

UNIVERSIDAD DE SANTANDER

ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS  
DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

**TESIS DOCTORAL**

ANALISIS NUMERICO BIDIMENSIONAL  
DE LA CONSOLIDACION PRIMARIA  
DE ARCILLAS BLANDAS SATURADAS

Presentada por : **JOSE ANGEL SAINZ BORDA**

Dirigida por : **CESAR SAGASETA MILLAN**

santander, septiembre, 1.979

## CAPITULO V

### ANALISIS DE UN CASO TIPICO

## 1.- INTRODUCCION.

Como aplicación del modelo desarrollado en los capítulos precedentes, se ha realizado el análisis de un problema concreto. A este fin se ha elegido un caso típico, lo más general posible.

El problema estudiado ha sido el de una carga uniforme en faja indefinida actuando sobre la superficie de un estrato de profundidad finita de arcilla blanda saturada; dicho estrato descansa sobre una base rocosa rígida e impermeable; el contacto entre la arcilla y la roca se supone perfectamente lubricado; la superficie cargada se supone permeable.

Este caso puede corresponder al de un terraplén de gran longitud, asimilado a una carga uniforme. En este caso es interesante conocer, aparte del coeficiente de seguridad al hundimiento a corto plazo, los asentos finales y su evolución en el tiempo, sobre todo con vista a posibles influencias sobre obras de fábrica adyacentes (rozamiento negativo y empujes laterales sobre pilotes, asentos diferenciales entre terraplén y estructura, etc.). En el caso suelos de permeabilidad no muy pequeña (arcillas limosas), es un hecho constatado la influencia de la velocidad de construcción del terraplén en el desarrollo de presiones intersticiales en el terreno, por lo cual esta variable se ha incluido en el análisis. Igualmente se ha considerado la influencia de la anisotropía en permeabilidad del terreno.

Con el fin de que los resultados del análisis sean lo más generales posible, se han presentado los mismos en forma adimensional, como más adelante se describe.

## 2.- PROBLEMA ESTUDIADO.

El análisis se ha realizado con varias hipótesis - diferentes sobre las propiedades del terreno y las características de la carga exterior. Con el fin de ordenar la exposición se ha considerado un caso básico y a continuación se describen los demás como variantes del mismo.

### 2.1.- Caso básico.-

Se ha considerado una carga en faja de anchura  $2B$  (Ver Fig 5.1), y un estrato de arcilla de espesor  $H$ . Aunque el terreno se supone de extensión infinita lateralmente, es preciso, para el análisis numérico, situar un contorno lateral suficientemente alejado de la carga para que su influencia sea despreciable.

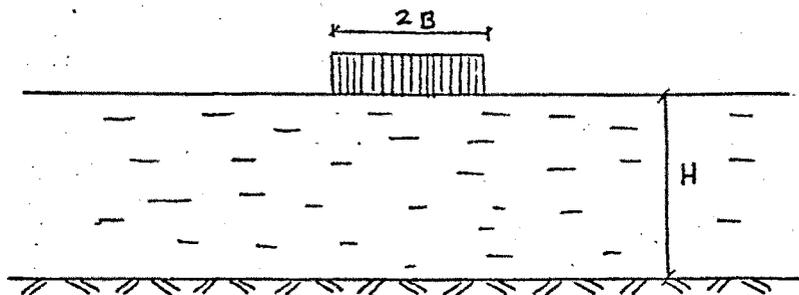


Fig 5.1.- Geometría del caso estudiado.

Se supone que el terreno es un material elástico lineal, isótropo, con deformabilidad variable con la profundidad en forma lineal, según una ley del tipo:

$$E = E_m + \lambda_E (z - 0,8 B) \quad (5.4)$$

siendo  $E$  el módulo de elasticidad (con o sin drenaje) a una profundidad " $z$ ",  $B$  la semianchura de la faja de carga,  $E_m$  el valor del módulo a una profundidad representativa (se ha considerado  $0,8.B$ ) y  $\lambda_E$  su gradiente con la profundidad. La permeabilidad se supone isótropa.

La carga, de valor  $p$ , se supone aplicada instantáneamente.

## 2.2.- Otros casos.

Como variantes del caso básico descrito se han estudiado los siguientes:

a) Suelo con permeabilidad anisótropa, considerando las direcciones principales de anisotropía horizontal y vertical, y con diversos valores de la razón de anisotropía,  $K_x/K_z$ .

b) Carga aplicada gradualmente, suponiendo que la carga unitaria aplicada crece con el tiempo, partiendo de cero, a velocidad constante, hasta alcanzar su valor

final para un cierto tiempo  $t_f$ , a partir del cual permanece constante (Ver Fig 5.2).

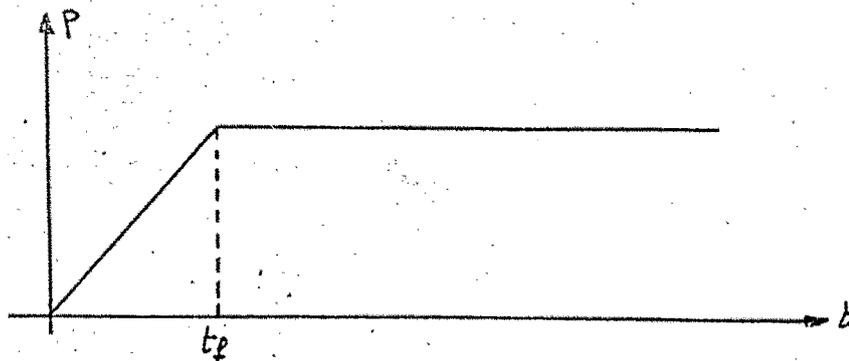


Fig 5.2.- Carga aplicada gradualmente.

c) Suelo elastoplástico.- A este respecto se supone que el suelo tiene un comportamiento tensión-deformación como el descrito en el capítulo II; la carga instantánea produce la plastificación sin drenaje de una determinada zona, cuya evolución al transcurrir el tiempo se analiza.

### 3.- ANALISIS DIMENSIONAL.

Siguiendo el orden del apartado anterior, se procede en primer lugar al análisis del caso básico para posteriormente en cada variante las variables adicionales que intervienen.

3.1.- Caso básico.-

Se distingue entre variables, parámetros del problema e incógnitas.

- Las variables son:

- Geométricas:

x = abscisa

z = ordenada

- Temporales:

t = tiempo

- Los parámetros son:

- Geométricos:

H = espesor del estrato

B = semianchura de la faja de carga.

- Mecánicos:

$E'_m$  = módulo de elasticidad medio del estrato (con drenaje).

$\lambda'_E$  = gradiente del módulo de elasticidad (con drenaje).

$\mu'$  = Coeficiente de Poisson (con drenaje)

$\gamma_w$  = Peso específico del agua

K = Coeficiente de permeabilidad

P = Carga unitaria aplicada

- Las incógnitas son:

- Tensiones:

$\sigma$  = tensiones totales

$\sigma'$  = tensiones efectivas

$u$  = sobrepresión intersticial

- Deformaciones:

$\epsilon$  = deformaciones

$\delta$  = desplazamientos

Las dimensiones de todas estas magnitudes, utilizando como magnitudes fundamentales Fuerza (F), Longitud (L) y Tiempo (T), son:

	F	L	T
$x$	0	1	0
$z$	0	1	0
$t$	0	0	1
$H$	0	1	0
$B$	0	1	0
$E'_m$	1	-1	0
$\lambda_E$	1	-2	0
$\mu'$	0	0	0
$\gamma_w$	1	-2	0
$K$	0	1	-1
$P$	1	-1	0
$\sigma$	1	-1	0
$\sigma'$	1	-1	0
$u$	1	-1	0
$\epsilon$	0	0	0
$\delta$	0	1	0

Hay que hacer notar que, al tratarse de un problema de deformación plana, no se ha incluido en el análisis la dimensión longitudinal, por lo que las tensiones tienen dimensiones de fuerza por unidad de longitud.

Aplicando el teorema de Buckingham, resulta:

número de variables = 16

rango de la matriz de dimensiones = 3

número de parámetros adimensionales = 13

Con el fin de que los parámetros adimensionales - tengan una formulación cómoda, los incluidos en los grupos de "variables" e "incógnitas" se adimensionan utilizando los "parámetros".

De esta forma resulta:

$$\begin{pmatrix} \sigma/p \\ \sigma'/p \\ u/p \\ \varepsilon \\ \delta/H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \end{pmatrix} \left( \frac{H}{B}, \frac{E_m}{P}, \mu', \frac{\lambda_E H}{P}, \frac{\gamma_w H}{P}, \frac{x}{B}, \frac{z}{B}, \frac{k \cdot E_m \cdot t}{\gamma_w \cdot B^2} \right) \quad (5.2)$$

En la fórmula anterior, los tres últimos términos constituyen las variables; el último es el que en adelante se denomina "factor de tiempo":

$$T_V = \frac{k \cdot E_m \cdot t}{\gamma_w \cdot B^2} \quad (5.3)$$

### 3.2.- Anisotropía en permeabilidad.-

En lugar del coeficiente de permeabilidad K, intervienen sus valores en dirección horizontal y vertical,  $K_x$  y  $K_z$  respectivamente. Ello se traduce en que, en las expresiones 5.2. y 5.3, donde aparece K debe aparecer  $K_z$ , y se añade un nuevo parámetro adimensional,  $K_x/K_z$ .

### 3.3.- Carga aplicada gradualmente.-

Como parámetro adicional aparece el tiempo transcurrido hasta la aplicación total de la carga,  $t_f$  (Ver - Fig 5.2). Ello implica, en la ecuación 5.2, añadir un nuevo parámetro adimensional, definido como:

$$T_{vf} = \frac{K \cdot E'_m \cdot t_f}{\gamma_w \cdot B^2} \quad (5.4)$$

### 3.4.- Caso elastoplástico.-

Intervienen en él todos los parámetros que definen el comportamiento plástico del material, y son:

- Criterio de rotura:

$K$  = parámetro de Hvorslev

$\phi_e$  = ángulo de rozamiento interno verdadero (Hvorslev).

$D_m$  = parámetro de Bjerrum

$p_o$  = presión de consolidación en cada punto

$p_c$  = presión de preconsolidación en cada punto

- Potencial plástico:

$\nu_o$  = ángulo de dilatancia inicial

En el caso estudiado se supone que la presión  $p$  está únicamente debida al peso propio de la arcilla, con el nivel freático en la superficie, con lo cual:

$$p_o = \gamma_{sum} |z| \quad (5.5)$$

Por esto, la variable adicional a introducir es la densidad sumergida del terreno.

