



UNIVERSITAT_{DE}
BARCELONA

Programación intrínseca: la eficacia de los métodos tecnológicos en las matemáticas para escolares de 11 a 13 años

María Luisa Rodríguez Moreno



Aquesta tesi doctoral està subjecta a la llicència **Reconeixement 4.0. Espanya de Creative Commons.**

Esta tesis doctoral está sujeta a la licencia **Reconocimiento 4.0. España de Creative Commons.**

This doctoral thesis is licensed under the **Creative Commons Attribution 4.0. Spain License.**

M. L. RODRIGUEZ MORENO

PROGRAMACION INTRINSECA

La eficacia
de los métodos tecnológicos
en las matemáticas
para escolares de 11 a 13 años

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'M. L. Rodriguez Moreno', written vertically on the left side of the page.

UNIVERSIDAD de BARCELONA
Facultad de Filosofía y Letras

Tesis Doctoral
dirigida por
D.J. Fernández Huerta

Barcelona 1972

INDICE

<u>PRIMERA PARTE</u>	<u>Pagina</u>
Contextos y perspectivas	3
Introducción	12
<u>I. Tipos de Programación</u>	
La programación Linear	14
La programación Intrínseca	30
Learned Controlled Instruction	32
Programación Idiográfica	34
Método Mathetico	36
Sistema Mathemagenico	38
<u>II.Elementos definitorios</u>	
Principios de la programación intrínseca	42
Conceptos básicos	47
El feed-back o retroalimentación	55
El feed-back como principio en la Enseñanza	61
Aportaciones críticas sobre el feed-back	66
<u>III.Fundamentos psicopedagogicos de la programacion</u>	
<u>intrínseca</u>	
Motivación	71

Refuerzo	73
<u>IV. Cómo se enseña con un programa ramificado</u>	
Preguntas de elección múltiple	90
Respuestas alternativas	92
Variados caminos	113
Pasos correctivos	120
Ramificaciones especiales	126
Técnicas de wash-back	132
Técnicas de wash-forward	135
Técnica de avance en paralelo	136
Técnicas adaptativas y semiadaptativas	138
Técnicas de skip branching	139
Otras técnicas de ramificación	141
Fases de la materia programada	149
<u>V. Individualización y programación</u>	
La individualización y la adaptación	153
Niveles de aproximación	155
Adaptación y programación intrínseca	159
La respuesta del alumno y el control del programa	168
<u>VI. Evaluación</u>	
Evaluación interna	177

Evaluación externa	181
Otros sistemas evaluadores	187

SEGUNDA PARTE

VII. Diseño experimental

Etapas en la experimentación	194
Composición de los ítems lineares	202
Datos estadísticos del sistema Linear	252
Características de los Conjuntos ramificados	
Conjunto 1	260
Conjunto 2	296
Conjunto 3	322
Conjunto 4	351
Conjunto 5	380
Claves de corrección	409
Datos estadísticos del sistema intrínseco	419
Comparaciones estadísticas entre ambos sistemas	415
Recogida de datos. Proceso y características...	421
Proceso de datos	433
El programa PL/I Optimizing para el análisis de	
cadenas de la materia programada	438

Análisis de cadenas	461
Conjunto 2	462
Conjunto 3	468
Conjunto 4	474
Conjunto 5	480

VIII. El problema de los algoritmos

Los algoritmos y la programación	485
Otros problemas de algoritmización	494

IX. Conclusiones

Breve reseña de las mismas	495
----------------------------------	-----

X. Bibliografía

Bibliografía Consultada y recomendable	497
--	-----

BIBLIOGRAFIA

esto está escrito para tí.

circunvoluciones bajo la corteza,
oscilografía detrás de las sienes,
senderos de hormigas.

eso no es arte.

circuitos impresos,
comunismo
de los polipéptidos,
primaveras electrónicas,
alondras programadas.

¡toma y lee,
viejo suicida!

manifiestos genéticos,
permutaciones, trinos,
cada cristal una obra maestra.
no es arte
fabricar el ojo de una libélula,
pero construir imperios es mucho más simple.

esta ortiga
pudiera ser firmada por proust:
sistema de retroalimentación
de segundo grado, ultraestable.

hasta que el libro llegue a tus manos
para leerlo
estará tal vez demasiado oscuro

si las libélulas
pueden prescindir de nosotros
no lo sabemos
pero es probable.

!tira pues este libro
y lee!

(Hans Magnus Enzensberger, 1962)

CONTEXTOS Y PERSPECTIVAS

La Enseñanza Programada ha suscitado, desde su aparición, numerosas discusiones e intercambios entre los psicólogos intelectuales del aprendizaje. La bibliografía es considerable aunque su historia es realmente reciente. Thorndike, en 1902, inició con sus trabajos experimentales, los fundamentos que más tarde serían continuados con las conocidas experiencias de la autoinstrucción por medio de fichas. Este sistema metodológico fue defendido por pedagogos tan notorios como Miss Helen Parkhurst, con el denominado Plan Dalton, Robert Dottrens y Celestin Freinet, entre otros, figuras conocidas en el campo de la moderna pedagogía y verdaderos precursores y defensores de la individualización en el sistema de enseñanza. Todos estos intentos de adaptación a los diferentes niveles de aprendizaje y la utilización de las técnicas idóneas, se iniciaron ya en 1920. También en esta fecha el psicólogo S.L. Pressey (Ohio) inventó un aparato (device) para examinar a los estudiantes de

la Universidad, aparatos que presentaban cuatro elecciones de respuestas para probar a los alumnos; cuando éstos erraban, se bloqueaba la progresión y les obligaba automáticamente a revisar su conducta intelectual. No obstante, en esos momentos, a pesar de que este procedimiento docimológico se vio favorecido por evidentes y positivos resultados, no conoció una inmediata expansión.

En cambio, en 1950, B.F. Skinner, profesor en la Universidad de Harvard, reemprendió esta cuestión. Su mérito consiste, principalmente, en que basó toda su teoría del aprendizaje en numerosísimas experiencias, en principio con animales de laboratorio. A partir de 1954 sus trabajos empezaron a tomar cuerpo y compuso la denominada programación lógica o lineal.(1)

A través de ese tipo de programación el alumno aprende a través de un camino rectilíneo en el cual cobra especial importancia el factor tiempo. En ese mismo año, aparece el monitor creado por Skinner que obliga al alumno a construir su respuesta. Es, por lo tanto, una forma más adaptati-

(1) Vid. Tesis Doctoral, inédita, de Fernández de Castro, J. presentada en Barcelona, sobre la labor de B.F. Skinner, y dirigida por el Catedrático de Didáctica Dr. D. José Fernández Huerta.

va , que iba a alcanzar una expresión metodológica más perfeta con el investigador Norman Crowder, quien , en 1957, pre - sentó su máquina de ramificaciones o polisecucional, Permitía pasar desde los raciocinios erróneos a nuevas cuestiones, in - vestigaciones y caminos de búsqueda para lograr comprender la técnica de respuestas que induciría, por fin, al alumno a una exacta comprensión del temario.

Un tercer nivel en la Enseñanza Programada, se iba a lograr con las máquinas adaptativas de Gordon Pask, má - quinas capaces de irse adaptando a las necesidades de cada alumno según las frecuencia y tipo de errores cometidos.(2)

Este despliegue, a nivel internacional, de las técnicas de la Enseñanza Programada ha estimulado numerosos replanteamientos y críticas constructivas. Ejemplos entre los más cercanos podrían ser las opiniones de los pedago - gos franceses Bertrand Schwartz (3) y Pierre Coste (4), en

-
- (2) Este tipo de máquinas está incluido en la enseñanza con ordenador (E=C.O.) y son parte integrante de las inves - tigaciones de la cibernética en el campo de la pedago - gía.
- (3) Ha querido resumir la problemática planteada por la En - señanza Programada en términos de autonomía aprendiz, de motivación, de comunicación alumno-profesor y de di - námica de grupos para que pueda existir una eficaz asi - milación de las materias que integran el programa esco - lar.

una posición auténticamente creadora y tendente a unir y coordinar las técnicas con los sistemas pedagógicos activos y tradicionales incluso.(5)

La combinación de los hallazgos de la Ciencia y de la Técnica, puestas ambas a disposición de la Pedagogía, está consiguiendo impresionantes resultados que se van concretando en la llamada Pedagogía Cibernética, con la intervención de nuevas semánticas informativas, desdramatización del control y evaluación del progreso del alumno, aportaciones de nuevas posibilidades de no directivismo y otras innovaciones muy deseadas y esperadas ante la explosión escolar de nuestra época.

Idea central de la Enseñanza Programada es el conocido concepto cibernético de retroalimentación -feedback- o sistema para estabilizar un circuito y de obtener efectos de tipo circular en cualquier estructura o fenómeno comunica-

(4) Las opiniones de Pierre Coste se centran en el aprendizaje activo y sus relaciones con la Enseñanza Programada, la inserción ponderada y eficaz de los métodos programados en la actitud no pasiva del alumno, y su complementareidad con respecto a la totalidad del sistema pedagógico que se utilice en cada uno de los planes de enseñanza.

(5) Vid. Traité des Sciences Pédagogiques, tomo II, p. 440, Presses Universitaires Françaises, Paris, 1971.

tivo, en nuestro caso el fenómeno dual enseñar-aprender.

Los esfuerzos para conseguir una total objetividad están inmersos en el conjunto del progreso de la ciencia. Desde la dicotomía cartesiana entre cuerpo y espíritu, la psicología ha creído conveniente echar mano del inmediato estudio de la experiencia para conocer directamente al hombre. Se empiezan a describir experiencias y a formular leyes bajo cuyo control la experimentación pueda referirse por una serie de condiciones físicas y fisiológicas. Por otra parte, la psicología experimental se inició con la psicología fisiológica de Wilhelm Wundt, que iba a inspirar, posteriormente, la psicología funcional de Angell (Universidad de Chicago) y de Catell (Universidad de Columbia) predecesor del behaviorismo o conductismo.

El Conductismo se inició hacia 1913 con Watson, un discípulo de Angell, quien afirmaba que no sólo la psicología animal, sino también la humana estaban limitadas por el estudio de la conducta: "La psicología desde un punto de vista conductista es una rama objetiva y puramente experimental de las ciencias naturales"(6)

(6) J.B. Watson, "Psychology as the Behaviorist Views It", Psychological Review, 1913, p. 176.

Años antes, en 1902, Pavlov había llevado a cabo una serie de experimentos con respuestas condicionadas en perrros. Los psicólogos modernos han extendido y perfeccionado las ideas de Pavlov y Watson y ensayado experimentos más elaborados con aprendices animales y humanos, esperando formar conductas deseadas a través del condicionamiento operante.

A finales de 1920 algunos psicólogos definieron las experiencias inmediatas en términos de datos computables, reduciendo todos los fenómenos psicológicos a términos físicos observables, y sustituyendo los datos de la conducta por datos de la consciencia. El operacionismo se inclinó entonces hacia la psicofisiología y pasó a ser una parte más de las ciencias.

Estudios más modernos dirigidos a una visión más profunda de las antiguas psicologías aparecieron en 1932 con Thorndike y Tolman al publicar sus influyentes obras. Los seguidores de estos dos psicólogos vienen representando divergentes escuelas del pensamiento y de la práctica de la enseñanza programada. La "ley del efecto" de Thorndike es la que ahora se denomina principio de reforzamiento.

De importancia en el conjunto de mejoras de la psicología ha sido el refinamiento al tratar el principio de causalidad como un modo de entender las relaciones entre los

fenómenos de cualquier clase. Los sistemas de medición, y los materiales se han perfeccionado, los experimentos y los procesos de laboratorio han sido afinados, la observación ha sido más cuidada y objetiva y los semanticiastas y positivistas lógicos han contribuido a objetivar la expresión de las ideas y a agudizar los procesos lógicos del pensamiento.

De ese modo se puede afirmar que la Enseñanza Programada le debe mucho al pasado; de entre las aportaciones pasadas algunas han contribuido más intensamente que otras al movimiento renovador. Entre ellas, la insistencia experimental sobre la cuantificación en áreas que se ignoraban pudieran ser cuantificables; el control consistente de sistemas variados del aprendizaje; y la Enseñanza Programada como una nueva tecnología para la educación, está encargada del proceso sistemático que contribuirá - y de hecho está ya contribuyendo - a identificar los principios del aprendizaje efectivo, utilizando estos mismos principios a través de materiales preparados por y para el alumno de un modo práctico. Por otra parte, con los procedimientos de la programación de las materias y teniendo como elemento principal al alumno y no al profesor, la enseñanza programada educa coherentemente la conducta o conductas finales en el nivel

de más elevado rango entre todos los esperables.

Esta tesis trata de explicitar de una manera concreta las experiencias y resultados de un programa, altamente elaborado, que se basará en los principios programadores de Norman Crowder, quien utilizó los sistemas ramificados, desde luego con abundancia de medios y la correspondiente máquina de enseñar "Tutor" inventada por él para los fines que se proponía.

Tal como más adelante se expondrá, la labor experiencial en los distintos Colegios y con sujetos de quinto y sexto cursos de Enseñanza General Básica ha adolecido de falta de medios electrónicos y mecánicos, para poder reseguir, adecuadamente, las ideas de los programadores semiadaptativos.

INTRODUCCION

Es fácil preguntarse si la Enseñanza Programada empezó a revelarse en el terreno de la psicología del aprendizaje como una entidad propia con desarrollos muy distintos de los de las teorías que le dieron su nueva estructura y su nuevo ser. Lo que sí está claro es que los aparatos (devices) se han mantenido más fácilmente que los mismos programas, aunque de hecho son menos importante por su carácter meramente instrumental. H. Chard, en 1809, ya patentó un aparato que enseñaba a leer; Halcyon Skinner, en 1866, inventó un aparato que enseñaba a deletrear y que B.F. Skinner calificó como la "primera máquina de enseñar real"; y, por ejemplo, María Montessori patentó, en 1914, un ingenio que entrenaba el sentido del tacto.

Por otra parte, sabemos que S.L. Pressey desarrolla, hacia mediados de 1920, máquinas que además de enseñar, evalúan, a través del procedimiento de respuesta y elección múltiples, el conocimiento inmediato de la corrección o incor

recepción de la respuesta emitida por el alumno. Pressey no supo explotar las posibilidades que le ofrecía el feed-back tan ampliamente como luego lo haría B.F .Skinner.No obstante creyó que estos aparatos y estos programas iban a producir ciertos cambios en la eficacia de la instrucción.Pero la falta de aceptación de sus innovaciones le desanimó hasta abandonar sus investigaciones durante varias décadas.

Durante los años siguientes, una amplísima variedad de teorías y técnicas fueron exploradas; algunas de ellas eran ampliaciones eléctricas o mecánicas de las anteriores. Por todas estas razones, y por las que seguidamente se irán comprobando, se puede afirmar que la enseñanza programada no fue ni es un proceso estático, sino todo lo contrario, un intento de explicar dinámicamente y en contacto con la realidad metodológica los fundamentos principales de las teorías del aprendizaje.

PROGRAMACION LINEAR

B.F.Skinner dijo en 1965 que él habfa concebido la programación (sin máquina) en 1943 cuando él y otros dos colegas habfan enseñado a una paloma a hacer rodar una bola, (7) a través de los condicionamientos operantes.(8)

-
- (7) Afirmación hecha en el Discurso para la Annual Convention of the National Society for Programmed Instruction, celebrado en Filadelfia, Mayo, 1965.
- (8) No voy a detenerme en explicar todo el proceso de la im plantación de la Enseñanza Programada Linear, puesto que excede a las intenciones y finalidades de esta tesis. Máxi- me cuando ya son varios los pedagogos que se han ocupado concretamente de la programación lineal, por ser el ante- cedente obligado de la ramificada o intrínseca y por pre- sentar mayores facilidades de construcción y de experimen- tación en poblaciones escolares activas no superiores. Para el interesado en la materia puede aconsejarse la lec- tura de los artículos que sobre esta temática están publi- cados en revistas de edición española cuyo autor es el Dr. D. José Fernández Huerta, introductor de la programación en España, a nivel universitario; casi un centenar de tes- sis de licenciatura, todas ellas bajo un regular formato de presentación de un programa elaborado por el licencian- do sobre temas muy diversos (desde Aritmética hasta Geo- graffa, pasando por las Ciencias Naturales, Historia, Fol- klore, etc), acompañado de las correspondientes conclusio- nes estadfstico descriptivas y correlaciones con tipos diversos de variables; por otra parte actualmente se ha

Recibe el nombre de condicionamiento operante el proceso por el cual un sujeto es estimulado, para que cumpla una tarea o fin determinados, a través de una serie de pequeñas acciones y sus correspondientes reforzamientos; todo ello procurando que forme una cadena de aproximaciones sucesivas de la conducta hasta conseguir el fin conductual deseado.

Esta sería la tendencia que iba a influir de modo decisivo en el modo skinneriano de programar (modo que, en realidad, es una modificación de la que antes citamos ley del efecto de Thorndike (9), incluidas sus leyes subordinadas y el control del aprendizaje).

-
- (8)...sigue...iniciado un arduo trabajo de organización y puesta al día de los movimientos esporádicos que en nuestro país han aflorado, sin control y sin coordinación, reglamentado por el Seminario Nacional Permanente de Enseñanza Programada y Automatizada, dependiente del C.E.N.I.D.E., que hasta la fecha ya ha conseguido reunir cuatro veces a distintos grupos programadores en enseñanza y en industria.
- (9) La ley del efecto se refiere al fortalecimiento o debilitamiento de una conexión como resultado de sus secuencias. Las leyes subordinadas son, escuetamente: respuesta múltiple, postura, predominancia de elementos, respuesta por analogía y desplazamiento asociativo. Vid. Hilgard, E.R.: Teorías del aprendizaje, Fondo de Cultura Económica, México, 1961, pp. 31-60.

Siguiendo esta tendencia, se prepararon programas lineares para aprendices humanos (10). Con ellos, se procedía paso a paso (steps) a través de una cadena progresiva de estímulos, respuestas y reforzamientos, hasta que el sujeto emitiera la conducta deseada o esperada. Así, según los defensores de la programación lineal, se conseguía llegar a la meta o fin del modo más eficaz posible, sin introducir conceptos erróneos y sin facilitar en modo alguno la emisión de respuestas ambiguas o tendentes al error (11).

-
- (10) Green, E.J. en The Learning Process and Programmed Instruction, New York: Holt, Rinehart and Winston, Inc, 1962, p.21, dice: "Hay una diferencia de complejidad entre la conducta de un animal de laboratorio y la de un estudiante resolviendo un problema de matemáticas. No hay diferencia esencial entre los dos organismos en el proceso por el cual sus conductas son establecidas".
- (11) La casuística del error, su evitación o su presencia en los programas que el profesor prepara para el alumno de cualquier grado, es esencial en el proceso de programación linear. Y difiere mucho -como más adelante se comprobará- del enfoque que del error dan los programadores ramificadores o intrínsecos. Dado que la programación linear considera la respuesta del alumno como parte integrante del proceso aprendiz, si un alumno yerra, el programador - en caso óptimo- le ha hecho perder el tiempo, o - en el peor de los casos- se considera que puede perjudicarlo. La labor de un programador linear es lograr que el alumno emita, como réplica a los estímulos dados, las respuestas constitutivas del comportamiento que debe aprender. Un error del alumno se considera fallo del programa.

Por otro lado, el reforzamiento es la concurren
cia de un resultado o su consecuencia con el fortalecimien-
to de la conducta lograda o producida. Por él, los estímulos
presentes cuando una respuesta es reforzada, pueden producir
con mayor facilidad la misma respuesta en una nueva ocasión.

Se pretende, no obstante, que no se produzca la
situación , de visión estrecha, de que los reforzantes -o
reforzadores- sean siempre recursos materiales. Para un apren-
diz humano puede ser simplemente el conocimiento de los re-
sultados de sus respuestas. Así, se defiende (12) que "una
de las formas más efectivas de suprimir el comportamiento
inconveniente consiste en estructurar la situación de tal
manera que, cuando el alumno emita las respuestas incorrec-
tas sepa inmediatamente que se ha equivocado y por qué. En
una palabra, se hace que vea su error de una forma manifies-
ta. El programador habilidoso sabe dónde existen estas equivo-
caciones y cuándo debe eliminarlas".

Si un programa lineal está diseñado de modo que

(12) Toda esta problemática está definida de un modo bastan-
te concreto y simplista por Scott B. Parry: Errar es
humano...y algunas veces conveniente, en Arthur Lums-
daine y otros: Instrucción Programada y máquinas de en-
señar, Buenos Aires, 1965, Editorial Humanitas, pp.185
y ss.

ocurran el mínimo número de errores, el alumno que está aprendiendo estará contento y satisfecho de sí mismo y de su actividad. Los reforzadores son de muchas clases, más o menos sutiles (la luminosa sonrisa del profesor es un reforzador que siempre se ha venido usando).

El énfasis del condicionamiento operante cae, desde luego, en la respuesta. Muchos programadores permiten al alumno tomarse el tiempo necesario para responder. Ya que las respuestas se consideran más eficaces si exigen acciones observables, los programadores lineares aconsejan la respuesta construida, que viene a ser construir una palabra, manipular un aparato, responder con una conducta física: pronunciar un sonido - sobre todo en los laboratorios de enseñanzas audio-lingüísticas(13), etc.

La evaluación del aprendizaje es una importante variable en alumnos que trabajan con programas lineares. Para evitar errores se reduce el material al mínimo común denominador del grupo de alumnos al cual el programa va destinado. Por ejemplo: programar la materia siguiendo un criterio de graduación de las dificultades o no intentar, dentro de aquella área, nuevos estilos de aprendizaje.

(13) Vid: Lamérand, R.: Teorías de la enseñanza programada y laboratorios de idiomas, Madrid, 1971, Ed. Fragua, p.147.

Al alumno que ha resuelto bien una secuencia se le permite omitir una o dos secuencias, si la primera estaba regida por un criterio interno en el análisis de ítems previo; a esta omisión, y por consiguiente adelantamiento se le da el nombre de wash ahead. Los alumnos que no logran pasar como mínimo uno o dos de los criterios preestablecidos, se les obliga a atrasar o repetir su proceso -wash-back- y responder nuevamente a preguntas de la secuencia que no comprendieron.

Para facilitarle la creación de respuestas correctas se presenta el programa en unidades - 40 ó 50 por lección, en las cuales la longitud óptima o deseada depende de la capacidad y habilidad del alumno al tratar de comprender y resolver los conceptos de cada unidad. Cada una de estas unidades constituye un paso (frame). Se responde a los pasos sucesivamente rellenando con una palabra o frase los espacios previstos en las hojas de respuestas o en los aparatos, con rodillos o ejes rotatorios. Al principio de los programas se presentan algunas pistas o cuadros auxiliares (prompts)(14) que, en el contexto, facilitan relativamente

(14) Vid. Meyer Markle, S.: Instrucción Programada. Análisis de cuadros buenos y malos, Limusa Wiley, México, 1971. pp. 89-166. Varios capítulos dedicados a este tema de las insinuaciones que facilitan el trabajo del alumno motivándole positivamente.

el éxito de las respuestas.

Gradualmente estas ayudas se desvanecen y se desdibujan, para que el alumno emita, de modo progresivo, respuestas que dependan de su propia reflexión. Para evitar cualquier tipo de trampa las respuestas correctas no se revelan al estudioso hasta el siguiente paso o siguiente página. (15)

Las respuestas no deseadas, ya que no se han reforzado a lo largo del programa desaparecen gradualmente de la conducta del aprendiz y se extinguen (extinct).

Homme (16) sugiere otro procedimiento -parecido a un soborno- de extinción de conductas no deseables. Cuando el alumno sigue por vías o caminos no deseados se le sugiere que puede continuar con sus propios procedimientos, si primero trabaja por el método que desea el profesor.

-
- (15) Sobre este tema se habló concienzudamente en la IV Reunión Nacional del Seminario Permanente de Enseñanza Programada y Automatizada, celebrado en Palma de Mallorca en Enero de 1972, y la ponente, Da. Ana Vicens, explanó el concepto de prompt y de desvanecimiento de las ayudas.
- (16) Homme LL.E.: "Contingency Management and Motivation", NSPI Journal, Sept. 1965, pp. 14 y ss.

Para crear un programa linear, el programador ideal gradúa su propio proceso de manera que, paso a paso, pueda incrementar la probabilidad de la máxima eficacia del producto final. Debe definir el tipo de población al que va destinada la materia, los grados o niveles de las destrezas que van a desarrollarse, el estudio de cómo y por qué caminos los alumnos aprender mejor, los objetivos de la instrucción (17) y, por fin, definir claramente los criterios evaluadores. Todo ello coordinado con las determinaciones de trayectorias intermedias que producirían cambios en la conducta discente y cuya experimentación aportaría datos aprovechables para distintas o nuevas interpretaciones de las teorías del aprendizaje.

-
- (17) Es bien conocido por todos los psicopedagogos actuales el interés especial del análisis de los objetivos de instrucción. Para ello, además del texto de Benjamin Bloom, de excepcional importancia, que se cita en la bibliografía final puede consultarse: Mager, R.F.: Preparing Instructional Objectives, San Francisco, Fearon Publishers, Inc, 1961.

Una aportación simpática y de sencilla asimilación es el librito de Estadellas, J.: Preparación y evaluación de objetivos para la enseñanza, Anaya, Madrid 1971, dedicada a un grupo joven de programadores españoles que asistieron al curso organizado en Marzo de

./...

La técnica es , en el fondo, sencilla pero requiere calma y momentos inevitables de experimentación con pocos sujetos, para validar - a grosso modo- el programa. En principio debe proyectarse el esquema del contenido y las secuencias iniciales con la colaboración de un experto. Contando ya con este esquema inicial se selecciona la estrategia programadora más apropiada para el tipo de alumnado que va a recibir la información y para la materia a programar. Es opinión de los más experimentados que estas operaciones pueden ya ocupar una cincuenta por ciento del tiempo que se iba a dedicar a la programación propiamente dicha.

./...1970 , organizado por el CENIDE. En el prólogo de su obra, Juan Estadellas, Profesor de la Florida Atlantic University, dice textualmente: "Uno de mis mayores problemas, cuando di unas conferencias en España sobre la Enseñanza Programada, fue el evitar que mis colegas españoles definieran los objetivos de lo que queríamos enseñar con frases como ¡que el alumno sepa..., conozca ..., tenga un concepto o conocimiento de ...!;etc. Al explicarles que estos objetivos eran un tanto vagos recibí miradas perpeljas y llenas de incomprensión. Al principio pareció que estábamos en un callejón sin salida, pero salimos fácilmente de él al relacionar objetivos con evaluación"...

A continuación sigue una explicación , en forma de libro revuelto(scrambled book) o enseñanza programada ramificada de lo que es un objetivo en instrucción y de cómo debe plantearse en relación con los criterios evaluadores.

Así, por fin, el programador o el pedagogo está ya preparado para escribir los primeros pasos -o fichas-. La primera precaución, después de haber redactado los pasos, es experimentar con dos o tres sujetos el programa, y detectar los fallos más evidentes. (18)

Como siguiente fase, debe comprobarse la eficacia del programa con un grupo o dos de cuarenta estudiantes, para poder insistir en la validez de la programación verificándola con un criterio externo y con un número mucho mayor de estudiantes. Así, y después de quintaesenciar al máximo el programa -puliendo frases, reduciendo el lenguaje al mínimo, extrayendo los pasos o fichas que no convengan y que el análisis de ítems detectó como poco válidos, etc- puede imprimirse de modo definitivo el original, considerándose en un punto fiable y válido para grupos de estudiantes con las características del grupo experimental.

La comprobación de lo aprendido debe hacerse, si puede ser, con pruebas objetivas transfer (paralelos) y deben proporcionar al alumno una serie de materiales que previamente no haya utilizado.

(18) Este es también el procedimiento que sigue Arnold Gallejos, Profesor en Washington, que como Consultor de la UNESCO pronunció en la Universidad Autónoma de Barcelona unas conferencias sobre Enseñanza Programada y su utilización en sistemas escolares individualizados.

La crítica de la programación lineal es tan compleja como compleja ha sido su autoformación y las dificultades que ha superado para institucionalizarse en ciertos países. Por una parte, los programadores lineales insisten en que ellos proponen un material para el aprendizaje indiviedualizado. Pero es obvio que, estudiando con este sistema, el alumno debe avanzar por una serie de pasos cerrados por cada uno de los pasos o fichas preestablecidos y condicionados por el estímulo que espera siempre una única respuesta o un único tipo de respuesta, prescindiendo de cualquier perspectiva nueva o de cualquier habilidad específica del estudiante.

A veces, los críticos añaden que los estímulos son siempre escritos y que la labor del alumno sólo consiste en ir rellenando una serie de frases incompletas. Pero quizá esta aportación crítica fuese válida en los primeros tiempos de la programada. Algunos investigadores aducen que el alumno precisa adquirir clases de respuestas más que un repertorio específico de respuestas y que, evidentemente, hay que especificar los límites de un conjunto de respuestas, especialmente cuando ya se han definido los criterios de conducta.

Incluso algunos programadores insisten en que deben estatuirse previamente los límites del conjunto de es

tímulos (19).

El condicionamiento operante parece exigir que todas las respuestas, en los programas lineares, contengan un elemento de actividad motriz. Por ejemplo, las respuestas abiertas se estiman como más significativas que las respuestas cubiertas o pensadas (20). Esta estrechez podría considerarse como un resultado de la psicología de laboratorio, preocupada por la cuantificación. Una actividad motriz se puede "notar" y, de ese modo, juzgar - con ciertas facilidades - la pertinencia y exactitud de la respuesta. (21)

(19) Vid.: V.S. Gerlach, Robert L. Baker, and Richard E. Schutz.: "Programmed Silent Motion Pictures", Programmed Instruction, IV, nº 8, May 1965, p.1 y ss. Y Gerlach and John P. Vergis, "Self-Instructional Motion Pictures", AV Communication Review, nº 2, 1965, pp. 196-204.

(20) Respuesta abierta: Una acción del estudiante, oral, escrita o manipulativa, que sea, o pueda ser registrada por un observador. Lo mismo si contribuyen al aprendizaje de un modo directo, que si no lo hacen, esas respuestas proporcionan una serie de datos que servirán de base para revisar estadísticamente la validez y la fiabilidad de los programas.

Respuesta cubierta: Respuesta incorporada que da el alumno, pero que ni está registrada ni a disposición de un observador. El estudiante, al producir una respuesta oral, escrita o manipulativa, debe, forzosamente, pensar en ella antes de emitirla (o lo que es lo mismo, responder silenciosa o cubiertamente).

A pesar de que las respuestas construidas representan la necesidad de una conducta abierta llamada escritura, deben haber provenido de un pensamiento cubierto o de un proceso discriminativo antes de que ocurra o se dé la escritura. La cuestión crucial es hasta qué punto el acto de escribir, de hablar, o de actuar conducen, necesariamente hacia un reforzamiento. Cuando se realiza una tarea manipulativa (reproducción de sonidos de un idioma extranjero, por ejemplo), parece lógico que una conducta abierta produzca mejores resultados que cualquier ensayo cubierto. Pero en las materias que tratan preferentemente con abstracciones, ¿tienen las respuestas cubiertas más importancia que las abiertas? ¿Cuántos estudiantes han llegado a responder a situaciones resolutivas de problemas rellenando frases incompletas en secuencias lineales preparadas de lo simple a lo complejo?

El conocido cibernético Lawrence M. Stolorow lleva más allá los términos de estas cuestiones preguntándose si el reforzamiento utilizado como hasta ahora lo ha sido en los programas lineales ha sido una alimentación (feeding) verdadera o más bien ficticia. (21)

(21) L.M. Stolorow.: "Idiographic Programing", NSPI Journal, Octubre, 1965, p. 10.

Rothkopf afirma que en muchos programas lineares en que se usa la respuesta construida (22) el sujeto aprendiz eventualmente, puede llegar a ser capaz de predecir las técnicas internas que el programador, inconscientemente, usó para construir el programa. Rothkopf utilizó un computador con programas muestra (experimentales) para averiguar dónde tendían a concurrir o asemejarse las respuestas y qué partes de la oración eran comprendidas corrientemente. En principio, los términos clave que aparecían en el último cuarto de la frase eran verbos y sujetos. El alumno, rápidamente y con cierta facilidad conseguía terminar la prueba, pues ponía su atención en esos indicios y pasaba por alto el resto de la frase, utilizando una conducta aprendiz que estaba muy lejos de ser la deseada conducta final o terminal (22), que el profesor esperaba (23).

S.L. Pressey y otros han puesto en litigio el valor y la validez de la programación lineal. En primer lugar

(22) Términos propios de la enseñanza programada y sus correspondencias con la psicología principalmente conductista, se hallan explicitados y glosados al principio de este trabajo.

(23) Ernst Z. Rothkopf, : Conferencia, NSPI Annual Convention, celebrada en Filadelfia, 7 de Mayo 1965.

simplemente la estructura de un programa lineal revela al estudiante el orden seriado que la rige; en segundo lugar, tales programas no permiten la búsqueda del material como lo permite un libro común de texto, por lo que tiende a creerse que el aprendizaje integrador (24) y sustancial no es practicado; en tercer lugar, la programación lineal no permite una diferenciación entre las respuestas, por lo que los alumnos no son conducidos a discriminar, aunque tengan una amplia noción -por escrito- de lo que es correcto o incorrecto.

-
- (24) Vid. a este respecto las afirmaciones de Planchard, E.: La Pedagogía contemporánea, Rialp, Madrid, 1965.
 Zaragüeta, J.: Pedagogía Fundamental, Labor, Barcelona, 1943,
 Fernández Huerta, J.: "Consideración causal del aprendizaje", en Revista Española de Pedagogía, 1955. Y sus afirmaciones en Diccionario de Pedagogía, Labor, 1964, pp. 63-64, Tomo I; Sobre la integración del aprendizaje: "El saber íntimo, producto de la conquista integradora, reduce a sus dimensiones mínimas todas las conexiones psicológicas, temporales y espaciales, y representa el sedimento configurado por la originalidad () personal que asimila los datos ajenos.
 (...) "Varias son las teorías que intentan explicar la integración: biológica... intuitivista... aperceptivo - asociativa... estructuralista... organicista... holística... y logicista".

Por estas razones y por otras que a lo largo del artículo se desprenden, es muy arriesgado deducir, de las experiencias de los programadores, que la programación lineal no fomente la integración y, además, la disminuya. Pero en este capítulo del trabajo se presentan, sin prejuicios, las críticas más comunes y autorizadas a los sistemas lineales.

.../...

Las aportaciones de Klaus y Lumsdaine son de hechos materiales y tangibles, como que la impresión tipográfica de los programas lineares ocupa toneladas de papel y en el supuesto de que se pretenda proporcionar al conjunto del alumnado (500 ó 600) todo el material necesario. Para ellos el mismo número de pasos puede ser educado en filmes, reduciendo, asimismo, su coste.(25)

En cambio, Komoski, apunta sucintamente que todas estas aparentes objeciones inciden en la parte práctica de la puesta en marcha de la enseñanza programada. Y que lo importante es que la programación proporciona un insustituible feed-back no sólo al estudiante sino también al profesor. (26). Cada programa es una demostración concreta de la conducta del programador. Precisamente el segundo objetivo principal de Skinner era ver qué uso podría darse a esa información retroalimentadora de las realizaciones del estudiante, como datos posibles y utilizables, para llegar a los principios generales de una instrucción efectiva.

.../...programas lineares, para defender, así, la puesta en marcha, experimental del programa ramificado, objeto de la experiencia de esta tesis.

(*) El subrayado es nuestro.

(25) Vid. Discusión de Deterline en William A. Deterline.: An Introduction to Programed Instruction, Englewood Cliffs, N.J., Prentice Hall, Inc., 1962, pp. 38-9. .../...

PROGRAMACION INTRINSECA

Por las mismas fechas en que Skinner presentaba las conclusiones de la programación lineal, Norman Crowder, de la Universidad de Chicago, se vio precisado a implantar un sistema especial que permitiera una enseñanza de las averías y su detección en los aparatos de vuelo con mecanismos simuladores, dado el número de soldados alumno y la escasez de profesorado en las Fuerzas Aéreas Norteamericanas.

El procedimiento permitía - con la enseñanza a través del tutor (27) - corregir las respuestas fallidas del estudiante además de explicarle la causa de su error y las diversas maneras de subsanarlo.

./.(26) P.K. Komoski, "The Care and Feeding of Dr. Skinner's Bird of Paradox", The Journal of Programmed Instruction, III nº 1 y 2, 1965, pp. iii-viii.

(27) Este procedimiento simultaneaba la utilización del programa con microfilms y película. La información está presentada al alumno a través de un panel o cuadro y según sea la respuesta del alumno el mecanismo pasará a una u otra información.

Teniendo esto en cuenta y precisando que las ha bilidades individuales son específicas y distintas en cada sujeto discente, Crowder diseñó la programación con varias alternativas incidiendo, de ese modo, en el concepto de comu nicación y utilizando en todas sus consecuencias el feed-back.

El control del alumno, siguiendo estas coordena- das, lo expondremos a lo largo de este trabajo y con todo de- talle. Pero antes de iniciar este desarrollo de la programación intrínseca es preciso pasar somera revista a otras cinco teo- rías definitorias de la programada actual.

LEARNER - CONTROLLED INSTRUCTION

Mager y otros colaboradores suyos afirmaron en 1958 que hasta entonces la enseñanza programada no estructuraba las secuencias teniendo presente al alumno, ya que la mayoría de los programadores consideraban únicamente la materia y sus posibilidades. Creían que lo que era lógico desde el punto de vista del contenido era también lógico para la mente del estudiante. ¿Por qué no podría ser el estudiante una propia fuente inspiradora de entrada (input) significativa (28) para decidir las secuencias? Por ejemplo, una secuencia creada por un alumno podría ser muy distinta de la creada por un profesor. Y si esta diferencia existe ¿puede concedersele cierta importancia? (29). También puede ocurrir que los objetivos no coincidan. Lo que para el alumno pueda ser un objetivo específico para el profesor puede serlo general.

(28) Vid. al respecto: Frank, H.: Cibernética, un puente entre las ciencias, pp 11 y ss. Ed. Zeus, 1965.

(29) Vid. R.F. Mager.: "Learner- Controller Instruction 1958-1964 ./. . . .

Para comprobar estas hipótesis se controlaron a seis adultos, de modo individual. Su conducta fue observada por procedimientos electrónicos. El sistema instructor era más responsivo que directivo. La tarea consistía en reseguir las respuestas o los avances del estudiante, juzgando si se consideraban elementales o superiores, lógicas o ilógicas. Mager lo denominó Learner-Controlled Instruction porque lo consideraba como un proceso inverso al diálogo socrático, en el cual el estudiante avanzaba y guiaba al instructor. El aparato instructor permanecía silencioso hasta que el estudiante lo estimulaba con preguntas como que precisaba ilustraciones, nuevas demostraciones, ejercicios u otro tipo de ayuda.

La tesis principal del LCI es que el objeto de la investigación instructiva es el estudiante, el cual es una de las mejores fuentes de información sobre sí mismo.

./...(29) en Programed Instruction, Columbia University, The Center for Programmed Instruction of Educational Technology, IV, nº 2, Noviembre 1964, 1.

Mager, R.F.: "On the Sequencing of Instructional Content" Psychological Reports, IX, 1961, 405-412,

Mager, R.F y Clark, C.: "Explorations in Student Controlled Instruction", Psychological Reports, XIII, 1963, 71-76.

PROGRAMACION IDIOGRAFICA

Stolurrow en Illinois ha estudiado necesidades mensurables y desarrollado una programación que requiere la intervención del computador. De este modo consigue la mayor individualización sobre cualquier otro tipo de método. El problema es cómo adaptar la textura de la información a las aptitudes, personalidad y principios del conocimiento del alumno (30).

Este, no obstante, es el problema conocido por todos de cualquier método instructivo adaptativo (31). Por regla general, los programas intrínsecos adaptan la longitud y la trayectoria del programa al estudiante. Pero dejan aparte y sin tocar otras dimensiones potencialmente adaptables.

(30) Vid. NSPI Journal, Octubre 1965, p.10 y ss. (Cit. en Garner, W.Lee.: Programmed Instruction, Edit. por Center for Programmed Instruction, N.York, 1966, p. 23 y ss.

() Vid. Lamber, Ph.: The teacher and the machine, Madison, Dembar Educational Research Services, Inc., 1962, pp.519-527.

(31) El concepto de adaptabilidad tiene origen cibernético. Gordon Pask lo ha actualizado. Para él el alumno y la máquina (controlador) cooperan y rivalizan para conseguir un programa heurístico óptimo para el que aprende.

Si un estudiante responde a una estación computadora que estaba relativamente fuerte en computación matemática, pero flojo en razonamiento, uno podía seleccionar una secuencia de pasos organizados inductivamente. Otro estudiante, trabajando en la misma estación y el mismo curso pero relativamente más adelantado en razonamiento podía optar al estudio de una secuencia organizada deductivamente, por ejemplo. Si el estudiante era un tipo agresivo, podía encontrarse con una serie de reforzadores sociales que contrarrestaban siempre que emitía una respuesta errónea.

A pesar de las afirmaciones de Stolurow de que este es el tipo de computador que individualiza lo más perfectamente posible, sus teorías se ven limitadas por el impresionante costo de los computadores solamente accesibles a complejos universitarios de importancia internacional. Por otro lado la mayoría de las aplicaciones de la enseñanza con ordenador o computador son visuales, complicándose extraordinariamente el proceso cuando hay que añadir la parte auditiva (Laboratorios de Idiomas, por ejemplo). (32).

(32) Para ampliar la cuestión de la enseñanza con ordenador (E.C.O.) véase Capítulo VII, W. Lee Garner, Programmed Instruction, pp. 86 y ss., Edit. por The Center for Applied Research in Education, Inc. 1966.

METODO MATHETICO

La expresión de esta nueva tecnología de la educación fue acuñada de "mathesis" -disciplina mental o del aprendizaje-, por T.F. Gilbert en 1962 (33) pero sus principios sobre ello habían tomado cuerpo ya desde 1958 en diversos documentos. Rechazando el trabajo con grupos de control experimental, Gilbert sugirió dos conjuntos alternativos de reglas metodológicas.

El primer conjunto de cuarenta reglas se iniciaba con la inmediata tarea de programar una materia específica. Las reglas fundamentales eran inductoras de no utilizar aparato ninguno para enseñar pues estrecha el camino del pensamiento y obliga a practicar en una dirección muy definida y concreta; de no comparar métodos ni experimentos, pues no se trata de averiguar qué método enseña mejor; el caso es estudiar cómo aprende cada uno; el resto es cuestión económica simplemente.

(33) También en 1962 se fundó el Journal of Mathetics, I, nº1.

La segunda metodología tenía relación con las reglas más generalizadas en programación, independientemente de la materia tratada. Para conseguir este fin ideal, Gilbert describió o diseñó un laboratorio diacrónico libre de culturización y con características muy especiales. Todo el ambiente que rodearía a un ser humano, solo y cerrado en este laboratorio, libre de influencias, estaría influido por el condicionamiento operante. El estudiante es reforzado siempre que emita la conducta esperada y cada uno lleva su propio control. Este tipo de laboratorio enfatiza la función descubridora o heurística en el que las preguntas más importantes son del orden de qué variables es efectiva o qué se puede enseñar.

La expresión más detallada de este procedimiento matemático está indicada por Pennington (34) y da normas prácticas para la preparación de lecciones a partir de los principios matemáticos, anotando que las ventajas del método sobre el lineal y el ramificado se resume en que es más sistemático y de formatos menos restringidos.

(34) Vid. D.F. Pennington y C.W. Slack.: "The Mathematical Design of Effective Lessons" en S. Margulies y L.D. Eigen (Edits), pp. 298 y ss. Divide el artículo en: Características del método, comparación con otros métodos, preparación de lecciones matemáticas, edición y evaluación.

SISTEMA MATHEMAGENICO

Este término de mathemagenesis fue sugerido por Rothkopf en 1965 (35), para nombrar el proceso que conduce a los orígenes del aprendizaje. Defiende que hay una importante distinción entre los estímulos nominales que pueden ser medidos de un modo objetivo y los estímulos efectivos que deben producir la conducta en el estudiante antes de que se mida. Los programadores tienen la ilusión de que están controlando a sus alumnos con los estímulos seleccionados, olvidando que los estudiantes son capaces de adaptarse a los más agresivos estímulos que agredan sus ojos, oídos o cualquier otro órgano sensorial.

Las conductas mathemagnéticas cubren tres actividades características: la transformación de un estímulo nominal en un estímulo efectivo; algunas formas de elaboración y procesos ejemplificados por la resolución de problemas y el razonamiento inductivo.

(35) Vid. J.D. Krumboltz, ed.: Learning and the Educational Process, Rand-McNally, 1965, pp 193-221, Capítulo VIII, E.Z. Rothkopf, "Some Theoretical and Experimental Approaches to Problems in Written Instruction".

La experimentación de Rothkopf sobre esta técnica fue realizada con un texto de lectura y de ella resultaron sorprendentes efectos. Ciertos principios son fundamentales: Las preguntas deben hacerse después de la lectura, nunca antes; al estudiante no hay que enterarle de lo que es más importante de lo que va a oír o a leer; las preguntas que se le hacen deben alertarle para que busque retroactivamente en su memoria o revise las ideas o hechos especiales y para que inductivamente identifique las más importantes de entre ellas.

(36).

(36) Podría considerarse la cuestión de las máquinas de enseñar como la sexta técnica a explicar. Pero dado que desde 1965, año que se recopilan las opiniones de Rothkopf, la cibernética ha planteado serios problemas y perspectivas nuevas a la Pedagogía, merece un capítulo tan extenso que no vamos a tratar de resumir siquiera. En el apartado bibliográfico se encontrarán indicaciones pertinentes para los interesados al respecto.

ELEMENTOS DEFINITORIOS

N.Crowder sintetizó en variados argumentos el movimiento metodológico-psicológico denominado Programación Intrínseca o ramificada (37). Los seguidores y defensores de esta técnica afirman que tiene algo en común histórica y teóricamente con la programación lineal pero más en lo que concierne a cómo hacer eficaces algunas ideas acerca de la enseñanza que construyendo modelos específicos de aprendizaje.

El principio básico consiste en programar preguntas cuya respuesta obligue a una elección múltiple. Las preguntas se redactan, en principio, para diagnosticar resultados a través de una comprobación periódica del progreso del alumno. El que programa sobre un formato intrínseco

* 00000

- (37) N. A. Crowder. "On the differences Between Linear and Intrinsic Programming", en DeGrazia and Sohn, Programs Teachers and Machines, Princenton, N.J. Metron, Inc, 1964, pp. 77-85. También en castellano en Lumsdaine, A.: Instrucción Programada y Máquinas de enseñar, Humanitas, 1965, p. 139 y ss.

trabaja sobre suposiciones optimistas con respecto al alumno, menguándolas sólo cuando el restudiante yerra. Para re-mediar el error, el programa intrínseco se ramifica hacia otros caminos explicando y razonando la causa o causas del error y reenviando de nuevo al estudiante al paso que no solucionó para que pueda escoger de nuevo otra de las res-puestas propuestas.

Variados caminos proveen de respuestas diversas para ayudar a los alumnos con dificultades especiales, cuyas dificultades y disponibilidades varían. El único refuerzo (38) que el estudiante adelantado precise puede ser únicamente ir adelantando hacia el paso siguiente.

Para los alumnos lentos los reforzadores pueden venir dados por palabras de elogio o incluso por gratificaciones materiales. En otros formatos, los caminos pueden estar constituidos por materiales de clases muy diversas; un camino puede presentar contenido terapéutico en sus aclara

(38) Para un estudio pausado del concepto de reforzador, término que instauró la psicología reflexológica y que fue admitido por los conductistas, véase Fernández de Castro, J.: Skinner y la Enseñanza Programada, Tesis Doctoral inédita, presentada en la Universidad de Barcelona, 1968, p.325 y ss.

ciones. Por lo tanto, un camino puede caracterizarse por presentar más ejemplificaciones desde el punto de vista práctico y otro por presentar material enriquecedor para ir auxiliando al estudiante dotado en los hitos que mayormente le interesen.

En la enseñanza ramificada que utiliza medios audiovisuales puede adaptarse un tipo de camino que eche mano de presentaciones visuales, presentaciones auditivas, voces masculinas o femeninas, etc, que dan variedad y estímulo, sobre todo al estudiante primario y medio.

Las opiniones científicas, debidamente fundamentadas en la experienciación y observación del sistema ramificado en los medios escolares, del propio Crowder contribuirán a la comprensión del concepto de ramificada o intrínseca. Para él las características de todo método que precise máquina de enseñar (39) es que estos aparatos preguntan, o por lo menos presentan una oportunidad de que el

(39) Norman A. Crowder.: "Intrinsic and extrinsic programming", en J.E. Coulson.: Programmed Learning and Computer - Based Instruction, John Wiley and Sons, Inc, pp. 58- 66. Todo este libro recopilando artículos de distintos autores y editado en 1962, presenta las nuevas tendencias en la investigación de la enseñanza con ordenador.

sistema ordenador reciba respuestas activas por parte del estudiante introducidos en intervalos frecuentes a través del programa de instrucción.

Son dos las escuelas ideológicas que han tratado de estudiar la razón primaria o fundamentadora para educir la respuesta del estudiante. Precisamente representan dos desarrollos históricos independientes y nacen de perspectivas teóricas distintas.

Una de ellas que tiene sus raíces en la Psicología experimental clásica, ve la respuesta del alumno como parte integrante del proceso de aprendizaje y, por ende, como un fin legítimo en sí mismo. Los simpatizantes con esta escuela se contentan, en general, en conseguir la utilización adicional de las respuestas del que aprende, más que que su efecto sea asumido por dicho alumno. En tanto que la respuesta del estudiante no sea usada para controlar el programa, los programas resultantes son los lineares o de tipo no-respondiente (40).

La otra escuela, con raíces en la Psicología Diferencial, se interesa principalmente en utilizar la respues

(40) Vid. "Distinción entre conducta respondiente y cooperante", en Ernest R. Hilgard, Teorías del Aprendizaje, pp. 100-115. Edit. Fondo de Cultura Económica, 1961.

ta del estudiante para controlar el curso del material programado presentado a un estudiante particular. Los defensores de esta escuela prefieren dejar a un lado la cuestión de cómo exactamente el aprendizaje tiene lugar para enfocar la atención en determinar, paso a paso, en el programa, si el aprendizaje ha tenido lugar.

Cuando una información se utiliza en una forma práctica, es posible que el programa pueda ser automáticamente modificado, hasta que se consiga el resultado deseado por un alumno en un tiempo previsto. La segunda escuela se interesa por la respuesta del estudiante como primerísimo dato requerido por la capacidad computadora que se emplee. De ahí que un programa ramificado exija de un modo definitivo características estructurales diferentes de las de un programa lineal (41).

Crowder incide en que el control por computadora implica programas intrínsecos. Y aduce como argumento que el vasto interés por los programas ramificados están co-ordinados con el movimiento electrónico tan reciente.

(41) De esta manera ocurre que el trabajo que presentamos en esta Tesis Doctoral, no se adapta totalmente a las características propugnadas por Crowder, por carecer de ordenador al alcance de cada uno de los alumnos que estudiaron en mi programa. Lo que sí se han diseñado han sido hojas de respuesta, que una vez rellenas por el

Conceptos básicos de la programación intrínseca

El sistema lineal obedece eminentemente a la teoría del condicionamiento operante del aprendizaje. Cada paso es lo más sencillo posible de modo que se minimice el riesgo de error. Se espera que el estudiante construya su respuesta.

Los programas intrínsecos - o ramificados - se basan en los métodos de enseñanza tradicionales. Las unidades informativas son bastante amplias, de dos o de tres párrafos inclusive; el estudiante responde indicando su respuesta ante una simple pregunta de elección múltiple y si erra se le envía hacia un paso que le ayudará, o le corregirá. Distintos alumnos pasan por distintas secuencias informativas.

En 1954, Norman Crowder, Psicólogo de la United States Air Force, se preguntó cómo investigar el adiestramiento de los hombres de las Fuerzas Aéreas. Estos técnicos empezaron a aprender la reparación de averías en un sistema de aviones de bombardeo.

Crowder pensó que la reparación de averías sería mejor aprendida resolviendo problemas reales, usando un equi

po real bajo la orientación de un profesor humano cualificado. Como desgraciadamente había pocos maestros cualificados, Crowder trató de encontrar un profesor humano pero cuya presencia personal no fuera estrictamente precisa. En efecto, encontró un modo de automatizar el tradicional esquema de instrucción con maestro.

Esta automatización fue resuelta con un proyector, una pantalla y un panel con cierto número de botones. Este aparato (tutor-simulator), parecido a la Subject Matter Trainer, actuaba presentando al alumno individualmente unidades de información con faltas características en el sistema de bombarderos, y presentándole varias preguntas de elección múltiple que le obligaban a escoger un instrumento para remediar o solucionar la situación errónea.

Si el alumno cometía un error era enviado a una situación de extra-instrucción, mientras que si escogía la respuesta correcta sería informado de su resultado e invitado a tomar una nueva iniciativa. De esta manera el estudiante sería conducido por un camino de diagnóstico y corrección y por un conjunto de series con errores.

Puede afirmarse que la postura de Crowder es francamente ecléctica. Su sistema no se basa en una determi

nada teoría del aprendizaje y la explicación de los éxitos o aciertos no está unida, como ocurre en las teorías de Skinner , al reforzamiento. Para Crowder, el resultado de confirmar al estudiante si ha acertado o ha errado, no es para conducirle al conocimiento de los resultados, sino más bien para controlar la conducta que deberá ir siguiendo la máquina de enseñar. El profesor debe determinar si ese tipo de comunicación ha tenido éxito en vistas a que la máquina debe presentar pasos correctivos si la comunicación ha fallado.

El mismo Crowder dice:(42) : " La técnica se basa en este hecho simple: la elección que hace el alumno de una respuesta a una pregunta de múltiples alternativas, puede utilizarse automáticamente para encaminarlo hacia un material nuevo; el alumno que escoge una alternativa puede ser encaminado automáticamente hácia un material diferente de aquél hacia el cual es encaminado otro alumno que elige una alternativa distinta. Un uso que puede hacerse de la técnica

(42) Crowder, N.: "Diferencias entre la programación lineal y la intrínseca ", en A.Lumsdaine.: Instrucción Programada y máquinas de enseñar, Humanitas, pp 139 y ss.

es incluir, en un texto expositivo ordinario, preguntas que sean automáticamente administradas, calificadas y corregidas en forma apropiada si así se indica. (43)

" En la estructura más simple del "libro desordenado" o Tutor Text (TM), al alumno se le habla brevemente del material que va a aprender; a continuación de lo cual se le presenta una pregunta de múltiples alternativas, preparada para poner a prueba la cuestión tratada anteriormente. Cada alternativa tiene un número de página junto a ella. El alumno elige lo que él cree que es la respuesta correcta a la pregunta, y va al número de página indicado para esa respuesta. Si ha elegido correctamente la página a la que él pasa contendrá la próxima unidad del material que debe aprender y la próxima pregunta, y así sucesivamente. Si él ha elegido una respuesta incorrecta, la página a la que él pasa contendrá una explicación de la razón por la cual la respuesta elegida es incorrecta, a continuación de lo cual aparecerá una indicación de que el alumno deberá volver a la página de la pregunta original para hacer una nueva tentativa. No

(43) Precisamente el material con que se ha elaborado la experimentación de nuestro trabajo está preparado especialmente para alcanzar una efectividad en la acotación de los datos manejables de las respuestas.

llegará a la próxima unidad de material nuevo hasta que haya elegido la respuesta correcta, si bien al elegir respuestas incorrectas encontrará un nuevo análisis del material antiguo.

" En el Tutor Text las páginas están dispuestas al azar, es decir, los números de páginas dados con las alternativas no son consecutivos ni figuran en ningún otro ordena manifiesto. De esta manera el alumno no puede pasar por alto la pregunta e ir automáticamente a la página siguiente del material; debe comprometerse con una de las respuestas alternativas o, si no, escoger ciegamente; pero no puede ignorar la pregunta y pasar a la página "siguiente" de instrucción, puesto que la página "siguiente" no es la página siguiente en orden sucesivo de numeración, sino la página cuyo número está dado con la alternativa correcta.

" La técnica de la programación intrínseca básica no significa pues, nada más que la inclusión de preguntas con múltiples alternativas en un texto expositivo relativamente convencional,[§] y en el uso de estas preguntas para verificar en forma continua el progreso del alumno con el mate -

(§) El subrayado es mfo.

rial y para brindar , cuando así lo requiere el caso, el de terminado material correctivo. En la programación intrínseca las preguntas cumplen primariamente un propósito diagnóstico y la base de la técnica está en el hecho de que la diagnosis que así se obtiene puede utilizarse inmediatamente para su - ministrar al alumno material correctivo. (*)

" la inclusión de la pregunta y sus respuestas alternativas en cada página del texto expositivo, produce cambios tanto en el estilo del texto como en la estructura que el programador habilidoso empleará para diversos fines auxiliares. Por lo tanto, la pregunta puede ser empleada para llamar poderosamente la atención del alumno con respecto a un punto clave del párrafo; pueden sugerirse soluciones a los problemas mediante las respuestas alternativas provistas con la pregunta; el responder a la pregunta puede brindar al alumno una ejercitación provechosa con el concepto de que se trate, y así sucesivamente. Menciono estos servicios auxiliares de la pregunta para recalcar que el ma terial con que el alumno debe aprender incluye el texto ex positivo, la pregunta, las respuestas alternativas provistas

(*) El subrayado es del autor del artículo.

y el material correctivo para cada una de las respuestas equivocadas. En otras palabras, uno no prepara un programa intrínseco simplemente desmenuzando el texto expositivo en párrafos, y poniendo una pregunta con múltiples alternativas para cada uno de dichos párrafos. No obstante, el hecho que un programador habilidoso haga que los aspectos estructurales del programa cumplan funciones y fines auxiliares útiles —de la misma manera que un artesano competente aprovecha al máximo una técnica—, no debe hacernos descuidar el otro hecho: que el propósito principal de la inclusión de preguntas es diagnóstico, deseándose la diagnosis para poder aplicar el correctivo en forma inmediata y automática" (44)

Crowder insiste en que del sistema de correspondencia entre respuestas y actividad discente proviene el fenómeno del feed-back control que, según él mismo, es la característica principal de la programación intrínseca.

Por lo ya expuesto, es evidente que el proceso de programación intrínseca es muy similar al de la instrucción normal y tradicional (45). En el sistema docente clá-

(44) La diagnosis no sólo del alumno sino del material que se ha empleado. Sería el item analysis.

(45) Vid. Harry S. Broudy.: "Sócrates y la máquina de enseñar" en Lumsdaine A.:Op.Cit, pp. 175 y ss.

sico , al actuar ante un alumno que responde incorrectamente , se intenta diagnosticar la naturaleza de sus dificultades y crear una acción terapéutica (46). Se le explica de nuevo el punto que comprendió mal o que ni siquiera comprendió a través de un distinto camino : quizá convenga presentarle la idea en unidades menores, más fáciles de aprehender; quizá convenga utilizar analogías más vulgares o ejemplificaciones más obvias y evidentes; quizá sea más cumplido trabajar con medios audiovisuales o con modelos tridimensionales.

En resumen, se trata de referirse a distintas experiencias tratando de estimular los diferentes mecanismos comprensivos del discente y no arriesgarse a introducir nuevas ideas o materia hasta que éste demuestre haber comprendido lo anterior.

La continua interacción entre sistema docente-alumno es la llamada retroalimentación (feed-back). Dada la importancia de este concepto es preciso dedicar, a continuación un capítulo especial a la retroalimentación desde varias perspectivas y como variable principal en el control de los principios de la programada y de sus eficacia.

(46) Esta sería la actividad más característica de la individualización de la enseñanza, bien enfocada.

EL FEED-BACK O RETROALIMENTACION

El diálogo Socrático

Ya en la antigua Grecia Sócrates hizo tentativas con sus Diálogos parecidas a algún tipo actual de programación (admitiendo, claro está, esenciales diferencias entre ambos sistemas). Cualquier persona, de cualquier clase social que fuera, era conducida, paso a paso, sencillamente, a través de explicaciones construidas a base de entimemas y silogismos; se les proporcionaban una serie de sugerencias que conducirían a nuevas preguntas, admitiendo una respuesta en una atmósfera permisiva que permitía, de esa manera, un conocimiento inmediato de los resultados o feed-back.

Concepto y definición de feed-back

La Enseñanza Programada, tomada desde un enfoque puramente cibernético entiende el feed-back como un método que estabiliza un circuito y explica los efectos circulares

de la comunicación. (47)

Al sustituir al hombre por órganos mecánicos que ejecuten operaciones mentales, se dice que se está utilizando un automatismo. Una de las operaciones principales de este automatismo (máquinas de calcular, lógicas, gestoras, etc) es la amplificación de retroalimentación. Como dice, muy claramente L. Couffignal (48): "La señal de salida del órgano de control de otro órgano debe presentar características físicas determinadas para permitir, por ejemplo, poner en movimiento al órgano controlado y a los otros que se encuentran vinculados con éste. Existen dispositivos que amplifican una característica de la señal en la entrada del órgano de control; por ejemplo, la palanca puede funcionar como amplificador de fuerzas; en electrónica, una lámpara triódica es también un amplificador. Ahora bien, el funcionamiento de un amplificador siempre es imperfecto, de tal manera que la señal amplificada presenta una desviación con respecto al valor previsto. Pero el amplificador mismo permite corregir esa des

(47) Vid. W. Lee Garner.: Op. Cit. p.7.

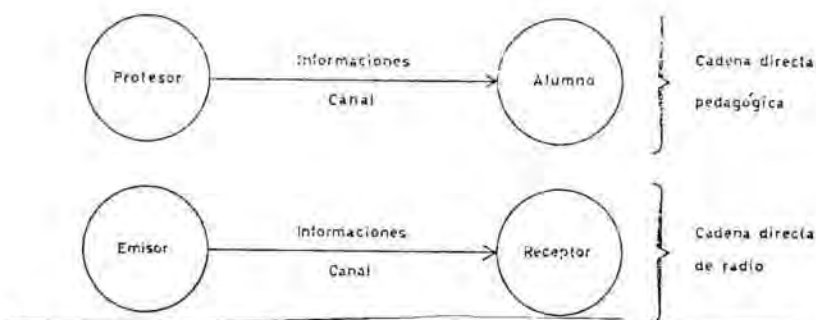
(48) Vid. L. Couffignal y otros.: La Cibernética en la enseñanza, Col. Dina, Edit. Grijalbo, 1968, México, pp. 32 y ss.

viación, tomando una pequeña parte de la señal en la salida y agragándola a la señal de entrada; por ejemplo, si la señal en la entrada es amplificada en la proporción 10:1 y la desviación de la señal en la salida es de 1 por ciento, entonces es suficiente con volver a enviar a la entrada una señal de 1/1000 de la señal en la salida, para corregir la desviación.

"Este modo de corrección en la desviación se denomina retroalimentación, y el órgano que la realiza se llama amplificador de retroalimentación".

Asimismo para la Cibernética, la Pedagogía comprende dos objetos de estudio; por una parte los mecanismos por los que el discente adquiere los conocimientos; por otra, el análisis sistemático y la crítica de los fines que rigen o condicionana ese funcionamiento. Cualquier persona que reciba un tipo de información (por instrucción, disciplinas, tradición, etc) está usando el mecanismo pedagógico. El más antiguo de estos mecanismos es el compuesto por un maestro que habla y un alumno que escucha. A esta relación binaria se le denomina, en el campo cibernético, cadena directa (49) En la actualidad, la cadena directa se usa aún en lecciones de tipo magistral, en lecciones de un mestros con excesivo número de alumnos (muy frecuente en la enseñanza superior),

L. Couffignal presenta (49) una comparación paralela del mecanismo pedagógico y un mecanismo de transmisión , regidos ambos por el funcionamiento de una cadena directa:



En estos dos mecanismos se da:

Emisor : maestro

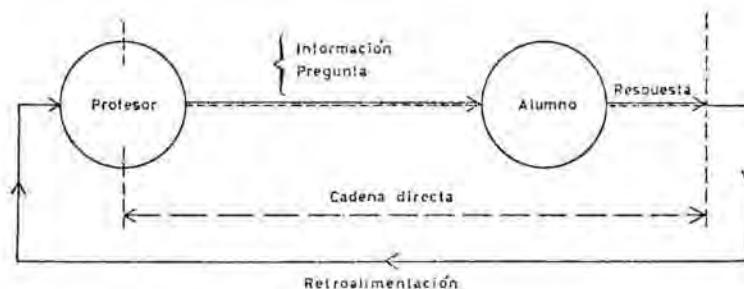
Receptor : alumno

Canal : paso de la voz emitida por el maestro a los oídos del alumno

Es la composición de la cadena directa. Aunque si el fin primordial es que las informaciones del maestro sean memorizadas por el alumno, es difícil que con sólo una emisión se consiga. Por lo cual se impone la repetición con un libro, con nuevas lecciones de otros maestros, o con máquina

(49) Vid. L.Couffignal.: Op. cit. p. 37.

La eficacia de todo lo que se ha enseñado, y la comprobación de si el alumno asimila o no los elementos de la comunicación pedagógica, se hace con las pruebas objetivas, con tests, etc. Pero también es fácil montar un sistema de cadena refleja en la cual se incluyen momentos de control interrumpiendo con preguntas de diversa índole los temas propiamente de instrucción. La cadena refleja se caracteriza por varios elementos, entre ellos el de la retroalimentación o feed-back. El esquema siguiente explica el funcionamiento de una cadena refleja en pedagogía. Los elementos maestro y profesor subsisten, pero con algunas modificaciones que van a permitir la intervención del feed-back:



Una vez el maestro ha hecho una pregunta al alumno, la calidad y enfoque de dicha respuesta informa y administra una serie de datos para que el maestro adecue al alumno las enseñanzas pertinentes. Es la retroalimentación del

maestro o, por extensión, la del programa. Esta acción de la respuesta del alumno sobre la mentalidad e ideología del maestro es fundamental en toda enseñanza y se consigue fácilmente con la mecanización pedagógica. La enseñanza programada ha echado mano de ello. Las consecuencias para el maestro son obvias: debe preparar con anterioridad las preguntas del tema teniendo presentes los fines y los tipos de reacción de cada alumno individualmente considerado. Se puede así guiar la acción del alumno hasta límites bastante insospechados (cuando la enseñanza puede realizarse con ordenador, por ejemplo).

Los mecanismos que substituyen al maestro en la retroalimentación de la cadena refleja son designados con el nombre de Enseñanza Programada.(50)

De ahí que la enseñanza programada se imparte con unas unidades elementales de materia, dosificadas y progresivas, programadas, en lenguaje cibernético. Con este procedimiento se ha llegado a mecanizar hasta los límites más adecuados la retroalimentación. De vez en cuando, a lo largo del texto enseñado surgen preguntas, ya previstas por el programador y que exigen respuesta obligada al alumno (evocada o de elección), de tal modo que la retroalimentación se produce siempre cuando así lo desea el maestro. Ni que decir tiene

(50) Vid. L.Couffignal y otros.: Op. cit. p.43.

que en este caso los programas más válidos para la retroalimentación son los ramificados de Crowder.

El feed-back como principio de la enseñanza programada

Como muchos investigadores hacen notar y recalcan el feed-back -del discente, del profesor, del sistema- es un factor importante de la enseñanza programada y a través de los datos que proporciona estos programas y sus aplicaciones pueden ser comprobados. Los organismos aprenden actuando en su entorno e influidos a su vez por las consecuencias de sus acciones. Ciertas consecuencias confirman la conducta, esto es, aumentan la probabilidad de que la misma respuesta se dé de nuevo en presencia del mismo estímulo. Una consecuencia de este tipo se denomina reforzamiento y muchos son los psicólogos que creen que el reforzamiento es la base de todas las modificaciones en el aprendizaje o en la conducta. Una frase aprobatoria, un gesto o actitud amistosa, un simple "está bien" pueden reforzar la conducta humana. La conducta desarrollada se confirma, se mantiene o se modifica, según sea el tipo o clase de consecuencias que produzca. Este reforzamiento - preferentemente Skinneriano- podría ser llamado también feed-back o

conocimiento de los resultados (51).

El conocimiento de los resultados y la clase

Para Skinner la situación y características de la clase y el papel del profesor ya pueden ser motivo de estudio como fuente del reforzamiento. Pero es obvio que ningún profesor es capaz de proveer de reforzamientos individuales a cada uno de los estudiantes en el momento oportuno y necesario. En cambio, un aparato , una máquina de enseñar, un libro programado, colocado cara a cara ante un solo estudiante puede comunicarse directamente con él , proporcionarle la guía y orientación necesarias para que llegue a una respuesta correcta y entonces proporcionarle el feed-back, adaptándose al progreso del alumno. Está continuamente registrando el conocimiento o desconocimiento del alumno y le proporciona dos cosas: el reforzamiento y el feed-back correctivo exactamente cuando lo necesita.(52)

(51) Vid. William A. Deterline.: An Introduction to Programed Instruction, Cap. 2, "Pressey and Skinner", pp. 9 y ss. Dice: " Reinforcement might also be called 'feed-back' or 'knowledge of results'. Whatever is called, reinforcement works, influencing behavior in the classroom, in the laboratory, and in the world at large" Ed. Prentice Hall, Inc, Englewood Cliffs, N.J, 1963.

(52) Vid. W.A. Deterline.: Op cit. p.12.

Relaciones entre el feed-back y el reforzamiento

El feed-back está condicionado por los estímulos que refuerzan la respuesta de modo inmediato. Hablando en términos generales, un reforzador es cualquier resultado que sigue a una respuesta que incrementa la probabilidad de dicha respuesta en el momento en que el estímulo final sea de nuevo presentado.

Mientras un reforzamiento consistente (100 por ciento) conduce hacia un aprendizaje más rápido, no es necesariamente la condición más efectiva para la retención de algunas respuestas; por lo tanto sería de interés investigar los efectos de una estrategia mixta de reforzamiento en la retención de respuestas específicas. Un esquema de cien por cien de reforzamiento en una máquina de enseñar debe ser empleado si se desea conseguir un determinado nivel de conducta, por ejemplo, un setenta y cinco por ciento de respuestas correctas. Por lo tanto, y siguiendo las opiniones de Lawrence M. Stolurow (53), debería ser construido en el programa un reforzamiento parcial, en el que el feed-back tendría similar valor.

(53) Vid. L.M. Stolurow.: Teaching by Machine, Cooperative Research, Monograph nº 6, U.S. Department of Health, Education, and Welfare, 1963, pp. 77-78.

Un programa es capaz de tratar un esquema de retroalimentación y variar la clase de información que debe devolverse ante la respuesta de un alumno y por ello, que esa información se acomode a la corrección o grado de incorrección de dicha respuesta. Las máquinas de enseñar tienen una capacidad especial para ello y pueden proporcionar a cada alumno unos reforzamientos consistentes y frecuentes, algo que un profesor muy atareado no podría conseguir con grupos de estudiantes. El reforzamiento que podría considerarse como más consistente sería la adaptación a los cambios ambientales, circunstanciales y del entorno cultural. Sobre este propósito es aceptable la afirmación del profesor F.H. George (54) de Brunel University que dice: "Las personas evolucionan. Las sociedades están evolucionando. El sistema de las estructuras sociales también se desarrolla. Uno de los recursos para conseguir la evolución es la adaptación. La adaptación al cambio de las circunstancias se consigue a menudo por medio del feed-back (conocimiento de los resultados)"

(54) Vid. F.H. George.: "Educational Technology: The systems approach and cybernetics" en A.J. Romiszowski.: The Systems Approach to Education and Training ;pp.22 y ss. Kogan Page, 1970. Romiszowski es uno de los programadores ingleses con mayores garantías de científicidad y adaptación a los medios elementales escolares.

Aportaciones críticas sobre el feed-back

Todos los sistemas que consideran la enseñanza programada como un elemento educacional y como un sistema de ejercitación y adiestramiento hacen hincapie en el proceso del feed-back. El feed-back de los propios alumnos que, en última instancia son la prueba del éxito del programa y cuya información debería ser utilizada para modificar y comprobar el sistema.

El feed-back desde el estudiante a la máquina o al libro programado y viceversa es considerado desde el punto de vista cibernético más que pedagógica o psicológicamente. Es un proceso de control independiente de cualquier teoría del aprendizaje. Crowder dice (55):

" La persona que crea una máquina de enseñar puede parecer que está pretendiendo que entiende y conoce el aprendizaje humano con suficiente detalle y generalidad que puede preparar, vía máquina, las condiciones bajo las cuales ocurrirá o tendrá lugar el aprendizaje eficiente.

(55) Vid. N. Crowder.: "Automatic tutoring by Intrinsic Progra

Por otra parte, nosotros que trabajamos con aparatos de programación intrínseca no nos apoyamos en ningún tipo de filosofía educacional. Si no que, más bien sospechamos que el aprendizaje humano se da en infinita variedad de modos y que esos modos varían con las diferentes habilidades y conocimientos actuales de los distintos estudiantes, con la naturaleza de la materia que se aprende, con el número de interconexiones entre las fuentes de variabilidad, y con otras fuentes de variabilidad que aún desconocemos. Por qué, pues, hemos de presumir de poder construir máquinas para todo? La respuesta está en el control por el feed-back que es inherente en el método de programación intrínseca " (56), y (57).

-
- (55) .../. mming" en Teaching Machines and Programmed Learning editado por Lumsdaine y Glaser, (Departamento de Instrucción Audiovisual, National Education Association of the United States, 1960)
- (56) Estas y otras aportaciones críticas están desarrolladas por Richard Goodman.: Programmed Learning and teaching Machines, The English University Press, Library of Programmed Texts, London 1965, pp.16 y ss.
- (57) Vid. los últimos experimentos sobre feed-back son los que tratan de averiguar si las ejecuciones del alumno son significativamente mejores cuando el fee-back se produce no antes sino después de la respuesta. Según R.C.Anderson.: "Conditions under which feedback facilitates learning from programmed lessons" en Journal of Educational Psychology, Junio 1972, The American Psychological Association, pp186 y ss.

FUNDAMENTOS PSICOPEDAGOGICOS DE LA PROGRAMACION INTRINSECA

La Gestalt y el Conductismo aportan mucho a las teorías del aprendizaje. Skinner aplica toda la psicología conductista a la hora de crear una programación lineal. "En el sistema de Skinner el aprendizaje de la conducta respondiente es análogo a aquel que para Watson constituía todo el aprendizaje. La única diferencia es que Skinner destaca el papel reforzador del estímulo incondicionado" (58). Skinner anunció y se comprometió con un programa de investigación proyectado para aumentar la eficiencia de la enseñanza de la Aritmética, la lectura y el deletreo , mediante el empleo de un dispositivo mecánico del que se esperaba mostrara ser superior al maestro corriente (59).

La evolución normal que ha seguido la psicología conductista y su aplicación con la enseñanza programada puede

(58) Vid. Winfred Hill.: Teorías contemporáneas del aprendizaje, Paidós, Buenos Aires 1960, p. 105.

(59) Vid. E.R. Hilgard.: Teorías del aprendizaje, Fondo de Cultura económica, 1960, pp. 125 y ss.

seguirse en el siguiente cuadro sinóptico presentado por José Fernández de Castro (60).

Estos hallazgos de la psicología conductista se concretan en progresos dentro de cierto tipo de metodología. Y, precisamente en la enseñanza programada, se dan mucha importancia a los condicionamientos graduales de las respuestas a través de la práctica y de la repetición - desde puntos de vistas distintos.

(60)	(Operacionismo	
	((Ley del Efecto
Conduc-	(Thorndike	(Pavlov
tismo.	((Skinner (Programas Lineales)
	((Guthrie
	(Conexionismo	(Lumsdaine
	((Conexionismo
	{	
Gestalt	(Tolman (Secuencias estructurales)	
	(
Individualización		{ Pressey
		(Tests
		(Crowder (programación intrínseca).

Vid en J. Fernández de Castro.: Skinner y la enseñanza programada, Tesis doctoral inédita, Barcelona , 1968.

También puede verse la relación entre Skinner y el conductismo en la misma tesis doctoral citada, pp. 196 y ss. y B.F. Skinner.: Ciencia y Conducta humana, Edit. Fontanella, Barcelona 1970.

Si se prefiere una puesta en práctica de las teorías conductistas en relación con el acontecer vital, es interesante leer la obra de B.F. Skinner.: Walden Dos, editorial Fontanella, 1966, en la que se presenta un mundo utópico en el que viven todos sus habitantes de modo feliz y sin complicaciones excesivas debido al control sistemático de las motivaciones y los condicionamientos propios de una teoría behaviourista.

Por otra parte, el programador de enseñanza ramificada tiende a sentir más inclinación y simpatía por el punto de vista gestáltico (61). Los psicólogos de la Gestalt ven al estudiante tratando de abarcar una forma o estructura general de un problema antes de que se decida a responder constructivamente a sus detalles componentes. Desde el punto de vista gestáltico el estudiante debería ser conducido o auxiliado a través del "insight" en la concepción de un problema. Para el gestaltista el aprendizaje reclama que el estudiante realice su práctica mentalmente, reflexionando con aproximaciones alternativas y rechazando las soluciones inadecuadas hasta el momento en que sea capaz de discernir con prístina claridad y aprehenda la solución o principio básico.

Cualquiera que sea la teoría psicológica en que se enmarque la metodología, los principios básicos psicopedagógicos pueden resumirse primordialmente en Motivación y en reforzamiento.

Motivación

1.- Visión global del campo a estudiar

Procurar hacer ver al sujeto que va a estudiar el

(61) Vid.: Kurt Kofka.: Teoría de la estructura, Edic, de La Lectura, Col. Ciencia y Educación Contemporáneas. s/f.

programa , no sólo una sinopsis del valor intrínseco de la materia que va a estudiar sino la variedad de caminos sobre los que incide (62), o un anécdota que genere el interés por aquella materia. Motivaciones de todo tipo que acerquen la temática al tiempo y al espacio individuales) interesará más lo que ocurre en la calle donde vive que en otra calle del barrio lejano). Conocidos los problemas locales pueden generalizarse los conceptos a problemas extranjeros o prácticamente más apartados.

2. Intencionalidad

Es preciso iniciar la temática con amplias perspectivas , pues empezar por el abc de los temas desanima en la mayoría de los casos; la primera llamada o toma de contacto ha de ser lo más amplia posible.

3. Hacer el tema lo más accesible que se pueda.

Evitar toda complejidad, evitar impresionar al sujeto, pues esta actividad conlleva, muy probablemente, el

(62) Vid. Apuntes de clase sobre Medios Audiovisuales, Departamento de Tecnología Educativa, Universidad de Barcelona, Enero-Mayo 1971, Profesores D. José Lanuza y D. José Martínez Pujol, Director D. José Fernández Huerta.

peligro del desánimo. W.W. Sawyer dice a este respecto: " está francamente mal que la primera lección deje en el alumno un sentimiento de que la nueva temática va a ser algo misterioso , dificultoso, inalcanzable " (63).

Refuerzo

1.- Mantener y sostener el interés

Lo importante es seguir manteniendo el interés del estudiante, además de crear dicho interés en un momento de contacto. Un procedimiento es ir acumulando éxitos a lo largo del proceso de aprendizaje. El éxito, su desarrollo gradual y progresivo, es en sí mismo, un efectivo factor motivacional.(64) Y no sólo eso. Sino que hay que tener presente la recompensa de ese éxito. El alumno se siente reforzado o recompensado por el simple hecho de haber respondido correctamente a una pregunta. El éxito y el refuerzo pueden asimilarse e identificarse; ambos tratan de conseguir que el estudiante continúe haciendo lo que empezó. Un modo especialmente interesante para ello es conseguir que lo que era oscuro y poco inteligible, vaya tomando forma gradualmente y vaya adquiriendo claridad de sentido.

(63) Vid. B.F. Skinner.: Ciencia y Conducta humana.Op. Cit.

2.- Participación activa

Para mantener reforzado al alumno se debe dialogar con él (64). Tratar de que no juegue un papel pasivo ya que le agrada tomar parte activa en las distintas resoluciones. Se le debe exigir que haga trabajos relacionados con todo lo que va aprendiendo, que de paso sirven como nuevas dosis de instrucción.

En realidad lo que el discente busca es sentirse participante del control de su situación aprendiz. El sentimiento de control es reforzador y le obliga a continuar en lo que está haciendo.

Se trata de que forme juicios, exprese opiniones, tome decisiones, o resuelva problemas basándose en la información que se le proporciona. (65) Se le puede pedir que dibuje gráficos, que anote soluciones, en fin, tratar de ir adaptándose lo máximo posible a su ritmo, a su idiosincrasia, y a su nivel.(66).

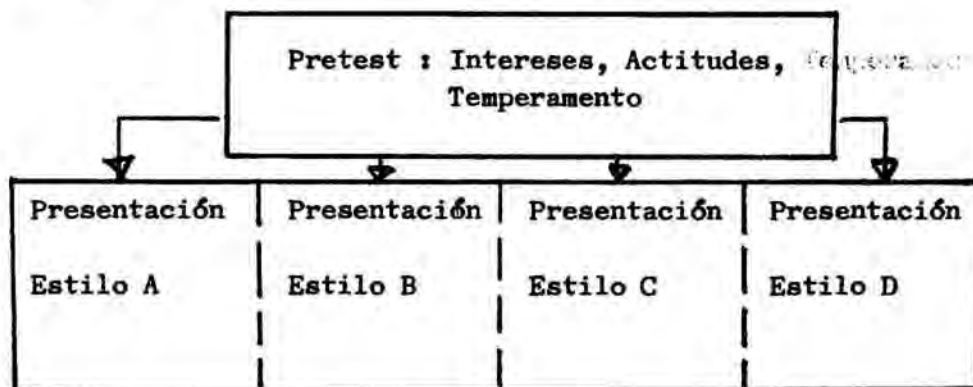
(64) Vid. Uttal,W.R.: "On conversational interaction" en J.E. Coulson.: Programming learning and Computer-Based Instruction, John Wiley and Sons,Inc, New York, 1961.

(65) Una total adaptación es difícil. Gordon Pask y otros programadores están tratando de conseguirla al máximo con la enseñanza con ordenador. Conviene consultar:al respecto:

Senders, J.: "Adaptive Teaching Machines"de Minneapolis Honeywell Regulator Company, en J.E. Coulson, Op.Cit,P. 129 y ss.Chapman,R.L.: "Computer techniques in .../.

