajando con el mismo volumen de material que en el fermentador (aunque en cada caso el disolvente será diferente en función de la etapa). En consecuencia, los factores de tamaño son los mismos que para el fermentador: $0,130 \text{ m}^3/\text{kg}$ para el producto de grado terapéutico y $0,126 \text{ m}^3/\text{kg}$ para el producto de grado veterinario.

Centrífugas: Se han realizado pruebas sobre diferentes modelos de centrífugas. Los resultados más satisfactorios se han obtenido con un determinado modelo con el siguiente ciclo de trabajo:

1. Con la centrífuga en funcionamiento, se alimenta el líquido que arrastra el sólido formado en la etapa anterior, hasta alcanzar una torta de unos $0,50 \text{ m}^3$. Una vez formada la torta, se interrumpe la alimentación y se centrifuga hasta reducir su contenido en disolvente hasta un 15% en peso. La torta

presenta un espesor de unos 16 *cm* sobre toda la superficie de la cesta (1,22 *m* de diámetro por 0,762 *m* de altura).

2. A continuación se entra en un ciclo de aclarado con agua y se centrifuga de nuevo hasta dejar la torta con un 15% en peso de agua. Finalmente, se obtienen 0,453 m^3 de producto con una densidad final en base seca de 996 *kg* de sólido seco por m^3 ,
3. Por último, la torta se descarga en un recipiente adecuado (carro de transporte).

Un ciclo completo dura unos 45 minutos, independientemente del producto, quedando el equipo preparado para comenzar un nuevo ciclo del mismo producto. Cada vez que cambia la calidad del producto se debe realizar una limpieza a fondo del equipo, que dura aproximadamente 4 horas.

Tomando como base para el cálculo el volumen de producto máximo en la torta, el factor de tamaño para el último centrifugado es de $1,0/996 = 0,00100 m^3/kg$. Para el producto de grado terapéutico, en el primer centrifugado este factor es de $1,0/996/0,97 = 0,00104 m^3/kg$.

Carros de transporte: Si todos los equipos funcionan adecuadamente, no existe limitación práctica referente al tiempo que el material puede pasar en los carros de transporte, por lo que pueden utilizarse como almacenaje intermedio.

Secadores: El tiempo de secado oscila entre las 9,0 y las 13,0 horas por carga; a efectos de este procedimiento de diseño preliminar se tomará un valor conservador de 12,0 horas, a las que hay que sumar una media hora para cada una de las operaciones de carga y descarga. Cada limpieza requiere unas 4,0 horas adicionales de trabajo, pero solamente es necesaria en caso de cambio de calidad de producto.

Para las dos calidades de producto, la densidad de llegada será la indicada para la torta al finalizar la centrifugación (996 *kg* de sólido seco por m^3), y se considera que el equipo no se puede llenar por encima del 65% de su capacidad nominal, por lo que el factor será de $1,0/996/0,65 = 0,00154 m^3/kg$.

Información general de costes de diseño

Costes de los equipos: Se conoce el coste de cada equipo para un tamaño determinado, y se considerará una correlación tipo exponencial, de la forma indicada en la ecuación (2.15).

Los costes que se indican a continuación incluyen los gastos de instrumentación e instalación, utilizando un factor de 8,0 sobre el coste de los equipos. Este factor, adoptado teniendo en cuenta las características de este caso, el tipo de equipos utilizado y las necesidades de control, es muy superior a los valores normalmente utilizados dentro de la industria química y no será aplicable a los carros de transporte, al no requerir ningún tipo de instalación ni instrumentación.

A efectos de diseño preliminar, se considerará que los equipos descritos se pueden encontrar en el mercado en el tamaño que se desee, dentro del rango indicado en cada caso.

Fermentadores: Se encuentran en el mercado de tamaños de 19 a 114 m^3 . El coste de un fermentador de 76 m^3 es de 800.000 *u.a.*, incluyendo gastos de instrumentación e instalación. En la ecuación de coste se puede considerar un exponente de 0,5, y un término independiente nulo.

El coste de energía para la agitación se puede estimar en el triple del necesario para un depósito encamisado del mismo volumen. Sin embargo, el mayor coste energético es el de bombeo de aire (oxígeno), aunque no se considerará al comparar las alternativas debido a que es prácticamente constante.

No deben ser empleados por encima del 80% del volumen.

Depósitos de almacenaje: Los tamaños disponibles se encuentran comprendidos entre los 19 y los 114 m^3 .

El coste de un depósito de 76 m^3 que reúna las condiciones necesarias es de 64.500 *u.a.* El exponente es de 0,46 y el término independiente nulo.

No se deben utilizar por encima del 80% de su volumen.

Tanques encamisados: Se utilizan en las etapas de cristalización. Se pueden encontrar en tamaños entre 3,8 y 19 m^3 , con un área de intercambio de 11,8 a 32,6 m^2 y una potencia de agitación de 10 a 40 *HP* (7,35 a 29,4 *kW*) respectivamente.

El coste de un tanque de 3,8 m^3 (1.000 galones) es de 48.000 *u.a.*, el exponente es de 0,65 y el término independiente nulo.

Tanques no encamisados: Son totalmente equivalentes a los anteriores excepto en que no pueden utilizarse para operaciones que requieran calentamientos o enfriamientos. Las dimensiones disponibles son las mismas que para los tanques encamisados.

El coste de un tanque de 3,8 m^3 es de 17.000 *u.a.*, el exponente es de 0,40 y el término independiente nulo.

Centrífugas: En el mercado solamente existe una centrífuga automática de cesta adecuada para la operación que se plantea. Su coste es de 130.000 *u.a.*, y es capaz de procesar 0,453 m^3 de producto por ciclo de operación.

Carros de transporte: Se utilizarán carros sobre ruedas, que podrán llenarse hasta el 80% de su capacidad nominal.

Su coste se estima en el 10% de un tanque de almacenaje de las mismas dimensiones; además, este coste no vendrá afectado por el factor de instalación (8,0) indicado anteriormente.

Dado su pequeño coste, las características de la operación y su forma de uso (el tamaño de la centrífuga no está sujeto a optimización), se ha decidido emplear carros sobre ruedas de 1,8 m^3 de capacidad nominal.

Secadores: En el mercado se pueden encontrar secadores adecuados de tamaños entre 3 m^3 (con una área de calefacción de $10,5 \text{ m}^2$) hasta de $7,22 \text{ m}^3$ (con una área de $18,8 \text{ m}^2$). El coste de un secador de 3 m^3 es de 85.000 u.a. . Se considerará un exponente de la ecuación de coste es de $0,2$, sin término independiente.

Servicios generales: Se genera vapor a 40 bar a un coste de $7,7 \text{ u.a.}$ por tonelada ($3,6 \cdot 10^{-9} \text{ u.a./J}$). Para calentamientos a baja temperatura, también se puede utilizar vapor residual de $2,5 \text{ bar}$ valorado en $2,1 \text{ u.a.}$ por tonelada ($1,0 \cdot 10^{-9} \text{ u.a./J}$).

Se dispone de agua de refrigeración a 25°C que no debe eliminarse por encima de los 50°C . El coste es de $0,20 \text{ u.a./m}^3$ (coste total $1,9 \cdot 10^{-9} \text{ u.a./J}$). Se dispone también de una salmuera de CaCl_2 a -15°C que se puede calentar hasta -9°C , con un coste de $25,6 \cdot 10^{-9} \text{ u.a./J}$.

El coste de electricidad es de $0,035 \text{ u.a.}$ por kWh ($9,7 \cdot 10^{-9} \text{ u.a./J}$).

Condiciones ambientales : El proceso se desarrollará en un edificio, cuya temperatura oscilará entre los 15°C y los 26°C en función de las condiciones exteriores.

Datos utilizados

Toda la información anterior se resume en las tablas 3.14 y 3.15 y en la figura 3.14.