En cuanto a la presión de preconsolidación,  $p_c$ , se supone debida únicamente a envejecimiento de la arcilla, con lo cual la razón de sobreconsolidación, RSC, es constante con la profundidad:

$$RSC = \frac{p_c}{p_o} = cte \quad (5.6)$$

Con esto, los parámetros adimensionales a añadir a la ecuación 5.2 son:

$$K, \phi_e, D_M, \gamma_{sum}/\gamma_w, RSC, \nu_o$$

4.- VALORES ADOPTADOS PARA LOS PARAMETROS.

Según se desprende de la expresión (5.2), las incógnitas dependen, en forma adimensional, de tres variables ( $x/B$ ,  $z/B$ ,  $kE'_m t/\gamma_w B^2$ ) y cinco parámetros (en el caso básico). Los valores adoptados para estos parámetros en el análisis de dicho caso básico han sido:

$$H/B = 4$$

$$E'_m/p = 282,5$$

$$\mu' = 0,2$$

$$\lambda_e H/p = 1356$$

$$\gamma_w H/p = 3,39$$

Los otros casos se han analizado manteniendo fijos los valores de estos parámetros.

- En el caso de anisotropía en permeabilidad, los valores adoptados para el nuevo parámetro adimensional a introducir han sido:

$$K_x/K_z = 1 ; 5 ; 10 ; 50$$

- Para la carga aplicada gradualmente, los valores de  $T_{vf}$  considerados han sido:

$$T_{vf} = 0,28 ; 1,2 ; 2,4 ; 4,8$$

- En cuanto al caso de terreno elastoplástico, se tiene:

$$k = 0,14$$

$$\phi_e = 11^\circ$$

$$D_m = 0,6$$

$$\gamma_{sum}/\gamma_w = 1$$

$$RSC = 1,2$$

$$\gamma_o = - 8^\circ$$

Todo lo anterior se refiere a valores de los parámetros adimensionales. Para la realización del cálculo mediante ordenador ha sido necesario introducir, sin embargo, unos valores concretos tanto de la geometría como de las características del terreno. Estos valores han sido:

$$H = 8 \text{ m.}$$

$$B = 2 \text{ m}$$

$$L = 14 \text{ m}$$

$$p = 2,36 \text{ ton/m}$$

$$E'_m = 666,66 \text{ ton/m}$$

$$\lambda'_e = 400 \text{ ton/m}^2$$

$$K = K_z = 2,77 \cdot 10^{-7} \text{ cm/seg}$$

$$\gamma_{sat} = 2 \text{ ton/m}^2$$

$$K_x = 2,77 \cdot 10^{-7}; 1,385 \cdot 10^{-6}; 2,77 \cdot 10^{-6};$$

$$1,385 \cdot 10^{-5} \text{ cm/seg}$$

$$t_f = 1 \text{ semana}; 1 \text{ mes}; 2 \text{ meses}; 4 \text{ meses}$$

5.- PRESENTACION DE RESULTADOS.

Se presenta en primer lugar la malla de elementos finitos elegida, especificando sus dimensiones. La numeración de los nodos y de los elementos se realiza de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo, comenzando por el extremo superior izquierdo.

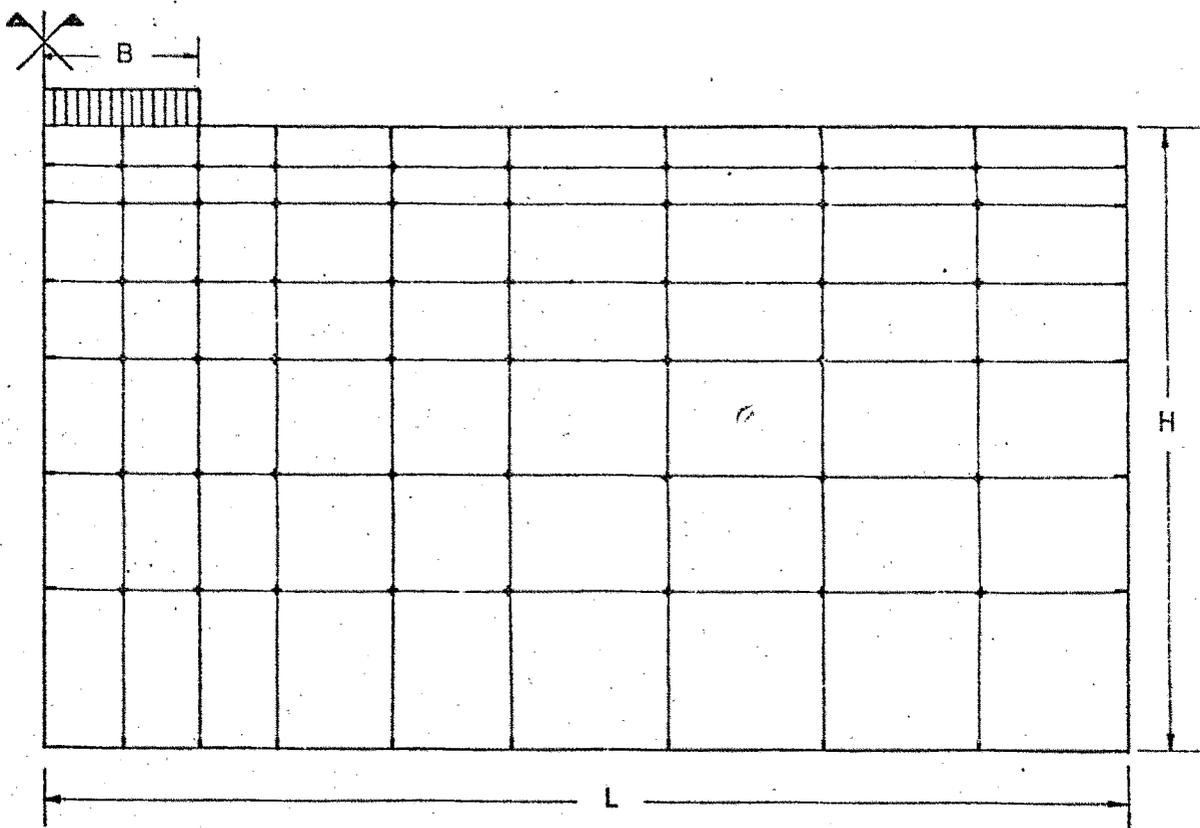


Fig 5.3.- Malla de elementos finitos

En las figuras 5.4 a 5.27 se presentan los resultados correspondientes (en forma de isobaras) al caso básico.

En las figuras 5.28 a 5.51 se presentan asimismo los correspondientes al caso de terreno elastoplástico.

En la figura 5.52 se presentan los desplazamientos verticales que experimentan los puntos de la superficie y los situados a una profundidad intermedia dentro del estrato así como los desplazamientos horizontales de los puntos situados bajo la esquina de la carga, todo ello para el caso básico, habiéndose considerado diversos momentos de la fase de consolidación.

Se representa asimismo (Ver figura 5.53) la evolución de la tensión total vertical y la sobrepresión intersticial en el eje y en la esquina de la carga durante la fase de consolidación, tanto para el caso básico como para el de terreno elastoplástico.

En las figuras 5.54 y 5.61 se dibujan las trayectorias en totales y en efectivas de las tensiones que se desarrollan en algunos elementos de la malla, tanto en el caso básico como en el de terreno elastoplástico. Se observa claramente la variación de las tensiones totales durante el proceso. En el caso básico, dichas trayectorias convergen en un punto al disiparse totalmente las sobrepresiones intersticiales; en el caso de terreno elastoplástico, esto ocurriría también si se hubiese proseguido el proceso ya que, como se puede observar en la figura 5.53, la disipación no es total para el valor del factor de tiempo alcanzado ( $T_v = 1$ ).