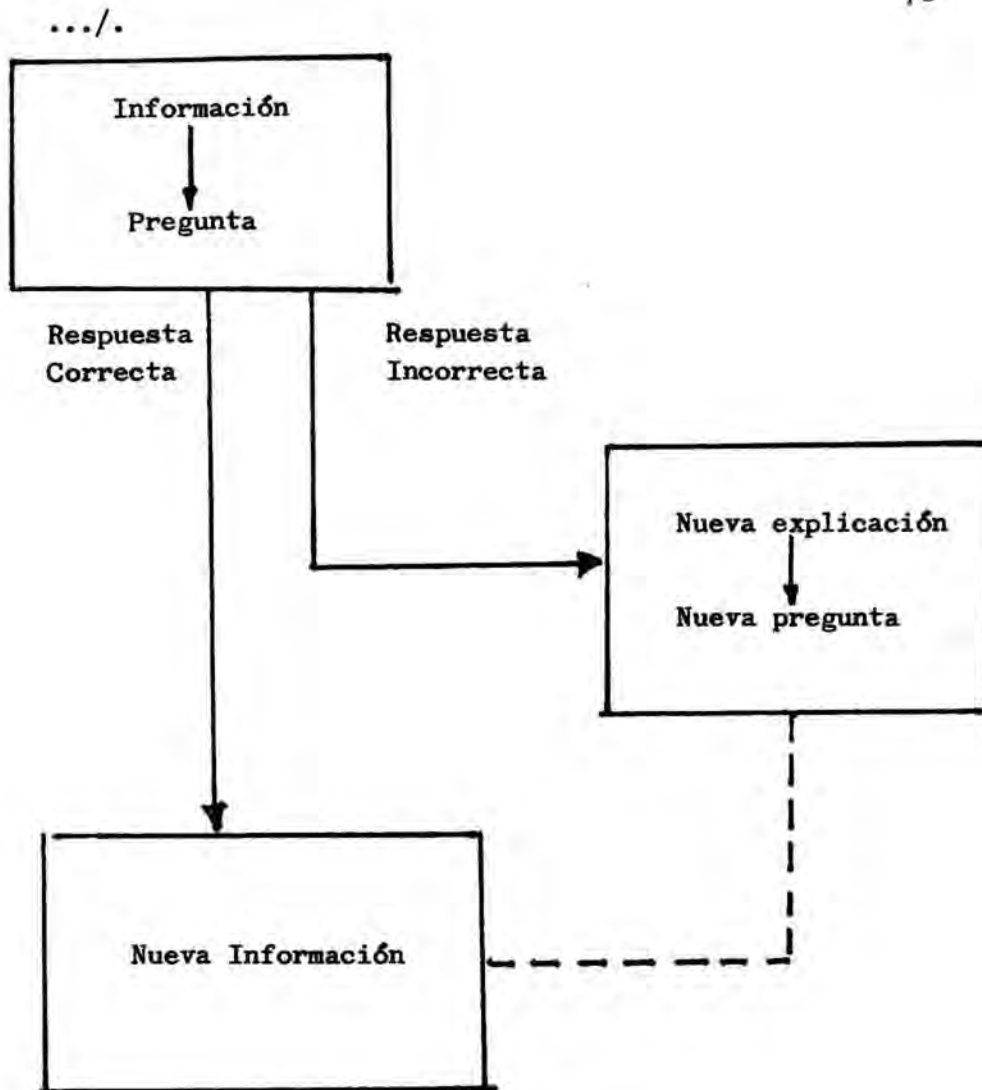
.../.

instruction" en Coulson, J.E.: Op.Cit. pp. 240 y ss. Gordon Pask ideó un aparato que era capaz de adaptarse a las respuestas del sujeto aprendiz, de modo global, de manera que el aparato -a su vez- "aprendía" acerca de la idiosincrasia y estructura del alumno. Vid. Lumsdaine y Glaser.: Teaching Machines and programmed learning, pp. 263 y ss. Vid. también: Rothkopf, Ernst.: "Some Research problems in the Design of Materials and Devices for Automated Teaching" en Lumsdaine y Glaser, Op.Cit. pp. 318 y ss. Pask, Gordon.: Automatic Teaching Techniques, British Communications and Electronics, 4:210-211, 1957. Id.: A teaching machine for radar training, Automation Progress, 2:214 y ss. Mayo 1957. Id.: Electronic Keyboard Teaching Machines, Education and Commerce, 24: 16, 26, 1958, pp 336-48. Id.: The Self-Organizing Teacher, Automated Teaching Bulletin 1, nº 2, December 1959. Id.: The Teaching Machine, The Overseas Engineer, Febrero 1959, pp 231- 232. Id.: Adaptive Teaching With Adaptive Machines, en Lumsdaine y Glaser, Op. Cit, p 349. Entre las opiniones de Chapman se incluye este diagrama adecuado a la adaptación de la enseñanza al alumno:

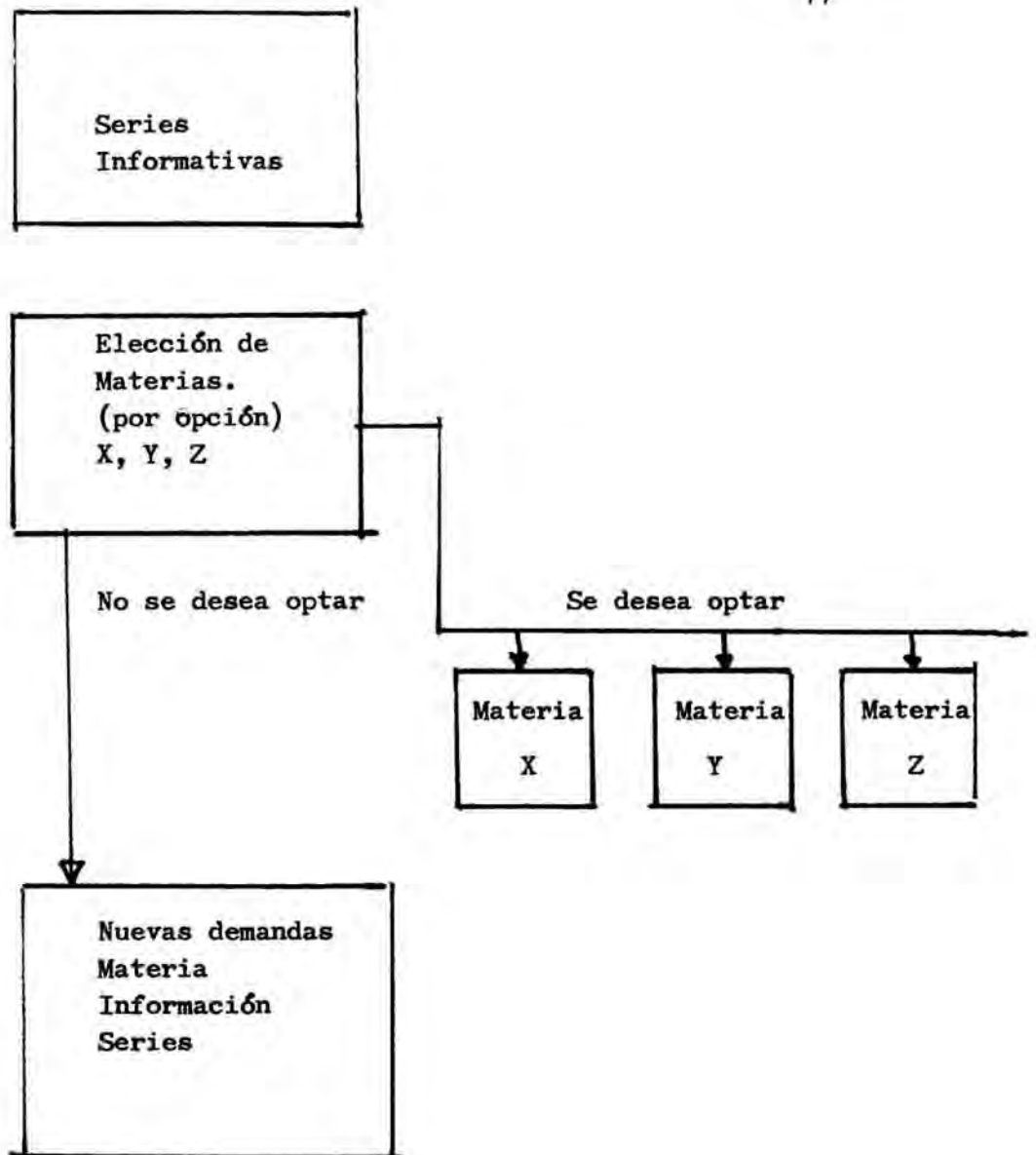


Según sea el temperamento, el interés o las actitudes del conjunto del alumnado considerado globalmente o de un solo alumno, considerado individualmente, así será la presentación del programa. La presentación no es sólo exterior o de superficie sino también de contenido, de materia, y en definitiva, de estructura. Con respecto a la adaptación, o mejor, a la programación semiadaptativa, como es la programación intrínseca, Robert L. Chapman añade el siguiente esquema:

.../..



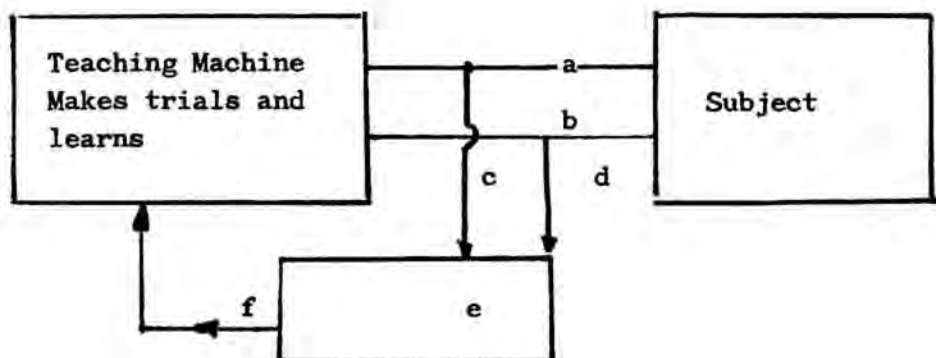
Por otra parte, Chapman añade una nueva modalidad de adaptación que va más allá de una ramificación. Es la programación con los denominados optional topics, que fluctúan o hacen fluctuar la enseñanza entre opciones deseadas y opciones escogidas. Tal como se desarrolla en la siguiente página:



Una lectura cuidadosa de este esquema facilita su interpretación. Puede estudiarse más detenidamente en Coulson, J.E.: Op. Cir, pp. 251 y ss. Vid. también Gordon Pask.: An approach to Cybernetics, Hutchinson and Co. 1961, pp. 88. Pask presenta, en Lumsdaine and Glaser, Op. Cit, pag. 362 esta esquematización de la interacción entre el sujeto aprendiz y las funciones de la máquina de enseñar adaptativa :

.../.

.../.



en el que

- a: impulso de la máquina de enseñar
- b: impulso de la respuesta del sujeto
- c: input hacia el canalizador
- d: input hacia el canalizador
- e: aparato canalizador
- f: output desde el aparato canalizador que permite el aprendizaje sólo si el canalizador es sobre-valorado.

(66) Vid. ejercicios propuestos al personal trabajador de la empresa FECSA de Barcelona, por el pedagogo D. José Lanuza Orduna: PROBLEMA

Calcular en el circuito de la fig. 8.8 la resistencia interna de cada pila sabiendo que las tres pilas son iguales.

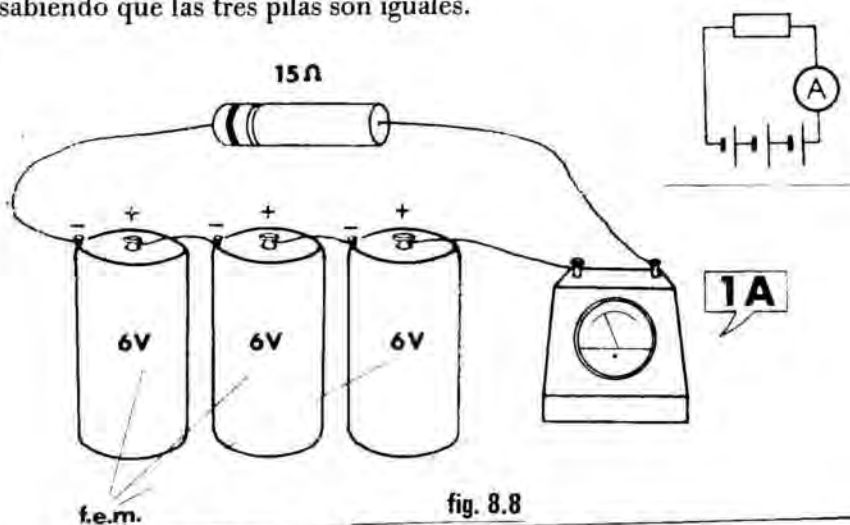


fig. 8.8

3.- Unidades de información pequeñas y significativas

Información dosificada que permita ser asimilada con graduación según los conocimientos y habilidades adquiridos. (67). La unidad informativa no debe ser grande, puesto que si no, el estudiante no será capaz de superarla. No obstante, hay que cuidar de no atomizar la materia de tal modo que se disgregue la coherencia del conjunto. (68).

4.- Conocimiento inmediato de los resultados

Poco se lograría con unidades pequeñas de trabajo, si no se le informa, y además inmediatamente, de sus resultados, de si ha aprendido o no, etc. Si se informa en el acto de la respuesta (no al cabo de días, horas o semanas) el progreso es reforzado o confirmado. "Los programas de Skinner, por ejemplo, tienen como punto de partida que el conocimiento de los resultados en sí constituye ya una recompensa, o sea, una confirmación adecuada en el sentido deseado" (69)

(67) Vid. el sistema de Matrices de Davies, o el sistema RULLEG.

(68) Para ampliar este concepto Vid. Rubbens, F.M.: Enseñanza Programada y estudio de su didáctica, Paraninfo, 1972, p..69 y ss.

(69) Vid. Rubbens, F.M.,: Op.Cit.p. 39.

A esta confirmación de los resultados se le suele denominar retroalimentación o feed-back, como afirma Norbert Wiener en varias de sus obras (70).

5.- La materia debe ser un reto para el que aprende

Con la enseñanza debe exigirse un esfuerzo continuo ; y en el caso de cometer errores construir, acto seguido unas secuencias que ayuden a repararlos.

(70) "La meva tesi és que el funcionament físic de l'individu i el d'algunes modernes màquines electròniques són totalment paral·lels en llurs temptatives de regular l'entropia mitjançant la retroalimentació. Ambdós posseeixen receptors sensorials en una etapa de llur període de funcionament, és a dir, existeix en tots dos casos un aparell especial per a rebre informació del món exterior a baixos nivells d'energia per a utilitzar-los en les operacions de l'individu o de la màquina. En tots dos casos aquests missatges exteriors no ens arriben directament, sinó a través de mecanismes especials de transformació de l'aparell, sigui viu o inanimat. La informació es transforma en una nova forma utilitzable en les etapes ulteriors del funcionament. En l'animal i en la màquina, aquest funcionament actua sobre el món exterior. En ambdós, el funcionament sobre el món exterior, i no solament l'acció intentada, esdevé eficaç gràcies a un mecanisme central de regulació." (Cibernètica i societat, pp. 38-39, Edicions 62, Barcelona, 1965).

Esta regulación es la que tiene lugar en el alumno cuando conoce los resultados de su progreso. Como ya se ha estudiado en capítulos anteriores, la retroalimentación, ya sea orientada desde un punto de vista eminentemente cibernético, con inclusión de todo tipo de máquinas de enseñar, o simplemente pedagógico, implica la regulación o en casos más elaborados, la autoregulación del proceso de aprendizaje.

Skinner y Holland consideran que cometer errores perjudica el esfuerzo del aprendizaje por lo que, la característica esencial de la programada sería ir avanzando paso a paso arriesgándose lo mínimo posible al errar. Esto para el sistema lineal. Con esta idea no está en ningún modo de acuerdo Norman Crowder.

Los peligros que entraña la inclusión de un error o varios en las respuestas de elección múltiple quedan subsanados, en parte, si se conocen las reglas fundamentales de la redacción de programas ramificados o intrínsecos. Estas reglamentaciones vienen resumidas muy satisfactoriamente por F.M. Rubbens (71) y serían:

Exigencias más importantes:

1. Dominio perfecto de la técnica programadora.
2. Dominio de la asignatura o materia a programar. Como no todos los programadores dominan todas las materias, es imprescindible el trabajo en equipo de experto en programada y de profesor de la materia. Lo mismo ocurre cuando se trata de preparar un lenguaje para la enseñanza con ordenador (72).

(71) Vid. F.M. Rubbens.: Op.Cit. pp 84 y ss.

(72) Punto de vista coincidente con el del profesorado del CENIDE, colaborador de dicha institución para E.C.O. y dominando el lenguaje UNIVAC del ordenador del Ministerio de Educación y Ciencia.(Madrid Junio 1972).

3. Comprensión muy matizada de las necesidades básicas del alumno con respecto a la materia y con respecto al nivel.
4. Capacidad y aptitud para explicar la materia de modo claro y eficaz.

Pasos previos

1. Análisis de los objetivos que se van a pretender con el programa y revisión total del conjunto de la materia que debe ser claramente subdividida.
2. Presentación al conjunto del alumnado de unas pruebas iniciales de instrucción para conocer a priori el estado del nivel de conocimientos del alumnado. Así se evitan los momentos de tratamiento excesivamente superficial o demasiado profundo de aspectos varios de la materia.
3. Entrenamiento del alumno en las normas de utilización de un programa ramificado, con text book o con Tutor.

Sistema conversacional

Lo mismo para las máquinas de enseñar como para los libros ramificados se sigue la norma de presentar las instrucciones y los temas de modo coloquial, dialogador como si se estuviera hablando personalmente y cara a cara con el alumno.

Sistemas de redacción

Lo más aconsejable sería:

1. Redacción del camino principal del programa.

- Pasando de lo conocido a lo desconocido. Cualquier programa ramificado de matemáticas o de lengua indica muy claramente este proceso. En esta fase deben tenerse presentes los conocimientos que el alumno posee en ese momento, si lo que se le va a presentar en cada eslabón es o no nuevo para él, cómo va a emplear estas informaciones, (en la vida real, para investigaciones escolares, para realizar un ejercicio, etc), errores que le puede obligar a cometer esta nueva información, etc.

- Este paso de lo sabido a lo no conocido se debe tratar de un modo especial, influyendo sobre el alumno para que consciencie este paso, para que conozca realmente el proceso que intentamos siga. Siempre introduciendo un concepto nuevo cada vez que pasa un eslabón. Esta se puede considerar la regla de oro, y en ella están de acuerdo los programadores lineales y los intrínsecos.

- Dado que no siempre se puede presentar la materia pulverizada en afirmaciones simples y muy concretas, es aconsejable que se proporcionen informaciones parciales de la materia, pero no exclusivas, de manera que , cuando el alumno demuestre

que ya domina el patrón de conducta pedagógica que intentamos aprender, puedan añadirse los detalles y las complejidades oportunas.

- Es obvio que los sistemas metodológicos y didácticos pueden variar a lo largo de los pasos o eslabones. La variedad de sistemas incluso es aconsejable. Procedimientos que se basen en la inducción, en la generalización, en la intuición, en los medios audiovisuales, etc. Todo el campo didáctico de ejercicios, lecciones ocasionales, dibujo, expresión gráfica y dinámica, etc, tiene cabida en la enseñanza programada (73).

Sistema de preguntas de elección múltiple

La explicación detallada de este afea se verá en el capítulo siguiente.

Aparte de estas normativas, debe tratarse que el método interrogativo sea racional (no adivinar la respuesta), formulando cuidadosamente las contestaciones "incorrectas" de las distintas elecciones. Presentando, a ser posible, secuencias ap

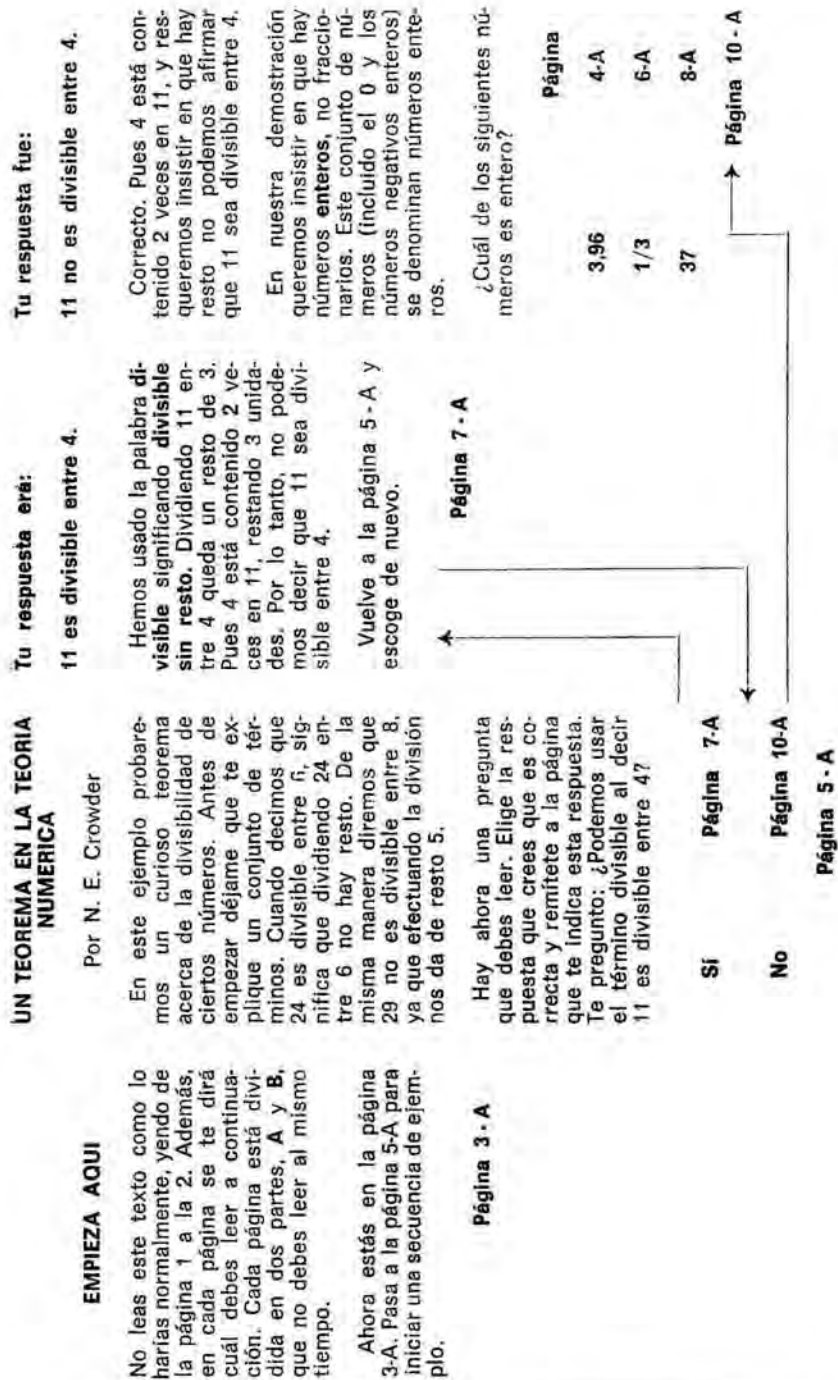
(73) Cabe citar aquí que un argumento supuestamente nocivo para criticar negativamente las técnicas de la enseñanza programada es el de que ésta se basa sólo en trabajos escritos y en una didáctica eminentemente verbal. Pero esto significa, evidentemente, un desconocimiento craso de las técnicas más avanzadas.

tas para el desarrollo de la creatividad y que inciten al alumno - retándole- hacia el descubrimiento de las verdades o de los axiomas.

El sistema intrínseco invita al alumno a producir o crear, basándose en los datos de su propia experiencia y de una buena conducción programada.

El tema de la creatividad está muy cerca de toda la técnica de algoritmos y de participación activa del alumno ante un libro programado o ante un texto programados.

Modelo de libro ramificado de Crowder (*)



(*) De A Theorem in Number Theory, N.Crowder, Silver Spring, U.S. Industries Inc, 1961. Traducido por la autora de este trabajo para "Revista de Ciencias de la Educación", Enero 1972, Madrid.

COMO SE ENSEÑA CON UN PROGRAMA RAMIFICADO

Cualquier tema que deseemos presentar a un estudiante, aparte de que es necesaria la lecturabilidad total del texto al nivel del alumno (74) puede ser redactado y presentado de varias maneras: en la página de un libro, en un film, en una pantalla de televisión o de terminal de ordenador.

Un programador trabaja con cierto ritmo predispuesto con anterioridad. Ordena y distribuye la materia de un modo lógico según una secuencia informativa (75) y presenta al estudiante una idea a cada momento (la información excesivamente amplia le da la seguridad de que está preparado para recibirla y puede ser motivo de fracaso escolar). Cada nueva información va a ir seguida de una serie de preguntas que deben responderse siguiendo una elección múltiple entre tres o cuatro

(75) Vid. J.Fernández Huerta.: "Comparación multivariada de los textos escolares" en Perspectivas Pedagógicas, pp.213 y ss. Nº 18, Barcelona 1966.

(76) Vid. F.M.Rubbens.: Op.Cit, p. 65.

alternativas.

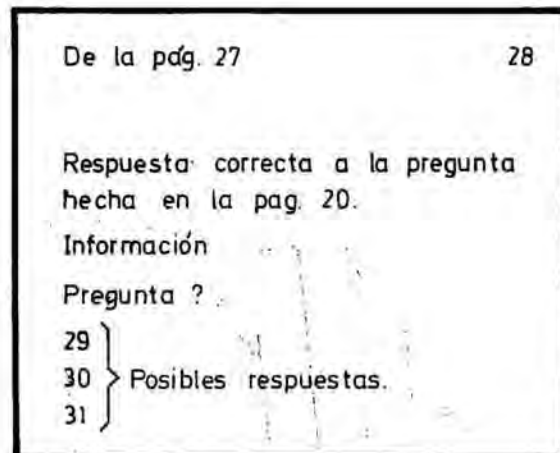
Las preguntas de elección múltiple

Modelo de pregunta

Una pregunta que espera respuesta de elección múltiple tiene dos partes: el cuerpo de la pregunta y las respuestas alternativas que la complementan. Por ejemplo:

Fig. 1

Distribución típica de un ítem para programas ramificados.



La pregunta puede ser directa. Tiene sentido por sí misma, incluso si se ignoran las respuestas que la acompañan. Pero pueden plantearse preguntas incompletas que sólo tengan sentido si se les añade una de las respuestas que se proponen. En este caso, el estudiante escoge la respuesta que complementa correctamente la afirmación-cuestión.

Generalmente es mejor y más aconsejable utilizar preguntas directas. Poseen un impacto más inmediato, anima de modo más claro a pensar, y evita "adivinar" la respuesta.

Otra clase de preguntas son las que esperan una respuesta que realmente es parte integrante de las mismas.

Variedad de formas de respuesta

Las respuestas alternativas pueden tomar formas muy diversas. Se puede pedir al estudiante que escoja sobre lo concerniente a la pregunta en formatos como oraciones, frases, palabras, fórmulas, diagramas, números, cantidades, actividades, etc.

Causas de la utilización de la pregunta con respuesta múltiple.

La base principal de la respuesta múltiple es que nos va a servir para el diagnóstico. A través de ella se puede decidir qué información precisa el alumno la próxima vez. Depende de si está preparado para continuar el argumento o si debe dársele una ayuda para proseguir. Aparte de que así se va controlando la secuencia que estudia, las mismas preguntas constituyen un constante reto al alumno. Mientras está estudiando una página (o paso) sabe que inmediatamente será probado, por lo que tiende a leer más cuidadosamente que lo haría con un texto normal.

Además las respuestas mantienen activo al estudiante

te . Aunque la idea final de este tipo de respuestas es conseguir centrar la atención del estudioso en el punto que se considera más importante. Así se le ayuda a comprender cuál es el camino o vía principal en el estudio.

Características de la pregunta

Conviene tener presente:

1. Colocar el punto de partida de la pregunta en el momento crucial de la enseñanza.
2. Preguntar un punto por paso.
3. Únicamente se permite preguntar dos conceptos a la vez cuando se trata de demostrar la complementariedad de dos o más ideas.
5. Ser directos al preguntar. No tratar las consideraciones verbales de la idea, sino la idea misma.
6. Conseguir que el estudiante trabaje para emitir su respuesta. Debe hacer los posibles para razonar.
7. Comprometerse a dar al alumno el máximo de información.

Las respuestas alternativas

Formulación

Analizar la clase y orientación de los errores previsibles, en alumnos con cierto nivel intelectual (ya analizado previamente) y con cierto nivel instructivo (que

se habrá investigado con pruebas de instrucción previas). Es obvio que este tipo de incorrecciones ha de ser razonable. Las fuentes de los errores en el aprendizaje se pueden considerar como fuentes de faltas o como categorías de problema (77)

Clases de respuestas incorrectas

Rubbens las asimila a tres niveles:

1. Respuestas incorrectas lógicas. Se originan en la aplicación correcta a un procedimiento equivocado.
2. Petición de ayuda (appeals for help (78)). El alumno, al sentirse desorientado, debe explicar que comprendió mal, que no comprendió, o que desea mayor cantidad informativa. Lo mismo puede conducir a una página explicativa que a una ramificación completa.

Un estudio bastante completo y exhaustivo sobre las respuestas alternativas es el realizado por D. Rowntree (79).

(77) Vid. F.M. Rubbens.: Op. Cit, p. 90

(78) Vid. D. Rowntree.: Basically Branching, A handbook for programmers, MacDonald, London, 1966.

(79) Op.Cit. p. 157. Con una variedad grande de ejemplificaciones prácticas.

3. Respuesta arbitraria. A la que se llega por caminos de razonamientos ilógicos o de asociaciones inesperadas. Se recomienda que este tipo de alternativa ofrezca cierta apa-riencia de verosimilitud. El presentar alternativas abier-tamente incorrectas es antipedagógico.

La técnica se resume en que el estudiante comprueba su propia respuesta ante la lista de varias respuestas alternativas de las cuales sólo una -normalmente- es correc-ta. Las otras presentan errores plausibles a los que el alum-no llega únicamente en el caso de haber seguido una pista falsa. Por lo tanto, el estudiante lee una unidad instructi-va, resuelve una cuestión o problema, se forma un juicio o llega a una decisión , de acuerdo con lo que se le pide en la pregunta resumitoria del total aprendido. Si su respuesta es correcta se le conduce automáticamente a la siguiente in-formación y a otra pregunta

Al que escoge una respuesta incorrecta se le pre-senta un material terapéutico, especialmente estructurado pa-ra que le aclare su error específico. En el programa ramifi-cado más simple se volverá directamente desde el paso correc-tivo a la pregunta originaria , pero esta vez más predispues-to a contestar correctamente. Por esta razón "sólo los pro-

gramas ramificados pueden estar pensados en términos docentes " (80).

Es interesante analizar el ritmo que se sigue en la ramificación , en un texto creado por el propio N. Crowder en 1959; es el típico formato de pregunta y de respuestas al ternativas (81).

Page 1

This is a scrambled book. You do not read the pages in their numerical order.
Turn to page 4 for your first problem

Page 2

A^2 does equal AxA .
You are right.
Now do this problem:
 $A + 2 + A : 2 =$
Choose one:Address:
 $\frac{1}{2} A$ p. 7
A p. 8
4 A p: 9
A:4 p.10

(80) Vid. D. Rvontree.: Op. Cit. p. 8 : "ONLY brnaching programmes are tutorial.- Strictly linear programmes have no justification for invoking the tutor-student (unless there exist robot tutors who continue feeding out the same stream of information regardless of what the student is doing with it) Linear programmes adapt to the species (by revision after each try-out) but not to the individual student.

Only branching programmes can be thought of in tutorial terms".

(81) Vid. Teacnhing by nachine, Cooperative - research de Lawrence M. Stolurow, Washington 1963, p. 39.

Page 3

A^2 does not equal
 $A + A$

$$A + A = 2A$$

Go back to page 4

Page 4

$$A^2 =$$

Choose one: Address:

$$A \times A \quad \text{p. 2}$$

$$A + A \quad \text{p. 3}$$

$$A : 2 \quad \text{p. 5}$$

$$A + 2 \quad \text{p. 6}$$

Page 5

$A : 2$ is wrong

Go back to page 4

Page 6

$A + 2$ is wrong

Go back to page 4

Page 7

$\frac{1}{2} A$ is wrong

Go back to page 2

Page 8

A is correct.
 Now do this problem:

$$A^{\frac{1}{2}} =$$

Choose one: Address:

$$\frac{1}{\sqrt{A}} \quad \text{p. 9}$$

$$\sqrt{A} \quad \text{p. 10}$$

Conviene tener presente que los progresos y eficacia del sistema ramificada han sido asimilados por distintos pedagogos de otros países. A modo de ejemplo y antes de seguir analizando las características de las distintas ramificaciones presento una programación intrínseca sencilla (82) que se corresponde exactamente al diagrama adjunto. En esta programación existen algunas modificaciones, como son los wash-back y de los cuales hablaremos seguidamente. Aquí, la intención principal es reconocer las alternativas y reseguirlas a lo largo del programa.

.../.

(82) Este diagrama y los ítems correspondientes han sido cedidos a la autora de esta tesis doctoral por D. José Lanuza Orduna, Profesor de Medios Audiovisuales de la Universidad de Barcelona, con permiso expreso, dado que aparte de las ramificaciones de la tesis son las únicas experimentadas con sujetos reales y fiabilizadas.

La esencia de la ramificación

Cada alumno camina a su modo, a su propio paso. Y algún estudiante caminará más que otro para lograr la misma dosis de aprendizaje. Y no sólo porque algunos lean más despacio que otros - de interés en la programación lineal - sino porque los diferentes estudiosos pueden trabajar con diferentes materiales intelectivos.

Es verdad , incluso, que un programa ramificado no es tan flexible ni se adapta a las diferencias individuales como lo hace un maestro. Los sistemas de presentación pura y simple, como son ordinariamente libros programados y filmes, no se adaptan totalmente.

Cuando el alumno empieza a atravesar un ~~pp~~ograma ramificado la elección múltiple le llama la atención. (aunque no es su rasgo característico, pues la elección múltiple se da también en la técnica de las pruebas objetivas e incluso en algunas programaciones lineales, (83)).

(83) Vid. J. Fernández Huerta.: "Pruebas objetivas", en Diccionario de Pedagogía, Labor, pp. 752 y ss. Barcelona 1965.

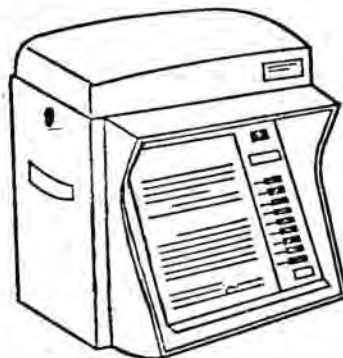
(84) Varias de las tesis de licenciatura presentadas bajo la dirección del Catedrático de Didáctica de la Universidad de Barcelona, utilizan esa técnica en la programación lineal.

Variados caminos

El rasgo esencial no es el mero hecho de conducir al estudiante a definir o escoger una respuesta, sino qué hacer con la respuesta que él ha escogido. Un programa con cuestiones de elección múltiple no sería ramificado si cada respuesta escogida no condujera al estudioso a un material especialmente preparado en relación con particular y específica respuesta. El programa ramificado envía o distribuye al estudiante hacia una u otra secuencia instructiva de acuerdo con las respuestas al material de estudio.

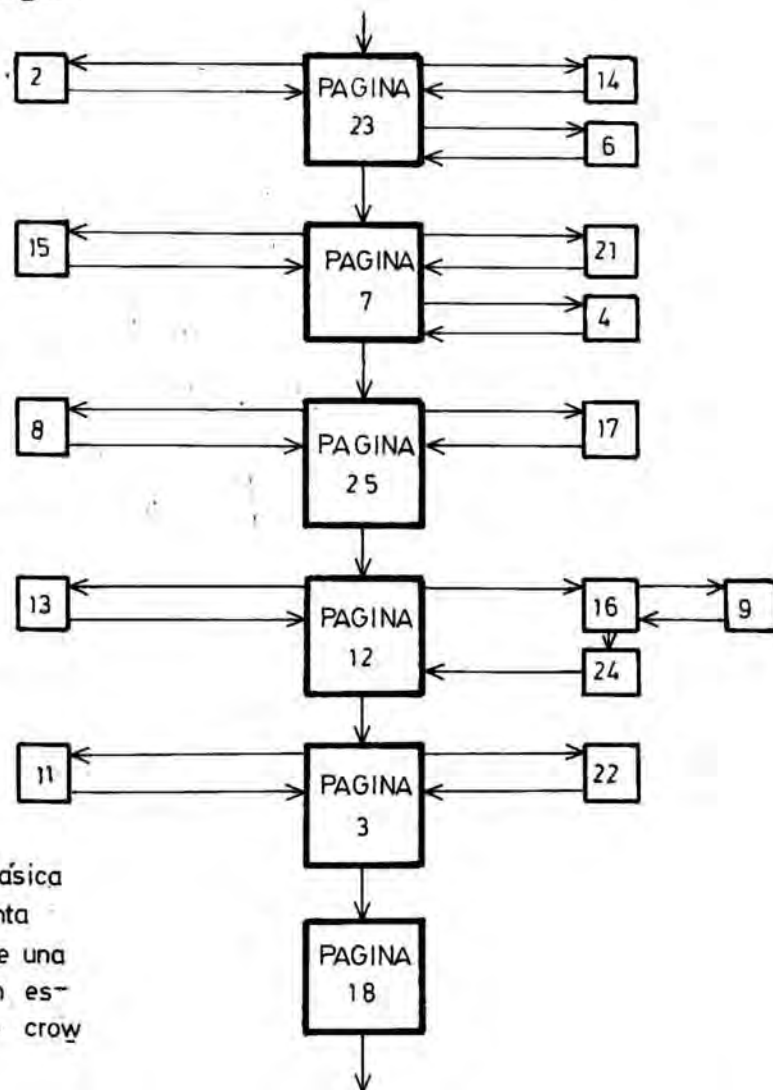
Parece conveniente reproducir, en dibujo estilizado el sistema mecánico usado por Crowder , y denominado comercialmente TutorText y descriptivamente libro revuelto y acompañado por el complemento en el cual las páginas están impresas en un film de 35 mm y se proyectan en una pequeña pantalla. Al lado de dicha pantalla hay un panel o cuadro con varios pulsadores en los cuales el estudiante presiona el número correspondiente a su elección y , la máquina, que puede memorizar o almacenar unas diez mil imágenes, rápidamente selecciona la página correspondiente. (85)

(85) Vid. William A. Deterline.: An Introduction to Programmed Instruction, Prentice-Hall, Inc, 1962, p. 44 y ss.



Este TutorText es el típicamente crowderiano

Y se rige por la información ramificada que le aporta el pro
gramador, como sigue:



Secuencia clásica
que representa
graficamente una
ramificación es-
trictamente crow-
deriana.

En esta esquematización se comprueban los siguientes caminos:

1. Via principal: página 23

página 7

página 25

página 12

página 3

página 18

2. Después de la página 18 se pasa a otro programa o a una prueba objetiva resumitoria de lo estudiado.

3. Vías laterales: a la derecha: páginas 14, 6, 21, 4

páginas 17, 16, 24, 22

Vía lateral de segundo orden:

página 9

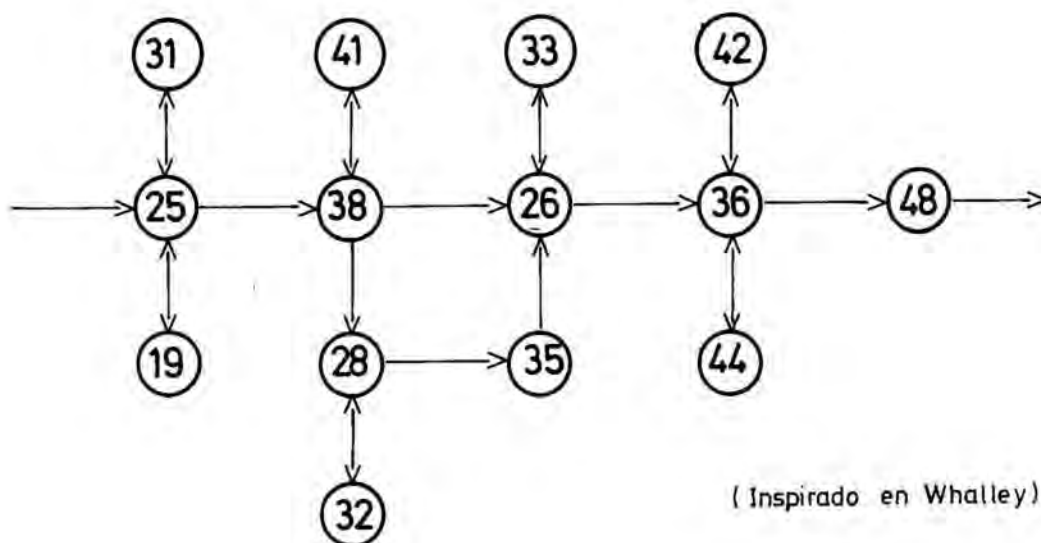
a la izquierda: páginas 2, 15, 8, 13 y 11.

No todos los alumnos deben pasar por todos los caminos. Aunque al final y sea cual sea el tiempo invertido en recorrerlos, se llega al final con idénticas garantías de comprensión y elaboración intelectual.

Por otra parte, conviene notar que el camino desde una página de la vía principal a una página de la vía secundaria es cíclico (grafos de doble sentido y dirección).

Otros modelos de esquemas de ramificación de los convencionales libros revueltos (86) son los que a continuación se citan (87):

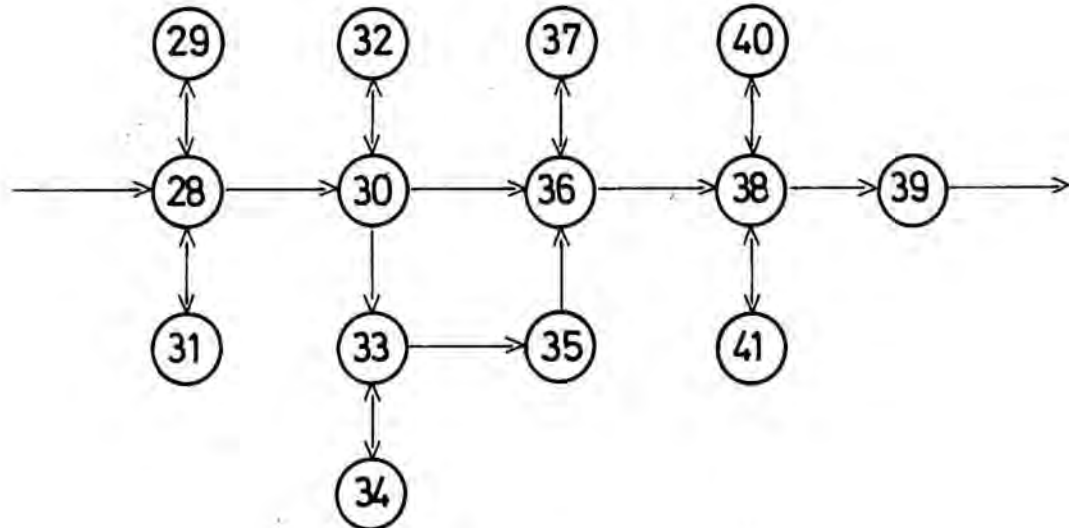
Otros modelos de esquemas ramificados.



(Inspirado en Whalley)

- (86) El texto ramificado utilizado en mi investigación puede considerarse convencional pues no se ha visto complementado por TutorText de ningún tipo.
- (87) Vid. Noel Whalley.: A guide to the preparation of Teaching Programmes; Teaching Programmes Ltd, Bristol, 1966, p26

(En Whalley)



En estos dos esquemas queda de manifiesto el curso regular de avance por una vía principal a partir de la cual emergen dos posibilidades de error y una posibilidad de acierto. Por ejemplo, en el primer esquema se da:

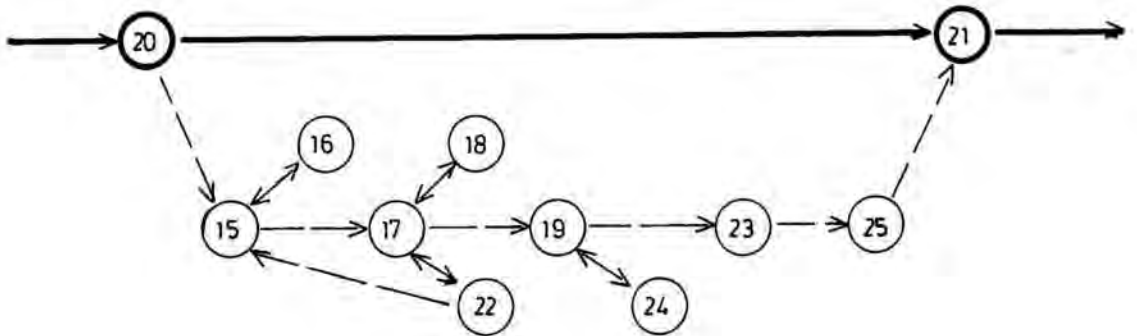
Desde el núcleo (o ficha) nº 25 se pasa, por elección de posibilidades erradas en las respuestas múltiples a la ficha nº 31 y a la ficha nº 19; Desde el nº 38 pasa a la ficha nº 41, nº 28, nº 35 o nº 32. En cambio, si la respuesta escogida es la acertada o verdadera, se pasa directamente desde el nº 25 al 38, o desde el nº 38 al 26, y así

sucesivamente.

Los dos esquemas inspirados en las aportaciones de Whalley, son aparentemente idénticos. Pero hay que aclarar que, aunque la estructura de camnio o de avance es parecida aparecen dentro de estas estructuras dos conceptos diferenciados, que son los lugares segundos en la elección. Por una parte, en el esquema nº 1 se sigue un avance inverso que va desde el nº 25 al nº 38 sin haber pasado antes por el orden lógico que sería el nº 26, y que en este caso es posterior. En cambio en el esquema nº 2 el orden de avance sigue la ley numérica de menor a mayor: 28, 30, 36, 38, 39.

En ambos esquemas se termina la serie de elementos programados con un concepto aislado y que conduce directamente a la prueba Objetiva final o inmediata.

Aparte de estas fichas sencillas puede ocurrir que el alumno precise conocer un área de la materia mucho más profundamente o enfocada desde un punto de vista distinto al que siempre estudió en su institución escolar en relación con los programas educativos de aquella época o de aquel país. Entonces se impone la precaución de redactar unas fichas o pasos que aporten esta información complementaria, sin la cual sería difícil o imposible estudiar una parte del programa. Entonces se podría definir gráficamente de este modo:



Este esquema ramificado hacia una secuencia más o menos paralela a la principal vendría a funcionar como una secuencia aclaratoria que ocuparía varias fichas o páginas, incluso podría ser todo un capítulo de materia.

El alumno incapaz de continuar un ritmo normal desde la ficha nº 20 hacia la nº 21 es dirigido hacia una subsecuencia que diplomáticamente, amablemente incluso si se trata de máquinas con sonido, le indica su laguna en aquel aspecto de la materia y trata de ponerlo al día. Dentro de esa subsecuencia aclaratoria caben posibilidades de programación lineal o de programación intrínseca según decida el programador o según sea el adiestramiento del alumno. Es cierto que

las subsecuencias aclaratorias son más manejables con ordenador que con libros revueltos.

Pasos explicativos y ampliadores

Si una secuencia consta de veinte páginas correspondientes a respuestas correctas, es admisible que se precisen redactar, como mínimo, cuarenta páginas explanatorias o correctivas. Lo mejor es escribir este número de páginas en el mínimo de tiempo, delimitado y concentrado en el mínimo de sesiones, pues sería fácil correr el peligro de dispersión y olvido de la psicología del estudiante al que van dirigidas las correcciones.

Redacción de pasos correctivos

Partiendo de la base de que el programador cree en la ingenuidad del alumno, y en su afán de aprender, le indica escuetamente qué página debe estudiar en el caso de haber errado en sus apreciaciones o en sus conclusiones. Las fichas o páginas que corrijan esas deficiencias o que expli-

quen las causas de error, no deben encluir explicaciones adicionales nuevas , que aporten nuevos conceptos distintos de los ya estudiados. Lo que sí es recomendable es introducir - con nuevos métodos o procedimientos- la explicación de lo no comprendido o no asimilado anteriormente. Es , de acuerdo con lo que dice Rubbens,(88) " tratar de encontrar una ex explicación más persuasiva" y que de pase detecte el que el alumno responda por adivinación o por casualidad las respuestas a elegir.

Es necesario, como en cualquier tipo de enseñanza, que se repitan a lo largo del programa una serie de ideas que, en el caso de no ser totalmente entendidas o asimiladas, deben repasarse por medio de un wash-back (89). Si el contenido del programa resulta adecuado al alumno, o si éste ya conoce algunas de las ramificaciones, pueden evitarse éstas para ir adelantando en el camino del aprendizaje y evitar, de ese modo, morosidad o lentitud. Para ello se previenen los programas ramificados con skipping o wash-ahead (89).

(88) Vid. F.M. Rubbens.: Op. Cit, pp.92 y ss.

(89) Estos conceptos serán tratados en el próximo capítulo.

En cuanto el programador ha terminado la primera versión de lo que él considera el material apropiado para los fines que pretendía, es precisa una pequeña observación del material con un grupo reducido de sujetos. Estos si es posible, habrán sido seleccionados entre un grupo más general, que representen con garantías de confiabilidad la muestra de una población normal y que además sea población cercana o limítrofe a la Media. Con estos alumnos representantes de un término medio se deben porcentuar los resultados y señalar los límites de fiabilidad. Todo aquel paso o ficha programada que no haya sido bien resuelta por un 80 o un 85% de alumnos medios debe ser desechado. Por excesivamente difícil o porque seguramente contiene errores de redacción o de exposición. Siguiendo este sistema puede garantizarse una lógica interna en el programa (intrínseca) que permite seguir adelante en el plano experimental.

Algunos comentaristas y críticos de la enseñanza programa se han decidido a dar una lista de normas a tener presentes a la hora de redactar los ítems o pasos para que ofrezcan a priori mayores posibilidades de validez. Y así Rubbens (90) trata de resumir las pertinentes a la redacción

(90) Vid.: J.F. Rubbens.: Op. Cit, pp.93-94 .

de un libro ramificado:

"Siempre que sea posible, debe proveerse cada página de un texto.

El alumno no debe pasar más de 10 ó 12 páginas hacia adelante o atrás para llegar a la próxima unidad de información.

Debe adelantar siempre, por lo menos, dos o tres páginas .

Este sistema no debe ser tan uniforme que el alumno reconozca el patrón.

El alumno debe notar rápidamente que cada una de las contestaciones para elegir puede ser la correcta.

Las páginas que deben ser leídas en sucesión también han de ser colocadas sucesivamente .

Siempre que sea posible las preguntas deben ir indicadas en su orden numérico en las referencias. Por ejemplo: en la páginas 48 tendrfa que decirse: "pase a la página 45, 51 ó 55."

En los elementos correctivos se debe tratar al estudiante con cordialidad y tacto , aceptando que él ha decidido su elección con honradez y con honradez ha fallado. La ayuda que se le preste puede ser a través de distintos modos de explicación, nuevas dimensiones aproximativas, me-

morización de trabajos previos, ilustraciones, secuencias simplificadoras de ideas, conjuntos reales de ejemplos, más próximos al mundo del alumno, etc.

El formato de una página correctiva

En la siguiente página incluyo un ejemplo entre muchos otros que hay para analizar, presentado por Derek Rowntree (91) y que consta de seis pasos fundamentales.

Paso 1. Se inicia con la introducción "Tu respuesta", cita que va a facilitar la memorización de la respuesta que llevó hasta allí al alumno, lo mismo si fue la respuesta bien escogida que erróneamente escogida.

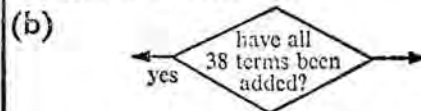
Paso 2. Presentación de la respuesta que el estudiante dio para contrastarla con la verdadera.

Paso 3. Información rápida e inmediata de que ésa no era la respuesta que se le pedía. Los términos en que va redactado este párrafo deben ser correctos, apropiados, evitando palabras que puedan ofender como No, Falso, Incorrecto, que llevan más carga e impacto personal que No del todo, creo que te has olvidado un punto, podrías ser que estuvieses en lo cierto, pero desde mi punto de vista, y similares.

(91) Vid. Derek Rowntree.: Op. Cit, pp. 191 y ss.

MODELO DE UNA PAGINA CORRECTIVA

(a) YOUR ANSWER: We are drawing a flow chart for the problem of averaging 38 numbers. Zeros are not to be included in the average. The 'yes' answer to the second division box,



should send TUTAC to the Write operation shown on the chart at the right.

(c) You have the right idea, but not quite the right answer. It is true that, when TUTAC has gone through all 38 numbers, it is time to escape from the loop.

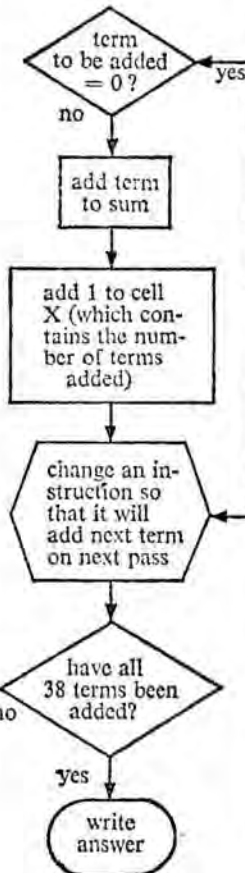
(d) We don't have to add any more numbers. But the problem still isn't complete. Remember how we average numbers? If we are averaging three numbers, 9, 5, and 7, for example, we add them together

(e)
$$\begin{array}{r} 9 \\ +5 \\ +7 \\ \hline 21 \end{array}$$

Then we divide by the number of terms added: $21 \div 3 = 7$. This is the average.

When we have completed the loop in our flow chart, we have performed all the addition and have counted the number of terms added. But we still haven't carried out the division.

(f) Please RETURN now and complete your flow chart.



Paso 4. Comunicación al estudiante del por qué de su error. Explicación exhaustiva de las causas más probables de que no haya deducido o inducido con corrección la respuesta que se esperaba, sin sarcasmos ni exasperaciones.

Paso 5. Desde el momento en que reconoce la naturaleza de su error estará más preparado para no cometerlo en los sucesivos aprendizajes. Es conveniente mostrarles cómo llegar a la solución correcta, pero no totalmente sino proporcionándoles una tarea a realizar de modo que lleguen por sí mismos a la solución correcta.

Paso 6. Decir que vuelva a la página de origen y que de nuevo escoja la respuesta que él crea correcta.

No deben utilizarse las páginas correctivas para introducir nuevas ideas. Frustra y es ineficaz.

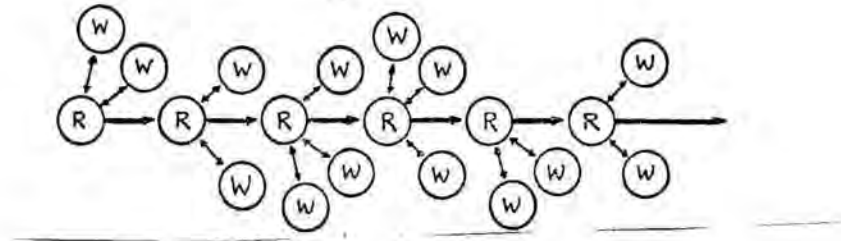
Ramificaciones especiales

Subsecuencias correctivas

Estas subsecuencias dependen y forman parte subordinada de la secuencia principal. Son útiles siempre que se precise más de una página o ficha para aclarar un error específico o para explorar algún área de dificultad. Sólo la seguirán los estudiantes que hayan cometido cierto tipo de errores. El estudio de la subsecuencia correctiva es con

dición indispensable para volver a la secuencia principal.

Modelo nº 1

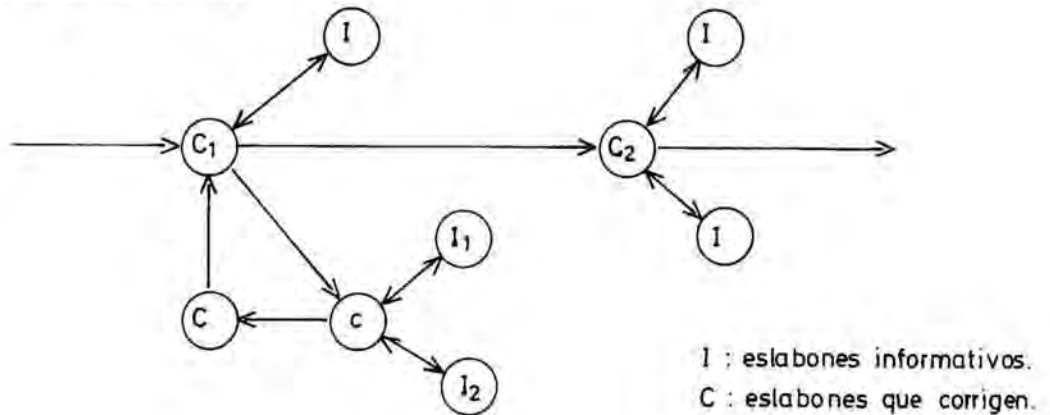


Cada respuesta incorrecta conduce al estudiante a una página correctiva (remedial page) en la que se verá auxiliado para poder regresar a la página originaria y seleccionar nuevamente la respuesta correcta a la pregunta.

No obstante una sola página correctiva puede ser insuficiente para aclarar cierto tipo de errores. Se precisará programar una secuencia totalmente correctiva. Estará compuesta por una página correctiva que a su vez se ramifica en varios eslabones con ejercicios más fáciles y más graduados. Si, después de haber estudiado varios eslabones o toda la secuencia se le vuelve a preguntar, será reenviado al eslabón del camino principal (main track) al que hubiera ido la primera vez que hubiera respondido correctamente. Véase el diagrama de esta explicación teórica en la página siguiente, analizado en sus estructuras y en sus direcciones:

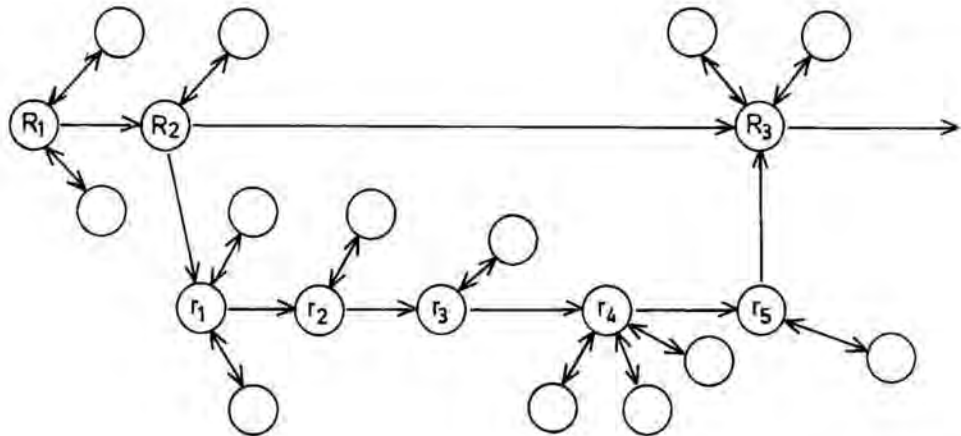
Modelo nº 2Subsecuencias correctivas.

(Con subeslabones correctivos)



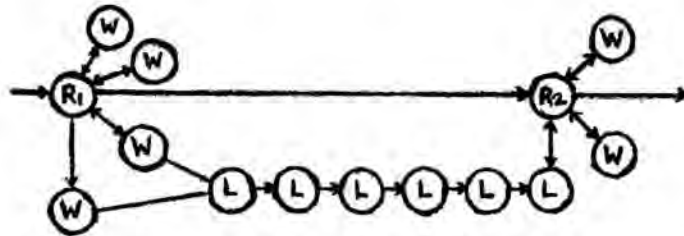
En el eslabón C_1 puede cometer dos tipos de error. Uno de ellos le conduce al eslabón informativo I y otro le lleva al eslabón correctivo c ; si al estudiar este eslabón comete cierto tipo de error., se le conduce a dos (o uno solo, según las necesidades) eslabones informativos; pero si su error es más grave se le lleva al eslabón C que a su vez se encargará de conducirlo de nuevo a C_1 para que decida otra elección. De esta manera hemos podido conducir al estudiante por un ciclo rigurosamente controlado y retroalimentador en el caso de que se trabaje con máquina de enseñar y no con libro revuelto.

A veces se precisan más de un par o tres de ítems correctivos. Se crea, entonces, un camino paralelo que corre parcialmente, durante un ciclo previsto, como subsecuencia del camino principal. Este camino paralelo puede estar contruido en programación intrínseca o en programación lineal. Una vez el alumno haya estudiado este camino paralelo secundario podrá resolver cuestiones que la parezcan dificultosas al principio. Conseguido el previo aprendizaje se le envía a la siguiente página del programa principal. Sería una secuencia como esta:



En ella R_1 , R_2 y R_3 forman los núcleos ramificados del camino principal. Que se ven reforzados o complementados por r_1 , r_2 , r_3 , r_4 y r_5 , núcleos ramificados de la secuencia secundaria.

Quizá si esta secuencia resultara demasiado larga convendría pensar en términos de creación de un nuevo programa o de una subsecuencia lineal simplemente. Quedaría representado gráficamente en estos términos:



A través de este procedimiento subsecuencial se trata de subdividir en unidades muy pequeñas la materia que el estudiante demuestra no entender. Nótese que en el paso primero R_1 el estudiante puede errar cuatro veces. Dos de estos errores se consideran graves, y por ello se le reenvía a la secuencia lineal. Los otros dos tipos de error se consideran menos graves y con una sola página explicativa o ampliadora su error queda subsanado.(92)

(92) Para la comprensión exacta del valor de la subsecuencia lineal véase el programa experimental realizado en este trabajo, conjunto 5º: Afea del círculo, en el que se usa con buenos resultados.

Técnica de wash-back (93)

Antes de proporcionar al alumno nuevas alternativas a escoger, podría parecerle interesante al programador que el alumno revise la materia en puntos más sencillos, diciéndole que vuelva a una página anterior y lea las explicaciones más cuidadosamente. Por otra parte, la posibilidad de usar el conocimiento adquirido como un trabajo extraordinario (94) mientras se atraviesa -estudiando- cualquier eslabón de be ser explotado lo mejor posible para lo cual el estudiante es arrastrado hacia atrás (wash-back) a la secuencia o camino principal, asegurándose así un avance a lo largo de ese camino bastante exitoso, por lo menos en algún momento del programa.

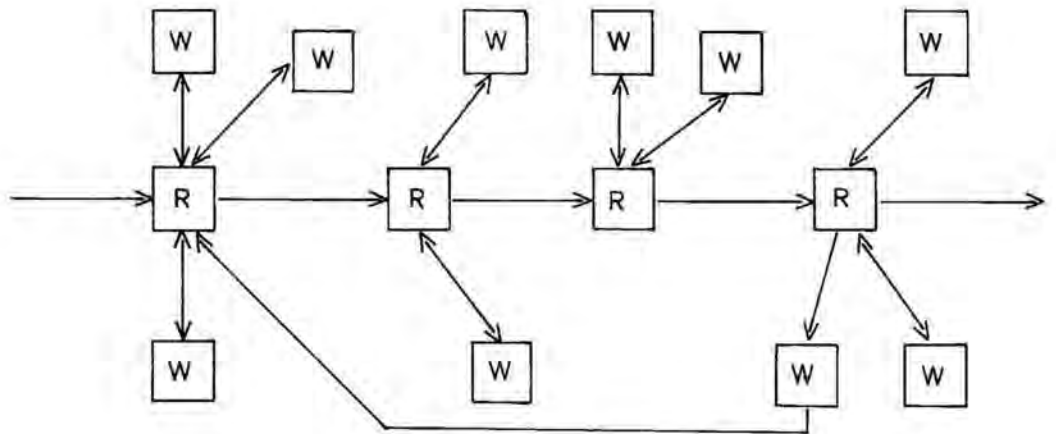
Una subsecuencia en wash-back podría ser la presentada en modelo de la siguiente página. En ella, el alumno que tropieza con cierto tipo de error que le impida una correcta adecuación de su saber al ritmo progresivo del programa, es enviado hacia atrás. Esto ocurre en la cuarta ficha, (R). En ella, se pueden cometer tres tipos de respuestas

(93) Wash-back: "arrastre hacia atrás"

(94) Vid. Richard Goodman.: Programmed Learning and Teaching Machines, The English University Press, Library of Programmed Texts, 1965, pp, 21.

erróneas, una de las cuales es tan inadmisibile a la altura del momento del programa, que necesariamente tiene que conducir al alumno a un paso anterior y obligarle a reflexionar y escoger de nuevo una respuesta más plausible.

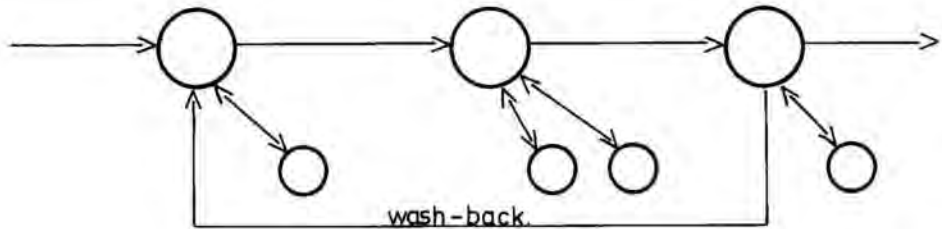
Véase una secuencia ramificada en wash-back:



Después de 4
eslabones se re-
torna al 1 esla-
bón de la cadena.

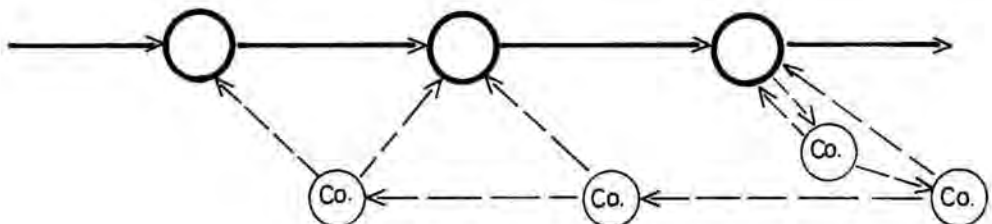
La técnica estándar del wash-back es virtualmente autoexplicativa. La observación y análisis de otros dos modelos distintos al anterior aclararán más este concepto:

Otro modelo de
wash-back.



En este caso, una respuesta incorrecta a la tercera secuencia en el camino principal prueba si se corrige el error por una vía normal o si el error es más grave, volviendo al estudiante a un paso previo de la cadena principal por lo cual el estudiante debe repetir lógicamente el estudio de algunos pasos.

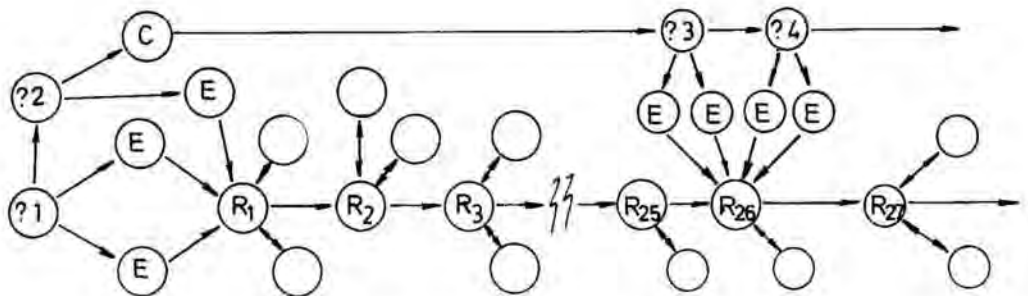
Wash-back. con items correctivos.(Co.)



En este segundo caso, el error o fracaso repetido en un ítem correctivo envía al estudiante a distintos pasos previos.

Técnica de wash-forward (95)

Del mismo modo que se precisa una técnica de tratamiento para los estudiantes que aprenden más lentamente, es presumible pensar que existan supersecuencias para el estudiante capaz de progresos rápidos, o que conozca ya bastante el material de estudio y pueda avanzar a grandes pasos por él. Analizando la siguiente representación gráfica de una secuencia programada en wash-forward se ven los pasos siguientes:



Ejemplo de Wash-forward.
(Inspirado en D. Rowntree)

Al principio de cada secuencia es aconsejable hacer un par de

(95) Wash-forward: "arrastre hacia delante"

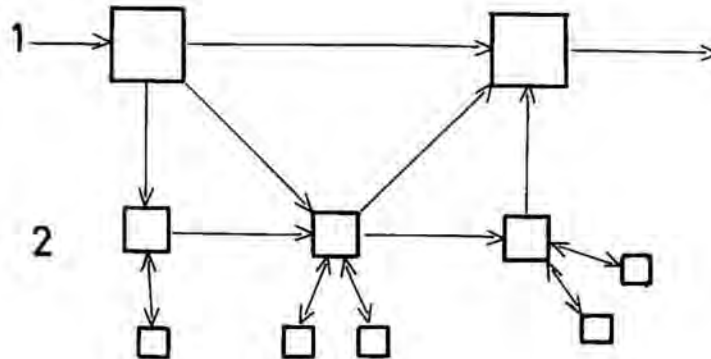
preguntas que serían respondidas sólo por los estudiantes que ya dominaban el material y podrían llegar sin dificultades al paso 25 del programa (R₂₅). Pocos serán, generalmente, los que puedan llegar a ese punto del programa directamente, pero si pueden, no es necesario que trabajen inútilmente a través de las primeras veinticinco páginas.

Los estudiantes que escojan respuestas incorrectas deben seguir la ruta principal. Pero si algún alumno responde a la primera pregunta correctamente, debe hacerse una segunda prueba para delimitar si su respuesta fue casual o no. Si esta segunda vez escoje correctamente (?3 - E), es capaz de pasar directamente al item ventiseis (R₂₆). Y así sucesivamente, en el item 26 se podría iniciar de nuevo una táctica de wash-forward.

Técnica de avance en paralelo

La apreciable ventaja de la adecuación al ritmo individual del estudiante y a su idiosincrasia se puede complementar total y adecuadamente con la ramificación con caminos alternativos progresivos hacia delante según sea el calibre del alumno. Este camino alternativo se denomina avance en paralelo y gráficamente se representa así:

Avance en paralelo.
(secuencia 1 y 2)



En este esquema de avance paralelo los ítems se enfocan a partir de cierto nivel de dificultad. Casi siempre bastante difícil. De tal manera que ya desde el principio se espera que pocos estudiantes respondan una secuencia correctamente y sin dificultades.

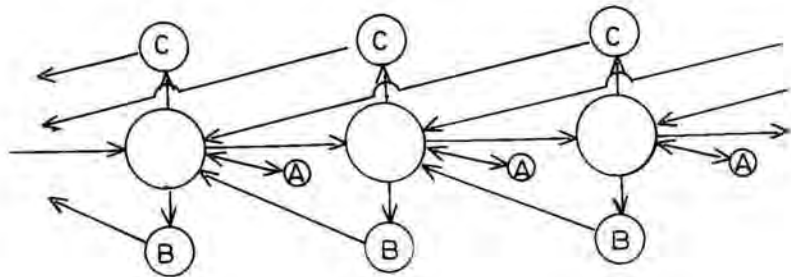
Los alumnos que definitivamente fracasan en la correcta respuesta son enviados por una ruta o camino paralelo y son probados frecuentemente.

Los alumnos que fracasan, pero con cierto margen de amplitud dentro del marco de las preguntas, se encontrarán en otra vía.

No obstante, todas estas subsecuencias, sea cual sea su longitud o su graduación se unen en la secuencia principal en el siguiente paso.

Técnicas adaptativas o semiadaptativas

Otro tipo secuencial apropiado a estudiantes de muy distintas aptitudes es el presentado por el propio Norman Crowder (96):



Esquema sugerido por el propio N. Crowder: en este esquema cada error está graduado según su importancia. En el diagrama los errores de menor calibre se representan con la letra A; los más graves con la B y los que implican un auténtico desconocimiento de la materia con la letra C.

-
- (96) Vid.: N. Crowder.: "Simple Ways to use The Student Response for Program Control", documento presentado en la Conference on Applications of Digital Computers to Automated Instruction, Washington, 10-12 Octubre de 1961.

En este esquema los errores posibles de cada prueba son graduados en series, como en el avance en paralelo, pero arrastrando o haciendo retroceder hacia atrás al estudiante de modo que vuelva al paso 0, 1, 2, armónicamente. En el diagrama, las faltas menores se representan con la letra A; las más serias con la letra B; y las graves o las que denotan completo desconocimiento de la materia con la letra C. Las opiniones de Crowder al respecto son "muy saludables" (como dice Goodman) (97).

Técnicas de skip branching (98)

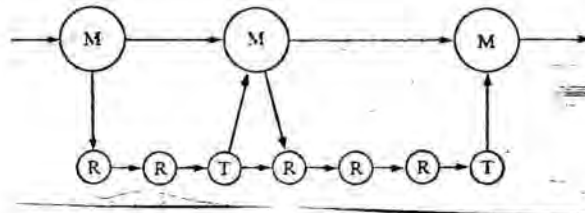
Es un sistema que permite al estudiante de programas ramificados dar respuestas elaboradas y de elección también. Cuando responde correctamente va por la secuencia

(97) " A word of caution is required here. It is an interesting exercise to prepare complex forms of sequences and to reason about their properties and probable consequences. The writer who deals with meaningful material will soon discover, however, that such material has a certain stubborn logic of its own and is not always amenable to predetermined designs" en N. Crowder, Op. Cit,

(98) Skip barnching: "de salteo"

principal de fichas M , pero si se equivoca se le desvía a la subsecuencia de cuadros R. En esta subsecuencia pueden incluirse los números de cuadros que se deseen, antes de devolver al alumno a la secuencia principal. Se parece, en algunos rasgos, a un programa lineal dentro de un programa ramificado (99)

Representación gráfica del skip-branching:



En este gráfico:

M : cuadro de la secuencia principal

R : cuadro correctivo no específico

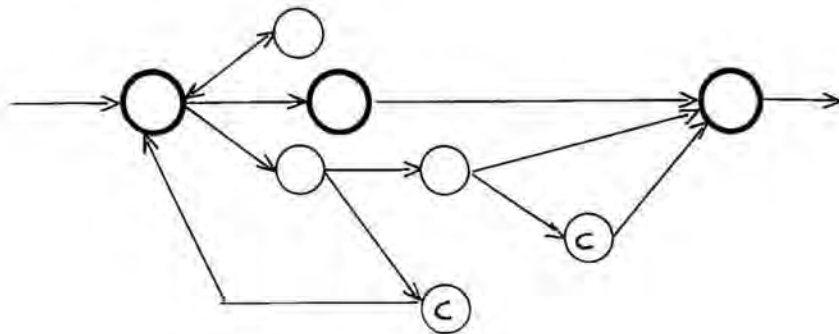
T : cuadro test que contiene una prueba equivalente al cuadro correspondiente de la secuencia principal.

(99) según Harry Kay, Bernard Doo, y Max Sime .: Teaching Machines and programmed instruction, A Pelican Original, Penguin Books, Maryland, 1969. También en español en Biblioteca del Educador Contemporáneo, Paidós, 1970, pp. 58-59.

Otras técnicas de ramificación

Se pueden resumir en tres tipos distintos claramente diferenciados.

1. Las ramificaciones ocasionales, cuando se espera que va a existir una necesidad de instrucción correctiva. Se representaría según el siguiente esquema, más o menos fiel o más o menos rígido:

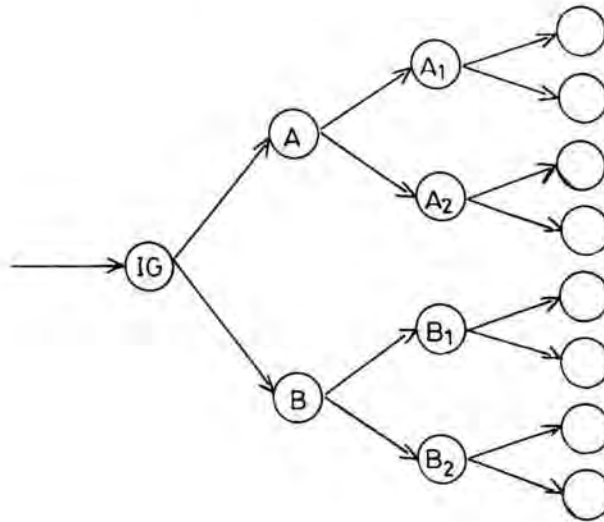


En esta secuencia los pasos representados por la sigla C simbolizan uno o varios ítems correctivos.

2. Programaciones para habituar la detección de fallos o la toma de decisiones. Entonces es aconsejable aislar los factores en series independientes de aceptación/rechazo de un ítem que dependan de una decisión individual.

(100) Vid. Peter Pipe.: Practical Programming, Holt, Rinehart and Winston, Inc, 1966, pp. 52- 54.

Podría representarse así:



IG: información general.

3. Programación hacia un criterio, sería la tercera modalidad de ramificaciones, plausibles para alumnos de enseñanza media y superior. El primer paso es preguntar al alumno con cuestiones de ejercicio (performance) relativas al criterio del programa o nivel final. Si responde inmediatamente puede saltar (skip) la instrucción relacionada con las preguntas anteriores. Así, es probado con ejercicios del siguiente criterio. Una vez se juzga que ha sobrepasado el criterio estandard es ramificado hacia la nueva instrucción.

La complicación o simplicidad de este tipo ramificado vienen determinadas por la materia que se está tratando y por el nivel de la audiencia que va a tener el programa.

Estructura y enfoque de la materia a programar

Antes de iniciar la programación debe sopesarse la posibilidad de que sea programada con eficacia y dedicar una sesión del trabajo en queipo 'ara dilucidar qué sistemática seguir, si programar por linear, por intrínseco, por mathético, etc. Si lo que importa en el estudio de la mateuria es desarrollar la creatividad, el programador debe decanutarse por la programación intrínseca. Es interesante seguir una lista (101) que dáistribuye las materias en uno u otro forumato:

Sistema Linear

Anatomía

Versificación

Terminología médica

Notación musical

Gramática inglesa

Simbolismo cartográfico

Construcción de motores

Deletreo

Taquigrafía y estenografía

(101) Vid. Derek Rowntree.: Op. Cit. p. 67.

Sistema ramificado

Fisiología

Psicofisiología

Poesía

Marketing

Ventas

Diagnosís Médica

Orquestación

Lectura e interpretación de mapas

Estructura de la oración

Geometría

Matemáticas

etc. Estas materias señaladas en una lista ordenada son sólo las más corrientes y fundamentales. Pero se han programado ya muchísimos otros temas (102) en distintos niveles de la enseñanza primera, media y superior.

(102) Para actualizar los conocimientos con respecto a los programas ya redactados por editoriales extranjeras y españolas es conveniente consultar las guías sobre programada que existen en el mercado y comunicar con asociaciones dedicadas a la promoción y estudio de las técnicas programadoras con y sin máquinas de enseñar. Como Research and Documentation Centre for Programmed Learning, The Department of Education, University of Birmingham. British Association for Commercial and Industrial Education, 16, Park Crescent, London, W.1. También Secretary Association for Programmed Learning, 27 Torrington Square, London W.C. 1.

Por otra parte, la materia debe estar planificada en relación con la personalidad e individualidad del discente. Deben estar presentes, la edad del alumno, su Cociente Intelectual (I.Q.), como datos mínimos. Y si es posible conocer la tipología del estudiante, su personalidad más evidente, intereses actuales, experiencia que posee, conocimientos antes de iniciar el aprendizaje (103), nivel de aspiración. Los niveles de aspiración quedan predeterminados en los programas por medio de la evaluación de los objetivos que es el medio más apropiado de controlar si el objetivo se consigue, a nivel de conducta aprendida. a esta evaluación se la suele denominar prueba objetiva final o tests final inmediato, cuando se habla en términos de enseñanza programada práctica.

.../. (102) La Division of Audiovisual Instructional Service de la National Education Association of the United States, ha editado una Selection and Use of Programmed Materials: a Handbook for Teachers que interesa mucho al investigador en enseñanza programada. Está constituida por varios apartados de interés, muy actuales y con expresión de direcciones postales y comerciales a las que dirigirse en el caso de necesitar documentación al día y nombre de asociaciones dedicadas al mundo de los textos y de las máquinas de enseñar programados. Son dichos apartados: Using Programmed materials; Using This Handbook and Filmstrip; The sound Filmstrip; The Nature Of Programmed Materials; Teaching with Programs; A selected Bibliography and a list of Sources; Glossary of Terms; y Criteria for Assesing Programed Instructional Materials. 1201 Sixteenth Stret, N.W. Washington, D.C. 20036.

(103) .../...

Lectorabilidad de la materia programada

La lecturabilidad es esencial en todo texto y más si va dirigido a alumnado de enseñanza general básica. (104). Las frases deben ser cortas, con un promedio de palabras adecuado a la edad del discente, variadas, bien distribuidas, escritas en una tipografía amplia y aceptable desde un punto de vista estético y visual. Párrafos y párrafos cortos, no complejos, con mesura y control en la introducción de vocablos nuevos.

...(103) En la experimentación que realizo con este trabajo con elementos programados de las áreas de las figuras geométricas, detecto el estado inicial del conocimiento del alumno de 5º y 6º cursos de E.G.B. con pruebas objetivas Iniciales : A1, B1, C1, D1, E1, antes de que inicien el aprendizaje sistemático propiamente dicho. Asimismo, una vez han estudiado el conjunto correspondiente se les presenta una prueba objetiva inmediata: A2, B2, C2, D2, E2, que se utiliza como término de comparación estadística de los resultados.

(104) Vid. J. Fernández Huerta.: "Comparación multivariada de los textos escolares" en Perspectivas Pedagógicas, nº 18 1966, pp. 213 y ss. Dice: "El último de los criterios ... (lingüísticos) ... es el de comprensión lectora (al que he denominado lecturabilidad). También suele denominarse criterio de facilidad o dificultad lectora. Un libro es tanto más difícil cuanto nos exige mayor esfuerzo para entenderlo y es tanto más fácil cuanto nos exige menor esfuerzo para entender su contenido y sus primeras intenciones. Conforme el porcentaje de lo comprendido en la lectura se determina la facilidad o la dificultad".

Evitando los circunloquios, términos excesivamente raros, latinismos, barbarismos, palabras fantásticas y exóticas, raras o desconocidas.(105), utilizando verbos activos y fuertes, de significado concreto y real, conociendo las normas básicas y correctas de puntuación. Escribiendo, además, los mensajes instructivos de modo amistoso y personal.(106).

Fases de la materia programada

Uno de los esquemas más oportunos para subdividir la materia programada en pasos claramente delimitados, lo mismo si se trata de programación lineal, que intrínseca, que mathética, sería el apuntado por Pipe, y que fundamentalmente consta de cinco fases:

- (105) Vd. R. Lamerand.: Teorías de la enseñanza programada y laboratorios de idiomas, Ed. Fragua, 1971, pp. 133 y ss. Dice:"Son indispensables la claridad en la exposición y la preocupación por atraer la atención del alumno sobre los puntos importantes.: las respuestas deben referirse a lo esencial y no a lo accesorio, las indicaciones dadas con el fin de encaminar el pensamiento del alumno irán unidas a la importancia de los pasos de progresión".
- (106) " El estilo más eficaz es el de la conversación corriente , personal y ligero, pero tratando al lector siempre con respeto.

Estas coinciden con las fases del programa(107):

Fase 1. Introducción que trata de describir en términos familiares al alumno lo que se va a desarrollar y conseguir en esta fase del programa y con qué procedimientos.

Fase 2. Una sinopsis de los conceptos que son esenciales para la tarea que se va a realizar. Sería interesante que esta sinopsis tratara de llamar al estudiante la atención (incentivar)mostrándole la importancia de esta tarea; más adelante, hacia el final de la fase, se intenta un resumen de las ideas explicadas.

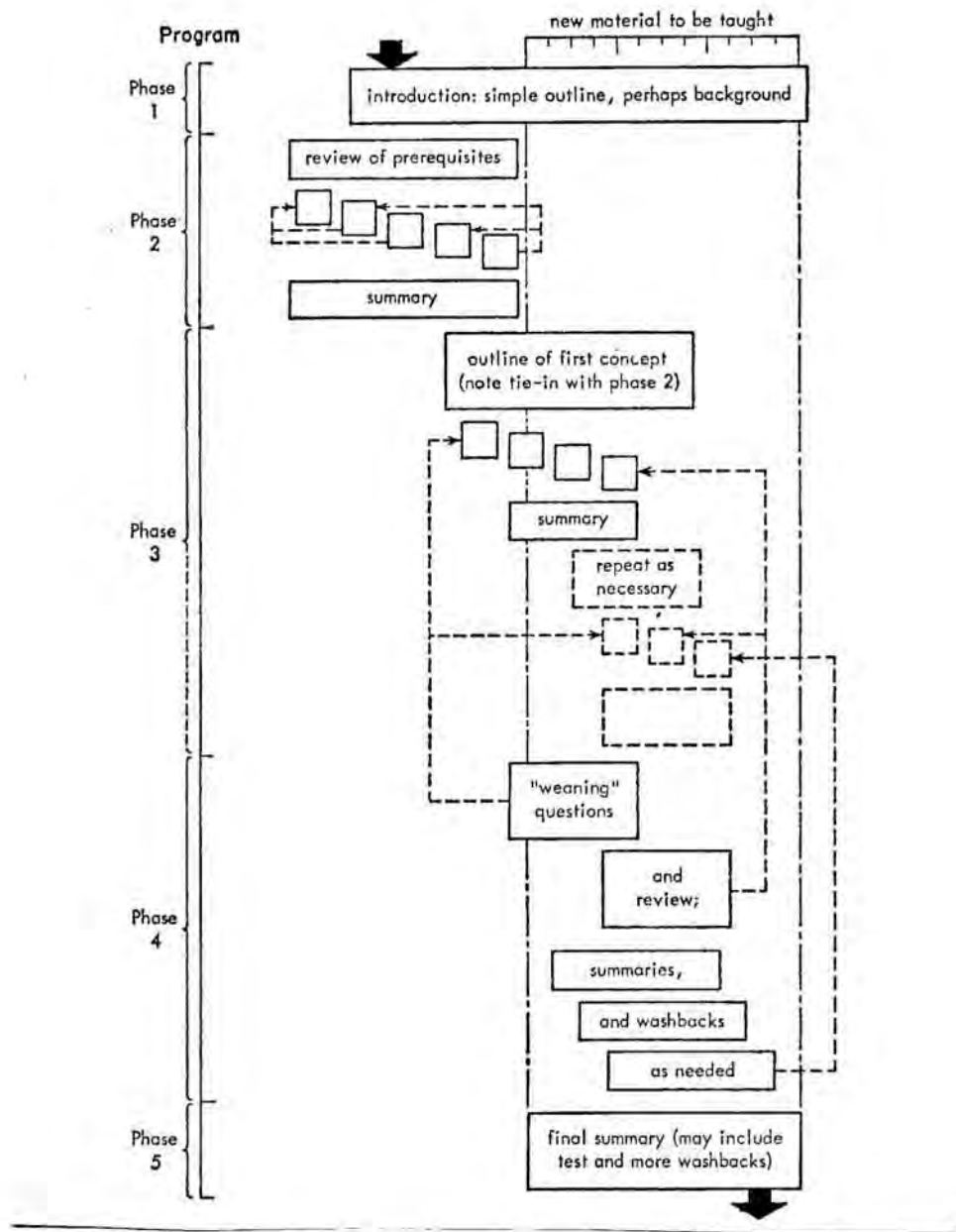
Fase 3. Desarrollo, paso a paso de los conceptos, hecho en un lenguaje que no interrumpa la comunicación.

Fase 4. Grado de desvanecimiento (weaning stage) de las ayudas y en el que se aconseja al alumno que muestre ya los conocimientos adquiridos y su competencia en busca de los objetivos prefijados al principio del programa.

Fase 5. Resumen final y test de evaluación de los criterios.

(107) Vid.: Peter Pipe.: Practical Programming, Holt, Rinehart and Winston, Inc, 1966, London, p. 34 y 35.