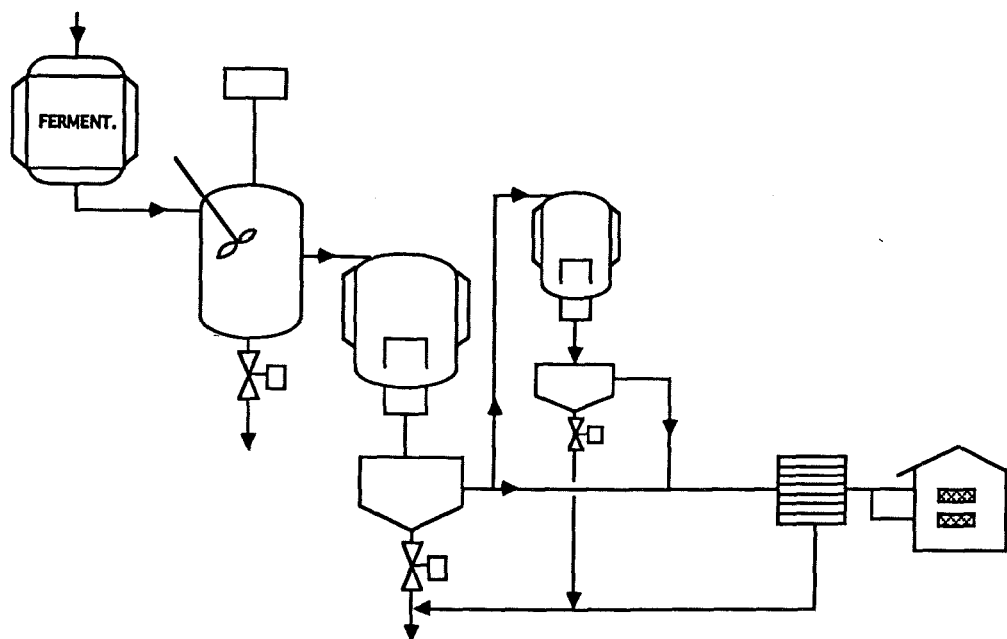


Figura 3.14. Planta para la producción de penicilina.

Tabla 3.14. Datos generales.

| | | |
|---------------------|----------------------|----------------------|
| 7 Equipos | 2 Productos | |
| | Producto | |
| | A: Grado terapéutico | B: Grado veterinario |
| Demanda | 3.784 kg | 22.700 kg |
| Penalizaciones | ∞ | ∞ |
| Horizonte de tiempo | 2.400 horas | |

| Factores de tamaño | | |
|------------------------------|-----------------------|-----------------------|
| Tarea | S_{Aj} (m^3/kg) | S_{Bj} (m^3/kg) |
| Fermentación | 0,130 | 0,126 |
| Extracción | 0,260 | 0,252 |
| Cristalización | 0,130 | 0,126 |
| 1 ^{er} centrifugado | 0,00104 | 0,00100 |
| Recristalización | 0,130 | - |
| 2 ^o centrifugado | 0,00100 | - |
| Secado | 0,00154 | 0,00154 |

| Tiempos de operación | | |
|------------------------------|------------------|------------------|
| Tarea | T_{Aj} (horas) | T_{Bj} (horas) |
| Fermentación | 154 | 154 |
| Extracción | 6,50 | 6,50 |
| Cristalización | 2,00 | 2,00 |
| 1 ^{er} centrifugado | 0,75 | 0,75 |
| Recristalización | 3,00 | - |
| 2 ^o centrifugado | 0,75 | - |
| Secado | 13,0 | 13,0 |

Tabla 3.15. Equipos disponibles.

| Equipo | Factores de coste | | | Límites | |
|----------------------|-------------------|-----------|------------|-------------|-------------|
| | α_j | β_j | γ_j | V_j^{min} | V_j^{max} |
| Fermentador | 0 | 91.947 | 0,50 | 19,0 | 114,0 |
| Tanque no encamisado | 0 | 9.982 | 0,40 | 3,8 | 19,0 |
| Tanque encamisado | 0 | 20.207 | 0,65 | 3,8 | 19,0 |
| Centrífuga | 130.000 | 0 | 0,00 | 0,453 | 0,453 |
| Secador | 0 | 68.071 | 0,20 | 3,0 | 7,2 |
| Depósito (A.I.) | 0 | 8.814 | 0,46 | 19,0 | 114,0 |
| Carro (A.I.) | 0 | 110 | 0,46 | 1,8 | 1,8 |

Primer diseño

A partir de los datos anteriores, aplicando las estrategias de diseño propuestas, se obtienen los resultados indicados en la primera columna de la tabla 3.16.

Dada las diferencias que existen entre los diferentes tiempos de operación, especialmente entre la etapa de fermentación y el resto (figura 3.15-a), una primera solución al problema indica que se deben instalar un gran número de fermentadores en paralelo, de capacidad mínima, que coincide con la capacidad máxima de los equipos asignados a la etapa de extracción. De esta forma se utiliza al máximo la capacidad instalada del resto de los equipos. A continuación, el algoritmo de introducción de equipos en paralelo detecta la posibilidad de instalar nuevos equipos en fase, hasta llegar a la solución indicada. El proceso es mucho más rápido si se eliminan las restricciones de capacidad máxima para obtener una primera estimación de las unidades que será necesario colocar, tal como se indica en la sección 3.5.5.

Una alternativa obvia, a la vista de los datos de tiempos y disponibilidad de equipos y de los resultados del diseño ya realizado, consiste en instalar un equipo de almacenaje adecuado entre la etapa de fermentación y la de extracción, dividiendo la línea de producción en dos zonas.

Incorporación de equipos de almacenaje intermedio

El algoritmo propuesto en la sección 3.7.4 indica que, en caso de introducirse equipos de almacenaje intermedio, su situación idónea está entre la etapa de fermentación y la de extracción. La conclusión era obvia a la vista de los tiempos de ciclo y tamaños de lote calculados.

Los resultados obtenidos por aplicación de las estrategias de cálculo de capacidades indicadas en la sección 3.7.7 se pueden observar en la segunda columna de la tabla 3.16. Dado que los fermentadores, que son los equipos más caros sujetos a optimización, funcionan de forma muy parecida para ambos productos, la distribución de tiempos varía poco, aunque al reducir los tiempos muertos en las etapas de extracción y purificación se puede trabajar con equipos más pequeños y con menor número de unidades en paralelo, por lo que la disminución en la función objetivo es notable.

La optimización en este caso ha quedado condicionada por la gran diferencia de coste entre el fermentador y el resto de los equipos, por lo que el sistema de cálculo respeta la relación óptima de productividades para los fermentadores en el conjunto de la planta.

Para calcular la capacidad necesaria del depósito de almacenaje intermedio se ha utilizado la relación (3.41), ya que la relación entre tamaños de lote no es sencilla y los tiempos de transferencia son pequeños en comparación con los tiempos de proceso.

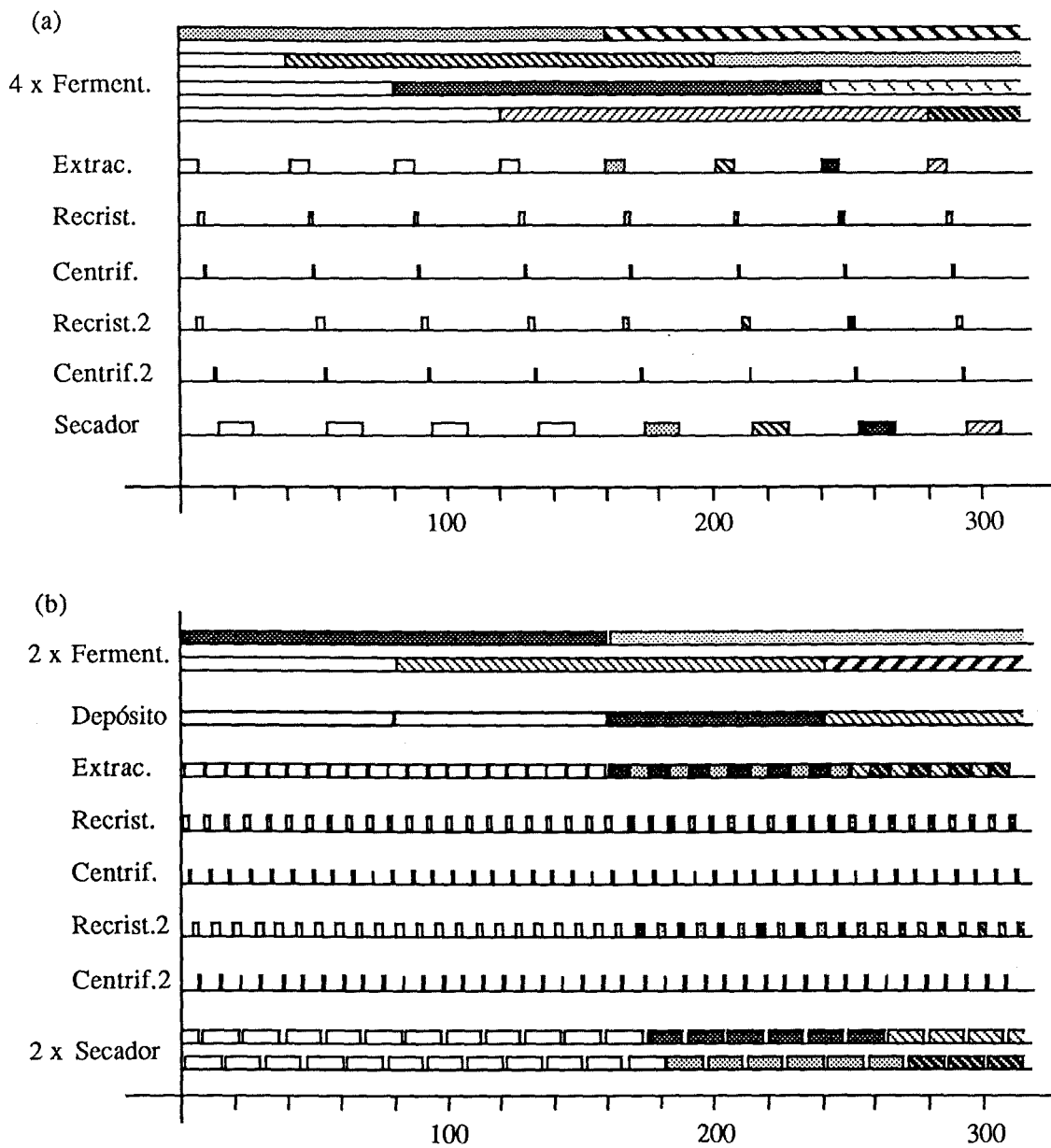


Figura 3.15. Ocupación de equipos instalados: a) Sin almacenaje intermedio. b) Con almacenaje intermedio.