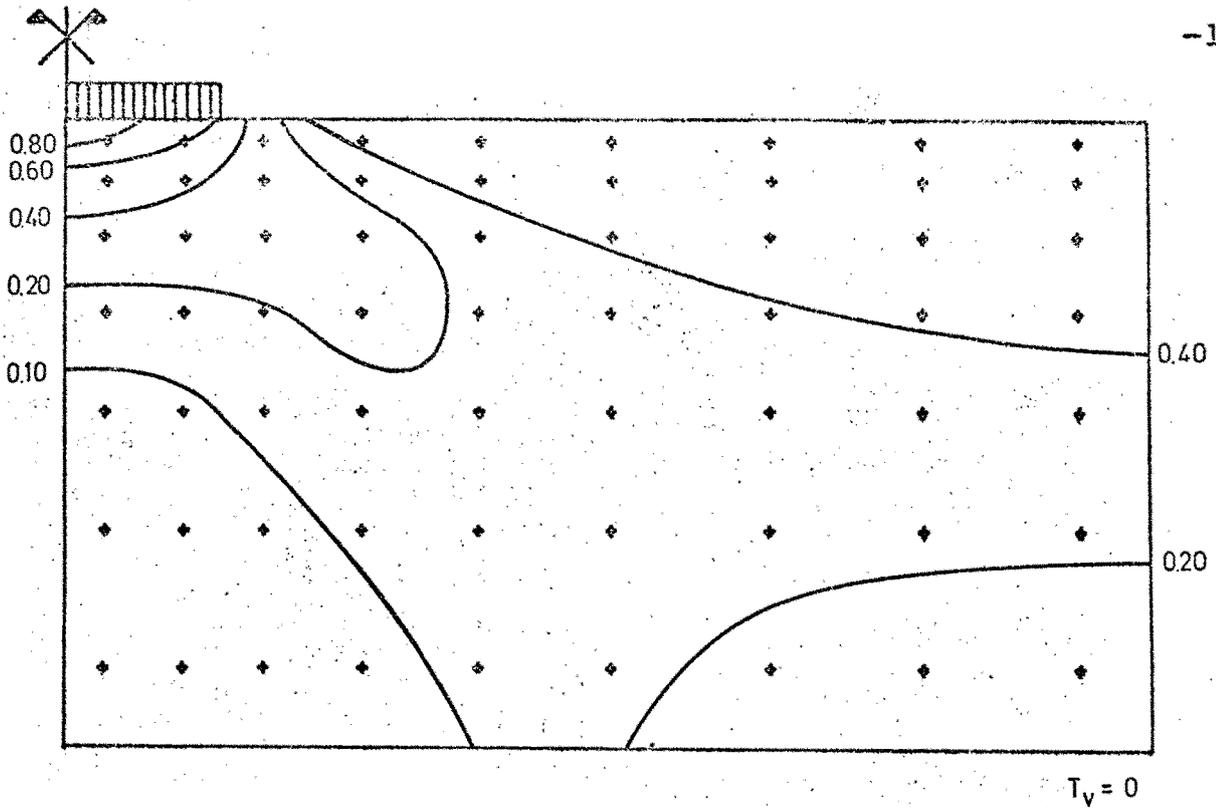


Fig 5.4.- Caso básico. Isobaras de  $\sigma_x/p$  para  $T_v = 0$

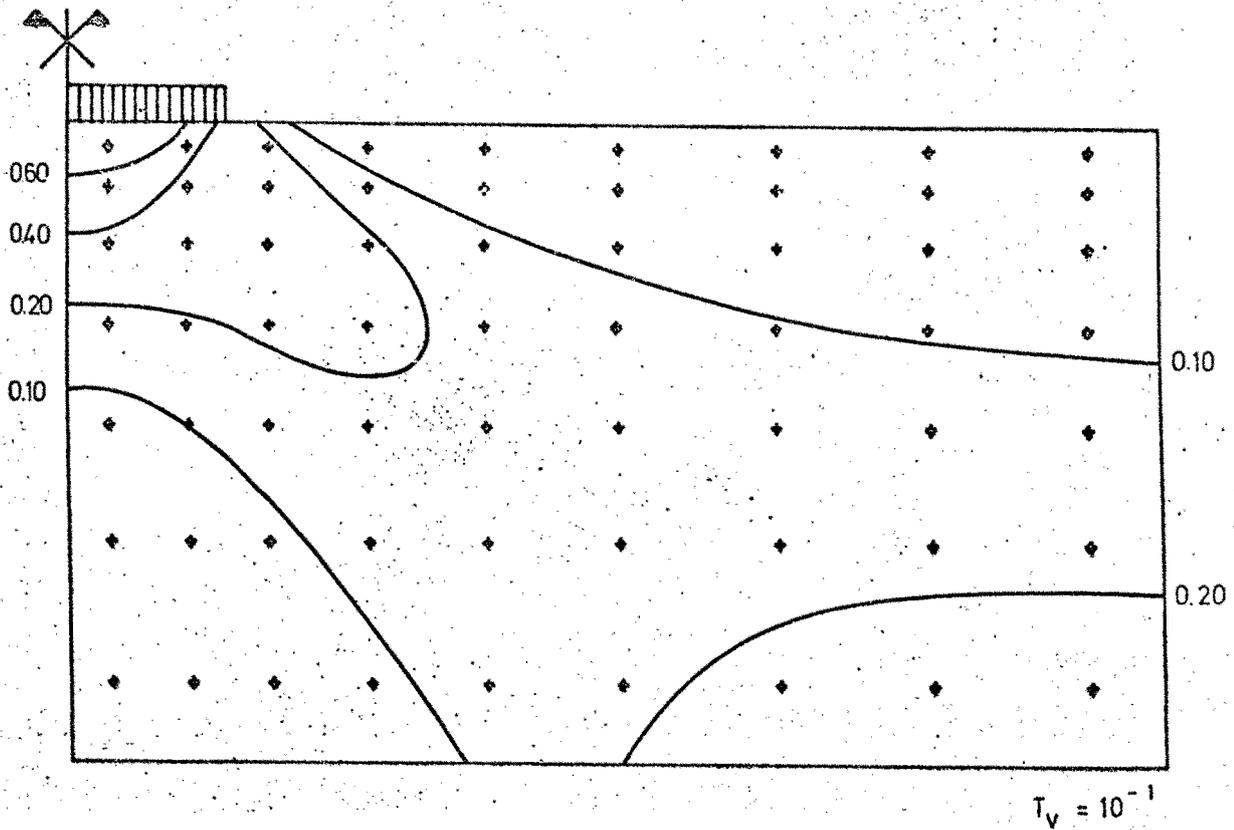


Fig 5.5.- Caso básico. Isobaras de  $\sigma_x/p$  para  $T_v = 10^{-1}$

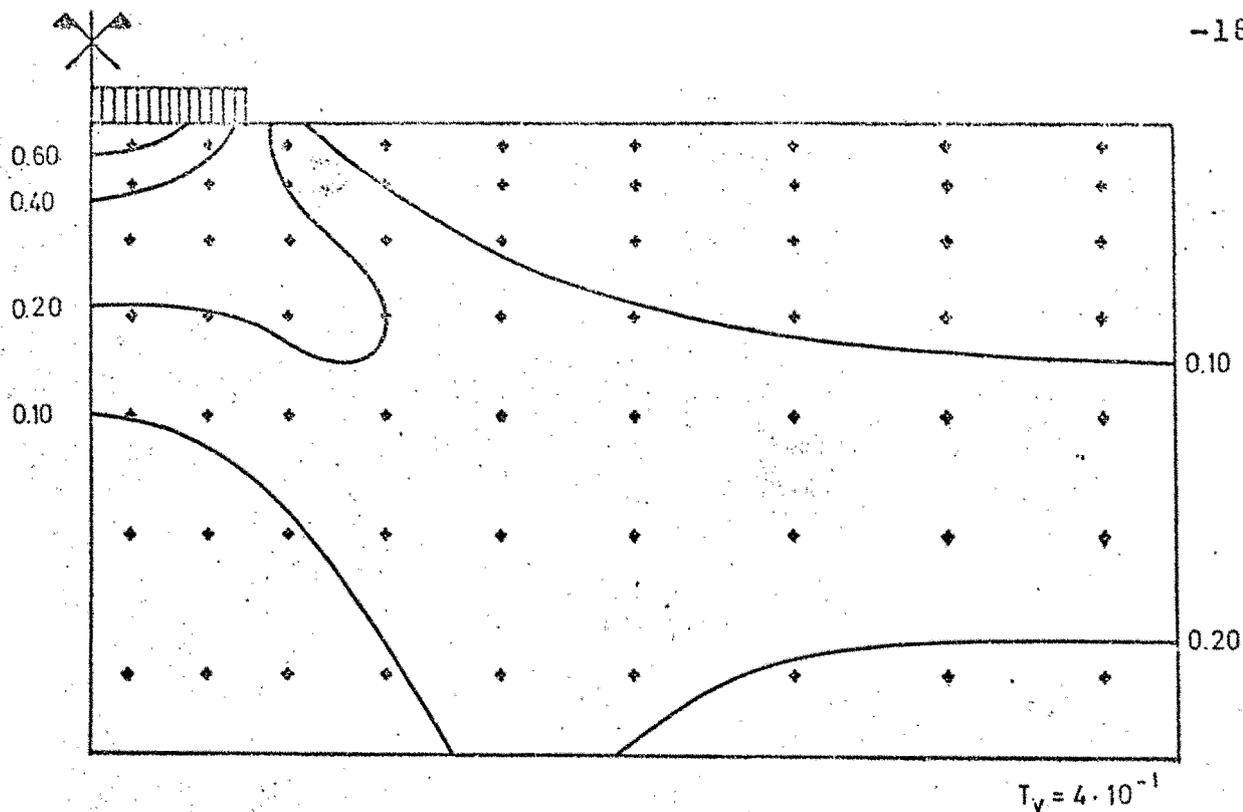


Fig 5.6.- Caso básico. Isobaras de  $\sigma_x/\rho$  para  $T_v = 4 \cdot 10^{-1}$