Formato general de un segmento del programa



(Según Peter Pipe).

La individualización y la adaptación

Todas las características de la enseñanza individualizada, sus leyes principales, sus principios metodológicos, su historia desde los planes Dalton y Winnetka hasta la actualidad, sus inexorables intentos de adaptación al individuo o individualidad discente, son patentes en la enseñanza programada, siempre y cuando ésta es una parte de la técnica individualizadora.

No voy a pasar revista exhaustiva de todos los procedimientos que en la historia de la pedagogía se han aproximado a la individualización, ni a referir detalladamente la ingente labor de Miss Helen Parkhurst, Mr. Washburne, Me, Descoedres, Mr. Celestin Freinet, Mr. Dottrens, D. José Fernández Huerta y muchos otros didactas que han tratado de aportar nuevas teorizaciones y prácticas complementarias, porque no incide directamente en el tema de este trabajo y porque es ya muy completa la bibliografía hoy utilizable al respecto (108).

(108) Para poder interesarse a fondo por las relaciones entre la enseñanza individualizada y la semiadaptativa y adaptativa, conviene consultar: Bouchet, H.: L'individualisation de l'enseignement, P.U.F., París 1948; CEDODEP.: La Escuela Unitaria Completa, Ministerio de E. y C, Madrid, 1960; Claparède, E.: L'école sur la mesure, Lausanne, 1920; Claparède, E.: L'Education fonctionnelle, Delachaux et Niestlé, 1945; Dottrens, R.: L'enseignement individualisé; Delachaux et Niestlé, 1947; .../.

Lo que sí interesa en este trabajo es ver qué tipos de relaciones pueden darse entre los procedimientos de la enseñanza individualizada y los esfuerzos por adaptar la instrucción a los tipos diversos y variopintos del discente de todos los niveles de la enseñanza. Papel importante en este juego de relaciones desempeña el feed-back o proceso de retroalimentación ya estudiado en capítulo anterior de este mismo trabajo.

Según esté graduado y empleado el feed-back así será la eficacia de los procedimientos individualizadores y será más lograda la individualización. Con la enseñanza programa, y de ella, la enseñanza a través de un aparato que ayude al alumno a conocer sus propias deficiencias y las particularidades de su ritmo de aprendizaje o a través del ordenador, se consiguen los límites más altos dentro de la individualización, es decir la máxima adaptabilidad al que aprende.

.../. Fernández Huerta, J.: El trabajo individualizado en la Escuela Primaria, "Vida Escolar" nº 21, 1960; Fleming, C.M.: Individual Work in Primary School, London 1934; Pulpillo, A.: Fichas para trabajo individualizado en "Vida Escolar" nº 51, 1963; Washburne, C.: Principios básicos de la individualización del trabajo, Vida Escolar nº 66., 1965; Rodríguez Moreno, M.L.: La enseñanza individualizada en alumnos de E.G.B. y de E.Media. Apuntes de clase y lecciones impartidas a los profesores de E.G.B. y de B.U.P. durante los cursos 1970-71 y 1971-72 como Colaboradora del Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Barcelona.

Niveles de aproximación a la adaptación

El análisis de los siguientes diagramas enseña la relación del feed-back y su graduación según las técnicas de comunicación metodológica que se utilicen.

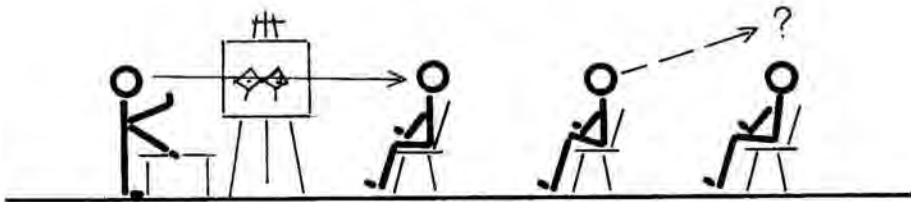
1ª aproximación

Se presenta en los llamados sistemas abiertos de comunicación . El maestro emite unos elementos instructivos que son recogidos más o menos fielmente por el conjunto del alumnado que le escucha. La corriente comunicativa(109) que se vive es unilateral y compuesta por límites opuestos e independientes.

En esta aproximación el maestro presenta las condiciones fundamentales del material a aprender sin que el alumno tenga la posibilidad de responder para ser evaluado

(109) Al referirme a comunicación, concuerdo con las opiniones del Catedrático de Historia de la Pedagogía de la Universidad de Barcelona que dice así : " Para conseguir este objetivo de elevar el nivel "instructivo" del discípulo a la altura del nivel del maestro, se anuda entre ambos ese tipo de comunicación que se define como transmisión de ciencia o de conocimientos, problema que constituye el tema central de la Didáctica... A este tipo de comunicación magistral que, en definitiva, no es más que una forma de heterocomunicación objetiva, es a la que hace un momento denominábamos "profesoral" o "docente". En Educación y Comunicación; C.S.I.C. Instituto San José de Calasanz, Madrid, 1969, p. 226.

o para permitir la evaluación del material o del método. Suele utilizarse este sistema de lección magistral en las clases masificadas, en las conferencias o cursos breves o en las exposiciones de lecciones a universitarios de grandes ciudades. La evaluación está, prácticamente, negada.



Con lecturas, films o presentación televisiva no hay retroalimentación con el profesor. Son los denominados sistemas de enseñanza abiertas.

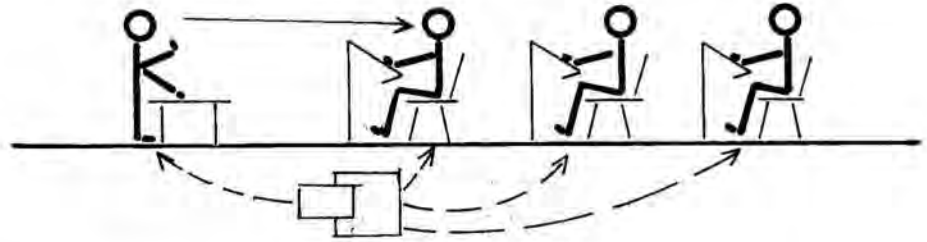
Diagrama de información en un sistema de enseñanza abierto:



2ª aproximación

Presentación de algunas pruebas de tipo ocasional o fortuito, pruebas que sirven, principalmente, para que el

estudiante se autoevalúe, o evaluación a distancia (enseñanza por correspondencia) que implica, claro está, evaluación fuera del período de tiempo óptimo para que sea efectiva.



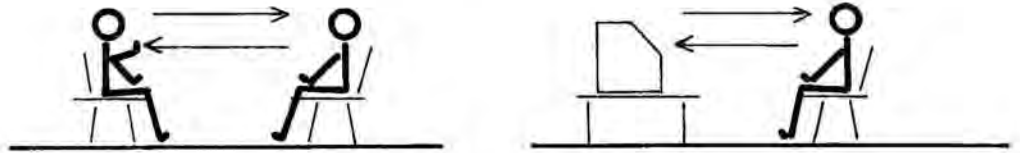
Con pruebas ocasionales hay cierta retroalimentación. Pero el control del aprendizaje es excesivamente retardado.

3ª aproximación

Se permite que el estudiante dé una respuesta que es evaluada por el maestro o por un aparato eléctrico o electrónico simulador. Esta respuesta es inmediatamente evaluada y su eficacia operante. El control y registro del rendimiento además de servir para adaptar fielmente (dentro de los límites de una máquina de enseñar tan perfeccionada como las de Gordon Pask, por ejemplo) la enseñanza a la idiosincrasia del discente, va a permitir controlar y evaluar el propio programa y su validez.

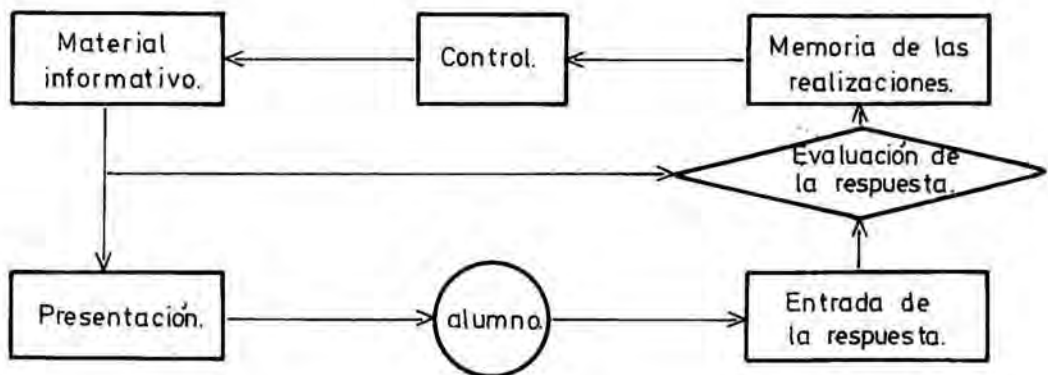
El maestro se coloca frente a su alumno y según sean las reacciones de éste a sus enseñanzas o a sus cuestiones, así será la actitud que vaya adoptando el maestro en

tas de una eficacia mínima.



Con una pedagogía individual o una máquina de enseñar, la retroalimentación es inmediata y el aprendizaje es bien controlado. El profesor (o la máquina) y el alumno están en continua y constructiva comunicación.

Diagrama de este flujo circular y cerrado con efectos concluyentes del feed-back:



Adaptación y programación intrínseca

La enseñanza programada es básicamente instrucción individualizada. Con los programas ramificados la información que se presenta a un estudiante dado depende de las respuestas de dicho estudiante y se adapta, en cierta medida, a sus necesidades individuales; con ambos procedimientos, linear y ramificado, el alumno camina a su propio paso. En este sentido, la enseñanza programada presenta ciertas ventajas muy similares a la utilización del sistema tutorial. Por el contrario, la enseñanza en una situación de clase normal, media, entraña que una misma información se presenta a todos los estudiantes, con el mismo procedimiento y a la misma velocidad para todos. Muchos profesores tratan de adaptar su lección y sus explicaciones al paso de los que creen alumnos medios sin pensar que algunos pueden aburrirse ante la repetición de conceptos que ya conocen o recuerdan con facilidad y que otros precisan de ayudas auxiliares. Actualmente la enseñanza para los alumnos más retrasados o lentos en una clase media es más provechosa y ventajosa gracias a la enseñanza programada(110).

(110) Vid. Michael J. Apter.: The New Technology of Education Kathleen O'Connor Ed, London, 1968, p. 49.

La razón que explica esta ventaja es que el niño lento es quien precisa más a menudo preguntar información extra al profesor, y a la vez es quien más teme hacerlo, ante una situación colectiva de clase. Con un programa de enseñanza, la información extra se da en el mismo momento en que se precisa, y la comisión de una falta no va unida a ningún tipo de fracaso.

La programación intrínseca es de índole más tecnológica que la lineal, (desde un ítem, errores distintos conducen a pasos auxiliares distintos); la base fundamental de la programación intrínseca es la posibilidad de adaptación interna del proceso didáctico al comportamiento individual. Quedan a disposición del alumno distintas trayectorias de diferente contenido. A pesar de ello, sólo se consigue una individualización limitada pues los pasos sucesivos se efectúan sobre la base de las respuestas anteriores —comportamiento del alumno— y, aunque los posibles errores se diferencien más o menos ampliamente, la secuencia recorrida no va a influir sobre los pasos que a continuación se eligen para continuar en el estudio. Si se pretendiese una individualización efectiva deberían tenerse presentes los aciertos y los errores anteriores para determinar los pasos sucesivos.

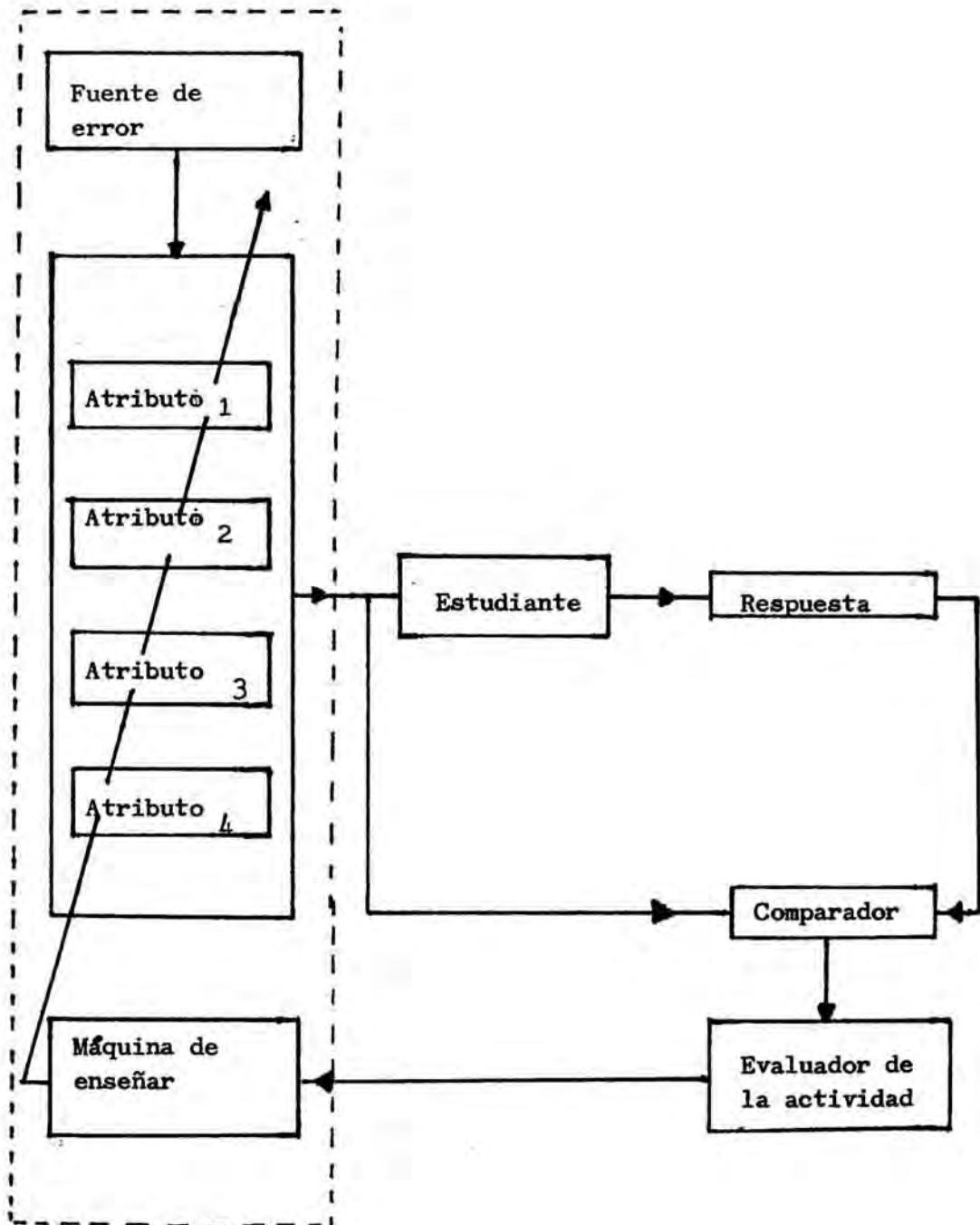
La programación intrínseca que tiene presente el "historial de aprendizaje" del alumno - respuestas correctas, respuestas erróneas, características individuales, tendencias, preferencias, etc- vendría a soslayar esta deficiencia (111)

Muchas son las tentativas que se han desplegado para mejorar al máximo el sistema de programación intrínseca y fabricar un programa que se adapte perfectamente al comportamiento del alumno por el cual el alumno, no sólo es invitado a recomenzar en el ítem en que había fracasado, sino que se le presenta un ítem enteramente nuevo, cualquiera que sea la respuesta que escogiese.

A este respecto hay varios escritos de Norman Crowder y algunas investigaciones hechas en IBM por el Instituto de Tecnología de Massachusetts, pero cualquiera que sea el sistema adoptado obliga a recurrir a las máquinas adaptativas -de tipo calculador electrónico- capaces de memorizar un elevado número de ítems, de analizar el comportamiento del sujeto aprendiz y de nutrirle de una información adaptada precisamente a ese comportamiento.

(111) Vid. Crowder, N.: "Intrinsic and extrinsic programming" en John E. Coulson.: Programmed Learning and Computer Based Instruction; pp. 58-66. Stolurow, L.M.: "Teaching Machines and Computer Based Systems", en Glaser, R.: Teaching Machines and Programed Learning, II, Washington 1965, pp. 162-212; y Gordon Pask.: "The theory and practice of Adaptive Teaching System" en Glaser, R.: Op.Cit, pp. 213-266.

El organigrama que Pask presenta como un sistema de enseñanza adaptativo ilustra este concepto.



Sistema de enseñanza adaptativo para el caso que la tarea a realizar acarree atributos perceptivos correctos.

En la preparación de este tipo de programas ramificados la función docente utiliza datos almacenados para convertirlos en parámetros que, en derivaciones posteriores, determinan la elección de pasos o items sucesivos.

A diferencia de la programación lineal, en la programada de Crowder, las respuestas son múltiples y las preguntas tienen como objetivo principal el diagnóstico del proceso de aprendizaje (112) del alumno, y, de acuerdo con él, elegir y ofrecer el subsiguiente material analizado y por lo tanto idóneo.(113). Cada pregunta implica un control sobre el estatus del alumno, control utilizado para poder proceder a la oferta de diversas trayectorias - que no son programas paralelos - como ocurre con la técnica del skip-branching ya estudiada -. La programación intrínseca consiste en una red de secuencias ordenadas pensando en igualar los resultados de los alumnos que yerran y en establecer trayectorias lo más cortas y simples posible.

(112) Otro objetivo, muy importante, es el control y evaluación del programa, que veremos en el siguiente capítulo de este trabajo y que, lo mismo Crowder que otros programadores aprovechan para emitir, en procesos más elaborados, correctos algoritmos que permitan trabajar la programada con máquinas alcanzando límites de optimización máximos.

(113) Vid. Crowder, N.: "On the differences between Linear and Intrinsic Programming" en De Cecco, J.P.: Educational Technology, N.York, 1964, pp.142-151,

El control continuo del aprendizaje alcanzado a cada nivel no puede provenir directamente del alumno, pero sí indirectamente, informando, con sus respuestas, sobre las decisiones metodológicas posteriores. (Más rápidas y fiables si se estudia con máquinas; más onerosas y ambiguas para el programador, si se estudia con libro barajado).

La individualización, con la programación intrínseca, es más que seguir un aprendizaje al ritmo o tempo personal; trata de evitar el seguimiento de un programa único elaborado según una medida de tendencia central, con repeticiones, desarrollos, saltos, etc, adaptados óptimamente a la idiosincrasia discente. Para conseguir esta adecuación total o muy aproximada, es preciso determinar de modo simultáneo el avance de cada alumno en su proceso de aprendizaje y esto sólo se logra cuando los rendimientos se pueden valorar y controlar continua y sistemáticamente (114). Crowder adoptó la solución de "elección de respuestas con derivaciones ordenadas" de utilización posible - con desventaja- en libros, aparte de en aparatos.

Por otra parte la programación intrínseca es co-

(114) Control que en este trabajo no se ha podido llevar a cabo con tal perfección, debido a la falta de tecnología y de medios.

nocida también como " programación preelaborada" . Su estructura y contenido están prefijados por el autor (115) y sólo cuenta la última respuesta dada por el alumno para determinar los ítems subsiguientes. Estas determinaciones deben ser deducidas , elaboradas y redactadas por un experto, al cual pueden pasársele por alto las consecuencias didácticas de dicho programa , y debido a ello debe mantenerse un limitado margen entre el comportamiento previsto y el real (limitación, ésta, que puede redundar en una disminución del proceso aprendiz).

El número de derivaciones está limitado , porque la distancia entre dos ítems no debe ser grande ni excesiva (116). Lo mismo ocurre con el número de respuestas de elección múltiple, pues su exceso es contraproducente. Todas estas limitaciones pueden evitarse renunciando al libro programado y adaptando el programa a máquinas cada vez más perfeccionadas. Junto a las ventajas de éstas está la de que no sólo se controla y evalúa la certeza de la respuesta, sino que se diagnostica el tipo de fallo en cada caso, lo cual amplía la dinami-

(115) Vid. Klotz, G.: La enseñanza programada, Edit, Redondo, 1971, pp. 86-87 y 88-90.

(116) Vid. G.Pask.: An Approach to Cybernetics, Hutchinson of London, 1961, p. 95.

micidad y posibilidades de un tratamiento pedagógico adecuadamente individualizado.

El valor de la interpretación de las respuestas

Cuando el programador centra su opinión en la respuesta del estudiante como un dato primordial necesario para operar sobre la calidad y fiabilidad del programa, construido en principio con miras experimentales, más que como parte del proceso del aprendizaje como tal, es obvio conocer que las preguntas -o estímulos- del programa deben presentar gran diversidad acorde con la diversidad de funciones que desempeñan. Una pregunta simple y rutinaria, en un paso común, puede utilizarse, según Crowder(117) para las siguientes funciones:

1. Determinar si el estudiante ha aprendido precisamente lo que el programa le presentó.
2. Seleccionar el material correctivo apropiado al estudiante que no aprendió.
3. Proveer de la práctica ncesaria que el concepto exija.
4. Mantener al estudiante ocupado activamente en el estudio.

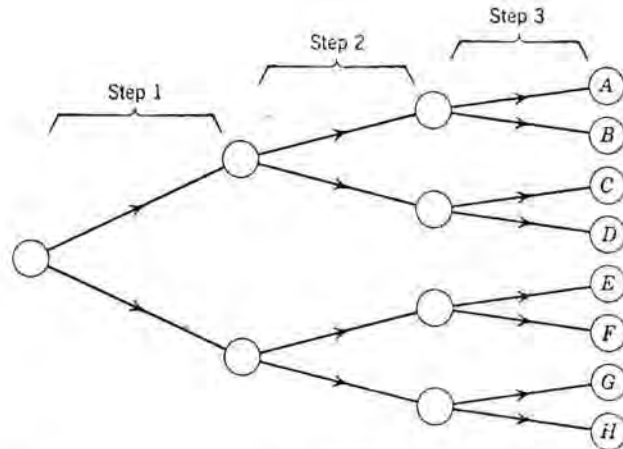
(117) Vid.: N.Crowder.: " Simple Ways to Use Student Response for Program Control" en Stuart Margulies.: Applied pro-
gramed Instruction, John Wiley and Sons, London 1962,
pp. 122 y ss.

5. Conservar una situación positiva de motivación en el su -
puesto de que el alumno vaya progresando correctamente.

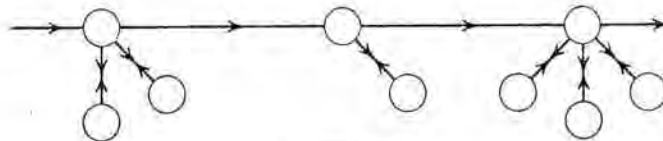
Como sabemos son dos las clases de programas rami-
ficados. El ramificado intrínseco -en el que la corresponden-
cia entre la elección de respuesta coincide una a una con el
material que más adelante se le presente- y el ramificado ex-
trínseco -en el que se añade a la respuesta única del alumno
un conjunto de datos que contribuirán , en el computador, a
la selección del material posterior. Para Crowder es la téc-
nica de la programación intrínseca la que ofrece más ventajas
desde el punto de vista de que no se precisan complicados
mecanismos eléctricos o computadores para su puesta a punto.

El aparato más sencillo para el uso de un progra-
ma intrínseco es el libro barajado, y con otros mecanismos
bastante sencillos también, se pueden poner en marcha clases
y tipos bastante complicados de programas intrínsecos.

La forma más simple de elección de respuesta se
puede presentar en un diagrama de tres elecciones o ramas
con dos preguntas en cada una de ellas. Cada alumno que lle-
ga a distintos puntos - desde el punto A al punto H - presen-
ta, obviamente, un historial distinto. Pero este sistema es
decididamente imposible de seguir con un libro barajado ya
que la ramificación es amplísima y únicamente sería posible
dirigirla con un ordenador.

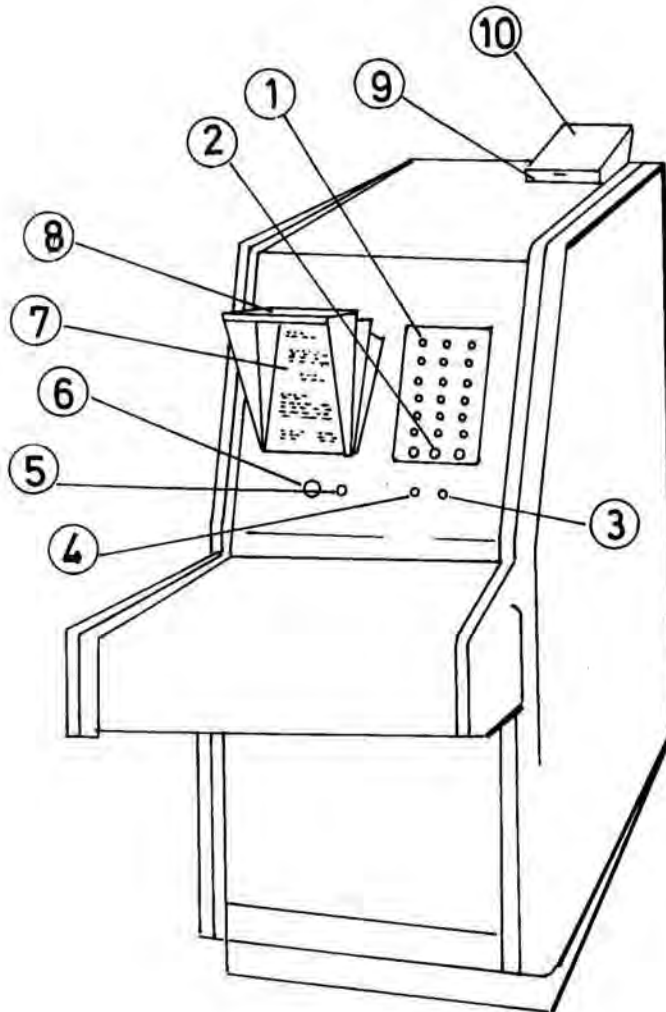


Un modelo más apropiado para la ramificación sería el que, ante la decisión errónea del alumno, presenta unas ramificaciones bloqueadas, de modo que una vez se ha explicado el error y se ha corregido, se devuelve al alumno al lugar de origen. En este tipo de secuencia el número de páginas es más funcional y manejable:



Crowder presenta una secuencia, que aunque es muy compleja, es de uso corriente y bastante práctica. Consiste en un camino principal complementado con otro camino, ramifi-

Auto Tutor Mark II, de Crowder:



1. Botones selectores.
2. Indicador de selector.
3. Botón de visión.
4. Botón de movimiento.
5. Llave de puesta en marcha.
6. Control de foco.
7. Pantalla de proyección.
8. Parasol de la pantalla de proyección.
9. Ventanilla de observación de cinta de registro.
10. Cinta de registro y mecanismo de accionamiento.

Este mecanismo manipula el mismo tipo de material que el de un scrambled book pero reforzado con algunas dimensiones nuevas para el control. Se mantiene la información en una cinta de film de 35 mm. El estudiante ve el material instructivo proyectado en una pantalla a cuyos lados existen diez pulsadores que se usan para responden electromecánicamente a las respectivas preguntas.

Modelo actualizado del Auto Tutor Mark II:



El efecto de cada pulsador es:

Pulsador A: avanza el film 1 paso

Pulsador B: avanza el film 3 pasos

Pulsador C: avanza el film 5 pasos

Pulsador D: avanza el film 7 pasos

Pulsador E: avanza el film 9 pasos

Pulsador F: avanza el film 11 pasos

Pulsador G: avanza el film 13 pasos

Pulsador H : avanza el film 15 pasos

Pulsador I : rebobina el film 19 pasos

Pulsador R : cancela la salida previa

Si el alumno escoge una respuesta incorrecta, el material que verá en la pantalla, en el más simple de los casos, presenta materia correctiva y le conduce a presionar el pulsador R o pulsador de retorno.

Prácticamente ejerce funciones parecidas a las de un libro barajado, pero el hecho de trabajar con un sistema mecánico y eléctrico permite añadir nuevas técnicas de control al material enseñado. Estos controles se introducen con unos códigos en cada paso del film, que determinan qué pulsadores deberán ser manejados cuando el alumno lee el paso correspondiente. En el Auto Tutor Mark II han sido introducidos cuatro códigos fundamentales:

1. Código X

Todos los pulsadores trabajan. Es el código de la respuesta correcta.

2. Código Z

Sólo trabaja o funciona el pulsador R . Es el código usado ante una respuesta simple errónea.

3. Código Y.

Sólo funcionan los pulsadores A hasta el H. Son los códigos que introducen subsecuencias correctivas a una respuesta incorrecta

4. Código W.

Sólo funciona el pulsador I. Es el único pulsador que permite volver hacia atrás. Con el código W permite al estudiante repasar lo anteriormente estudiado, o llevarle al principio de un conjunto o sección completa del programa.

Con la utilización de los distintos pulsadores y de la adecuada combinación de los códigos a lo largo del programa, es fácil detectar el tipo de error y el tipo de trayectoria del alumno, y por ende, reunir los datos suficientes para adecuar e individualizar al máximo la enseñanza, sea el tipo de alumno que sea. (118).

(118) Dice Crowder: " Nonetheless, it is the material that will ultimately determine the success of the program. I believe that the field of programmed instruction is now beginning to free itself of the restrictions resulting from adherence to a grossly over-simplified learning paradigm; I would hate to see it immediately succumb to a second type of restriction imposed by the possibility of using very complex formal control at the expense of paying close attention to the material to be taught" en documentación de Conference on Application of Digital Computers to Automated Instruction, Octubre 1961, en Washington, D.C. Conferencia co-patrocinada por la Office of Naval Research and System Development Corporation.

Evaluación interna

Antes de iniciar la edición y el uso generalizado de un programa es preciso evaluarlo y validarlo. Una vez se ha cubierto esta condición de científicidad puede aconsejarse a las editoriales, a las instituciones escolares y a los organismos encargados de difundirlos. Existe, no obstante una evaluación del programa en vistas al mercado; para que un educador o un programador no adquiera programas sin las debidas garantías existen asociaciones internacionales que le pueden guiar y orientar en la compra del programa deseado (119) y guías para la elección y el uso de materiales programados (120). Esa sería la evaluación extraescolar.

La evaluación que corre a cargo del propio experimentador del libro o texto programado es de dos tipos principales: interna y externa. La evaluación interna consiste en probar y revisar un programa en una tentativa de probar su eficacia; la evaluación externa sería determinar la efec-

-
- (119) Por ejemplo: Association for Programmed Learning, 78, Popes Grove, Twickenham, Middlesex, Great Britain; o también el Departamento encargado de la Enseñanza Programada en la UNESCO y el el Bureau International d'Education, Genève;
- (120) Vid.: Selection and Use of Programmed Materials, A Handbook for Teachers. Division of Audiovisual Instruction Service, National Education Association of the U.S. 1964

tividad de un programa completo comparándolo con otro medio de enseñanza de ya conocida efectividad.(121)

Uno de los procedimientos más admitidos es la evaluación del primer diseño del programa con el sistema de simulación de una máquina de enseñar y pasado a solo dos o tres alumnos que serán observados directamente. Así se va conociendo sobre la marcha si el programa es excesivamente difícil, demasiado fácil, aburrido, ambiguo, etc. Todos los pasos que posean uno de estos defectos deberán ser nuevamente redactados y escritos adecuadamente. Una vez revisado de esta guisa, debe pasarse a un grupo muestral más numeroso.

En el caso que se use un programa que permita avanzar al alumno por amplios caminos de la instrucción, debido a que el alumnado es de distintos niveles y por lo tanto tiene derecho a aprender según su nivel, debe prepararse un tests inicial para comprobar el área de conocimientos ya adquiridos. En el caso que la materia sea completamente nueva para todos los alumnos no es necesario un pretest, pero sí un test final e inmediato al aprendizaje. Es aconsejable que estas pruebas de instrucción estén preparadas ya antes de presentar el programa al alumno. Y deben ser validadas con cual-

(121) Vid. James Hartley.: Some Guides for Evaluating Programmes, The Association for Programmed Learning, Nov, 1963 pp. 3 y ss.

quier sistema estadístico de test-retest, análisis de varian-
za, etc. (122)

Datos interesantes serían los provinientes de
las matrices de errores cometidos por los alumnos en cada
uno de los ítems o pasos.(123)

Ejemplo:

Alumno	Paso	1	2	3	4	5	6	7	8	30
1					x						
2				x			x	x			
3				x							
4						x	x	x			
5			x		x	x	x	x			
⋮											
6								x			

En este tipo de matrices o cuadros analíticos que-
dan señalados por una parte, los alumnos que más han errado;
y por otra, los ítems que presentan mayores dificultades. In-
cluso puede deducirse cuál es el tipo de error cometido, si
obedece a un descuido, a una falta grave de comprensión o

(122) Vid.: Lysaught J.P. y Williams, C.: A Guide to Programmed
instruction, Wiley, N.York 1963.

(123) Uno de los sistemas usados por el Dr. D. J. Fernández Huer

La explicación , por parte de los mismos estudiantes, de las dificultades que han encontrado al estudiar los pasos es una documentación valiosa.

También los tipos de errores que se cometen en el test final son buenos indicadores de la dificultad o facilidad del programa, sobre todo en los programas intrínsecos o de respuesta de elección múltiple. A pesar de que este procedimiento de evaluación es relativamente sencillo debe repetirse varias veces a lo largo de todo un curso escolar o del siguiente. Hasta concluir con tantas revisiones cuantas sean necesarias. El siguiente cuadro sinóptico indica a modo de aproximación las afirmaciones anteriores: el tiempo que, realmente, se ha dedicado para producir un programa lineal sobre logaritmos en la escuela de 2º grado (124)

<u>Versión del programa</u>	<u>Tiempo estimado para su creación</u>	<u>Tiempo de prueba</u>	<u>Nº de lecciones</u>
1	6 meses	4'5 meses	19
2	3 meses	6 meses	26
3	3 meses	6 meses	29

(124) Vid. James Hartley, Op.Cit, pp 7.

Es comprensible que la evaluación interna del programa depende en grado sumo de la composición del grupo de alumnos al que va dirigido y del modo de trabajar del mismo; otras variantes como la dedicación absoluta a la creación del programa, la distribución del mismo en grupos experimentales, etc, influyen sobre la decisión última de aprobar tal programa como válido y efectivo.

Evaluación externa

La evaluación externa comparando métodos de enseñanza no es demasiado dificultosa, pero exige la acumulación de datos sobre el alumno tales como : edad, sexo, resultados de los pretests, cociente intelectual (125), estatus socioeconómico, aptitudes verbales, matemáticas, espaciales, etc. Conocidos estos datos en los dos grupos experimentales que van a servir de términos comparativos se debe proceder a comprobar si las diferencias entre ellos son o no significativas estadísticamente hablando.

El proceso más adecuado y más utilizado en el campo de las comparaciones puede ser presentación del pretest a

(125) El concepto de I.Q. ha sufrido un cambio revolucionario. Es preciso superar la concepción de Terman y adecuarse a las de Guilford y Weshler.

ambos grupos, presentación del programa instructivo, y test final. Algunos experimentadores prefieren dejar un tiempo más largo entre el aprendizaje y el test final con el propósito de investigar sobre la retención, pero esto aumenta algo la dificultad de interpretación y comparación.

La diferencia de medias, las desviaciones típicas, -procedentes de los tests finales- deben ser calculadas y los resultados utilizados para hallar las diferencias significativas.

Todas las conclusiones estadísticas resultantes no pueden ser generalizadas a priori, pues las circunstancias y variables que influyen en las experiencias son difíciles de controlar : situaciones novedosas de la enseñanza -sobre todo si es con máquina - efectos de un grupo sobre el otro, motivación, actitudes contra o a favor del nuevo método o del tradicional, características del profesor, etc. A pesar de ello las normas a tener en cuenta para asegurarse una buena validación se resumen en :

- Seguridad total de que el programa ha sufrido una evaluación interna perfecta y que enseña satisfactoriamente.

- Comparación lo más cerrada posible -cuando el grupo es pequeño; comparación al azar cuando el grupo es grande.

- Certeza de que a cada grupo se le ha presentado su correspondiente instrucción, adecuada a los niveles y a los objetivos prefijados; atención especial al tiempo que cada grupo dedica al aprendizaje de la materia y medias de la retención inmediata y a largo plazo.

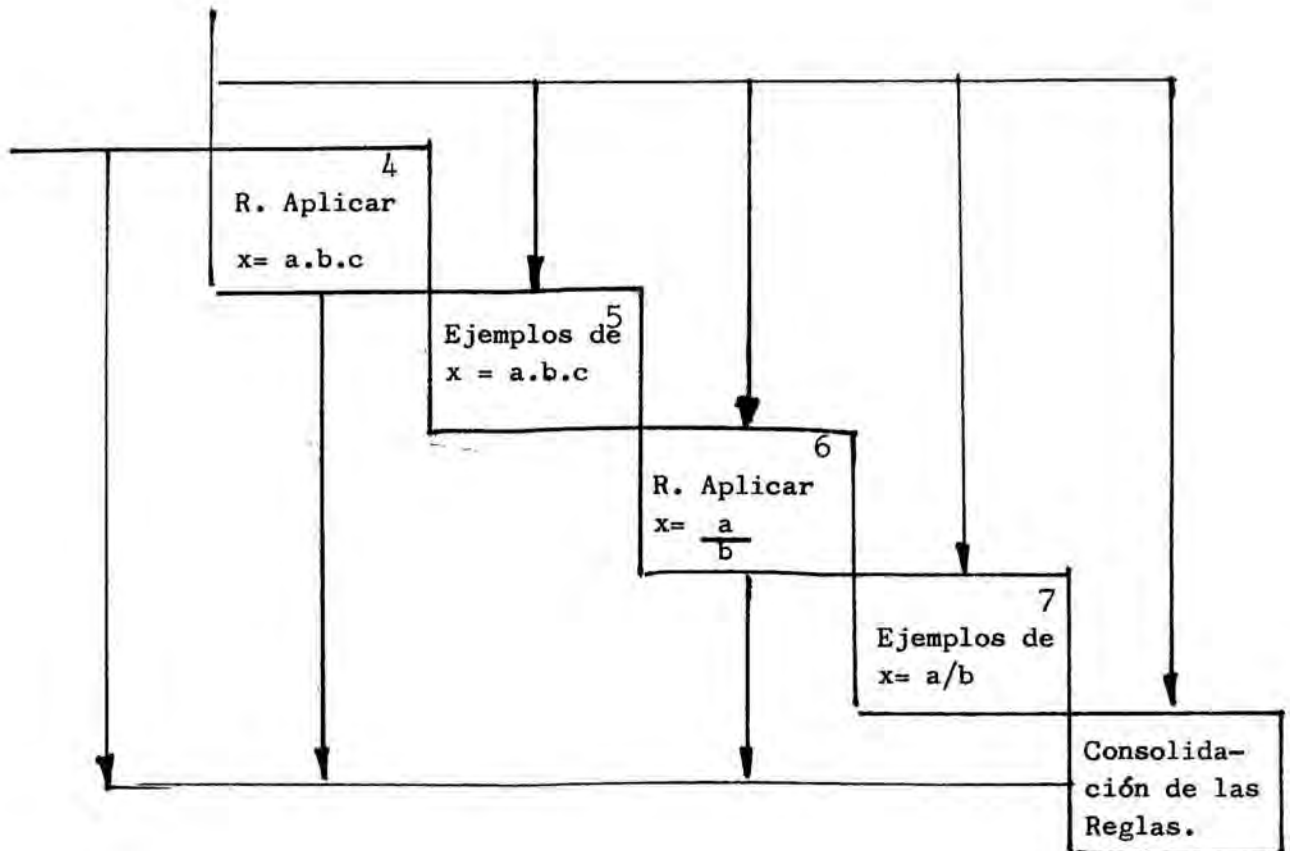
- Repetición del experimento con distintos profesores, distintos miembros de grupos de escolaridad similar, y de diferentes condiciones físicas.

Hay muchos otros tipos de evaluación y de comparación ,Por ejemplo, los que comparan diferentes técnicas de enseñanza programada (126), tratando de investigar las ventajas y las desventajas de cada uno de ellos,; los que comparan distintos métodos de enseñanza a través de diferentes versiones y estilos; los que tratan de averiguar la efectividad de la enseñanza programada como una herramienta o instrumento para introducir innovaciones en los métodos y en los curriculums, etc.(127)

(126) En este trabajo se trata de comparar dos métodos de enseñanza programada, el linear y el ramificado.

(127) Vid.: Coulson, J. (ed): Programmed Learning and Computer based Instruction, Wiley, N. York, 1962. (Presenta líneas nuevas de investigación y perspectivas para el futuro de la tecnología educacional).

Parte de un esquema general sobre el programa titulado
 "Transposición de Fórmulas" (‡)



(‡) Presentado por Noel Whalley B.Sc. en A Guide to the preparation of Teaching Programmes, Mark Lane, Bristol, 1966.

Conceptos enseñados	Pasos o items																													
	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	
Rule of equality			○	○	○						○						○			○							○			
Meaning of a. b. c.		×																												
Numerical example				×																										
Formulate rule							×	○		○			○				○								○					
Make a subject									×																					
Make b subject																														
Make c subject																														
Consolidate rules																														
Meaning of $\frac{a}{b}$																														
Make a subject																														
Formulate rule from example																														
Make b subject																														
Second example of b.																														
Consolidation																														

En la página anterior queda descrito un sistema de evaluación interna presentado por Whalley, para detallar el proceso seguido en la crítica -o autocrítica- del programa.

Los pasos desarrollados corresponden con el nº 4, nº 5 y nº 6 del esquema general "Transposición de Fórmulas".

En él los simbolismos quedan expresados así:



Paso que requiere respuesta



Paso que no requiere respuesta



Referencia a una regla ya estudiada anteriormente.

Otros sistemas evaluadores

Son muy utilizados otros sistemas menos cuatificadores y objetivos , en algunos programas. Pueden controlarse y examinarse varias condicionantes (128) como serían, desde el punto de vista de los objetivos: eliminación de aquellos conceptos que la prueba de instrucción inicial detectó como ya conocidos por el alumno, delimitación de la importancia de las áreas a estudiar, análisis de la recencia de la instrucción, análisis de posibles errores en la materia redactada; desde el punto de vista de las ideas clave: consideración de las relaciones entre las ideas nuevas y las que ya posee el alumno, procedimientos metodológicos, introducción a los ejercicios -de recapitulación, repaso, memorización, actividades- previsión de repeticiones en vistas a una acertada memorización de ciertos datos; en cuanto a los ítems mismos: análisis de su superfluidad, concreción, adopción de elementos visuales, ejemplificaciones, motivación, uso acertado e incorrecto de esas técnicas; desde el punto de vista de las respuestas: cantidad suficiente-e insuficiente de información, respuestas que exigen distintos tipos de actividades, tipos de respuesta

(128) Vid. A. Bjerstedt. "Mapping the pheno-structure of didactic sequences", en *Didkometry*, nº1 1964, Malmö (Suecia) , School, cit. en Gavini, Manuel de formation aux techniques de l'enseignemet programmé, Hommes et Techniques, 1965, p.185

en consonancia con el comportamiento final buscado; pueden analizarse, asimismo, función de integración del programa y función motivadora del mismo.

Una vez se han evaluado todos estos datos, con la debida colaboración en equipo del profesorado comprometido en la función docente del programa, debe procederse a la corrección del mismo.

Aportaciones más recientes (129) aconsejan responder al programador a unas cuestiones que él mismo pueda plantearse antes de construir el programa, incluso:

- ¿Es realmente un material de instrucción programado? (130)

- ¿De qué modo se ajusta el programa al currículum del curso?

- ¿Está ajustado a la dificultad del nivel del alumnado?

- Los datos para la validación han sido significativos y fiables?

- ¿hasta qué punto el programa contribuye al alcance de los objetivos finales?

(129) Vid. P. Jacobs.: A Guide to Evaluating Self-Instructional Programs, Holt, Rinehart and Winston, London 1966, p.28.

(130) Son varias las instituciones de enseñanza, en España, que presentan sus lecciones en formato parecido al de la programada, pero sin racionalizar ni mucho menos programar.

En cuanto a la validez e identificación de la programada con el curriculum del curso o del nivel, se pueden evaluar datos que respondan a tres aspectos:

- Temas y tópicos cubiertos por el programa
- Tareas que deben realizar los estudiantes y conocimientos desarrollados por el programa
- Dificultad y niveles del material.

La evaluación de los temas puede llevarse a cabo con Tablas de Contenidos (Para el English 3200, realizó unas tablas Blumenthal, en 1962; y Klaus, en 1960, para High Schools Physics, Stolurow y Grubb, en investigación inédita crearon una Tabla para un programa de fracciones; para un programa de Lengua Española, Barcus, Hayman y Johnson, en 1961, etc). Este proceso de recogida de contenidos puede realizarse también con el sistema Ruleg, ya conocido (Evans, Glaser y Homme, en 1960) Variaciones sobre el Ruleg fueron presentadas, en 1963, por Thomas, Davies y Bird.

Nota: El pequeño librito de Jacobs, P.I., Maier, M.H. y Stolurow, L.M, ya citado, contiene una serie acertada y actual de consideraciones a tener en cuenta en la autoevaluación del programador y su programa, incluyendo varios ejemplos de evaluaciones ya acabadas.

Trascendencia y valor de la evaluación

Dado que programar es una combinación de habilidad y de arte, sus principios se fundamentan en acciones subjetivas y por lo tanto debe aplicarse a ello una crítica evaluadora del tipo que sea. Lo dificultoso, verdaderamente, es dilucidar si hay que separar los elementos cuantitativos de los cualitativos de una manera tajante (131).

Las corrientes y las opiniones con respecto a la evaluación coinciden en su necesidad, pero no en los términos de su desarrollo y de su aplicación. Gotkin (132) aconsejaba a los futuros usuarios de programas que se preguntaran acerca de lo apropiado del contenido, de la calidad de la estrategia utilizada en el programa en relación con dicho contenido, del historial del aprendizaje de cada estudiante con el que se experimentó el programa y de la clase de poblaciones estudiantiles involucradas a lo largo del juicio o experimento.

Por otra parte la simple inspección del texto programado -longitud de los pasos, modelos, estímulos, clases de

(131) Vid. Klaus, J.: "The Art of Auto-Instructional Programming", en J.P.DeCecco: Educational Technology, Holt, Rinehart and Winston, 1964, pp. 35-50.

(132) Vid. J. Brown: AV Instruction, Materials and Methods, McGraw-Hill, 1964, pp 254 y ss.

respuesta- a través del estudio de los elementos internos y de los externos -calificación del autor, desarrollo histórico, curso experimental, pruebas objetivas o de instrucción, etc, son aconsejados por asociaciones de enseñanza programada(133). Por regla general y según algunas aportaciones de listas de examen evaluador se coincidió en cinco cuestiones principales: características de la población estudiantil, economía, efectiudad del programa y diversidad de items más algunas subconsideraciones que caían en el área de las más generales. En 1963 la Sociedad Nacional de Instrucción Programada publicó en su revista una lista de contenidos apuntados por Tracey (134) con once áreas a considerar en la evaluación, muy detallladas a la cual se adhirieron muchos programadores.

No obstante, algunos autores opinan sobre los eviudentes peligros de atenerse inflexiblemente a este tipo de listas de contenidos (135). La labor evaluadora del programa debería estar contenida en las opiniones de varias personas

(133) Joint Committee on Programmed Instruction, NSPI Journal Marzo, 1966, pp 3-9.

(134) NSPI, Journal Enero-Febrero, 1965, recopila estas publiucaciones en reedición. pp. 6 y ss.

(135) Vid. "The Wastebasket Reflex: A Response to Some Exemplars of the Art"; NSPI Journal, Mayo 1965, p. 8 y ss.

expertos. Expertos en el contenido o materia a tratar, en curriculum e instrucción, en comunicación e interacción docente-discente, en pruebas y mediciones de niveles instructivos alcanzados por el alumno, etc. Estas colaboraciones confieren a la evaluación un carácter eminentemente subjetivo, que puede minimizarse al máximo, pero nunca eliminarse.

La continua complicación de los sistemas de la instrucción programada, la utilización de mecanismos más o menos perfectos, los medios audiovisuales combinados con la enseñanza ramificada, etc, exigen que la evaluación sea realizada por verdaderos equipos de personal evaluador y conocedor de ciertos procesos psicológicos y pedagógicos presentes en el curso del programa. Es decir, tener la seguridad inicial de que se han podido o pueden especificar y controlar las condiciones del aprendizaje (136).

(136) Para más detalle de esta problemática y de las circunstancias que la envuelven vid. William A. Deterline.: "Learning Theory, Teaching and Instructional Technology, AV Communication Review, XIII, nº 4, 1965, pp.405-411, cit. en Garner, L.: Programmed Instruction, The Center for Applied Research in Education, Inc, N.York, 1966, pp 77 y ss.

El proceso experimental ha sido lento y dificultoso principalmente en lo que se refiere a la experimentación del método ramificado en las aulas. Los datos experimentales y la elaboración de datos ha sido realizada en colaboración con expertos estadísticos del Centro de Cálculo de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Barcelona (1), con algunas dificultades derivadas del hecho de no haber podido utilizar una máquina adecuada al sistema intrínseco y haber quedado limitados a la utilización de un libro barajado (scrambled book) propio de la programación intrínseca pero bien poco práctico a la hora del proceso de datos.

En resumen, este esquema siguiente es el que he utilizado para dicotomizar los procesos experimentales y experienciales y que, progresivamente, detallaré.

Operación 1

Redacción de los items programados, siguiendo la

(1) Han participado directamente Don Federico Ruiz Quirante, Analista Programador; Fernando Moreno Sala, Analista Programador; Don Carlos Cuadras Avellana, Analista, todos ellos del Centro de Cálculo de la Facultad de Ciencias, Universidad de Barcelona.

norma RULEG y adoptando la distribución de los conceptos por la Matriz de Davies (2)

Operación 2

Aplicación de los ítems lineales de cinco conjuntos a grupos experimentales de alumnos comprendidos entre los 10 y los 12 años.

Operación 3

Elaboración de una prueba Objetiva inicial y final, experimentación de la misma con 49 alumnos, fiabilización y validación de ella por el análisis de varianza y Método Horst.

Operación 4

Comparación del sistema linear con el sistema teadicional, a través de la prueba "t" de significación de Fisher.

Operación 5

Elaboración de cinco conjuntos programados sobre las áreas de las figuras planas, siguiendo el sistema de programación intrínseca de Norman Crowder.

Operación 6

Elaboración de dos pruebas objetivas, una inicial y otra final de 50 ítems cada una para comprobar la eficacia del sistema comparado consigo mismo y para reunir

(2) Vid. RODRIGUEZ MORENO, M.L: La enseñanza racionalizada de la Geometría. Tesis de Licenciatura, inédita.

los datos suficientes para comparar este sistema con el linear.

Operación 7

Aplicación a grupos de alumnos (un total de 350) del material programado, por Crowder, y de las correspondientes pruebas objetivas. De esta muestra de 350 alumnos se extrajo una de 49 para comparar las pruebas objetivas lineares con las ramificadas sin mayores complicaciones. (3)

Operación 8

Para poder reunir los datos del proceso aprendizaje del alumnado, se construyeron, en el Centro de Cálculo, unas hojas especiales que admitían la respuesta en forma de número de página hacia donde se dirigía el alumno o desde donde venía. Hojas que trataron de sustituir, más o menos eficazmente, el teclado de una Tutor, por ejemplo.

Operación 9

Repaso, uno a uno, de todos los datos que el alumnado daba, sobre las hojas de respuesta. Y corrección de las respuestas (100 por alumno) a las dos pruebas objetivas, inicial y final.

-
- (3) Los Colegios Nacionales contribuyeron totalmente al éxito de mi experimentación y a su funcionamiento perfecto. Fueron: Colegio Nacional García Morato, dirigido por Da. Anunciación Lacasta; Colegio Nacional Jacinto Verdaguer, dirigido por don José Redondo; Escuela La Farga; en ella inicié la experiencia con la colaboración entusiasta de Don Adalberto Ferrández, pero fue truncada por el director Don Fausto Gallego, de modo que sólo me pude servir

Este repaso minucioso de las respuestas fue hecho personalmente por la autora de este trabajo; la corrección a las respuestas de las pruebas objetivas fue realizado por un grupo de alumnos de Formación Profesional (4).

Operación 10

Perforación de fichas (5), de cada una de las hojas de respuesta.

Operación 11

Análisis del programa para el estudio de las cadenas del sistema ramificado. Realización del programa.

Operación 12

Introducción del programa en el ordenador y sus fichas perforadas. Recogida de los resultados.

Operación 13

Comentario metodológico de las cadenas ramificadas y extracción de consecuencias didácticas.

A continuación incidiré con más detalle sobre estos pasos u operaciones guiada por el afán de que mi experiencia pueda servir como manual para el estudiante que desee continuar este tipo de investigaciones en programada.

-
- (4) Alumnos de la Escuela de Formación Profesional José Antonio Girón, de Barcelona, orientados por su Jefe de Talleres, Don Luis Rodríguez Pérez.
- (5) En CENTRISA de FECSA, Barcelona.
.../...(3) de un 20% de los datos esperables.

Programación del Sistema Linear

Para la comparación con los cinco conjuntos programados del Sistema Ramificado he utilizado los cinco conjuntos lineares siguientes distribuidos también como siguen:

CONJUNTO I

Concepto de área

1. Extensión en la que sólo se consideran dos superficies.
2. Lo largo y lo ancho
3. Que estas dimensiones sean siempre perpendiculares.
4. Sólo con las perpendiculares se obtendrán medidas cuadradas.
5. Necesidad de reducir las dimensiones a cantidades homogéneas.
6. Definición de metro cuadrado.
7. Área: medida de la extensión de una superficie
8. El área es siempre una comparación.

CONJUNTO II

Área del rectángulo

1. Idea del área por columnas y filas (intuitiva)
2. Medida de la superficie del rectángulo o cualquier otro cuerpo con cuadrados dispuestos en orden.
3. Ejemplos de formas anárquicas de la colocación de medidas cuadradas.
4. Comprobación rápida de los cuadrados que puede contener un rectángulo.
5. Necesidad de reducir las dimensiones a cantidades homogéneas.
6. Perpendicularidad de las dimensiones
7. Respuestas gráficas sobre esta perpendicularidad.
8. Necesidad de multiplicar dos longitudes.
9. Área del rectángulo.

CONJUNTO III

Área del triángulo

1. Perpendicularidad de las dimensiones a multiplicar.
2. Trazado de alturas.
3. Relaciones del triángulo con el rectángulo.

4. Relaciones del triángulo con el cuadrado
5. Area del triángulo. Ejemplos, y ejercicios.

CONJUNTO IV

Área de los polígonos

1. Polígonos regulares. Concepto.
2. Relaciones con el triángulo.
3. Perímetro.
4. Relación con el romboide.
5. Cómo hallar el área del exágono a partir del romboide de iguales dimensiones.
6. Relaciones con el trapecio

CONJUNTO V

Area del círculo

1. El perímetro de los polígonos tiende a $2\pi r$.
2. La apotema de los polígonos tiende a R
3. Area del polígono = $\frac{P \times a}{2} = \frac{2\pi R R}{2} = \pi R^2$
4. R^2 es el cuadrado cuyo lado es el radio (R)
5. Area del círculo = 3'14 veces el cuadrado.

Los ítems lineares

Una vez estudiado y revisado el esquema a seguir la distribución de los ítems se hizo según la Matriz de Davies. Puede consultarse este procedimiento en cualquier Tesis de Licenciatura realizada en la Universidad de Barcelona, Sección de Pedagogía, y que trate de la enseñanza programada.

Los ítems se presentan al lector a continuación, y su formato es el clásico. Una ficha por ítem, con la figura geométrica al lado izquierdo y un espacio a la derecha parte inferior, para colocar la respuesta correcta en la ficha siguiente en la que el alumno está trabajando, manteniéndose, así, el principio del refuerzo inmediato y continuo propugnado y defendido por B.F. Skinner.

La numeración de cada ficha es: primera cifra: número del conjunto; segunda cifra: número de la ficha dentro de cada conjunto.

1-1

Para hallar el área de una superficie siempre hay que multiplicar las longitudes de dos líneas rectas.

El producto de líneas rectas será el valor del

1-2

¿Cuántas dimensiones debes multiplicar para obtener el valor de una superficie?

.....

Dos
Area

1-3

Para obtener el valor de una superficie hay que multiplicar lo largo por lo ancho.

Superficie = largo x

Dos

1-4

Si sólo multiplicas lo largo por lo ancho obtendrás el de la figura.



Ancho

1-5

En el rectángulo, lo largo y lo ancho forman un ángulo de 90 grados. Por eso se dice que son perpendiculares.



Lo largo y lo ancho de un rectángulo son líneas

Area

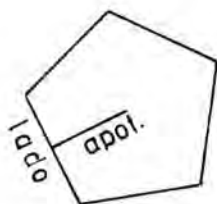
1-6

Para obtener el área de una superficie debes lo largo por lo ancho.

Perpendiculares.

1-7

Fíjate que el lado y la apotema son perpendiculares.



Forman, por lo tanto, un ángulo de grados.

Multiplicar

1-8

Superficie es la parte encerrada entre los lados.

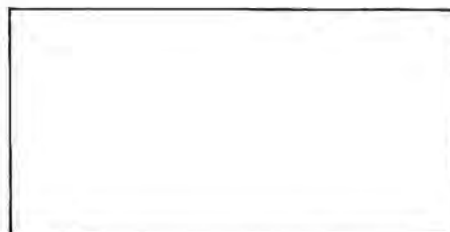
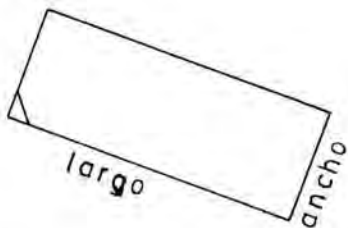


Copia esta figura y raya su superficie.

90 grados.

1-9

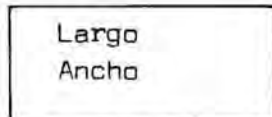
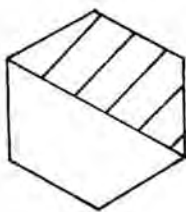
En este rectángulo lo y lo son líneas perpendiculares, porque forman un ángulo de 90 grados.



1-10

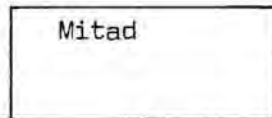
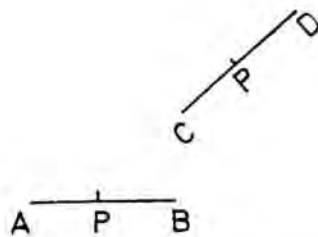
La parte rayada es una mitad del exágono.

Este exágono tiene rayada la de su superficie.



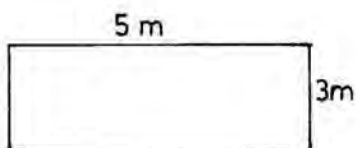
1-11

Copia las líneas AB y CD y dibuja sobre ellas una perpendicular en el punto P.



1-12

¿Qué dimensiones hay que multiplicar en este rectángulo para obtener su superficie?

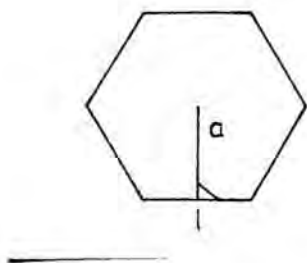


..... metros xmetros



1-13

¿En qué posición están las rectas a y l de este exágono?

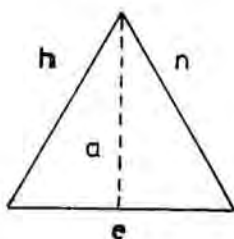


En posición

5 m x 3 m

1-14

¿En qué posición deben estar entre sí las líneas cuyos valores se multiplican, para hallar el área de una figura?

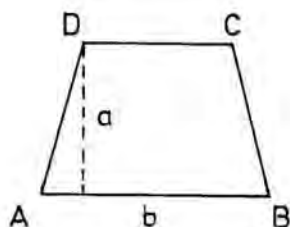


En posición

Perpendicular

1-15

¿Cuál es la recta perpendicular a b ?



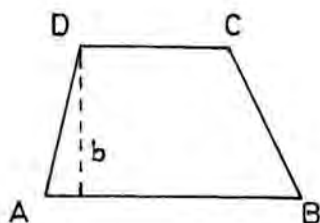
La recta

Perpendicular

1-16

Una perpendicular a b es la recta AB.

La otra perpendicular a b es la recta



La recta a

1-17

Llamamos área a la medida de la extensión de las superficies.

Cuando calculas el de una figura es que mides la superficie de esa figura.

La recta DC

1-18

Cuando mides una superficie estás calculando su

Area

1-19

Todos los lados de este cuadrado son
....., porque forman un ángulo de grados.



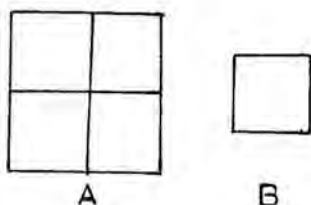
Area

1-20

Cuando calculas una averiguas su área.

Perpendiculares ; 90 °

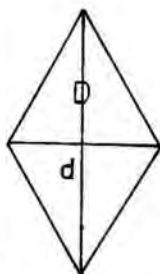
Sabrás el área de una superficie si averiguas el número de veces que contiene a otra.



La figura A contieneveces a la figura B.

Superficie

¿Por qué las diagonales de este rombo son perpendiculares?



Porque - se cortan en el punto medio
- forman ángulo de 90 grados
- una es mayor que otra

(Escribe la respuesta acertada)

Cuatro

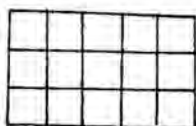
Puedes saber que un campo tiene 400 m^2 de área midiendo suC.....

Porque forman ángulo de 90°

Para conocer el área de una figura hay que su superficie.

Superficie.

¿Cuántas unidades cuadradas de superficie hay dibujadas sobre este rectángulo?



..... unidades

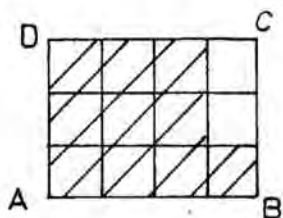
Unidad



Comparando estos dos rectángulos ves que A es que B.

(Elige entre: mayor, menor, igual).

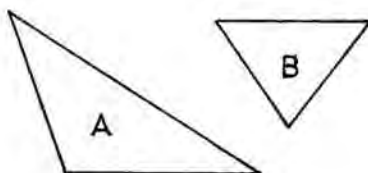
15



Si ya has rayado las unidades que comparas, ¿cuántas unidades cuadradas faltan por comparar sobre la superficie del rectángulo ABCD?

Faltan

Mayor



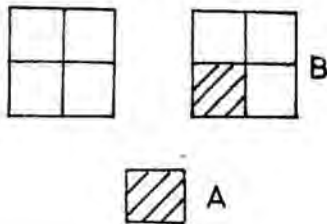
Sabes que el triángulo B es menor que el triángulo A porque los has

Dos

El área, o la medida de la superficie, es comparar una cantidad de superficie cuadrada (que se toma como unidad superficial) con el total de una superficie

El es el resultado de esa comparación.

Medir

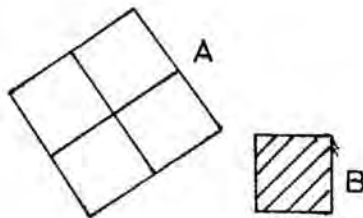


Si colocas el cuadrado A de todas las formas posibles sobre el B, los comparas.

El cuadrado B es - 2 veces mayor
 - 5 veces mayor
 - 4 veces mayor
 que el cuadrado A

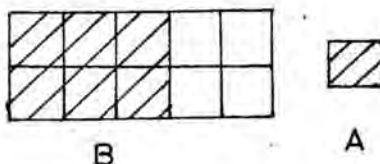
(Anota la respuesta correcta)

Area



Para poder decir que el cuadrado A es cuatro veces mayor que el B, tienes que haber B con A.

Cuatro veces mayor.

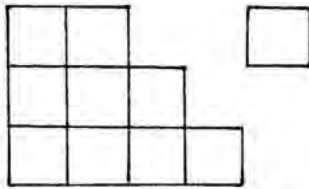


Cada cuadrado de los que caben en el rectángulo se llama unidade cuadrada de superficie

El cuadrado A es una cuadrada.

Comparado

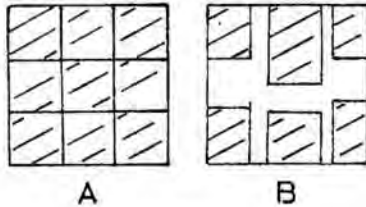
Para medir superficies debes usar unidades cuadradas.



Es más sencillo medir superficies con unidades

Comparado

¿Cuál de los dos superficies queda medida totalmente?

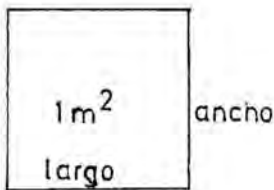


¿La del campo A ?

¿La del campo B ?

Cuadradas

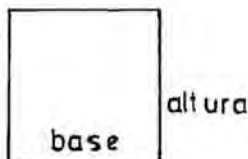
Una unidad muy usada para comparar áreas es el m^2 .



El metro cuadrado (m^2) es un cuadrado de 1 metro de largo y 1 metro de

La del campo A

¿Cuántos metros debe medir la base de 1 m^2 ?

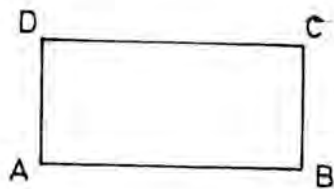


¿1 metro?

¿2 metros?

¿Medio metro?

Ancho

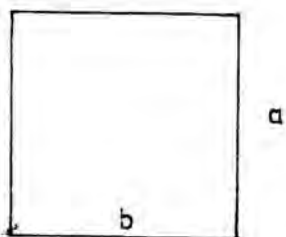


Hallarás el área de este rectángulo si multiplicas los lados que son

- paralelos
- perpendiculares

(Elige la mejor respuesta)

1 metro

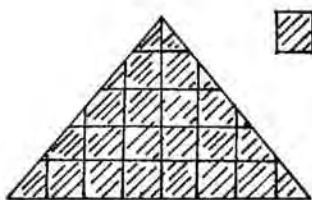


¿Cuántos metros ha de medir la altura de 1 m^2 ?

- 1 metro?
- 2 metros?

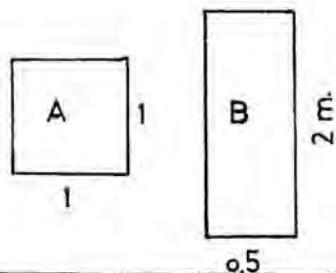
Contesta exactamente.

Perpendiculares



Quando hallas el área de una figura es que has comparado

1 metro



¿Cuál es la figura que representa el m^2 ?

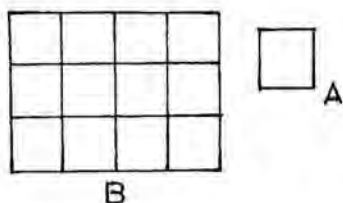
¿La figura A ?

¿La figura B ?

Elige la mejor respuesta

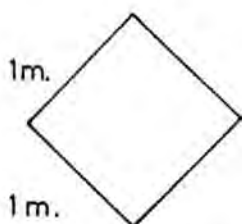
superficies

Si comparas B con A podrás decir cuántos cm^2 mide más el rectángulo B que el cuadrado A.



Dí cuántos cm^2 son.

La figura A



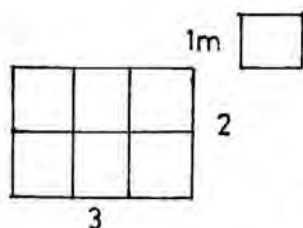
Se dice que un metro es cuadrado cuando está representado por un cuadrado que tiene 1 metro de largo y de ancho.

12 cm^2

Las comparaciones de superficies las has de hacer con unidades

(Elige entre: cuadradas, cúbicas, lineales)

1 metro



La unidad cuadrada que más utilizamos es el metro cuadrado.

¿Cuál es la unidad cuadrada que más se utiliza?

- el m^2
- el dm^2
- el cm^2

Cuadradas.

Responde: con unidades se puede hallar mejor la medida de una superficie.

El m^2



B



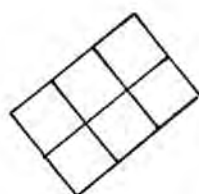
A

Para poder afirmar que la figura B contiene 12 veces a la unidad cuadrada A, has tenido que realizar antes una

Cuadradas

Si quieres obtener el valor de una superficie en unidades cuadradas, las longitudes de las rectas que has de multiplicar han de serentre sí.

Comparación



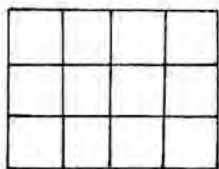
El rectángulo ABCD es ... mayor que el cuadrado A.

Elige entre: 2 veces, 6 veces, 9 veces.



Perpendiculares

En esta figura hay 3 filas. Cada fila tiene 4 cm^2 .

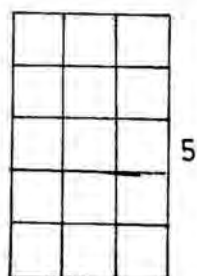


$$4 \text{ cm}^2 + 4 \text{ cm}^2 + 4 \text{ cm}^2 = 12 \text{ cm}^2$$

¿Cuántos cm^2 de papel necesitas para recubrir esta figura?



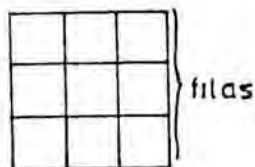
En este rectángulo hay 5 filas y 3 cm^2 en cada fila.



Dí cuántos cm^2 tiene su superficie.

12 cm^2

3 filas
 3 cm^2 por fila



$$3 \times 3 = 9 \text{ cm}^2$$

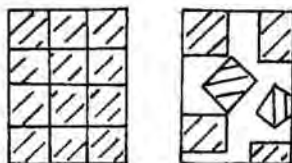
El área de esta figura es de cm^2

15 cm^2

¿Qué superficie está mejor medida?

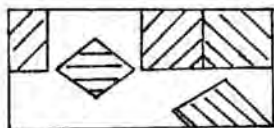
¿La del rectángulo A ?

¿La del rectángulo B ?

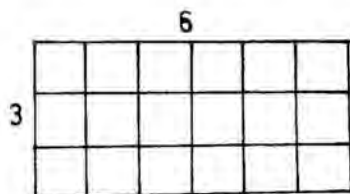


9 cm^2

Si las unidades cuadradas no están colocadas unas junto a otras, no podrás obtener la medida exacta de la



La del rectángulo B

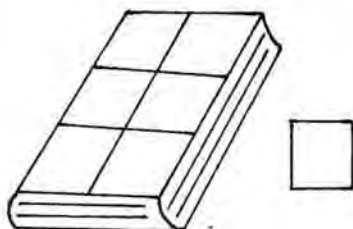


Dí cuántos cm^2 componen el área de este rectángulo

..... cm^2

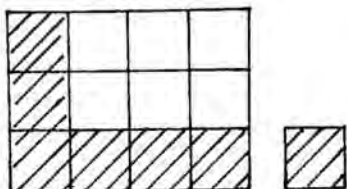
18 cm^2

Colocando todas las unidades cuadradas unas junto a otras descubrirás toda la de la tapa de este libro.



Superficie

Si completas la superficie con cuadrados rayados, ¿cuántos cm^2 faltan para completar la superficie de este rectángulo?

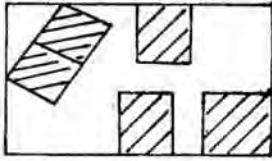


Faltan cm^2

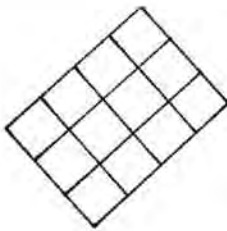
6 cm^2 Superficie

No podrás hallar exactamente la superficie de este rectángulo porque los cuadrados que usamos para establecer la comparación no están

..... ..



6 cm²

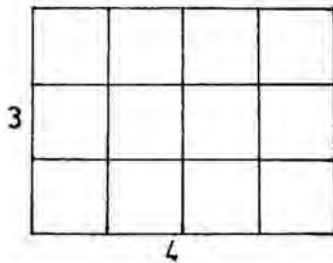


Contando de uno en uno, el área es decm²

Pero puedes hallar el área con un método más rápido.

En otra ficha te lo explico.

Unos junto a otros.



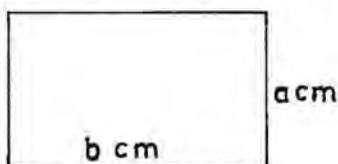
Base = 4 cm

Altura = 3 cm

$4 \times 3 = \dots\dots\dots \text{cm}^2$

Luego fíjate que el resultado es el mismo que el de la ficha anterior.

12 cm²

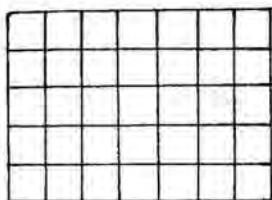


Las dimensiones que multipliques deben ser de la misma especie.

Si la base está expresada en centímetros, la altura debe estar también expresada en

12 cm²

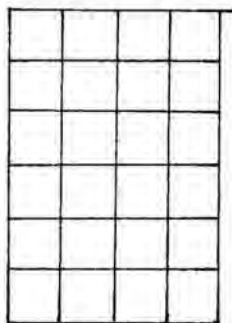
El cálculo del área según la fórmula breve es:



5 cm xcm =cm²

Escribe las cifras correspondientes en los espacios en blanco.

Centímetros

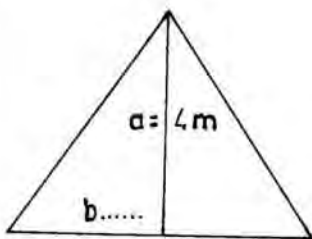


Anota la forma abreviada de hallar el área de este rectángulo y calcúlala.

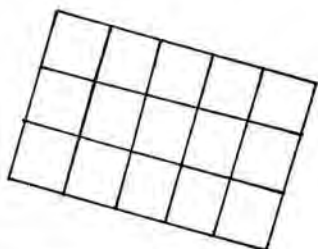
.....x.....=.....

5 x 7 = 35 cm²

Si la base se mide en metros, la altura se debe medir en



4 x 6 = 24 cm²

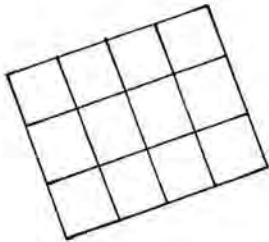


Sólo podrás descomponer el área del rectángulo en filas o columnas si colocas los cuadrados unidad

metros

2-17

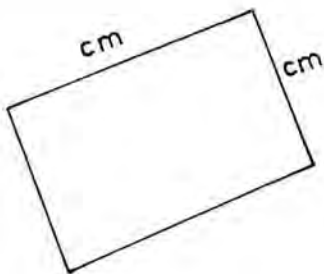
Para calcular el área por el producto 4×3 los cuadrados unidad deben estar



Unos junto a otros.

2-18

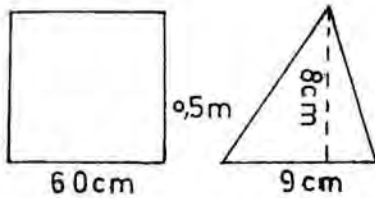
Si lo largo y lo ancho se miden en centímetros, puedes hallar el del rectángulo porque ya son medidas de la misma especie.



Unos junto a otros.

2-19

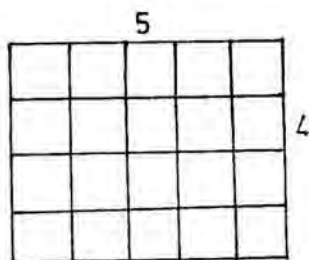
Los datos de la figura que están expresados en la misma especie son..... y



Area

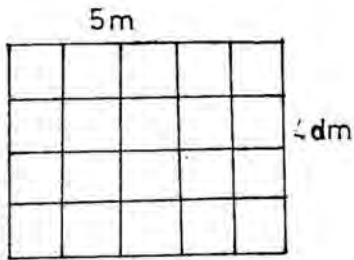
2-20

Si la anchura es 4 cm y la longitud 5 cm ¿cuántos centímetros cuadrados crees tu que mide el área del rectángulo?



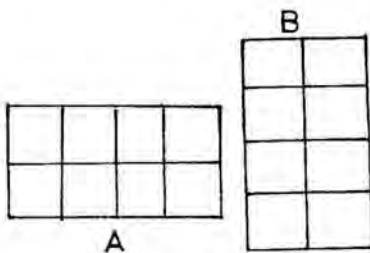
..... cm²

9 cm y 8 cm



Para que las dimensiones de este rectángulo sean de la misma especie pondrías 5 en vez de 5 metros;

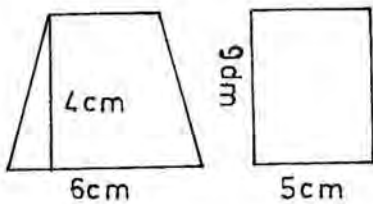
20 cm²



El área del rectángulo A es que la del rectángulo B.

Elige entre : mayor, menor, igual.

5 dm



¿En qué figura se han anotado las dimensiones en unidades de distinta especie?

En el

Igual

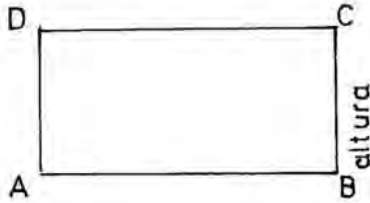


Copia este rectángulo en tu cuaderno y subraya un lado y su perpendicular.

Rectángulo

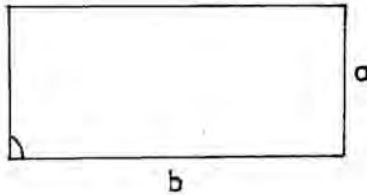
2-25

La recta perpendicular a la altura es la AB y se llamadel rectángulo.



2-26

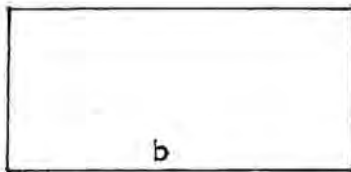
Las dos perpendiculares se llaman base y altura.



Ya que la base y la altura forman 90 grados son rectas

2-27

Dibuja este rectángulo y escribe una "a" en el centro de la recta o rectas que son perpendiculares a la base.



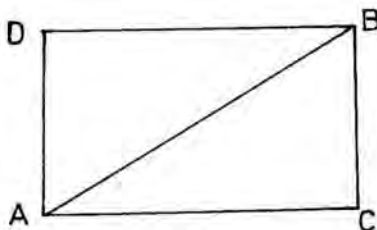
2-28

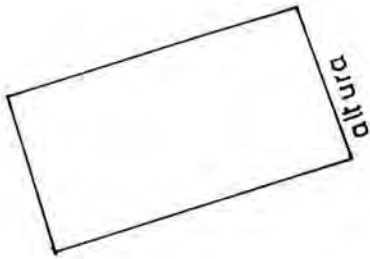
¿Cuál es la perpendicular a la base AC ?

¿La recta AB ?

¿La recta CB ?

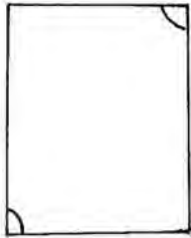
Anota la contestación correcta.





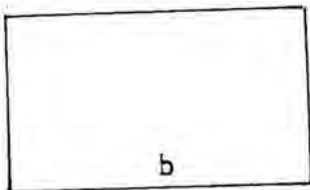
Se llama a la recta perpendicular a la altura.

La recta CB



Cada dos lados consecutivos de un rectángulo forman entre sí ángulos de.... grados.

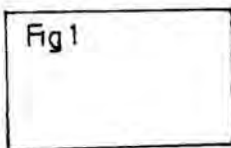
Base



De los cuatro lados del rectángulo sólo has de multiplicar dos longitudes para obtener el área.

Estas longitudes son la y la

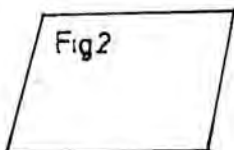
90



¿En cuál de estas dos figuras los cuatro lados son perpendiculares dos a dos?

-¿En la figura 1?

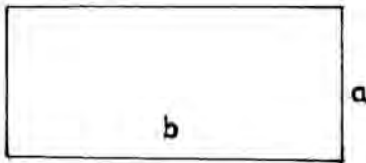
-¿En la figura 2?



Base y altura

2-33

¿Cuántas longitudes has de multiplicar para obtener unidades cuadradas?



- Dos
- Tres
- Cuatro

Escribe la respuesta correcta.

La figura 1

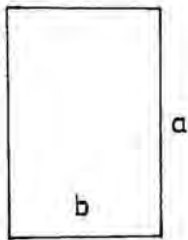
2-34

Para calcular la superficie sólo debes multiplicar la por la ...
.....

Dos

2-35

La altura y la base estarán expresadas en unidades homogéneas si las dos se miden en cm o si las dos se miden en m, etc.



Las medidas de las dos superficies perpendiculares, base y altura, deben ser homogéneas. Si la base se mide en cm, la altura se mide en

Base y altura

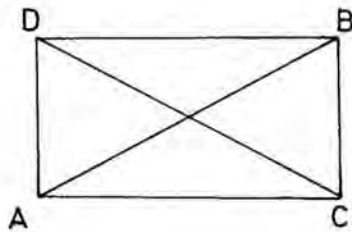
2-36

Copia un rectángulo como este y escribe una "b" en el centro de las rectas perpendiculares a la altura "a"



Centímetros

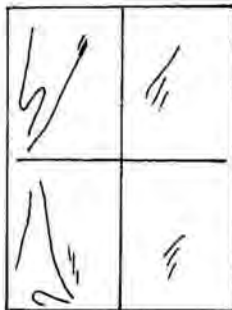
2-37



¿Qué líneas debes medir para que al ser multiplicadas puedas obtener el área de este rectángulo?

La y la

2-38

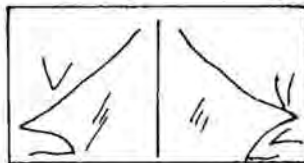


En esta ventana la base es a la altura.

(Escoge entre : paralela, perpendicular, oblicua).

La AC y la BC
o la DB y la AC

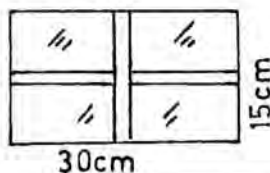
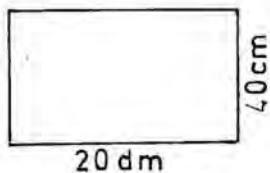
2-39



No podrás hallar el área de esta ventana si no reduces los metros a o los decímetros a porque base y altura deben ser expresadas en cantidades homogéneas.

Perpendicular

2-40



¿En qué figura están expresadas las dimensiones en unidades de la misma especie?

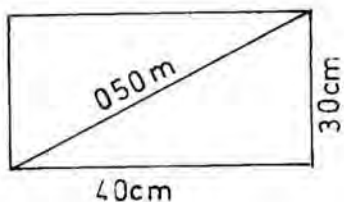
-¿En la ventana?

-¿En la puerta?

dm
m

2-41

En este rectángulo las cantidades homogéneas pertenecen a las rectas que forman 90 grados.

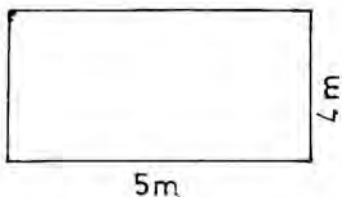


Sus valores son : y

En la ventana

2-42

Hallarás el área del rectángulo multiplicando la base por la



$4 \text{ m} \times 5 \text{ m} = \dots\dots\dots \text{ m}^2$

40 cm
30 cm

2-43

La fórmula del área del rectángulo es:

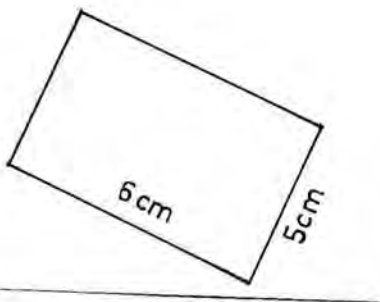
A = base x altura

A = x

altura
20 cm²

2-44

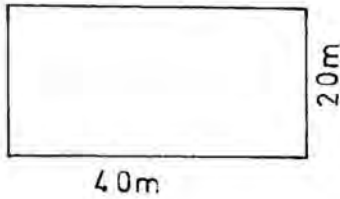
Si $A = b \times a$, el área de este rectángulo mide cm²



A = base x altura.