En los cálculos no se han tenido en cuenta ni la forma de asegurar que el material no quede almacenado durante un tiempo excesivo (8 días según se especifica en la descripción de esta etapa) ni las necesidades de limpieza del tanque de almacenaje, que implicarán su vaciado periódico. Ambos problemas pueden solucionarse repartiendo la capacidad calculada en dos unidades, a costa de encarecer ligeramente el coste de la instalación (un tanque de $116,4 \text{ m}^3$ implica un coste de 78.600 u.a. , mientras que el coste asociado a dos tanques de $58,2 \text{ m}^3$ es de 114.300 u.a. , con lo que el coste final pasará a ser de $2.650.000 \text{ u.a.}$).

Por último, se debe señalar que, en este caso, dado que el producto intermedio a almacenar es siempre el mismo, independientemente del producto final a fabricar, no es necesario asegurar que la productividad sea la misma en todas las zonas. Es posible por tanto diseñar ambas zonas de forma independiente, obteniéndose como resultado las dimensiones de la tercera columna de la tabla 3.16.

Analizando estos resultados se observa que ha sido conveniente incrementar la velocidad de producción del producto de grado veterinario después del depósito, lo cual se puede conseguir aumentando solamente la capacidad del tanque no encamisado (extracción) y la del primer tanque encamisado (cristalización). De esta forma se puede lograr un cierto ahorro de tiempo durante la elaboración del producto de grado veterinario, tiempo que permite elaborar el producto de grado terapéutico a menor productividad y reducir así la capacidad necesaria del segundo tanque encamisado, que solamente se utiliza durante la obtención del producto de grado terapéutico. Esta estrategia es económicamente favorable mientras no sea necesario introducir nuevos equipos en paralelo para obtener mayores aumentos de productividad al fabricar el producto de grado veterinario.

En cambio, si no se instala el tanque de almacenaje o se desea mantener la productividad entre zonas, cualquier incremento en la capacidad de producción de la planta respecto al producto de grado veterinario implica aumentar la capacidad del fermentador, por lo que el incremento de coste asociado no es compensado por el ahorro conseguido al disminuir la capacidad del segundo tanque encamisado.

Aunque la solución indicada en la tercera columna de la tabla 3.16 es adecuada para comparar los resultados de la optimización con el resto de posibilidades reflejadas en dicha tabla, antes de aplicarla deben considerarse detalladamente los efectos de la planificación de la producción y sus costes:

- Como en el caso anterior (segunda columna de la tabla 3.16), no se han considerado las restricciones ligadas a la conservación del producto intermedio y a la limpieza del tanque. Utilizando dos tanques de almacenaje el coste total aumenta en 35.800 u.a. , hasta $2.641.300 \text{ u.a.}$, frente a las $2.650.000 \text{ u.a.}$ del caso equivalente conservando las productividades. La diferencia, por tanto, se mantiene.
- Durante la producción de **A**, el flujo medio de material que llega al depósito

Tabla 3.16. Resultados sin reutilización de equipos.

| | Caso Inicial Sin A. I. | Un A. I. B/T=cte. | Un A. I. B/T≠ cte. | Dos A. I. B/T=cte. | Dos A. I. B/T≠ cte. |
|--------------------|---------------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|
| B_A (kg) | 413,9 | 827,9 | 827,9 | 827,9 | 827,9 |
| B_B (kg) | 426,7 | 853,5 | 853,5 | 853,5 | 853,5 |
| T_A (horas) | 38,5 | 77,00 | 77,00 | 77,00 | 77,00 |
| T_B (horas) | 38,5 | 77,00 | 77,00 | 77,00 | 77,00 |
| V_1 (m^3) | 4ff x 53,7 | 2ff x 107,4 | 2ff x 107,4 | 2ff x 107,4 | 2ff x 107,4 |
| Depósito (m^3) | — | 116,4 | 116,9 | 111,9 | 112,1 |
| B_A (kg) | 413,9 | 69,9 | 55,10 | 34,9 | 29,3 |
| B_B (kg) | 426,7 | 72,0 | 75,50 | 36,0 | 37,3 |
| T_A (horas) | 38,5 | 6,50 | 6,50 | 3,25 | 3,25 |
| T_B (horas) | 38,5 | 6,50 | 6,50 | 3,25 | 3,25 |
| V_2 (m^3) | 6ef x 17,89 | 18,13 | 19,00 | 2ff x 9,06 | 2ff x 9,37 |
| V_3 (m^3) | 3ef x 17,89 | 9,06 | 9,50 | 4,53 | 4,69 |
| V_4 (m^3) | 0,45 | 0,45 | 0,45 | 0,45 | 0,45 |
| V_5 (m^3) | 3ef x 17,89 | 9,06 | 7,15 | 4,53 | 3,80 |
| V_6 (m^3) | 0,45 | 0,45 | 0,45 | 0,45 | 0,45 |
| Carro (m^3) | — | — | — | 1,80 | 1,80 |
| B_A (kg) | 413,9 | 69,9 | 55,10 | 1.800 | 1.800 |
| B_B (kg) | 426,7 | 72,0 | 75,50 | 1.800 | 1.800 |
| T_A (horas) | 38,5 | 6,50 | 6,50 | 13,0 | 13,0 |
| T_B (horas) | 38,5 | 6,50 | 6,50 | 13,0 | 13,0 |
| V_7 (m^3) | 3,00 | 2ff x 3,00 | 2ff x 3,00 | 3,00 | 3,00 |
| H_A (horas) | 352,0 | 352,0 | n.a. | 352,0 | n.a. |
| H_B (horas) | 2.048,0 | 2.048,0 | n.a. | 2.048,0 | n.a. |
| F.Obj. (u.a.) | 4.019.400 | 2.614.300 | 2.605.600 | 2.483.200 | 2.479.300 |
| CPU ^(a) | 1,81 | 2,27 | 0,44 | 2,27 | 0,36 |

^(a) Segundos, en Digital VAX 11/780.

Los tamaños de lote y tiempos de ciclo indicados en las columnas tercera y quinta de esta tabla corresponden a los tamaños máximos y tiempos mínimos admisibles para los equipos instalados. En las columnas segunda y cuarta se señalan los valores ajustados para que se mantengan las productividades entre las diferentes zonas. El mismo criterio se ha seguido en la tabla 3.18.

supera la capacidad de proceso de la segunda zona, mientras que al fabricar **B** se da la situación contraria. Para mantener los balances de masa globales en el depósito se puede tomar alguna de las siguientes medidas:

- Aumentar la capacidad de almacenaje. De esta forma se podrá almacenar el exceso de producción de **A** y utilizarlo después como si fuera producto **B**. Esta solución implica almacenar producto intermedio durante largo tiempo, además de los costes adicionales de almacenaje.
- Trabajar según campañas cortas, realizando entre 4 y 5 lotes de **B** por cada lote de **A**, de manera que el consumo global de producto intermedio coincida con su producción en la etapa de fermentación. Para cubrir la demanda con las capacidades calculadas deben realizarse 69 lotes de **A** en las 2400 horas tomadas como horizonte de tiempo, por lo que esta solución implica $2 \cdot 69 - 1 = 137$ cambios de producto, aunque mediante una planificación adecuada pueden cubrirse los objetivos realizando solamente unos 60 cambios de producto.

En este caso, los tiempos y costes de limpieza obligan a revisar cuidadosamente los resultados indicados: el equipo de secado es limitante de tiempo de ciclo y necesitará 4 horas adicionales de limpieza antes de cada cambio de producto, por lo que, en principio, la solución indicada no es viable. De todas formas, se ha tomado un tiempo de proceso conservador de 12 horas cuando la información disponible indica valores entre 9 y 13 horas, por lo que el tiempo de limpieza podría quedar absorbido por el margen de seguridad. Además, el producto anterior es estable, por lo que los tiempos ahorrados pueden acumularse.