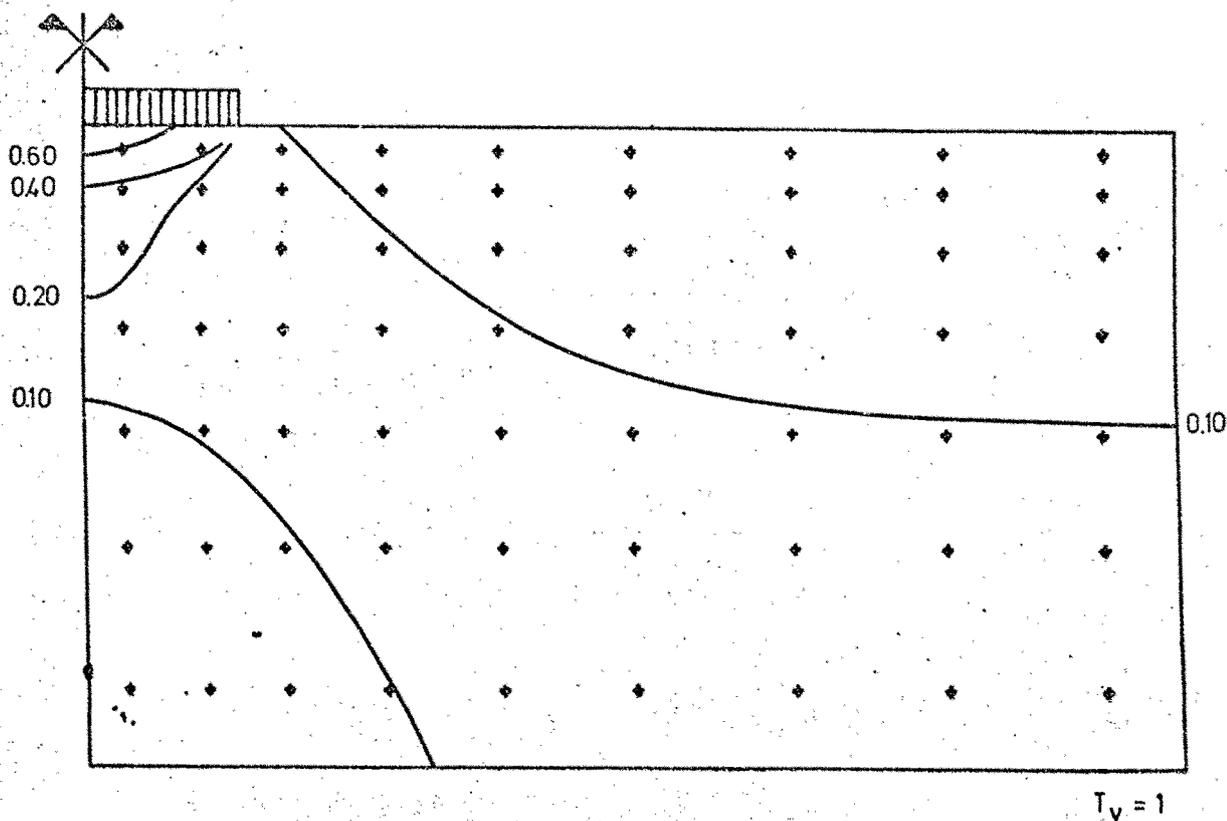


Fig 5.7.- Caso básico. Isobaras de  $\sigma_x/\rho$  para  $T_v = 1$

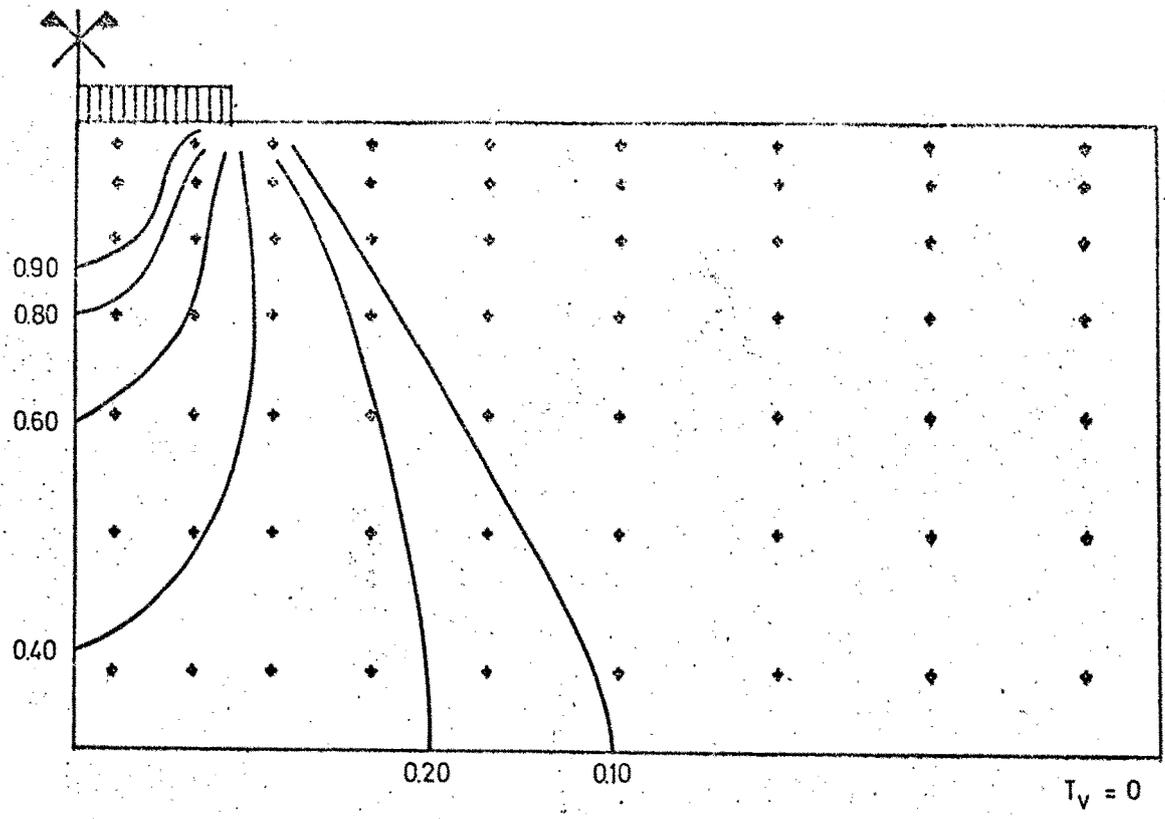


Fig 5.8.- Caso básico. Isobaras de  $\sigma_z/p$  para  $T_v = 0$

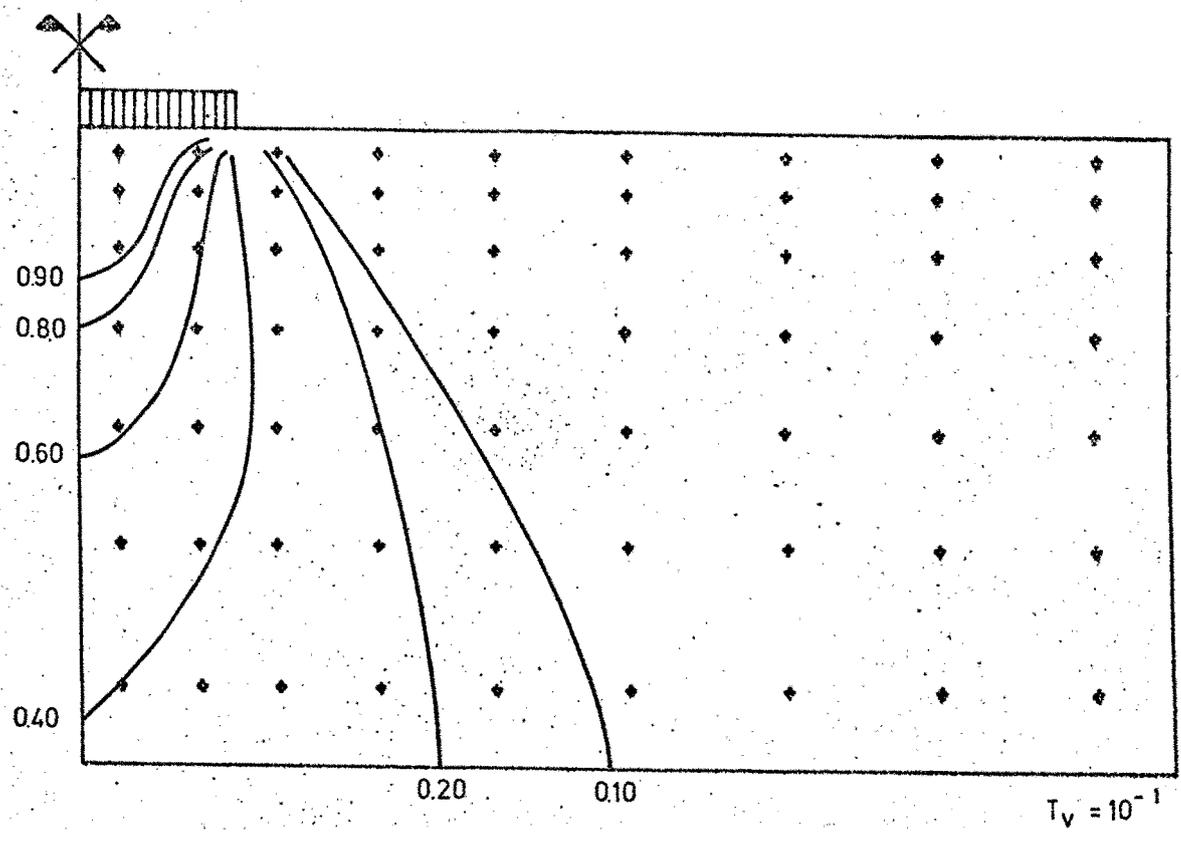


Fig 5.9.- Caso básico. Isobaras de  $\sigma_z/p$  para  $T_v = 10^{-1}$

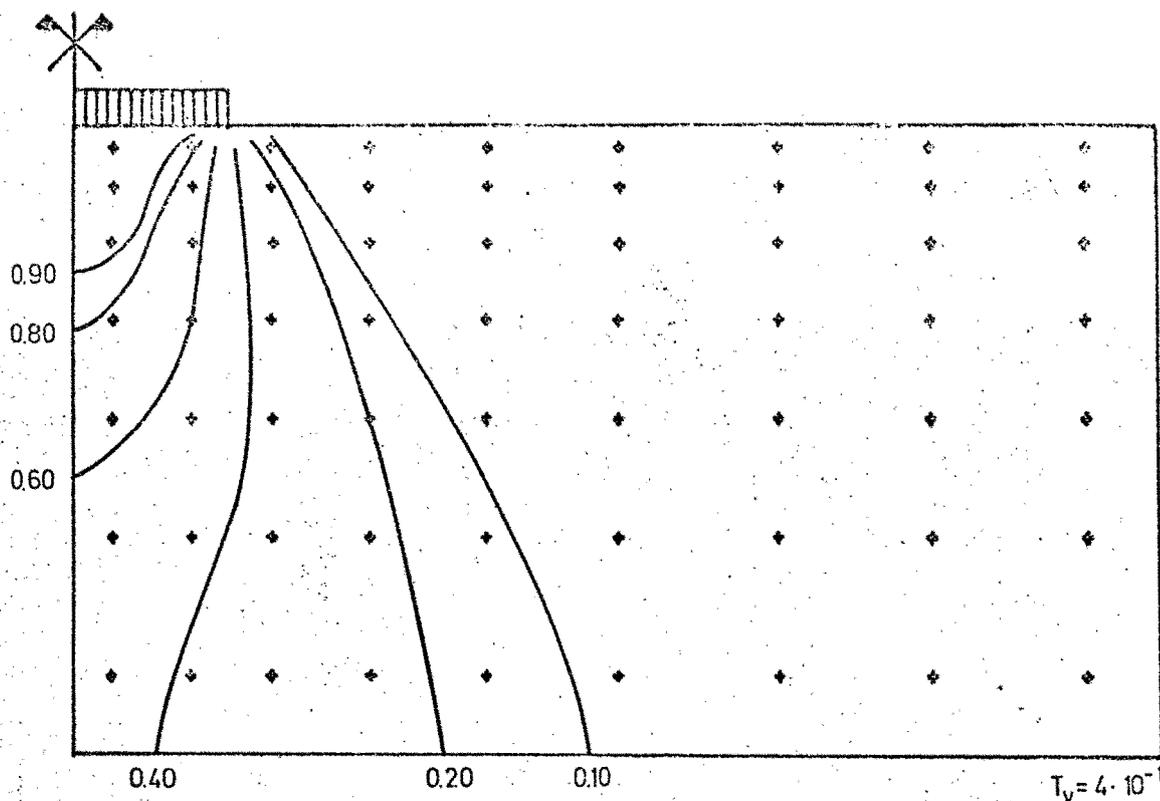