2-45

El área de este rectángulo se obtiene multiplicando 40 x

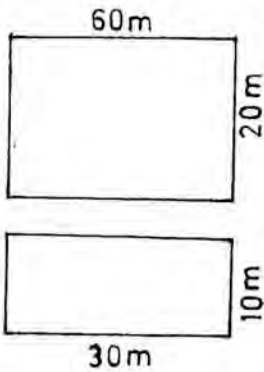


Luego midem²

30 cm²

2-46

Para saber cuántos m² mide más el campo A que el B hago lo siguiente:



$$20 \text{ m} \times \dots\dots\dots \text{ m} = \dots\dots\dots \text{ m}^2$$

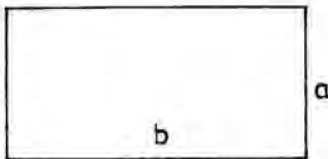
$$\dots\dots\dots \text{ m} \times 10 \text{ m} = \dots\dots\dots \text{ m}^2$$

$$1200 - \dots\dots\dots = 900 \text{ m}^2$$

20 m
800 m²

2-47

Escribe la fórmula del área de este rectángulo:



A = x

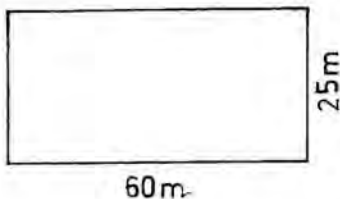
$$20 \times 60 = 1200 \text{ m}^2$$

$$30 \times 10 = 300 \text{ m}^2$$

$$1200 - 300 = 900 \text{ m}^2$$

2-48

¿Cuántos m² medirán 4 rectángulos iguales al de la figura?



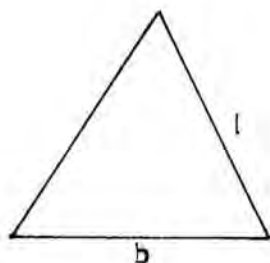
..... m².

A = a x b

3-1

En este triángulo a y b son oblicuas.

Estas dos líneas no te sirven para hallar el área porque no son entre sí.

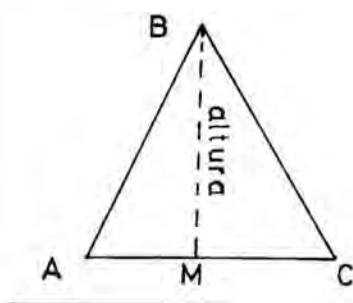


3-2

Tienes que buscar una perpendicular a la base. Y ésta es la altura.

Llamamos altura a la perpendicular trazada desde el vértice B al lado opuesto AC.

La recta BM es la

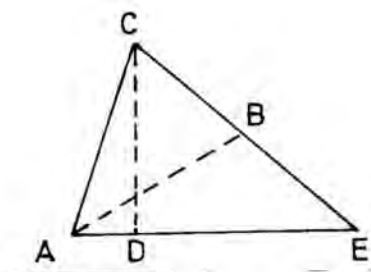


Perpendiculares

3-3

La perpendicular a la base AE es la línea

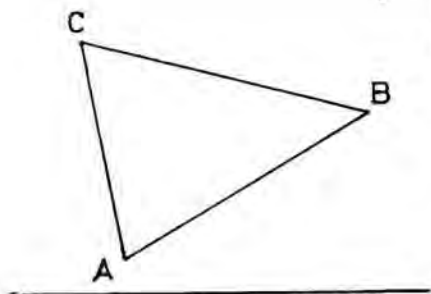
Escoge entre : AB, CD y CE



Altura

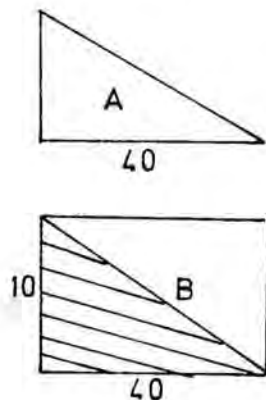
3-4

Dibuja este triángulo ABC y traza la altura que corresponde a la base AB.



CD

3-5

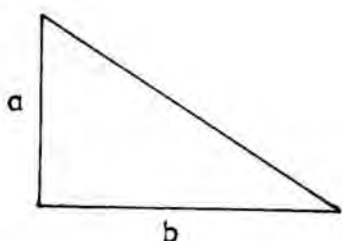


El área de un rectángulo es el doble que la del triángulo de sus mismas dimensiones.

El área del rectángulo B será doble que la del



3-6

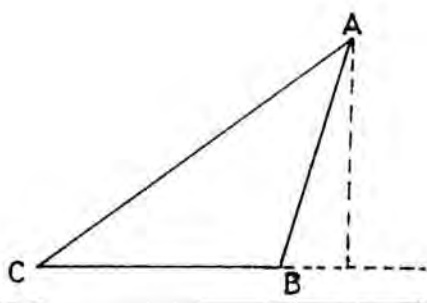


En el triángulo rectángulo, el cateto a es perpendicular al cateto que sirve de base.

Luego a es una respecto a b

Triángulo A

3-7

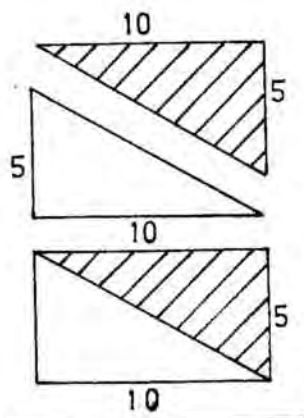


Dibuja este triángulo y traza su altura a partir del vértice A.

Para ello has de prolongar su

Altura

3-8

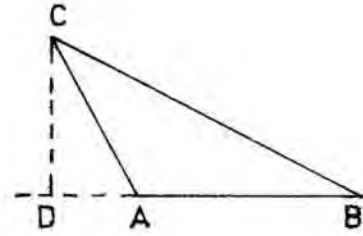


El área de un vale la mitad de lo que vale el área del rectángulo de sus mismas dimensiones

Base

3-9

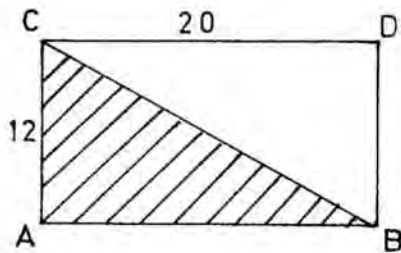
La perpendicular a la base AB es la recta



Escoge entre: CB, CD y AC

triángulo

3-10

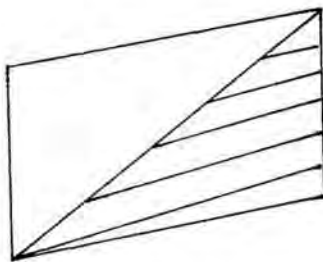


Se puede hallar el área del triángulo ABC (parte rayada), multiplicando la base y la altura del rectángulo ABCD

Pero falta una operación:.....entre 2.

CD

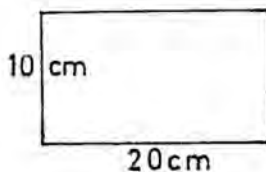
3-11



Si sólo deseas sembrar la mitad de este campo podría hacerse echando la semilla en uno de los dosque lo componen.

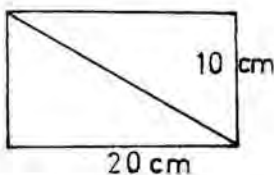
Dividir

3-12



Area rectángulo : $20 \times 10 = 200 \text{ cm}^2$

Area triángulo : $\frac{20 \times 10}{2} = 100 \text{ cm}^2$



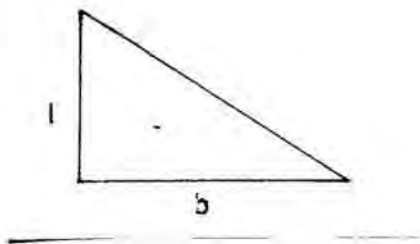
El ocupa doble superficie que el

Triángulos

3-13

La altura y la base de este triángulo son perpendiculares.

Todas las alturas deben ser necesariamente perpendiculares a las.....

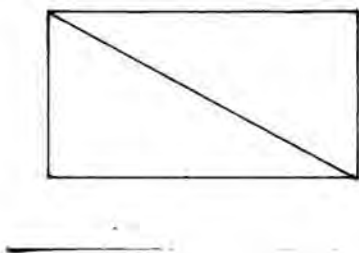


rectángulo
triángulo

3-14

El área del es la mitad de la del rectángulo.

Porque el triángulo es la mitad del de sus mismas dimensiones.



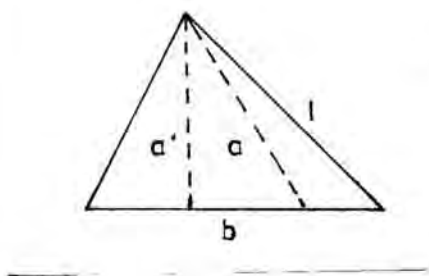
bases

3-15

¿Cuál es la perpendicular a la base?

La línea.....

(Escoge entre: a, a' y l)

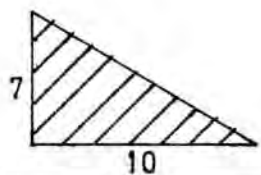
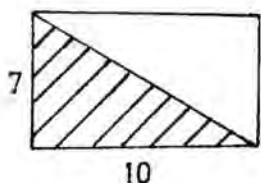


triángulo
rectángulo

3-16

Aunque las dimensiones del triángulo y del rectángulo midan lo mismo el área del vale la mitad de la del

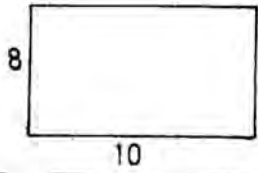
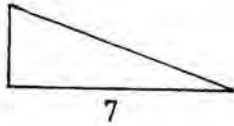
Porque el triángulo está contenido 2 veces en el rectángulo.



a'

3-17

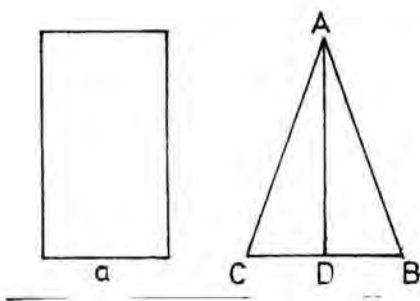
Las perpendiculares de las dos figuras no valen lo mismo. Así pues, el área del ya no es necesariamente el doble que la del triángulo.



Triángulo
Rectángulo

3-18

La altura del rectángulo es a ;
la altura del triángulo es

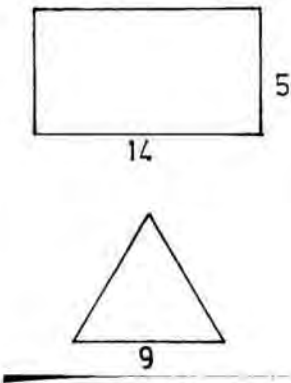


Elige entre AB, AC y AD

Rectángulo

3-19

Altura del rectángulo : 5 cm
..... del triángulo : 5 cm

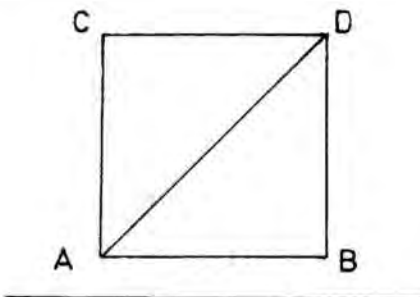


AD

3-20

¿Cómo se llaman las dos figuras en que está dividido el cuadrado ABCD?

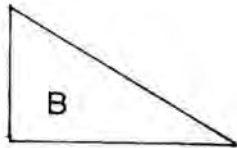
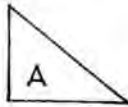
.....



Altura

3-21

Si deseas formar un cuadrado uniendo 2 triángulos rectángulos, éstos deben tener sus catetos iguales.

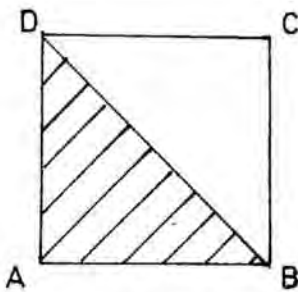


¿Cuál será el triángulo más indicado para, en unión con otro, componer un cuadrado?

- El triángulo A
- El triángulo B

Triángulos

3-22



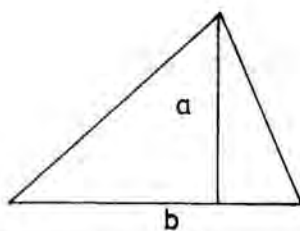
Puedes averiguar el área del triángulo rayado hallando el área delABCD y dividiendo el resultado entre

El triángulo A

3-23

Así pues, el área deles:

$$A = \frac{b \times a}{2}$$

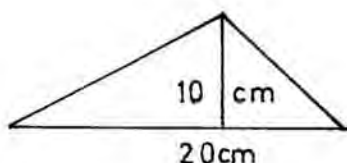


Cuadrado
Dos

3-24

El área de este triángulo es:

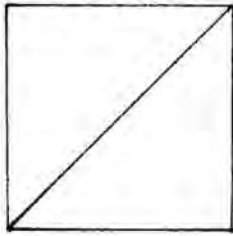
$$A = \frac{b \times a}{2} = 10 \times 20 = \dots \text{ cm}^2$$



Triángulo

3-25

¿Cuánto mide la superficie del triángulo comparada con la del cuadrado?



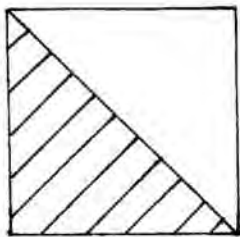
Mide de la del cuadrado

(Elige entre, mitad, doble)

100 cm²

3-26

Si el lado del cuadrado : 6 cm, ¿cuál es el área del cuadrado?



A = cm²

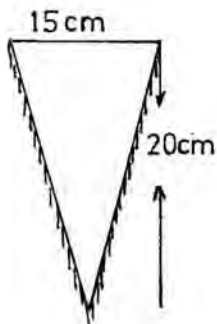
¿Cuál es el área del triángulo rayado?

A= cm²

La mitad

3-27

¿Cuántos cm² de tela gastarás para hacer un banderín de las dimensiones que te señalo en la figura?

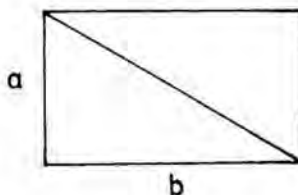


A = $\frac{b \times a}{2}$ = cm²

35 cm²
18 cm²

3-28

El área del triángulo es :

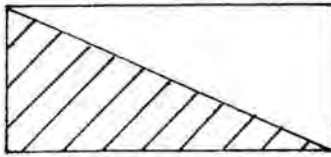


A = $\frac{b \times a}{2}$

A = $\frac{b \times \dots}{2}$

150 cm²

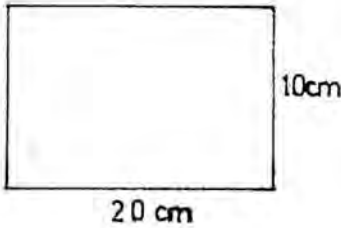
Area triángulo = $\frac{b \times a}{2}$



Divides entre 2 porque el triángulo ocupa la mitad del área del de sus mismas dimensiones.

a

En cuántos triángulos iguales de 10 cm de altura y 20 cm de base podrás dividir este rectángulo de papel?



En triángulos;

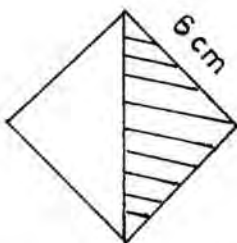
rectángulo

¿Qué figura podrías formar uniendo 2 triángulos rectángulos iguales?

Un

Dos

El área de este cuadrado = $1^2 = 6^2 = 36 \text{ cm}^2$



Dime cuántos cm^2 mide el área del triángulo rayado?

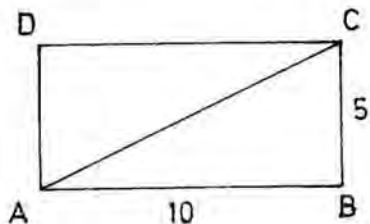
..... cm^2

Cuadrado o rectángulo

El área de este rectángulo es: $b \times a \dots \text{cm}^2$

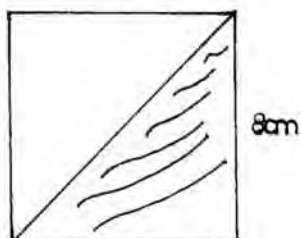
El área del triángulo ABC será la mitad.

Escribe su valor en cm^2



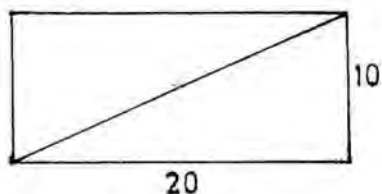
18 cm^2

El área del triángulo rayado mide cm^2

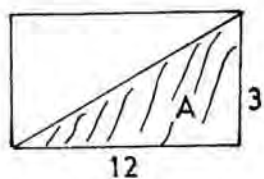


50 cm^2
25 cm^2

Si el área del triángulo mide 100 cm^2 , el área del mide 200 cm^2 .

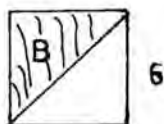


32 cm^2



Area triángulo : $\frac{12 \times 3}{2} = \dots \text{cm}^2$
A)

Area triángulo : $\frac{6 \times \dots}{2} = 18 \text{ cm}^2$
B)

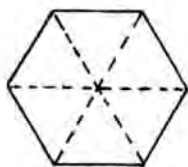


El triángulo A es que el triángulo B

Rectángulo

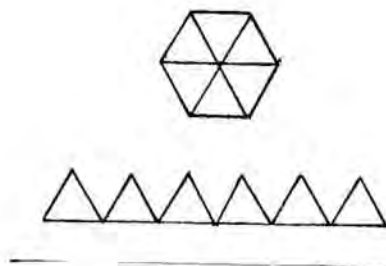
4-1

El exágono regular está compuesto por 6
..... equiláteros.



4-2

Si extiendes el exágono se te forma esta
figura:



la cual consta de
triángulos.

Triángulos

4-3

¿Con cuántos triángulos equiláteros pue-
des formar un exágono?

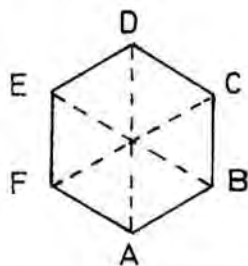
Con

Seis

4-4

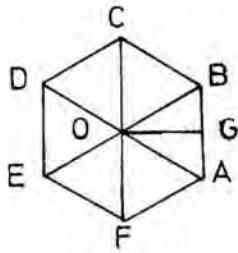
Para calcular el área del exágono
has de buscar dos longitudes per-
pendiculares.

En esta figura no hay dibujada nin-
guna a AB.



Seis

4-5

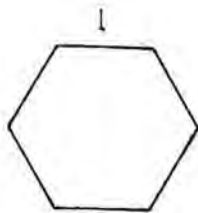


¿Qué línea es la perpendicular al lado AB?

La línea

Perpendicular

4-6



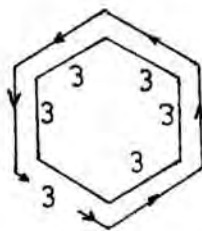
El perímetro del exágono es 6 veces su lado.

$6+6+6+6+6+6 = \dots$ cm

perímetro= \dots cm

00

4-7

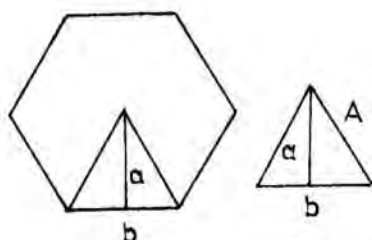


El perímetro de este exágono de 3 cm de lado es cm

Recuerda que el perímetro del exágono es 6 veces el lado.

36 ; 36

4-8



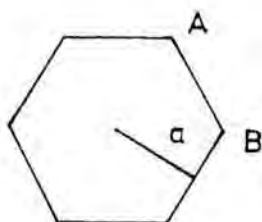
En el triángulo A) las dimensiones perpendiculares son b y a.

¿Cuáles son las líneas perpendiculares del triángulo de la base del exágono?

Son: a y

18 cm

4-9

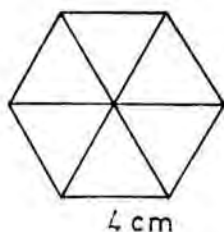


Las dimensiones perpendiculares de los triángulos del exágono se llaman AB : lado
a : apotema

Lado y apotema son las rectas perpendiculares del o de cualquier polígono.

b

4-10

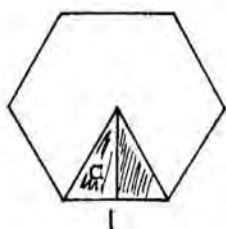


Si consideras dividido el exágono en triángulos, el perímetro del exágono es la suma de las seis bases de los triángulos.

Perímetro= 4 x = cm

exágono

4-11

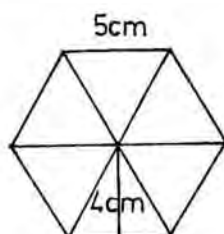


Area triángulo rayado= $\frac{l \times a}{2}$;

Necesitas sumar el área de los triángulos para obtener el área del exágono.

4 x 6 = 24

4-12

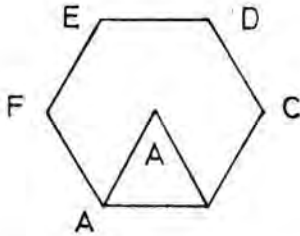


Con estos datos como buenos, suma las 6 bases de los triángulos y multiplícalas por la apotema.

Seis

4-13

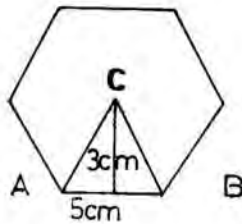
El área del ABCDEF es seis veces mayor que el área del triángulo ABC.



120 cm

4-14

Si estos datos fuesen exactos, halla el área del triángulo ABC.



$$A = \frac{b \times a}{2} = \dots\dots$$

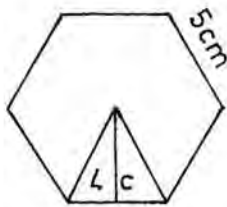
y multiplícala por 6.

Exágono

4-15

Perímetro: $5 \times 6 = 30 \text{ cm}$

Área exágono: $\frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2}$



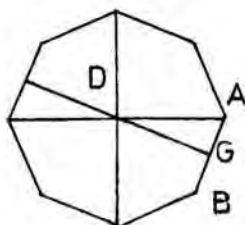
¿Cuál es el área del exágono de la figura?

..... dm^2

7'5 cm^2
45 cm^2

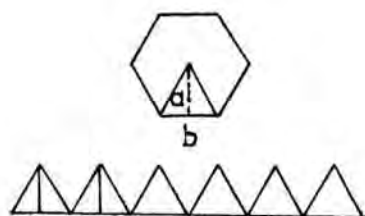
4-16

En este octógono, ¿cuál es la perpendicular a AB?



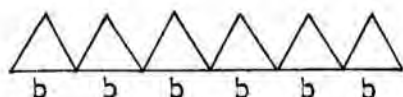
La línea

60 dm^2



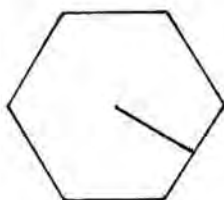
Extendiendo el exágono ves que las rectas perpendiculares son el perímetro y la

OG



El del exágono es la suma de las bases de los seis triángulos que lo forman.

Apotema

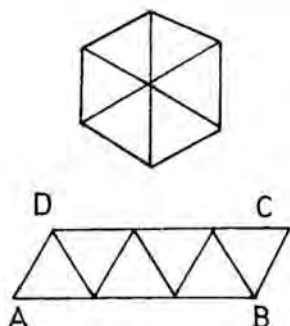


Cada lado del exágono es perpendicular a su apotema.

Luego el perímetro y la son perpendiculares.

Area

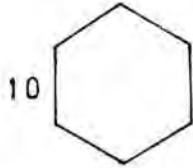
Con los triángulos que forman este exágono se puede componer esta figura:



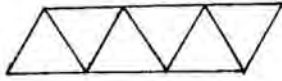
La figura ABCD es un

Apotema

4-21



Si el perímetro del exágono mide 60 cm
¿cuántos cm mide la base del romboide?

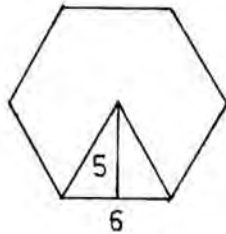


..... cm

romboide

4-22

Si el área del triángulo : $\frac{b \times a}{2} = 15 \text{ cm}^2$



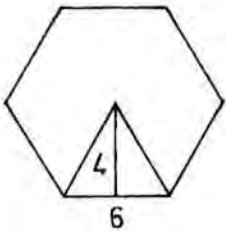
¿cuál será el área del exágono?

..... cm^2

30 cm^2

4-23

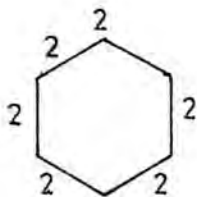
¿Cuál es el perímetro de este exágono?



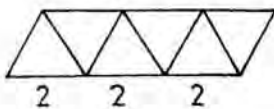
..... cm

90 cm^2

4-24



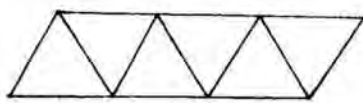
La base del romboide es
la mitad del
del exágono.



36 cm

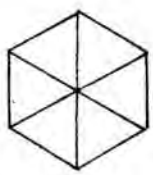
4-25

Copia este romboide y anota una a en la altura del mismo y una b en su base



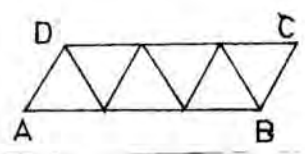
perímetro

4-26

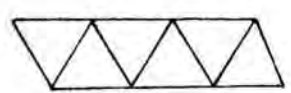


El exágono regular está compuesto de 6 triángulos equiláteros.

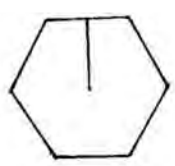
El romboide ABCD tiene, también, triángulos equiláteros.



4-27

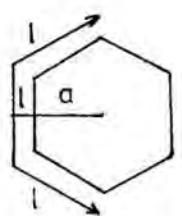


La altura de este romboide es igual a la del

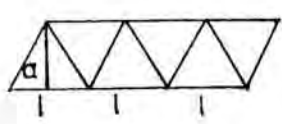


seis

4-28

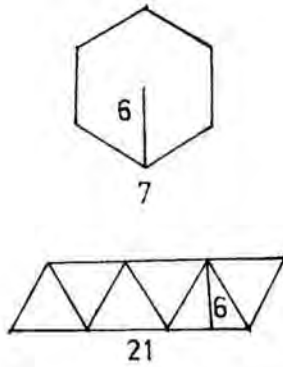


Multiplicando la mitad del perímetro del exágono por la apotema, obtendrás el ... del exágono.



apotema exágono

4-29



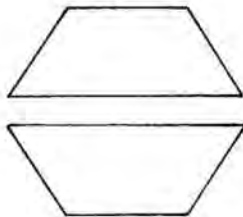
Area exágono : $\frac{42 \times 6}{2} = \dots\dots \text{cm}^2$

Area del romboide : $\dots\dots \text{cm}^2$

¿Qué figura tiene mayor área?

Area

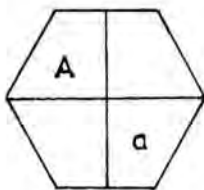
4-30



El se puede descomponer en dos trapecios.

126; 126; los dos la misma.

4-31



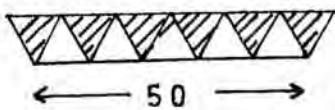
En el trapecio A), la base mayor es dos veces el lado del exágono.

Base menor es una vez el lado del

La altura es la apotema del

exágono

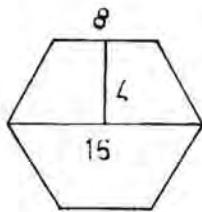
4-32



¿Qué parte del romboide de la figura equi vale al área de un exágono de 50 c m de perímetro?

(Elige entre : la rayada, la blanca, todo junto).

exágono; exágo no

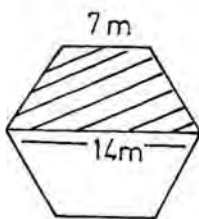


¿Cuál es el área del trapecio?

$$A = \frac{16 + 8}{2} \times 4$$

Por qué número debes multiplicar esta área para obtener la del exágono?

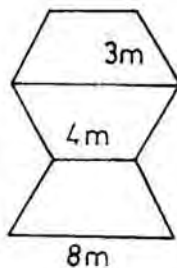
Exágono



Si la base mayor del trapecio rayado es 14 m y su base menor 7 m, ¿cuánto vale el lado del exágono?

..... metros.

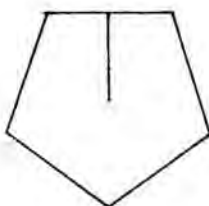
48 cm²; 2



¿Cuál es el área de la figura?

Ten en cuenta que la forman 3 trapecios iguales.

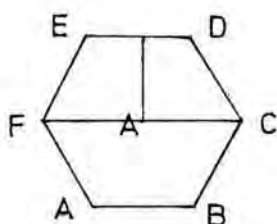
7 cm



El área del exágono u otro polígono regular es la mitad del perímetro por la

54 m²

4-33

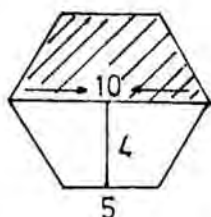


El área del exágono ABCDEF es el doble del área del ABCF.

La rayada o la blanca

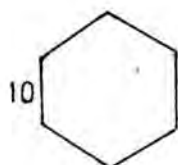
4-34

¿Cuál es el área del trapecio rayado?

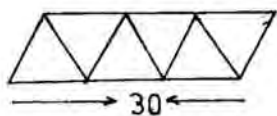


Trapezio

4-35

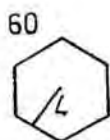


Este exágono de 60 cm de perímetro y este romboide de 30 cm de base están formados por el mismo número de

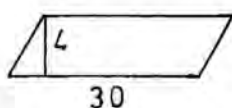


30 cm²

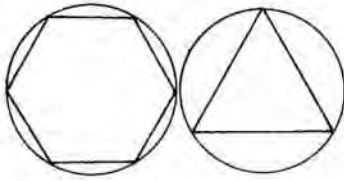
4-36



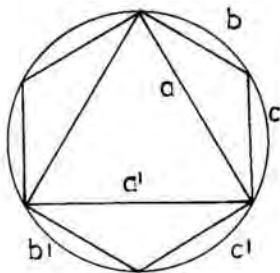
Area del : mitad del perímetro por apotema. O lo que es igual: semi perímetro por apotema.



Triángulos



De estos dos polígonos tiene mayor perímetro el exágono, porque tiene número de lados.

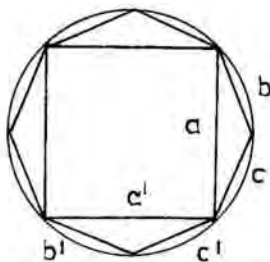


El lado a es menor que la suma de b y c ;

$$a < b + c$$

El lado a' es que la suma de b' y c'

Mayor

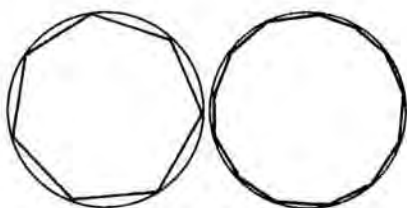


La suma de los lados b y c es mayor que el lado a

$$b + c > a$$

La suma de b' y c' es que el lado a'

Menor



¿Qué polígono tiene mayor perímetro?

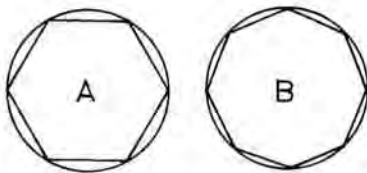
¿El de 7 lados?

¿ El de 13 lados?

Mayor

5-5

El perímetro del polígono se aproxima más a la longitud de la circunferencia que el perímetro del polígono.....



(Coloca A y B en el lugar correspondiente).

El de 13 lados

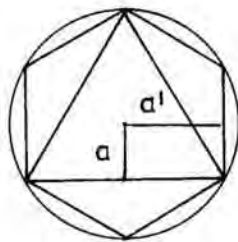
5-6

Como la longitud de la circunferencia es $2\pi r$, el de un polígono de infinito número de lados sería : $2\pi r$.

B ; A

5-7

La apotema a es que la a'.

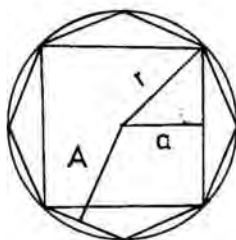


(Escoge entre : mayor, menor, igual).

perímetro

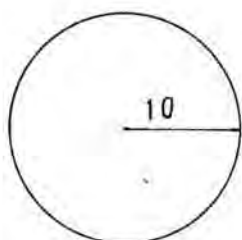
5-8

Coloca en orden de mayor a menor las letras que designan las apotemas y el radio.



- 1º.....
- 2º.....
- 3º.....

menor



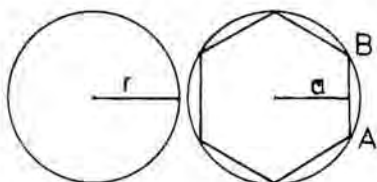
Quando el polígono tenga un número enormemente grande de lados, su apotema se aproximará al valor del radio.

¿Cuánto valdrá la apotema de un polígono de 1.000.000 de lados, inscrito en esta circunferencia?

r; A ; a

Quando en una circunferencia de 10 cm de radio, la apotema de un polígono inscrito en él llegue a valer casi 10 cm, es que ese polígono tiene un númerode lados.

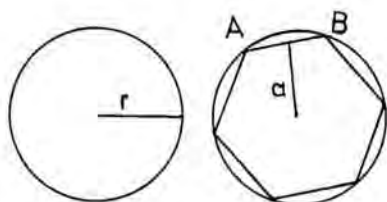
10 cm



Quando el número de lados del polígono es infinito, 1º: la apotema se convierte en un

2º: el perímetro se convierte en longitud de la
.....

infinito

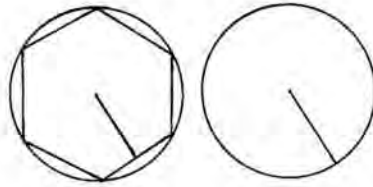


La apotema a es perpendicular a uno de los lados del polígono (AB).

El radio r es a una de las partes del perímetro de la circunferencia.

radio
circunferencia

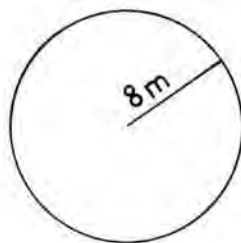
Area del polígono : semiperímetro
por apotema.



Area del círculo: semicircunferencia
por radio.

$\pi r \times r = r^2$
(Completa la fórmula).

Perpendicular



πr^2 significa : $3.14 \times r^2$, o sea 3.14
veces el cuadrado que tiene de lado
un radio.

3 cuadrados + 14 centésimas de ese
mismo cuadrado.
Calcula el área del círculo.

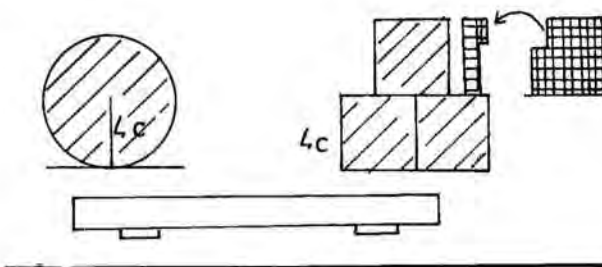
A =

Pi(π)

Si en un platillo de una balanza colo-
camos un círculo y en el otro 3 cua-
drados, cuyo lado sea el radio del cír-
culo, no se equilibrarán los platillos
porque.....14 centésimas.

(Elige entre: faltan, sobran)

200.96 cm²

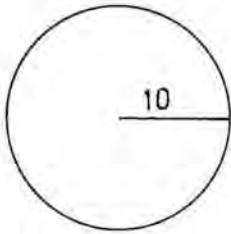


Radio del círculo: 4 cm
Lado del cuadrado: 4 cm

En los dos platillos hay el mis-
mo peso porque el equi-
vale a los 3 cuadrados + 14 cen-
tésimas de cuadrado.

faltan

5-17

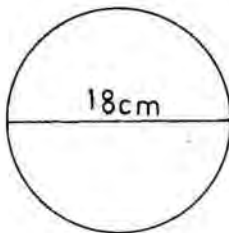


$r = 10 \text{ cm}$
 $\pi = 3,14$
 $\text{Area} = r^2$

Luego área del círculo = $3,14 \times \dots =$
 $= \dots \text{ cm}^2$.

Círculo

5-18



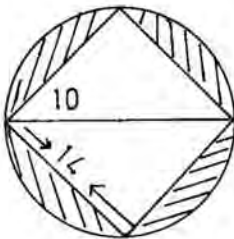
$r = 10 \text{ cm}$
 $\pi = 3,14$
 $\text{Area} = r^2$

Calcula el área de este círculo.

$A = \dots \text{ cm}^2$

$3,14 \times 10^2 = 314$
 cm^2 .

5-19



Suponiendo ciertas las dimensiones de las figuras, calcula el área del cuadrado y la del círculo.

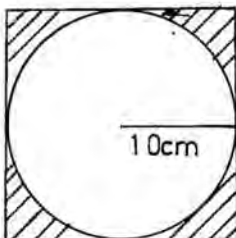
Área del cuadrado : $\dots \text{ cm}^2$

Área del círculo : $\dots \text{ cm}^2$

Es mayor el

$254,34 \text{ cm}^2$

5-20



Área del cuadrado: $\dots \text{ cm}^2$
 Área del círculo : $\dots \text{ cm}^2$

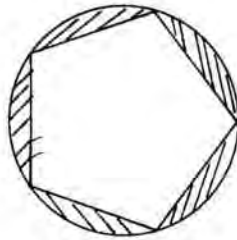
Halla el área de la parte rayada restando del área del cuadrado, la del círculo.

196; 314;
 círculo

5-21

El todo : suma de las partes.

El área de las 5 partes rayadas + el área del = área del círculo.



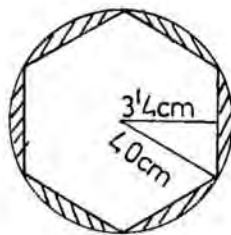
400 cm²; 314 cm²
rayada: 86 cm².

5-22

Area círculo: cm²

Area del exágono: $\frac{p \times a}{2} = \dots\dots \text{cm}^2$

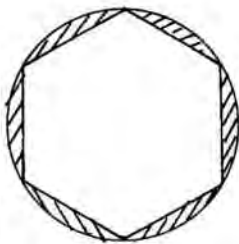
Calcula el área de la parte rayada.



pentágono

5-23

Area de las 6 partes rayadas + área del exágono = área del

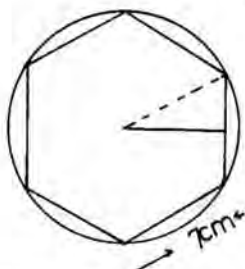


5024 cm²; 4080 cm²
944 cm².

5-24

El lado del exágono=radio del círculo en que está inscrito.
Sabido esto, halla el área del círculo.

A = cm²



Círculo

Datos estadísticos del sistema linear

Test inmediato al sistema lineal. Descripción

Sujetos	Elementos						t	t ²
	1	2	3	4	...	50		
1	+	+	+	+	...	+	50	2500
2	+	+	+	+	...	+	50	2500
3	+	+	+	+	...	+	50	2500
4	+	+	+	+	...	+	50	2500
5	+	+	+	+	...	+	50	2500
6	+	+	-	+	...	+	49	2401
7	+	+	+	+	...	+	49	2401
8	+	+	+	+	...	+	49	2401
9	+	+	+	+	...	+	49	2401
10	+	+	+	+	...	-	48	2304
11	+	+	-	+	...	+	48	2304
12	+	+	+	+	...	-	48	2304
13	+	+	+	-	...	+	48	2304
14	+	+	+	+	...	-	47	2209
15	+	+	+	+	...	+	47	2209
16	+	+	-	-	...	+	47	2209
17	+	+	+	+	...	-	47	2209
18	+	-	-	+	...	+	46	2116
19	+	+	+	-	...	-	46	2116
20	+	+	-	+	...	+	46	2116
21	+	+	+	-	...	-	46	2116
22	+	+	+	-	...	+	45	2025
23	+	+	-	+	...	-	45	2025
24	+	+	+	-	...	+	44	1936
25	+	+	-	-	...	+	44	1936
26	+	-	+	+	...	-	44	1936
27	+	+	+	+	...	-	44	1936
28	+	+	-	+	...	+	43	1849
29	+	+	+	+	...	+	42	1764
30	+	+	+	-	...	-	41	1681
31	+	+	-	+	...	+	41	1681
32	+	+	-	+	...	-	41	1681
33	+	+	+	-	...	+	39	1521
34	+	+	-	+	...	-	38	1444
35	+	+	+	-	...	+	37	1369
36	+	+	-	+	...	-	35	1225
37	+	+	+	+	...	-	35	1225
38	+	+	+	-	...	-	35	1225
39	+	+	-	-	...	-	33	1089

Σt 1736 Σt^2 77868

Sistema lineal. Test inmediatoDatos

$$\sum t = 1736$$

$$\sum t^2 = 77868$$

$$N = 39$$

Media

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum t}{N}$$

$$\bar{x}_1 = \frac{1736}{39} = 44'51$$

Suma de cuadrados o varianza X N

$$\sum x_1^2 = \sum t^2 - \frac{(\sum t)^2}{N}$$

$$\sum x_1^2 = 77868 - \frac{(1736)^2}{39} = 594$$

Varianza de la distribución

$$S^2_1 = \frac{\sum x^2_1}{N-1}$$

$$S^2_1 = \frac{594}{38} = 15'63$$

Varianza de la media

$$S^2_{\bar{x}_1} = \frac{\sum x^2_1}{N-1} : N$$

$$S^2_{\bar{x}_1} = \frac{15'63}{39} = 0'4007$$

Programación del Sistema Intrínseco

El laboriosísimo proceso de programar ramificadamente los cinco conjuntos de las áreas de las figuras geométricas, puede subdividirse en varios puntos o etapas.

Etapas 1.

Se escogieron los temas más adecuados a lo que creíamos una comparación significativa de ambos sistemas - lineal y ramificado-. Los conjuntos escogidos fueron, por orden de avance en el estudio, : Concepto de área, Área del Rectángulo, Área del triángulo, Área de los Polígonos, y Área del Círculo. Una vez delimitados en sus puntos clave, se procedió a la redacción de cada concepto en forma típica del sistema ramificado. Como es: En forma de cuartilla o doble ficha, debidamente numerada y que contenía tres partes fundamentales: a. Alusión a la respuesta del alumno en la ficha anterior.

- b. Presentación de nueva materia, o de materia correctiva en el caso de haber errado en la elección de respuesta, con las correspondientes adiciones de las figuras geométricas.
- c. Presentación de las tres respuestas de elección

múltiple con complemento de la página a donde el alumno deberá dirigirse , en cualquier caso.

Etapa 2

Revisión de las fichas por el director del trabajo, nueva redacción, aportaciones metodológicas y reconstrucción de frases ambiguas, etc.

Etapa 3

Revisión de las fichas por un especialista en Matemáticas (6) que añadió o redujo algunos conceptos repetitivos o tautológicos, además de adecuar el temario de geometría a nuevas directrices de la matemática moderna.

Etapa 4

Presentación del programa a tres alumnos, que en sistema de observación clínica, fueron sometidos al programa. Los resultados obtenidos por la observación directa y personal de la autora del trabajo, sirvieron para modificar algunos rasgos propios de la elaboración de un adulto y que, en contacto directo con el alumnado infantil , son detectados automáticamente (7)

(6) Revisado por Da. Marfa Rúbies, profesora de la Universidad Autónoma de Barcelona.

(7) Los tres alumnos, acuden al Colegio Nacional Luis Vives de Barcelona.

Etapa 5

Redacción definitiva de cada una de las fichas.

Etapa 6

Colaboración con el experto en Dibujo Lineal para la construcción de cada una de las figuras que habfan de complementar gráficamente la redacción de la ficha. La construcción de las figuras fue lenta y laboriosa, debido a imponderables como falta del color como rasgo auxiliar de la intuición, falta de papel impreso con pautas cuadriculadas sobre las que imprimir o impresionar las figuras, etc. Dificultades, todas ellas, de muy difícil superación, y sobre todo de adaptación al sistema de reproducción a ciclostil único sistema al que la autora podría acceder.

La colaboración con el delineante (8) fue estrecha: además del dibujo tuvieron que deducirse, por algoritmo generalmente, los datos que debían constar en las figuras que eran propuestas como ejercicios o problemas a resolver. Este punto alargó aún más el período de elaboración de las figuras.

Una vez dibujada cada figura, debía completarse con la acotación de los datos consiguientes y con las siglas definitivas. Esta operación fue realizada a máquina eléctrica sobre

(8) El colaborador fue Don Francisco Javier Rodríguez Moreno, Perito Químico, y Profesor de la Escuela de Formación Profesional José Antonio Girón, de Barcelona.

la reproducción ya hecha. Estas figuras así completas, eran adosadas a la hoja escrita por la autora para pasar a la reproducción en cliqué electrónico.

Etapa 7

Reproducción al ciclostil de 100 ejemplares de Las áreas de las figuras geométricas, para que pudieran ser experimentadas en 100 alumnos simultáneamente. Posteriormente se procedió a la encuadernación de dichos textos. Cada hoja estaba compuesta de dos fichas, para facilitar el manejo del texto que consta de 113 páginas.

Etapa 8

Diseño de las ramas principales y secundarias de cada uno de los conjuntos. Son los que llamo Esquemas de ramificación, muy útiles a la hora de programar las cadenas en la posterior colaboración de los analistas del Centro de Cálculo.

Etapa 9

Aplicación de la enseñanza en los Colegios anteriormente mencionados.

CONJUNTO I

Este conjunto está compuesto de tres partes:

1. Prueba objetiva inicial: que consta de 10 preguntas, o ítems sobre el concepto que el alumno pueda conocer ya antes de iniciar el aprendizaje de las áreas.

2. Exposición del tema: áreas y concepto de las mismas.

Con un total de 51 fichas explanatorias, redactadas según el sistema intrínseco de Crowder, y en un 30 por ciento de las mismas un final de tres cuestiones de elección múltiple. Las figuras geométricas se combinan con un tipo de figuras representativas de objetos de uso corriente y de diversa forma muy geometrizada, familiar al alumnado de 11 a 13 años.

3. Prueba objetiva final: compuesta de 10 preguntas sobre todo lo que en el proceso anterior aprendió o debió aprender el alumno. De la comparación entre la prueba objetiva inicial y la final surgirán los índices de progreso.

En este conjunto todas las figuras geométricas pertenecen a todas las subdivisiones por ángulo y grados, sin discriminación. Es, por lo tanto, introductorio.

1.-

El metro es una unidad de longitud. El m^2 es una unidad de

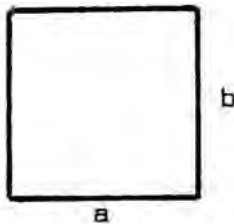
2.-

Medir una superficie es comparar su extensión con una cuadrada.

3.-

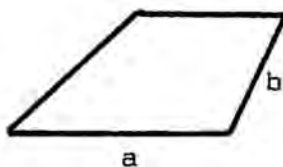
Medir una superficie es averiguar su

4.-



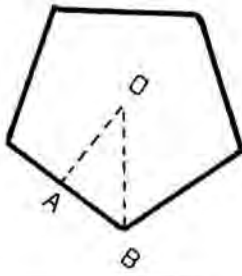
Las dimensiones a y b de este cuadrado son entre sí.

5.-



Las dimensiones a y b de este campo son perpendiculares entre sí. Pero está dibujado en

6.-

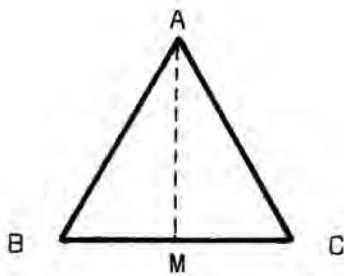


¿Cómo se llama el segmento OA de este polígono?

7.-

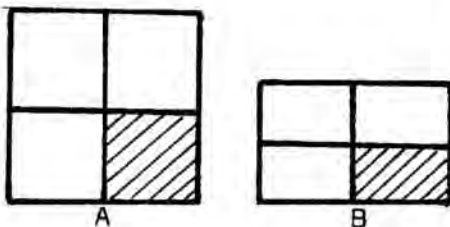
El Dm^2 es una unidad de

8.-



Para averiguar el área de este triángulo debes multiplicar las dimensiones AM y

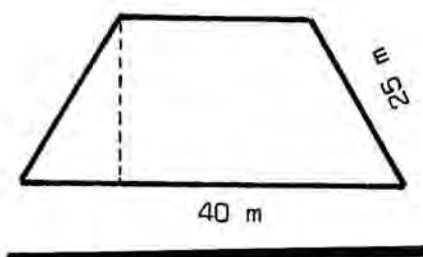
9.-



La figura A está medida con unidades de superficie cuadradas.

La figura B está medida con unidades de superficie

10.-

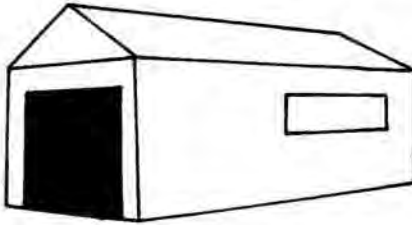


Con estas dimensiones indicadas en el trapecio, ¿se puede conocer el área? ¿Por qué?

Cuando una persona empieza a estudiar GEOMETRIA, puede decirse que ya actúa como persona madura.

- ¿ No exageraremos algo?, te preguntarás.

No es probable. Porque la GEOMETRIA nos dice cómo medir terrenos y superficies y cómo averiguar el espacio que ocupan los cuerpos.



Supongo que te habrás preguntado cómo se construyen los enormes estadios de fútbol, las plazas de toros, los rascacielos, o cómo un carpintero calcula la cantidad de madera que necesita para hacer un mueble, o cómo el pintor sabe la cantidad de pintura necesaria para pintar una habitación.

Todo eso es fácil si se conocen ciertas reglas geométricas y los diversos materiales de construcción.

Por ahora sólo hablaremos de figuras geométricas planas .

Creo y espero que te esforzarás para conseguir un buen resultado de este curso.

Pasa a la página siguiente

Este curso no va a ser un curso corriente. Vas a estudiar y aprender con una modalidad de enseñar inventada hace poco. Es la Enseñanza Ramificada de la Geometría .

Te enseñaré en una página una definición o unos conocimientos de Geometría. Luego te haré una pregunta y deberás responder. ~~Pero~~ ! cuidado!: tu respuesta no la debes inventar sino que deberás escoger solamente una entre las tres que yo te propondré.

Definición o conocimiento
Pregunta
Respuestas a elegir
A
B
C

Si escoges la respuesta A te diré que pases a la página ... (que se te indique)

Si escoges la respuesta B te diré que pases a la página ... (otra)

Si eliges la C pasarás a otras diferentes

Vamos a ver cómo empiezas. PREGUNTO: De las tres respuestas que te propondré ¿cuántas has de elegir cada vez?

- A) Una (Pasa a la página siguiente)
- B) Dos (Vuelve a leer y responde de nuevo)
- C) Tres (Vuelve a leer y responde de nuevo)

En cuanto te explique una lección bastante larga de GEOMETRIA, te haré 10 preguntas para que tu y yo, los dos, veamos lo que has aprendido. Si no has aprendido lo suficiente volverás a repasar las cuestiones dadas. Tu mismo, solo, podrás ir estudiando según tu estilo sin que nadie te de prisa.

Así aprenderás más y mejor. Aunque no es necesario que vayas muy deprisa debes aprovechar el tiempo, sin preocuparte de cómo avanzan los demás. Más tarde, te haré una prueba que será como un resumen de los conceptos aprendidos. De esta manera podré asegurar que esta enseñanza RAMIFICADA es tan buena para los niños españoles como para los extranjeros.

Tu me vas a ayudar. Espero seas un eficaz ayudante en mis investigaciones. ^Pon todo tu empeño y los dos nos ayudaremos.

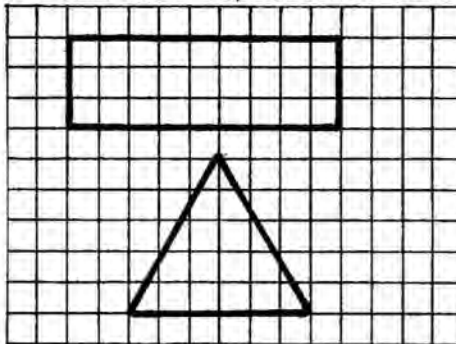
¿A quien vas a ayudar?

- A) A tí solo (vuelve a leer)
- B) A mí solo (vuelve a leer)
- C) A tí y a mí (pasa a la pág.4)

3,5,6

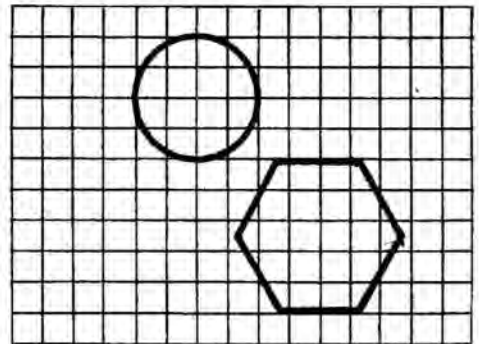
Por ahora te presentaré los elementos geométricos de algunas figuras. ¿Las conoces? Pasaremos rápidamente sobre ellas.

Rectángulo



Triángulo equilátero

Círculo

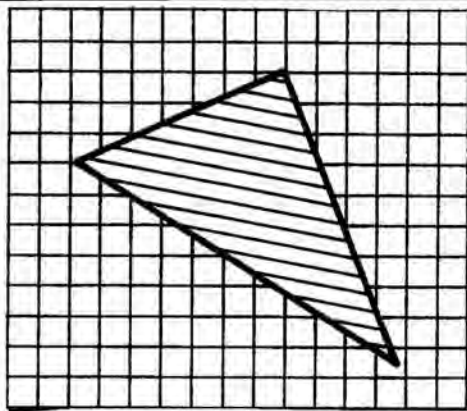


Exágono regular

Luego te explicaré cómo se mide la parte rayada de estas figuras. Esa parte rayada es la superficie de las figuras y la medida de esa superficie se llama área. Sin saber averiguar el área de las figuras geométricas sería imposible la medición rápida de los terrenos, de los muros, de los tejidos, etc:
¿Qué es siempre el área?

- A) La superficie (pág.5)
- B) La medida de cada superficie (pág.7)
- C) La medida de un terreno (pág.6)

4 Tu respuesta : El área es la superficie



Vuelve a leer la pág. anterior. Porque el área no es una superficie sino lo que esa superficie mide. Es decir, el número de veces que contiene a la medida de otra superficie que hemos tomado como unidad.

Así, este papel tiene una superficie, pero su área es lo que mide en cm^2 , por ejemplo.

No hay área sin superficie, pero la superficie puede existir sin ser medida, es decir, sin conocer su área.

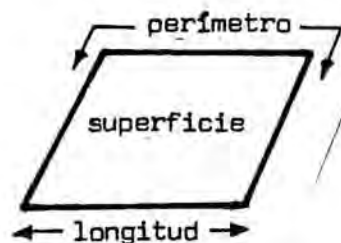
Vuelve a la pág.4 y escoge respuesta más conveniente.

4 Tu respuesta : El área es la medida de un terreno

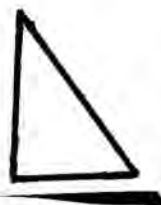
Tu respuesta es cierta pero no es la mejor. Claro que el área de un terreno es la medida de ese terreno. Pero, ¡ojo!, en un terreno pueden medirse también :

la longitud, la anchura, el perímetro, la cantidad de tierra o roca, etc.
 1º: el área es sólo la medida de cada superficie
 2º: no sólo podemos medir superficies de terrenos sino de piezas de tela, muros, lienzos y, en general, todo aquello que ocupe un lugar de dos dimensiones en el espacio.

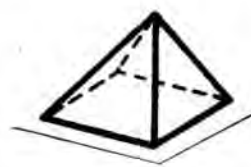
Es decir: todo lo que sea el límite de cualquier cuerpo. Y en el mundo que te rodea hay muchos límites de cuerpos distintos de terrenos ¿no?.



Así pues, vuelve a la página 4 y escoge otra respuesta.

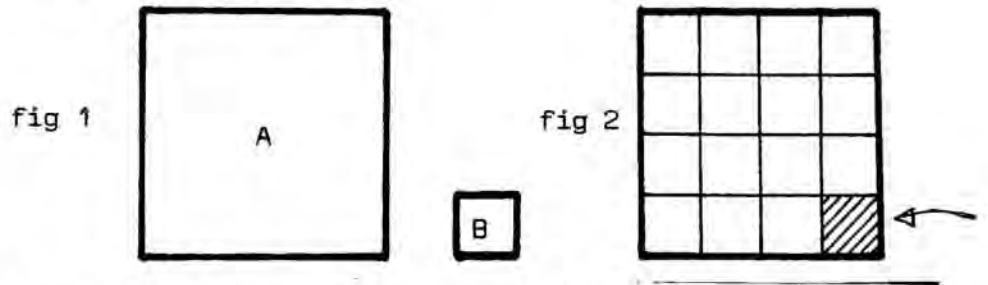


dos dimensiones



3 dimensiones

Correcto.
 ¿Ves estas figuras geométricas?



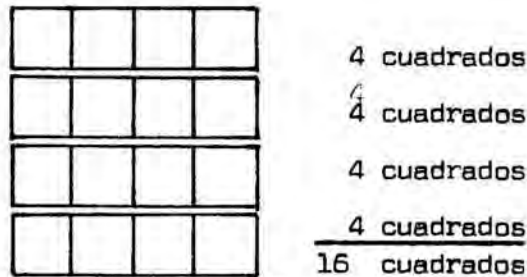
La mayor es un cuadrado y la pequeña también. Imagínate que colocas el cuadrado pequeño - B - sobre el gran cuadrado - A - , tal como te indico en el dibujo nº 2. Pregunto ahora : ¿Cuántas unidades cuadradas iguales a B hay colocadas en el cuadrado A?

Escoge una de las tres respuestas que te presento:

- A) 8 unidades (pag. 8)
- B) 4 unidades (pag. 8)
- C) 16 unidades (pag 10)

7 Tu respuesta: 8 unidades

⚠Cuidado!. NO son 8 sino 16, porque hay 4 filas de 4 cuadrados en cada una. Es decir:

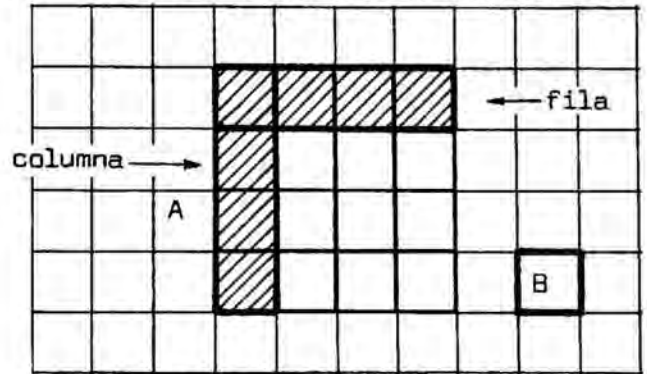


Lo más probable es que hayas confundido $4+4=8$ con $4 \times 4=16$. Se trata de una multiplicación y no de una suma de $4+4$.

Pasa a la página 9 pues puede aclararte mejor este concepto.

7,8 Tu respuesta: 4 unidades

Seguramente no te has fijado bien en la pregunta. Te pregunto :cuadrados iguales a B que deberías colocar unos al lado del otro hasta recubrir totalmente la superficie del cuadrado A .



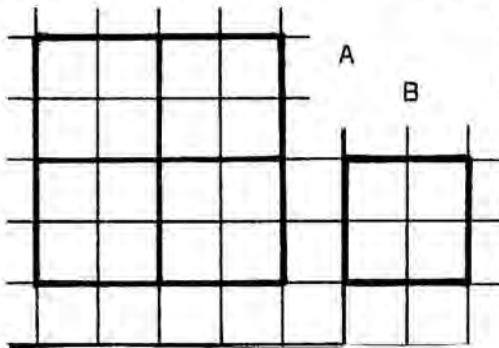
No te pregunto los cuadrados iguales a B que caben en cada fila o en cada columna. Teniendo en cuenta esta observación puedes ya volver a la página 7 y escoger otra respuesta.

¡Animo!

7,12,13 Tu respuesta: 16 unidades.

14

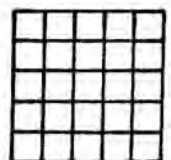
Y es porque no te has limitado a contar las unidades cuadradas pegadas a los cuatro lados del cuadrado A (que serán 12), sino que también has tenido en cuenta las que quedan en la parte interior.

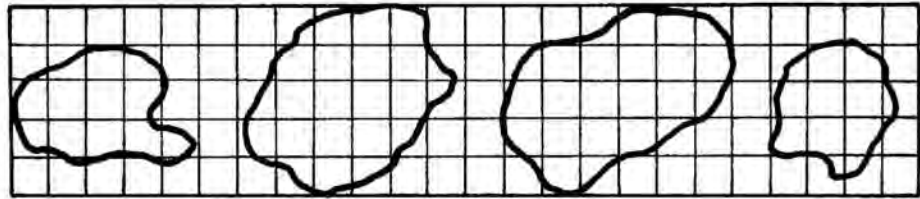
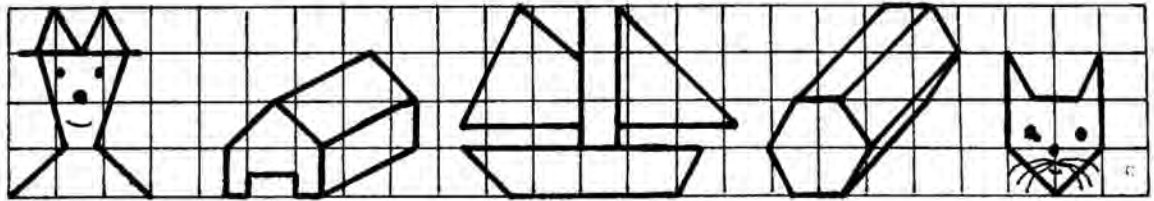


Pasa a otro pequeño problema.

Si colocas el cuadrado B todas las veces posibles sobre el cuadrado A puedes decir que estás comparando con precisión el A con el B . El cuadrado A (tomando como unidad o término de comparación el cuadrado B), es

- A) 2 veces mayor que el cuadrado B (pág. 12)
- B) 3 veces mayor que el cuadrado B (pág. 13)
- C) 4 veces mayor que el cuadrado B (pág. 15)





10 Tu respuesta: El cuadrado A es 2 veces mayor que el B

Es una respuesta equivocada. ¿Por qué? 2 veces mayor significa que A contiene a B 2 veces. Y ya ves que en la figura, que A no contiene sólo 2 veces a B.

Seguramente sólo te has fijado en las columnas -fig.1- o en las filas -fig 2- sin tener en cuenta la totalidad del cuadrado mayor.

Así pues, relee de nuevo la página 10 y escoge otra respuesta que creas más acertada.

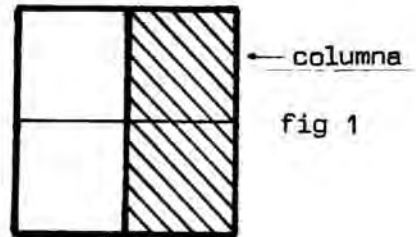


fig 1

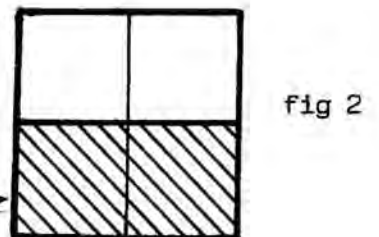
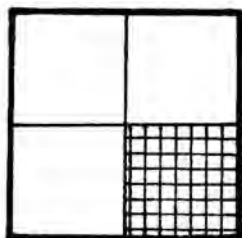


fig 2

10 Tu respuesta: El cuadrado B es 3 veces mayor que el A

Ten cuidado. Has confundido la expresión "tener 3 cuadrados más" con "ser 3 veces mayor".



El cuadrado grande contiene 3 cuadrados más que el pequeño, tomado como unidad.

Pero yo te preguntaba cuántas veces es mayor uno que otro, no cuántas unidades contiene el mayor más que el menor. (fig. 1)

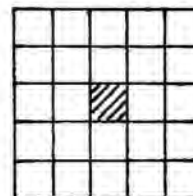
Fíjate en la figura 2: el cuadrado B es



- A) 25 veces mayor que el A (relee la pág.10)
- B) 24 veces mayor que el A (pág. 14)

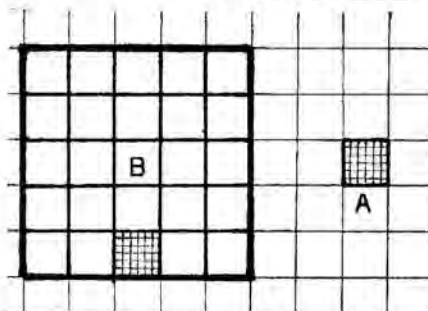
fig 1

fig 2
B



13 Tu respuesta: El cuadrado B es 24 veces mayor que el A

Tu respuesta adolece del mismo defecto que la anterior. O sea que no te pregunto cuántos cuadrados contiene más B que A /- que ya vemos que contiene 24 cuadrados más- sino cuántas veces es mayor B que A.



Supongo que ahora ya tienes más razones para haber comprendido.

Pasa a la página 10 y escoge nuevamente.

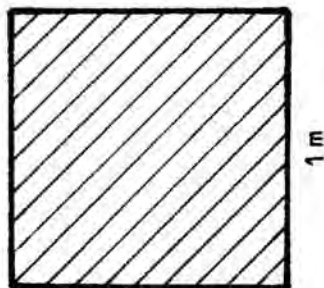
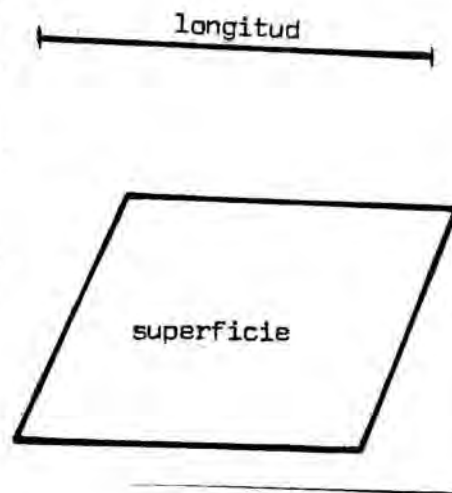
Bien. Veo que estás atento y que puedes seguir adelante sin grandes dificultades. Los anteriores ejercicios eran para que vieres de una manera segura que medir áreas es comparar la medida de una figura con la de otra que tomas como unidad. Recuerda bien esto:

Medir es comparar cantidades de la misma especie tomando una de ellas como unidad.

Toda superficie tiene cierta extensión. El número de unidades que resulta de medir la extensión de una superficie es lo que se llama área de dicha superficie.

Medir el área de una superficie geométrica es comparar la cantidad de superficie de esa figura con el cuadrado que se toma como unidad de superficie. El resultado de medir una superficie es

- A) Una longitud (pág. 16)
- B) Un nº que representa el área (pág 17)



1 m

Esta respuesta no está bien escogida. El resultado no es ni una superficie ni una longitud, pues medir superficies significa comparar una superficie con otra tomada como unidad. De ese modo conocemos el nº de veces que una contiene a la otra.

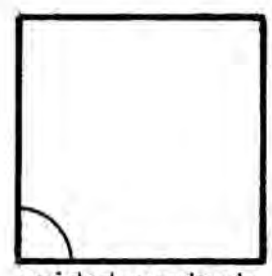
Así pues, el resultado de comparar dos superficies no es otra extensión sino un número.

Vuelve a la página 15 .

15,19
20,31

Tu respuesta: El resultado de comparar superficies es un número que representa el área.

Bien. Vamos a ver cómo se halla el área de las figuras geométricas. La vía más sencilla es llevar la unidad sobre la superficie a medir todas las veces posibles. Pero es lento y dificultoso. Por otra parte, sería poco preciso medir superficies con figuras irregulares en vez de con una unidad cuadrada, porque siempre quedaría algo sin medir.



unidad cuadrada

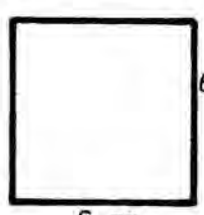
La igualdad de las dimensiones del cuadrado unidad y el ajuste de sus lados y prolongaciones facilita la tarea de medición de superficies.

¿Por qué se utilizan unidades cuadradas para ~~comparar~~ superficies o para medir áreas?

- A) Porque las unidades cuadradas son más estéticas, más bonitas (pag 1
- B) Porque son más fáciles de colocar una al lado de otra (pág. 20)
- C) Porque miden lo mismo de largo que de ancho (pág. 18)

17,24

Tu respuesta: Miden lo mismo de largo que de ancho

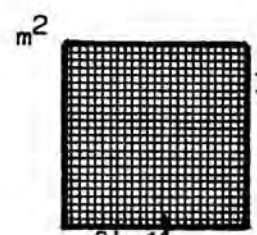


6 cm = a

6 cm
ancho = largo

Muy bien. Lo esencial es que sean medidas cuadradas y no irregulares o circulares, por ejemplo. Pues es preciso que cubran toda la superficie a medir.

Con frecuencia se utiliza como unidad de medida el m² - metro cuadrado - que mide: 1 m de largo
1 m de ancho -fig.1 -



1 m = a

fig 1 1 m = 1 (100 cm)

Fija ahora tu atención en las figuras 1 y 2. Las dos son equivalentes, es decir que tienen igual extensión y que las dos representan el metro cuadrado.

Pero ¿cuál de ellas representa mejor el metro cuadrado que se considera frecuentemente como unidad para medir superficies?

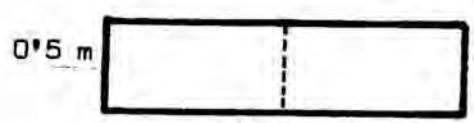
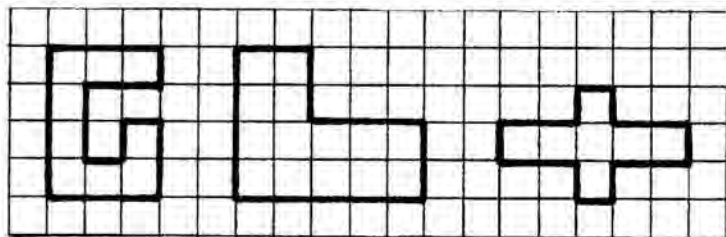


fig 2

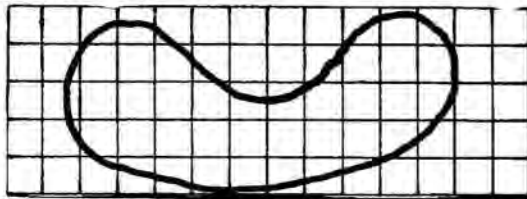
- A) La figura 1 (pág. 21)
- B) La figura 2 (pág. 24)
- C) Las dos figuras por igual (pág 25)

Lo estético, lo bonito no preocupa en GEOMETRIA aunque sí en Arquitectura. En efecto, nadie puede asegurar que algo es dos veces más bonito que una cosa u otra, porque no existe una unidad para medir la belleza de los objetos. Lo bello se estima, se valora, pero no se mide.



Vuelve, pues, a la página 17 y medita tu nueva contestación después de observar las figuras.

En el estudio de la GEOMETRIA es importantísimo pensar el problema o la cuestión que se te propone teniendo las figuras a la vista.



17,50 Tu respuesta: Son más fáciles de colocar unas al lado de las otras.

No es la mejor respuesta. Si tomas como unidad un rectángulo para de terminar las áreas de las figuras, también se podrían colocar perfectamente adosadas unas al lado de las otras. Algunas habitaciones están embaldosadas con piezas rectangulares -fig 1-.

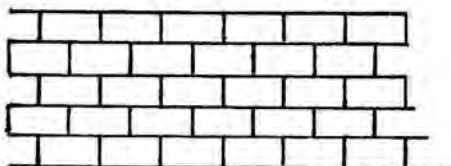


fig 1

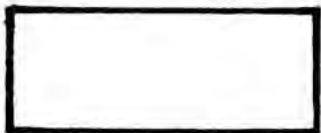
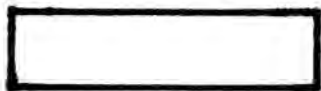


fig 2



Entonces, ¿por qué no se usa el rectángulo como unidad de área? No sólo porque con el mismo perímetro (contorno o borde de la figura) la superficie es la mayor, sino porque no hay que dar a conocer las dos dimensiones diferentes del que sería rectángulo-unidad - fig 2 -.

Como las unidades cuadradas quedan determinadas con el conocimiento de una sola dimensión (la del lado), se han adoptado universalmente como unidades para calcular las áreas.

Pasa, pues, a la página 17

18,22
23.16

Tu respuesta : Se considera la figura 1 como la de m^2 para medir superficies.

Bien, Has sabido averiguarlo.

Porque es la figura que mide lo mismo de ancho que de largo o de base que de altura.

(Antes de continuar, estudia la pág. 22 y luego vuelve a ésta.)

Fíjate en el suelo de la habitación que te presento en la figura 2. Es rectangular y sus lados miden

2 m de anchura

3 m de longitud.

¿Cuánto mide cada uno de los lados de las seis pequeñas figuras que hemos colocado sobre el suelo para medirlo?

- A) 2 metros (pág. 26)
- B) 1 metro (pág. 27)
- C) 4 metros (pág. 28)

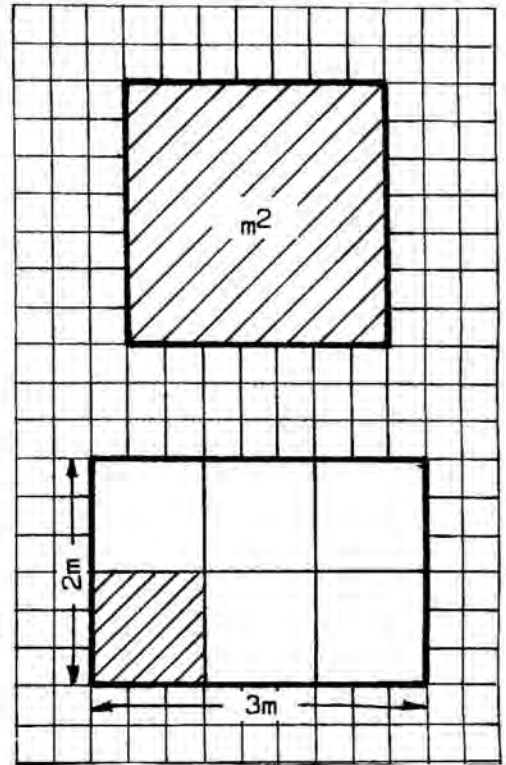
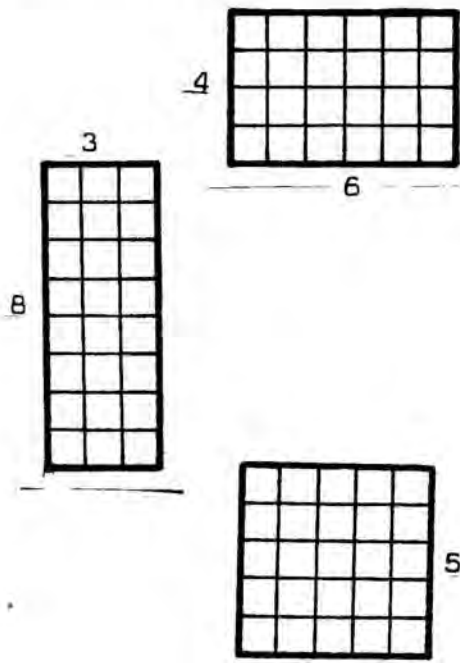


fig 2

21,51 Tu respuesta: La figura 1

Corrrecta tu contestación.



El cuadrado es el cuadrilátero REGULAR porque tiene los lados iguales y los ángulos rectos. Y queda determinado con sólo conocer su lado.

Por eso, aunque otras figuras puedan tener la misma extensión superficial que el CUADRADO (es decir ser equivalentes), se emplea el cuadrado para representar las unidades de superficie.

¿Recuerdas las unidades de superficie del Sistema Métrico Decimal?. Si no es así, pasa a la pág 23. Todas ellas son cuadradas o se representan por cuadrados.

Vuelve a la página 21 .

La unidad principal de superficie es el m^2 (metro cuadrado)

Repasa cuáles son sus múltiplos y submúltiplos.

MULTIPLoS

- $Dm^2 = 100 m^2$
- $Hm^2 = 10000 m^2$
- $Km^2 = 1000000 m^2$

SUBMULTIPLoS

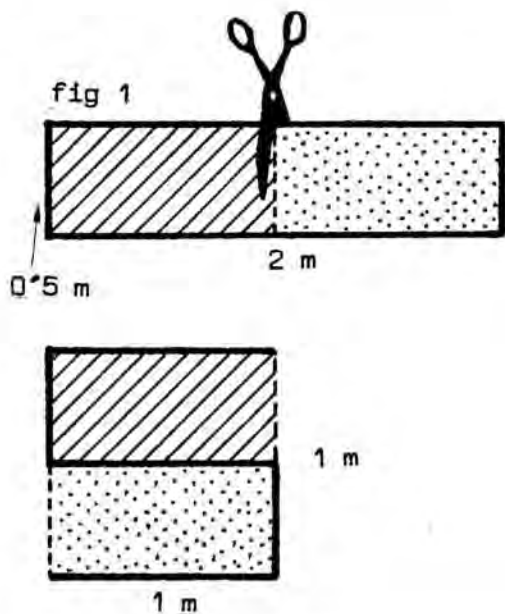
- $dm^2 = 0'01 m^2$
- $cm^2 = 0'0001 m^2$
- $mm^2 = 0'000001 m^2$

Las unidades agrarias son las que suelen usarse para medir la extensión de los campos:

- Hm^2 (Ha) o Hectárea
- Dm^2 (a) o área
- m^2 (ca) o centiárea

Pasa a la página 21

18,25 Tu respuesta: La figura 2



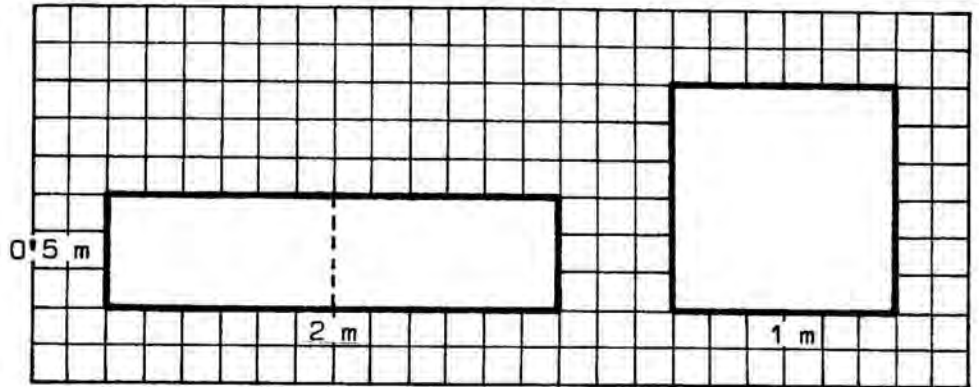
Ha sido errónea. Pues aunque la extensión de la figura 2 sea de una unidad (basta cortarla en dos partes iguales por la línea de puntos para que puedas formar un cuadrado igual al de la fig 1), lo convenido entre los matemáticos de todo el mundo, es tomar como unidad la fig 1 que tiene la misma longitud en lo largo que en lo ancho y por lo tanto la unidad es cuadrada.

Ahora ya puedes comprender que es más fácil decir que una superficie tiene $6 m^2$ de área que decir que una superficie tiene de área 12 rectángulos de 2 m de largo y 0.5 m de ancho.

Sabido esto, vuelve a la página 18

fig 2

18 Tu respuesta: Las dos por igual



No es correcta la contestación.

Pasa a estudiar detenidamente cuanto te digo en la página 24.

21,28 Tu respuesta: 2 metros

No has contestado correctamente. Porque con seguridad no has comprendido la pregunta.

Fíjate: no te pido la anchura del rectángulo (que sí es de 2 m), sino que te pido la longitud de cada una de las dimensiones de las figuras colocadas dentro del rectángulo dado.-fig.1 -.

A lo largo caben 3 figuras y a lo ancho caban 2. Luego esas figuras tienen
1 metro de largo
1 metro de ancho

Lo que equivale a decir que tienen un metro cuadrado o un cuadrado de un metro de lado.

Ahora pasa de nuevo a la página 21:

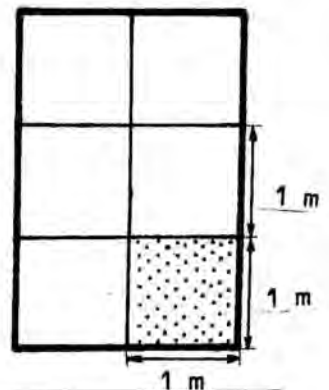


fig 1

21,29 Tu respuesta: Cada pequeño cuadrado mide 1 metro de lado.
30 Es decir 1 m de largo por 1 m de ancho.



fig 1

Es la respuesta acertada. Pero aunque éste es el procedimiento que podría parecer más sencillo para medir superficies, ¿no crees que es algo primitivo? ¿Quién colocaría bien 1 m² al lado de otro para medir grandes extensiones de campos, carreteras, etc? - fig 1 -.

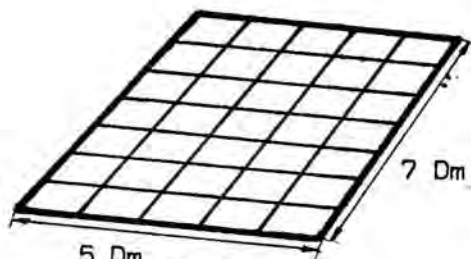


fig 2

Para evitar este cálculo tan primitivo y erróneo empleamos una operación básica que ahorra tiempo y da seguridad.

Fíjate en la figura 2.

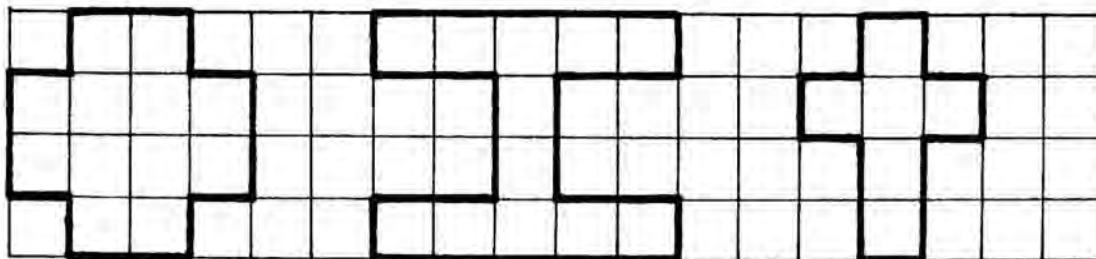
¿Cuál es esa operación aritmética básica más adecuada para el cálculo directo del área?

- A) contar de uno en uno todos los cuadrados (pág. 29)
- B) la multiplicación de las dos dimensiones (pág. 31)
- C) la suma (pág.30)

21 Tu respuesta : 4 metros

Seguramente no has entendido la pregunta

Repásala y verás que no se te pregunta cuál es la longitud de los cuatro lados de una de las seis figuras que recubren el suelo rectangular. Sino que sólo se desea saber la longitud de uno solo de los lados de cada una de esas 6 piezas.



27,30 Tu respuesta: Contar de uno en uno los cuadrados.

Ten cuidado, En los casos en que deben medirse grandes extensiones, sería un procedimiento muy largo y agotador.

Primero habría que colocar 1 cuadrado de 1 m de lado y marcar sobre el suelo la superficie que ocupa. Y así una vez y otra, al mismo tiempo que deberías ir contándolos.

A veces encontrarías obstáculos, como piedras, árboles, espinos, etc.

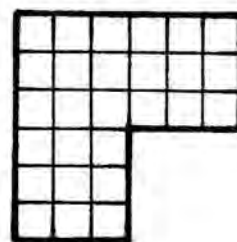
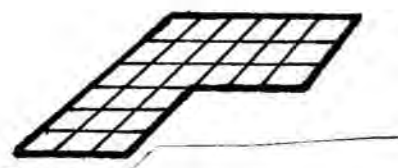


fig 1

Ten presente que la figura formada en el suelo - después de marcar todas las unidades posibles - es una serie de filas de cuadrados -fig 1 -.

Cada una de esas filas contiene el mismo número de cuadrados unidad. Es como si tuvieras que sumar muchas cantidades iguales, como por ejemplo las bolas que hay en un total de 5 bolsas, sabiendo que cada bolsa contiene 7 bolas. ¿No habría otro medio más rápido que ir contándolas de una en una?



Consulta nuevamente la página 27.

27 Tu respuesta : La suma

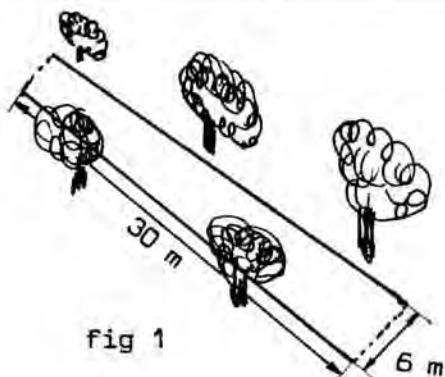


fig 1

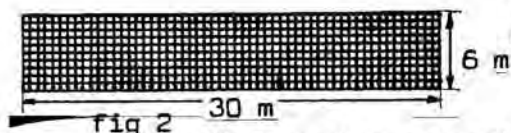


fig 2

Esta solución es posible, pero no aconsejable. Por la lentitud con que habrías de proceder. Piensa, por ejemplo en el tiempo que tardarías en hallar el área de una carretera que hay que asfaltar. ¿Habría que esperar a que la carretera estuviese hecha? ¿Cómo podrías calcular con anticipación el coste del asfaltado?