- Evidentemente, una tercera alternativa consiste en combinar las dos posibilidades anteriores: aumentando la capacidad de los equipos de almacenaje hasta 141 m^3 es posible reducir el número de cambios de producto necesarios a 10. Esta opción encarece el diseño en 7.100 u.a. (hasta 2.612.700 u.a.) si solamente se utiliza un tanque de almacenaje, y en 10.300 u.a. (hasta 2.651.600 u.a.) si se instalan dos tanques; en este último caso, la solución que mantiene las productividades constantes es más barata incluso sin considerar penalizaciones por cambios de producto.

En todos los casos se observa que el tamaño del secador propuesto es el mínimo disponible y que en ocasiones es conveniente poner dos en paralelo para reducir el tiempo de ciclo en la segunda zona, por lo que se plantea la posibilidad de introducir un segundo punto de desacoplamiento antes de dicho equipo mediante almacenaje intermedio. Dicha situación también es detectada claramente por el algoritmo de localización propuesto, indicando además que los beneficios serán muy inferiores a los previstos para la primera localización (después del fermentador). Técnicamente, el almacenaje se puede realizar en los propios carros de transporte.

Analizada esta opción, el diseño óptimo se obtiene de nuevo respetando las productividades que permiten trabajar con una máxima ocupación de los fermentadores. Estos resultados se resumen en la cuarta columna de la tabla 3.16.

Finalmente se han realizado los cálculos de diseño para cada una de las tres zonas por separado (quinta columna de la tabla 3.16). Reduciendo la productividad de la planta respecto al producto de grado terapéutico se reducen también la capacidad necesaria en el segundo cristalizador y el coste de la planta. Aunque en esta ocasión la ventaja se mantiene hasta alcanzar el tamaño mínimo admisible en este último equipo, el ahorro final obtenido es inferior, por lo que no compensa los costes necesarios para mantener los balances de masa (mayor capacidad de almacenamiento y/o costes de cambio de producto).

Reutilización de equipos

Tal como se observa en la receta del producto de grado terapéutico, las características de los equipos que se utilizan en la primera y en la segunda centrifugación son las mismas, y lo mismo ocurre con las dos cristalizaciones. Por tanto, una posible mejora al esquema de producción consiste en reutilizar estos equipos en el caso de realizar dicho producto.

Se ha considerado necesario incluir operaciones de limpieza entre la primera utilización de cada equipo y la segunda dentro del mismo lote, para evitar la contaminación del producto previamente purificado. En este caso, los tiempos de proceso quedan modificados tal y como se observa en la tabla 3.17. Los factores de tamaño quedan inalterados y serán en cada caso los mayores de todas las tareas que utilicen cada equipo. La figura 3.16 ilustra el cálculo de los tiempos equivalentes trabajando en operación en semisolapamiento (página 15).

Los resultados obtenidos se resumen en la tabla 3.18, donde se observa que en esta opción, en este ejemplo, es siempre más rentable que su equivalente sin reutilización de equipos.

El tamaño del secador propuesto es el mínimo disponible, por lo que se plantea de nuevo desacoplar la etapa de secado almacenando material en los carros de transporte.

Realizados los cálculos correspondientes, se observa que la solución obtenida es la misma que en el caso con un solo punto de almacenaje (columna 4 frente a columna 2 de la tabla 3.18), excepto por lo que respecta al coste del nuevo equipo de almacenaje. Ello es debido a que el tiempo de ciclo para el producto de grado terapéutico no queda afectado por la introducción del equipo de almacenaje. Con la nueva situación se pretendía aprovechar el tiempo ganado al desacoplar procesos para disminuir la productividad, intentando obtener una reducción en las dimensiones de los equipos, pero esto no es posible para uno de los productos sin aumentar el tamaño de equipos que ya están al límite de su capacidad o sin poner nuevos equipos en paralelo, lo cual

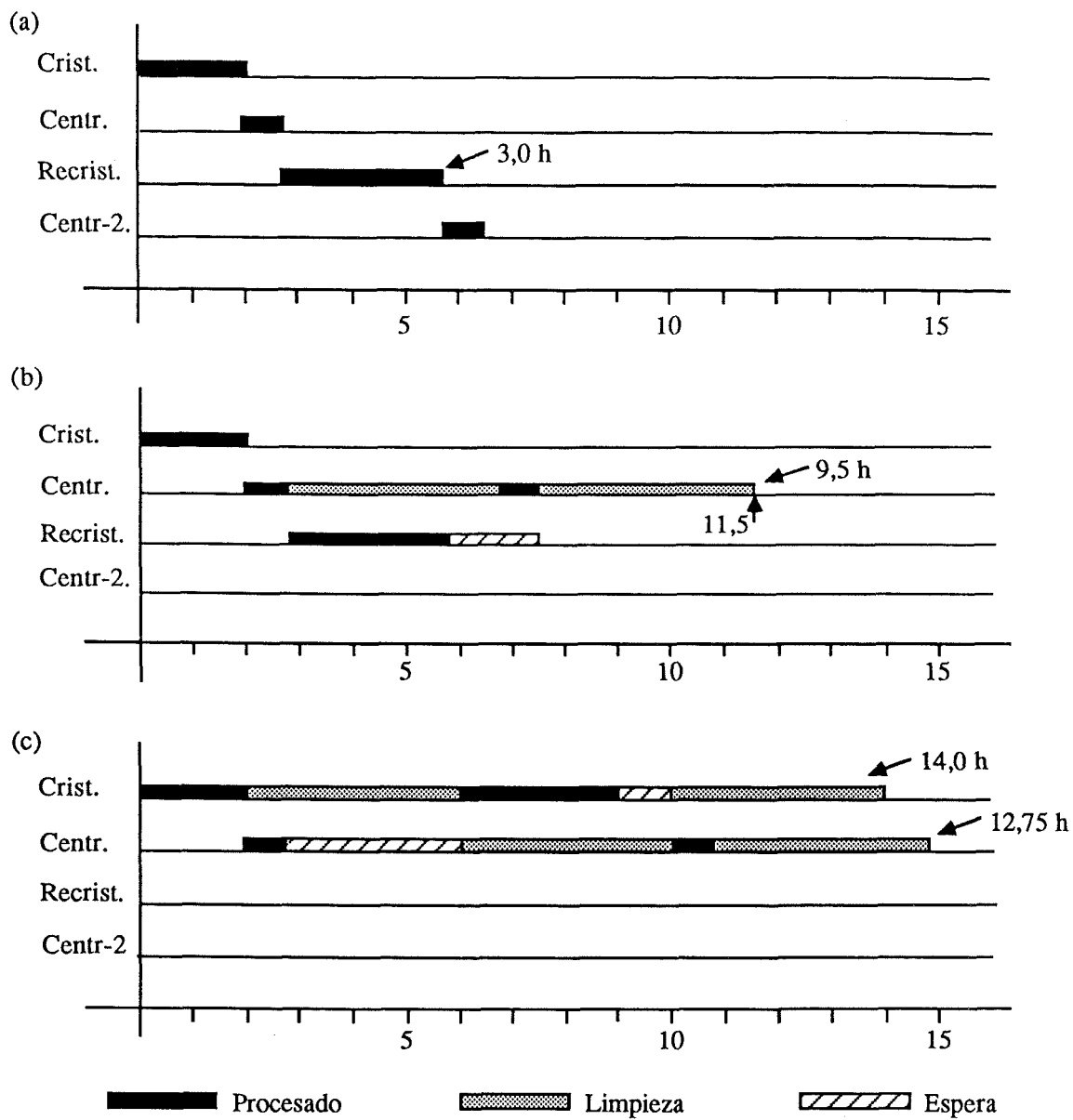


Figura 3.16. Ocupación de equipos en caso de reutilización: a) Caso inicial. b) Reutilización de la centrífuga. c) Reutilización de la centrífuga y del depósito encamisado.

Tabla 3.17. Tiempos de proceso con reutilización de equipos.

| Tiempos de operación | | |
|------------------------------|-------------------|-------------------|
| Tarea | T_{A_j} (horas) | T_{B_j} (horas) |
| Fermentación | 154 | 154 |
| Extracción | 6,50 | 6,50 |
| Cristalización | 6,00 | 2,00 |
| 1 ^{er} centrifugado | 4,75 | 0,75 |
| Recristalización | 7,00 | - |
| 2 ^o centrifugado | 4,75 | - |
| Secado | 13,0 | 13,0 |

| Tiempos equivalentes de operación | | |
|-----------------------------------|-------------------|-------------------|
| Equipos | T_{A_j} (horas) | T_{B_j} (horas) |
| Fermentador | 154 | 154 |
| Dep. No enc. | 6,50 | 6,50 |
| Dep. enc. | 14,00 | 2,00 |
| Centrífuga | 12,75 | 0,75 |
| Secado | 13,0 | 13,0 |

es más costoso. En estas condiciones, se plantea la modificación de productividades relativas, pero esta alternativa no es aceptable económicamente, ya que el cambio se propagará al resto de las zonas, con lo que se provocaría una desocupación en los fermentadores, que son los equipos más caros.