Fig 5.10.- Caso básico. Isobaras de  $\sigma_z/p$  para  $T_v = 4 \cdot 10^{-1}$

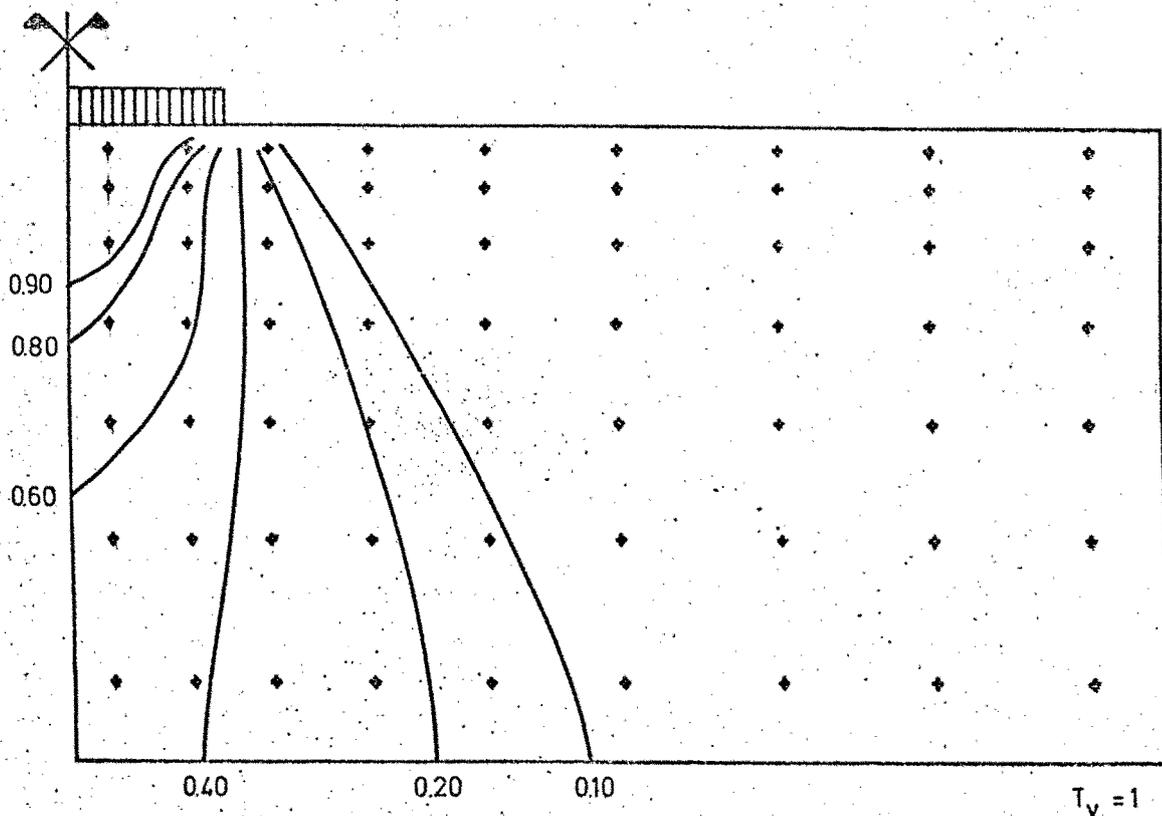


Fig 5.11.- Caso básico. Isobaras de  $\sigma_z/p$  para  $T_v = 1$

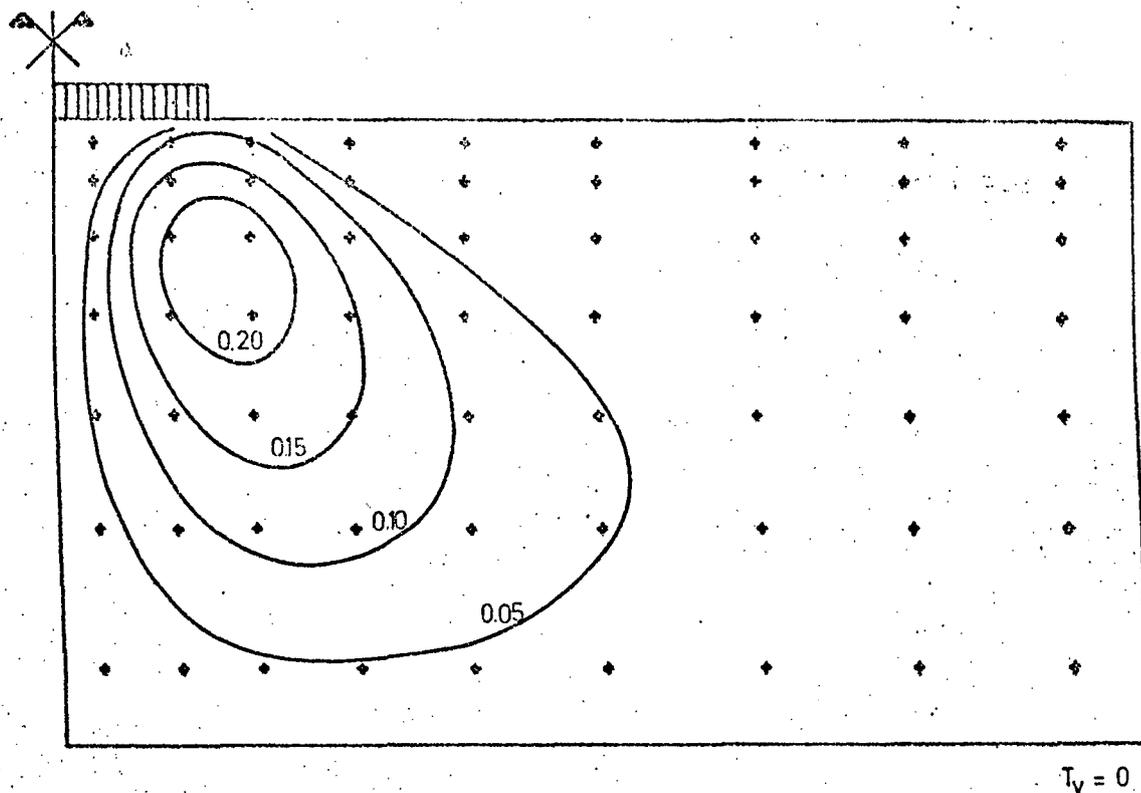


Fig 5.12.- Caso básico. Isobaras de  $z_{xz}/p$  para  $T_V = 0$

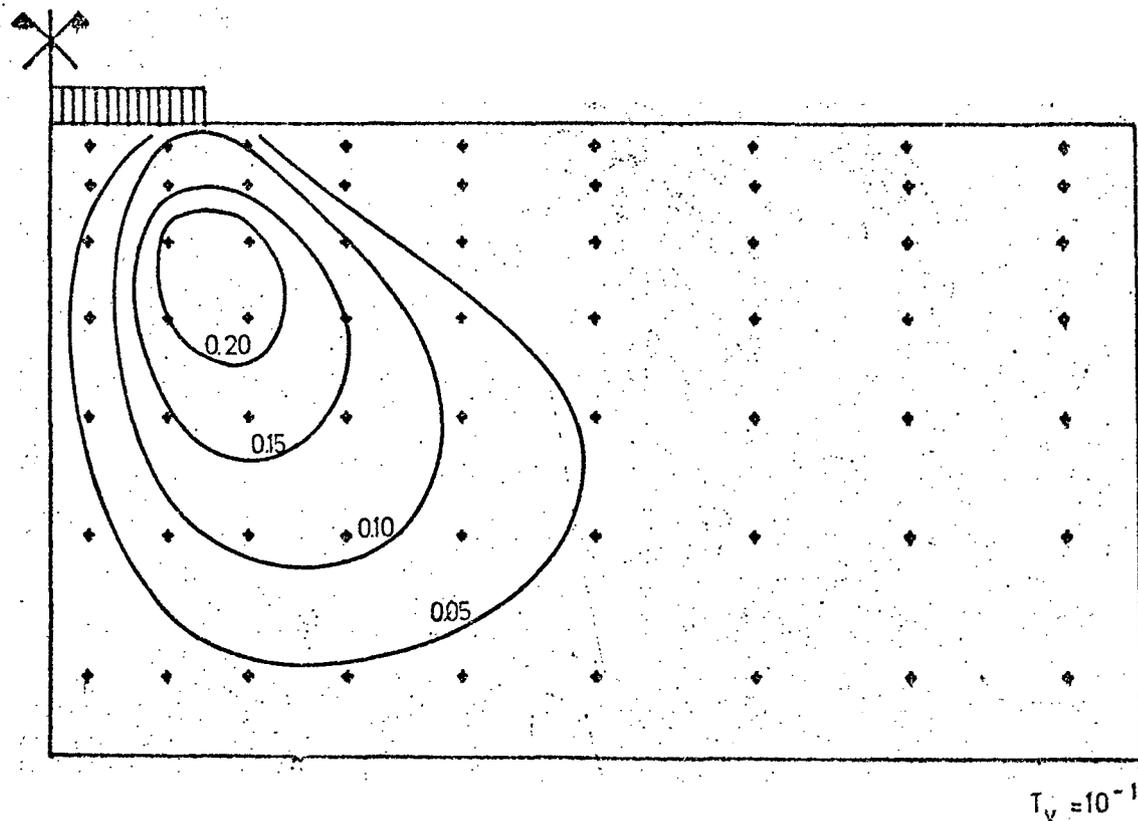


Fig 5.13.- Caso básico. Isobaras de  $z_{xz}/p$  para  $T_V = 10^{-1}$