Lo más correcto es imaginarse que la carretera es un rectángulo del que conoces lo largo y lo ancho - fig 1 - . En lo ancho caben tantos m^2 como m lineales tenga la anchura; en lo largo caben tantos m^2 como m lineales tenga la longitud. -fig 2-.

¿No hay otro procedimiento más rápido que la suma de muchos sumandos iguales para hallar el número de m^2 que hay que asfaltar?

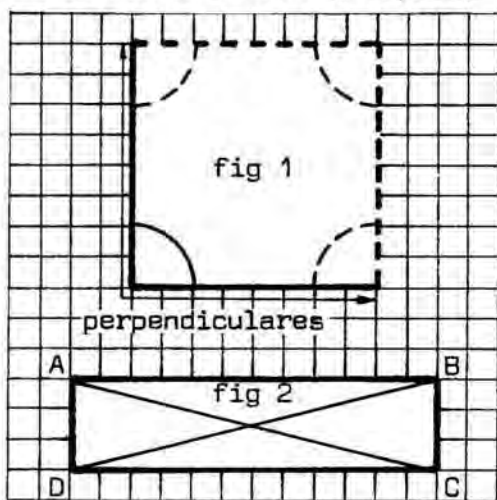
Vuelve a la página 29 y después a la 27.

27,34 Tu respuesta: La multiplicación

35,37

46,50

Te felicito. Has acertado. Es evidente que multiplicando dos dimensiones la medición es más rápida.



Pero para poder averiguar más rápidamente el área de una superficie, siempre hay que multiplicar las medidas de dos segmentos rectilíneos, expresadas en la misma unidad. (Recuerda que las unidades cuadradas tienen igual magnitud de largo que de ancho. (Estudia la página 17).

Y otra condición: es necesario que estos dos segmentos sean perpendiculares entre sí. Porque las unidades cuadradas están formadas por cuatro lados perpendiculares, que forman entre sí 4 ángulos rectos. (Estudia la página 32 y siguientes).

En el rectángulo de la figura 2, ¿cuáles son las dos líneas perpendiculares entre sí?

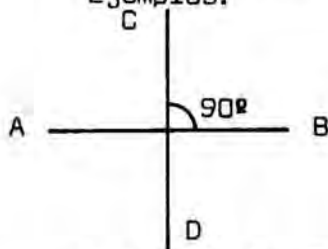
- A) AC y BD (pág. 35)
- B) DC y BC (pág. 38)
- C) AB y DC (pág. 37)

31

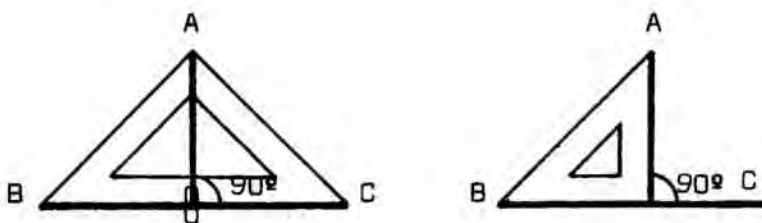
Las rectas de un plano pueden ser perpendiculares, paralelas, oblicuas.

Son perpendiculares cuando forman entre sí un ángulo recto (90°).

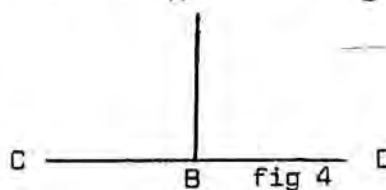
Ejemplos:



La vertical AB y la horizontal CD son rectas perpendiculares - fig 4 -.

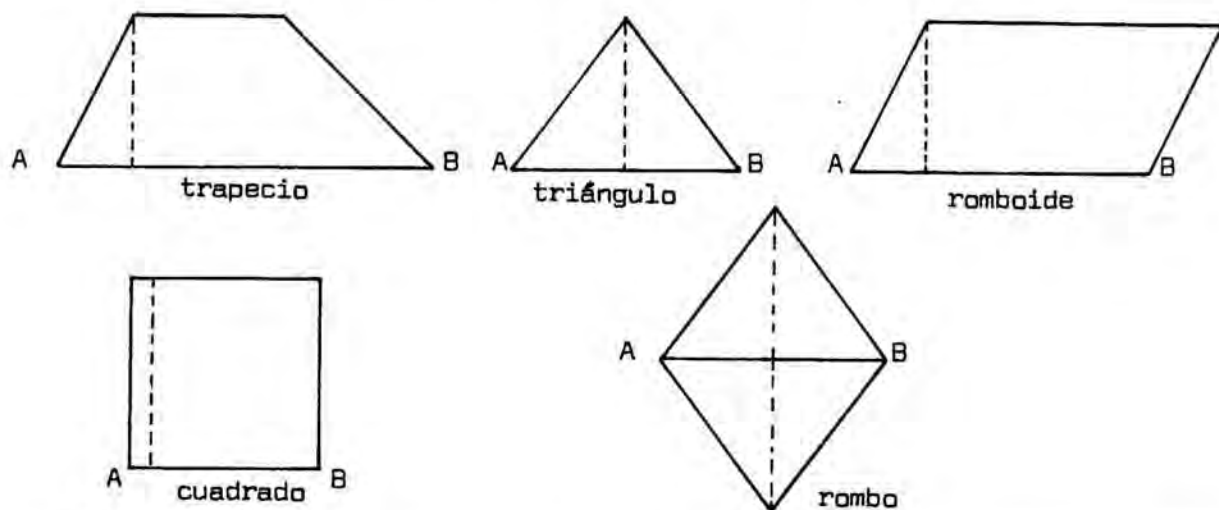


y la horizontal CD son rectas perpendiculares - fig 4 -.



Pasa a la página 33

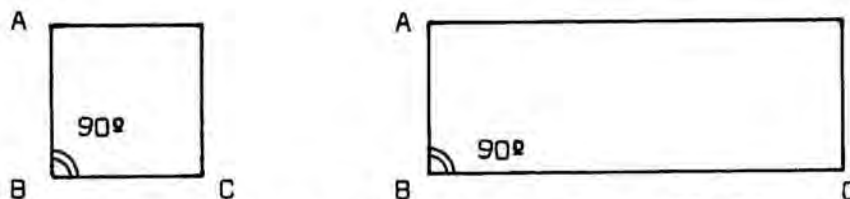
En las figuras geométricas que siguen a continuación, las líneas verticales, discontinuas, son perpendiculares a las líneas base (AB).



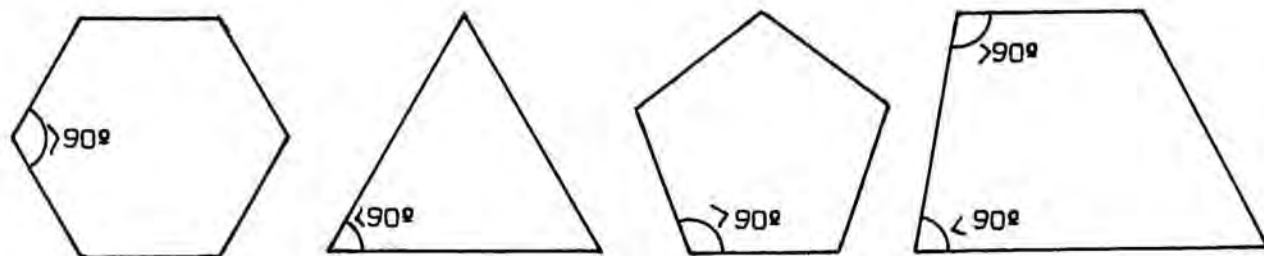
Sólo en el cuadrado y en el rombo estos pares de perpendiculares coinciden con las dimensiones largo y ancho que hay que multiplicar para averiguar el área.

Pasa a la página 34.

Dos lados consecutivos en una figura geométrica de dos dimensiones no siempre son perpendiculares, exceptuando los del cuadrado y los del rectángulo y algún otro caso particular.



AB y BC son lados consecutivos. Forman, como ves, un ángulo de 90° entre ellos. En las demás figuras nunca se da este caso. Esta afirmación la encontrarás más ampliamente explicada y razonada en la página 42.



Vuelve a la página 31.

31,37 Tu respuesta: La AC y la BD

No es correcta tu respuesta.

Los únicos cuadriláteros que tienen las diagonales perpendiculares son el cuadrado y el rombo. Es decir, los cuadriláteros que son equiláteros o que tienen iguales los lados. Puedes verlos ejemplificados en la página 33.

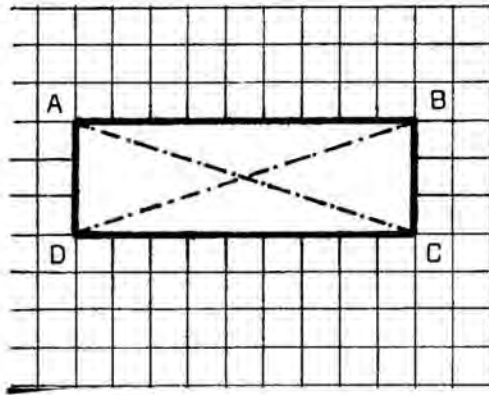
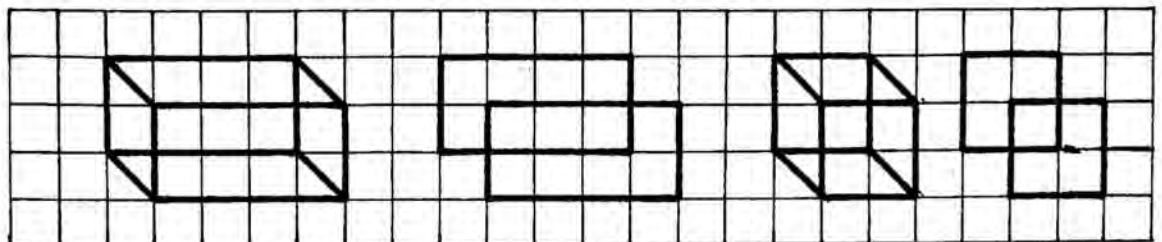
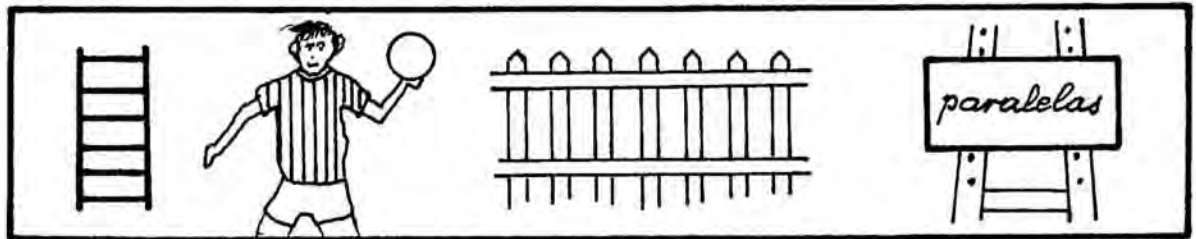


fig 1

Como el caso que estudias es el del rectángulo, sus diagonales AC y BD no pueden ser perpendiculares - fig 1 -.

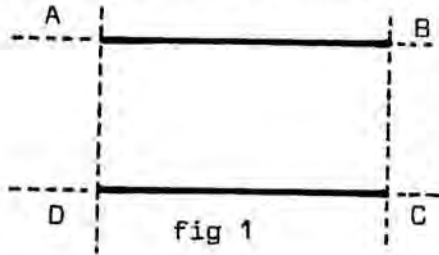
Consulta de nuevo la página 31. Si deseas ver nuevos ejemplos pasa a la página siguiente -36- en la que presento variadas figuras.

Líneas paralelas y perpendiculares

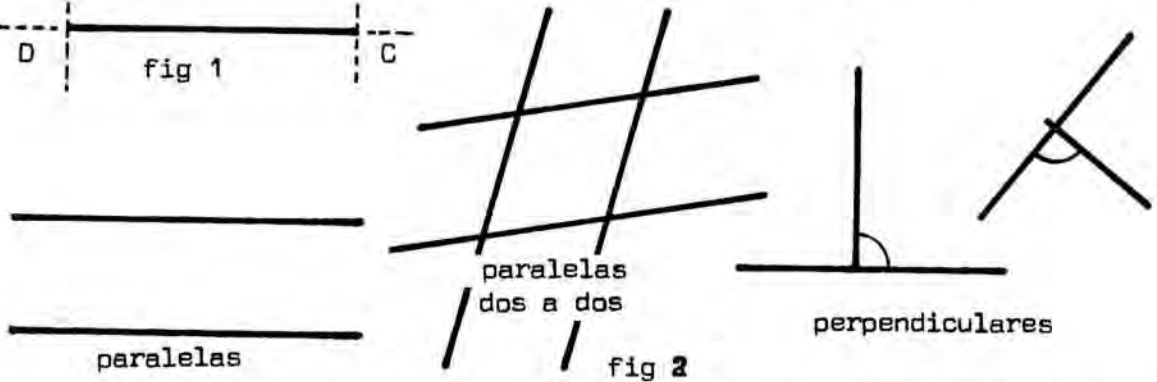


Respuesta incorrecta.

Puesto que AB y DC son dos lados opuestos del rectángulo y ,por definición, son dos segmentos paralelos y no perpendiculares - fig 1 -.



Procura no confundir la perpendicularidad con el paralelismo - fig 2 - .



Si quieres ampliar consulta la página 35.

Después pasa a la página 31.

31,41 Tu respuesta: Las líneas DC y BC son las perpendiculares entre sí.

Por lo tanto sus longitudes, expresadas en la misma unidad, serían las que debes multiplicar para averiguar el área.-fig 1-

Ahora fijate en el pentágono regular de la figura 2. En él están dibujados los lados y la apotema (OM). Estudia bien la figura, recuerda la perpendicularidad y responde pausadamente a lo que te pregunto:

¿Qué dimensiones rectilíneas comenzarías multiplicando en el caso de querer averiguar el área de este pentágono? -fig 2 -.

- A) La DE y la EA (pág. 41)
- B) La BC y la ED (pág. 40)
- C) La OM y la AB (pág. 39)

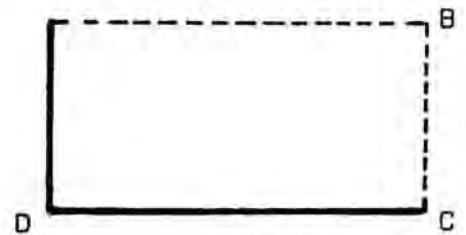
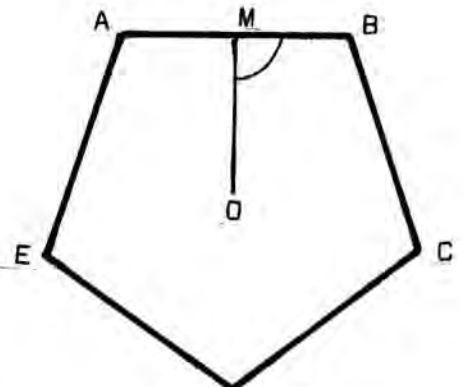


fig 1



D fig 2

38,40
43

Tu respuesta: Las dos únicas longitudes que comenzaría a multiplicar son la OM y la AB - fig 1 -, porque son las perpendiculares.

Bien. Más tarde, cuando te explique los polígonos, ya lo verás más claro. Por ahora basta con que te des cuenta exacta de que deben ser perpendiculares para resolverlo por geometría.

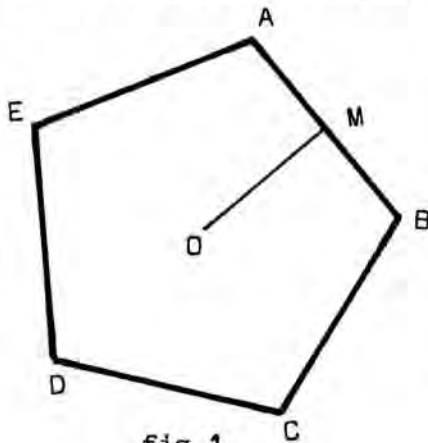


fig 1

Te he dibujado un rectángulo - fig 2 - y en sus respectivos lados y diagonal he acotado unas dimensiones expresadas en metros. Puedes imaginar que representa el suelo de una habitación que tiene

- 3 m de ancho
- 4 m de largo
- 5 m de diagonal

¿Qué valor, entre estos tres, es el que no debes multiplicar en el caso que desees averiguar el área de esa superficie del suelo?

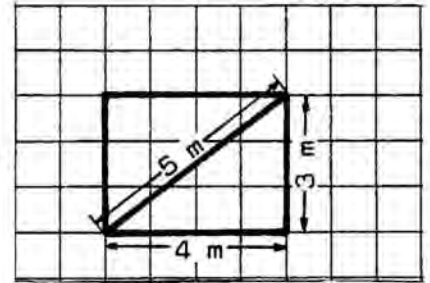


fig 2

- A) 4 m (pág. 43)
- B) 5 m (pág. 44)
- C) 3 m (pág. 45)

38

Tu respuesta: La BC y la ED

No es buena esta respuesta. Fíjate bien en la dirección de estos segmentos y verás que, prolongándolos, se cortan en el punto H, de tal manera que forman un ángulo menor de 90°. Lo cual significa que BC y ED no son perpendiculares - fig 1 -.

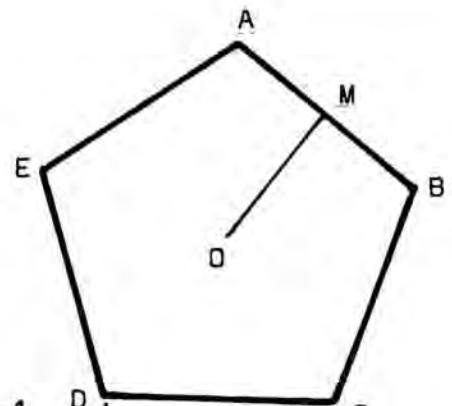


fig 1

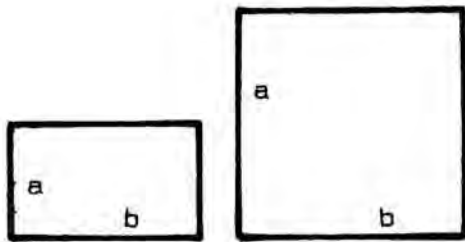
Vuelve a la página 39.



38,42
51

Tu respuesta: La ED y la EA

No es correcta.



a y b : lados consecutivos

fig 1

Dos lados consecutivos de un polígono regular no pueden ser perpendiculares más que en el caso del cuadrado o el rectángulo. - fig 1 -. Ni en el pentágono ni en otro polígono regular dos lados consecutivos pueden ser perpendiculares.

Para comprobar esta verdad se calcula el valor de un ángulo del polígono regular de 5 lados. (fig 2)

$$E = \frac{180^\circ \times (5 - 2)}{5} = \frac{540^\circ}{5} = 108^\circ$$

(Si no comprendes esta fórmula o no la recuerdas pasa a la página 42)

Luego EA y ED forman un ángulo mayor de 90° y por tanto no hay perpendicularidad entre AE y ED.

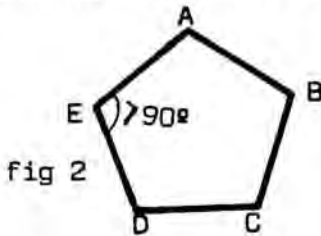


fig 2

Vuelve a considerar cuanto te digo en la página 38

41

Esta figura es un pentágono (5 lados).

-fig 1 -.Uniendo el vértice A con los demás he podido construir un máximo de 3 triángulos en su interior: el ABC, el ACD y el ADE. Como cada triángulo suma 180 ° entre sus tres ángulos, resulta que la suma de los ángulos de un polígono es igual a tantas veces 2 rectos (180°) como lados tiene menos 2.

$$O \text{ sea : } 180^\circ \times (n - 2)$$

siendo n el nº de lados del polígono. En el pentágono regular - fig 2 -, es:

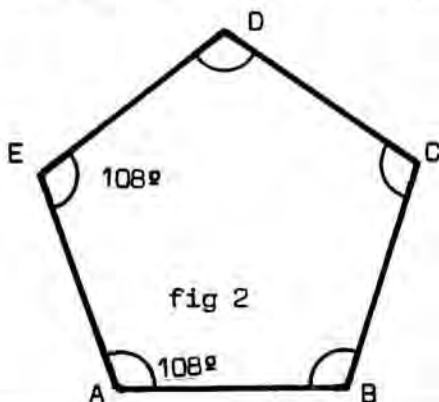


fig 2

$$180^\circ \times (5 - 2) = 180^\circ \times 3 = 540^\circ$$

Todos los ángulos del pentágono miden 540°. Un solo ángulo $\frac{540^\circ}{5} = 108^\circ$

¿Comprendes ahora el anterior razonamiento? Pues vuelve a la página anterior -41-.

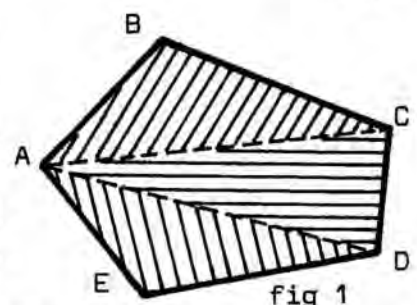
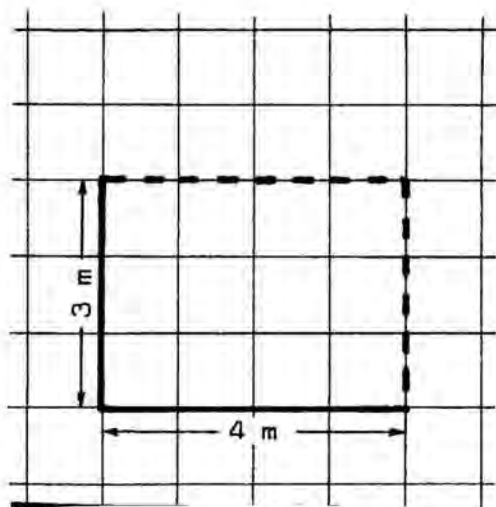


fig 1

39,45

Tu respuesta: 4 metros.

No es correcta.



Pues para hallar el área hay que multiplicar la longitud de dos dimensiones o segmentos perpendiculares - fig 1 -, que en este caso son lo largo : 4 m y y lo ancho : 3 m del rectángulo.

fig 1

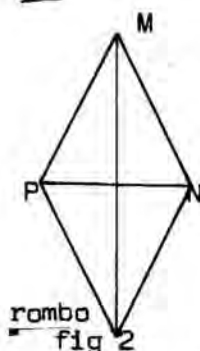
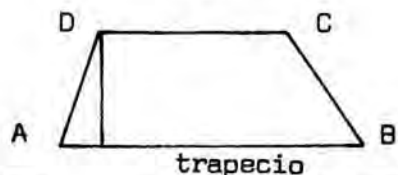
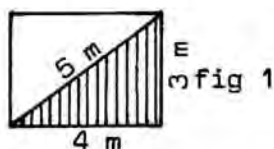
Vuelve a la página 39 y , después de pensar su contenido, busca la respuesta correcta.

39,46

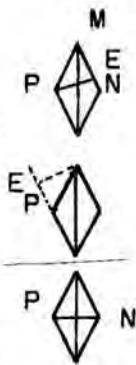
Tu respuesta: 5 metros.

47

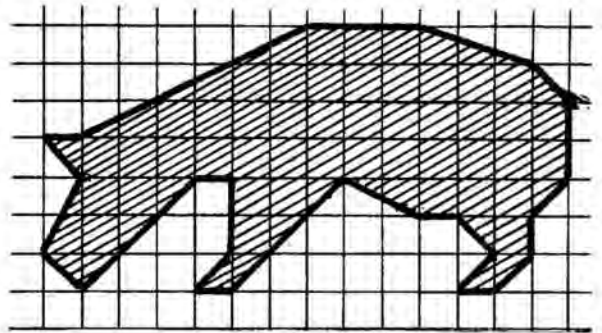
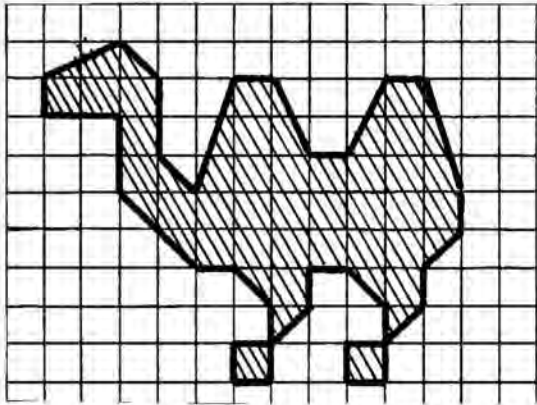
Exacto. Vas muy bien. Supongo que has dado esta respuesta porque has visto que la diagonal es un segmento no perpendicular a ninguna de las otras dos dimensiones. Sigue adelante, pues, y ánimo.



- A)
- B)
- C)



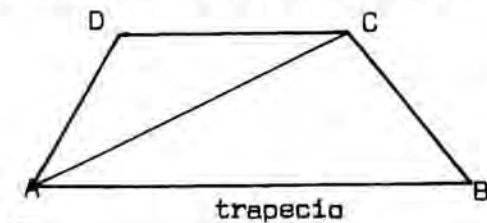
- (pág. 46)
- (pág. 47)
- (pág. 47)
- (pág. 48)



Pasa a la página 43.

44,47 Tu respuesta: el par A

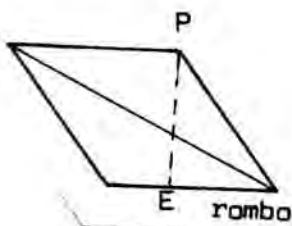
No es correcta esta solución que has elegido puesto que AC no es perpendicular a las bases DC y AB. Es una diagonal del trapecio.



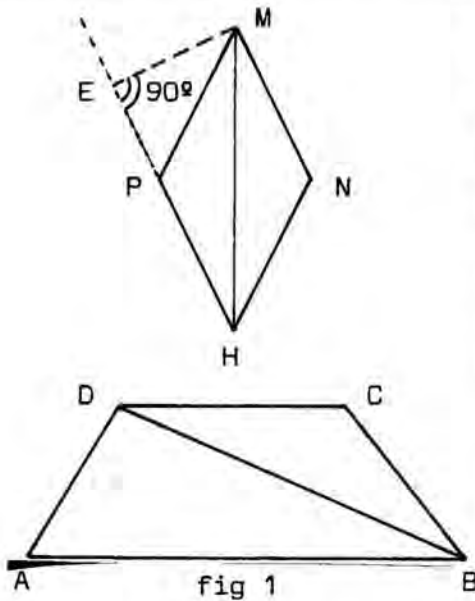
Recordarás que , para hallar el área de una figura, en unidades cuadradas, las dimensiones deben ser perpendiculares - consulta la página 31-.

La dimensión PE del rombo - fig 1 - sí puede servirte para hallar el área (aunque aplicando la fórmula del paralelogramo - fig 2 - en vez de obtenerla como el semiproducto de las diagonales del rombo, Más adelante lo estudiarás detenidamente).

fig 1



Busca en la página 44 una solución correcta para las dos figuras a la vez .



Este par de figuras que has elegido como solución - fig 1 - se compone de un rombo en el que está marcada la dimensión ME perpendicular a la base HP de dicho rombo. Es decir que el producto de las longitudes HM y ME podría darte el área del rombo.

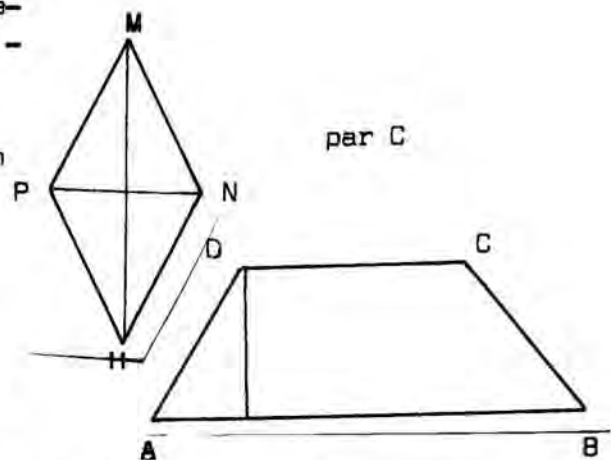
Pero tu respuesta no está bien elegida en lo que se refiere al trapecio, pues DB es una de sus diagonales y corta oblicuamente a las bases DC y AB.

Y ya sabes que para hallar el área hay que multiplicar longitudes perpendiculares, no oblicuas.

Puedes ampliar lo que digo, en la página 46 antes de volver a la 44.

Muy bien pensada, desde luego. Así pues, resumiendo, para calcular la medida de la superficie de las figuras planas se precisan estas condiciones :

1. Perpendicularidad de los segmentos en los que se toman las dimensiones.
2. Multiplicación de estas cantidades lineales.
3. Que las dimensiones vengan dadas en la misma unidad de medida.



¿Qué puede calcularse en GEOMETRIA con estas tres condiciones?

- A) el área de las figuras planas (pág. 49)
 B) sus ángulos (pág 50)
 C) sus perímetros (p'ag. 51)

Has acertado.
Por ahora el concepto de área lo has entendido bien

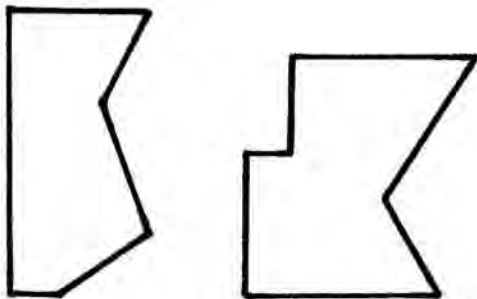
Voy a enseñarte cómo se averigua el área del rectángulo y harás varios ejercicios sobre este tema.

Pero ¿ recuerdas que después de estudiar cada concepto y antes de pasar al otro debes realizar una prueba de 10 preguntas?

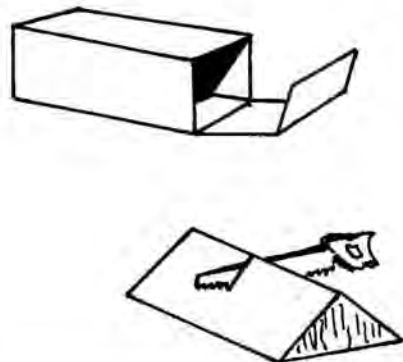
Repasa lo aprendido para que puedas responder a la prueba o test.

No has acertado.Seguro que no has leído detenidamente la página 48.

En ella te expongo las condiciones necesarias para el cálculo de las áreas de las figuras planas.Insiste en su lectura y elige otra respuesta -página 48 -.Si no puedes elegir contestación debidamente razonada pasa a la página 20 y siguientes y a la página 31 y siguientes. Te sentirás más seguro.



figuras planas



figuras de tres dimensiones

Tu respuesta: Su perímetro.

No es correcta tu contestación. Las dimensiones perpendiculares no sirven, en general, para calcular el perímetro. (Únicamente en el caso del cuadrado y del rectángulo).

Por definición dos lados consecutivos forman ángulo recto y son por tanto perpendiculares - fig 1 -.

Pero, aún en estos casos, para calcular el perímetro no se puede multiplicar, sino sumar lo largo y lo ancho y tomar el doble del total hallado.

El perímetro se expresa en unidades lineales (m, dm, Dm) mientras que el área se expresa en Unidades de superficie.

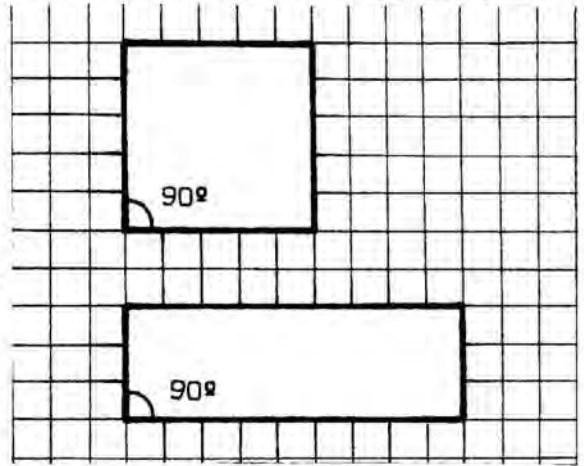


fig 1

Si después de repasar la página 48 no te orientas totalmente, debes consultar las páginas 22 y la 41.

Después pasa a la página 48.

1.-

Comparar una cantidad con su unidad es

2.-

Al resultado de comparar la extensión de una superficie con la unidad cuadrada se le llama

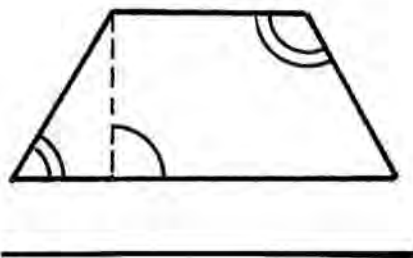
3.-

¿Cuál es el modo más sencillo - aunque agotador y erróneo - para medir superficies?

4.-

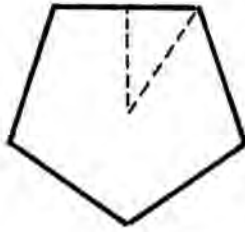
¿Cuál es la operación aritmética elemental que se utiliza para averiguar las áreas?

5.-



Esta operación aritmética elemental se realiza con las longitudes de dos segmentos rectilíneos. Pero esos segmentos que se miden deben formar entre sí un ángulo de grados.

6.-



¿Cuáles son los nombres de los segmentos que se miden para hallar el área del pentágono regular?

7.-

Señala en la figura de la hoja de respuestas las líneas perpendiculares a multiplicar en el triángulo, en el rectángulo y en el círculo.

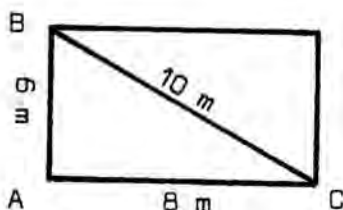
8.-

Señala en las figuras de la hoja de respuestas las líneas que forman ángulos de 90° en el trapecio y en el rombo.

9.-

Por regla general ¿qué unidad cuadrada utilizamos más frecuentemente los españoles para medir superficies?

10.-



¿Qué dimensiones debes multiplicar para averiguar el área del triángulo rectángulo BAC?

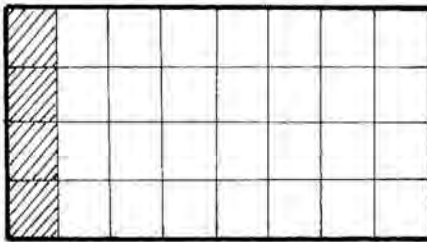
CONJUNTO II

Está dedicado a la enseñanza del área del rectángulo.

Como el anterior está presentado en tres partes:

1. Prueba Objetiva Inicial: Compuesta de 10 ítems que tratan de detectar el nivel de conocimientos poseído por el alumno antes de estudiar el conjunto II.
2. Presentación de la temática: Área del rectángulo. Con figuras geométricas de rectángulos y de figuras contrastables, como triángulos, tes, y otras de cierta familiaridad con el alumno.
3. Prueba objetiva Final: Compuesta también de 10 ítems que, debidamente controlados, nos darán una serie de datos para la comparación con la Prueba Inicial y con el sistema Linear.

1.-



Di cuántos cm^2 componen el área de este rectángulo, suponiendo que entre cada dos líneas paralelas hay un centímetro lineal.

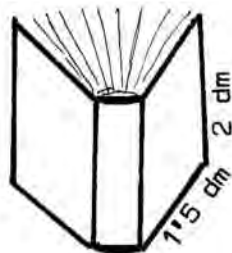
2.-

Las unidades que se multiplican para obtener el área de una figura geométrica, en nuestro caso la del rectángulo, deben estar expresadas en cantidades de la misma ¿Por qué?

3.-

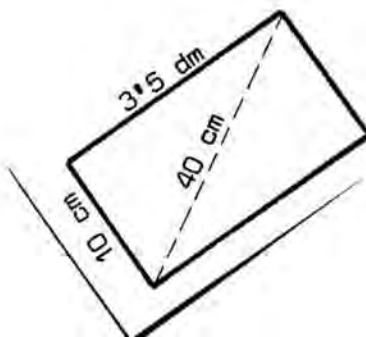
Escribe abreviadamente la fórmula del área del rectángulo.

4.-



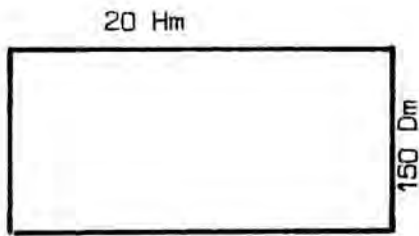
¿Cuánto papel necesitarás para forrar 100 libros iguales al de la figura? Di el resultado en m^2 . (No se cuenta el papel destinado a dobleces interiores ni el del lomo).

5.-



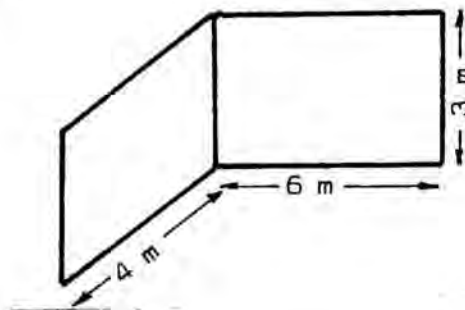
Con los datos del grabado averigua el área del rectángulo. La figura está en posición oblicua.

6.-



¿Cuántos kilogramos de abono se precisan para abonar todo el campo de la figura, a razón de 3 Kgs por m^2 ?

7.-



¿Cuántos m^2 de papel se precisan para empapelar una habitación cuadrangular de estas dimensiones?

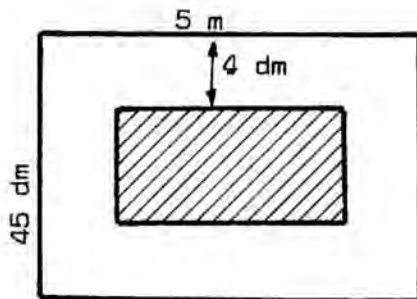
largo: 6 m

ancho: 4 m

alto : 3 m

Es evidente que se exceptúa el techo.

8.-

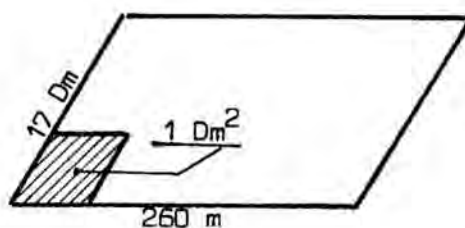


Averigua el área de una alfombra colocada en el centro de una habitación de 5 m de larga y 45 dm de ancha, si en todo el contorno de la habitación queda un espacio de 4 dm de anchura sin alfombrar. El resultado en m^2 .

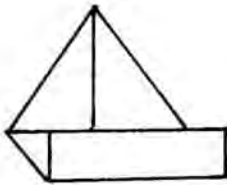
9.-

Sabiendo que una pista rectangular mide 80 Dm^2 de área y 30 m de anchura, ¿cuál es su longitud? Tu mismo debes dibujar la figura para resolver el problema con más facilidad.

10.-



¿Cuánto vale una finca rectangular de 260 m de larga por 17 Dm de ancha a razón de 20.000 pesetas el Dm^2 ?



Ahora ya sabes claramente lo que es medir superficies. Por eso voy a enseñarte el modo de averiguar el área de la figura geométrica llamada RECTANGULO - fig 1 -.

En el rectángulo cuadrículado - fig 2 - hay 3 filas de cuadrados y, cada fila, tiene dibujados 4 centímetros cuadrados (cm^2). Eso quiere decir que se compone de

3 filas de 4 cuadrados ó de
4 columnas de 3 cuadrados.

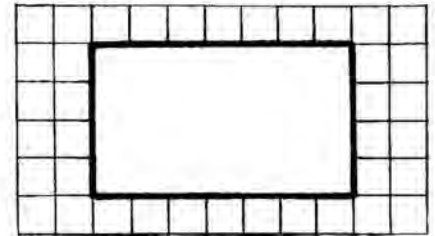


fig 1

¿Cómo averiguarás - del modo más rápido - el número de cm^2 de papel que necesitas para recubrir este rectángulo?

- A) sumando $4 + 4 + 4$ (pág. 3)
B) sumando $3 + 3 + 3 + 3$ (pág. 3)
C) multiplicando 3×4 (pág. 2)

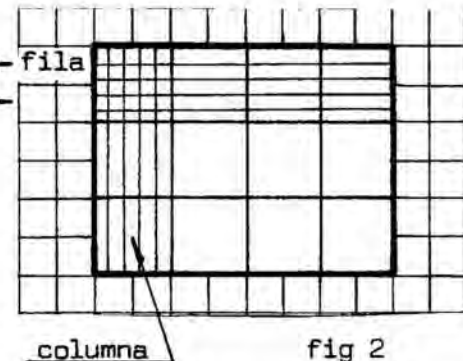


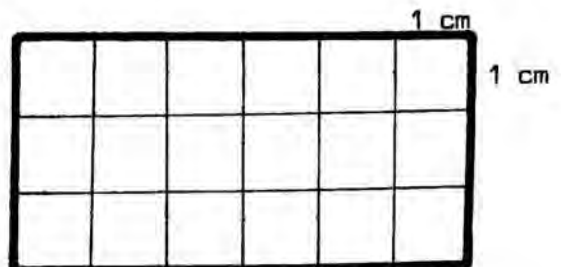
fig 2

1,5 Tu respuesta: Multiplicando 3×4
6

Excelente.

Veo que recuerdas la lección anterior. Contar una a una las unidades cuadradas sería un procedimiento largo. Al multiplicar, simplificamos las operaciones.

En vista de esto, intenta resolver el siguiente problema: ¿Cuántos centímetros cuadrados (cm^2) componen el área de este rectángulo? -fig 1 -.



- A) 8 cm^2 (pág. 6)
B) 9 cm^2 (pág. 5)
C) 18 cm^2 (pág. 4)

1,5

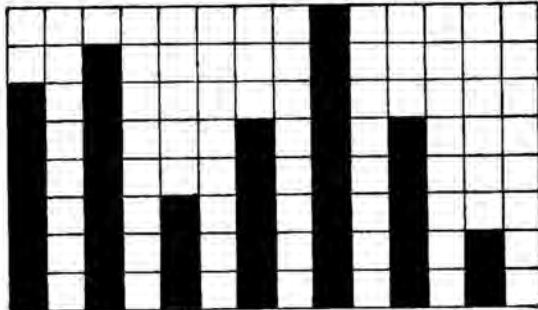
Tu respuesta: Sumando $4 + 4 + 4$ ó sumando $3 + 3 + 3 + 3$

Aunque has dado una solución buena, no es el método más rápido. En una figura o extensión muy grande tendrías una enormidad de sumandos. Y te resultarías una operación larga y pesada, mucho más si se complicara el problema con decimales.

Hay una operación que permite sumar abreviadamente muchos sumandos iguales.

Si tienes que comprar 325 baldosas a 3 pesetas cada una ¿verdad que no sumarás el 3 325 veces consigo mismo?. Se supone que efectuarás la suma por un método más abreviado.

Se sentirás más orientado si consultas la página 1 y la página 27



2,8,
9,14,
33

Tu respuesta: 18 cm^2

Acertaste.

A pesar de que las dimensiones deben ser perpendiculares, la posición de la figura no influye para nada. En las figuras 1 y 2 se puede averiguar el área sin ningún obstáculo, pues el área de una figura no depende de la posición que tenga sino de su extensión.

Por otra parte, las cantidades a multiplicar deben estar expresadas en la misma unidad. Por ejemplo, si la base está expresada en cm, la altura también deberá estarlo en cm. Eso es muy importante.

fig 1

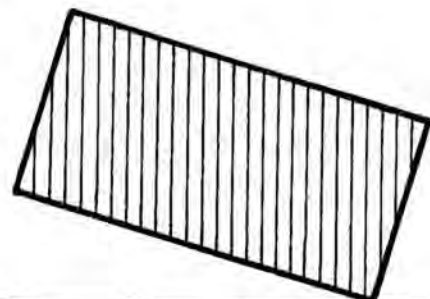
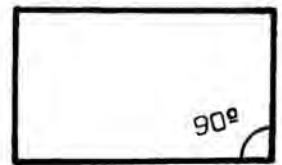


fig 2

Si las cantidades que multiplicas no estuvieran expresadas en la misma unidad, el resultado sería un número de unidades de forma

- A) rectangular (pág. 7)
- C) cuadrada (pág. 9)

- B) triangular (pág. 8)

2,

Tu respuesta: 9 cm^2

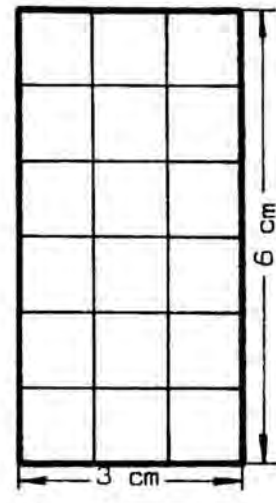
La respuesta no es correcta. Seguramente has pensado que las dimensiones del rectángulo son

3 cm de largo
6 cm de ancho

lo cual es cierto y correcto. Pero, luego, al averiguar el resultado de 3×6 o de 6×3 te has confundido y has dado el de $3 + 6$ ó el de $6 + 3$.

Infórmate de nuevo sobre ello en la página 3.

Luego revisa la página 2 y contesta de nuevo a la pregunta. ¡Animo!

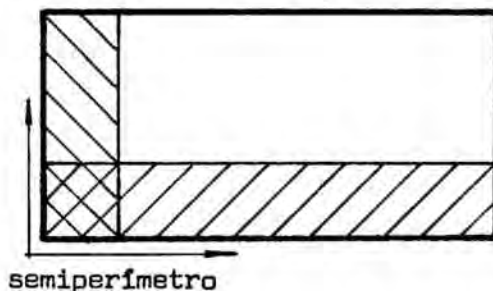


2,

Tu respuesta: 8 cm^2

No has debido de comprender la pregunta. No te pregunto cuántos cuadraditos de 1 cm^2 pueden colocarse a lo largo y a lo ancho del rectángulo, sino cuál es el área. Es decir la cantidad de centímetros cuadrados que contiene todo el rectángulo dado.

Vuelve a considerar el problema sobre la figura de la página 2 y trata de emitir la respuesta correcta.



4,11

Tu respuesta: Si las cantidades a multiplicar no están expresadas en la misma unidad el resultado no vendría dado en unidades cuadradas, sino en unidades rectangulares.

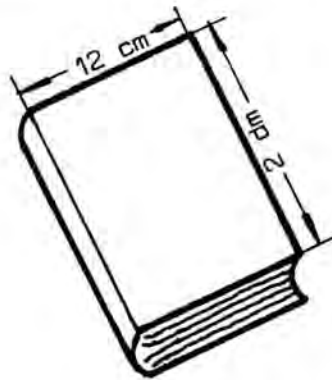


fig 1

Bien. Vas adelantando mucho. Con lo que sa bes podrás deducir que el área del rectángulo, según una fórmula breve será:

Area = largo x ancho

Ahora mira la figura 1. Es un libro de tapas rectangulares. Deseas medir la cantidad de papel que necesitarás para forrar su tapa. Como hay que calcular el área, los lados de las tapas que contienen las dimensiones largo y ancho deben quedar medidos, por ejemplo

- A) los dos en cm (pág. 10)
- B) una en cm y otro en dm (pág. 11)
- C) uno en cm y otro en m (pág. 11)

4,14

Tu respuesta: Triangulares

No es correcta la respuesta. Las dimensiones del rectángulo - largo y ancho - se toman sobre segmentos perpendiculares y, por lo tanto, los ángulos que forman los segmentos al cortarse son de 90° - fig 2 -.

Si sobre lo largo y lo ancho de un rectángulo marcas unidades lineales y trazas paralelas por los puntos de división, se forman unidades de área con lados opuestos paralelos y con los ángulos rectos.

Em la fig 3 las unidades son rectangulares porque la base de la fig. está medida con una unidad mayor que la unidad con que has medido lo ancho. Si las unidades son iguales las unidades de área son cuadradas:

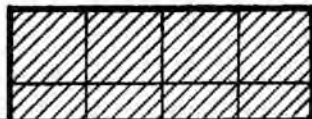
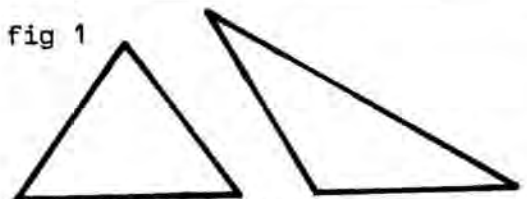


fig 1

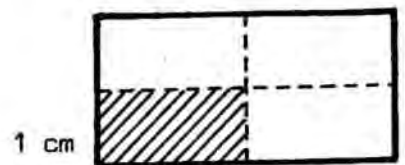


unidades triangulares

fig 2



fig 1



Pasa a la página 4.

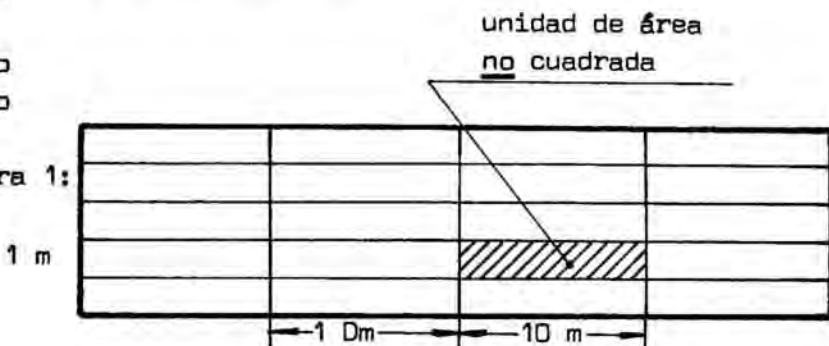
4,11 Tu respuesta: Cuadradas

Cuadradas no pueden ser porque los cuadrados tienen los lados iguales.

Si sobre los lados de un patio marcas unidades de longitud de 1 Dm. (1 Decámetro) y sobre lo ancho marcas trozos de 1 m (metro), al trazar paralelas por los puntos señalados se forman unas unidades de área que no son cuadradas, puesto que tienen

10 m de largo
1 m de ancho

Mira la figura 1:



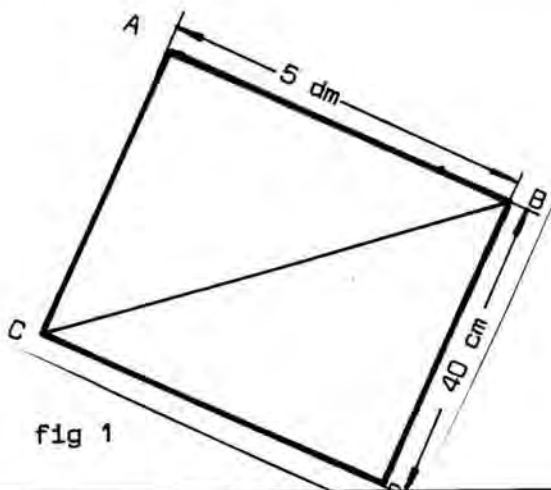
Así pues, vuelve a considerar cuanto te digo en la página 4 y contesta nuevamente a la cuestión propuesta.

7,12 Tu respuesta: Los dos deben quedar medidos en cm, por ejemplo. Porque si las dimensiones no están expresadas en la misma unidad no se obtiene el resultado en unidades cuadradas.

Bien.

Te propongo ahora un pequeño problema.

Si la anchura del rectángulo ABCD mide 40 cm y su longitud es de 5 dm, ¿cuántos cm² mide el área del rectángulo? - fig 1 -



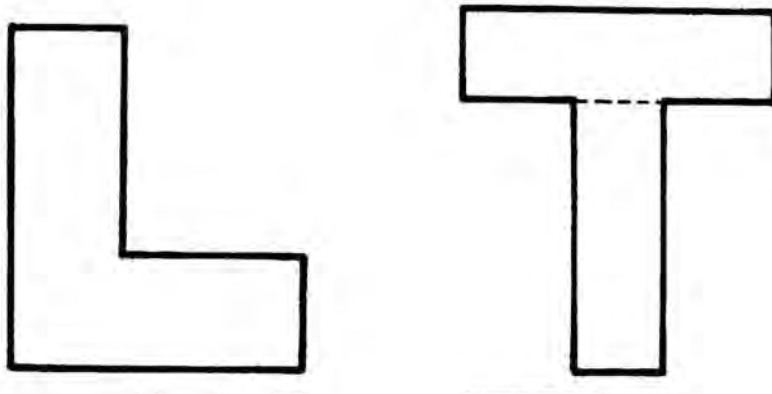
- A) 200 cm² (pág. 12)
- B) 2000 cm² (pág. 13)

7 Tu respuesta: Uno en cm y otro en dm

6 uno en cm y otro en m

No has acertado.

Pasa a documentarte a las páginas 8 y 9.



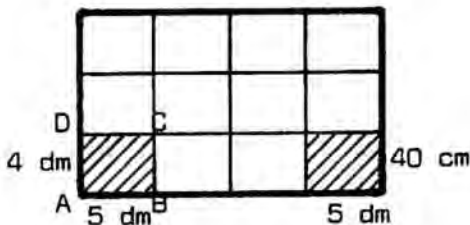
Después busca, en la página 7, la contestación correcta.

10

Tu respuesta: 200 cm²

Esta contestación no es correcta. Supongo que recuerdas que el área es el producto de dos longitudes expresadas en la misma unidad.

Al multiplicar 40 cm por 5 dm no se obtienen unidades de área de forma cuadrada, sino de forma rectangular y por tanto, en este caso, estaría bien la cantidad 200 pero no la especie de unidades. (No serían centímetros, ni serían cuadrados).

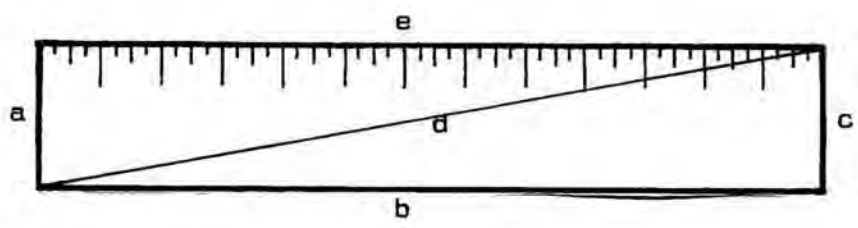


Vuelve a considerar la elección de respuesta en la página 10.

10,14 Tu respuesta: 2000 cm²

Excelente.No has olvidado reducir los dm a cm, ya que la respuesta se pedía en cm².

Te he dibujado una regla cuadrada, designando con las letras a,,b, c, d, e cinco segmentos. Para obtener el área del rectángulo ¿qué dimensiones debes multipli - car?



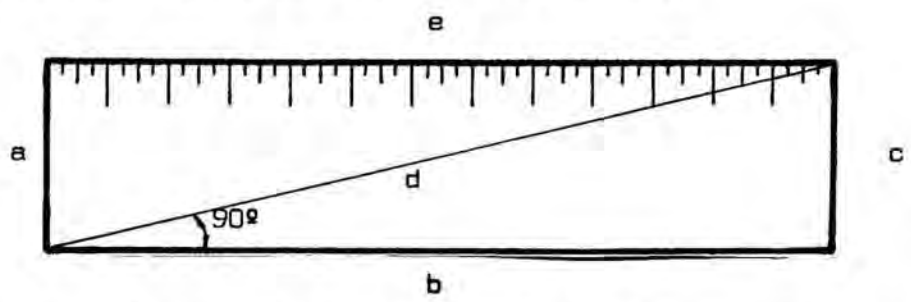
- A) a x b ó c x b (pág 15)
- B) e x c ó e x a (pág 15)
- C) d x b ó d x c (pág 14)

13 Tu respuesta: d x b ó d x c

NO es axacta.

Debes fijarte en que las dimensiones d y b no son perpendiculares. Luego, si las multiplicaras no obtendrías unidades de área cuadradas.

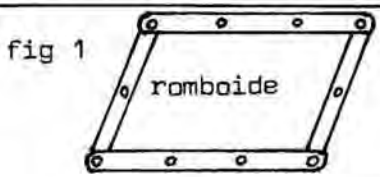
Y tampoco puede obtenerse el área en unidades cuadradas del pro - ducto d x c, porque ambas líneas son oblicuas entre sí.



Repasa lo dicho en las páginas 4 y 8.Y luego considera la elección de respuesta en la página 13.

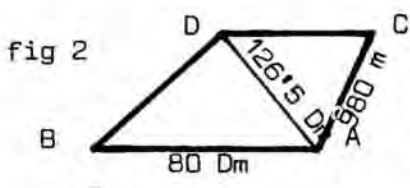
13,17
26

Tu respuesta: a x b ó c x b y también e x c ó e x a

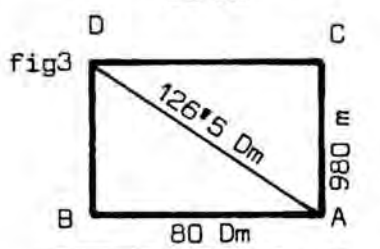


Las dos respuestas están acertadas. Porque esos pares de segmentos cumplen la condición de la perpendicularidad.

No obstante hay que tener cuidado a este respecto. Hay cuadriláteros, como el romboide, que también tiene cuatro lados pero ninguno es perpendicular al otro. Compara rectángulo y romboide - figs 1 y 3 -.



Imagínate que deseas medir el área del campo rectangular ABCD para calcular el abono que precisas echar sobre el terreno. ¿Qué segmentos medirías para que, al ser multiplicados, puedas obtener el área? ¿Cuál sería el área, en Dm²?



- A) AC x AB ó AB x BD ; área=7.840 Dm² (pág 16)
- B) DC x BD ó AC x AB ; área=78.400 Dm² (pág 17)

Nota: como el campo lo ves en perspectiva sus lados de anchura no parecen paralelos, pero su forma real - vista desde avión - es rectangular.

15,18
19.

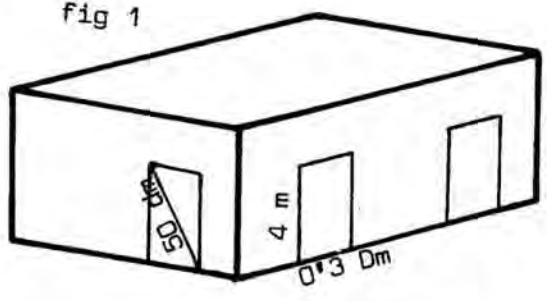
Tu respuesta: AC x DC ó AB x BD ; área 7.840 Dm²

Excelente.

Has escogido los pares de segmentos que son perpendiculares y además has reducido los m a Dm.

El problema que ahora te propongo es algo más dificultoso; Mira la figura 1. Sus 3 puertas son exactamente iguales. Y de forma rectangular. Dime cuántos m² de plancha de madera vas a necesitar para hacer realidad las 3 puertas proyectadas en el dibujo.

fig 1



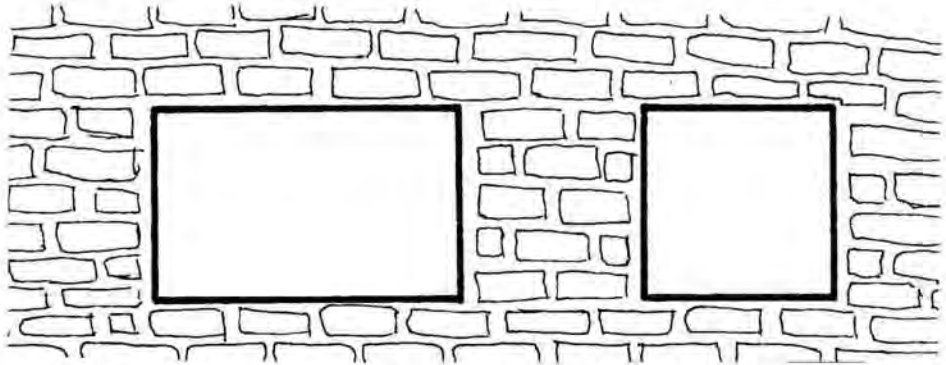
- A) 36 m² (pág. 20)
- B) 45 m² (pág. 18)
- C) 12 m² (pág. 19)

15

Tu respuesta: DC x BD ó AC x AB ; área = 78.400 Dm²

En esta respuesta has elegido bien los segmentos que sirven de dimensiones largo y ancho, porque son perpendiculares.

Pero has tomado las longitudes en unidades no homogéneas , es decir: una está tomada en m y la otra en Dm.



Repasa el contenido de las soluciones propuestas en la página 15 y vuelve a elegir.

16

Tu respuesta: 45 m²

No has realizado el cálculo correcto. Supongo que has averiguado el área de una de las puertas y luego has multiplicado por 3.

Entonces lo que no has hecho bien es elegir los segmentos que representan las dimensiones. Has tomado las dimensiones

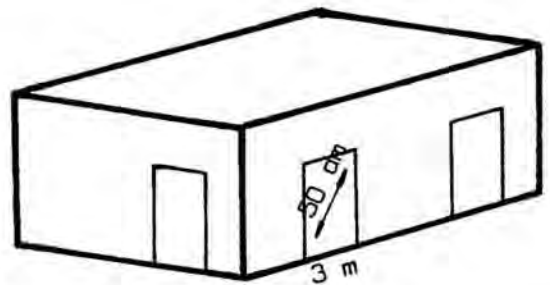
50 dm reducidos a m = 5 m

0'3 Dm reducidos a m = 3 m

y el producto 3 x 5 lo has triplicado.

$$15 \times 3 = 45$$

Pero esto no es correcto, porque la diagonal - de 5 m - no es perpendicular a lo largo - 3 m -.



Elige otra respuesta en la página 16

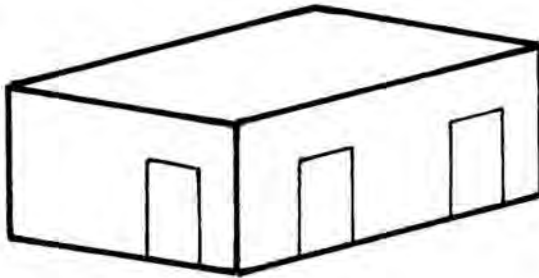
16

Tu respuesta: 12 m²

Has hecho la primera parte del problema bien. Pero en algo has fallado. Te lo explicaré:

La reducción de 0'3 Dm a metros está bien. También está bien aplicada la fórmula del área del rectángulo

b x a = A
largo x ancho = área



Pero has olvidado que la habitación consta de 3 puertas del mismo tamaño.

Así pues, vuelve a la página 16 y medita tu respuesta.

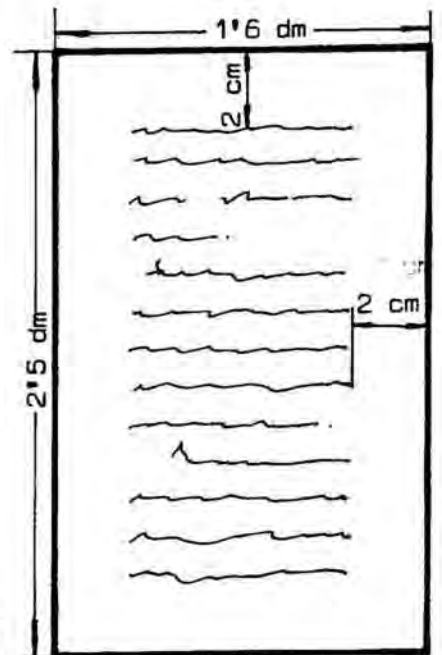
16,21

Tu respuesta: 36 m²

Bien. No has olvidado multiplicar el área de una puerta por 3 (ya que son 3 las puertas que constituyen la habitación).

Atiende a la figura 1 y responde a la cuestión que te propongo.

La hoja de un libro mide 2'5 dm de ancho y 1'6 dm de largo. En la imprenta dejan un margen de 2 cm en los cuatro costados. (fig 1) ¿Puedes decirme cuál es el área de la superficie impresa? Te pido el resultado en cm².

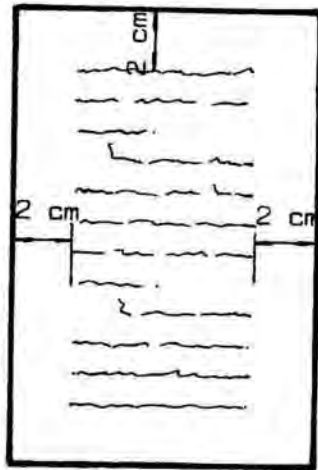


- A) 23 x 14 = 322 cm² (pág. 21)
- B) 21 x 12 = 252 cm² (pág. 22)

Tu respuesta: $23 \times 14 = 322 \text{ cm}^2$

Has tenido un pequeño despiste

Cuando has restado los 2 cm - del margen no ocupado por la escritura -, de 25 y 16 cm, sólo has pensado en los dos cm de un lado, cuando la verdad es que quedan márgenes a ambos lados de lo escrito - fig 1 -.



Esto supone que has de restar de las dimensiones largo y ancho el doble de lo que restaste.

Calcula nuevamente y elige respuesta en la página 20

Tu respuesta: $21 \times 12 = 252 \text{ cm}^2$

Vas adelantando mucho. Tu respuesta es correcta.

Pasa ahora a otra cuestión. Teniendo en cuenta que el área es producto de 2 cantidades, largo y ancho, resulta evidente que

$$\text{ancho} = \frac{\text{área}}{\text{largo}}$$

y

$$\text{largo} = \frac{\text{área}}{\text{ancho}}$$

fig 1

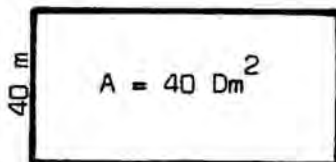
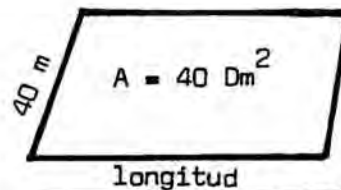


fig 2: el mismo jardín, en perspectiva.



Sabido esto ¿qué longitud tiene un jardín de 40 Dm^2 de área y cuya anchura es de 40 m? (fig 1 y 2).

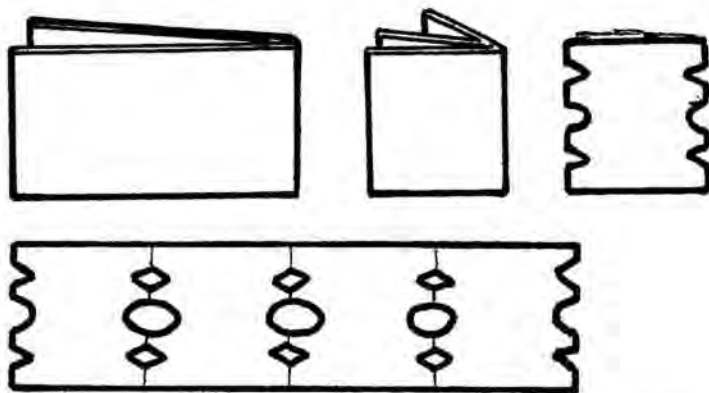
A) $4.000 : 40 = 100 \text{ m}$ (pág. 24)

B) $40 : 40 = 1 \text{ m}$ (pág. 23)

22

Tu respuesta: $40:40 = 1 \text{ m}$

Los cálculos están equivocados, pues no has reducido bien los Dm^2 a m^2 . (4000 m^2). Repasa la reducción de un complejo a incomplejo según las normas del Sistema Métrico Decimal. Y cuando lo hayas conseguido aplica la fórmula que te di en la pág 22 para obtener la LONGITUD del rectángulo conociendo el área y la anchura.

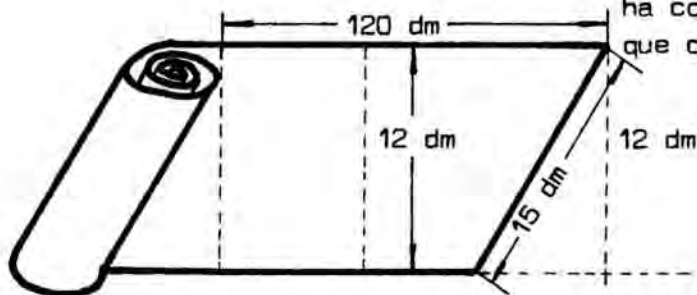


Puedes realizar, con papel y tijera, lo que te indica el dibujo a partir de una tira rectangular de papel.

22,24 Tu respuesta: 100 m es la longitud del jardín

¡Bien! Veo que has sabido reducir sin equivocaciones y que has comprendido que al dividir m^2 entre m (lineales) automáticamente el cociente viene expresado en m lineales.

Pasa al siguiente ejercicio: Un retal de tela de 120 dm de largo y 15 dm de ancho, ha costado 5.400 pesetas. ¿A cómo crees que costará el m^2 de esta tela?



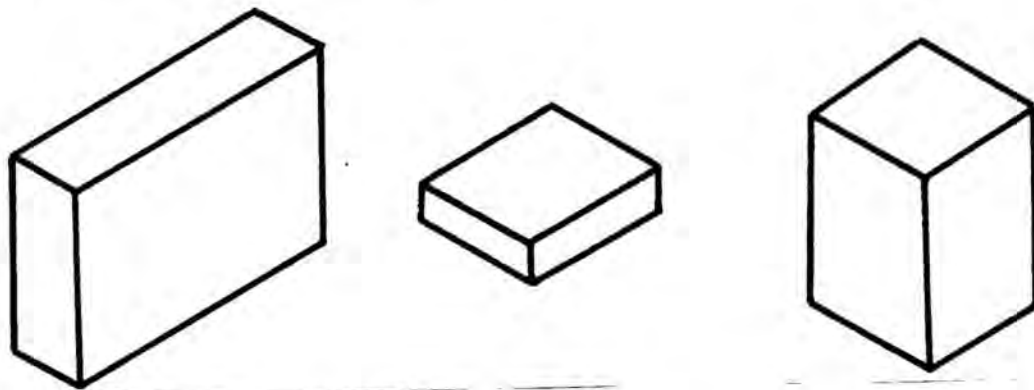
- A) $12 \times 15 = 18 \text{ m}^2$; $5400:18=300 \text{ pts. el m}^2$ (pág. 28)
- B) $120 \times 12 = 1440 \text{ dm}^2$; $5400:1440 = 375 \text{ pts el m}^2$ (pág.26)

22,23
31,32

Estudia el Sistema Métrico Decimal en la lección correspondiente de tu texto de Aritmética.

24 Tu respuesta: 1440 dm^2 ; $5400:14 \cdot 40 = 375 \text{ pts. el m}^2$

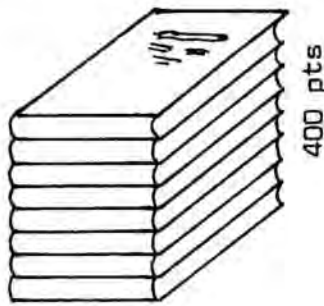
Has errado al averiguar el área de la pieza, pues está dibujada en perspectiva, lo cual te ha hecho confundir



Piensa en tu posible fallo y si no ves clara esta explicación consulta la página 15. Estudia también la página 27.

3,26
27

La operación de multiplicar sirve para obtener un número tantas veces mayor como unidades tiene otro.



La operación de dividir sirve para hallar las veces que un número está contenido en otro o las veces que una cantidad contiene a otra, o para hallar el valor de una cosa sabiendo lo que valen todas y el número de cosas que hay.

Así, para hallar el valor de un libro, sabiendo que un conjunto de libros cuesta 400 pesetas, has de repartir las pesetas en ocho partes iguales.

$$400 : 8 = 50 \text{ pesetas cada libro.}$$



$$400 : 8 = 50 \text{ pts}$$

Pasa ahora a la página 24.

24,31

Tu respuesta : a 300 pesetas el metro cuadrado

Muy bien. Ya te falta poco para acabar el tema del área del rectángulo.

Fíjate en este enunciado: Dos terrenos rectangulares miden en conjunto 4'50 Ha. Sabiendo que los dos son iguales, halla el valor de cada uno de los terrenos a razón de 510 pesetas el m². Las partes rayadas son las únicas cultivadas (fig 1).

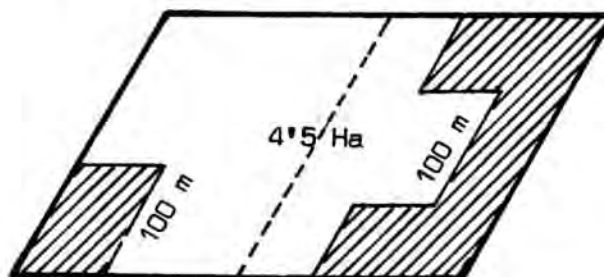


fig 1

A) 22.500 m² cada campo; precio total: 11,475.000 pts. (pág. 29)

B) 450 m² de área; precio total 114.750 pts (pág. 31)

Bien.

Acabarás la lección con este problema; es una dificultad de la vida real:

Tu amigo, labrador de un pueblo cercano, recuerda el área que mide su terreno rectangular y también recuerda su longitud. Pero se le han olvidado los metros que mide su anchura. El, decidido, marchó con una cinta métrica para medir sobre el terreno. Pero tu te ofreces muy gustoso a averigúárselo sobre el papel.

Los datos son:

Area = 2 Ha 25 a

Longitud = 300 m

¿Cuántos m mide la anchura del campo?—Fig. 1—

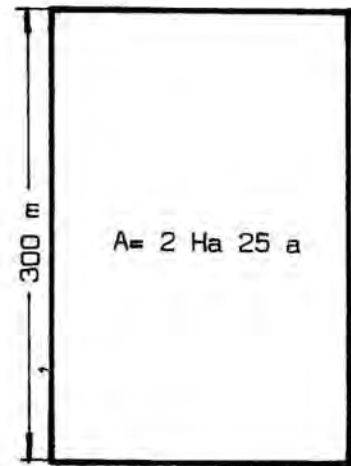


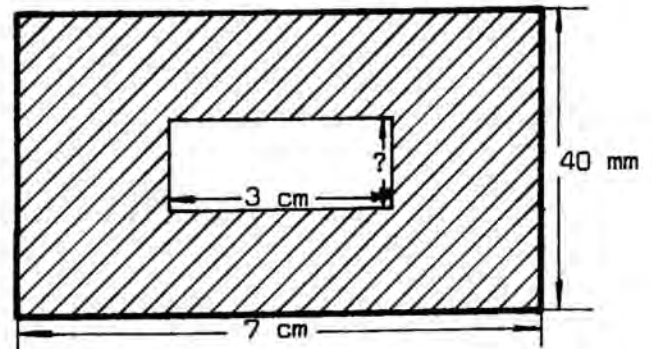
Fig 1

- A) 75 m (pág. 30)
 B) 66'75 m (pág. 32)

Tu respuesta: 75 m

Muy bien. Habrás ahorrado un enorme trabajo a tu amigo, con un esfuerzo mínimo.

Para recapitular averigua el área, en cm², de la zona rayada de la figura 1. Antes de realizar cualquier operación debes medir, con la regla graduada, la altura del rectángulo menor.



- A) 24'4 cm² (pág. 34)
 B) 244 cm² (pág. 33)

1 Ha	=	10.000 m ²
1 a	=	100 m ²
1 ca	=	1 m ²

Has equivocado la solución. Tu fallo está en que no has reducido correctamente a m² la cantidad de 4'5 Ha, (Hectáreas)

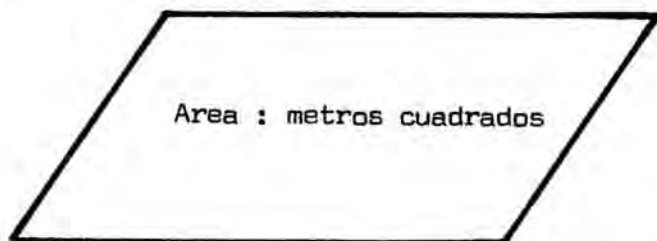
Las Ha, son equivalentes a los Hm². Luego cada Ha tiene: 100 x 100 = 10.000 m² y no 100 como tu habías pensado.

Así pues, has de calcular nuevamente los m² que hay en las 4'5 Ha y después de hallar su valor en pesetas, elige la respuesta en la página 28.

Si te interesa repasar el Sistema Métrico y la cuestión de las reducciones, lee en la página 25.

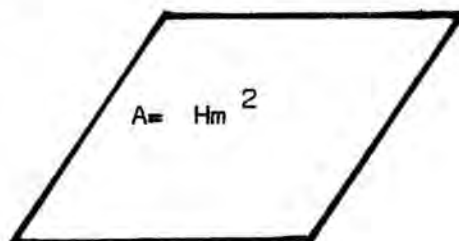
La reducción del complejo 2Ha 25 a al incomplejo m² no la has hecho bien. No confundas áreas (Dm²) con ca (m²).

Intenta nuevamente esta reducción y efectúa los cálculos como antes.



Longitud: metros lineales

fig 1



Long: Hm lineales

fig 2

Si no llegas al resultado correcto puedes estudiar la reducción en la página 25 del Sistema Métrico. Luego pasa a la página 29.

30

Tu respuesta: 244 cm²

Debes recordar todo lo referente a las cantidades homogéneas que veo se te ha olvidado un poco.

Para ello pasa a la página 4.

30

Tu respuesta: 24' 40 cm²

Muy bien, Has recordado el principio de multiplicar cantidades homogéneas.

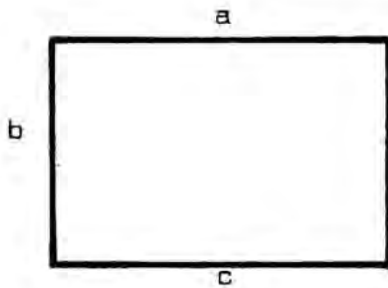
Con estas explicaciones, supongo te habrás dado exacta cuenta de lo interesante que es saber GEOMETRIA y poder resolver todas estas dificultades de áreas y longitudes de los cuerpos , sin más que efectuar cálculos en el papel.

Recuerda que vas a responder a una serie de 10 preguntas relacionadas con el área del rectángulo. Antes de pasar a la página siguiente, recuerda lo estudiado hasta ahora.

1.-

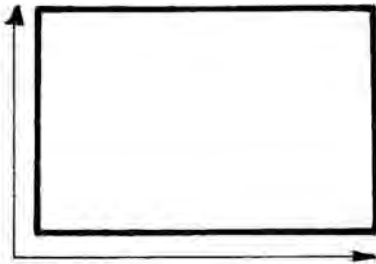
El rectángulo es un polígono de
lados.

2.-



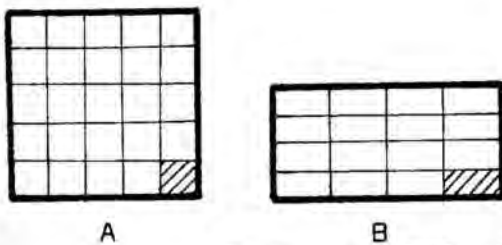
Para averiguar el área del rectángulo, ¿qué
dimensiones debes multiplicar? ¿por qué?

3.-



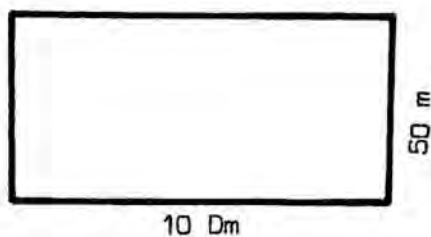
La longitud señalada con la flecha recibe
el nombre de del rectángulo.

4.-



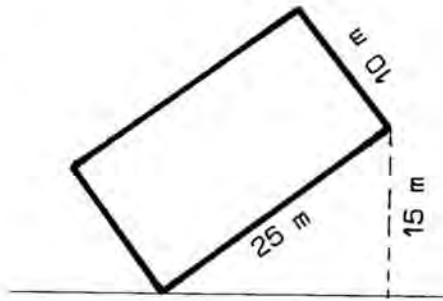
¿Cuál de las dos áreas está mejor medida?

5.-



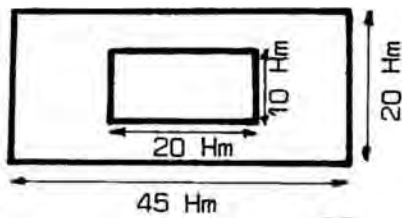
¿Qué operación previa has de realizar an-
tes de averiguar el área de este rectángulo?

6.-



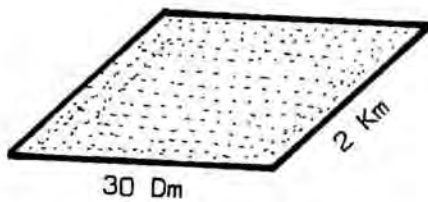
Dí el área de este rectángulo en m^2 .

7.-



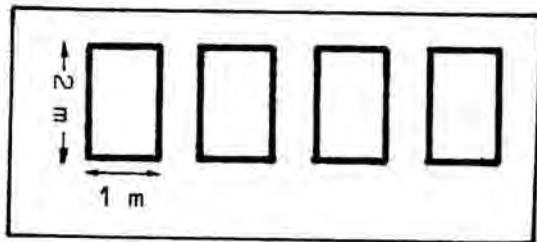
¿Cuál es el área de la franja de terreno comprendida entre los dos rectángulos?

8.-



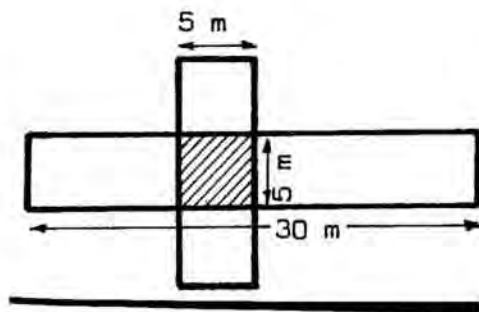
Averigua el área de este terreno. El resultado en Km^2 .

9.-



¿Cuál es el área total ocupada por estas cuatro ventanas?

10.-



Dí, en m^2 , el área de la parte rayada.

CONJUNTO III

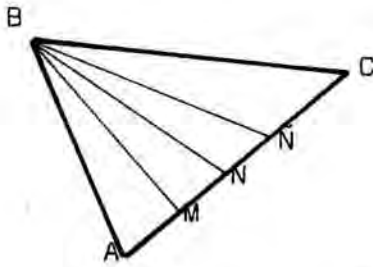
Está constituido por las tres partes ya conocidas:

1. Prueba Objetiva Inicial : compuesta de 10 preguntas, todas ellas enfocadas a detectar si el alumno conoce ya algo sobre el área del triángulo.
2. Presentación del conjunto: Área del triángulo; este conjunto consiste en la presentación de variadas situaciones geométricas en las que el alumno se familiariza con los triángulos, en cualquiera de sus posiciones o dimensiones; para ello en la ficha número 1 presento simplemente una serie de figuras familiares al estudiante de 11 a 13 años, tales como una pajarita, tres montañas, una cometa, etc, que le van a predisponer al respectivo estudio.

He creído conveniente presentar muchas veces los triángulos sobre una superficie cuadriculada, para que esta posición triangular destaque sobre el cuadriculado representativo del cuadrado de las áreas.

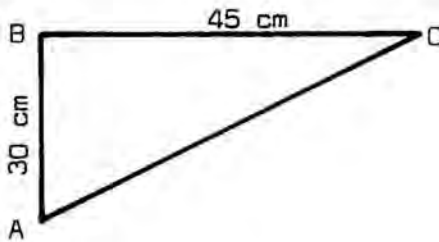
3. Prueba Objetiva final: compuesta de 10 ítems.

1.-



En el triángulo ABC ¿cuál es la línea perpendicular a la base?

2.-

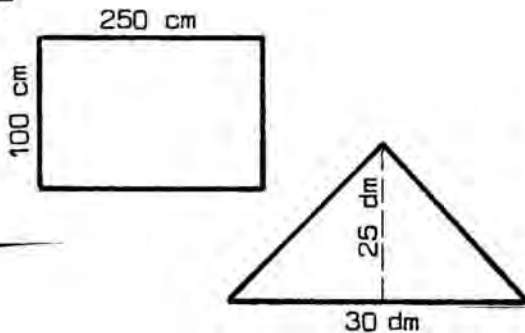


Con los datos de la figura averigua el área del rectángulo que tenga idénticas dimensiones que el triángulo ABC.

3.-

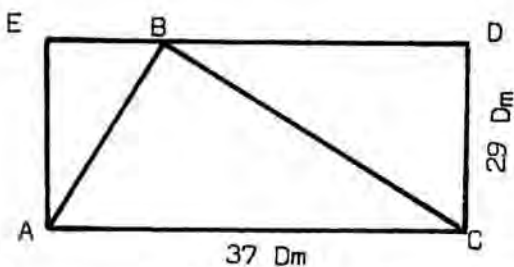
Por sus lados, ¿cuántas clases de triángulos hay y cuáles son?

4.-



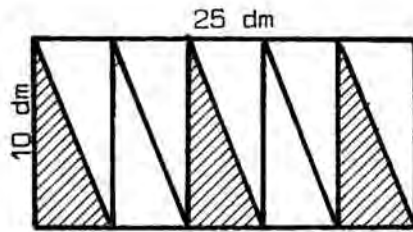
¿Qué figura es mayor que la otra y en cuántos dm^2 ?