Si se acepta trabajar con diferentes productividades en cada zona, la presencia de un segundo punto de almacenaje sí permite obtener nuevos ahorros (columna 5 frente a columna 3 de la tabla 3.18). Analizando estos últimos resultados se observa que en la etapa de extracción se han colocado dos equipos *fuera de fase*: La relación entre factores de tamaño entre las etapas de extracción y cristalización es 2:1 para ambos productos, por lo que en principio es una buena idea disponer del doble de capacidad en los equipos de extracción respecto a la capacidad de los equipos de cristalización. Sin embargo, al desacoplar la etapa de secado y eliminar la restricción referente a las productividades, la etapa de extracción pasa a ser claramente limitante en cuanto a tiempo de ciclo del producto **B**, por lo que un equipo fuera de fase en esta etapa permitirá aumentar la productividad al doble o reducir a la mitad la capacidad instalada en las etapas de extracción y de cristalización. A pesar de que este razonamiento no es aplicable al producto **A**, por lo que este nuevo equipo es superfluo para la fabricación de **A**, con los factores indicados en la tabla 3.15, ésta es la mejor alternativa para reducir los costes de la instalación.

En ambos casos son aplicables los comentarios referentes al mantenimiento del balance de masa en los equipos de almacenaje, realizados al analizar la situación planteada sin reutilización de equipos.

Tabla 3.18. Resultados con reutilización de equipos.

| | Reutil. Sin A.I. Caso inicial | Reutil. Un A.I. B/T=cte. | Reutil. Un A.I. B/T≠cte. | Reutil. Dos A.I. B/T=cte. | Reutil. Dos A.I. B/T≠cte. |
|----------------------------|-------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| B_A (kg) | 413,9 | 805,9 | 827,9 | 805,9 | 827,9 |
| B_B (kg) | 426,7 | 857,5 | 853,4 | 857,5 | 853,4 |
| T_A (horas) | 38,5 | 77,0 | 77,0 | 77,0 | 77,00 |
| T_B (horas) | 38,5 | 77,0 | 77,0 | 77,0 | 77,00 |
| V_1 (m ³) | 4ff x 53,68 | 2ff x 107,9 | 2ff x 107,4 | 2ff x 107,9 | 2ff x 107,4 |
| Depósito (m ³) | – | 126,1 | 125,7 | 126,1 | 114,1 |
| B_A (kg) | 413,9 | 146,5 | 141,3 | 146,5 | 51,9 |
| B_B (kg) | 426,7 | 144,8 | 145,7 | 144,8 | 53,5 |
| T_A (horas) | 38,5 | 14,0 | 14,0 | 14,0 | 14,0 |
| T_B (horas) | 38,5 | 13,0 | 13,0 | 6,5+6,5 | 3,25 |
| V_2 (m ³) | 6ef x 17,89 | 2ef x 19,00 | 2ef x 18,33 | 2ef x 19,00 | 2ff x 13,46 |
| V_3 (m ³) | 3ef x 17,89 | 19,00 | 18,33 | 19,00 | 6,73 |
| V_4 (m ³) | 0,45 | 0,45 | 0,45 | 0,45 | 0,45 |
| Carro (m ³) | – | – | – | 1,80 | 1,80 |
| B_A (kg) | 413,9 | 146,5 | 141,3 | 146,5 | 1.800 |
| B_B (kg) | 426,7 | 144,8 | 145,7 | 144,8 | 1.800 |
| T_A (horas) | 38,5 | 14,0 | 14,0 | 13,0+1,0 | 13,0 |
| T_B (horas) | 38,5 | 13,0 | 13,0 | 13,0 | 13,0 |
| V_7 (m ³) | 3,00 | 3,00 | 3,00 | 3,0 | 3,00 |
| H_A (horas) | 352,0 | 361,6 | n.a. | 361,6 | n.a. |
| H_B (horas) | 2.048,0 | 2.038,4 | n.a. | 2.038,4 | n.a. |
| F.Obj. (u.a.) | 3.494.300 | 2.410.800 | 2.399.100 | 2.410.900 | 2.324.200 |
| CPU (a) | 0,92 | 2,31 | 0,41 | 2,34 | 0,28 |

(a) Segundos, en Digital VAX 11/780.

3.8.5. Caso A5. Ejemplo propuesto por Vaselenak y colaboradores

El siguiente caso, que ilustrará las posibilidades del procedimiento de remodelación de plantas descrito en la sección 3.6, está basado en el ejemplo 2 propuesto por Vaselenak y colaboradores en [103] y replanteado por Fletcher y colaboradores en [28] relajando algunas de las restricciones del planteamiento.

Se trata de una planta diseñada de fabricación de 4 productos, donde cada uno de los cuales necesita pasar por las mismas 4 etapas en su proceso de fabricación. Las características de estas etapas se reflejan en la tabla 3.19.

Tabla 3.19. Descripción de los productos.

| Producto | Tiempos de proceso (horas) | | | |
|----------|----------------------------|--------|--------|---------|
| | V_1 | V_2 | V_3 | V_4 |
| A | 6,3822 | 4,7393 | 8,3353 | 3,9443 |
| B | 6,7938 | 6,4175 | 6,4750 | 4,4382 |
| C | 1,0135 | 6,2699 | 5,3713 | 11,9213 |
| D | 3,1977 | 3,0415 | 3,4609 | 3,3047 |

| Producto | Factores de tamaño (l/kg) | | | |
|----------|-------------------------------|--------|--------|--------|
| | V_1 | V_2 | V_3 | V_4 |
| A | 7,9130 | 2,0815 | 5,2268 | 4,9523 |
| B | 0,7891 | 0,2871 | 0,2744 | 3,3951 |
| C | 0,7122 | 2,5889 | 1,6425 | 3,5903 |
| D | 4,6730 | 2,3586 | 1,6087 | 2,7879 |

Para realizar dichas etapas se dispone actualmente de una red de equipos, esquematizada en la figura 3.17, cuyos datos se encuentran en la tabla 3.20.

Se plantea la posibilidad de cubrir la demanda indicada en la tabla 3.21. Para determinar la estrategia óptima a seguir se han utilizado los procedimientos propuestos, obteniéndose los resultados que se describen a continuación.

Situación inicial

Si no se realizan modificaciones, los equipos disponibles resultan insuficientes para cubrir la demanda en el horizonte de tiempo especificado, tal como se observa en la tabla 3.22.

Si no hay otras reglas de producción, la política óptima consistirá en aprovechar al máximo la demanda de los productos que reporten mayor beneficio horario, y limitar

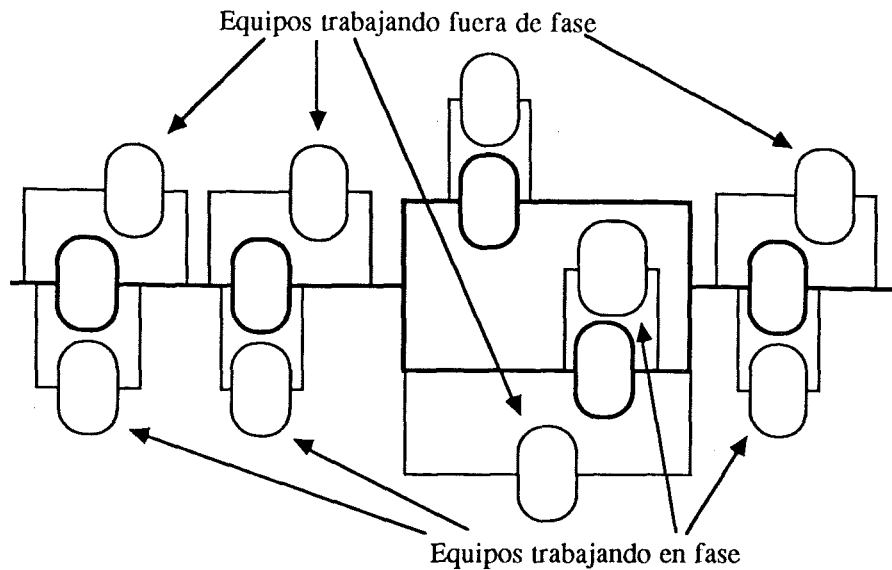


Figura 3.17. Planta inicial propuesta por Vaselenak y colaboradores. Las líneas más finas indican posibles expansiones mediante equipos en fase o fuera de fase.

la actividad a las 6.000 horas indicadas como horizonte de tiempo. La mejor solución es la indicada en la tabla 3.23, donde se ha reducido la producción de C, dado que es el producto que presenta un menor beneficio horario ($\beta_C \cdot T_C / B_C = 54,25 \text{ u.a./h}$). La cantidad de C a producir se deduce del tiempo que queda disponible después de cubrir sucesivamente la demanda del resto de productos más rentables (773,1 horas).