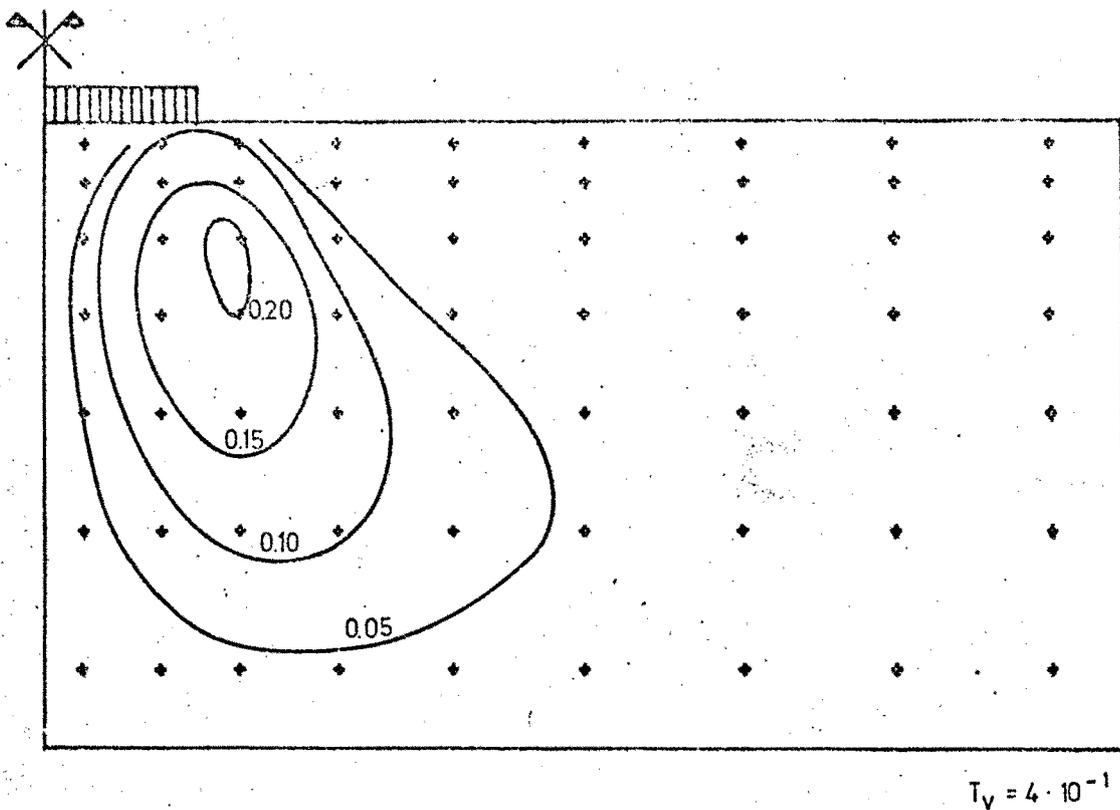


Fig 5.14.- Caso básico. Isobaras de  $z_{xz}/P$  para  $T_v = 4 \cdot 10^{-1}$

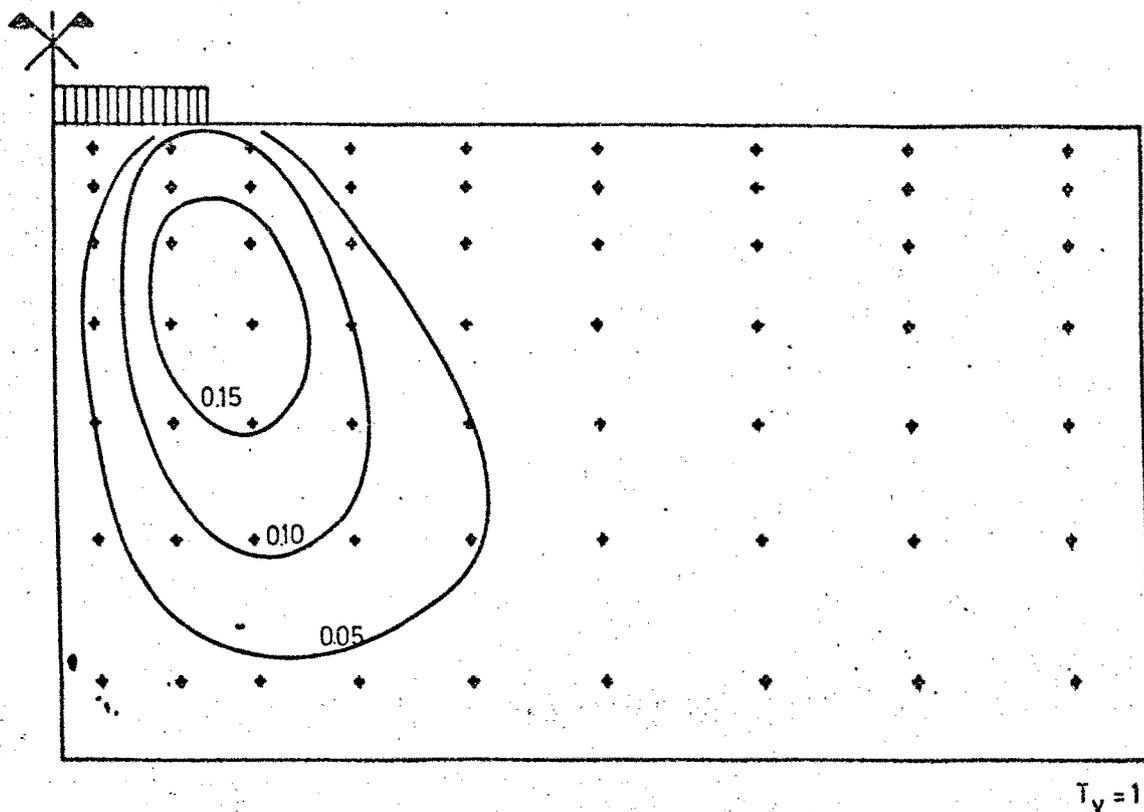


Fig 5.15.- Caso básico. Isobaras de  $z_{xz}/P$  para  $T_v = 1$

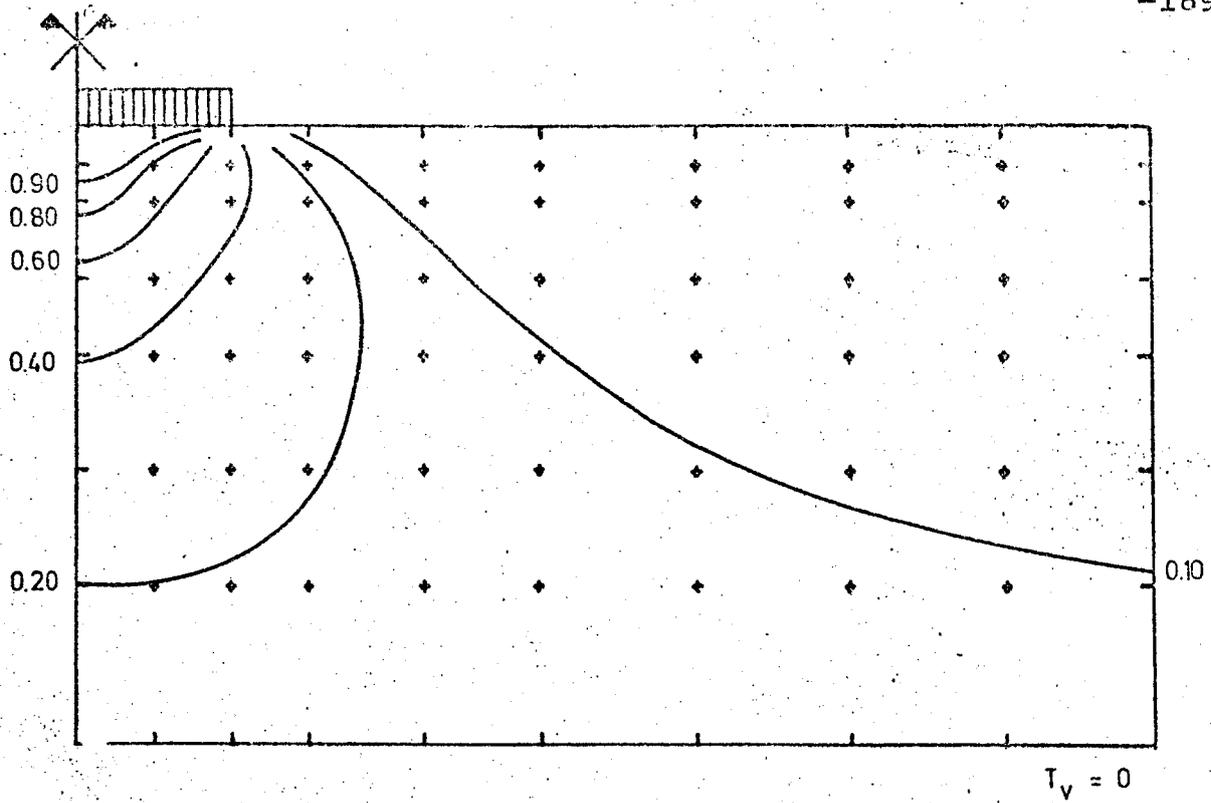


Fig 5.16.- Caso básico. Isobaras de  $u/p$  para  $T_v = 0$

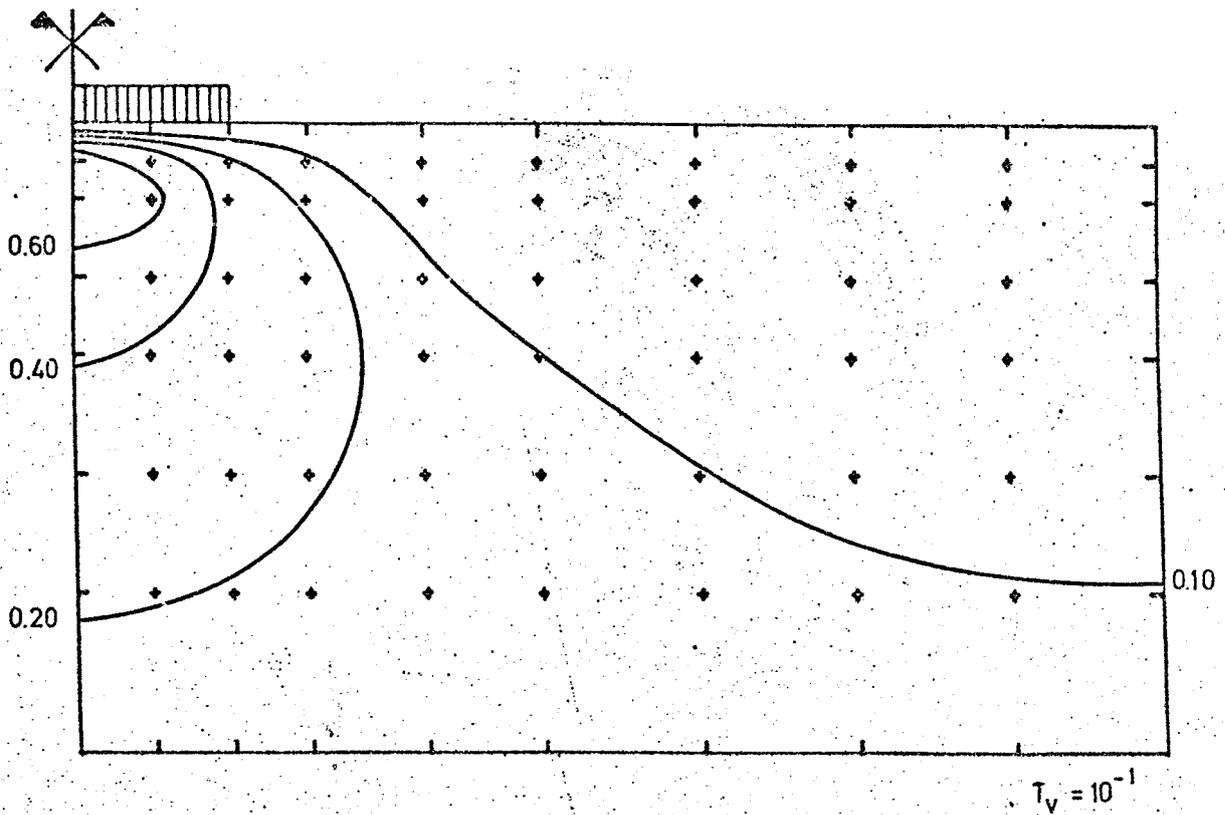


Fig 5.17.- Caso básico. Isobaras de  $u/p$  para  $T_v = 10^{-1}$