5.-



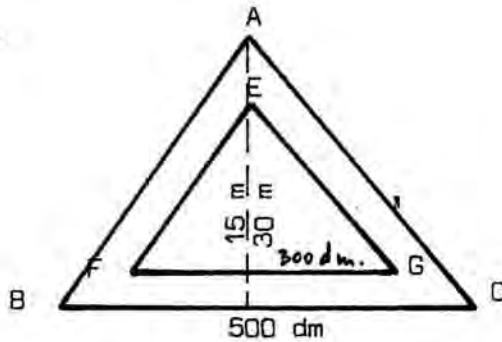
¿Cuántos dm^2 mide el triángulo ABC?

6.-



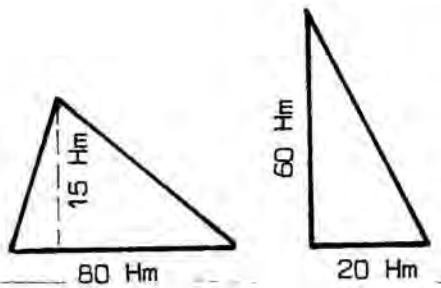
¿Qué área ocupan - en dm^2 - las tres baldosas rayadas?

7.-



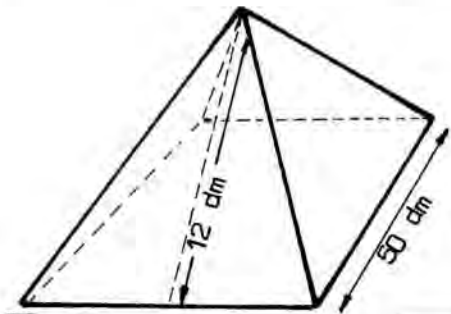
Expresa, en m^2 , el área del pasillo de césped que queda entre los dos triángulos ABC y EFG.

8.-



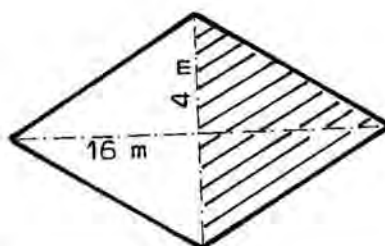
¿Cuántas Hm^2 es mayor un triángulo que el otro ?

9.-

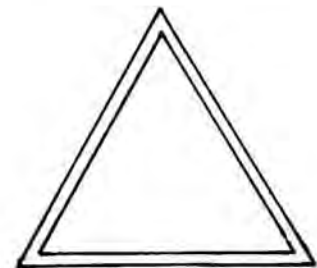
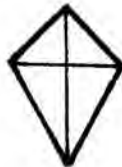
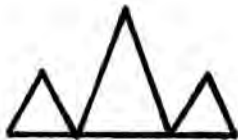
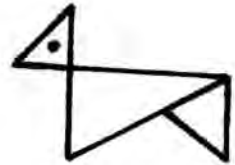
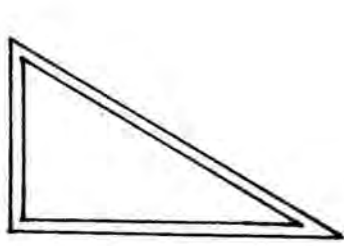


¿Qué cantidad de papel necesitas para forrar dos de las caras laterales de esta pirámide?. El resultado en m^2 .

10.-



¿Qué área ocupan los dos triángulos rayados inscritos en este rombo? El resultado en cm^2 .



4,5

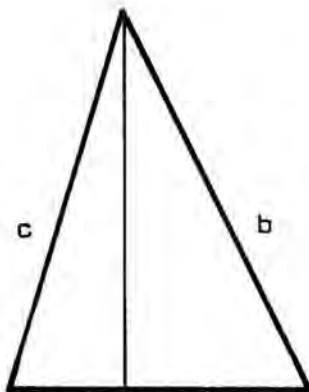


fig 1

Ahora vas a estudiar otro concepto sobre áreas .
Si has vencido las pruebas anteriores, estás capacitado para emprender el cálculo de las áreas del TRIANGULO.

Recuerdas que para averiguar el área del rectángulo multiplicabas

$$\text{largo} \times \text{ancho}$$

Ahora, fíjate en el triángulo de la figura 1. Tiene tres lados: a, b, y c. Pero con sólo 2 de esos lados no podrías averiguar el área. ¿Por qué?

- A) porque no son paralelos (pág. 5)
- B) porque no son perpendiculares (pág. 3)
- C) porque no son iguales (pág. 4)

Tu respuesta : Porque no son perpendiculares

De acuerdo.

Ninguno de los lados forma con los otros lados un ángulo recto. Por lo tanto, en ese triángulo, ninguno de los lados es perpendicular al otro. (No obstante, los triángulos rectángulos son un caso particular del que más adelante te hablaré).

Fíjate en la figura 1. Es un triángulo en el que he trazado dos líneas: la AN y la BM que son perpendiculares, respectivamente, a los lados

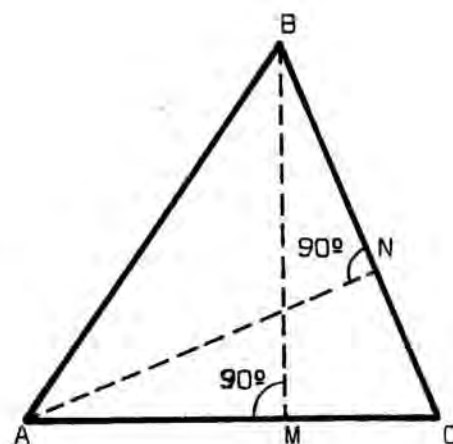
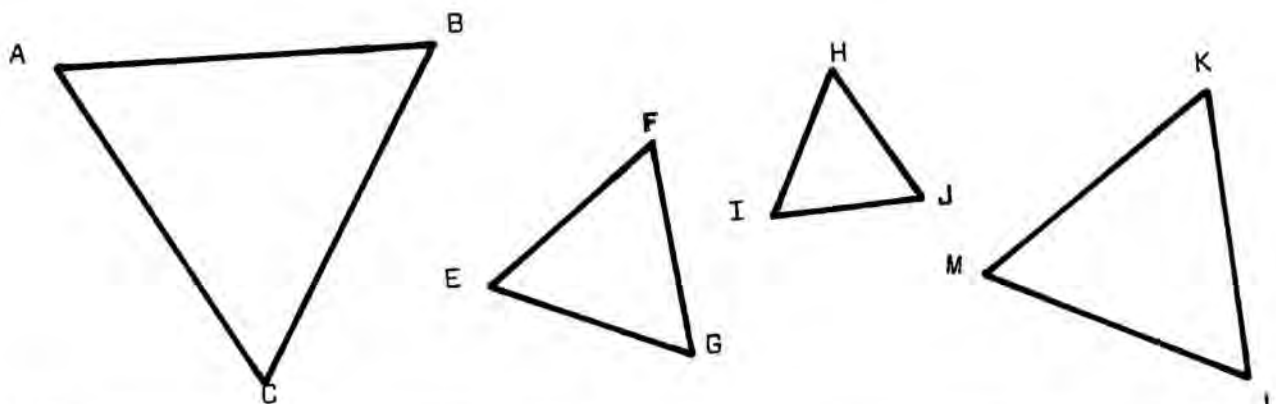


fig 1

- A) BC y AC (pág. 8)
- B) BA y AC (pág. 6)
- C) BC y BA (pág. 7)

4 Tu respuesta: Porque no son iguales

El que los lados del triángulo sean o no iguales no impide que pueda averiguarse su área. Mira las figuras:



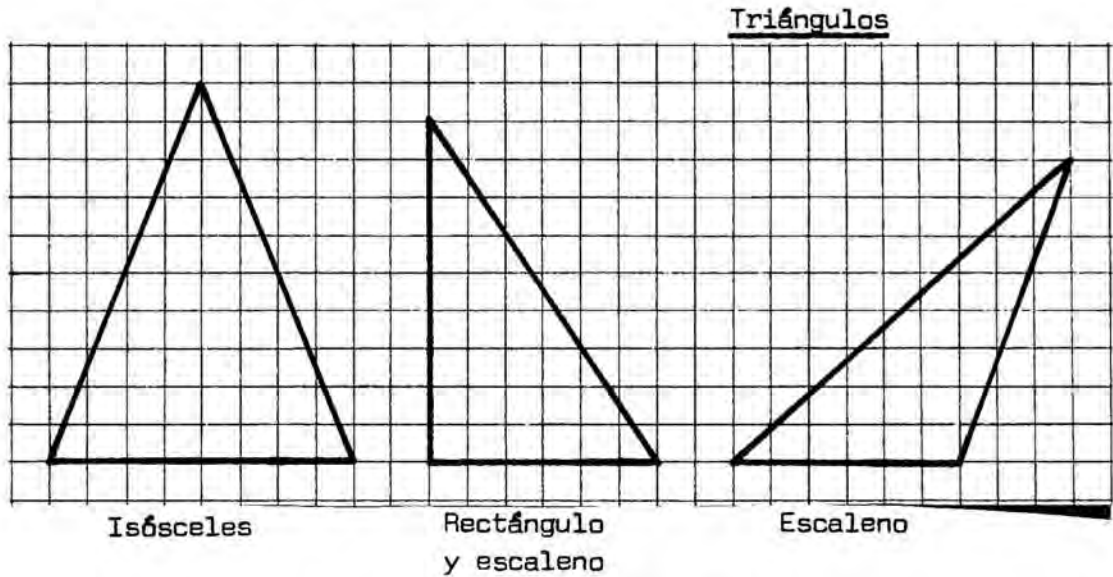
Todos ellos son triángulos equiláteros y su área se podría averiguar conociendo otra dimensión además de la longitud de sus lados.

Vuelve a la página 2.

2. Tu respuesta: Porque no son paralelos

-5-

No atinaste en la respuesta. Dos lados del triángulo no pueden ser paralelos. Sin embargo, el área del triángulo puede calcularse.



Vuelve a la página 2 y escoge respuesta de nuevo.

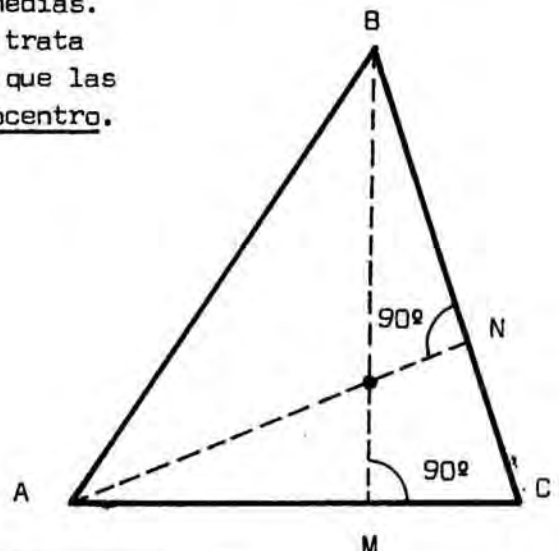
3.

Tu respuesta: BA y AC

-6-

Fíjate. Abajo repito la figura de la pregunta anterior. La altura sobre el lado AB no está trazada. Y la altura relativa al lado AC sí que es la recta BM

O sea, tu respuesta ha sido buena sólo a medias. Dibuja en tu cuaderno varios triángulos y trata de encontrar sus tres alturas, comprobando que las tres pasan por un mismo punto llamado ortocentro.



Pasa a la página 3.

3. Tu respuesta: BC y BA

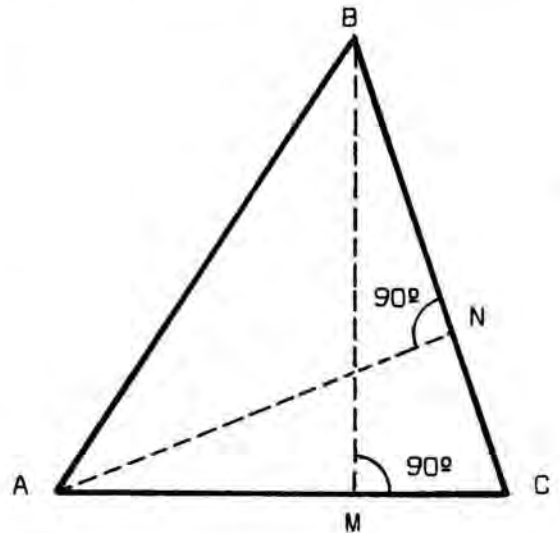
Esta solución es incorrecta porque la mitad está bien y la mitad está mal.

Los lados respecto a los cuales las alturas son perpendiculares, son aquéllos con los que forman un ángulo recto de 90° .

Y son: lado BC perpendicular a la altura AN;

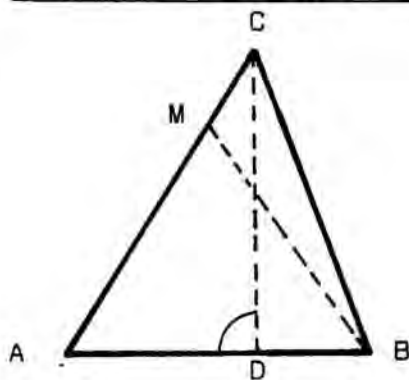
lado BA no tiene altura trazada respecto al vértice C.

(figura 1)



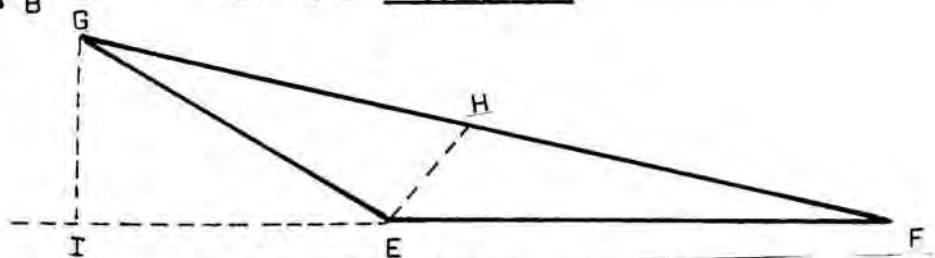
Vuelve a la página 3 y fíjate bien, antes de escoger nueva respuesta.

3,9, Tu respuesta: Las rectas AN y BM son perpendiculares a los lados BC y AC, respectivamente.
10.



Estupendo. Te has dado cuenta de que lado y altura correspondiente forman un ángulo de 90° .

En estos dos triángulos he dibujado varias rectas. Debes distinguir cuáles son las verdaderas alturas de los triángulos ABC y EFG. Recuerda que la altura puede caer sobre la base o su prolongación.



- A) Las alturas son las rectas CD y EH (pág. 9)
- B) Las alturas son las rectas EH y BM (pág. 10)
- C) Las alturas son las rectas CD y GI (pág. 11)

8,10

Tu respuesta: Las alturas son las rectas CD y EH

Inexacta tu respuesta.

Has acertado al elegir como altura el segmento CD, puesto que forma con el lado y la base AB dos ángulos iguales de 90° .

Pero no has acertado al elegir EH como segmento perpendicular a la altura del segundo triángulo, ya que en el punto H, -figura 1- se forman dos ángulos desiguales y por tanto, si uno es mayor de 90° el otro es menor. (Ambos deben sumar 180°).

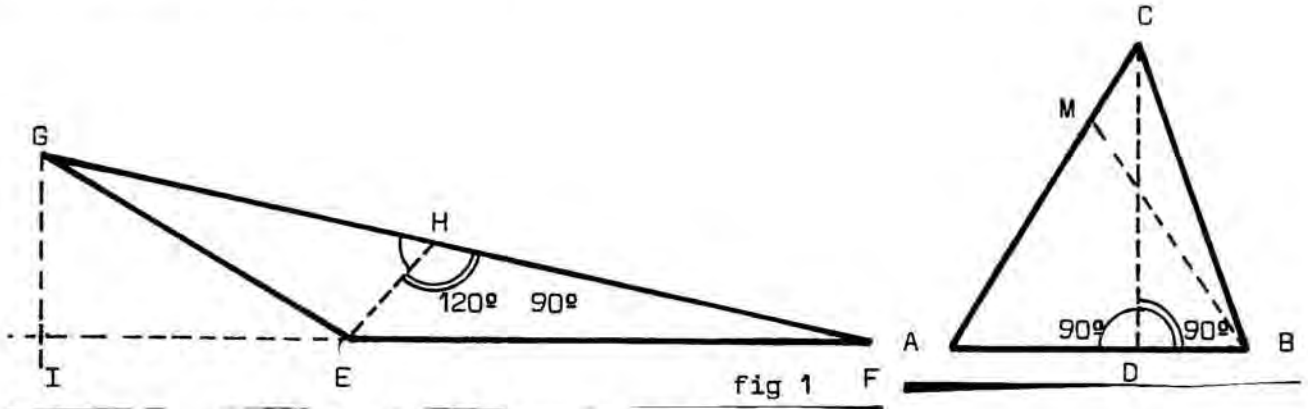


fig 1

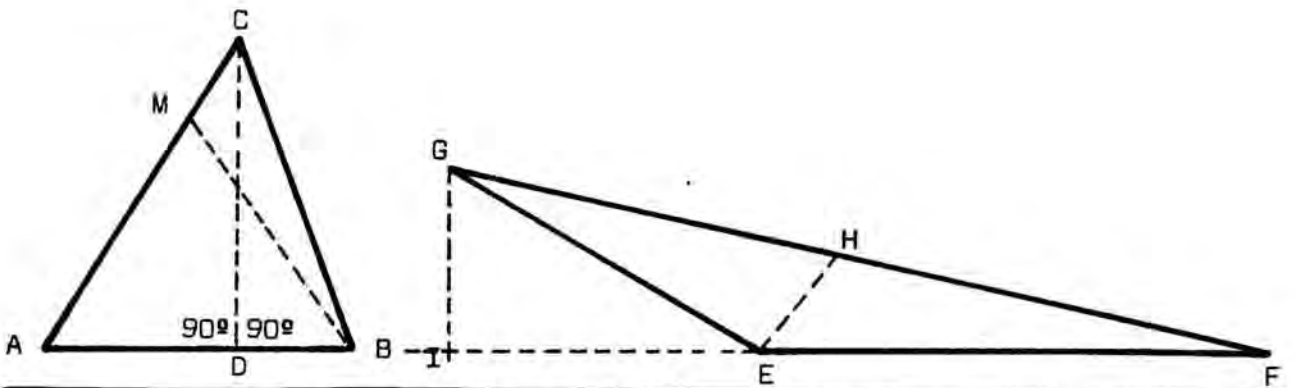
Debes estudiar nuevamente la página 8

8.

Tu respuesta: Las alturas son las rectas EH y BM

No es correcta ninguna de las dos respuestas. Lee las explicaciones de la página 9.

Tampoco la recta BM forma ángulos de 90° con el lado AC. Por lo tanto no existe la perpendicularidad. De tal manera que no pueden considerarse como alturas de esos triángulos a dos segmentos como EH y BM que no cortan perpendicularmente a las bases.



Vuelve a la página 8 y fíjate bien en los datos.

Tu respuesta: Las alturas son las rectas CD y GI

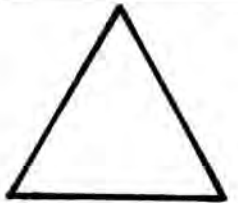


fig 1

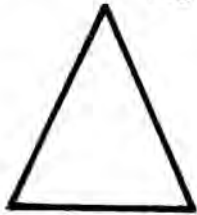


fig 2

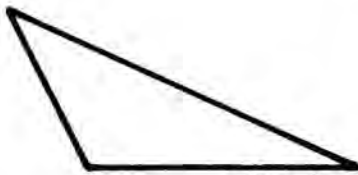


fig 3

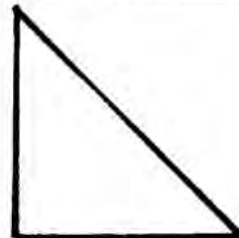


fig 4

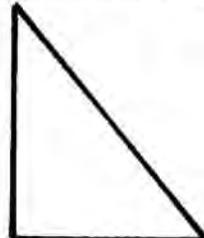


fig 5

Perfecto. Ya puedes estudiar la próxima cuestión. Ahora repasarás las nociones sobre clases de triángulos. Teniendo en cuenta la longitud de los lados, se dividen en tres clases:

Equiláteros : todos los lados iguales (fig 1)

Isósceles : dos lados iguales y uno desigual (fig.2)

Escalenos : tres lados desiguales (fig. 3)

Los triángulos rectángulos y obtusángulos, son isósceles o escalenos.

Fíjate especialmente en los triángulos rectángulos porque dos de los lados pueden servir de altura, ya que siempre dos de los lados del triángulo rectángulo son perpendiculares entre sí. (figs. 4 y 5).

¿Cuántas clases de triángulos hay según la longitud de sus lados?.

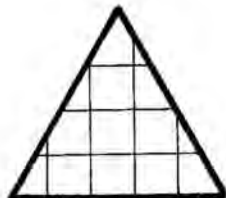
A) dos (pág. 12)

B) tres (pág. 13)

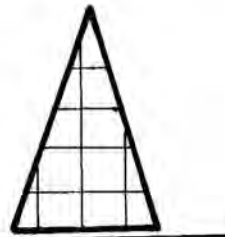
C) cinco (pág. 14)

Tu respuesta: Dos

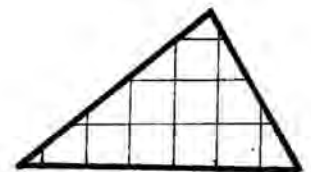
- No son dos. Puesto que hay
- (Triángulos que tienen los 3 lados iguales
- (Triángulos que sólo tienen dos lados iguales
- (Triángulos que tienen desiguales los tres lados



equilátero



isósceles



escaleno

Vuelve a leer la página 11 y fácilmente hallarás la contestación correcta a la pregunta.

Los triángulos rectángulos nunca pueden ser equiláteros . Si no comprendes esta afirmación pasa a consultar la página 15.

11,19
27.

Tu respuesta: Tres clases de triángulos.

Claro está, porque los rectángulos lo son por el ángulo y la pregunta se refería a la longitud de los lados.

Estudia atentamente las figuras 1 y 2. En primer lugar verás que miden exactamente los mismos cm de base y de anchura. Pero no tienen la misma área. Es evidente que la figura 2 - triángulo - ocupa menos superficie que la figura 1 - rectángulo-.

Fíjate ahora en la figura 3. He introducido el triángulo dentro del rectángulo y, a simple vista, puedes darte cuenta de que el área del triángulo es

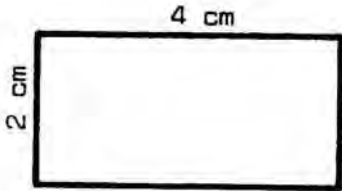


fig 1

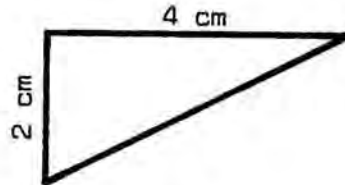


fig 2

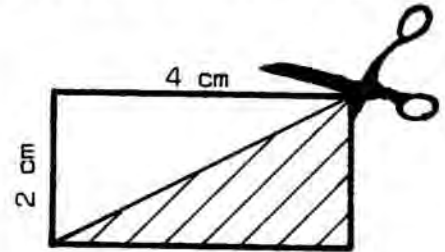


fig 3

- A) la cuarta parte de la del rectángulo (pág. 16)
- B) la mitad de la del rectángulo (pág. 17)
- C) la tercera parte de la del rectángulo (pág. 16)

11,22. Tu respuesta: Cinco clases de triángulos.

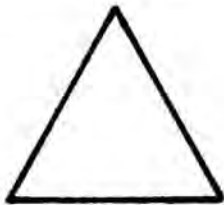


fig 1



fig 2

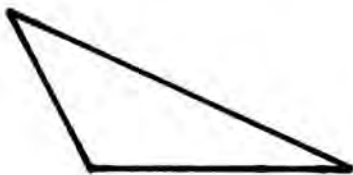


fig 3

Los cinco triángulos de la figura no son distintos en cuanto a las longitudes de los lados. En efecto: La figura 1 representa un triángulo con los tres lados iguales, es decir, equilátero.

Los triángulos de las figuras 2 y 4 tienen dos lados iguales. Luego son isósceles.

Y los triángulos de las figuras 3 y 5 tienen desiguales los tres lados. Son escalenos.

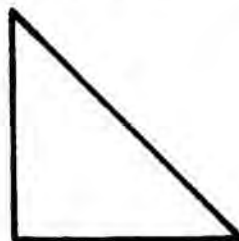


fig 4

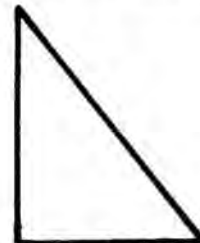


fig 5

De acuerdo con el valor de los ángulos hay otra clasificación de los triángulos. Pero esto es independiente de lo que te preguntaba en la cuestión de la página 11. A ella te remito.

12.

Ficha de ampliación

Los triángulos que tienen los tres lados iguales se llaman equiláteros. Por ser equiláteros también son equiángulos, es decir, los ángulos son iguales.

Ya sabes que, en el mismo triángulo, a ángulos iguales se oponen lados iguales y viceversa.

Fíjate en las figuras 1 y 2. Si un triángulo es rectángulo tiene necesariamente un ángulo recto. Si además fuera equilátero habría de tener iguales los tres ángulos. Y 3 ángulos de 90° son

$$3 \times 90 = 270^\circ$$

lo cual es imposible puesto que la suma de los tres ángulos de un triángulo es de 180°

De ahí se deduce que es un absurdo suponer que el triángulo tiene más de un ángulo recto o que un triángulo rectángulo pueda ser equilátero.

Vuelve a la página 11.

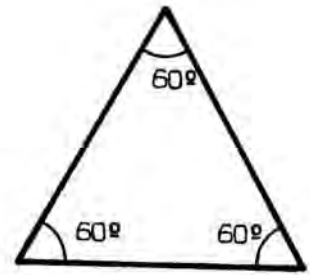


fig 1: triángulo equilátero

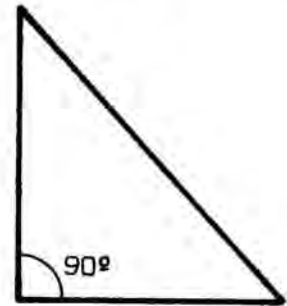
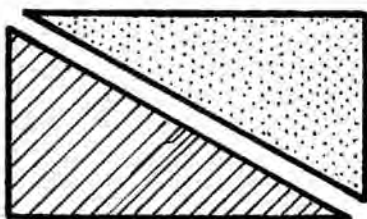


fig 2: triángulo rectángulo

13, 19, 25.

Tu respuesta: La cuarta parte de la del rectángulo o la tercera parte de la del rectángulo

fig 1



No has acertado. Pero vas a realizar un ejercicio manual para que lo entiendas bien. Recorta un rectángulo de papel y traza una de sus diagonales, cortando por ella el rectángulo en dos partes (fig 1)

Si colocas uno de esos dos trozos sobre el otro, verás que coinciden exactamente (fig 2).

Si coinciden es porque son iguales o tienen la misma extensión, lo cual significa que tu respuesta era errónea.

Si lo que tienes confuso es el concepto de mitad, tercera o cuarta parte, repasa tu libro de aritmética, en la lección correspondiente a la división.

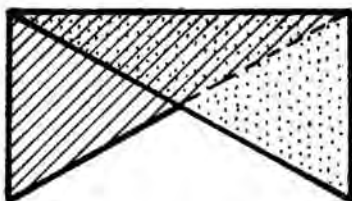


fig 2

13,19, Tu respuesta: La mitad de la del rectángulo.
20,25.

Bien. La diagonal DB (fig 1), divide el rectángulo en dos partes exactamente iguales, que además, son dos triángulos rectángulos. Por lo tanto debes aprenderte esto:

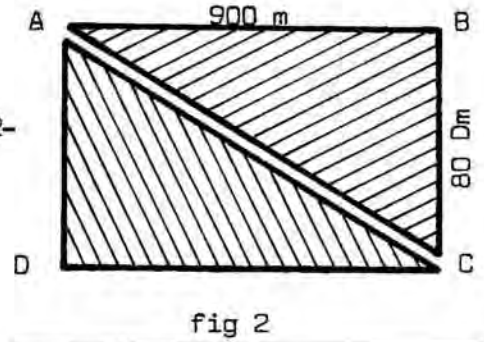
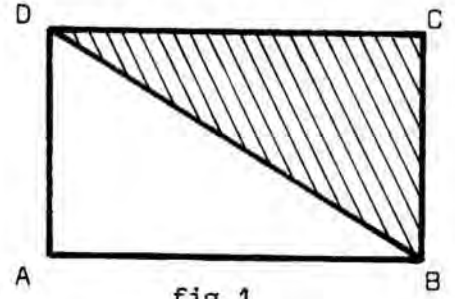
El área de un triángulo es la mitad de la del rectángulo de sus mismas dimensiones.

O lo que es lo mismo:

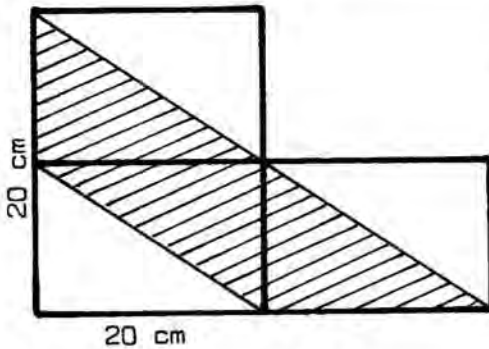
El área del rectángulo es el doble de la del triángulo de sus mismas dimensiones.

¿Cuántos m² vale el área del triángulo ABC? -fig 2-

- A) 720.000 m² (pág. 19)
- B) 360.000 m² (pág. 18)
- C) 72.000 m² (pág. 20)



17,22. Tu respuesta: 360.000 m²



Has respondido correctamente porque te has acordado de dividir el área del rectángulo entre 2. Es decir hallar su mitad.

Así pues, recuerda siempre esto: dividir por 2 siempre que para averiguar el área del triángulo primero debes averiguar la del rectángulo.

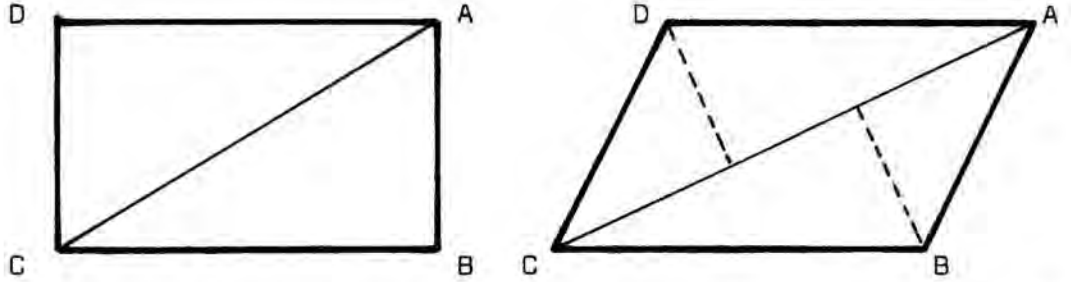
Estudia detenidamente la figura 1 que te presento. En ella unas baldosas son de color rojo y otras de color blanco. Deseo que calcules el área ocupada por 3 baldosas rojas, teniendo en cuenta los datos anotados en la figura.

- A) 200 cm² (pág 22)
- B) 300 cm² (pág. 21).

17,20. Tu respuesta: 720.000 m²

Tu respuesta es inexacta.

Ello es debido a que no has estudiado detenidamente la página 17, y las reglas que en ella te he encuadrado. Pues al multiplicar las dos dimensiones del rectángulo has obtenido su área y no la del triángulo que se te pide.

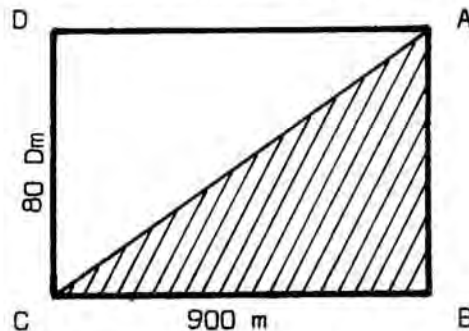


Repasa las páginas 16, y 13 y elige nuevamente en la página 17.

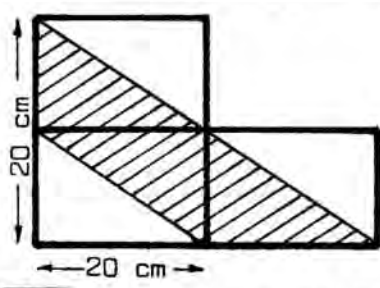
17. Tu respuesta: 72.000 m²

Has olvidado homologar las dimensiones del rectángulo, es decir expresarlas en la misma unidad. Por eso no has llegado a conseguir un resultado exacto.

Pero además has olvidado otra cosa. Que lo que se desea conocer es el área del triángulo, es decir la mitad de la del rectángulo. Por lo tanto te faltaría aún otro cálculo que puedes deducir leyendo la página 19, si es que antes no deduces, por tí mismo, la operación que debes realizar.



Luego puedes pasar a la página 17 y proceder a una nueva elección de respuesta.



Magnífico.No has olvidado multiplicar el dato de la base por 2, porque yo sólo te daba la mi tad de su longitud.Y por otra parte, has tenido en cuenta que los triángulos rayados (baldosas rojas) forman la mitad del área del rec-tángulo total o de los rectángulos parciales.

De esta manera ya llegas a encontrar la fórmula del área del tri-ángulo.Será:

$$\text{Area} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} \quad \text{ó} \quad \frac{\text{largo} \times \text{ancho}}{2} = \text{Area}$$

¿Por qué decir que la fórmula del área del triángulo es ésa?

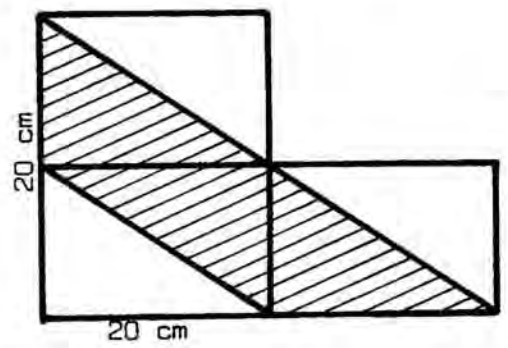
- A) porque es la mitad de la del rectángulo (pág. 23)
- B) porque es el doble de la del rectángulo (pág. 24)
- C) No lo sé (pág. 25)

No acertaste.Has multiplicado 20 cm de largo por 20 cm de ancho.

$$20 \times 20 = 400 \text{ cm}^2$$

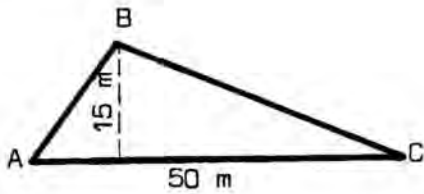
Después has dividido entre 2 puesto que la parte rayada de la fi-gura es su mitad: $400 : 2 = 200$.

Pero has olvidado calcular el área del rectángulo de la derecha.



Concéntrate y trata de hallar una solución más correcta a la pregun-ta de la página 18.

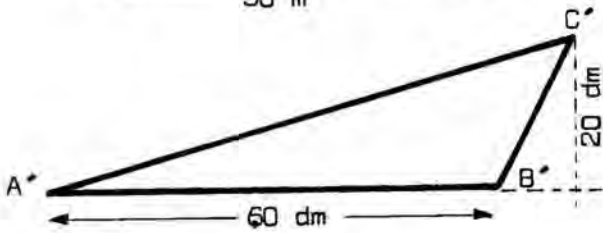
21,27, 28. Tu respuesta: la fórmula del área del triángulo es $\frac{b \times a}{2}$, porque es la mitad del área del rectángulo de sus mismas dimensiones.



¿Cuál es el área de los dos triángulos de la figura, cuyas dimensiones son

Triángulo ABC
 Base 50 m
 Altura 15 m

Triángulo A'B'C
 Base 60 dm
 Altura 20 dm



- A) ABC: 375 m^2 ; A'B'C': 600 dm^2 (pág. 26)
- B) ABC: 750 m^2 ; A'B'C': 1200 dm^2 (pág. 27)
- C) ABC: 750 m^2 ; A'B'C': 600 dm^2 (pág. 28)

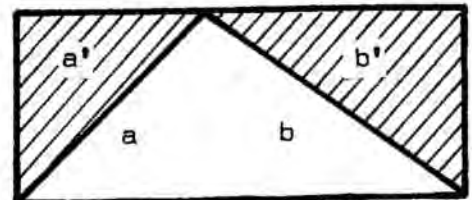
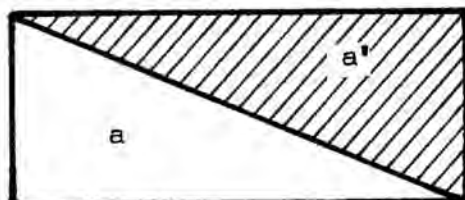
21,28 Tu respuesta: Porque es el doble de la del rectángulo

Tu respuesta no es admisible pues supone que confundes el significado de doble con el de mitad,;o que confundes el cuadrilátero rectángulo con el triángulo rectángulo.
 El triángulo, tanto si es rectángulo como si no lo es, siempre es la mitad del rectángulo que tenga las mismas dimensiones,

Eso significa que en el rectángulo caben dos triángulos iguales.

El triángulo rectángulo no debe confundirse nunca con el rectángulo.

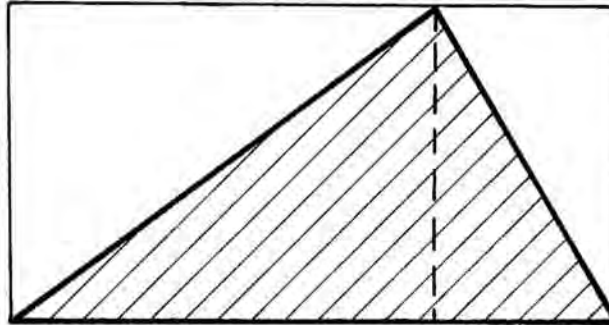
Este es una cuadrilátero de cuatro ángulos rectos, mientras que el triángulo rectángulo sólo tiene 3 lados y un ángulo recto, tal como puedes ver y comparar en la figura:



Pasa a la página 21 y selecciona la nueva respuesta.

21. Tu respuesta : No lo sé.

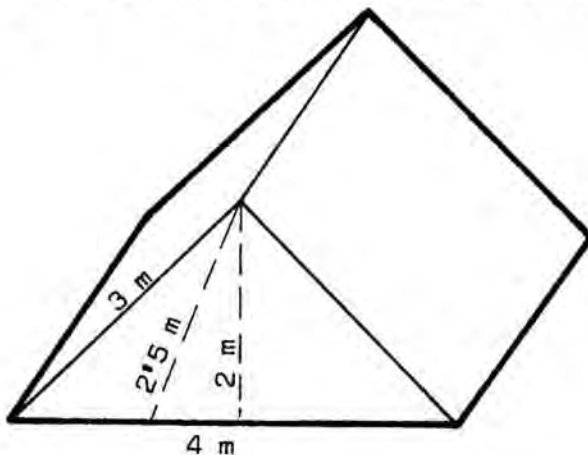
Debes volver a repasar conceptos en las páginas 16 y 17.



23,30. Tu respuesta: ABC: 375 m^2 ; A'B'C': 600 dm^2

!Muy bien! Has tenido en cuenta una cosa importante: dividir por 2:

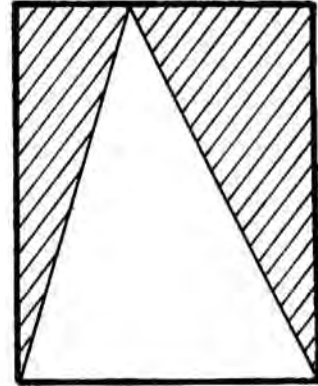
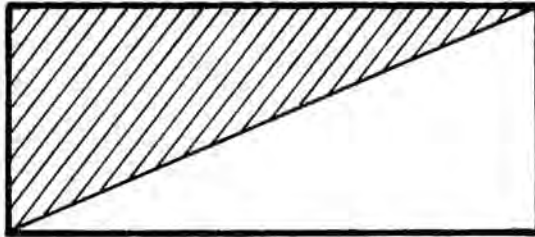
Se presenta un problema: Tu tienda de campaña está ya algo deteriorada y, para salir durante las próximas vacaciones, precisas cambiar toda la lona de la parte delantera. Te indico las dimensiones de la tienda en la figura 1. (Si se tiene en cuenta que la lona gastada en los dobladillos es de 1 m^2 , ¿cuántos m^2 de lona vas a precisar para el arreglo?



- A) 9 m^2 (pág. 30)
- B) 5 m^2 (pág. 29)

fig 1

No es correcto tu cálculo. Has olvidado, al aplicar la fórmula, un detalle muy importante, ya repetido varias veces: que el triángulo es sólo la mitad del área del rectángulo que tenga su misma largura y su misma anchura.

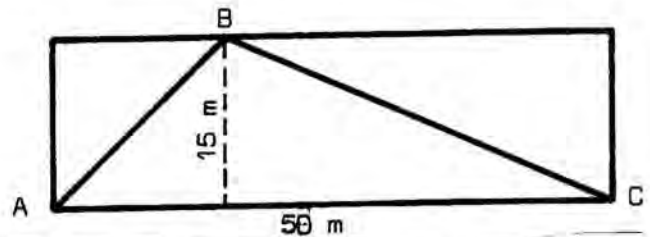


Rectángulos con triángulos inscritos

Puedes repasar la página 13 y también la página 24.
Luego vuelve a la página 24.

El primer resultado no es exacto, pues ha habido un pequeño error de cálculo.

Repasa, pues, la operación de multiplicar y luego piensa si es suficiente efectuar correctamente el producto largo x ancho o has de considerar que el triángulo es siempre la mitad de extenso que el rectángulo de sus mismas dimensiones.



Si no encuentras una solución recurre a la página 24
Por fin elige en la página 23 la mejor solución.

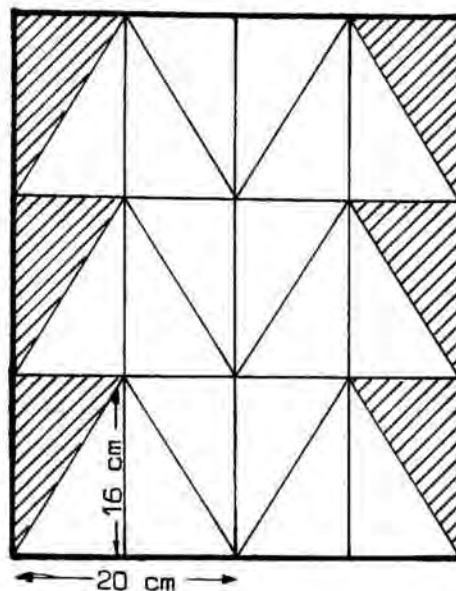
26,29, Tu respuesta: 5 m^2
33.

Bien. Veo que no te has dejado impresionar por las otras medidas (3 m y 2'5 m) del dibujo.

$$\text{Area del triángulo} = \frac{b \times a}{2}$$

La figura 1 representa una superficie embaldosada con 15 baldosas triangulares. Averigua el área total que ocupa todo el suelo embaldosado.

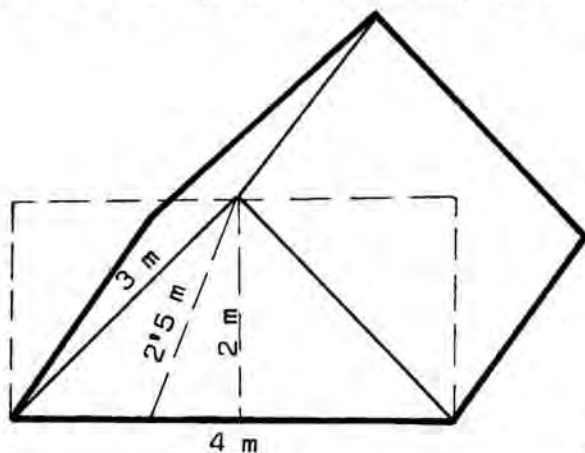
- A) 1.920 cm^2 (pág. 31)
- B) 1.440 cm^2 (pág. 33)
- C) 3.840 cm^2 (pág. 32)



26. Tu respuesta: 9 m^2 .

No has tenido en cuenta que al multiplicar dos segmentos perpendiculares se obtiene el área de un rectángulo, y lo que en realidad deseas obtener es el área de un triángulo.

De una figura que es la mitad de la del rectángulo de la misma base y la misma altura. Por eso el resultado que has obtenido es el doble del correcto: $4 \times 2 = 8 \text{ m}^2$
 $8 \text{ m}^2 + 1 \text{ m}^2$ (para dobladillos) = 9 m^2



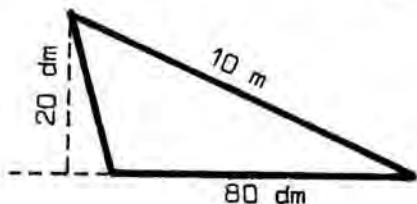
Dirígete a la página 26 en busca de una respuesta mejor.

29,34. Tu respuesta: 1920 m²



50 dm

fig 1



80 dm

fig 2

Te has dado perfecta cuenta de que cada dos triángulos rayados de los bordes son como uno de los triángulos equiláteros, o sea que en total has contado 12 triángulos equiláteros. Bien.

Prosigue, ya que puedes estar satisfecho de tus adelantos.

Con los datos de las figuras 1 y 2 contesta a esta cuestión: ¿Cuál de las dos figuras geométricas tiene mayor área y cuántos m² tiene más que la otra?

- A) Es mayor el triángulo; 4'5 m² mayor que el rectángulo (pág 34)
 B) Es mayor el rectángulo ; 4'5 m² mayor que el triángulo (pág. 35)

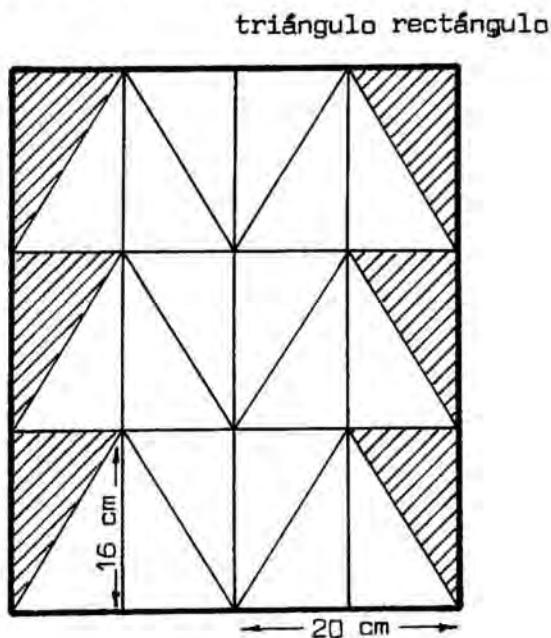
29. Tu respuesta: 3840 cm²

El área de una de las baldosas no está calculada correctamente, puesto que sólo has multiplicado la longitud de la base por la de la altura. Lo cual no es aplicar toda la fórmula del área del triángulo.

Sin embargo has visto que el área de la figura rectangular está formada por 9 triángulos equiláteros y 6 triángulos rectángulos - que son precisamente la mitad de extensos que los equiláteros.

Te conviene repasar la aplicación de la fórmula del área del triángulo (página 21).

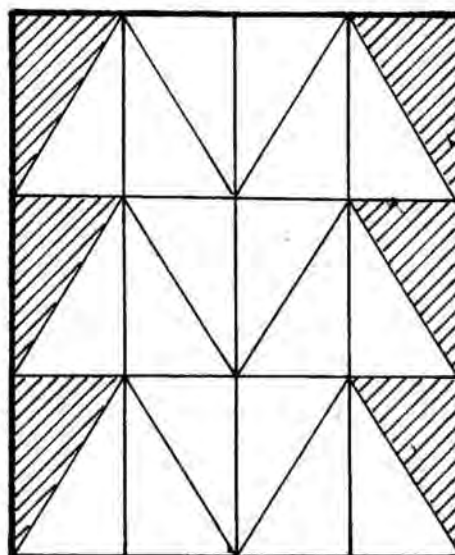
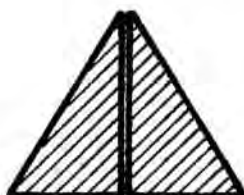
Pasa a la página 29.



29.

Tu respuesta: 1440 cm^2

La segunda parte de tu respuesta es inexacta, debido a que sólo has considerado, en el área del embaldosado, los 9 triángulos equiláteros sin tener en cuenta que los restantes 6 son precisamente la mitad de un equilátero. Es decir que entre los 6 equivalen a otros 3 triángulos completos.



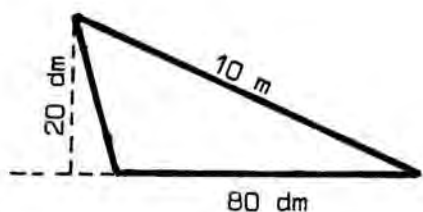
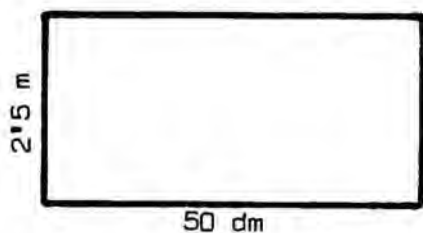
Vuelve a la página 29:

31.

Tu respuesta: El triángulo es mayor ; $4'5 \text{ m}^2$ más que el rectángulo.

Tu contestación no es correcta.

El rectángulo es mayor, pues su área, después de reducir los datos a metros lineales es $12'5 \text{ m}^2$.



$$50 \text{ dm} = 5 \text{ m}$$

$$20 \text{ dm} = 2 \text{ m}$$

$$80 \text{ dm} = 8 \text{ m}$$

$$\text{Area rectángulo} = 5 \times 2'5 = 12'5 \text{ m}^2$$

$$\text{Area triángulo} = \frac{8 \times 2}{2} = 8 \text{ m}^2.$$

Luego el rectángulo es mayor que el triángulo.

La segunda parte de la respuesta es correcta pues $12'5 - 8 = 4'5 \text{ m}^2$ de exceso.

Pasa a la página 31.

31,37. Tu respuesta: El rectángulo es mayor ; $4'5 \text{ m}^2$ más que el triángulo.

!Bien!

Fijate ahora en la cuestión siguiente:
Entre los dos triángulos de las figuras 1 y 2 ¿cuál es mayor? ¿El A o el B ?

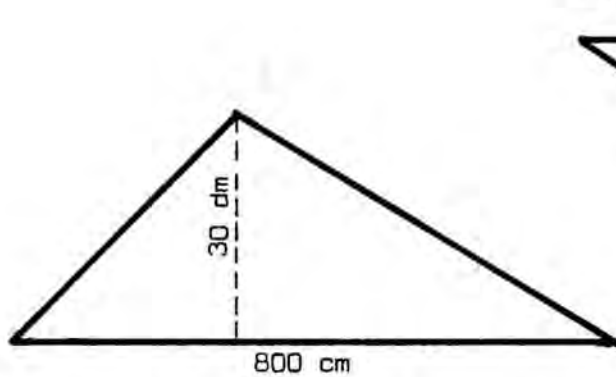


fig 1 Triángulo A

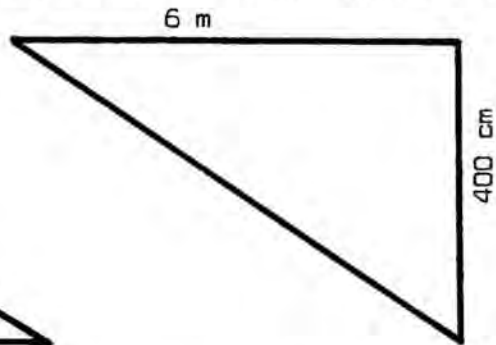


fig 2 Triángulo B

- A) A mayor que B (pág. 37)
- B) Son equivalentes;ambos miden la misma área. (pág. 36)
- C) B mayor que A (página 37)

Si deseas una aclaración a la palabra equivalente estudia la lección que trata de las equivalencias en tu libro de texto.

35,39, Tu respuesta: Son equivalentes. Ambos miden la misma área.
40.

Muy bien.De esta manera has visto que a veces las apariencias visuales engañan y lo que debe tenerse en cuenta son los resultados de los cálculos:

La figura 1 representa una pirámide con caras triangulares equiláteras y su base es un cuadrado.Si quieres forrar las caras laterales con papel satinado, ¿ cuántos m^2 de papel necesitarías como mínimo? (El nº de caras es 4, el mismo que lados tiene la base cuadrada de la pirámide).

(los datos son aproximados)

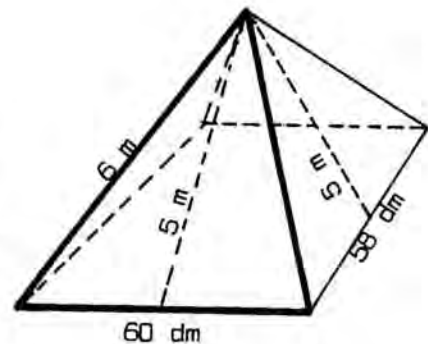
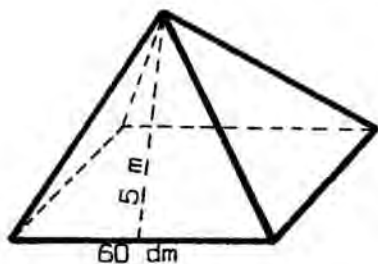


fig 1

- A) 15 m^2 (pág 40)
- B) 600 m^2 (pág 39)
- C) 60 m^2 (pág 38)

36. Tu respuesta: 600 m²



Tu error procede de que no has homologado las dimensiones del triángulo y has calculado el área de la cara triangular multiplicando 58 dm (de base) por 5 m (de altura),obteniendo luego su mitad:

$$\frac{58 \times 5}{2} = \frac{290}{2} = 145 \text{ (falsos m}^2\text{)}$$

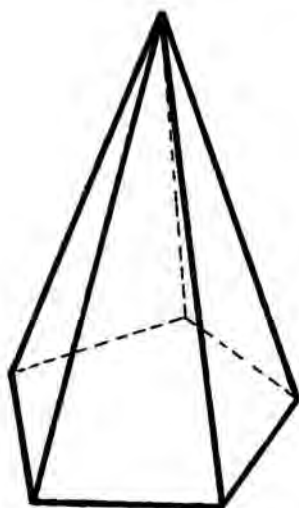
El área de esta cara, cuadruplicada, te ha dado un total de 580 m².

El error está en que, al no tomar las dos dimensiones en metros,no puede resultar el área en m² (metros cuadrados).

Antes de elegir nueva respuesta en la página 36 repasa los cálculos.

Tu respuesta: 15 m²

36.



pirámide pentagonal

No es correcta tu respuesta.Parece que has reducido la longitud de la base a m .

$$58 \text{ dm} = 5.8 \text{ m}$$

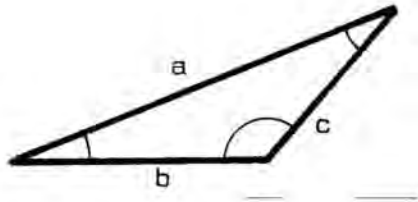
y que has hallado el área del triángulo mediante la fórmula

$$S = \frac{5.8 \times 5}{2} = 14.5 \text{ m}^2$$

Hasta ahora bien.Pero has olvidado que son 4 caras iguales para calcular todo el área lateral.

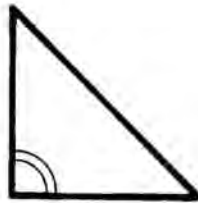
Piensa qué es lo que debes hacer para lograr el area lateral total antes de operar y elegir tu nueva contestación en la página 36.

1.-



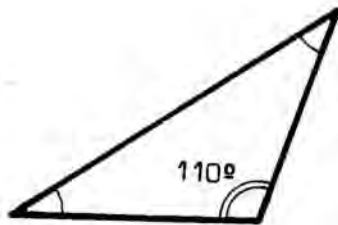
¿Cuáles de estas dimensiones son perpendiculares entre sí?

2.-



Este es un triángulo y a la vez

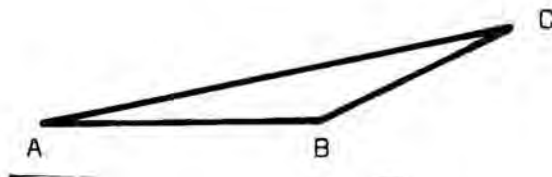
3.-



¿Cuántos grados suman los ángulos no acotados?

4.-

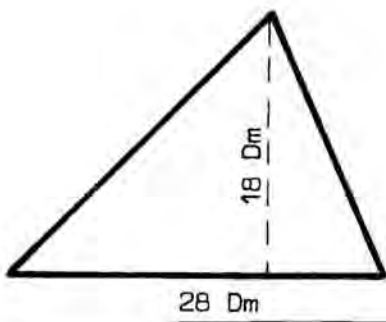
Traza la altura sobre la base AB.



5.-

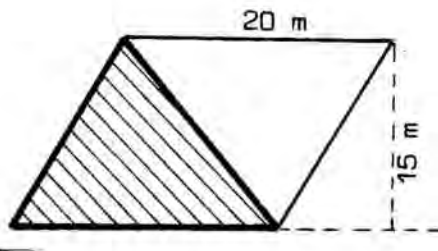
Escribe la fórmula del área del triángulo.

6.-



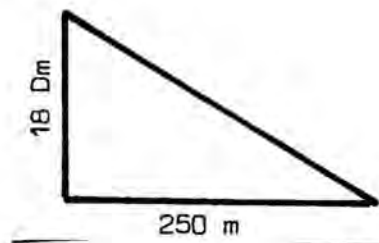
Averigua el área de este triángulo.

7.-



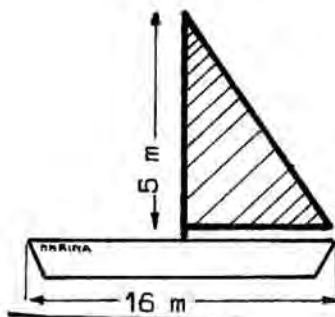
Area, en dm^2 , del triángulo rayado.

8.-



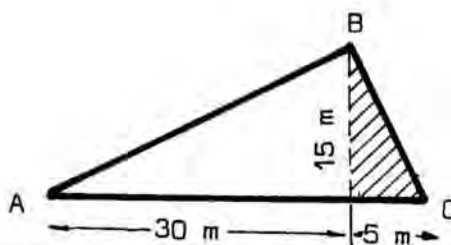
Averigua el área de este triángulo y da el resultado en Dm^2 .

9.-



¿Cuántos m^2 mide la lona de esta vela?

10.-



Dime el área total del triángulo ABC.

CONJUNTO IV

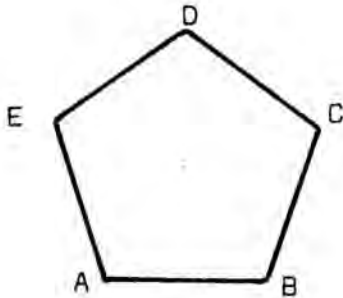
Tres son las partes de que está constituido:

1. Prueba Objetiva Inicial: con 10 ítems.
2. Desarrollo temático de Area de los Polígonos: con un total de 40 ítems. El primer ítem está destinado al repaso de los distintos tipos de polígonos regulares. SE profundiza en la relación entre triángulos y polígonos, madurando así las posteriores relaciones netre polígonos y área del círculo. He tenido en cuenta que el alumno estudiase los por qué de las fórmulas, subdividiendo en triángulos y descomponiendo así los polígonos, más que exigir un conocimiento memorístico de las fórmulas.
3. Prueba Objetiva final: toda ella compuesta de ejercicios de aplicación y de sistema métrico.

1.-

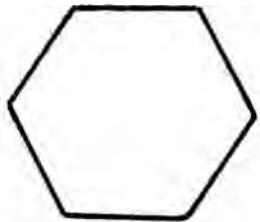
Indica seis clases de polígonos regulares.
Haz la figura y nómbralos.

2.-



Dibuja en la hoja de respuestas las cinco perpendiculares en el punto medio a los lados AB, BC, CD, DE, y EA del pentágono.

3.-



¿A qué clase de triángulos pertenecen los 6 que constituyen el área del exágono regular?

4.-

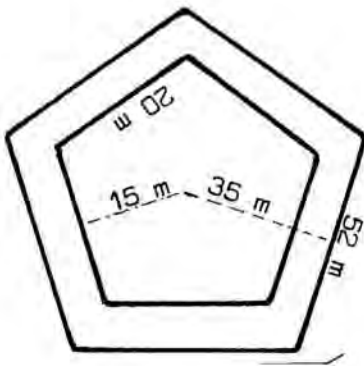
¿A qué llamamos perímetro de un polígono?

5.-



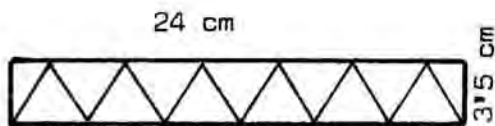
¿Cuántos metros mide el perímetro de un heptágono de 83'2 Dm de lado?

6.-



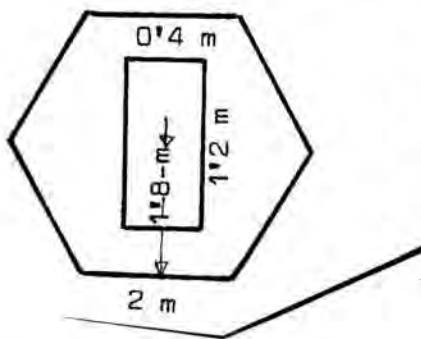
¿Cuántos días tardarán en labrar la franja de terreno contenido entre los dos pentágonos, si cada día se labran 80 m^2 ?

7.-



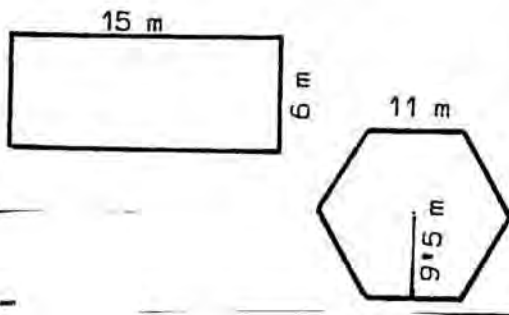
¿Cuántos cm de lado y cuántos cm^2 tiene el exágono desarrollado e inscrito en este rectángulo?

8.-



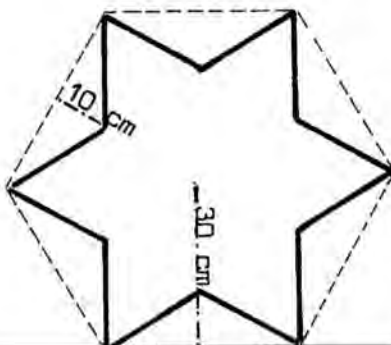
¿Cuántos dm^2 de vidrios de colores se precisan para recubrir esta vidriera de la Catedral, descontando la parte rectangular del centro que se reserva para colocar una imagen?

9.-



¿Cuál de los dos polígonos ocupa mayor superficie y en cuántos m^2 excede al otro?

10.-

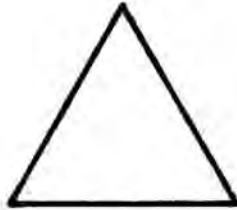


¿Cuántos cm^2 de área mide la estrella o polígono estrellado?

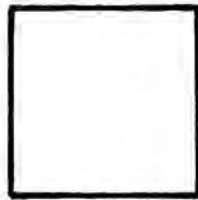
Antes de iniciar el estudio del área de los POLIGONOS REGULARES, supongo que te convendrá recordar algunas nociones.

Polígono significa muchos o varios ángulos.

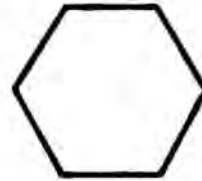
Polígono es una porción de superficie plana y limitada por una línea quebrada y cerrada (figura 1).El polígono regular tiene todos sus lados y ángulos iguales.Las figuras que siguen son ejemplos de polígonos regulares.



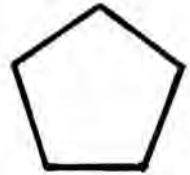
Triángulo
(3 lados)



Cuadrado
(4 lados)



Exágono
(6 lados)



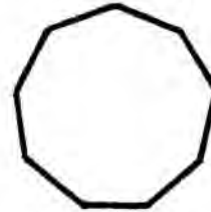
Pentágono
(5 lados)



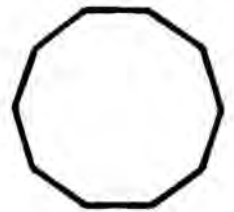
Heptágono
(7 lados)



Octógono
(8 lados)



Eneágono
(9 lados)



Decágono
(10 lados)

Para que entiendas mejor el área de los polígonos regulares es preciso que empieces conociendo el modo de averiguar el área del hexágono regular. (figura 1).Ya sabes que el exágono regular tiene los 6 lados y los 6 ángulos iguales. (por eso se llama regular).Además, el radio de la circunferencia en que puede inscribirse es igual a los lados.

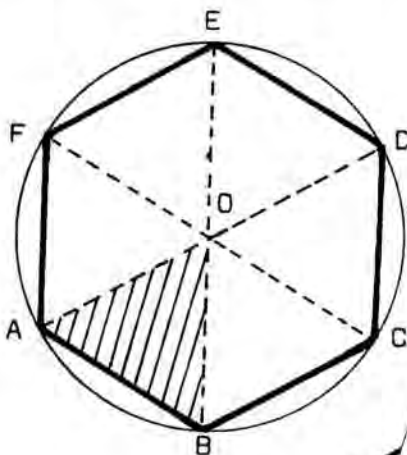
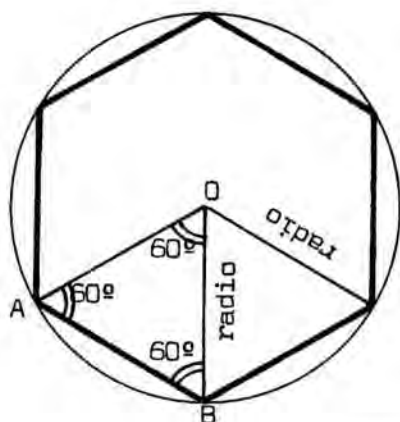


fig 1

Mira la figura 1.Los radios AO,BO,DO etc del exágono miden lo mismo que los lados AB,BC,CD etc.Y por ello cada diagonal (BE,=AD=FC) valen el doble que el lado.

Teniendo esto en cuenta ¿ podrías decir qué clase de triángulos son AOF,AOB, BOC, etc ?.

- A) rectángulos (página 3)
- B) equiláteros (página 5)
- C) isósceles (página 4)



No pueden ser triángulos rectángulos. Ya sabes que los tres lados son iguales en cada uno de los triángulos, porque están formados por 2 radios (todos los radios de la circunferencia son iguales) y por un lado igual al radio.

Además los ángulos de los triángulos equiláteros son también iguales. Es decir, que todo triángulo equilátero es, además, equiángulo.

Como los 3 ángulos de un triángulo suman 180 cada uno de los ángulos del triángulo equilátero es de

$$\frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$$

Por lo tanto no hay posibilidad de que los ángulos sean de 90° o rectos.

Pasa a la página 2 y elige nueva respuesta.

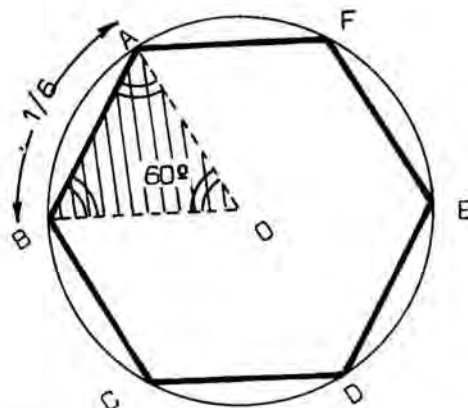
Esa no es exactamente la respuesta. Aunque en los triángulos en cuestión haya dos lados iguales (los lados OA y OB en la fig 1). Observa el triángulo AOB. El ángulo en O abarca la sexta parte de la circunferencia y vale, por lo tanto $\frac{360}{6} = 60^\circ$

(Recuerda que los ángulos con el vértice en el centro de la circunferencia y cuyos lados son radios, se llaman ángulos centrales y valen tanto como el arco que abarcan). Si no ves claramente el valor del ángulo central pasa a repasar en tu libro de Aritmética.

Si $O = 60^\circ$ entre A y B deben valer $180 - 60 = 120^\circ$. Como A y B son iguales, resulta que $A = B = \frac{120}{2} = 60^\circ$.

Luego si los 3 ángulos son iguales también son iguales los lados, y por lo tanto el triángulo es isósceles.

Ahora elige la respuesta correcta en la página 2



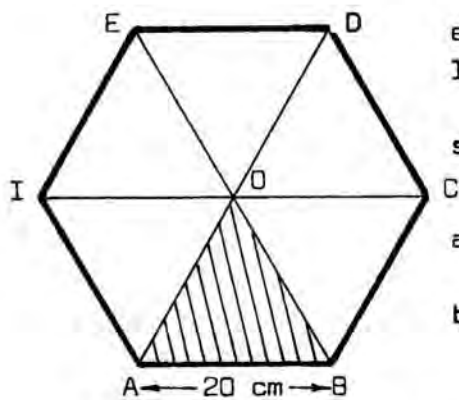
$A + B = 120^\circ$
$A = \frac{120}{2} = 60^\circ$
$B = \frac{120}{2} = 60^\circ$

Tu respuesta: Equiláteros.

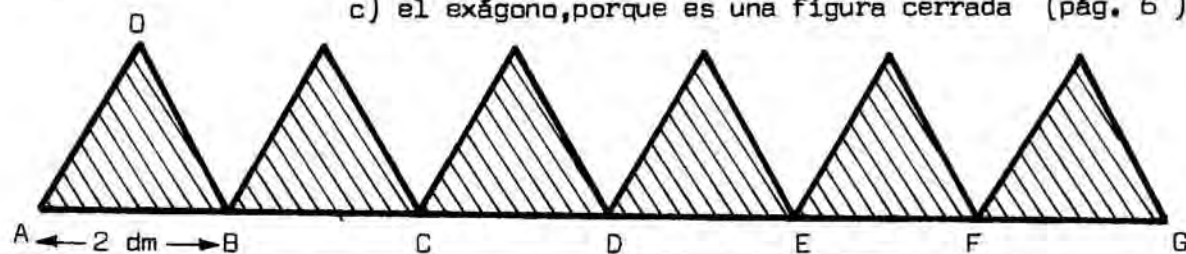
Bien, Son equiláteros porque tienen sus 3 lados iguales. Imagínate que colocas 6 de esos triángulos equiláteros uno a continuación del otro. Cada una de sus bases mide 2 dm (fig 1).

Después de haberlos colocado, miras detenidamente el exágono que te he dibujado debajo (fig 2), cuyo lado mide 20 cm.

¿Cuál de las dos figuras, la 1 o la 2, ocupa mayor superficie? ¿ Por qué ?.

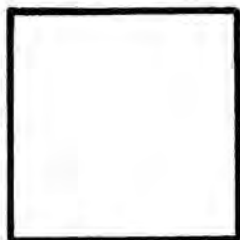


- a) la fig 1, porque entre los triángulos queda espacio. (pág. 6)
- b) las dos figuras ocupan la misma superficie, porque son triángulos equiláteros con idénticas dimensiones (pág. 7)
- c) el exágono, porque es una figura cerrada (pág. 6)



Tu respuesta : La fig, 1 porque entre los triángulos queda espacio.
El exágono porque es una figura cerrada.

fig 1



6 cm

4 cm

fig 2



9 cm

fig 3



18 cm

La comparación de las dos figuras te debe recordar el concepto de equivalencia. Se dice que dos figuras planas son equivalentes cuando tienen la misma área, aunque la forma sea diferente.

Así un cuadrado de 6 cm de lado (fig 1) tiene la misma área que un rectángulo de 9 cm de largo y 4 cm de ancho - fig 2 -, o que un triángulo de 18 cm de base y 4 cm de altura:

$$\begin{aligned} \text{cuadrado} & : 6 \times 6 = 36 \text{ cm}^2 \\ \text{rectángulo} & : 9 \times 4 = 36 \text{ cm}^2 \\ \text{triángulo} & : \frac{18 \times 4}{2} = 36 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

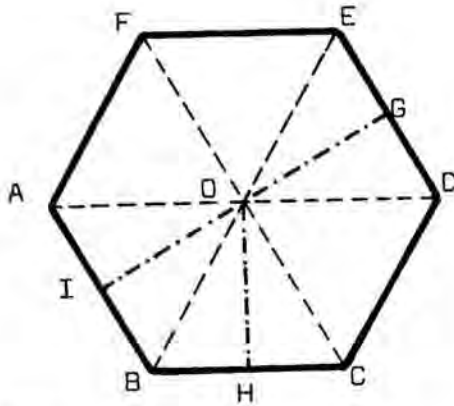
El cuadrado es equivalente al rectángulo y al triángulo por tener la misma área, aunque distinta forma.

También en el caso que te he propuesto hay una equivalencia entre las dos figuras. Puedes comprobarlo fácilmente calculando el área total de los 6 triángulos, en cada caso.

Elige respuesta correcta en la página 5.

Tu respuesta: Las dos figuras ocupan la misma superficie porque son triángulos equiláteros que miden lo mismo de base.

Correcto. Te has dado cuenta de que hay que reducir los dm a cm (o viceversa) y de que 6 triángulos equiláteros ocupan la misma superficie sea cual sea la posición en que se encuentren.



¿Recuerdas que para averiguar el área es necesario que los segmentos en los que se miden las di mensiones a multiplicar han de ser perpendiculares?

En el exágono de la figura 1 ¿cuáles de éstas son dimensiones perpendiculares a los lados?

- A) OG y OF (pág. 8)
- B) OH y OI (pág. 10)
- C) OC y OH (pág. 9)

Tu respuesta:

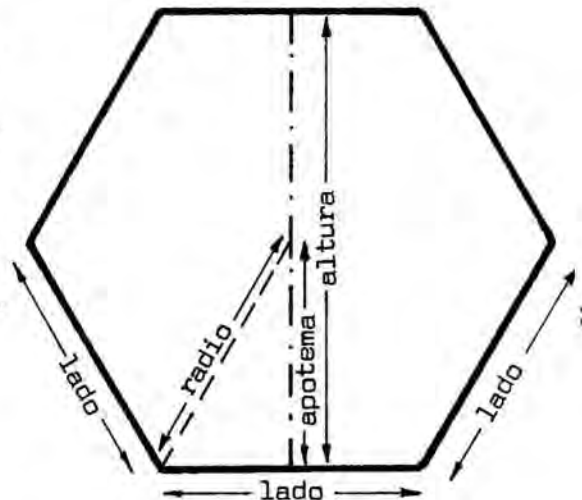
Incorrecta tu respuesta con respecto a OF. En efecto, OF es uno de los 6 radios del exágono de los que, como sabes, sirven para formar en el exágono 6 triángulos equiláteros. Por lo tanto, el ángulo AFE vale 60° y en consecuencia, OF no puede ser perpendicular a FE ni a FA.

Para que comprendas mejor cuanto te digo, lee la página 3.

La apotema de un polígono regular es la distancia que hay entre el centro del polígono y el punto medio de uno de sus lados. (OG=OH=...) La distancia entre cada dos lados opuestos del exágono se llama altura y equivale a dos apotemas.

Por lo que se refiere a OG sí que acertaste pues OG es apotema del exágono y, por lo tanto, perpendicular al lado ED.

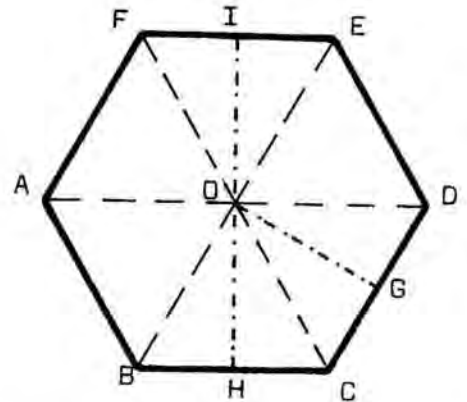
Así pues, desechada la solución OG y OF pasa a la página 7.



Tu respuesta: OC y OH

Tu elección es incorrecta pues, de los dos segmentos, sólo uno es perpendicular a BC.

OC no es perpendicular a los lados BC ó CD porque forma con ellos ángulos de 60°, por tratarse de triángulos equiláteros.

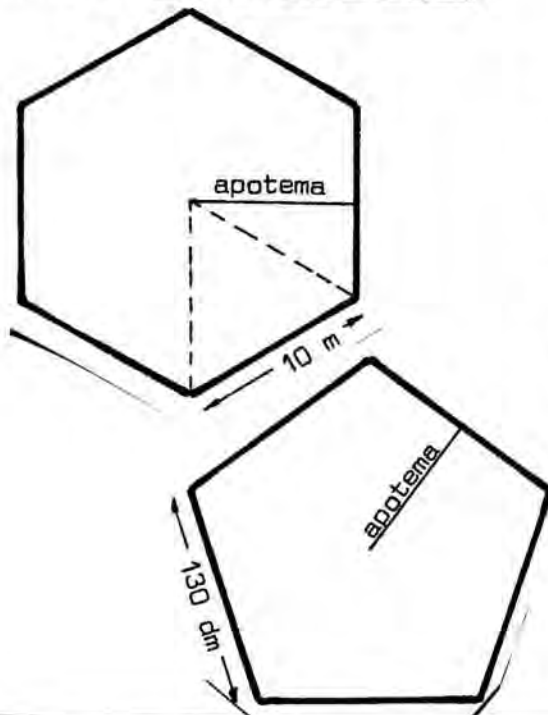


Puedes recurrir a las páginas 3 y 4 para aclarar estos conceptos antes de volver a la página 7 en busca de una mejor respuesta.

Tu respuesta: OH y OI

Perfectamente.

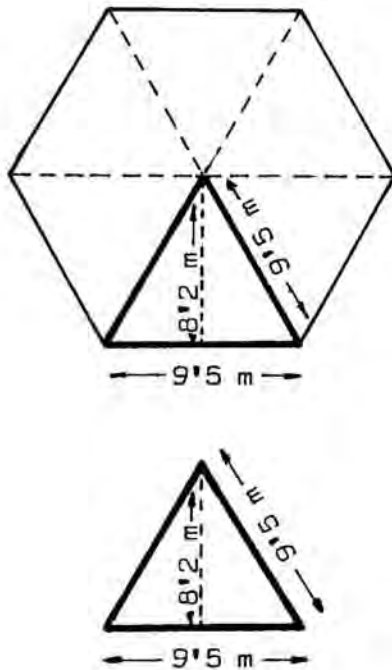
Las líneas OH y OI son perpendiculares a los lados y reciben el nombre de apotemas del exágono.



Se llama perímetro de un polígono a la suma de las longitudes de los lados que forman su contorno.

¿Qué perímetro es mayor? ¿El de este exágono - fig 1 - o el del pentágono -fig 2-? ¿Cuántos metros hay de diferencia entre los perímetros de ambos?

- A) es mayor el perímetro del pentágono; en 590 dm (pág. 12)
- B) Es mayor el perímetro del pentágono; en 5 metros. (pág. 11)



Excelente. Sabes que el perímetro es la longitud circundante a la superficie del polígono. El que éste sea regular facilita los cálculos porque puedes limitarte a multiplicar lo que mide un lado por el nº de lados del polígono;

Mira la fig 1. En el exágono regular

base triángulo = lado exágono

altura triángulo = apotema exágono

Conocidos los datos, halla el área de 1 solo de los 6 triángulos que forman la superficie del exágono.

- A) 77.9 m² (pág. 13)
- B) 38.95 m² (pág. 15)
- C) 90.25 m² (pág. 14)

No es correcto. Aunque habías empezado bien. Al calcular el perímetro del pentágono has multiplicado por 5 la longitud de un lado:

$$\underline{130 \text{ dm} \times 5 = 650 \text{ dm}}$$

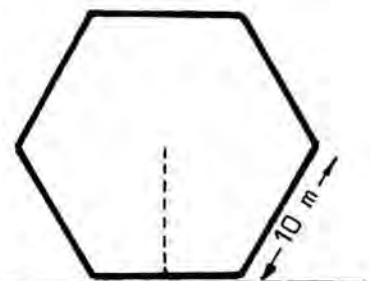
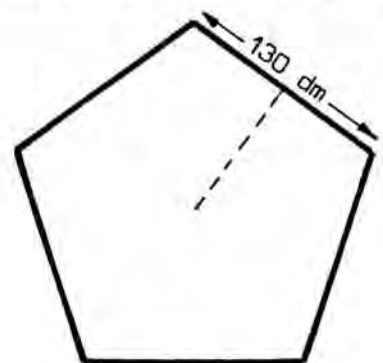
Y al calcular el perímetro del exágono has hecho

$$\underline{10 \times 6 = 60 \text{ m}}$$

Bien. Pero luego has restado

$$\underline{650 \text{ dm} - 60 \text{ m} = 590}$$

lo cual es incorrecto puesto que para restar 2 cantidades han de estar expresadas en la misma unidad.



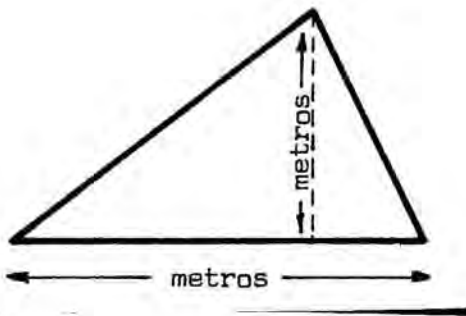
Es conveniente que repases la página 10 y emitas otra respuesta.

Respuesta equivocada.

Repasa la fórmula del área del triángulo:

$$\text{Area} = \frac{b \times a}{2}$$

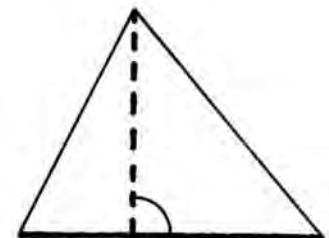
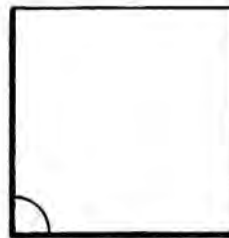
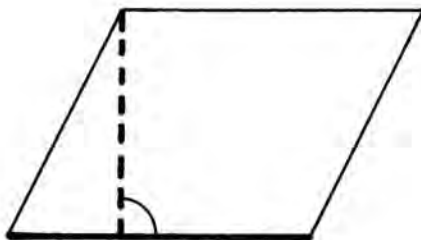
Y todos los datos deben venir expresados en la misma unidad.



Vuelve a calcular para elegir nuevamente en la página 11.

Incorrecta.

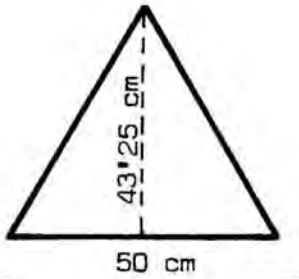
Has olvidado que el área es el producto de las longitudes de 2 segmentos perpendiculares.



Calcula de nuevo el área del triángulo y elige otra respuesta en la página 11.

Tu respuesta: 38' 95 m²

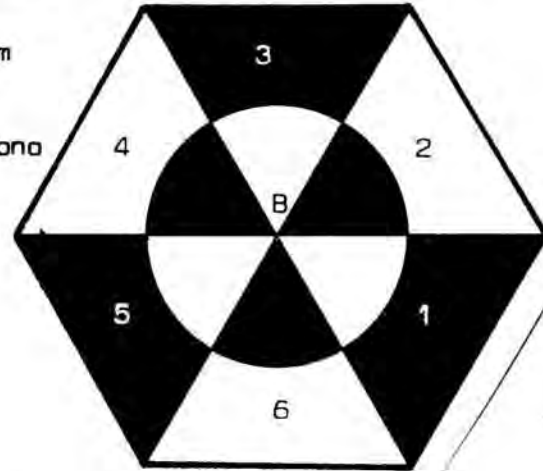
Excelente. No has olvidado dividir entre 2.
 Con los datos del triángulo equilátero ABC puedes hallar el área del exágono,
 1º: averiguando el área de un triángulo
 2º: multiplicando ese área por 6, porque el exágono está compuesto por 6 triángulos iguales.