Remodelación caso 1: Todos los productos utilizan los equipos de la misma forma

Realizando el análisis de remodelación, se han obtenido los resultados de la tabla 3.24, comparables a los obtenidos por Vaselenak y colaboradores, y que corresponden

Tabla 3.20. Datos de la planta original propuesta por Vaselenak y colaboradores.

| Equipo | Parámetros de coste | | | Equipo original |
|--------|---------------------|-----------|------------|-----------------|
| | α_j | β_j | γ_j | |
| V_1 | 15.280 | 16,27 | 1,0 | 4.000 |
| V_2 | 38.200 | 40,68 | 1,0 | 4.000 |
| V_3 | 45.840 | 48,81 | 1,0 | 3.000+3.000 |
| V_4 | 10.180 | 10,84 | 1,0 | 3.000 |

Los datos de coste presentan un error de escala en la publicación original [103].

Tabla 3.21. Situación de mercado.

| Producto | Demanda | β_i (u.a./kg) |
|----------|---------|---------------------|
| A | 268.200 | 1,114 |
| B | 156.000 | 0,535 |
| C | 189.700 | 0,774 |
| D | 166.100 | 0,224 |

| | |
|---------------------|-------------|
| Horizonte de tiempo | 6.000 horas |
|---------------------|-------------|

a las condiciones de trabajo indicadas en la tabla 3.25.

El sistema descrito para la propuesta de introducción de nuevos equipos en paralelo es, en este caso, especialmente eficiente. Partiendo de la situación inicial, se observa que:

- Las etapas 2 y 3 no son limitantes ni en tiempos ni en tamaños, por lo que en una primera fase se descarta su análisis.
- Si se desea instalar en las etapas 1 o 4 equipos en paralelo para trabajar fuera de fase, su tamaño deberá ser, al menos, comparable al de los ya existentes. En caso contrario, al ser también estas etapas limitantes de tamaño de lote para algunos productos, la presencia de equipos más pequeños forzaría una disminución del tamaño de lote y por tanto, una disminución de la productividad y una utilización inferior de los equipos no limitantes.
- Los factores de tamaño relacionados con las tareas que tienen al equipo 4 como limitante (productos B y C) son mucho menores a los de las tareas que tienen al equipo 1 (productos A y D), por lo que un aumento de la capacidad disponible en la tarea 4 reportará mayores ahorros de tiempo que un aumento igual en la capacidad disponible para la tarea 1.
- Los equipos relacionados con la tarea 4 son más baratos que los equipos relacionados con la tarea 1.

Está claro, por tanto, que una primera prueba debe centrarse en calcular los beneficios esperados al instalar una nueva unidad en paralelo en fase en la etapa 4.

Realizando los cálculos correspondientes se observa que, inicialmente, el incentivo para aumentar la capacidad de producción es 24,82 u.a./l: Sin tener en cuenta el coste adicional de instalación del nuevo equipo ($\alpha_4 = 10.180$ u.a.), resulta que en las condiciones de partida (planta no modificada) cada litro de capacidad adicional en el

Tabla 3.22. Cálculo de las condiciones de proceso iniciales.

| Cálculo del Tiempo Limitante T_{ij} | | | | |
|---------------------------------------|--------|--------|-----------------------|---------|
| Producto | V_1 | V_2 | V_3 | V_4 |
| A | 6,3822 | 4,7393 | ^(a) 4,1677 | 3,9443 |
| B | 6,7938 | 6,4175 | 6,4750 | 4,4382 |
| C | 1,0135 | 6,2699 | 5,3713 | 11,9213 |
| D | 3,1977 | 3,0415 | ^(a) 1,7305 | 3,3047 |

| Cálculo del Tamaño Limitante B_{ij} | | | | |
|---------------------------------------|---------|----------|----------|---------|
| Producto | V_1 | V_2 | V_3 | V_4 |
| A | 505,5 | 1.921,7 | 574,0 | 605,8 |
| B | 5.069,1 | 13.932,4 | 10.932,9 | 883,6 |
| C | 5.616,4 | 1.545,1 | 1.826,5 | 835,6 |
| D | 856,0 | 1.315,1 | 1.864,9 | 1.076,1 |

| Beneficios máximos esperados | | | | | |
|------------------------------|-------------------|-----------------|---------------------|---------------|---------|
| Prod. | T_i (h) | B_i (kg) | $\beta_i B_i / T_i$ | Ventas (u.a.) | T. (h) |
| A | 6,3822 (V_1) | 505,5 (V_1) | 88,23 | 298.774,8 | 3.386,2 |
| B | 6,7938 (V_1) | 883,6 (V_4) | 69,58 | 83.460,0 | 1.199,4 |
| C | 11,9213 (V_4) | 835,6 (V_4) | 54,25 | 146.827,8 | 2.706,4 |
| D | 3,3047 (V_4) | 856,0 (V_1) | 58,02 | 37.206,4 | 641,3 |
| Total | | | 71,38 | 566.269,0 | 7.933,3 |

^(a) Los equipos tipo 3 pueden trabajar en paralelo fuera de fase para los productos A y D, no siendo necesario para B y C. Trabajando en fase no se consigue aumentar el tamaño de lote de ninguno de los productos.

equipo 4 cuesta

$$\frac{\partial FO}{\partial V_4} = \beta_4 = 10,84 \text{ u.a./l}$$

por su parte, este aumento de capacidad permite obtener una reducción del tiempo de utilización de los equipos de

$$\frac{\partial SP}{\partial V_4} = 0,6573 \text{ h/l}$$

que, aplicadas a obtener mayor cantidad de producto C, implicarán

$$0,6573 \text{ h/l} \cdot 54,25 \text{ u.a./h} = 35,66 \text{ u.a./l}$$

En términos de tiempo, cada hora ganada en la producción permite obtener un beneficio adicional de 54,25 u.a., mientras que para ello se necesita equipo adicional

Tabla 3.23. Cálculo de la mejor utilización posible de los equipos iniciales.

| Producto | Benef. (u.a./h) | T dis. (h) | Produc. (kg) | Ventas (u.a.) |
|----------|--------------------|---------------|-------------------------|------------------|
| inicio | | 6.000,0 | 0,0 | 0,0 |
| A | 88,23 | 2.613,8 | 268.200,0 | 298.774,8 |
| B | 69,58 | 1.414,4 | 156.000,0 | 83.460,0 |
| C | 54,25 | 641,3 | ^(a) 54.190,7 | 41.943,6 |
| D | 58,02 | 0,0 | 166.100,0 | 37.206,4 |
| Total | 76,90 | 0,0 | 644.490,7 | 461.384,8 |

$$^{(a)}Q_C = \frac{H_C}{T_C} \cdot B_C = \frac{773,1}{11,92} \cdot 835,6 = 54.190,7.$$

por valor de 16,49 u.a.

Mientras la situación de equipos limitantes continúe de la misma forma, el incentivo calculado se mantendrá positivo, y además constante: aunque un mismo aumento de capacidad provoque aumentos cada vez menores en H_C ¹¹, el efecto de esta disminución en el incentivo queda exactamente compensado por una productividad cada vez mayor en la elaboración de C, debido precisamente al mismo aumento de B_C . Esto ocurre mientras el tamaño del conjunto en fase ($V_4^v + V_4^n$) no excede los 3.209 litros, por lo que el sistema de optimización va incrementando la dimensión del equipo V_4^n . Cuando se llega a este valor ($V_4^n=209$ l), el tamaño máximo de lote para el producto C supera de 893,8 kg, por lo que el beneficio esperado por la producción del mismo ($\beta_C B_C/T_C$) supera los 58,02 u.a./h. Por tanto, la producción de C pasa a ser más rentable que la de D, y es este último producto el que se debe dejar de producir parcialmente (la cantidad de D que no se llega a cubrir es en ese momento de 36.207 kg, frente a una demanda de 166.100 kg).

A partir de ese momento, el interés en aumentar la capacidad de producción pasa de ser constante a ser decreciente, ya que la productividad del producto D no aumenta al aumentar V_4 . En consecuencia, por cada hora ganada se obtiene el mismo beneficio (58,02 u.a.), pero cada vez se ganan menos horas para un mismo aumento de capacidad¹¹. De todas maneras, es fácil comprobar que, en el caso que se analiza, el incentivo se mantiene positivo mientras los aumentos de capacidad permiten ahorro de tiempo en la producción de B y C, al aumentar sus respectivos tamaños de lote.