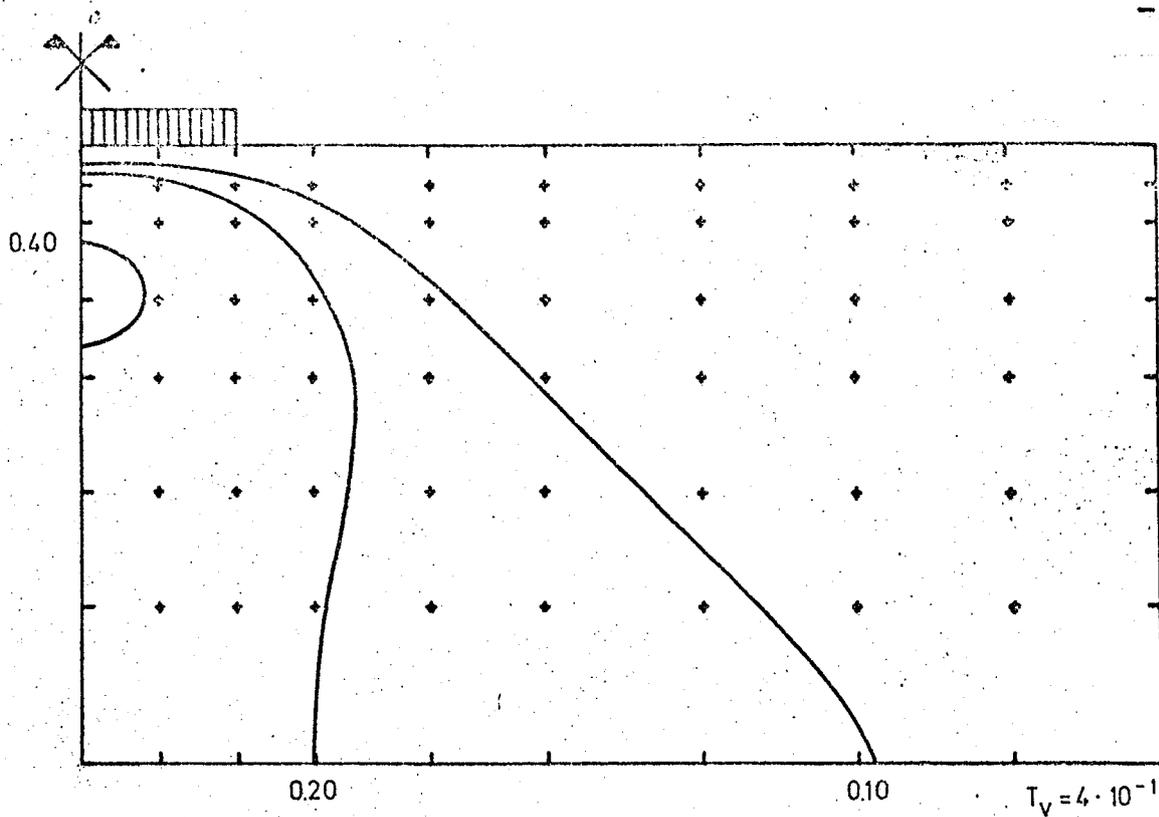


Fig 5.18.- Caso básico. Isobaras de  $u/p$  para  $T_v = 4 \cdot 10^{-1}$

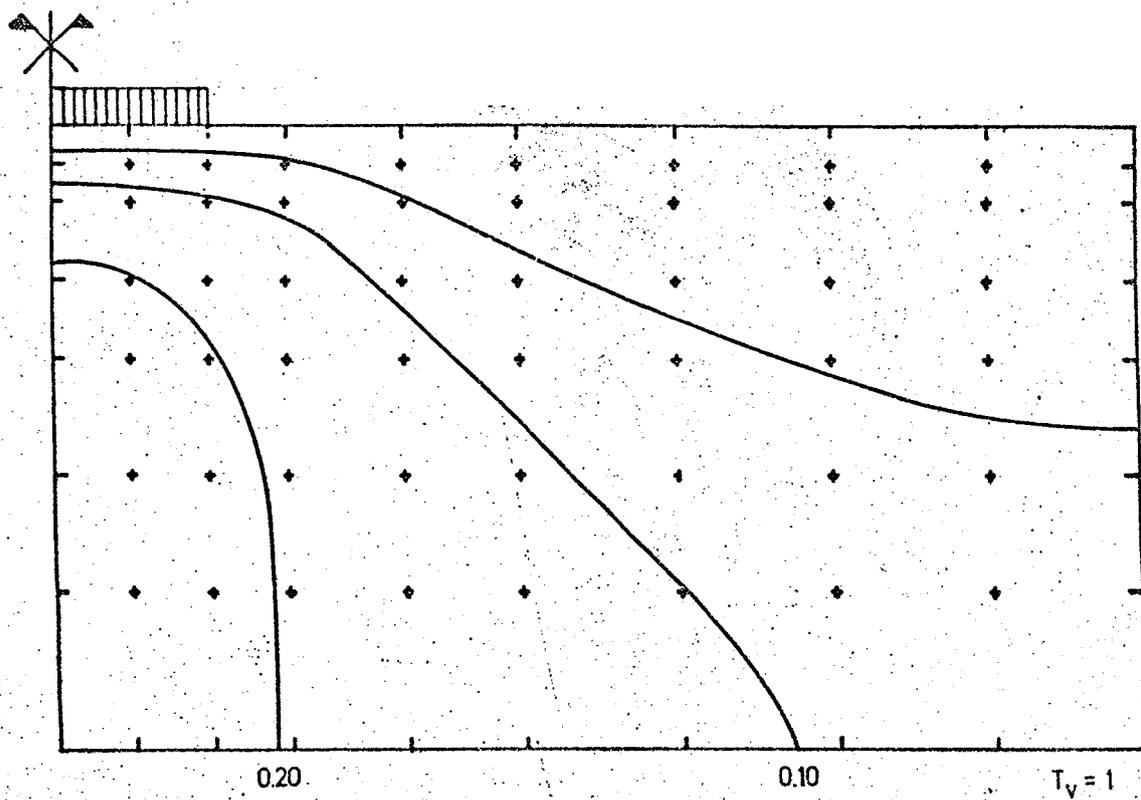


Fig 5.19.- Caso básico. Isobaras de  $u/p$  para  $T_v = 1$

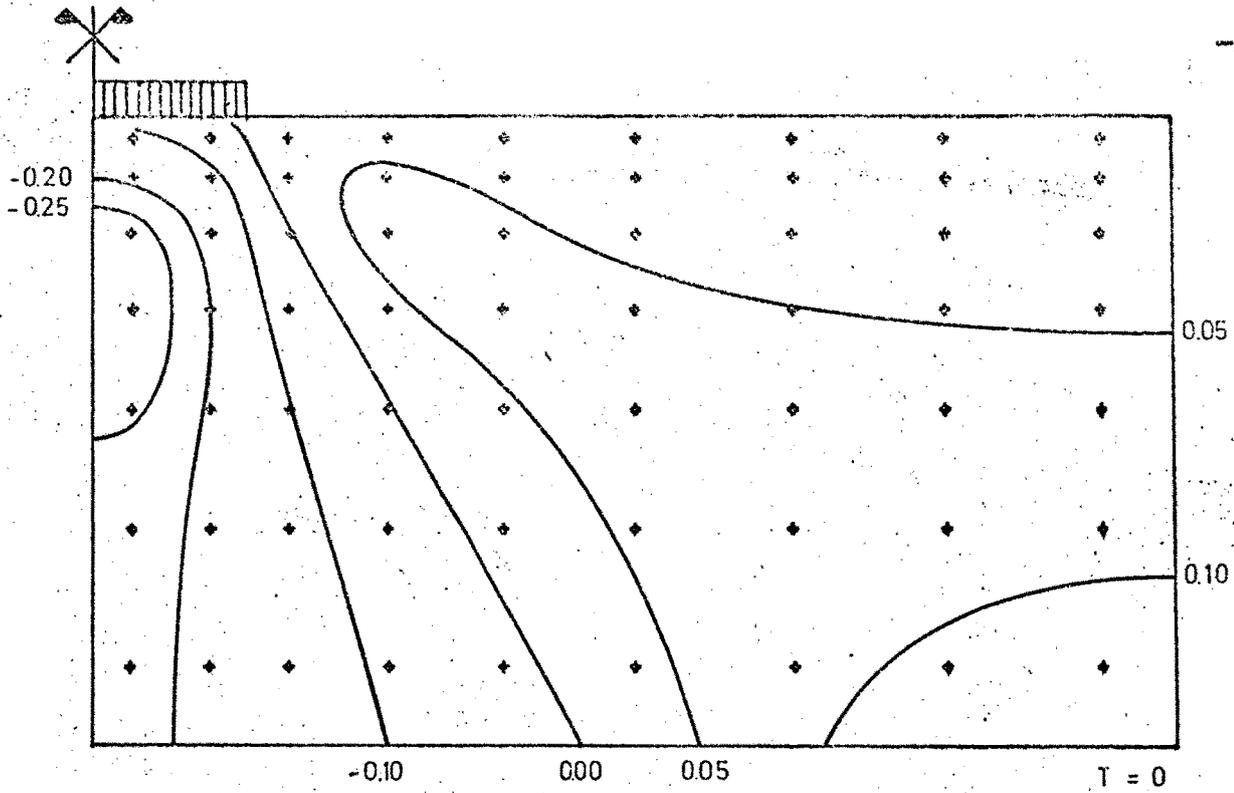


Fig 5.20.- Caso básico. Isobaras de  $\sigma'_x/p$  para  $T_v = 0$

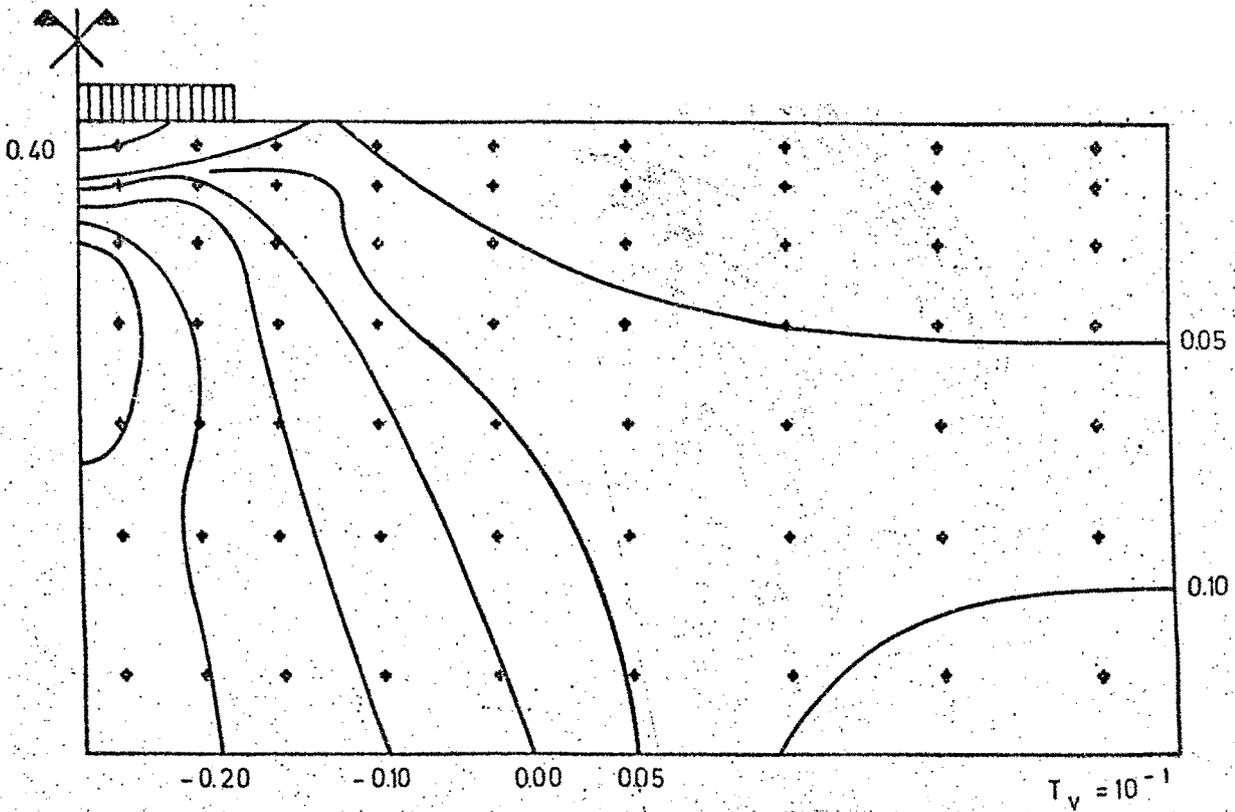