Datos del triángulo

Base = 50 cm
 Altura = 43'25 cm

El área del exágono es, pues:



- A) 2162'5 cm² (pág. 16)
- B) 1081'2 cm² (pág. 17)
- C) 6487 cm² (pág. 18)

Tu respuesta: 2162 cm²

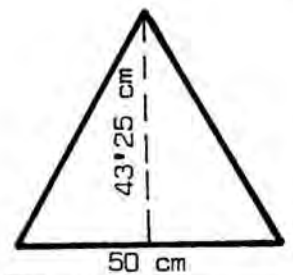
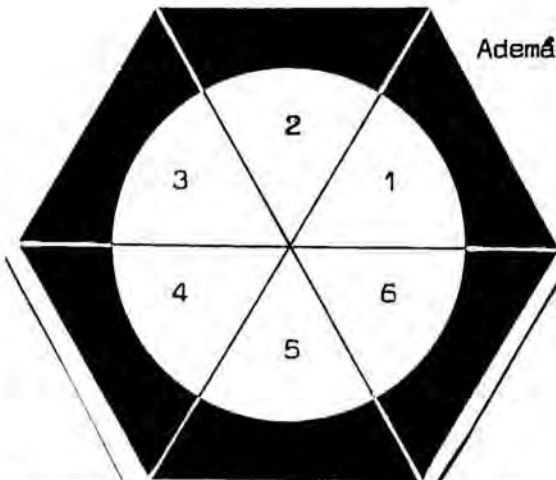
Olvidaste hallar la mitad del producto de la base por la altura.

$$\text{base (50 cm) x altura (43'25 cm)}$$

Recuerda la fórmula del área del triángulo:

$$\text{Area} = \frac{b \times a}{2}$$

Además no has multiplicado por 6

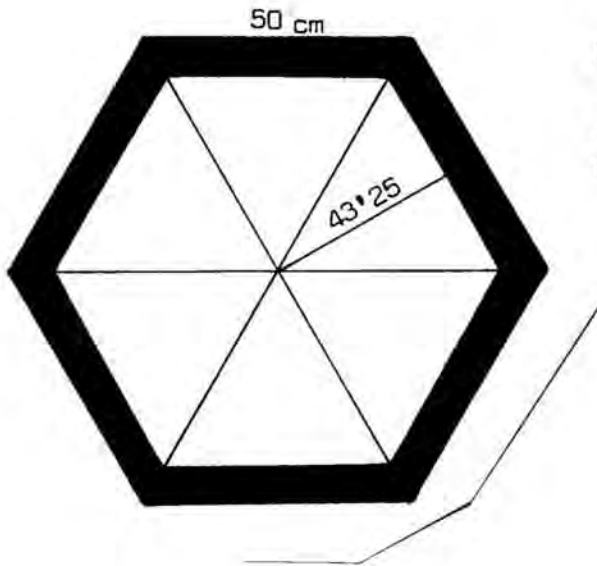


Vuelve a la página 15.

Has averiguado bien el área del triángulo equilátero pero no te has acordado de multiplicar por 6 para hallar el área del exágono.

Mira la figura.

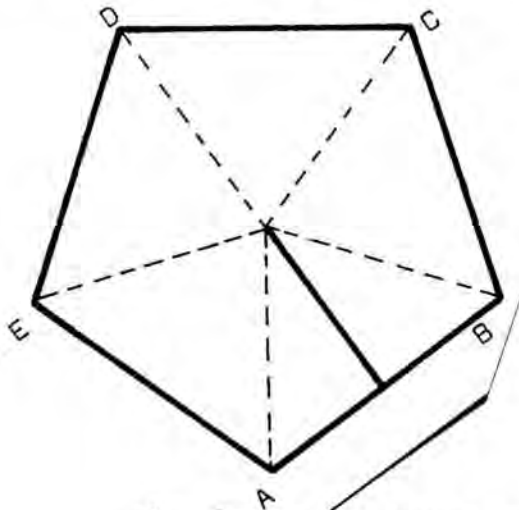
Vuelve a pensar la respuesta y léete la página 15 antes de proseguir.



Tu respuesta: El área del exágono es de 6487 cm^2

Bien. Eso quiere decir que has recordado multiplicar el área del triángulo por 6.

No obstante hay un procedimiento que es más rápido que el que te he enseñado hasta ahora. Se aplica esta fórmula:



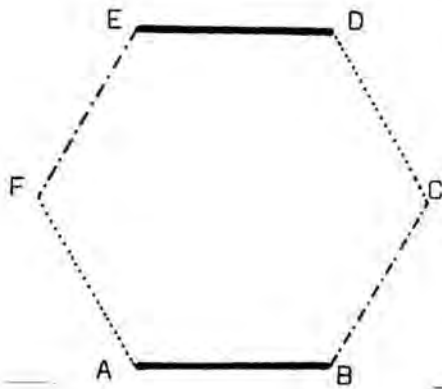
$$\text{Area} = \frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2}$$

¿Qué es la apotema de un polígono?

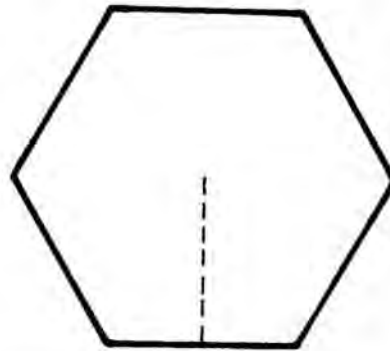
- A) La recta paralela a un lado del mismo (página 19)
- B) El segmento perpendicular a un lado, que parte del centro del polígono (pág. 20)
- C) El segmento que une al centro con un vértice (pág. 19).

Tu respuesta: La recta paralela a un lado del polígono o El segmento que une el centro del polígono con un vértice.

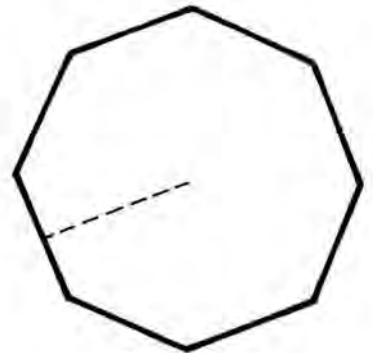
No hay más recta paralela a un lado que otro lado. (fig 1). Recuerda que la apotema de los polígonos regulares tiene un extremo en el centro del polígono y otro en el punto medio del lado (fig 2). Las apotemas son siempre perpendiculares en el punto medio de los lados.



lado AB paralelo al ED
lado BC paralelo al FE
lado DC paralelo al FA



Exágono



Octógono

Vuelve a la página 18.

Tu respuesta: Se llama apotema de un polígono regular al segmento perpendicular al punto medio de un lado.

Bien, Atiende ahora a la explicación del por qué de la fórmula:

Area = $\frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2}$

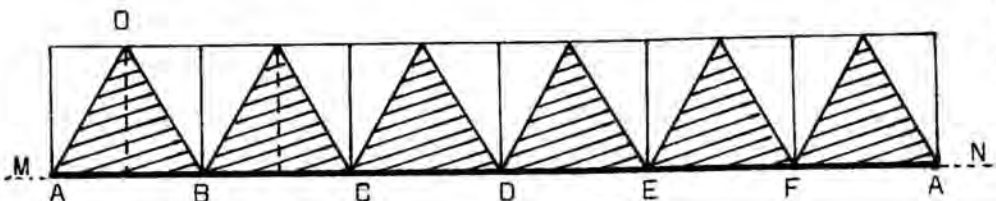
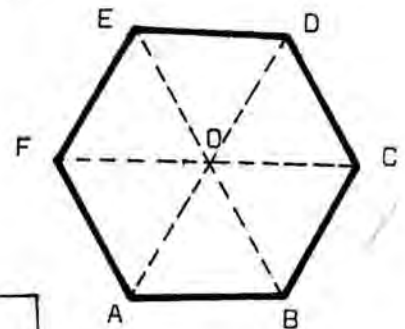
; Si desarrollas el exágono ABCDEF y colocas todos sus lados sobre la línea MN y luego unes con una línea los vértices O, te resul

ta un rectángulo cuyos datos son:

base = perímetro del exágono
anchura = apotema del exágono

Los triángulos rayados ¿qué parte del rectángulo ocupan?

- A) la mitad (pág 22)
- B) el doble o la cuarta parte (pág 21)

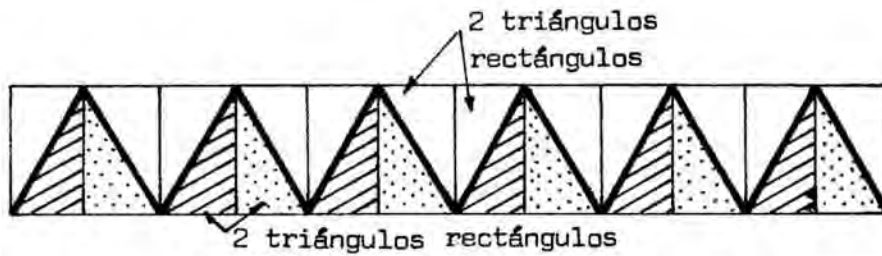


Piénsalo mejor. Fíjate que es mayor la totalidad del rectángulo que la figura rayada formada por los triángulos.

Si trazas la altura de los triángulos rayados y de los que quedan en blanco, verás que se forman 12 triángulos rectángulos iguales rayados y otros 12 en blanco. (fig 1) En total 24.

Por lo cual, el rectángulo ocupa justamente el doble que el área rayada, o el área rayada es la mitad de la del rectángulo.

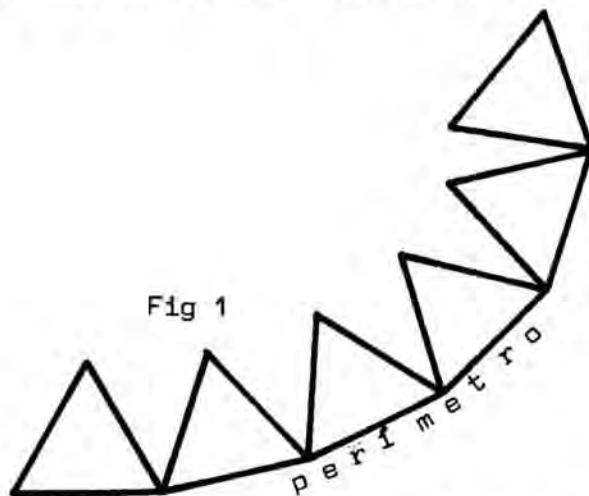
Por idénticas razones nunca podrá ser la cuarta parte.



Vuelve a la página 20.

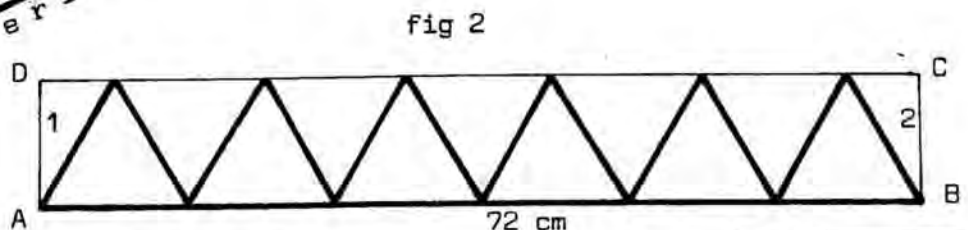
Bien.

Para hallar el área de un polígono se multiplica el perímetro - que es la base del rectángulo - por la apotema - que es la anchura del rectángulo - y este resultado se divide por 2.



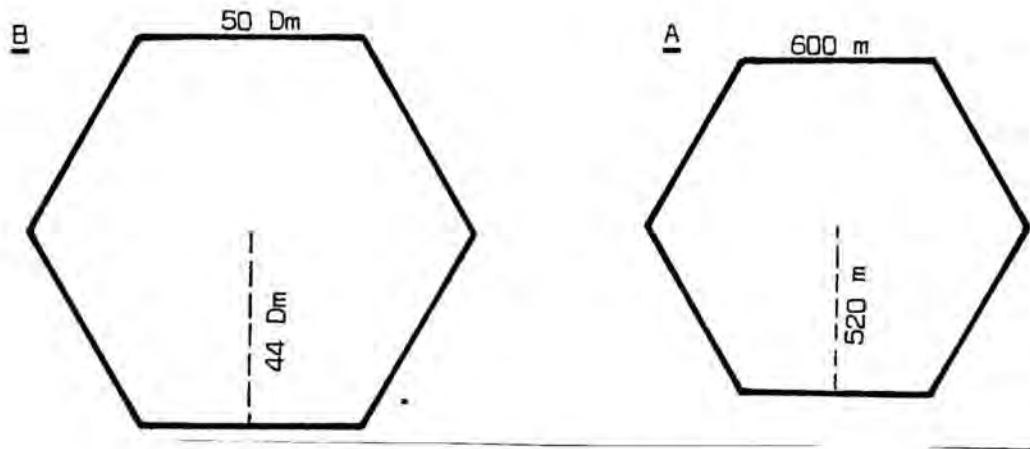
Haz este ejercicio: ¿Cuántos cm^2 de área mide el exágono desarrollado que he dibujado dentro del rectángulo ABCD? (fig. 2)
Aclaración: los triángulos 1 y 2 de los extremos son iguales.

- A) 720 cm^2 (pág. 23)
- B) 360 cm^2 (pág. 24)



Has olvidado dividir entre 2 el producto de la base - 72 cm - por la altura -10 cm-.

El área de la parte rayada (desarrollo del exágono) ocupa la mitad del área del rectángulo ABCD



Vuelve a la página 22.

¡Muy Bien!

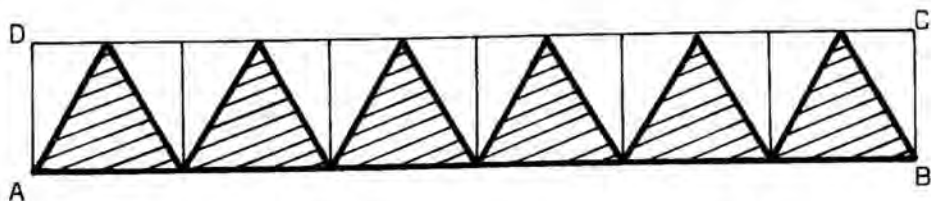
Has recordado dividir el área del rectángulo por 2.

Teniendo en cuenta que ya sabes de dónde proviene la fórmula

$$\text{Area} = \frac{p \times a}{2}$$

díme cuál de los dos exágonos de la figura es de mayor superficie y en cuántos Dm^2 excede al otro.

- A) es mayor el A; excede al B en 2760 Dm^2 (pág. 26)
B) es mayor el B; excede al A en 1200 Dm^2 (pág. 25)

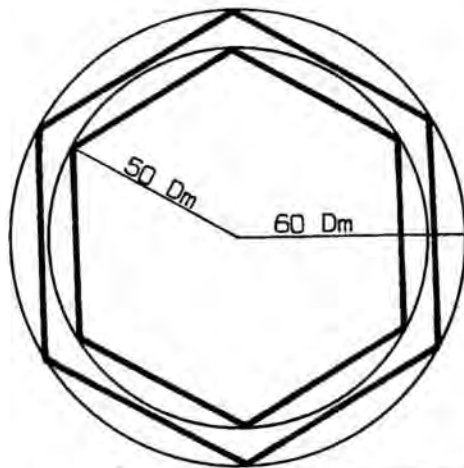


A simple vista notas que, siendo el lado del exágono A mayor que el del B, ya no es posible que el área sea mayor.

El B queda contenido en el A si inscribes los exágonos en circunferencias concéntricas de radios

60 Dm (el A)

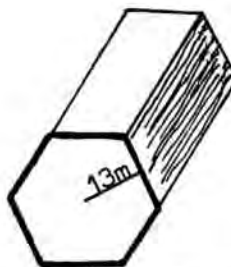
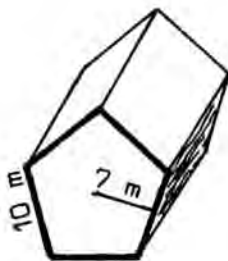
50 Dm (el B)



Con seguridad has errado en los cálculos. Vuelve a repasar la pág 24.

Bien, Ahora ya tienes seguridad en el cálculo de las áreas de los polígonos regulares.

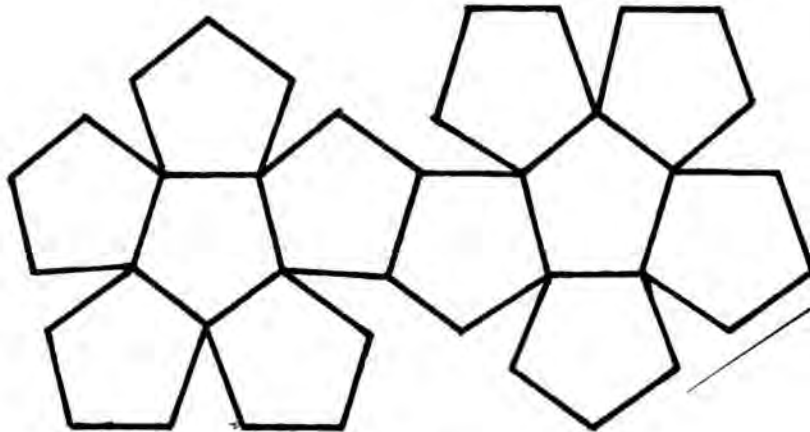
Calcula cuál será el área de estos dos polígonos de la figura 1.



- A) pentágono: 350 m^2 ; exágono: 1170 m^2 (pág. 27)
B) pentágono: 175 m^2 ; exágono 585 m^2 (pág . 28)

Revisa las operaciones y recuerda la fórmula:

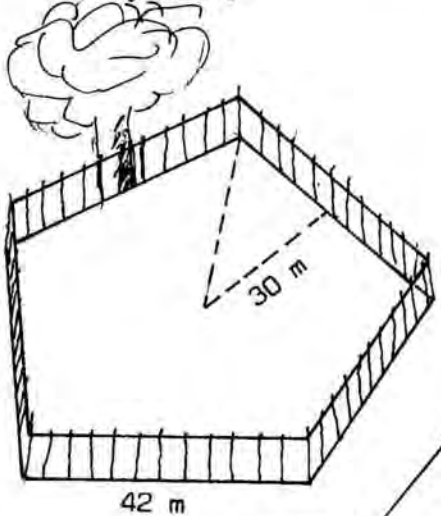
$$\text{Area} = \frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2}$$



Desarrollo del dodecaedro

Pasa a la página 26.

Muy bien.



¿Cuántos Kgs de simiente de hierba necesitas para sembrar el jardín que indica el grabado, si en cada cm^2 se gastan 2 gramos de semilla? (el jardín es de forma pentagonal regular).

- A) 630.000 gramos (pág. 29)
- B) 630 Kgs (pág. 31)
- C) 1260 Kgs (pág. 30)

Tu respuesta: 630.000 gramos.

-29-

Olvidaste reducir los gramos a kilogramos para expresar el resultado en la unidad pedida.

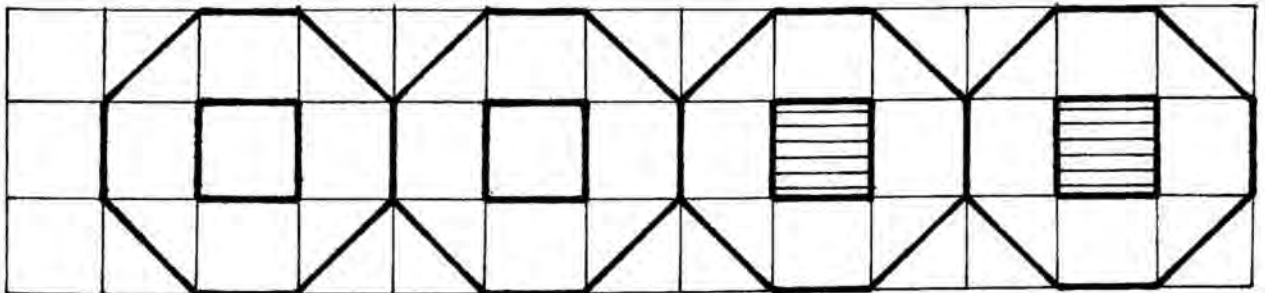
Repasa los cálculos sobre el Sistema Métrico

Vuelve a la pág. 28

Tu respuesta: 1260 Kgs.

-30-

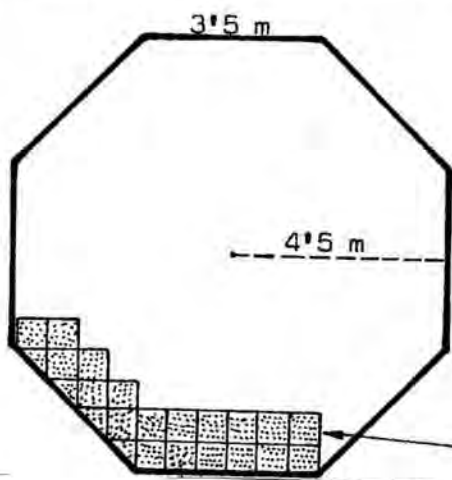
No has hallado la mitad del producto perímetro x apotema y por eso obtienes el resultado de que se necesita el doble de cantidad de semilla que la realmente necesaria.



Octógonos irregulares

Repasa los cálculos y vuelve a la página 28.

Tu respuesta: Se necesitarán 630 Kgs de semilla



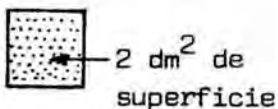
Correcto.

Se desea embaldosar esta pista con unas baldosas de colores que ocupan cada una 2 dm² de superficie. La pista es octogonal, de

lado : 3.5 metros

apotema : 4.5 metros

¿cuántas baldosas se precisarán?



- A) 6.300 baldosas (pág. 33)
- B) 3.150 baldosas (pág. 34)
- C) 31.5 baldosas (pág. 32)

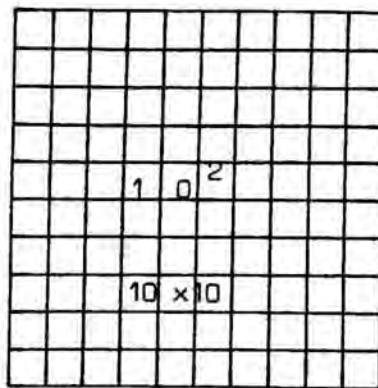
Tu respuesta : 31.5 baldosas

Después de hallar el área no has efectuado la reducción de m² a dm². Por eso el resultado no es correcto.

Recuerda que:

1 m = 10 dm

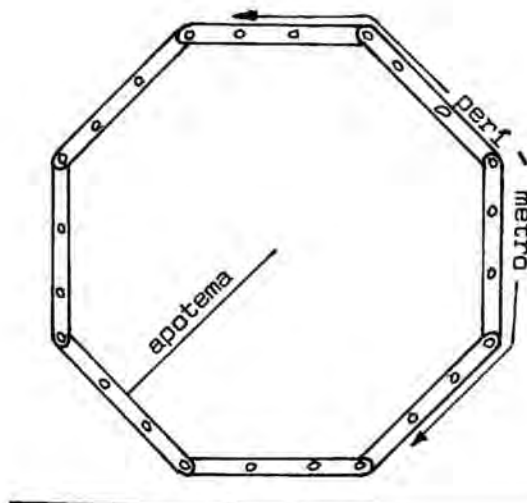
1 m² = 100 dm²



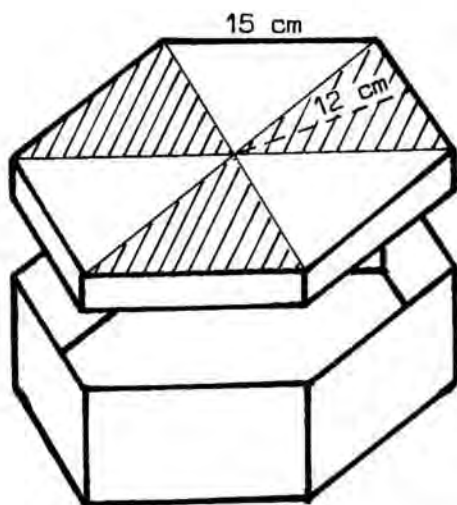
Consulta la página 31.

Olvidaste dividir por 2 el producto perímetro x apotema. Hazlo y obtendrás la cantidad correcta de baldosas necesarias.

Después pasa a la página 31 y comprueba si has realizado bien esas operaciones.



Has acertado, El problema no era fácil



Deseas forrar una tapa exagonal de esta caja, pero únicamente 3 de los 6 triángulos que la forman (los rayados en la figura). Las longitudes de las dimensiones son:

lado de la tapa exagonal : 15 cm
 apotema de la tapa : 12 cm

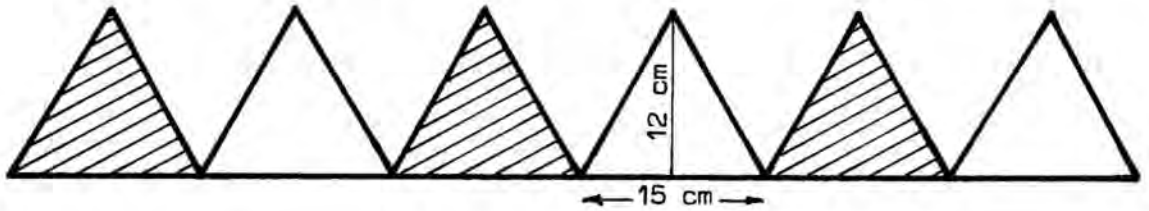
En seguida sabrás cuántos cm^2 de papel se precisan para forrar esos 3 triángulos de la tapa.

- A) 270 cm^2 (pág. 36)
 B) 540 cm^2 (pág. 35)

Has averiguado el área de esta forma:

$$A = \frac{p \times a}{2} = \frac{(15 \times 6)}{2} \times 12 = \frac{90}{2} \times 12 = \frac{1080}{2} = 540 \text{ cm}^2$$

Pero 540 cm^2 es el área de toda la tapa; y recuerda que se te pide únicamente el área de 3 triángulos, no de 6.



Vuelve a la página 34.

¡Muy bien!

Fíjate ahora en este problema: ¿cuántos dm^2 de papel necesitas para construir estas 2 cometas? ¿cuánto te costará el papel si 1 m^2 vale 8'30 pts?

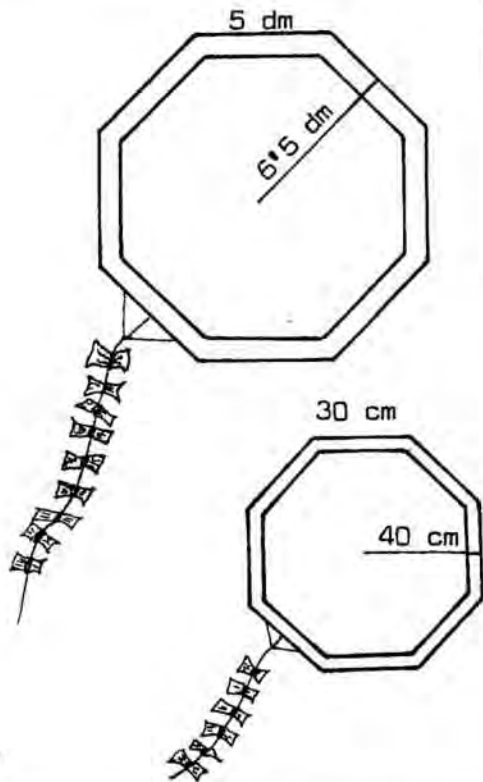
(Son cometas octogonales y de ellas conoces:

Cometa grande

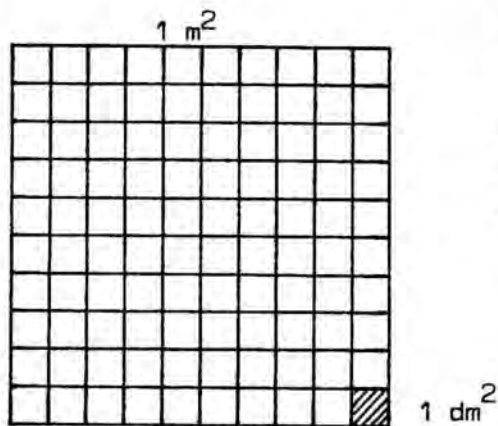
lado : 5 dm
apotema : 6'5 dm

Cometa pequeña

lado : 30 cm
apotema : 40 cm



- A) 178 dm^2 ; 1477 pts (pág 37)
B) 178 dm^2 ; 14'77 pts (pág. 38)



Al calcular el valor del papel te has olvidado de reducir los dm^2 a m^2 . Por eso te resulta un valor 100 veces mayor que el real.

Además, si reflexionas un poco, comprenderás que el papel para fabricar dos cometas ! no puede valer tanto!

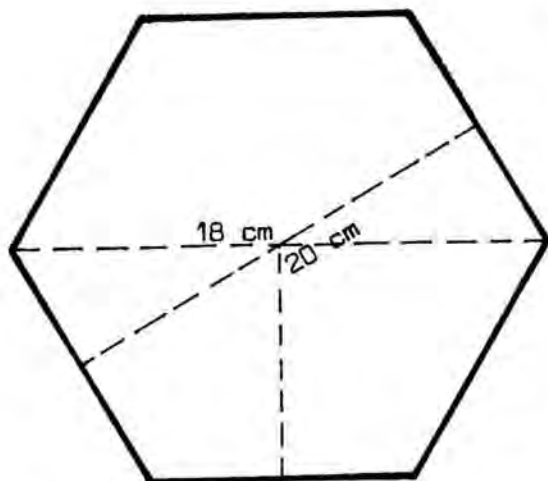
$$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$$

$$100 \text{ dm}^2 = 1 \text{ m}^2$$

Vuelve a la página 36.

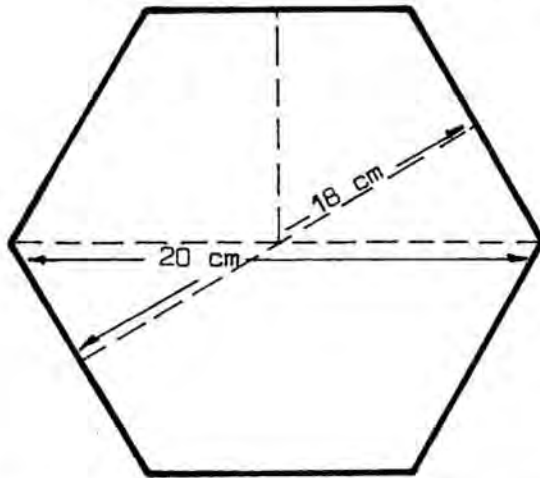
Bien. Has recordado sumar las áreas de los 2 cometas. Y de reducir los dm^2 a m^2 , porque el precio te viene dado en m^2 .

Averigua el área de la superficie exagonal regular representada en la figura. Después de ello, cuando ya tengas preparada la respuesta, pasa a la página 39.



La respuesta al problema anterior es 270 cm^2 .

Se ha averiguado así:



$$10 \times 6 = 60 \text{ cm de perimetro}$$

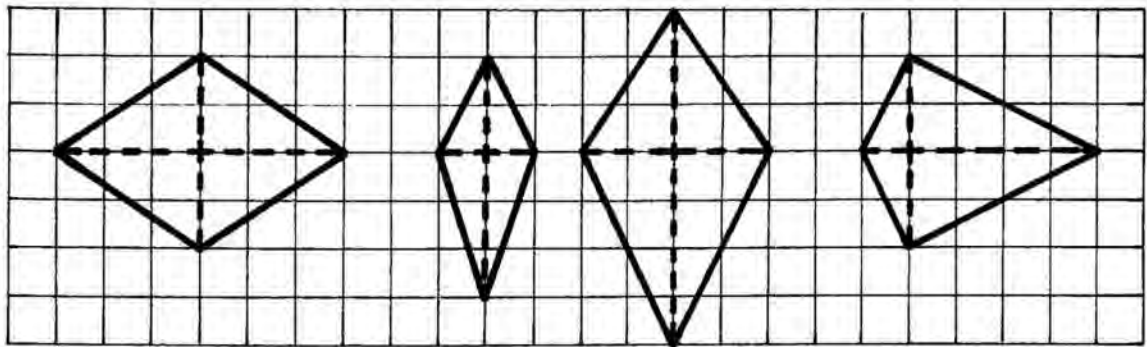
$$18 \div 2 = 9 \text{ cm de apotema}$$

$$\text{Area} = \frac{p \times a}{2} = \frac{60 \times 9}{2} = \frac{540}{2} = 270 \text{ cm}^2$$

Si no comprendes este proceso pasa a las páginas 2 y 8.

Puedes considerarte satisfecho con el trabajo que has llegado a realizar en cuanto a las áreas de los polígonos regulares.

Antes de pasar a la prueba semiobjetiva repasa mentalmente los conceptos fundamentales de las áreas poligonales. Entonces ya estarás preparado para pasarla con éxito.



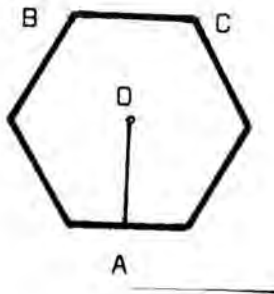
1.-

¿Qué significa la palabra polígono?

2.-

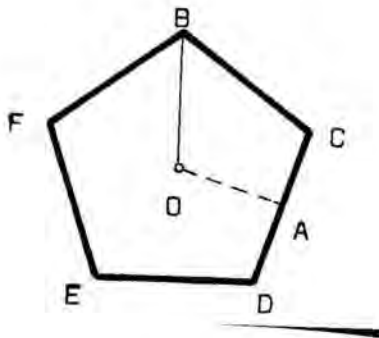
¿Cuándo un polígono es regular?

3.-



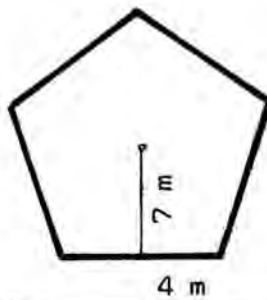
¿Qué nombre recibe la línea DA de este polígono?

4.-



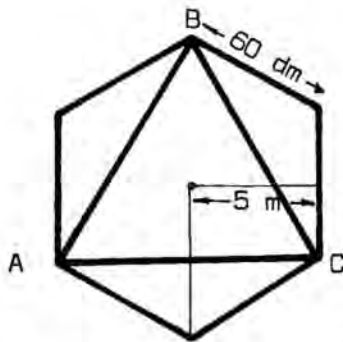
¿Qué dos líneas o segmentos son perpendiculares entre sí en este pentágono?
El segmento y el

5.-



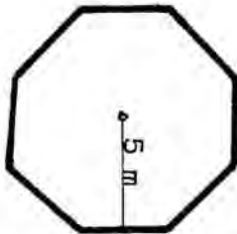
Averigua el área, en m^2 , de esta pista pentagonal.

6.-



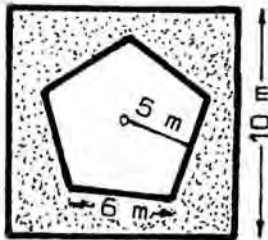
¿Cuál es el área, en m^2 , del triángulo ABC?

7.-



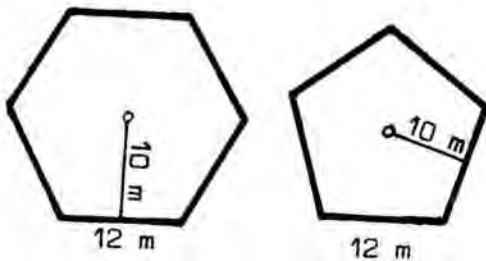
¿Cuál es el área de esta pista octogonal cuyo perímetro mide 50 m?

8.-



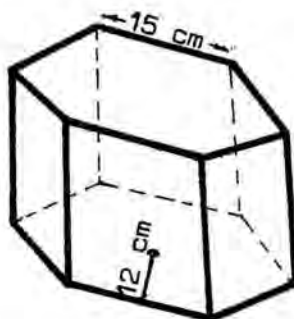
¿Qué área ocupa el césped que rodea la piscina pentagonal?

9.-



¿Cuál de los dos polígonos ocupa mayor área? ¿Cuántos m^2 mide más que el otro?

10.-



¿Cuántos cm^2 mide la base de este prisma? (La base es exagonal regular, vista en perspectiva).

CONJUNTO V

Compuesto de tres partes fundamentales.

1. Prueba Objetiva Inicial En la que, a través de figuras conocidas por el alumno, y de variadas posiciones del círculo trato de investigar el nivel de conocimientos del estudiante antes de iniciar el estudio del área del círculo.
2. Desarrollo del conjunto Área del Círculo: ha sido, desde el punto de vista gráfico, uno de los más difíciles de componer, dada la inexistencia del color para explicar los contrastes, y dado que he inscrito o circunscrito muchas veces los polígonos regulares de cualquier número de lados para iniciar al estudiante en el concepto de círculo como polígono de infinito número de lados. Muchas figuras están rayadas substituyendo así al color.
3. Prueba Objetiva Final.

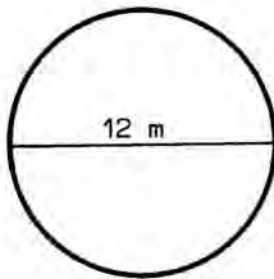
1.-

Cuando un polígono tiene un número infinito de lados, ¿ a qué dimensión del círculo se acerca la apotema?

2.-

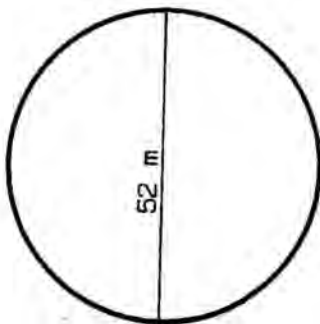
Escribe la fórmula de la longitud de la circunferencia,

3.-



¿Cuál es el área de un círculo de 12 m de diámetro?

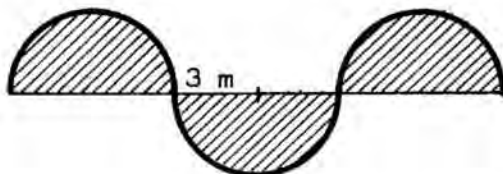
4.-



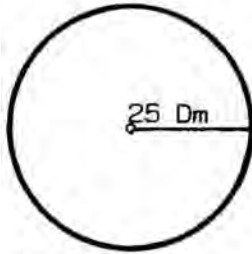
¿Cuántos kilogramos de cemento se precisan para recubrir esta pista circular, si se gasta a razón de 3 Kgs. por cada m^2 .

5.-

Df - en cm^2 - el área de esta figura.



6.-



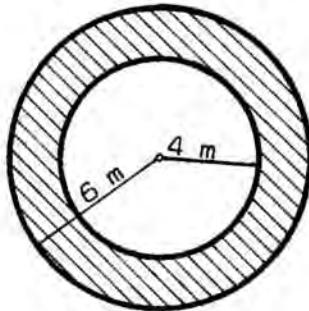
¿Cuántas Ha mide este terreno circular?

7.-



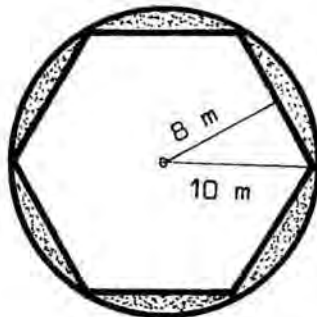
¿Qué área, en cm^2 , ocupa el fondo del vaso?

8.-



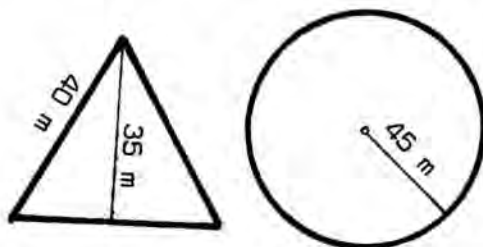
Dí, en m^2 , el área de la corona circular.

9.-



¿Cuántos m^2 mide el terreno comprendido entre los límites del círculo y del exágono?

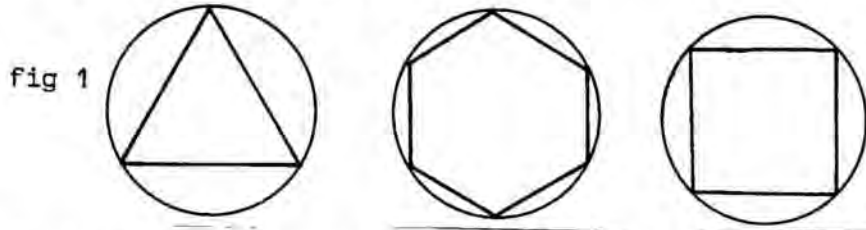
10.-



¿Cuál de las dos figuras es mayor y en cuántos m^2 excede a la otra?.

2

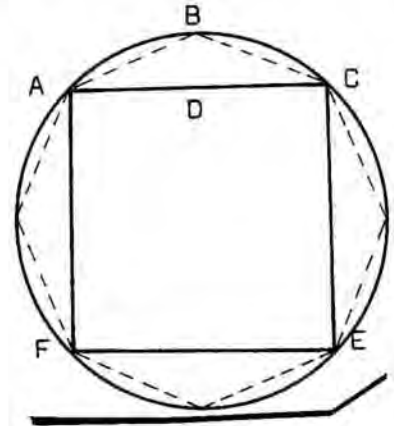
Mira estas figuras de polígonos circunscritos; cuanto mayor es su número de lados más se aproximan a la circunferencia.



El perímetro del exágono es mayor que el del triángulo inscrito en la misma circunferencia. El perímetro del dodecágono (12 lados) es mayor que el del exágono. Y así sucesivamente.

Mira la figura 2. Si construyes el perímetro del cuadrado ACEF con alambre ¿qué ocurriría si intentases formar un octógono inscrito utilizando la misma cantidad de alambre?

- A) tendrías la cantidad justa de alambre (pág 2)
- B) Te faltaría (pág. 3)
- C) Te sobraría (pág. 4)



Tu respuesta: tendría la cantidad justa de alambre

No es correcta.

Observa en la figura; para ir desde A a C puedes pasar por B o por D, es decir, pasar a través de los dos la dos del octógono o por un lado del cuadrado; Si sigues los dos lados del octógono recorres una distancia mayor. Luego con el alambre del cuadrado no habría bastante para rodear el octógono. La línea del octógono envuelve a la del cuadrado. En Matemáticas se dice:

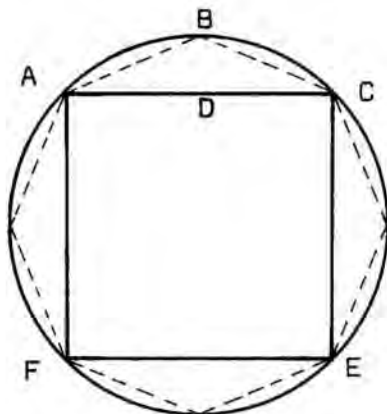


fig 2

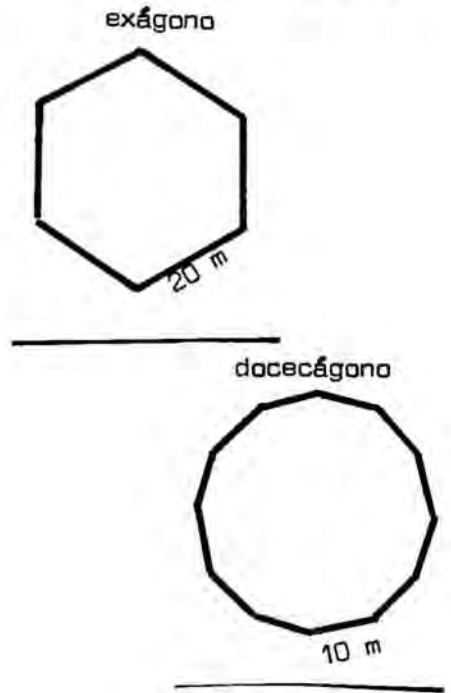
La línea poligonal envolvente es mayor que la envuelta.

Ya que conoces todos estos nuevos casos, procura escoger una respuesta correcta en la página 1.

1,4
6

Cierto. Deseas cercar con una valla los bordes de 2 jardines. Uno es de forma exagonal de lado 20 m. Otro es un dodecágono de lado 10 m. (fig 1). ¿Cuántos m de madera necesitas para cercar el exágono? ¿Cuántos para el dodecágono? ¿Cuál de los 2 perímetros se aproxima más a la circunferencia? ¿Por qué?

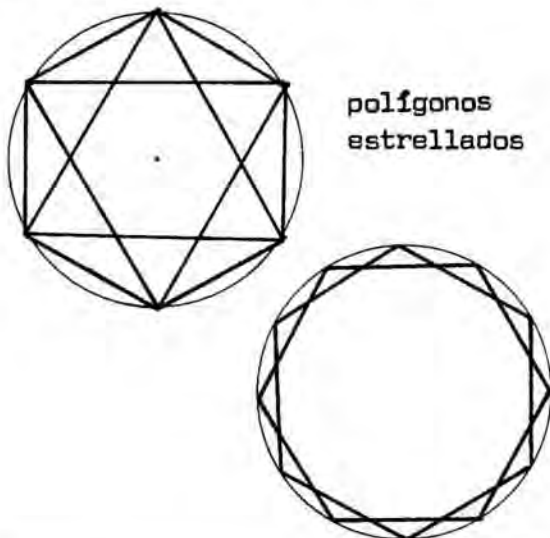
- A) Exágono: 120 m
Dodecágono: 120 m
El dodecágono, porque tiene mayor número de lados. (pág. 5)
- B) Exágono: 120 m
Dodecágono: 120 m
El exágono, porque sus lados son de mayor longitud. (pág. 4)
- C) Exágono: 120 m
Dodecágono: 120 m
Los 2 se aproximan igual, porque su perímetro mide lo mismo (pág. 6)



1,3

Tu respuesta: Exágono: 120 m; Dodecágono 120 m; El exágono se aproxima más a la circunferencia porque sus lados son de mayor longitud.

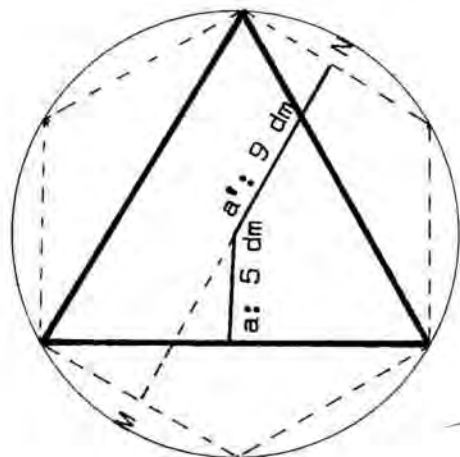
El cálculo del perímetro es correcto; pero no es cierto que el contorno del exágono se aproxime más a la circunferencia. Cuando se duplica el número de lados de un polígono, su contorno tiende a un límite. Ese límite es la circunferencia.



En la figura ves claramente que, cuanto mayor es el número de lados del polígono, más pequeños o cortos son esos lados.

Revisa tu respuesta a la pregunta de la página 3.

3, 7,9. Tu respuesta: Exágono: 120 m; Dodecágono 120 m; El del dodecágono, porque tiene mayor número de lados.



El mayor o menor tamaño de los polígonos no tiene nada que ver con su aproximación a la circunferencia. Lo importante es el número de lados.

La longitud de la apotema es también importante.

La figura 1 representa un triángulo y un exágono inscritos en una circunferencia.

Sus apotemas son:

apotema del triángulo: a

apotema del exágono : a'

¿Cuál de las dos apotemas es menor y cuántos dm es menor que la otra?

A) La del triángulo ; 4 dm menor (pág. 8)

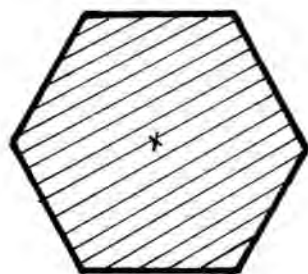
B) La del exágono ; 4 dm menor (pág. 7)

Tu respuesta: Exágono: 120 m ; Dodecágono: 120 m.

3

Los dos se aproximan igual, porque su perímetro mide lo mismo

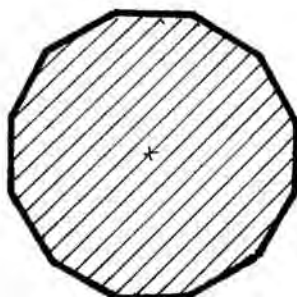
Tu respuesta no es correcta. Fíjate bien en las figuras:



exágono

Son dos jardines diferentes. Su área es distinta. Aunque el número de metros de su perímetro sea el mismo, el del dodecágono se aproxima más a la circunferencia, porque el número de lados es mayor.

¿Comprendes? Aquí no hablamos de tamaño sino de forma. Imagínate un exágono muy grande y un dodecágono muy pequeño. Se ve claramente que es éste el más parecido a un círculo.



dodecágono

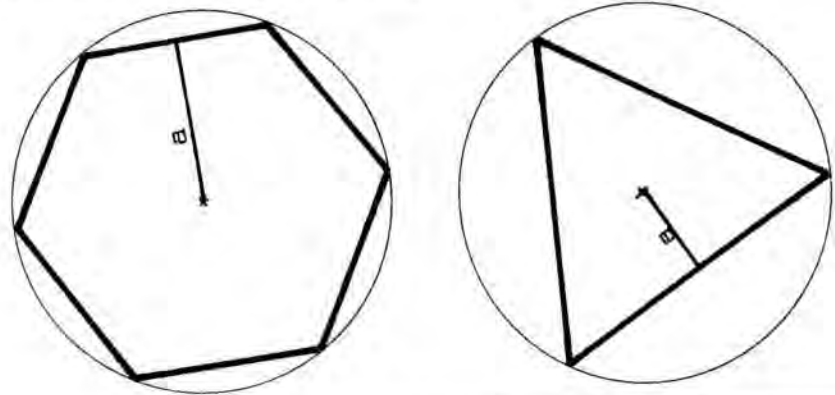
Reconsidera tu respuesta en la página 3.

Cuidado.

La apotema del triángulo equilátero es la menor de todas las apotemas de los polígonos regulares. Precisamente porque el triángulo es el polígono de menor número de lados.

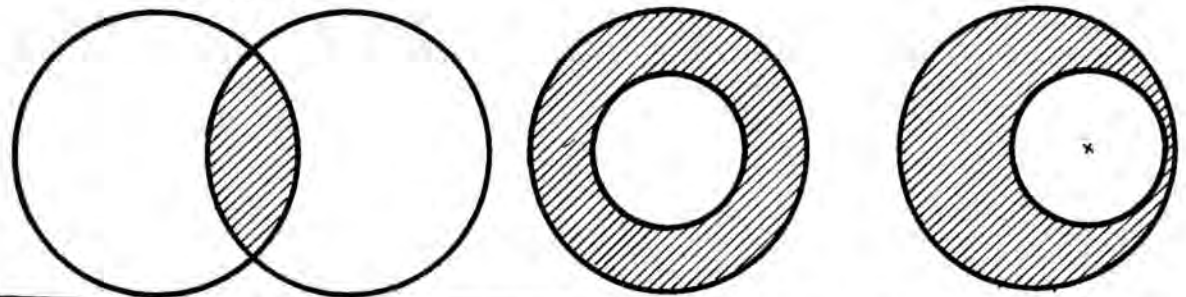
Repasa la división de los polígonos.

Cuanto más lados tiene un polígono regular mayores, en longitud, son sus apotemas. Mira las figuras y compara.



Procura descubrir la respuesta exacta en la página 5.

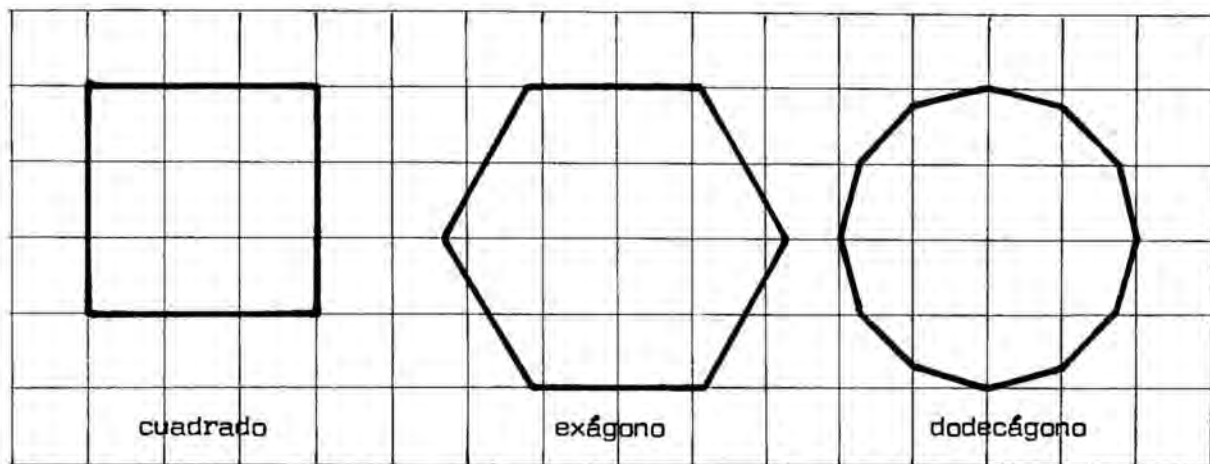
Muy bien.



Para que exista una corona circular entre dos circunferencias, ¿cómo deben ser éstas?

- A) Concéntricas (pág. 10)
 B) Excéntricas interiores o secantes (pág. 11)

Recapacita: Cuanto más pequeño es el lado del polígono más se acerca a la circunferencia y más se aleja del centro de ella. Por eso no es posible que la apotema se haga menor.



A) Si todavía no entiendes esto, vuelve a la página 5 y sigue.

B) Si ya lo entiendes, vuelve a la página 10.

Tu respuesta: Para que exista una corona circular las dos circunferencias deben ser concéntricas.

Muy bien.

Teniendo en cuenta lo que te he explicado ¿qué ocurrirá con la apotema del polígono de infinito número de lados?

- A) cada vez se irá haciendo menor (pág. 9)
- B) Cada vez se alargarará más y llegará a confundirse con el radio de la circunferencia. (pág. 20)
- C) Cada vez se irá aproximando más a la longitud del diámetro (pág 17).

B

Es preciso que antes de seguir adelante repases unas nociones sobre la circunferencia y el círculo. Fíjate en las figuras:

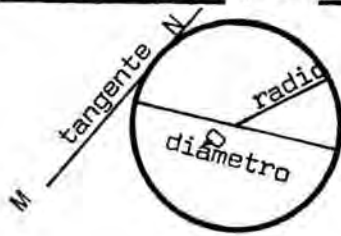
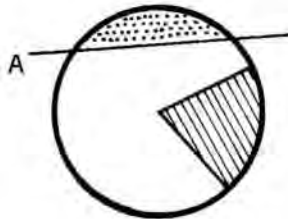


Figura 1:

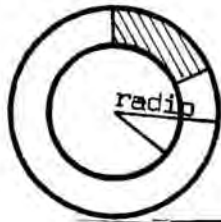
La recta AB es el diámetro
 La recta OB es el radio
 La recta MN es una tangente

Figura 2



La recta AB es una secante
 La parte rayada es un sector circular
 La parte punteada es un segmento circular

Figura 3



La parte rayada es un trapezio circular
 La parte comprendida entre los dos círculos es la corona o anillo circular

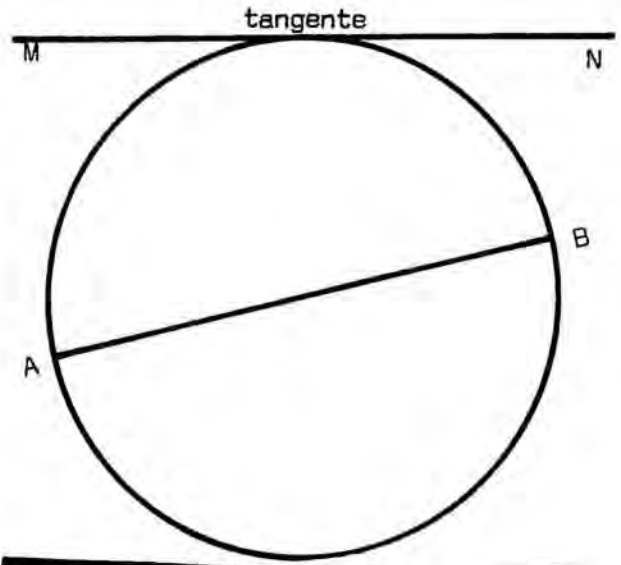
La parte comprendida entre dos círculos es la o anillo

(Pasa a la página siguiente)

11

En la figura, la recta MN es la tangente a la circunferencia.

A la recta AB se la llama de la circunferencia y su longitud es doble que la del radio.



Sigue estudiando en la página 13.

12 Tu respuesta: Diámetro.

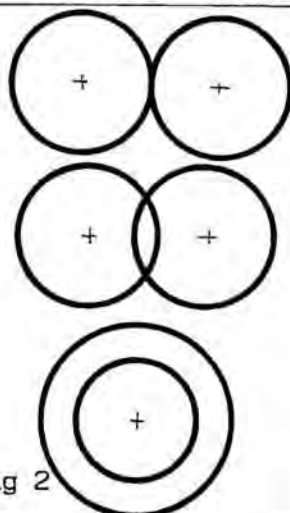


fig 2

Estas dos circunferencias son tangentes una a la otra, se tocan en un punto.

Estas otras dos son secantes; se cortan.

Estas dos circunferencias son concéntricas; tienen el mismo centro.

¿Cómo son las dos circunferencias que te dibujo en la figura 2?

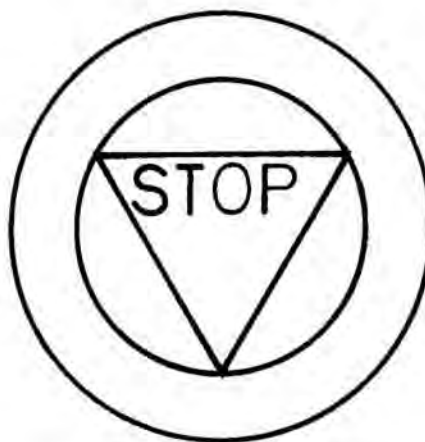
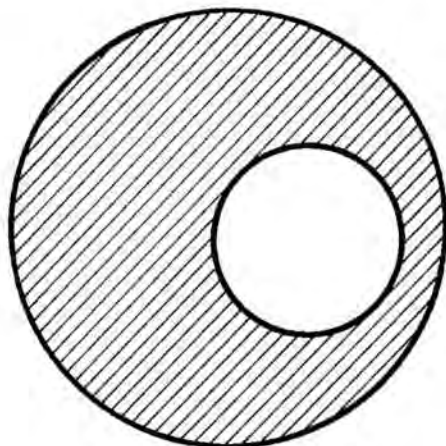
Pasa a la página 14.

13 Tu respuesta: concéntricas.

Las circunferencias concéntricas forman entre ellas una corona circular regular. Si las circunferencias son excéntricas -no tienen el mismo centro- entre ellas no se forma una corona circular regular. Mira la figura 2;

El anillo circular que se forma - parte rayada- tiene partes de diferente anchura y por lo tanto es irregular.

Las circunferencias excéntricas no forman entre ellas una
.....regular.



Pasa a la página siguiente.

Tu respuesta: Corona circular

Las circunferencias secantes se cortan en dos puntos.
La figura 1 presenta varias circunferencias secantes.

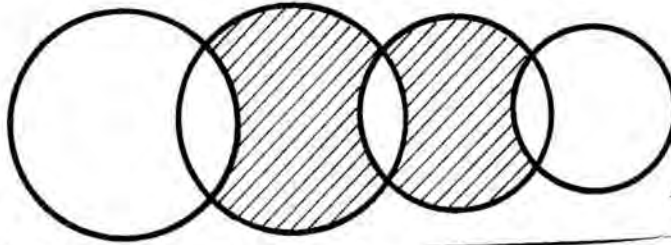


fig 1

¿Cómo son las circunferencias
de la figura 2?

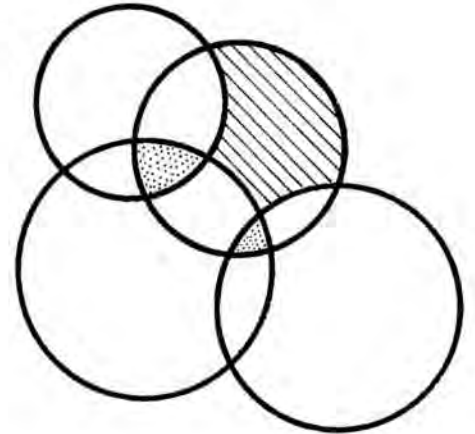


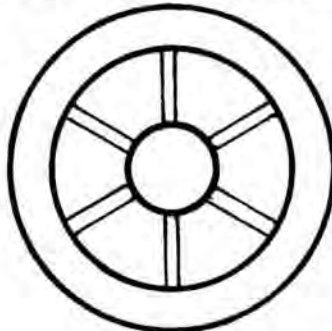
fig 2

Pasa a la página 16.

Tu respuesta: Secantes

15

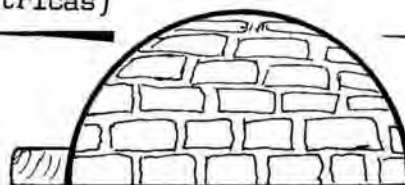
Una vez repasados estos conceptos, puedes volver a la página 10
para continuar el camino directo en el estudio del área del círculo.



rueda (concéntricas)



gafas (externas)



Igloo (semicircular)

10,16

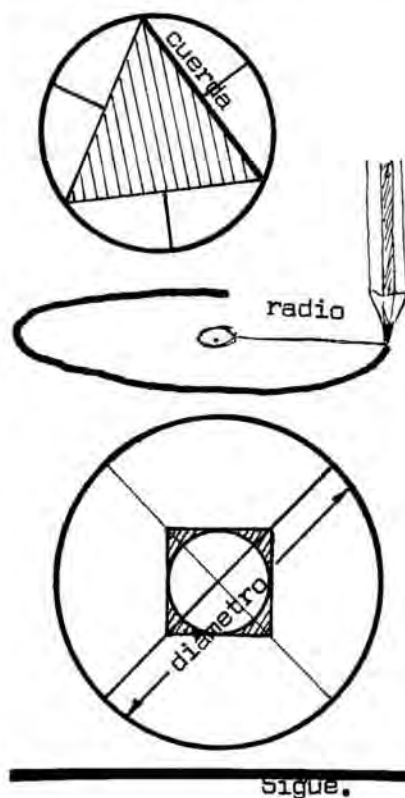
Esta respuesta que has dado no es correcta. Y te aconsejo que repases en las páginas siguientes unos conceptos básicos sobre el círculo y sus elementos. Y sobre el polígono.

Radio : segmento que une el centro con un punto cualquiera de la circunferencia.

Cuerda: segmento que une dos puntos de la circunferencia.

Diámetro: Cuerda que pasa por el centro de la circunferencia.

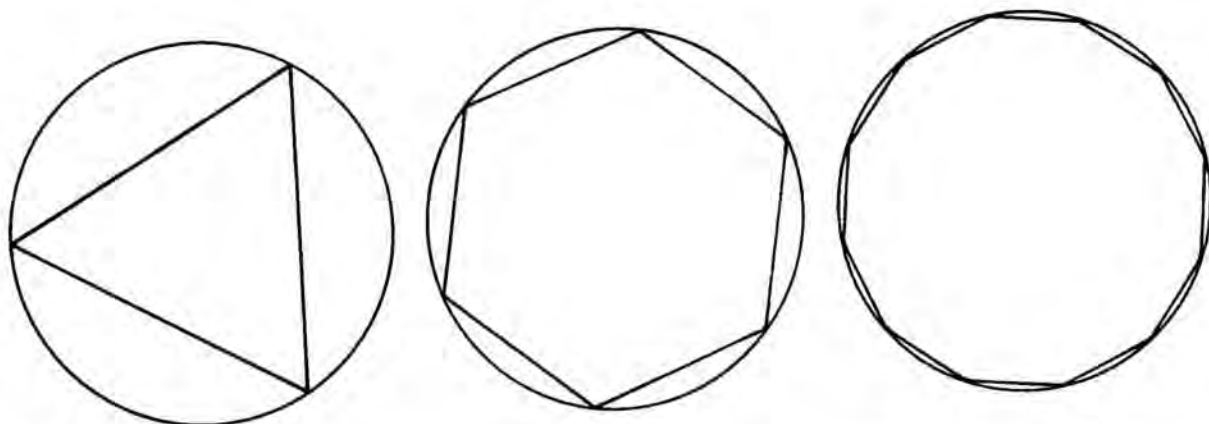
El es la línea AB.



Sigue.

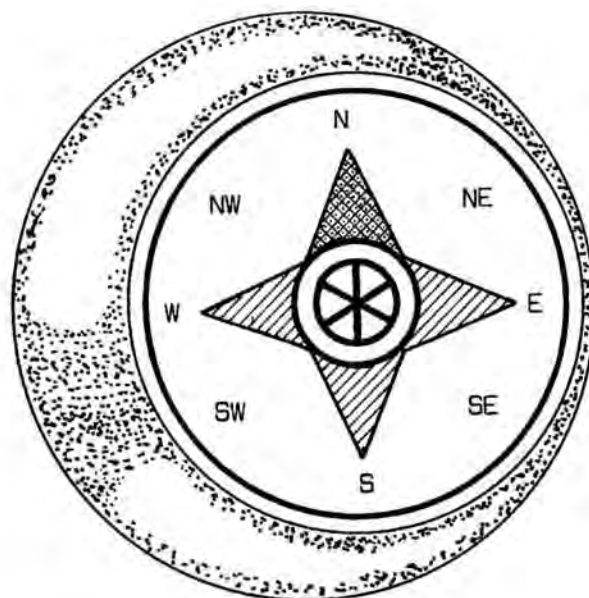
17

Si aumenta el número de lados del polígono, la apotema se acerca cada vez más al del círculo.



Sigue.

Una vez sepas con seguridad estas nociones, ya puedes estudiar directamente la página 20.



10,19
21.

Tu respuesta: En un polígono de infinito número de lados, su apotema tiende a igualarse con el radio de la circunferencia que lo circunscribe.

-20-

¿Recuerdas la fórmula para hallar el área del polígono regular?:

$$A = \frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2}$$

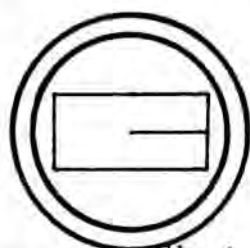


fig 1

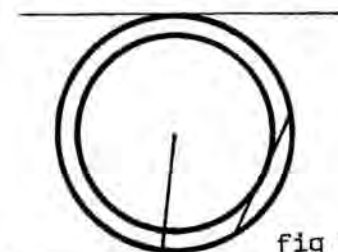


fig 2

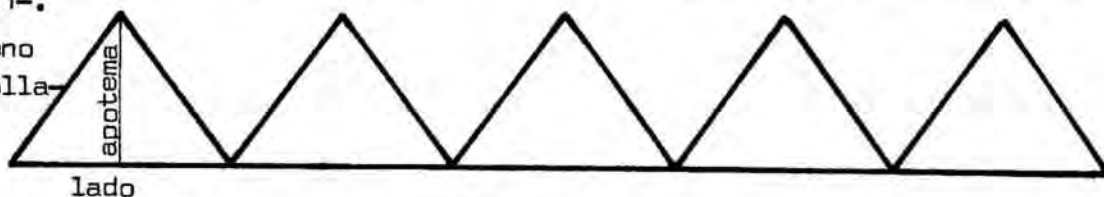
La apotema es perpendicular al lado del polígono. -fig 1-

En el círculo de la figura 2, ¿cuál es la dimensión perpendicular a los segmentos infinitos que forman el perímetro?

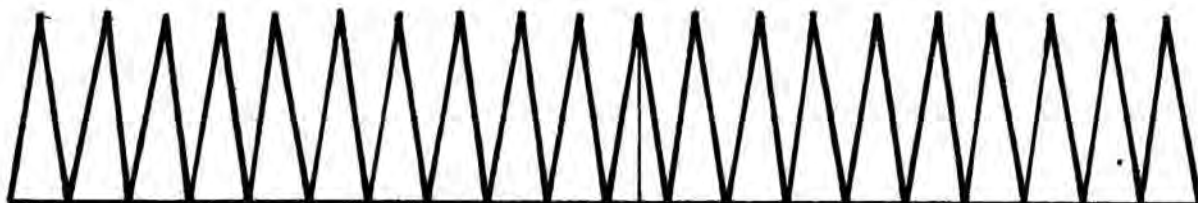
- A) La secante MN (pág. 21)
- B) El radio OA (pág. 22)
- C) La tangente PQ (pág. 21).

Si desarrollas un polígono, ves que la apotema es perpendicular al lado -fig 1-.

pentágono
desarrolla-
do.



Si el polígono es de infinito número de lados -pequeñísimos-, la apotema se confunde con el radio -fig 2-.



polígono de 20 lados desarrollado

Así pues, la única dimensión perpendicular a la circunferencia es el radio y no cualquier otra.

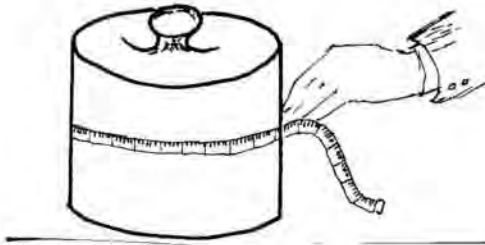
Pasa a la página 20.

Muy bien.

¿Recuerdas qué es número pi (π)? Cuando resolvías los problemas sobre la longitud de la circunferencia, sabías que el número pi (π) era

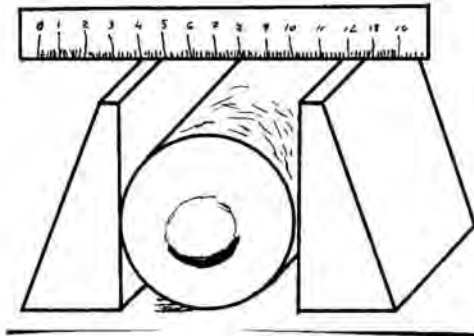
- A) diámetro/ perímetro de la circunferencia (pág. 23)
 B) perímetro/ diámetro de la circunferencia (pág. 28)

Esta respuesta no es correcta. Si mides el contorno de esta pesa de la figura 1, ves que es de 12'56 cm. El diámetro mide 4 cm. Si divides el perímetro o contorno entre el diámetro verás que obtienes un número: 3'14.



medición del contorno

3'14 es el número π (pi).

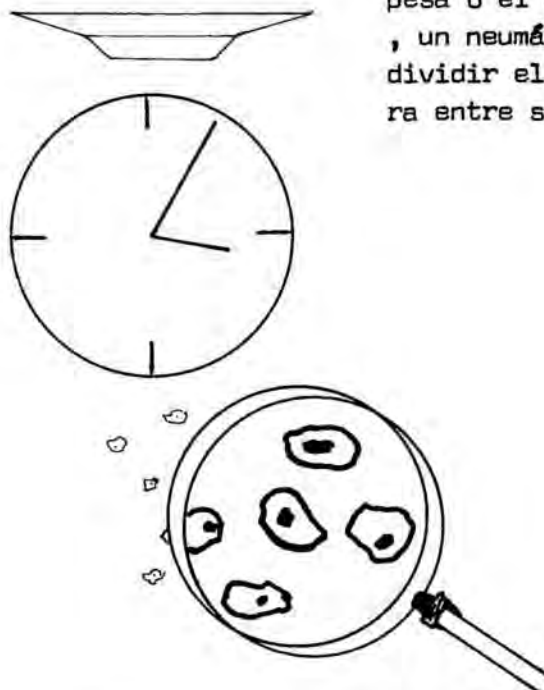


medición del diámetro

El valor aproximado de es de 3'14.

Pasa a la página 24.

Este resultado que has obtenido con la pesa de la figura es siempre constante, cualquiera que sea la pesa o el círculo que midas: una rueda de bicicleta, un neumático, un plato, etc. Porque siempre, al dividir el perímetro de una circunferencia cualquiera entre su diámetro, resulta el número



Divide las dos dimensiones de esta lupa y verás cómo obtienes el resultado numérico

Radio : 7 cm
Diámetro: 14 cm
Contorno : 43'95 cm

Sigue.

24

El primer valor aproximado de π lo obtuvo Arquímedes, y fue el cociente $22/7$.

Otro valor, más aproximado, lo obtuvo el italiano Adriano Meccio. Fue el valor $255/113$.

El valor de π se ha calculado modernamente con más de mil cifras decimales de aproximación, pues no es un número exacto.

Pasa a la página siguiente.

25

El número $\pi = 3'14$ es una relación constante entre la longitud ⁻²⁶⁻ de la circunferencia y la del diámetro correspondiente.

$$\pi = \frac{\text{circunferencia}}{\text{diámetro}}$$

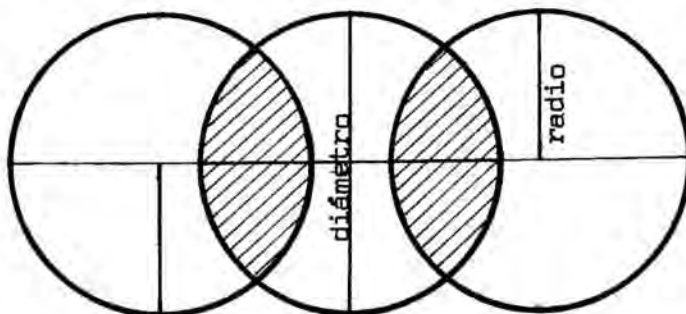
Esta fórmula también se puede escribir de otra manera:

$$\text{Circunferencia} = \pi \times \text{diámetro.}$$

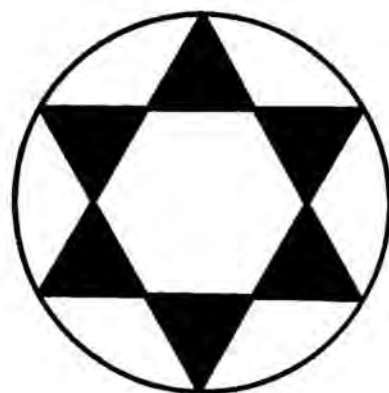
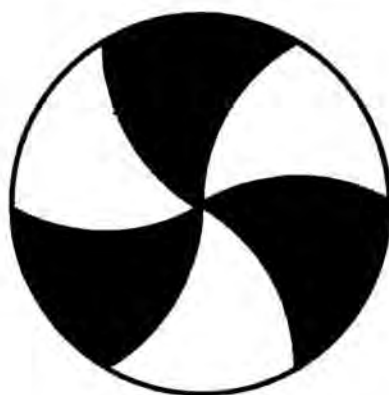
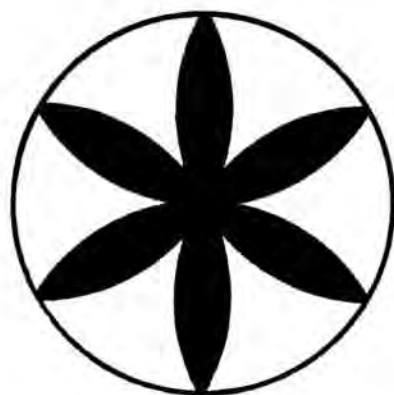
Sabes que el diámetro de una circunferencia es el doble del.....
Entonces se puede decir esto:

$$\text{Circunferencia} = \pi \times r + r \text{ o sea}$$

$$\text{Circunferencia} = 2 r \times \pi$$



Sigue.



Una vez conocida la historia y el significado del número π ya puedes reintegrarte a la página 28.

Tu respuesta : perímetro de la circunferencia
diámetro

22, 27
31.

El diámetro vale dos veces el radio

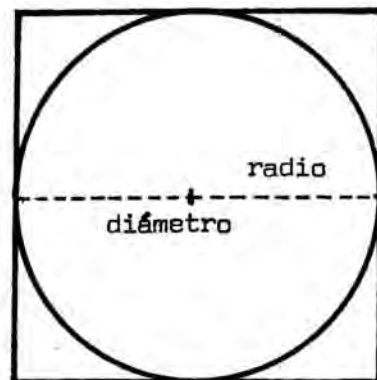
$$\text{Diámetro} = 2 r$$

También recuerdas que la longitud de la circunferencia se averigua por esta fórmula: $\text{Circunferencia} = 2 \pi \cdot r$

Mirando la figura 1, qué dimensiones hay que multiplicar para averiguar el área del círculo? (Siempre debes recordar que consideramos al círculo como un polígono de infinito número de lados).

A) $2 \pi r \times r$ (pág. 29)

B) $2 \pi r \times d$ (pág. 31)



Tu respuesta: $2 \pi r \times r$

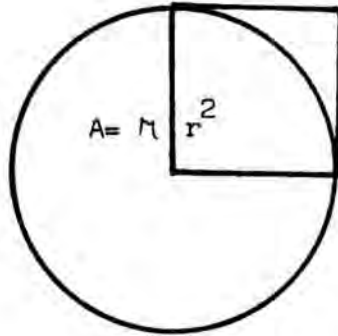
Es lo mismo que si dijeras perímetro x apotema

Ahora bien, el área del polígono resultaba de dividir por 2 el producto de perímetro x apotema.

Se puede decir : Área del círculo = $\frac{p \times a}{2}$; o lo que es igual:

Área del círculo = $\frac{2 \pi r \times r}{2}$; en esta fórmula

los 2 del numerador y del denominador se eliminan y queda así : Área = πr^2 .



Área del círculo = $\pi \times$ radio
al

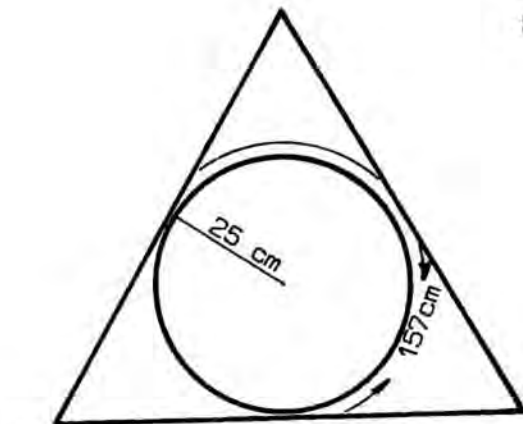
Pasa a la página 30.

Tu respuesta: cuadrado

¿Cuál es el área del círculo de la figura?

Sus dimensiones son: radio : 25 cm

longitud de la circunferencia: 157 cm



A) 625 cm^2 (pág. 32)

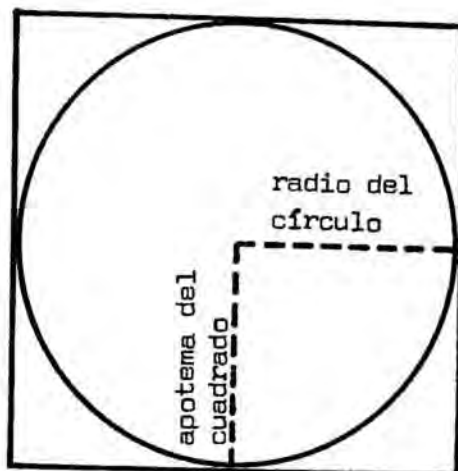
B) $1.962.5$ (pág. 33)

28

El error de tu respuesta está en la d .

El diámetro no es lo que más se acerca a la apotema de ese polígono de infinito número de lados.

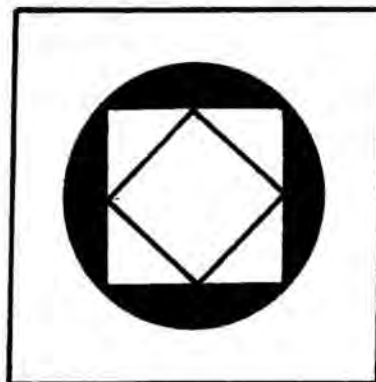
Mira la figura 1 y te dará una pista para encontrar la verdadera solución. Una vez la hayas pensado, vuelve a la página 28.



30

Te falta multiplicar por el número π .

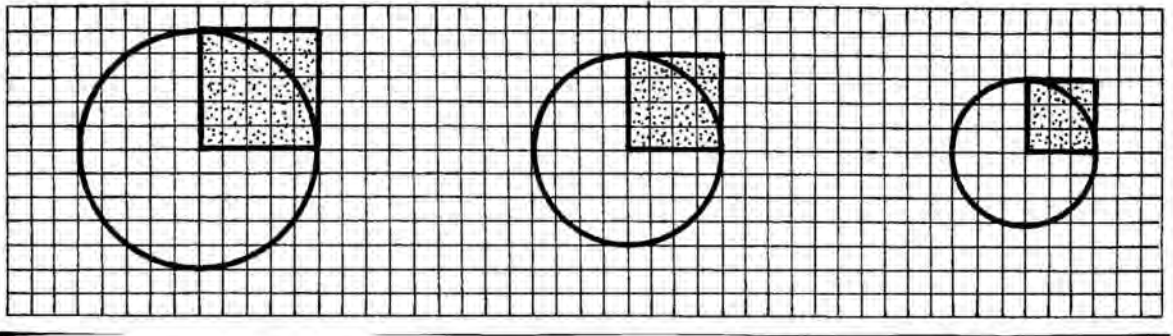
Pasa a la página 33 y verás por qué debe multiplicarse por ese número.



$$\text{Area del círculo} = \pi r^2$$

30,32

Muy bien. Mira la figura:



De ella se obtienen estos datos:

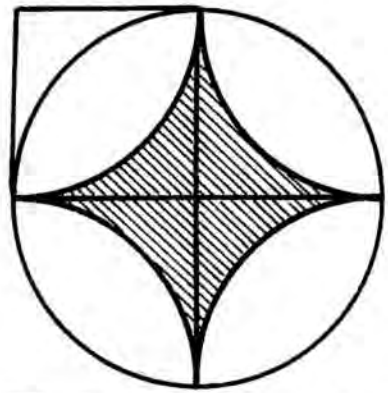
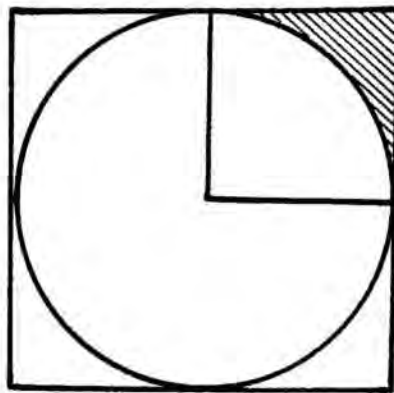
Radio	Area del círculo	Area del cuadrado de $l=r$	nº de veces que el círculo contiene al cuadrado
5 unidades	79 cuadrados	25 cuadrados	3'16 veces
4 unidades	50 cuadrados	16 cuadrados	3'12 veces

33

En el caso anterior, has podido comprobar que el área del círculo es justamente 3 veces mayor que la del cuadrado construido sobre el radio.

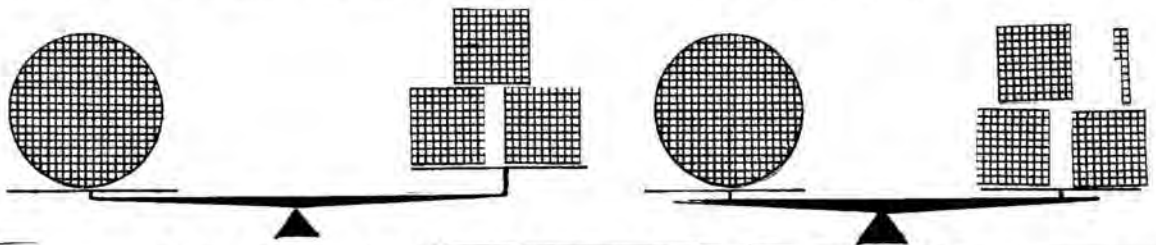
Y contando con mucha precisión, verías que es algo mayor de 3 veces. Es 3'14 veces mayor.

3'14 es el número



En la página siguiente te propongo otro ejemplo :

Compara las figuras 1 y 2. Presentan unas balanzas conteniendo unas figuras geométricas recortadas en un mismo tipo de cartulina.



En la fig 1 el círculo "pesa" más que los tres cuadrados que tienen como lado el radio del círculo - 4 cm -.

En la figura 2 están los platillos nivelados porque en el platillo de los cuadrados se han añadido 14 centésimas de cuadrado - 0'14 -.

$$0 \text{ sea } 3 \text{ cuadrados} + 0'14 \text{ cuadrados} = 3'14$$

Como creo que ahora lo ves mucho más claro, halla el área del círculo que está sobre la balanza

A) $50'24 \text{ cm}^2$ (. pág. 37)

B) $25'12 \text{ cm}^2$ (pág. 36)

Tu respuesta: $25'12 \text{ cm}^2$

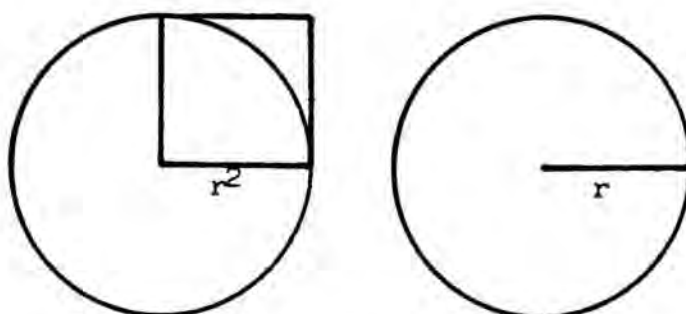
Has confundido la fórmula de la longitud de la circunferencia con la del área del círculo.

$$L = 2 \pi r$$

$$A = \pi r^2$$

En la longitud el 2 es un factor

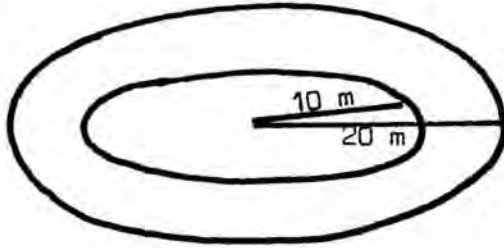
En el área el 2 es un exponente. Este exponente indica que las unidades de área se miden con unidades cuadradas, ¿recuerdas?



Pasa a la página 35.

Bien.

Es muy probable que sepas hallar el área del terreno comprendido entre los dos círculos de la figura 1. Es el área de la corona circular.