Finalmente, cuando el tamaño del conjunto en fase excede los 5.547 litros ($V_4^n =$

¹¹El tiempo de proceso para el producto i es $H_i = Q_i \cdot T_i/B_i$, por lo que, mientras no cambie el equipo limitante y no aumenten las cantidades producidas, un mismo incremento de capacidad provocará un mismo incremento de B_i . Sin embargo, un mismo incremento en B_i permite unas ganancias en tiempo de producción menores cuanto mayor es el valor de B_i .

2.547 l), el tamaño de lote del producto C pasa a estar controlado por el equipo 2 y el incentivo deja de ser positivo, por lo que ésta es la solución óptima de esta alternativa de remodelación. Realizados los cálculos pertinentes, se confirma que el coste inicial del nuevo equipo (α_4) también queda compensado por los nuevos beneficios obtenidos, como se observa en la tabla 3.24. El cálculo de los gradientes de los distintos valores en el entorno de este punto es el siguiente:

- Inmediatamente antes ($V_4^n < 2.547 l$), cada aumento de capacidad de V_4 permitía ganar 0,38 horas ($\partial SP/\partial V_4 = 0,3809 h/l$) y costaba $\partial FO/\partial V_4 = 10,84 u.a./l$, por lo que cada hora ganada costaba 28,45 u.a.
- Inmediatamente después ($V_4^n > 2.547 l$), cada aumento de capacidad permite ganar $\partial SP/\partial V_4 = 0,1170 h/l$ mientras el coste sigue siendo 10,84 u.a./l, por lo que cada hora ganada pasa a costar 92,65 u.a.
- Tanto antes como después, cada hora ganada permite fabricar más producto D (el resto de productos ya tienen sus demandas cubiertas) por valor de 58,02 u.a.

Tabla 3.24. Resultados obtenidos si el modo de operación de los equipos es el mismo para todos los productos.

| Equipo | Valor Inicial | Resultado ([103]) | Resultado Obtenido |
|---------|---------------|-------------------------|----------------------|
| V_1 | 4.000 | 4.000 | 4.000 |
| V_2 | 4.000 | 4.000 | 4.000 |
| V_3 | 3.000+3.000 | 3.000+3.000 | 3.000+3.000 |
| V_4 | 3.000 | 3.000+2.547 | 3.000+2.547 |
| Ventas | 461.385 | – | 558.159 |
| Equipos | 0 | – | -37.792 |
| F. Obj. | 461.385 | 513.300 ^(a) | 520.367 |
| CPU | – | 1,7 min. ^(b) | 5,3 s ^(c) |

^(a) A pesar de que la solución es la misma, en [103] se indica una función objetivo mucho peor a la calculada. Fletcher y colaboradores [28] indican una función objetivo de 518.000 u.a. para la misma solución.

^(b) En DEC-20.

^(c) En Digital VAX 11/780.

Esta solución, como era de esperar, es la óptima, pero el sistema de búsqueda de situaciones alternativas ha calculado y analizado también las siguientes opciones:

- Un equipo 4 fuera de fase sobre el óptimo anterior.
- Un equipo 4 fuera de fase sobre la situación original.

Tabla 3.25. Condiciones de trabajo si el modo de operación de los equipos es el mismo para todos los productos.

| | Cálculo del Tiempo Limitante T_{ij} | | | |
|----------|---------------------------------------|--------|--------|---------|
| Producto | V_1 | V_2 | V_3 | V_4 |
| A | 6,3822 | 4,7393 | 4,1677 | 3,9443 |
| B | 6,7938 | 6,4175 | 6,4750 | 4,4382 |
| C | 1,0135 | 6,2699 | 5,3713 | 11,9213 |
| D | 3,1977 | 3,0415 | 1,7305 | 3,3047 |

| | Cálculo del Tamaño Limitante B_{ij} | | | |
|----------|---------------------------------------|----------|----------|---------|
| Producto | V_1 | V_2 | V_3 | V_4 |
| A | 505,5 | 1.921,7 | 574,0 | 605,8 |
| B | 5.069,1 | 13.932,4 | 10.932,9 | 1.633,9 |
| C | 5.616,4 | 1.545,1 | 1.826,5 | 1.545,1 |
| D | 856,0 | 1.315,1 | 1.864,9 | 1.076,1 |

| Producto | LCT (h) | B (kg) | Produc. (kg) | Ventas (u.a.) | Tiempo nec. (h) | Benef. (u.a./h) |
|----------|-------------------------------|----------------------------------|-----------------|------------------|--------------------|--------------------|
| A | ^(a) 6,38 (V_1) | 505,5 (V_1) | 268.200 | 298.774,8 | 3.386,2 | 88,23 |
| B | 6,79 (V_1) | ^(b) 1.633,9 (V_4) | 156.000 | 83.460,0 | 648,6 | 128,67 |
| C | 11,92 (V_4) | ^(b) 1.545,1 (V_4) | 189.700 | 146.827,8 | 1.463,7 | 100,31 |
| D | ^(a) 3,30 (V_4) | 856,0 (V_1) | 129.893 | 29.096,1 | 501,5 | 58,02 |
| Total | | | | 558.158,7 | 6.000,0 | 93,03 |

^(a) Los equipos 3 pueden trabajar en paralelo fuera de fase para los productos **A** y **D**. No es necesario para los productos **B** y **C**.

^(b) Los equipos 4 pueden trabajar en paralelo en fase para los productos **B** y **C**. No es necesario para los productos **A** y **D**.

- Un equipo 1 fuera de fase sobre el óptimo anterior.
- Un equipo 1 fuera de fase sobre la situación inicial.

En ningún caso se consigue mejorar la solución anterior, debido fundamentalmente a los costes iniciales de los nuevos equipos. Por ejemplo, una vez se ha colocado en la etapa 4 un equipo adicional en fase, cualquier intento de colocar otro equipo adicional está claramente abocado al fracaso: la situación descrita en la tabla 3.24 solamente deja por cubrir demanda con un valor potencial de 8.110,3 u.a., y los costes iniciales por instalación de un equipo nuevo son siempre superiores a este valor.

Remodelación caso 2: El modo de operación de los equipos es función del producto procesado

En la solución anterior se observa que V_4 es la etapa limitante en tiempo de ciclo para los productos **C** y **D**. Por tanto, es obvio que al eliminar restricción que impone a los equipos en paralelo la misma forma de operación para todos los productos, se debe analizar la posibilidad de que V_4^n trabaje fuera de fase en uno o ambos casos.

La primera opción escogida, siguiendo el algoritmo descrito en la sección 3.5.5, consiste en permitir que los equipos instalados en la cuarta etapa trabajen fuera de fase al realizar el producto **D**: a partir de la solución obtenida en el caso anterior, se calculan los tamaños de lote limitantes B_D trabajando con cualquiera de los dos equipos V_4 ; en ambos casos este tamaño queda limitado por otra etapa (es decir, aunque V_4^n es más pequeño que V_4^v , ninguno de los dos trabajará a su capacidad límite), por lo que no habrá diferencia entre los lotes de **D** que pasen por un equipo o por su alternativo.

Sin modificar las capacidades de los equipos, gracias a la reducción de tiempo de ciclo se podrá cubrir la producción anterior en 16,24 horas menos, y el beneficio obtenido en la producción de **D** pasa de 58,02 *u.a./h* a 59,96 *u.a./h*. Si se utiliza todo el horizonte de tiempo, se podrán fabricar 134.239 *kg* de producto **D**, es decir, 4.346 *kg* más (según la solución anterior, el equipo V_4^n no era necesario para la fabricación de **D**).

Se observa también que en esta situación la etapa 4 todavía es menos limitante (deja de ser limitante del tiempo de ciclo del producto **D**), por lo que el incentivo para seguir aumentando su tamaño seguirá siendo negativo; tampoco hay incentivo para disminuir V_4^n , ya que entonces la etapa 4 pasaría de nuevo a ser limitante de B_C ; en consecuencia, la capacidad óptima continúa siendo la misma.

Finalizado el análisis de esta opción, el paso siguiente implica que V_4^n trabaje también fuera de fase en la producción de **C**. Ello permitirá una reducción drástica del tiempo de ciclo limitante de este producto, pero provocará también la disminución de su tamaño de lote. Partiendo de la situación óptima anterior, debido a este cambio originalmente se necesitan 75,94 horas adicionales de producción (59,70 horas adicionales respecto al caso en el que los equipos debían tener el mismo modo de operación para todos los productos), pero el incentivo para seguir aumentando la capacidad de la etapa 4 pasa de negativo a positivo, ya que de nuevo esta etapa 4 es limitante del tamaño de lote B_C , tanto por lo que respecta a V_4^n como por lo que respecta a V_4^v . De todas formas, como V_4^v no puede modificarse, la influencia de V_4 sobre el tamaño de lote (y por tanto, sobre el tiempo ganado en cada aumento de su capacidad) es ahora la mitad: solo afecta a los lotes que pasan por la unidad nueva, que serán la mitad del total de lotes de producto **C** al trabajar dicha unidad fuera de fase respecto a la antigua.

Realizando el correspondiente cálculo de derivadas, se llega a los siguientes valores:

$$\frac{\partial FO}{\partial V_4} = \beta_4 = 10,84 \text{ u.a./l}$$

$$\frac{\partial SP}{\partial V_4} = 0,3945 \text{ h/l}$$

que corresponden a 0,1169 h/l en la producción de **B** y 0,2776 h/l en la producción de **C**. Obsérvese que, a pesar de que los aumentos de capacidad de V_4^n solamente afectan a la mitad de los lotes de **C**, dado que B_C ha disminuido prácticamente a la mitad el efecto global es que $\partial SP/\partial V_4$ es ligeramente mayor al calculado con los equipos en fase. Este ahorro del tiempo de producción, si se utiliza para aumentar la producción de **D**, permitirá un beneficio de

$$0,3945 \text{ h/l} \cdot 59,96 \text{ u.a./h} = 23,65 \text{ u.a./l}$$

por lo que finalmente, el incentivo para seguir aumentando V_4^n es de 12,81 u.a./l.

Si se realizan los cálculos en función del tiempo, aumentar la capacidad de V_4^n para rebajar el tiempo de proceso en una hora adicional cuesta 27,48 u.a., y permite obtener unos beneficios adicionales de 59,96 u.a. Obsérvese de nuevo que conseguir una hora adicional en la situación actual cuesta ligeramente menos que en la situación anterior (28,45 u.a.) dado que, aunque anteriormente V_4^n afectaba a todos los lotes, con los equipos fuera de fase se hacen más lotes de tamaño menor.

Dados estos valores, es evidente que se debe seguir aumentando V_4^n mientras la situación de equipos limitantes sea la misma, cosa que no ocurre hasta llegar a cubrir toda la demanda. En ese momento,

$$\frac{\partial FO}{\partial V_4} = \beta_4 = 10,84 \text{ u.a./l}$$

$$\frac{\partial SP}{\partial V_4} = 0,3273 \text{ h/l}$$

pero este tiempo no puede aplicarse a obtener producto adicional, y por tanto el beneficio obtenido es nulo.

Los resultados finales quedan reflejados en la tabla 3.26. Como era de esperar, estos resultados son superiores a los obtenidos por Vaselenak y colaboradores (tabla 3.24), ya que los mencionados autores no contemplan esta posibilidad. También lo son frente a los obtenidos por Fletcher y colaboradores, que no tienen en cuenta que los equipos trabajando fuera de fase puedan llegar a tener tamaños diferentes. La solución óptima permite en este caso cubrir toda la demanda disponible (tabla 3.27).

Tabla 3.26. Resultados obtenidos si el modo de operación de los equipos es función del producto.

| Equipo | Valor Inicial | Resultado ([28]) | Resultado obtenido ^(a) |
|---------|---------------|------------------|-----------------------------------|
| V_1 | 4.000 | 4.000 | 4.000 |
| V_1 | 4.000 | 4.000 | 4.000 |
| V_3 | 3.000+3.000 | 3.000+3.000 | 3.000+3.000 |
| V_4 | 3.000 | 3.000+3.000 | 3.000+3.090 |
| Ventas | 461.385 | 564.481 | 566.269 |
| Equipos | 0 | -42.700 | -43.676 |
| F. Obj. | 461.385 | 521.781 | 522.593 |
| CPU | - | ^(b) | 6,2 ^(c) |

^(a) Fletcher y colaboradores introducen restricciones sobre los tamaños máximos y mínimos de los equipos ($V_4^{max} = 3.000 l$), no incluidas en el problema original y que aquí no se han tenido en cuenta. Aplicando dichas restricciones, la solución propuesta coincide con la indicada en [28].

^(b) No indicado.

^(c) Segundos, en Digital VAX 11/780.

En la formulación de Fletcher y colaboradores, el tamaño de lote máximo lo determina el menor de los equipos en paralelo fuera de fase. Por tanto, mientras $V_4^n < V_4^v$, V_4^n marca el tamaño de lote de todos los lotes de producto C, incluidos aquellos que no pasan por este equipo. De esta forma, el incentivo para aumentar V_4^n (gradiente) que calculan estos autores es mayor a su valor real. Del mismo modo, cuando $V_4^n > V_4^v$, B_C se hace constante, y $\partial SP/\partial V_4$ pasa a valer $0,1 h/l$, con lo que los beneficios obtenidos son de $5,992 u.a./l$. Aumentar la capacidad de V_4^n continúa costando $10,84 u.a./l$. En consecuencia, aún sin tener en cuenta las limitaciones en el tamaño máximo de los equipos añadidas por Fletcher y colaboradores, según la formulación propuesta en [28] se llega a la conclusión de que el tamaño óptimo es $V_4^n = 3.000 l$, dejando de producir D por valor de $1.788 u.a.$

Si se desea cubrir la demanda total aceptando que el tamaño de lote queda determinado por el menor de los equipos en paralelo trabajando fuera de fase, la mejor solución consiste en seguir aumentando V_4^n hasta los $3.314 l$, con un coste adicional de $3.395 u.a.$ El coste adicional de la unidad $V_4^n = 3.090 l$ es de $971 u.a.$

Obviamente, añadir nuevas unidades en paralelo no es rentable, ya que los costes anualizados de instalación de las mismas superan ampliamente los beneficios perdidos por no cubrir totalmente la demanda. De todas formas, como en el caso anterior, el algoritmo propuesto plantea esta posibilidad, por lo que se analizan otras alternativas que son rápidamente descartadas.

Tabla 3.27. Condiciones de trabajo si el modo de operación de los equipos es función del producto.

| Cálculo del Tiempo Limitante B_{ij} | | | | |
|---------------------------------------|--------|--------|-----------------------|-----------------------|
| Producto | V_1 | V_2 | V_3 | V_4 |
| A | 6,3822 | 4,7393 | ^(a) 4,1677 | 3,9443 |
| B | 6,7938 | 6,4175 | 6,4750 | 4,4382 |
| C | 1,0135 | 6,2699 | 5,3713 | ^(c) 5,9606 |
| D | 3,1977 | 3,0415 | ^(d) 1,7305 | ^(d) 1,6523 |

| Cálculo del Tamaño Limitante T_{ij} | | | | |
|---------------------------------------|---------|----------|----------|------------------------|
| Producto | V_1 | V_2 | V_3 | V_4 |
| A | 505,5 | 1.921,7 | 574,0 | 605,8 |
| B | 5.069,1 | 13.932,4 | 10.932,9 | ^(b) 1.793,8 |
| C | 5.616,4 | 1.545,1 | 1.826,5 | ^(c) 848,1 |
| D | 856,0 | 1.315,1 | 1.864,9 | 1.076,1 |

| Producto | LCT (h) | B (kg) | Produc. (kg) | Ventas (u.a.) | Tiempo nec. (h) | Benef. (u.a./h) |
|--------------|-----------------|----------------------------------|-----------------|------------------|--------------------|--------------------|
| A | 6,3822(V_1) | 505,5 (V_1) | 268.200 | 298.774,8 | 3.386,2 | 88,23 |
| B | 6,7938(V_1) | ^(b) 1.793,8 (V_4) | 156.000 | 83.460,0 | 590,9 | 141,26 |
| C | 6,2699(V_2) | ^(c) 848,1 (V_4) | 189.700 | 146.827,8 | 1.402,4 | 104,70 |
| D | 3,1977(V_1) | 856,0 (V_1) | 166.100 | 37.206,4 | 620,5 | 59,96 |
| Total | | | | 566.269,0 | 6.000,0 | 94,38 |

^(a) Los equipos 3 pueden trabajar en paralelo fuera de fase para el producto **A**.

^(b) Los equipos 4 pueden trabajar en paralelo en fase para el producto **B**.

^(c) Los equipos 4 pueden trabajar en paralelo fuera de fase para el producto **C**. Dado que esta etapa es también la limitante en tamaño de lote, se producirán alternativamente lotes de 835,6 kg y 860,7 kg, por lo que se podrá considerar un tamaño de lote equivalente de $\frac{(3.000+3.090)/3,5903}{2} = \frac{835,6+860,7}{2} = 848,1$ kg.

^(d) Los equipos 3 y 4 pueden trabajar en paralelo fuera de fase.