Datos :

Círculo grande

Círculo pequeño

Radio : 20 m

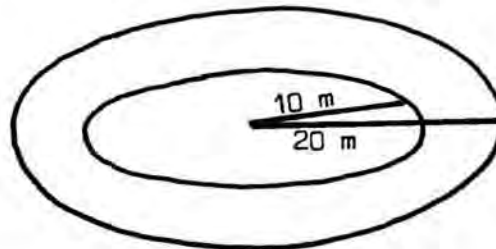
Radio : 10 m

Área de la corona circular : $\pi R^2 - \pi r^2$

A) 942 m^2 (pág. 39)

B) 9420 m^2 (pág. 38)

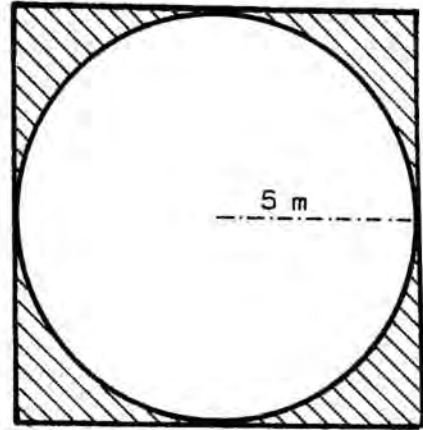
Has sabido seguir bien el procedimiento.
Pero es fácil que hayas errado en las operaciones.



Vuelve a repetir las y pasa a la página siguiente.

¿Cuántos m^2 suman las áreas rayadas exteriores al círculo?

Radio = 5 m

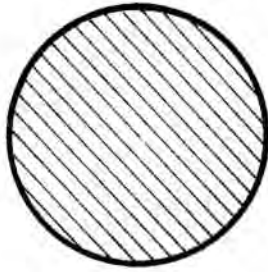


A) la respuesta en la página siguiente.

Has estudiado muy a fondo.

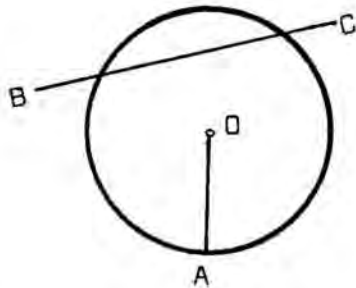
En la próxima página te voy a plantear 10 preguntas de la prueba semiobjetiva. Una vez hayas repasado los puntos más difíciles puedes volver la página y contestar.

1.-



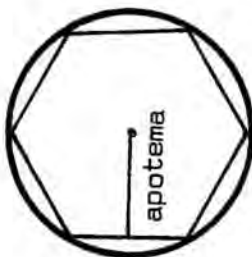
La línea que envuelve al círculo se llama

2.-



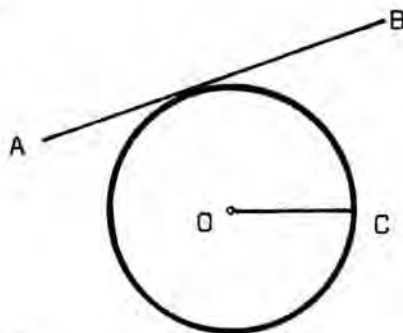
¿Qué nombre reciben las líneas OA y la BC?

3.-



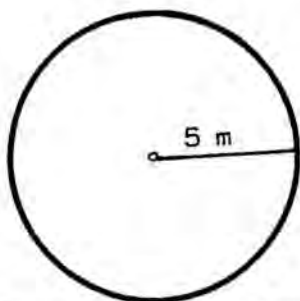
Cuanto mayor es el número de lados de un polígono, más se acerca a la

4.-



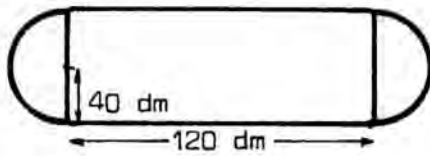
¿Cuál de las dos rectas - AB y OC - puede considerarse perpendicular a la circunferencia?.

5.-



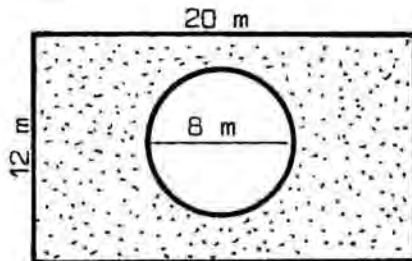
Dí el área de este círculo.

6.-



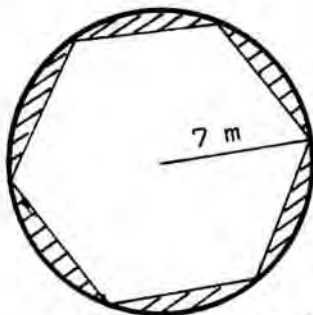
¿Cuál es el área de este campo bordeado de 2 semicírculos? Responde en m^2 .

7.-



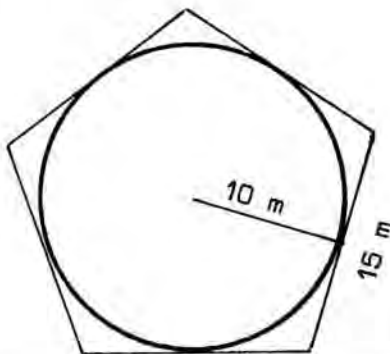
Averigua el área de la zona punteada.

8.-



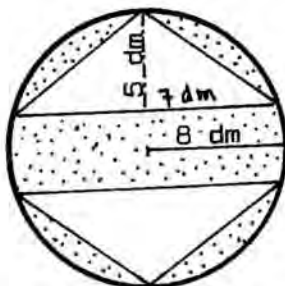
Averigua los m^2 de área de la zona rayada.

9.-



¿Cuántos m^2 mide más el pentágono que el círculo?

10.-



En dm^2 expresa el área de la zona no cubierta por los triángulos.

Test inmediato al sistema intrínseco. Descripción

Sujetos	Elementos (*)	t	t ²
1	28	784
2	30	900
3	31	961
4	34	1156
5	24	576
6	20	400
7	41	1681
8	32	1024
9	27	729
10	31	961
11	27	729
12	28	784
13	34	1156
14	29	841
15	35	1225
16	25	625
17	31	961
18	37	1369
19	46	2116
20	31	961
21	24	576
22	25	625
23	39	1521
24	35	1225
25	29	841
26	39	1521
27	38	1444
28	22	484
29	36	1296
30	33	1089
31	31	961
32	38	1444
33	29	841
34	30	900
35	34	1156
36	27	729
37	36	1296
38	33	1089
39	30	900
		Σt	Σt^2
		1229	39877

Sistema intrínseco. Test inmediatoDatos

$$t = 1229$$

$$\sum t^2 = 39877$$

$$N = 39$$

Media

$$\bar{X}_i = \frac{\sum t}{N}$$

$$\bar{X}_i = \frac{1229}{39} = 31'05$$

Suma de cuadrados o varianza X N

$$\sum x_i^2 = t^2 - \frac{(\sum t)^2}{N}$$

$$\sum x_i^2 = 39877 - \frac{(1229)^2}{39} = 1146$$

Varianza de la distribución

$$S^2_i = \frac{x^2_i}{N-1}$$

$$S^2_i = \frac{1146}{38} = 30'15$$

Varianza de la media

$$S^2_{\bar{X}_i} = \frac{S^2_i}{N}$$

$$S^2_{\bar{X}_i} = \frac{30'15}{39} = 0'7730$$

Ante los resultados y comprendiendo que las varianzas son un tanto distintas, se procede al contraste de varianzas que hacemos según Snedecor (*) para muestras pequeñas. Las estimaciones de las varianzas σ_1^2 y σ_i^2 de las dos muestras se expresan, respectivamente:

$$s_1^2 = \frac{n_1 s_1^2}{n_1 - 1} \quad \text{y} \quad s_i^2 = \frac{n_i s_i^2}{n_i - 1}$$

En la hipótesis de ser $\sigma_1^2 = \sigma_i^2 = \sigma^2$, es decir, cuando las dos muestras tienen la misma varianza, las dos expresiones anteriores deben ser estadísticamente idénticas. También puede expresarse diciendo que

$$\frac{n_1 s_1^2}{n_1 - 1} - \frac{n_i s_i^2}{n_i - 1} \quad \text{sólo difiere de 0 a causa de las fluctuaciones del muestreo.}$$

o que:

$$\frac{n_1 s_1^2}{n_1 - 1} - \frac{n_i s_i^2}{n_i - 1} \quad \text{sólo difiere de 1 a causa de las fluctuaciones del muestreo.}$$

(*) Vid. Mothes, J.: Estadística aplicada a la ingeniería, Ariel, 1960, pp234-235.

La ley que propone Snedecor trata de buscar la probabilidad de la expresión:

$$F = \frac{n_1 \sigma_1^2}{n_1 - 1} : \frac{n_2 \sigma_2^2}{n_2 - 1}$$

en la hipótesis de igualdad de varianzas de las dos poblaciones sometidas a examen.

Aplicando, pues, esta ley de F de Snedecor, resulta:

$$\frac{S_i^2}{S_1^2} = \frac{30'15}{15'63} = 1'92$$

Cotejando este resultado con las tablas propuestas por Snedecor, nos ofrece una conclusión clara: la no igualdad de las varianzas, y por lo tanto, la imposibilidad de comparar las poblaciones de 39 sujetos, extraídos de una muestra de 350. Ante este escollo, acudimos al procedimiento de Dar-mois (⊛) de comparación de dos medias en el caso de varianzas

(⊛) Vid. Mothes, J.: Op. Cit, pp. 245 y ss.

diferentes. Sean m_1 y m_2 las medias de las poblaciones 1 y 2 respectivamente. Sean σ_1 y σ_2 las desviaciones típicas y n_1 y n_2 los tamaños de la muestra. La fórmula de Darmois se expresa así:

$$d = \frac{|m_1' - m_2'|}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1 - 1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2 - 1}}} = \frac{|m_1' - m_2'|}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \quad \text{R}(\alpha)$$

En nuestro caso:

$$d = \frac{44'51 - 31'05}{\sqrt{\frac{15'23 + 997'77}{38}}} = \frac{13'46}{\sqrt{26'66}} = 2'64$$

Aplicando los datos aportados en la tabla de Darmois a un nivel del 1 al 3%, podemos aceptar que los resultados obtenidos en el sistema lineal son equiparables al logro didáctico con el sistema ramificado.

(Véanse tablas en las ds páginas siguientes).

Recogida de datos

Ha sido la parte más delicada y comprometida de la experimentación . Sobre todo partiendo de la base de que no se iban a poder utilizar sistemas electrónicos ni máquinas de enseñar. En colaboración con el antes citado Centro de Cálculo de la Universidad de Barcelona (Facultad de Ciencias) elaboré unas hojas de recogida de respuesta que facilitarían, más adelante, el trabajo de perforación y verificación de fichas. Estas fichas se caracterizan por varios rasgos fundamentales:

1. Todas las respuestas que el alumno da, son traducidas al número de la página a la que el programa le conduce.
2. Este número debe ser retenido por el alumno y anotado junto al de la página de donde se origina su respuesta. Si el alumno olvida anotar este número - el de la página a la que se dirige- viene a equipararse el error con el de haber olvidado pulsar el botón de la que sería máquina de enseñar.

3. Puede pasarse por una misma página cuantas veces se desee, casi en número infinito, pues al final de la hoja se han previsto unos campos auxiliares en los que el alumno que debe pasar más veces de las previstas por el programador, por el ítem o ficha programado, puede anotar la página de donde viene y la página a donde deberá dirigirse.

4. Cuando el alumno llega al final del conjunto, debe acotar 99 al lado del último ítem que estudió.

5. Se puede acotar el tiempo de iniciación y el de terminación del estudio del conjunto.

6. En el ángulo superior derecho se escribe el número que le corresponde a cada alumno.

A continuación se analiza cada hoja de respuestas por separado.

La HOJA de FILIACION y de CONTROL DE PRUEBA OBJETIVA FINAL

Consta de un apartado superior donde hemos recogido los datos personales del alumno. Profesión paterna, escuela a la que asiste, sexo, cociente intelectual y factor abstracto o de razonamiento -de interés en el estudio de las Matemáticas-. Estos datos no los he utilizado en mi trabajo pues, actualmente no ha sido objetivo final de este trabajo investigar la adaptación de estos datos con el sistema intrínseco de aprendizaje, sino la validez misma del programa sobre áreas geométricas.

La parte inferior está constituida por la descripción analítica de los 50 resultados correspondientes a las 50 preguntas de las 5 pruebas objetivas finales. Esta descripción viene presentada en cuadrados debidamente identificados con el número inferior válido para el proceso de datos de IBM. El dato del tiempo, en minutos, es así fácilmente procesable.

Hoja de respuestas: Conjunto 1

Consta de 51 ítems, con un total de 195 posibilidades de pase de cadenas más una larga serie de campos auxiliares. Desde el punto de vista experimental, y dada la dificultad de comprensión del alumnado para la utilización de este nuevo sistema de acotación de datos, he desechado el conjunto 1 a efectos de perforación, verificación de fichas y de programación.

Hoja de respuestas. Conjunto 2

Compuesta de 34 ítems en total, con unas posibilidades, además de la de los campos auxiliares, de 141 recorridos a través del programa. Esta es la primera hoja que se utiliza a efectos de recogida de datos válidos para la calculadora. Para comprender exactamente el funcionamiento de la misma y el recorrido del alumno, es preciso consultar, sistemáticamente, el diagrama o esquema de ramificaciones que más adelante se presentan, y están distribuidos por conjuntos.

Hoja de respuestas . Conjunto 3

Compuesta de 40 ítems. Corresponde al estudio del área de los triángulos. Está compuesta de 40 ítems con un total de 98 posibilidades de recorridos. Además de los campos

auxiliares.

Hoja de respuestas. Conjunto IV.

Compuesta de 39 ítems con un total de 132 posibilidades de recorrido a través del programa. Con sus correspondientes campos auxiliares.

Hoja de respuestas. Conjunto V

Con 40 ítems sobre el área del círculo.

Si se observan los esquemas de ramificación correspondientes a este conjunto se puede apreciar que algunos alumnos más adelantados pasan rápidamente desde los ítems 09, 10 u 11 a los ítems 24 y siguientes, por conocer ya una serie de bases indispensables para poder comprender exactamente el concepto de área del círculo.

APELLIDOS _____ NOMBRE _____

SEXO } V . VARON
 5 } H . HEMBRA

PROFESION PADRE } L . LIBERAL
 6 } M . MANUAL
 } T . TEMPORERA
 } A . ADMINISTRATIVA
 } C . COMERCIAL

ESCUELA } P . PRIVADA
 7 } E . ESTATAL
 } R . RELIGIOSA

COCIENTE INTELECTUAL
 8 9 10

FACTOR ABSTRACTO
 11 12

TEST 1	TEST 2	TEST 3	TEST 4	TEST 5
1 . <input type="checkbox"/> 13	1 . <input type="checkbox"/> 23	1 . <input type="checkbox"/> 33	1 . <input type="checkbox"/> 43	1 . <input type="checkbox"/> 53
2 . <input type="checkbox"/> 14	2 . <input type="checkbox"/> 24	2 . <input type="checkbox"/> 34	2 . <input type="checkbox"/> 44	2 . <input type="checkbox"/> 54
3 . <input type="checkbox"/> 15	3 . <input type="checkbox"/> 25	3 . <input type="checkbox"/> 35	3 . <input type="checkbox"/> 45	3 . <input type="checkbox"/> 55
4 . <input type="checkbox"/> 16	4 . <input type="checkbox"/> 26	4 . <input type="checkbox"/> 36	4 . <input type="checkbox"/> 46	4 . <input type="checkbox"/> 56
5 . <input type="checkbox"/> 17	5 . <input type="checkbox"/> 27	5 . <input type="checkbox"/> 37	5 . <input type="checkbox"/> 47	5 . <input type="checkbox"/> 57
6 . <input type="checkbox"/> 18	6 . <input type="checkbox"/> 28	6 . <input type="checkbox"/> 38	6 . <input type="checkbox"/> 48	6 . <input type="checkbox"/> 58
7 . <input type="checkbox"/> 19	7 . <input type="checkbox"/> 29	7 . <input type="checkbox"/> 39	7 . <input type="checkbox"/> 49	7 . <input type="checkbox"/> 59
8 . <input type="checkbox"/> 20	8 . <input type="checkbox"/> 30	8 . <input type="checkbox"/> 40	8 . <input type="checkbox"/> 50	8 . <input type="checkbox"/> 60
9 . <input type="checkbox"/> 21	9 . <input type="checkbox"/> 31	9 . <input type="checkbox"/> 41	9 . <input type="checkbox"/> 51	9 . <input type="checkbox"/> 61
10 . <input type="checkbox"/> 22	10 . <input type="checkbox"/> 32	10 . <input type="checkbox"/> 42	10 . <input type="checkbox"/> 52	10 . <input type="checkbox"/> 62

TIEMPO
 63 64 65

Después de diseñar las hojas de respuestas se procede al análisis minucioso de las cadenas para lo cual es necesario un lento proceso de análisis y programación, siguiendo pasos claramente delimitados:

CODIFICACION

Las hojas de respuestas con los datos de la ficha inicial y la ficha final. Cada pregunta sufre un proceso de codificación (se le da un número propio que la identifica) y lo mismo le ocurre a la respuesta.

Con este sistema podrá seguirse la relación que se va produciendo entre pregunta y respuesta (entre estímulo (S) y respuesta (R)), a través de la información que el alumno va dando de los pasos que seguía, en qué pregunta estaba trabajando en un momento determinado, y qué respuesta daba.

Hubo ciertas posibilidades de error por variadas causas:

- errores manuales
- errores del alumno al acotar los datos
- errores en la concepción del libro de texto
- errores de perforación por falsas interpretaciones de dígitos y mecanismo de preparación.

Los finales de las hojas de respuestas tam-

bién eran codificados para conocer cuándo el alumno había finalizado su estudio.

PERFORACION

De las respuestas dadas por el alumno y su correspondiente verificación.

PROGRAMACION

En la ficha venían dados los datos del modo siguiente: Las cuatro primeras columnas de la ficha perforada correspondían al número del alumno (el profesor archivaba ya este número al lado del nombre del alumno) Cada cuatro columnas siguientes (por ejemplo 5-9; 10-13), perforaban el dígito 01 y a continuación la respuesta del alumno, paralelamente al ritmo que se planificó desde el principio de las hojas de respuesta. La perforista iba leyendo las hojas de respuesta seguidas, sin saltos, con la continuidad que esa cuadrícula le daba.

El ordenador iba a ordenar los ítems, dado que los datos de perforación presentaban el camino resseguido por el alumno habían sido perforados en "desorden". A partir de la respuesta del alumno el ordenador buscaba

el estímulo (S) teniendo presentes la respuesta (R) y el orden en se había dado esta respuesta. Al tomar el primer elemento, se borraba ese ítem para que el ordenador no volviera a encontrarlo en su análisis siguiente. Este proceso se seguía hasta que se encontraba con el código 99, momento en que el análisis quedaba paralizado. Ya así ordenado el camino resseguido por el alumno, se procedía a la localización de cadenas: Teniendo presente cuál era la vía o camino principal; había que localizar en cada ítem los elementos de la vía principal y los de las secundarias; localizar las cadenas por las que el alumno había pasado; de esta manera se manifestarían, a través del análisis del calculador, varios puntos: errores de concepto; exposiciones deficientes a la hora de explicar los trmas; qué porcentaje de alumnos habían pasado por una cadena importante o por una secundaria;

El programador se ocupaba de introducir una ficha perforada que informaba al calculador de los elementos principales de cada cadena y así facilitar el conocimiento de si el segundo elemento de las preguntas (o sea la respuesta R) formaba parte o no de una cadena principal. Si se detectaban elementos interpolados se deducía

seguidamente que no eran principales. Una vez localizados se identificaban como principales o como secundarios.

Otro paso fue el de comparar las cadenas de las fichas con las cadenas del alumno. Se acotaba 1 si era 1 alumno sólo el que había pasado por aquella cadena; 2 si eran 2 los alumnos ; etc. Cuando la actitud del alumno no coincidía con la ficha perforada es que había un error, de cualquier tipo de los anteriormente apuntados. También ocurría que el alumno podía no pasar por una cadena; esto produjo el dilema de dar por buena una solución segundas, o de dar por malas todas. Lo cual no se admitió, porque falseaba los datos resultantes. De ese modo y dado que se hizo un examen individual , alumno por alumno para comprobar si las soluciones que daban se atañían a los códigos de perforación, se pudieron depurar los datos previos al análisis de cadenas.

Acumulando así los resultados de cada alumno uno a uno por cadenas, por cantidades y por porcentajes, surgió el definitivo análisis.

PROCEDIMIENTO

El programa fue realizado en PL/I y compilado en PL/I OPTIMIZING.

CANTIDAD	%	CADENAS
131	100.00	00-01
0	0.00	01-03-01
0	0.00	01-03-27-24
131	100.00	01-02
0	0.00	02-05-03-01
0	0.00	02-05-03-27-24
4	3.05	02-06-02
131	100.00	02-04
9	6.87	04-08-04
0	0.00	04-08-09-04
9	6.87	04-09-04
0	0.00	04-09-07
0	0.00	04-08-09-07
131	100.00	04-07

CANTIDAD	%	CADENAS
0	0.00	07-11-08-09-07
0	0.00	07-11-08-09-04
0	0.00	07-11-08-04
131	100.00	07-10
26	19.84	10-12-10
131	100.00	10-13
3	2.29	13-14-13
0	0.00	13-14-04
131	100.00	13-15
9	6.87	15-17-15
0	0.00	15-27-24
131	100.00	15-16
12	9.16	16-18-16
23	17.55	16-19-16

CANTIDAD	%	CADENAS
131	100.00	16-20
12	9.16	20-21-20
131	100.00	20-22
9	6.87	22-23-22
131	100.00	22-24
0	0.00	24-26-15
0	0.00	24-26-27-24
133	101.52	24-28
16	12.21	28-31-28
0	0.00	28-31-25-31-28
133	101.52	28-29
6	4.58	29-32-29
0	0.00	29-32-25-31-28
0	0.00	29-32-25-31-25-31-28

CONJUNTO 2Análisis de cadenas según los porcentajes

Según los resultados del ordenador y a un nivel de discriminación del 5% se aceptan las siguientes cadenas:

01 - 02	16 - 20
02 - 04	20 - 21 - 20
04 - 08 - 04	20 - 22
04 - 09 - 04	22 - 23 - 22
04 - 07	22 - 24
07 - 10	24 - 28
10 - 13	28 - 31 - 28
10 - 12 - 10	28 - 29
13 - 15	29 - 32 - 29
15 - 17 - 15	29 - 30
15 - 16	30 - 34
16 - 18 - 16	34 - 99
16 - 19 - 16	

CANTIDAD	%	CADENAS
142	102.15	31-35
0	0.00	35-37-35
142	102.15	35-36
2	1.43	36-40-36
6	4.31	36-39-36
142	102.15	36-38
139	100.00	38-99
139	100.00	13-17
TOTAL ENCUESTAS	139	

CONJUNTO 3

Análisis de cadenas según porcentajes. A un nivel del 5% de discriminación, se aceptan las siguientes cadenas:

00 - 01	17 - 20 - 17
01 - 02	17 - 18
02 - 05 - 02	18 - 22 - 18
02 - 04 - 02	18 - 21
02 - 03	21 - 23
03 - 07 - 03	23 - 27 - 23
03 - 06 - 03	23 - 28 - 23
03 - 08	23 - 26
08 - 09 - 08	26 - 30 - 26
08 - 11	26 - 29
11 - 13	29 - 31
17 - 19 - 17	31 - 34 - 31

CONJUNTO 4

Análisis de cadenas. A un nivel de discriminación del

5%, se aceptan las siguientes cadenas:

00 - 01	20 - 22
01 - 02	22 - 23 - 22
02 - 05	22 - 24
05 - 06 - 05	24 - 25 - 24
05 - 07	24 - 26
07 - 09 - 07	26 - 27 - 26
07 - 10	26 - 28
10 - 12 - 10	28 - 30 - 28
10 - 11	28 - 31
11 - 13 - 11	31 - 33 - 31
11 - 14 - 11	31 - 32 - 31
11 - 15	31 - 34
15 - 17 - 15	34 - 35 - 34
15 - 18	34 - 36
18 - 19 - 18	36 - 37 - 36
18 - 20	36 - 38
20 - 21 - 20	38 - 39

CANTIDAD	%	CADENAS
67	100.00	00-01
2	2.98	01-02-01
67	100.00	01-03
2	2.98	03-04-03
11	16.41	03-06-03
67	100.00	03-05
4	5.97	05-07-05
66	98.50	05-08
2	2.98	08-11-12-13-14-15-16-08
66	98.50	08-10
1	1.49	10-09-10
0	0.00	10-17-18-20
0	0.00	10-09-05
67	100.00	10-20

CONJUNTO 5

Análisis de cadenas a. nivel de discriminación del 5%, acepto las siguientes cadenas:

00 - 01
01 - 03
03 - 06 - 03
03 - 05
05 - 07 - 05
05 - 08
08 - 10
10 - 20
20 - 22
22 - 23 - 24 - 25 - 26 - 27 - 28
22 - 28
28 - 31 - 28
28 - 29
29 - 30
30 - 32 - 33
30 - 33
33 - 34
34 - 35
35 - 37
37 - 38 - 39
37 - 39
39 - 40
40 - 99

El problema de los algoritmos y la programación

La noción del algoritmo (1) en pedagogía y en psicología es particular, algo modificada que Birukov (2) denomina prescripción de tipo algorítmico o prescripción algorítmica. A este segundo nivel, y no al matemático, se puede definir el algoritmo como una consigna única cuya adaptación a una serie de datos iniciales, variables, conduce a resultados buscados y soluciona problemas de un tipo dado.

Es obligado que las operaciones relacionadas al proceso adaptativo del algoritmo y los pasos en los que éste está subdividido, sean tan simples que eviten las ambigüedades, para que tratado de un modo único -por hombre o por máquina- no conlleve problemas de interpretación

-
- (1) Vid. B.A. TRAJTENBROT: "Algoritmo es la prescripción exacta del orden determinado en que ha de ejecutarse un sistema de operaciones matemáticas y lógicas para resolver los problemas de cierto tipo. Se considera resuelta una serie de problemas de tipo determinado cuando se ha establecido un algoritmo de solución", en Introducción a la teoría matemática de las computadoras y la programación, Siglo XXI, pp. 7-11.
- (2) BIRUKOV, B.V.: "Analyse methodologique du concept d'algorithme en Psychologie et en Pedagogie en liaison avec les problèmes d'enseignement", UNESCO, : Enseignement Programmé, Recueil de texts, 1970.

ni malentendidos. Es normal exigir que " la consigna que compone el algoritmo represente la sucesión de descripciones de ciertas acciones suficientemente elementales, cada una de las cuales podría ser realizada automáticamente y , en particular, ser efectuada por una máquina de cualquier tipo" (3).

Cada prescripción algorítmica es una consigna para efectuar acciones -definidas en cada prescripción- determinadas -para una prescripción dada- sobre objetos de la clase o característica que se considere. Cada prescripción del algoritmo va acompañada del principio de estandarización que dice:" A cada algoritmo sólo se le puede oponer , cada vez, un algoritmo estandar".

En la perspectiva de una introducción de consideraciones cada vez más concretas ligadas a los algoritmos se encuentra la ciencia pedagógica o la teoría de la enseñanza, y en particular, la adaptación de las ideas de la cibernética a la enseñanza de los hombres. No es extraño que sea el hombre quien represente la organización que realiza los

(3) Vid. L.A. KALOUGNINE: "L'arithmisation des problèmes mathématiques" en Problèmes de la cybernétique, 1959, URSS, cit. por BIRUKOV, B., V. op. cit. p.4.

procesos algorítmicos y el objeto de modelaje de los algoritmos representa su actividad mental. La abstracción del factor humano en la teoría de los algoritmos desde el punto de vista matemático y lógico, es característico y esencial. De manera abstracta qué o quién ponga en marcha los algoritmos -máquina u hombre- es indiferente. Así, la teoría de los algoritmos podría compararse a la teoría de la información de Shannon, que abstrae al hombre como un eslabón más en el proceso informativo.

Cuando se pretende utilizar la aproximación algorítmica en pedagogía no se debe olvidar la perspectiva que tenga en cuenta el factor humano.

La idea esencial de la aproximación cibernética de la enseñanza es la comprensión de la enseñanza en tanto que proceso de control, control de los estudiantes para conseguir datos sobre el desarrollo de los conocimientos, de las aptitudes, de la práctica, de sus capacidades, etc. De ahí la afirmación : " la aptitud en trasmitir a la máquina de calcularlas funciones de control realizadas por diversos procesos, se manifiesta por ejemplo, por el control del proceso de producción, por el control de los ejércitos en el campo de batalla, por el control de

las piezas en un juego de ajedrez, etc. Para transmitir a la máquina de calcular el control de estos procesos, es preciso, primeramente, componer el algoritmo equivalente al proceso de control examinado. (...) Unido a esto se encuentra el problema de la "evaluación de la calidad de la algoritmización" es decir, de la descripción del proceso algorítmico " (4).

Los esquemas lógicos de algoritmos, introducidos bajo la influencia de las exigencias de la cibernética han sido adaptados, actualmente, a las necesidades de la descripción de los procesos algorítmicos en psicología y en pedagogía. En la esfera pedagógica presenta varios puntos de difícil determinación, como serían la delimitación de los puntos elementales, de las operaciones más sencillas, del enfoque u orientación que se puede dar a tales operaciones, el hecho de que para un hombre una operación sea fácil y en cambio no lo sea para hombres de distintas características, etc. Todas estas cuestiones obligan a reflexionar sobre

(4) Vid. A.A. LIAPOUNOV: "Quelques questions générales de la cibernétique" en Problèmes de la cibernétique, URSS, 1958, cit. por BIRUKOV, op.cit., p. 12.

la manera cómo se debe adaptar la construcción algorítmica a las directrices de la pedagogía o de la psicología, al modo cómo se deben enfocar los procesos de asimilación de los conocimientos por el alumno, y sobre los procesos de enseñanza del alumno por los algoritmos de resolución de problemas determinados.

Así pues, el grado de simplicidad de una operación puede diferenciarse en personas distintas. Puede depender de la instrucción del alumno, de los conocimientos y preparación metódica del profesor, etc.

De cual sea el estado de operaciones en un hombre determinado depende la estrategia de la enseñanza - por ejemplo saber si es mejor ramificar o no el algoritmo hacia nuevos canales, en el caso de que el alumno supere rápidamente nuestras previsiones, etc-. Este carácter relativo de la elementalidad de las operaciones exige en el proceso enseñante un diagnóstico constante del carácter y del nivel de formación en el alumno. Diagnóstico necesario para que, una vez detectados los defectos operacionales, se los pueda revisar y reorientar y para fraccionar o complicar la consigna pertinente a efectos de optimizar la enseñanza.

En la medida en que el carácter y el nivel de la formación de una u otra operación sean desconocidos por cada uno de los alumnos, la adaptación de la enseñanza a las par-

particularidades de cada alumno debe ser muy flexible y muy dinámica y debe efectuarse sobre la base del diagnóstico.

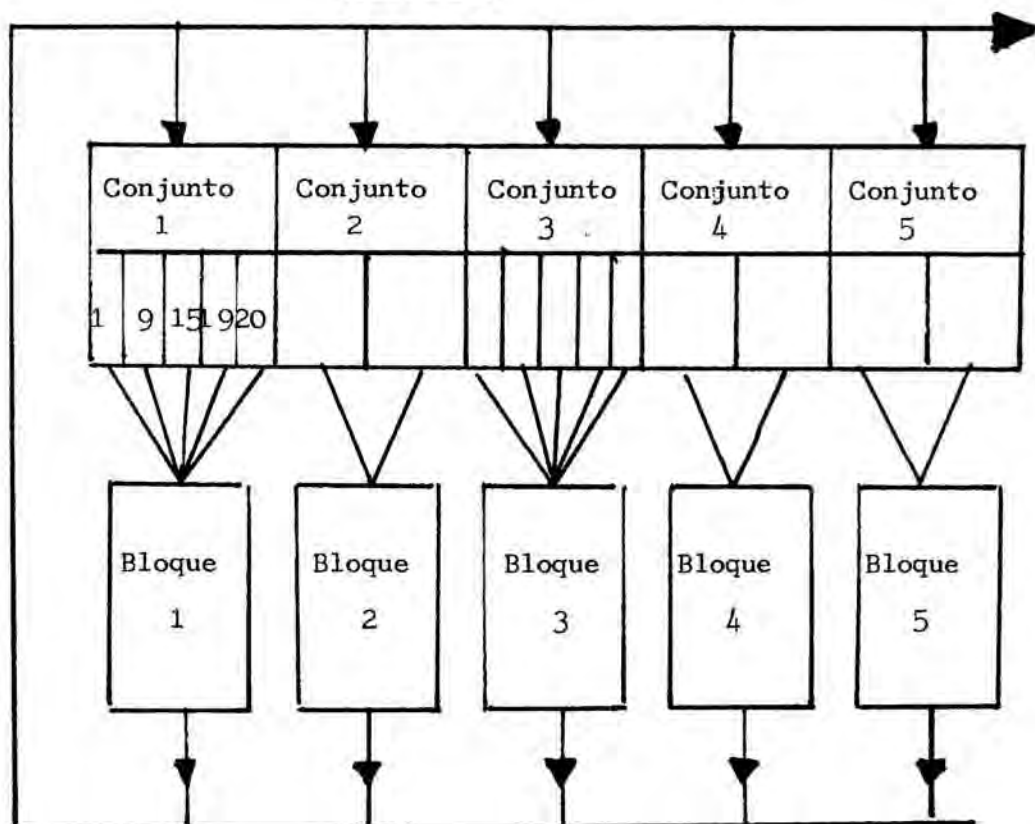
YUDINE, O.N. y GRANIK, G.G. (5) presentan concretamente este problema en la detección de los errores, de sus causas y su diagnóstico en la presentación de un programa de ortografía. Esta diagnosis se hace posible incluso en la enseñanza de una materia sin máquina de enseñar y simplemente poseyendo medios como el de un libro barajado o libro programado intrínsecamente, como el caso de los textos crowderianos. Con la utilización del manual apropiado, es posible poner en evidencia el carácter del error cometido por el alumno, establecer en qué condiciones precisas en el aprendizaje ha sido cometido el error, conocer la causa concreta de esa comisión, distinguir entre los motivos que indujeron a errar a un estudiante y no a otro, etc.

La técnica seguida es muy simple y, dentro de la cuestión de la algoritmización, en medios escolares con ciertas posibilidades económicas en material y dispositivos, es altamente eficaz. Consta de varios esquemas algo -

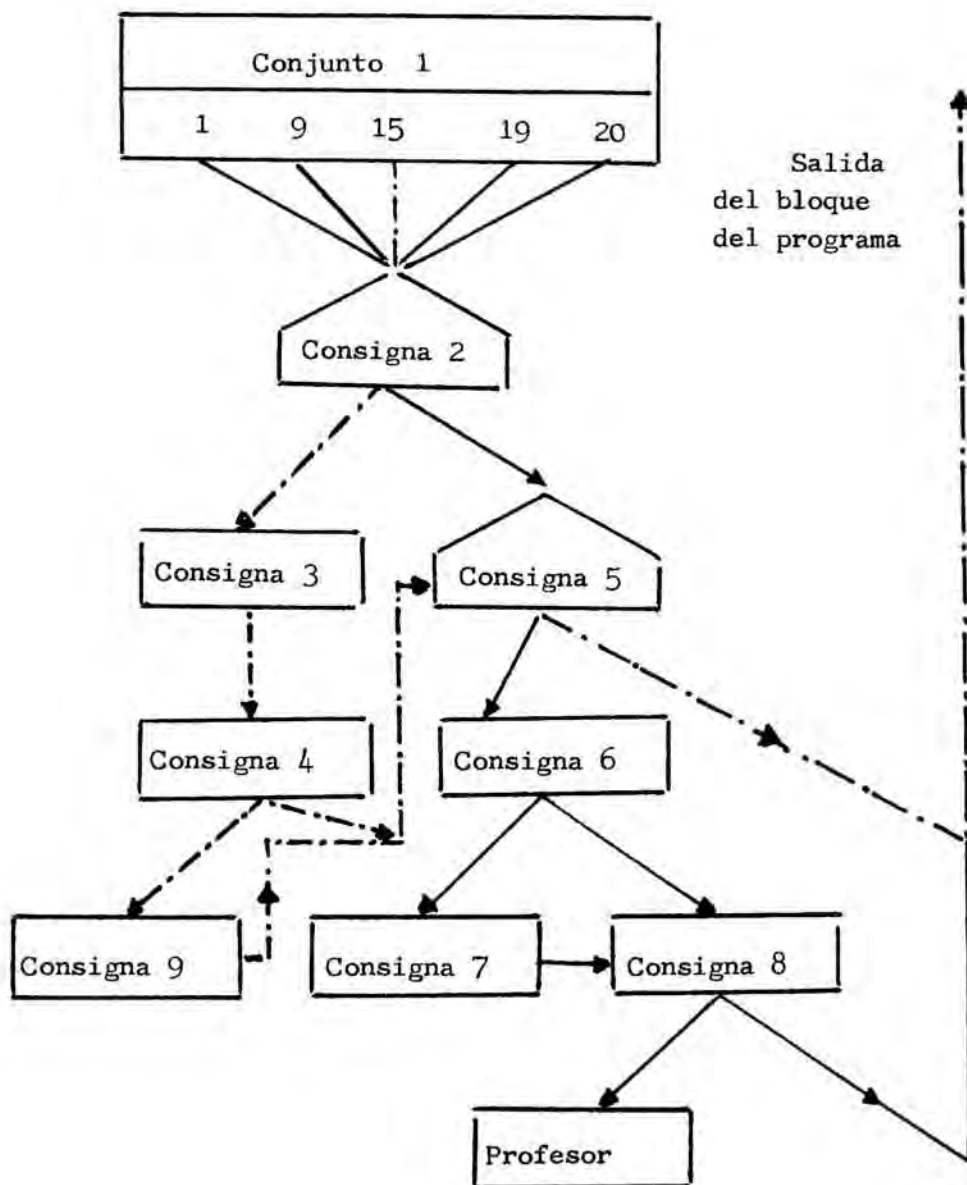
(5) YUDINE, O.N. y GRANIK, G.G.: "Problèmes de l'algorithimation et de l'enseignement programme sans machine. Quelques moyens pour l'adaptation dynamique de l'enseignement basés sur le diagnostic de la cause des erreurs", UNESCO Enseignement Programmé, Recueil de textes, 1970. p.7.

rítmicos diversamente distribuidos que controlan el paso del alumno y sus derivaciones según yerre o según sea la naturaleza de su error.

ESQUEMA 1



En este esquema compuesto de cinco conjuntos de la materia hay unas partes complementarias que van a permitir diagnosticar las causas de error. En el Conjunto 1, los textos diagnósticos son los ejercicios 2 y 5. (Ver Esquema 2)

ESQUEMA 2

CONJUNTO 2Signos convencionales

: Test diagnóstico



: Item o ítems informativos



: Recorrido diagnóstico

La determinación de la causa de error permite dirigir al alumno hacia la rama de la parte del programa en la que se tiene previsto suprimir esa causa. Si el alumno comete un error en el ítem 15, se le reenvía a la primera prueba diagnóstica -Consigna 2-. A partir de esta consigna irá progresando, aprendiendo una serie de conceptos que el programador cree idóneos para la eliminación de la causa de error: Consigna 3, Consigna 4, Consigna 9, hasta que, en la Consigna 5, se le presenta un nuevo test diagnóstico, que, como ejercicio de verificación, informa al maestro de si el alumno domina ya la materia o no. Si el alumno responde correctamente a este test, es conducido a la salida del programa; en caso contrario, es remitido a la Consigna 6.

Conclusiones

Son concretas y breves. La observación y la experimentación del sistema de Programación Intrínseca con alumnos de quinto y sexto cursos de Enseñanza General Básica ha puesto de manifiesto varios puntos esenciales:

1. La necesidad de tecnificar la enseñanza a todos los niveles.
2. El valor de los métodos tecnológicos es francamente motivador y de gran efectividad entre los adolescentes.
3. Dentro de una misma validez y racionalidad de ambos sistemas - Linear y Ramificado- es más incentivador y flexible éste último.
4. Es necesaria la intervención magistral en cualquier momento de la enseñanza, siempre que se desee contar con una individualización integral de la enseñanza.
5. Los libros revueltos o barajados son de difícilísima creación, si no se construyen en labor de equipo.
6. Son más efectivas, en el momento de la evaluación, las máquinas de enseñar, por su poder de memorización de los datos, y posteriores manejos de los mismos.
7. Con las aportaciones del alumnado es posible validar un programa ramificado con garantías de certeza y cientifi-

- cidad.
8. El alumnado español se muestra receptivo y muy abierto a las innovaciones de tipo metodológico que se produzcan en el ámbito escolar.
 9. El programa intrínseco de Areas de las Figuras Planas constante experimental de este trabajo puede ser editado y aplicado a alumnos de 11 a 13 años con las debidas garantías, una vez expurgado de aquellos ítems que la calculadora detectó con un índice discriminativo inferior al 5% de alumnos .
 10. Para materias básicas y de tipo instrumental, la programación intrínseca aporta la eficacia rotunda de la labor diagnóstica y correctiva.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

- ANDERSON, R.C. : "Conditions under which feedback facilitates learning from Programmed lessons", en Journal of Educational Psychology", 1972, Vol 63, nº 3, 4-6.
- ANDRADES; A. : Método de fases en la enseñanza de los problemas, Tesis de Licenciatura inédita, 1965.
- APTER, M. J.: The New Technology of Education, London, MacMillan, 1968.
- ARANGUREN, J.L.: La comunicación humana, Biblioteca para el hombre actual, Madrid, Guadarrama, 1967.
- ARNAL, M.N.: Ensayo de programación de ortografía natural, Tesis de licenciatura, inédita, Barcelona 1964.
- ASSOCIATION FOR PROGRAMMED LEARNING AND EDUCATIONAL TECHNOLOGY, : Aspects of Educational Technology, Vol 2, Proceedings of the Conference on P. Learning, University of Glasgow, 5-8 Abril, 1968, London, Dunn and C. Holroyd, 1969.
- ATKINSON, R. C.: Assisted Instruction (A book of readings), New York, Accademic Press, 1969.
- AUGOUSTEVICH, I.I. y VASSILENKO, U.R. : "Experimentation de la mise au piont et de l'utilisation de manuels de programmation pour la direction de l'activité mentale des étudiants dans le processus de résolution de problèmes algébriques". UNESCO, Enseignement Programmé, 1971.

- AYER, R., COOK, G.B., HARTLEY, J.R. and DERRICK, J. : "Some early experiences of computer-based learning in mathematics", IMA Conference Proceedings on "The tracing of mathematics in universities polytechnics", University of Leeds, Enero, 1971.
- HENDERSHOT, C.H. : A bibliography of Programs and Presentation devices; Vol I y II, Michigan, 1967, (Hendershot editor).
- BIKOVA, G.F.: "Problèmes généraux de l'enseignement des procédés des raisonnements algortihmiques et heuristiques . Méthodes et moyens de la formation des processus spé cifiques mentaux des cours de la géométrie descripti ve," Institut de l'Aviation S. Ordjonikidzé de Moscu de l'Ordre de Lénine, UNESCO, Enseignement Programmé, 1971.
- BIRUKOV; B.V. y LANDA, L.N. : "Analyse méthodologique du concept d'algo rithme en psychologie et en pédagogie en liaison avec les problèmes d'enseignement", UNESCO, Enseignement Programmé, 1-71.
- BLOOM, B.: Taxonomy of Educational Objectives. The classification of Educational Goals, Handbook I: Cognitive Domain, New York, McKay, 1967. En español, El Ateneo, Buenos Aires, 1972.
- BLYTH, J.W.: Teaching Machine and Humanbring, en LUMNSDAINE, A.A. and GLASER, R. (ed) : Teaching Machine and Programmed Instruction, Washington, Davi, 1960.

- BORRELL FELIP, N.: Didáctica de la Geografía Económica, Tesis Doctoral inédita, Barcelona 1967.
- BRESSON, F. et MONTMOLIN, M. : La recherche en enseignement programmé, Tendances actuelles, Actes d'un colloque O.T.A.N., Nice, Mayo, 1968, Dunod.
- BRITISH STEEL CORPORATION.: Tubes Divisions, Training Techniques Unit, Introduction to the Volume of Cuboids, Steel, 1969.
- BROUDY, H.S.: Sócrates y la máquina de enseñar, en LUMSDAINE, A.A. y otros.: Instrucción Programada y máquinas de enseñar, Buenos Aires, Humanitas, 1965, pp. 175 y ss.
- BRUECKNER, L.J. and BOND, G.L.: Diagnóstico y tratamiento de las dificultades en el aprendizaje, Barcelona, Rialp, 1961.
- BRUMFIELD, CH.: Geometry, London, Addison-Wesley Publishing Company, Inc, 1962.
- CENTRE DE DOCUMENTATION SUR L'ENSEIGNEMENT PROGRAMME : Bulletin du ..., Institut Pédagogique National, Paris, nº 1, 1^{ere} année, juin 1966.
- CENTRE D'INFORMATION EN MATIERE D'ENSEIGNEMENT ET D'EDUCATION : Bulletin du ..., Suisse, nº 36, Janvier-Février-Mars, 1970.
- CALLENDER, P. : Programmed Learning, Its development and structure, London, Longmans, 1969.
- CANAU, V.M.: La enseñanza programada. Una nueva tecnología didáctica, Madrid, Iter Ediciones, 1970.

- CAR, W.J.: A functional Analysis of self instructional devices en LUMSDAINE A.A. and GLASER, R.: Teaching Machines and Programmed Instruction, Washington, Davi, 1960.
- CAVANAGH, P.: The Autotutor and classroom. Three Comparative Studies Introduction, Programmirtes Lernen, 1964.
- CENTER FOR PROGRAMMED INSTRUCTION: Programs '62: Aguide to available Programmed Instructional Materials, U.S.A., Office of Education, 1962.
- COOK, D.I.: Teaching machines Terms, A Glosary, Audiovisual Instruction, 1961, nº 6.
- COLOQUIOS DE ROYAUMONT,: El concepto de información en la ciencia contemporánea, Nueva Ciencia, Siglo XXI, 1966.
- COUFFIGNAL, L.: La Cibernetique. La Pédagogige cybernetique. Europe, nº 43, 1965, también en español, Redondo editor, 1971.
- COUNCIL OF EUROPE: One week of Educational Television in Europe, Council for Cultural Co-operation, Strasbourg, 1970.
- COUNCIL OF EUROPE: Programmed Instruction (Survey of Projects), Council for Cultural Co-operation, Committee for Out-of-School Education, Strasbourg 1970.
- COUNCIL OF EUROPE: Educational Technology, (Media based instructional Systems), Strasbourg 1972.
- CONSEIL DE LA COOPERATION CULTURELLE : L'enseignement direct par la télévision, L'Education en Europe, 1967,

- CONSEIL DE L'EUROPE : Nouveaux Types d' Education Extrascolaire. Systemes d'enseignement combinés, Strasbourg, 1968.
- CONSEIL DE L'EUROPE : La contribution des moyens audiovisuels a la formation des enseignants, Strasbourg 1965.
- CONSEIL DE L'EUROPE : Instruction Programmée, Institutions et leurs activités, Strasbourg 1970.
- COULSON, J.: Programmed Learning and Computer-based Instruction, New York, Wiley, 1962.
- COULSON ,L.E. and SILBERMAN, H.F. : Effects of three Variables on a Teaching Machine en Journal of Educational Psychology, n° 51, 1960.
- CROWDER, N.A.: A part task trainer for trouble shooting , Lackland Air Force Base, Texas, Development Report, AFPTRC-TN-57-71, ASTIA Document n° 131423, 1957.
- CROWDER, N.A.: Automatic tutoring by intrinsic programming en LUMSDAINE and GLASER : Teaching Machines and Programmed Learning, Washington, Davie, 1965, pp. 286-298.
- CROWDER, N.A.: Automatic tutoring: by means of intrinsic programming (1-5), en GALANTER: Automatic Teaching, The state of the art, New York, Wiley, 1962, pp. 109-116.
- CROWDER, N.A. : Characteristics of Branching Programs , The University of Kansas Conference on Programmed Learning, Edit. by O.M. HAUGH, L. University of Kansas Publications, 1961, Vol II, n° 2, pp. 22-27.

- CROWDER, N.A. : Intrinsic and extrinsic Programming, en COLUSON, J.E. Learning and Computer-Based Instruction , New York, Wiley, 1962.
- CROWDER, N.A. : Intrinsic Programming: facts, fallacies and the future, en FILEP, R.T. (Ed): Prospectives in Programming, London, Collier-Macmillan, 1963.
- CROWDER, N.A. : Intrinsically Programmed Materials for Teaching Complex Skills and Concepts, American Psychological Association, Washington, 1958.
- CROWDER, N.A. : On the differences between linear and intrinsic programming, en DECECCO, Educational Technology, New York, Holt, Rinehart and Winston, 1964.
- CROWDER, N.A. : Programmed Instruction Compared with Automated Instruction, en OFIESH- MEIERHENRY: Trends in Programmed Instruction, Washington, Davi, 1964, p. 9.
- CROWDER, N.A. : Simple Ways to Use Student Response for Programme Control, Comunicación presentada al congreso sobre Application of Digital Computers to Automated Instruction, realizado en Washington, en 1964, en MARGULIES, S. and EIGEN, L.D.: Applied Programmed Instruction, New York, Wiley, 1962, pp.120 y ss.
- DAUFI, L. : "La nueva metodología Educacional y la nueva universidad" en Cuadernos para el diálogo, nº extraordinario, 1967.
- DECECCO, J.P. : Educational Technology, Holt, Rinehart and Winston, London, 1964.

- DECOTE, R. : Vers l'enseignement programmé, Paris, Gauthier-Villars, 1963, También en español, Edit. Teide, 1966 con complemento sobre la labor investigadora del Dr. D. J. FERNANDEZ HUERTA en la Universidad de Barcelona, hasta 1965.
- DETERLINE, W.A. : An Introduction to Programmed Instruction, Prentice Hall, London, 1964.
- DIEUZEIDE, H. : "Tecnología Educativa y desarrollo de la educación " en Revista de Educación, Año XVIII, Vol LXXV, nº 212-213, Febrero 1971, Madrid.
- DODD, W.E. and ENGLAND, A. : Programmed instruction and teaching machines, (An annotated bibliography), Stoke-on-Trent, Hanley, Central Library, London, 1965.
- DONALD, A. : "Enseñanza Programada . Desarrollo de un campo nuevo" EN Notas y Documentos, Madrid, 1962.
- DOTTRENS, R. Cómo mejorar los programas escolares, Buenos Aires, Kapelusz, 1961.
- DOTTRENS, R. : "Enseñanza programada y libros de texto", en Bordon, nº 121, Madrid, 1964.
- DOTTRENS, M. : "Estudio sobre la enseñanza programada y las máquinas de enseñar" en Educadores, nº 40, 1966, Madrid.
- EDELFEIT, R (Ed) Innovate programas in Student Teaching, Conference at Baltimore, 1968.

- ESCUDERO, T.: Formulación de objetivos de conducta en enseñanza Programada, Comunicación presentada a la IV Reunión del Seminario Nacional Permanente de E. P. y Automatizada, Palma de Mallorca, Enero 1972.
- ESCUELA UNITARIA COMPLETA : Curso Organizado por el Gobierno español como colaboración al Proyecto Principal de la Unesco "Extensión de la Enseñanza Primaria en la América Latina", CEDODEP, Madrid, 1960, pp.496-504.
- ESPICH, J. and WILLIAMS, B. : Developing programmed instructional materials, Palo Alto, California, Fearon Publishers, 1967,
- ESTARELLAS, J.: Cómo preparar y evaluar objetivos de conducta, Madrid Anaya, 1971.
- ESTARELLAS, J.: Preparación y evaluación de objetivos en la enseñanza, Madrid, Anaya, 1972.
- EUREQUIP: Iniciación al ordenador, Enseñanza programada, Barcelona, Ed. Técnicos Asociados, 1970.
- FERNANDEZ DE CASTRO, J. : La aportación de B.F. Skinner al origen y primer desarrollo de la Enseñanza Programada (1954-1963), Tesis Doctoral inédita, Barcelona, 1968.
- FERNANDEZ HUERTA, J.: "Avances individualizadores" en Consigna, Junio 1959
- FERNANDEZ HUERTA, J.: "Conceptos, modalidades y entrenamiento del trabajo individualizado", en Escuela Unitaria Completa, CEDODEP, Madrid 1960.

- FERNANDEZ HUERTA, J.: " El trabajo inividualizado" en Vida Escolar,
Septiembre, 1960.
- FERNANDEZ HUERTA, J.: " Enseñanza individualizada por fichas", en Con-
signa, Novie,bre 1961.
- FERNANDEZ HUERTA, J.: " Textos didácticos revolucionarios", en Revista de
Educación, Noviembre, 1963.
- FERNANDEZ HUERTA, J.: "Enseñanza Programada" en Diccionario de Pedagogía,
Barcelona, Labor, 1964.
- FERNANDEZ HUERTA, J.: " Máquinas didácticas", en Diccionario de Pedagogía,
Barcelona, Labor, 1964.
- FERNANDEZ HUERTA, J.: " La enseñanza programada de la Aritmética", en
Barcelona Escolar, nº 1, 1965.
- FERNANDEZ HUERTA, J.: " La enseñanza programada y las máquinas de enseñar"
en Enciclopedia de Tiempo y Educación, Madrid, 1967.
- FERNANDEZ HUERTA, J.: "Comparación multivariada de textos escolares" en
Perspectivas Pedagógicas, nº 18, 1966, Barcelona.
- FERRANDEZ, A.: "Enseñanza individualizada en quinto curso de Educación
General Básica", en Revista de Educación, nº 218, año
1971, Madrid, pp. 52-63.
- FILEP, R.T.: Prospectives in Programming, London, Collier-McMillan,
1963.

- FLETCHER, D. and IBBOTSON, J.: Geometry One, Two, Three, III Vols, Educational Books, Edinburg, Holmes Mc Dougall, 1969.
- FOLTZ, C.: The world of Teaching Machines, Washington, Electronic Teaching Laboratories, 1961.
- FRANK, H.: Cibernética, un puente entre las ciencias, Barcelona, Zeus, 1966.
- FREINET, C.: Bandes enseignantes et programmation, Cannes, Bibliothèque de l'Ecole Moderne, 1966.
- FREINET, C. et BERTELOOT, M.: Travail individualisé et programmation, Cannes, Bibliothèque de l'Ecole Moderne, 1966.
- FRY, E.B.: Teaching Machines and Programmed Instruction, New York McGraw Hill, 1963.
- GAGNE, R.M. : The Analysis of Instructional Objectives for the Design of Instruction, en GLASER, R.: Teaching Machines and Programmed Learning, II, Washington, NEA, 1965.
- GAGNE, R.: The conditions of Learning, New York, Holt, Rinehart and Winston, 1965. También en español, edit. Aguilar,
- GAL, R.: Qu'est-ce que l'enseignement programmé en Le Courrier de la Recherche Pédagogique, Enero 1965.
- GALINO, A.: "La Enseñanza Programada en el cuadro de la Educación actual", en Eidos, nº 22, 1965.
- GARNER, W.L.: Programmed Instruction, The Center for Applied Research in Education, Inc, New York, 1966.

- GAVINI, G.P.: Manuel de formation aux techniques de l'enseignement programmé, Paris, Hommes et techniques, 1965.
- GEE, R.D.: Teaching Machines and Programmed Learning, (A guide to the Literature), A Hertis publication, s/f.
- GLASER, R.: Components of the Instructional Process, en DeCecco, : Educational Technology, Holt, Rinehart and Winston, 1964.
- GLASER, R.: Teaching Machines and Programmed Learning, II , Data and directions, Washington, DAVI, 1965.
- GOHVAT, B.A.: Formation chez les élèves d'une approche algorithmique considérée comme méthode générale de pensée pour la résolution de problèmes-types, Bureau des Sciences Méthodiques , Ministère de la Sidérurgie Dnepropetrovsk, Ukraine, Unesco; Enseignement Programmé, Recueil de textes, 1970.
- GOODMAN, R.: Programmed Learning and Teaching Machines, The English Universities Press, 1967.
- GRAZIA, A. and SOHN, D.: Programs, Teachers and Machines, New York, Bantam Books, 1964.
- GREEN, E.J.: El proceso del aprendizaje y la instrucción programada, Madrid, Troquel, 1965.
- GREEN, E.J.: The concept of Programmed Instruction: an overview, Transaction of the New York Academy of Sciences, 1963- n° 25.

- GUGLIELMI, J.: L'enseignement programé à l'Ecole, Paris, Presses Universitaires Françaises, 1970.
- GUNNING, R.: The technique of Clear Writing, London, McGraw-Hill, 1952.
- HARRIS, R.: Areas of rectangles, A clearway Programmed Book, London, Methuen and Co.Ltd, Patrick Thornhill, 1964.
- HARTLEY, J.R. and SLEEMAN, D.H.: A computer-based statistical laboratory: some views and experiences, en Aspects of Educational Technology, Vol V, University of Leeds, 1971.
- HARTLEY, J.: Some guides for Evaluating Programmes, Written for the Association for Programmed Learning, Department of Psychology University of Sheffield, 1963.
- HARVARD UNIVERSITY: Committee on Programmed Instruction, Introductory material and general sources dealing with programmed instruction, diciembre, 1962.
- HARVARD UNIVERSITY: Articles, Reprints, Reports and Books, Committee on Programmed Instruction, Abril, Mayo 1963.
- HARVARD UNIVERSITY: Library Listing, Octubre 1962, Documento policopiado.
- HENDERSHOT, C.: Programmed Learning: a Bibliography of Programas and Presentation device, Michigan, Delta College University Center, 1964.
- HILGARD, E.R.: Teorías del aprendizaje, México, Fondo de Cultura Económica, 1961.

- HILL, W.F.: Teorías contemporáneas del aprendizaje; Biblioteca del Hombre Contemporáneo, Paidós, 1966.
- HINGUE, F.: La enseñanza programada (Hacia una Pedagogía Cibernética), Buenos Aires, Kapelusz, 1969.
- HIVELY, W.: Specifying Terminal Behavior in Mathematics, Harvard University, 1968.
- HOLDING, D.H.: Fundamentos de Didáctica, Madrid, Morata, 1967.
- HOLLAND, J.G.: Teaching machines, an application of principles from the Laboratory, en LUMSDAINE, A.A. and GLASER, R.: Teaching Machines and Programmed Instruction, Washington, 1962.
- HOLLAND, J.G. and SKINNER, B.F.: The analysis of behavior: a program for self-instruction, New York, McGraw Hill, 1961.
- HOLLAND, J.G.: Design and use of a Teaching Machine Program, Harvard University, 1962.
- HOLLAND, J.G.: Teaching Psychology by a Teaching Machine Program en LUMSDAINE A.A. and GLASER, R.: Teaching Machines and Programmed Instruction, Washington, DAVI, 1960.
- HOLLAND, J.G.: New directions in teaching machine research, U.S. Office of Education and Carnegie Corporation, 1962, Manuscript in Harvard University.
- HOLLAND, J.G.: Evaluating teaching machines and programs, Teachers College Record, Vol 63, nº 1, Octubre 1961, Harvard University.

- HUGHES, J.L.: Programmed Instruction for Schools and Industry, Chicago, Science Research Associates, 1962.
- HUGHES, J.L.: Programmed Learning (A critical evaluation), Chicago, Educational Methods, Inc, 1963.
- INSTITUTO DE TECNICAS EDUCATIVAS, UNIVERSIDAD LABORAL DE GIJON: Actividades sobre enseñanza programada de dicho Instituto, Comunicación presentada a la IV Reunión del Seminario Nacional Permanente de E.P. y Automatizada, Palma de Mallorca, Enero 1972.
- JACOBS, P. and Others: A guide to evaluating Self-Instructional programs, London, Holt, Rinehart and Winston, 1966.
- KAY, H. and Others: Teaching machines and programmed instruction, Maryland, Penguin Books, U.S.A. 1969.
- KIMBLE, D.P.: Psicofisiología, Texto Programado, Conducta Humana III, Galton, Barcelona, Fontanella, 1971.
- KIMBLE, G.A.: Hilgard y Marquis, Condicionamiento y aprendizaje, México, Biblioteca Técnica de Psicología, Trillas, 1969.
- KOMOSKI, K.: La instrucción programada. Las máquinas de enseñar, La Obra, Revista de Educación, nº7, 1967.
- KOMOSKI, P.K. and GREEN, E.J.: L'enseignement programmé en Afrique occidentale et dans les Etats arabes, Etudes et Documents de l'Education, nº 52, UNESCO, 1965.
- KOMOSKI, P.K.: "Enseñanza programada, técnica basada en las ciencias del comportamiento y medios didácticos", en Notas y Do-

cumentos, Madrid, 1962, nº 5.

- KONDRATOV, A.: Cibernética: presente y futuro, Buenos Aires, Ed. Car-
tago, 1971.
- LAMERAND, R.: Teorías de la enseñanza programada y laboratorios de
idiomas, Madrid, Ed. Fragua, Colección Lenguas y Cul-
tura, 1971.
- LANDA, L.N.: L'application du mode de pensée cybernétique à la
théorie de l'apprentissage, en Questions de Philo-
sophie, 1962, nº 9, UNESCO: Enseignement programmé,
Recueil de textes, 1970.
- LANDA, L.N.: Recherche sur l'application de la logique mathémati-
que et de la théorie de l'information à quelques pro-
blèmes d'enseignement, UNESCO: Enseignement programmé,
Recueil de textes, 1970.
- LASSO DE LA VEGA, J. Manual de Documentación, Barcelona, Labor, 1969.
- LE COURRIER DE LA RECHERCHE PEDAGOGIQUE: L'enseignement programmé, Ins-
titut Pédagogique National, Paris, 1965 .
- LEE, A.V. and SEDDON, G.M.: The effect on time of working on performance
in a programmed learning task, Research Reports on
P.Learning, University of Birmingham, School of Edu-
cation, May 1967.
- LEEDHAN, J. and UNWIN, D.: Programmed Learning in the schools, London, Long-
mans, 1965.
- LEITH, G.O.M.; LISTER, A.; TEALL, C. and BELLINGHAM, J.: An Evaluation of

training systems for teaching conversion to decimal currency and exchange in mixed coinage, Birmingham, National Centre for Programmed Instruction, July, 1968.

LOUGHARY, E.: Man-machine systems in education, New York, Harper and Row, 1966.

LUMSDAINE, A.A. : An evaluation of programmed instruction today, en KINIRK, F.G. (ed): Instructional Technology, A book of readings, New York, Holt, Rinehart and Winston, 1968.

LUMSDAINE, A.A.: Asserirg the effectiveness of instructional programs en GLASER, R.: Teaching machines and programmed instruction, 1965.

LUMSDAINE, A.A. y otros. : Instrucción programada y máquinas de enseñar, Humanitas, Buenos Aires, 1965.

LUMSDAINE A.A. y GLASER, R.: Teaching machines and programmed learning, a source book, Department of Audiovisual Instruction, N.E.A. of the United States, 1962.

LYSAUGHT, J.M.: A guide to programmed instruction, New York, John Wiley, 1966.

LYSAUGHT, J.P. (ed) : Programmed Learning, Evolving principles and industrial Applications, Michigan, The Foundation for Research on Human Behaviour, 1964.

MAGER, R.F.: Comment définir des objectifs pédagogiques, trad, et adapté par G. Décote, Paris, Guathier-Villars, n° 82 XII, 1971.

- MARCHAL,R.: Les mensurations psychopedagogiques,III, La Géométrie, Université Catholique de Louvain, Directeur: R. Buyse, 1956.
- MARES,J.: Programmed learning and Educational technology, Bibliography 1965-68, Praha, 1970.
- MARGULIES,S. et EIGEN,L.P.: Applied programmed instruction, New York, Wiley, 1962.
- MARKLE,S.M.: Good frames and Bad, A grammar of frame writing, New York, Wiley, 1964.
- MARTINEZ,L.: La matriz de Davies, Comunicación inédita presentada en la IV Reunión del Seminario Nacional Permanente de E. P. y Automatizada, Palma de Mallorca, Enero, 1972.
- MATHEMATIQUES,: Enseignement technique Catholique, Ecoles techniques et professionnelles secondaires inferieures, Editions de l'enseignement ,Plantyno,S.A. Anvers, 1964.
- MEACHAM,J.D.: Programmed Instruction, Training Manual, California, J.Ravin Publications of La Mesa, s/f.
- MONTMOLIN, M.: Enseñanza programada: principios y técnicas de programación, Madrid, Morata, 1966.
- MORAY,N.: Cibernética, Barcelona, Herder 1967.
- MORENO,G. J.M.: "Enseñanza Programada" en Bordón, nº 115, Marzo 1963, pp. 129-152.

- MORENO, J.M.: "Enseñanza programada y libros de texto" en Bordón nº 121, Tomo XVI, 1964, pp 3-14.
- MORENO, J.M.: "Enseñanza programada" CEDODEP, Orientaciones pedagógicas para directores escolares, Madrid, 1965.
- MORGANOV, I.B.: "L'utilization de la méthode des graphes dans l'élaboration des programmes" en L'enseignement programmé, Paris, I, 1966, pp. 19-33.
- MOSMANN, C.: Computer on Campus, Washington, American Council of Education, 1967.
- MOTHES, J.: Estadística aplicada a la ingeniería, Barcelona, Ariel, 1960.
- NATIONAL CENTRE FOR PROGRAMMED INSTRUCTION: Problems and Methods in Programmed Learning, The Proceedings of the 1967, apl/ncpl, Birmingham Conference, M.J.Tobin (ed).
- NSSE YEARBOOK: Programmed Instruction, LXVI, Lange, Ph.C. y Richey, H. Chicago, 1967.
- OFIESH, G.D.: Programmed Instruction, (A guide for management), American Management Association, Vail-Ballov Press, Inc, 1965.
- PAGE, S.B.: References on Mathematical Programming, Technical Information Service, Hertfordshire County Council, Febrero, 1964.
- PASK, G.: Electronic Keyboard Teaching Machines, en LUMNSDAINE y GLASER, R.: Teaching Machines and Programmed Learning Washington, 1960.

- PASK,G.: Adaptive teaching with Adaptive Machines, en LUMSDAINE; A.A. y GLASER,R.: Teaching Machines and Programmed Learning, Washington, D.C. National Education Association, 1960.
- PASK,G.: An approach to Cybernetics, London, Hutchinson, 1961.
- PETROV, U.A.: L'experience de la formalisation des propositions interrogatives (des questions), en UNESCO, Enseignement programmé, Recueil de textes, 1970.
- PIAGET, J, et autres: L' Epistemologie de l'Espace, XVIII, Etudes d'Epistemologie Génétique, Paris, Bibliothèque Scientifique Internationale, P.U.F., 1964.
- PILORGE,R.: Comprendre l' informatique, Paris, J. Delmas et Cie, 1970.
- PIPE,P.: Practical Programming, London, Holt, Rinehart and Winston, 1966.
- PLANQUE,B.: Máquinas de enseñar, Barcelona, Plaza y Janés, 1970.
- PORTER,D.: What does Learning Theory Contibute to the Clasroom? en Audiovisual Instruction, Enero 1962.
- PROGRAMMED INSTRUCTION: The Sixty-sixth Yearbook of the National Society for the Study of Education, Part II, Chicago, 1967.
- PUBLISHERS AND SUPPLIERS OF ACADEMIC PROGRAMMED MATERIAL: Harvard University, Mayo, 1963.
- REDONDO,E.: Educación y comunicación, C.S.I.C. Madrid, 1959.

- RESNICK, L.B. and ELLISA, A.B.: Stimulus control in a self-instructional program: the effect of material to which no direct response is made, Harvard University, Agosto, 1962.
- RICHMOND, W.K.: La revolución de la enseñanza, Barcelona, Herder, 1971.
- RODRIGUEZ MORENO, M.L.: "Pros y contras de la máquina de enseñar", en El Magisterio Español número especial, 9606, 1966.
- RODRIGUEZ MORENO, M.L.: "Trasferencia del aprendizaje y sus relaciones con la enseñanza programada", en Revista de Educación Madrid, Ministerio de Educación y Ciencia, nº 193, Año XVII, Vol LXVI, 1967.
- RODRIGUEZ MORENO, M.L. "La motivación, importante consecuencia de la programación", en Educadores, nº 43, Año 9, Vol IX, 1967.
- RODRIGUEZ MORENO, M.L.: "Cara y cruz de las novísimas técnicas didácticas", en Revista de Educación, Ministerio de Educación y Ciencia, Madrid, nº 190, Vol LXV, Mayo 1967.
- RODRIGUEZ MORENO, M.L.: "La programación y la Geometría", en Barcelona Escolar, nº 6, año 1967.
- RODRIGUEZ MORENO, M.L.: Enseñanza racionalizada de la Geometría, Tesis de Licenciatura inédita, Barcelona, 1965.
- RODRIGUEZ MORENO, M.L.: "La práctica discente y la programación", en Revista de Educación, Ministerio de Educación y Ciencia, Madrid, nº 206, Noviembre 1969,

- RODRIGUEZ MORENO, M.L.: " La programación intrínseca de Crowder", en Revista del Instituto Calasancio de Ciencias de la Educación, nº 69, Año XVII, Madrid 1972.
- ROWNTREE, D.: Basically Branching, (A Handbook for Programmers), London, MacDonal, 1966.
- RUBBENS; F.M.: Enseñanza Programada y estudio de su didáctica, Madrid, Paraninfo, 1965.
- SCHRAMM, W. and others : Programs, teachers, and machines, Bantam Books, New York, 1964.
- SCHRAMM, W.: The research on programmed instruction (An annotated Bibliography), Washington, U.S. Department of Health Education, and Welfare. 1964.
- SKINNER, B.F.: Ciencia y conducta humana. (Una psicología científica), Barcelona, Fontanella, 1970.
- SKINNER, B.F.: Teaching machines, (Form the experimental study of learning come devices which arrange aptimal conditions for self- instruction), en Science, Octubre , 1958, Vol 128, nº 3330, pp. 969- 977.
- SKINNER, B.F.: The Science of Learning and the Art of Teaching, Paper presented at a Conference on Current Trends in Psychology and the Behavioral Sciences at the University of Pittsburg, Marzo, 1954.
- SKINNER, B.F.: Why we Need Teaching Machines en Harvard Educational Review, XXIV , 86-97, V XXXI, nº 4, 1961.

- SLEEMAN,D.H. and HARTLEY,J.R.: Instructional models in a computer-based learning system en Instructional of Man+Machine Studies, Junio 1969, pp. 177-188, University of Leeds.
- SMITH ,W.I. and MOORE,W.J.:Programmed Learning, Van Nostrand, 1962.
- SPOONER,G.A.: Exploring Sets, Geometry, and Numeration, Programs A,B and C, New York, Harcourt, Brace and World, 1969.
- SPOONER,G.A.: Exploring Sets, Geometry and Numeration, Programs A, B y C, Teacher's Manual, New York, Harcourt, Brace and World, 1969.
- STOLUROW,L.M Essential Principles of Programmed Instruction, Technical Reports, nº 8, Urbana I 11, University Of Illinois, 1965.
- STOLUROW,L.M: Teaching by Machine, U.S. Department of Health, Education, And Welfare, 1961.
- SUPPES,P.: Computer-Assisted Instruction, Stanford's 1965-66,Arithmetic Program , Academic Press, New York, 1968.
- SYMPOSIUM,A...: Some aspects of programmed learning , National Committee for Audiovisual Aids in Education, London, 1963.
- TAOUKATCH,G.L.: L'algorithmisation de l'elaboration de projets technologiques de construction comme méthode de formation et de développement de l'expérience des ingénierurs, Institut de la Construction du Génie de KIEV, UNESCO: Enseignement programmé, Recueil de textes, 1970.
- TARIN,L.: Diseños de instrucción en enseñanza programada, Comuni

cación inédita presentada en la IV Reunión del Seminario Nacional Permanente de Enseñanza Programada, Palma de Mallorca, Enero 1962.

THORNDIKE, E.L.: The fundamentals of Learning, New York, Teachers College, Columbia University, 1932.

THORPE, L, et SCHMULLER, J.: Les théories contemporaines de l'apprentissage, Presses Universitaires Françaises, Paris, 1956.

TIKHONOV, I et KARABANOV, V.: L'enseignement programmé en U.R.S.S., Documento policopiado WS/0865.51-EDS, UNESCO 1966.

TITONE, R.: "Hacia la automatización de la enseñanza" en Notas y Documentos, 1962, nº5.

TOBIN, M.J.: Problems and methods in programmed learning, National Centre for Programmed Learning, Birmingham, 1967.

TORRANCE, E.P. and GUPTA, R.: Programmed Experiences in Creative Thinking, Bureau of Education Res. University of Minnesota, 1964.

TRAJTENBROT, B.A.: Introducción a la teoría matemática de las computadoras y la programación, México, Siglo XXI, 1960, pp. 7-11.

UNESCO: Enseignement programmé, Recueil de textes, Documents de travail, en colaboración avec l'Ecole Normal Supérieure de San Cluod, 1970.

UNESCO: Final report on the Unesco Arabic Regional Workshop on Programmed Instruction, (Documento policopiado), Cairo, U.A.R. Agosto 1965.

- UNESCO: "Groupe d'etudes sur l'application des nouvelles methodes et techniques d'enseignement", Tananarive, Julio, 1965, (Documento Policopiado).
- UNESCO: "Nuevos métodos y técnicas en Educación" en Estudios y documentos de Educación, nº 48, 1963.
- UNIVERSIDAD AUTONOMA DE BARCELONA: "Enseñanza programada a través de la programación intrínseca según Crowder", Curso y apuntes, J.Estarellas, Febrero 1969.
- UNWIN, D. and LEEDHAM, M.J.: Aspects of Educational Technology, Programmed Learning Conference at Loughborough, 15-18 de Abril de 1966. London, Methuen and Co., 1967.
- UTTAL, W.R.: On conversational interaction, en COULSON, J.E.: Programmed Learning and Computer-Based Instruction, New York, Wiley, 1962, p. 171.
- VAISER, G.A.: Approche algorithmique dans l'enseignement de la physique, UNESCO: Enseignement programmé, Recueil de textes 1970.
- VAIZEY, J.: Education in the modern world, Weidenfeld and Nicolson, 1967.
- VANEEV, A.A.: Formation de l'habitude du travail mental et de la pensée logique à l'aide de certains devoirs programmés, UNESCO: Enseignement programmé, Recueil de textes, 1970.
- WHALLEY, B.Sc.: A guide to the preparation of teaching programmes, Bristol, A Bristol Books, Teaching Programmes Ltd. 1965.

- XUAN,Le.: " Programmed Instruction: task Analysis, Operational Specification of Objectives, Behavioral Analysis," (Documentos policopiado), UNESCO, WS / 0765.66-EDS,1965.
- YELA,M.: "Observaciones sobre el análisis de varianza" en Revista de Psicología General y Aplicada , Vol IX, nº 30, y 31, 1960.
- YUDINE,O.N.: Problèmes de l'algorithmisation et de l'enseignement programmé sans machine.Quelques moyens pour l'adaptation dynamique de l'enseignement basés sur le diagnostic de la cause des erreurs,UNESCO.: Enseignement programmé, Recueil de textes, 1970.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTARIA

- ANNETT, J.: Teaching machines in Industry, Oxford Pergamon Press, 1964.
- ANNETT, J.: "The relationship between theories of Learning and theories of instruction", Programmin 63, Department of Education, Sheffield University s/f.
- AUSTWICK, K.: "Automation in Schools" en AUSTWICK, K. (ed): Teaching Machines and Programming, Oxford Pergamon Press, 1964.
- BARNETT, W.G.: Automation in Education, Johannesburg, Durand and Bowden, 1963.
- B.B.C.: What is Programmed Instruction?, London, B.B.C. 1965.
- BERTEN, A.: L'instruction programmée, Centre Technique Audiovisuel International, 1967. Anvers.
- COUFFIGNAL, L.: "La pédagogie dans le cadre de l'enseignement programmé" en Courrier de la recherche pédagogique, Enero 1965.
- COUNCIL OF EUROPE: Programmed Instruction, Council for Cultural Cooperation, Detailed reports by countries and Institutions, Strasbourg, 1970 (multigraphié).
- COX, R. and UNKS, N.J.: A selected an annotated bibliography of studies con-

cerning the taxonomy of educational objectives:cognitive domain, Pittsburgh University, 1967.

- CRAM,D.: Explaining "teaching machines" and programming, San Francisco, Fearon Publishers, 1961. (También en francés Ed. Gauthier-Villars, 1967).
- CRONBACH,L.J.: Educational Psychology, New York, Hartcourt,Brace and World, Inc.,1963.
- CROWDER,N.A.: "A theorem in Number Theory" en Silver Spring,Md. U.S. Industries,Inc., 1961.
- CROWDER,N. and MARTIN,G.C.: Adventures in Algebra, (A tutor Text), English Universities Press, E.U.P. s/f.
- CROWDER,N.A.: Automatic Tutoring by Means of Intrinsic Programming; Proceedings of the Educational Testing Service Invitational Conference, Octubre 1959, on "The impact of Testing on the Educational Process", Princenton,N.J: Educational Service, 1960.
- CROWDER,N.A.: The Autotutor Concept, Unpublished Paper Presented before the S.Francisco State College Institute, Training by Automation in Industry, 1960.
- CROWDER,N.A.: Introducing the western design tutor, Santa Bárbara, California, U.S. Industries Inc., 1965.
- CROWDER,N.A.: An intrinsic program sequence (on number theory), in Appendix D de FRY,E.: Teaching Machines and Programmed Instruction: an introduction, McGraw-Hill, 1963.

- CROWDER, N.: "Fixed sequence Versus Branching Auto-Instructional Methods" en The Journal of Educational Psychology, 52, 166-72, Junio 1961.
- CROWDER, N.: Introduction to Electronics, Western Design, Doubleday and Co., 1961.
- CROWDER, N.A. and SLACK, C.W.: Controversy of Programmed Instruction, Administrative Management, Vol 23, 20 Julio 1962, (Discusión de las teorías de Gilbert -mathematics- y de la programación intrínseca), 1962.
- CROWDER, N.A.: "Intrinsically Programmed Teaching Devices" en Proceedings of Invitational Conference on Testing Problems, New York, Princenton, Educational Testing Service, 1959.
- CROWDER, N.A.: "Self-Instructional materials for GETS trainer", Experimental Manual, Unpublished document, Maintenance Laboratory, AFPTRC, Lowry Force Base, Colorado, Octubre 1956.
- CROWDER, N.A.: The Arithmetic of Computers, E.U.P= (Tutor Texts), Doubleday, New York, 1962.
- CROWDER, N.A.: "The concept of Automatic Tutoring," unpublished memorandum AFPTRC, Colorado, 1955.
- CROWDER, N.A.: Trigonometry: a practical course, (Tutor Text), Garden City, New York, Doubleday and Co., 1961.
- DAVIES, I.K.: "Objectives in Programming" en Bulletin of Teaching

Machines and Programmes, 1963.

DAVIES, I.K.: "Programmed Learning in the United States Air Force"
Programmed Learning, nº1, 1964.

DECECCO, J.P. (ed): Human Learning in the School. Readings in Educational
Educational Psychology, (Artículos sobre Skinner,
Crowder, Ferster, Sapon y Gilbert), Holt, Rinehart y
Winston, 1966.

EDUCATIONAL SYSTEMS LTD : Techniques of program writing , London, 1967.

EUROPE.: La Cybernetique et les enseignants, nº433-434, Mayo
Junio 1965.

EVANS, J.L., HOMME, L.E. and GLASER, R.: "The Ruleg System for the Construc-
tion of Programmed Verbal Learning Sequences" en
Journal of Educational Research, 55 (9) 1962.

FUND FOR THE ADVANCEMENT OF EDUCATION : Four case studies of Programmed
Instruction , New York, 1964.

GALANTER, E.: Automatic Teaching. The State of the Art, New York,
Wiley, 1962,

GILBERT, T.F.: "Mathetics, the technology of Education" en Journal of
Mathetics, nº 1, 1962.

GLASER, R. and TABER, J.I.: Investigation of the Characteristics of Progra-
mmed Learning Sequences, Pittsburg, Programmed Learning
Laboratory, 1961.

GLASER, R.: The Psychology of Programmed Instruction, en BLANCHE-

ri, A.: Programmiester Untenicht und Leharmaschinen,
Berlin, 1964.

GOLDBECK, R. A. and BRIGGS, L. J.: "An analysis of Response Mode and Feedback Factors in Automated Instruction" en Technical Report, nº 2, Santa Bárbara, American Institute for Research, 1960.

GOLDSTEIN, L. S.: "A review of Research-Teaching Machines versus Programmed Texts Books, as Presentation Modes" en Journal of Programmed Instruction, 1962.

GUSTAFSON, H. W.: "Intrinsic programming :what it is" en GILLE, F. H. and GOODMAN, E. H.: Automated Education Handbook, Detroit, Automated Education Center, 1965.

HILGARD, E. R.: "Teaching Machines and Creativity" en Programmed Learning, nº 1, 1964.

KEISLAR, E. R.: "The Development of Understanding in Arithmetic by a Teaching Machine", en The Journal of Educational Psychology, 50, 247-53, 1959.

KRATHWOHL, D. A y otros: Taxonomy of Educational Objectives -The Classification of Educational Goals: Handbook II: Affective Domain, New York, David McKay, 1964.

KUMBOLTZ, J. D. and WEISMAN, R. G.: The Effect of Intermittent Confirmation in Programmed Instruction, American Psychological Association, Missouri, 1962.

KUZNETSOVA, T. M.: "An experiment in Programmed Learning" en Soviet Education, nº 6, 1964.

- LAENG,M.: L'educazione nella civiltà tecnologica ,Armando,Ed.
Roma, 1969.
- LALOUP,J.: Hombres y máquinas, San Sebastián, Dinor, 1959.
- LANDA,L.N.: Algoritmizacija v obučeníi (Les algorithmes dans l'enseignement), Moskva, Izd-vo "Proveščeniye", U.R.S.S., 1966.
- LANDA,L.N.: "Diagnostic et enseignement programmé" , Centre de Documentation sur l'enseignement programmé, Institut Pedagogique National, Paris, 1967.
- LEITH,G.O.M.: A Handbook of Programmed Learning, Institute of Education, Birmingham University, 1966.
- LEITH,G.O.M.: The effects of vicarious practice and feed-back on performance in a kinaesthetic learning task, National Centre for Programmed Learning, School of Education, University of Birmingham, 1968.
- MAGER,R.: Preparing Objectives for Programmed Instruction, San Francisco, Fearon Publishers, 1961.
- MILTON,O. and WEST,L.J.: Programmed Instruction.(What it is and how it works), Harcourt, Brace and World,Inc., 1961.
- NATIONAL EDUCATION ASSOCIATION,DIVISION OF AUDIOVISUAL INSTRUCTION SERVICE:
Selection and Use of Programmed Materials, Washington, D.C. 1964.
- PASK,G.: An Investigation of Learning Under Normal and Automatically Controlled Conditions, Doctor's thesis,

London, London University, 1964.

- PERNIN ,D.: Domaines d'application et coût de l'instruction Programmée, Paris, Hommes et Techniques, n°230, 1964.
- PITTSBURG UNIVERSITY : The International Education Clearinghouse, UNESCO, Programmed Instruction, an international directory, Compiled under the direction of Seth SPAULDING, Pennsylvania, Pittsburg, 1967.
- POCZTAR,J.: Théories et pratique de l'enseignement programmé. Guide à l'usage des enseignants, Paris, UNESCO, Monographies sur l'Education, 1971,8, 186 pgas.
- POPPLETON,P.K.: Programmed Instruction and Educational Methods, Programming 1963, Department of Education, Sheffield University.
- POWELL,L.S.: Communication and Learning, London, Pitman, 1969.
- RICHMOND,W.K.: Teachers and machines, London, Collins, 1965.
- RIGNEY,J.W. and FRY,E.G.: A survey and analysis of current teaching - machine- programs and programming, Los Angeles, University of Southern , California, n° 31, 1961.
- ROE,V., CASE,H.W., and ROE A.: "Scrambled versus Ordered Sequence in Auto-Instructional Programs", Teaching Systems Research Project, Dept. of Engineering, UCLA 1961.
- SCHESTAKOW,A.W.: L'enseignement programmé et les machines à enseigner en U.R.S.S., Coll. "Sciences du comportement", Paris, Dunod, 1968.

- SHUHARA, M.: Case studies on programmed instruction, Audiovisual Consulting Center, Tokyo, 1969.
- SKINNER, B.F.: La théorie de l' apprentissage et la recherche future, Paris, Hommes et Techniques, n°230, Enero 1964.
- SUPPES, P.: On using Computers to Individualize Instruction, en BUSHNELL, D.D.: The Computer in American Education, New York, Wiley, 1967.
- TABER J. and GLASER R.: Learning and programmed instruction. Reading, London, Addison-Wesley P.Co. , 1965.
- THOMAS, C.A. and DAVIES, I.K.: Programmed Learning in Perspective. (A guide to Programme Writing), City Publicity Services, 1963, Chicago.
- UNESCO: Education et Technologie. (Evolution Technique et tensions sociales), Paris, 1952.
- WIENER, N.: Cybernetics or Control and Communication in the Animal and the Machine, New York, Wiley, 1961.