Fig 5.21.- Caso básico. Isobaras de  $\sigma'_x/p$  para  $T_v = 10^{-1}$

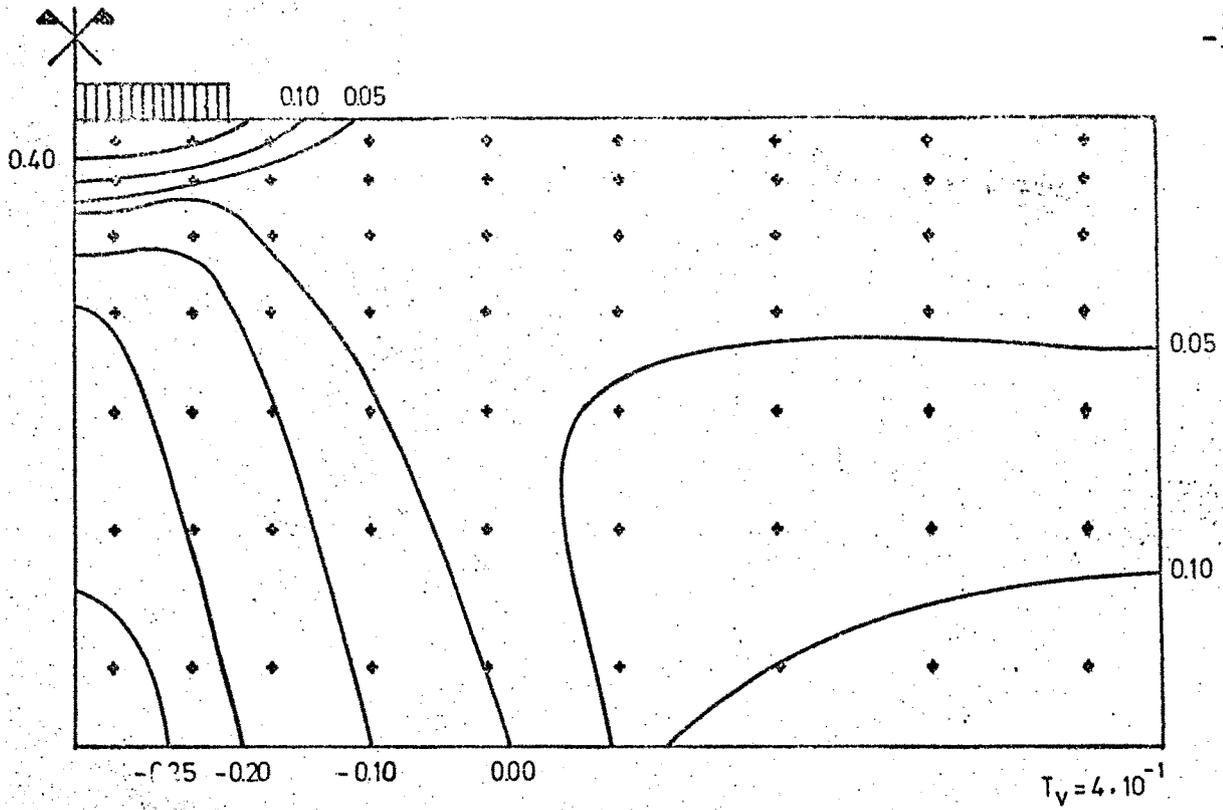


Fig 5.22.- Caso básico. Isobaras de  $\sigma'_x/p$  para  $T_V = 4 \cdot 10^{-1}$

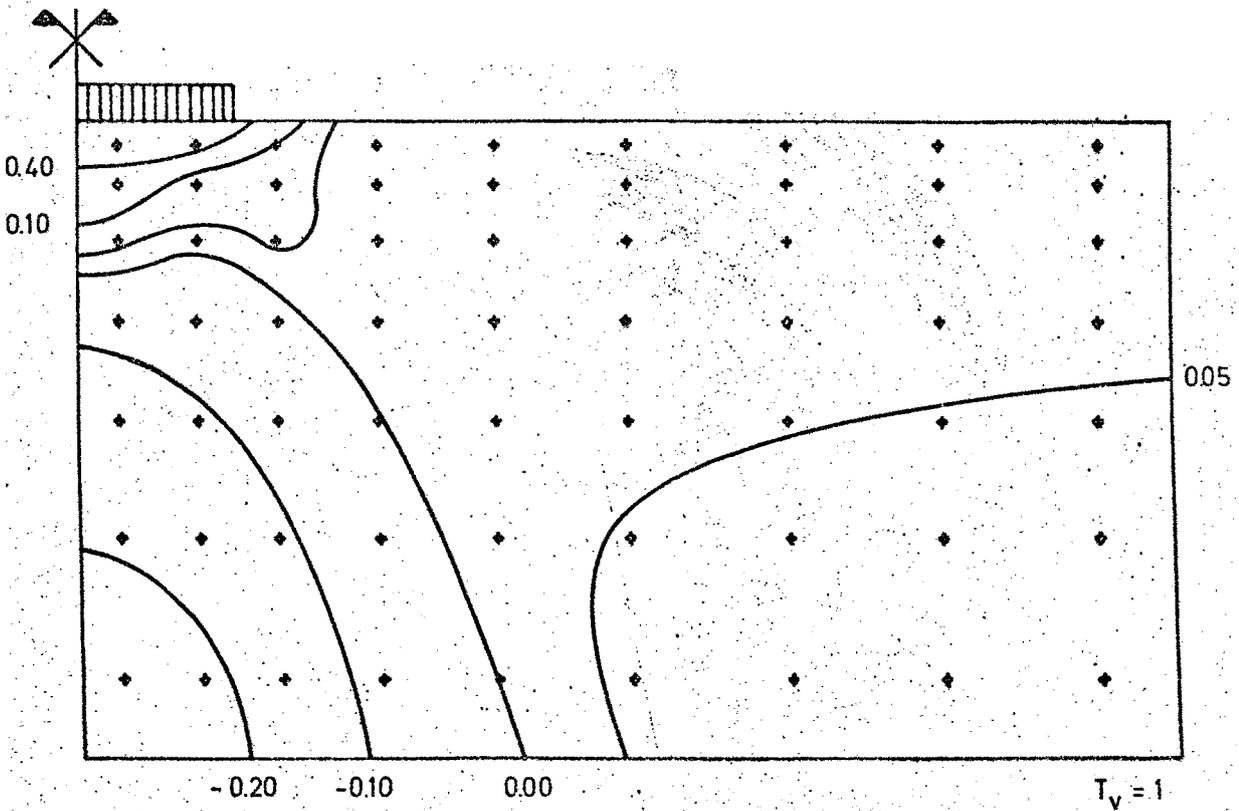


Fig 5.23.- Caso básico. Isobaras de  $\sigma'_x/p$  para  $T_V = 1$

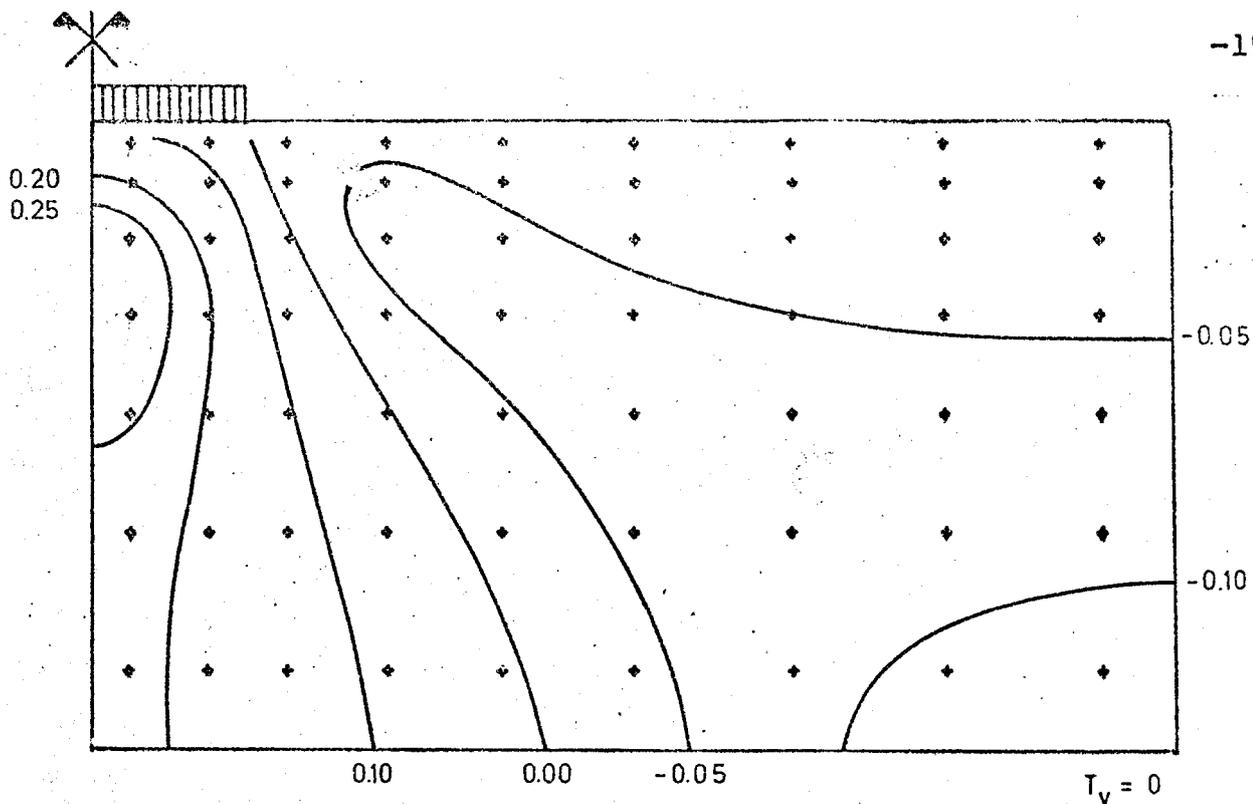


Fig 5.24.- Caso básico. Isobaras de  $\sigma'_z/p$  para  $T_v = 0$

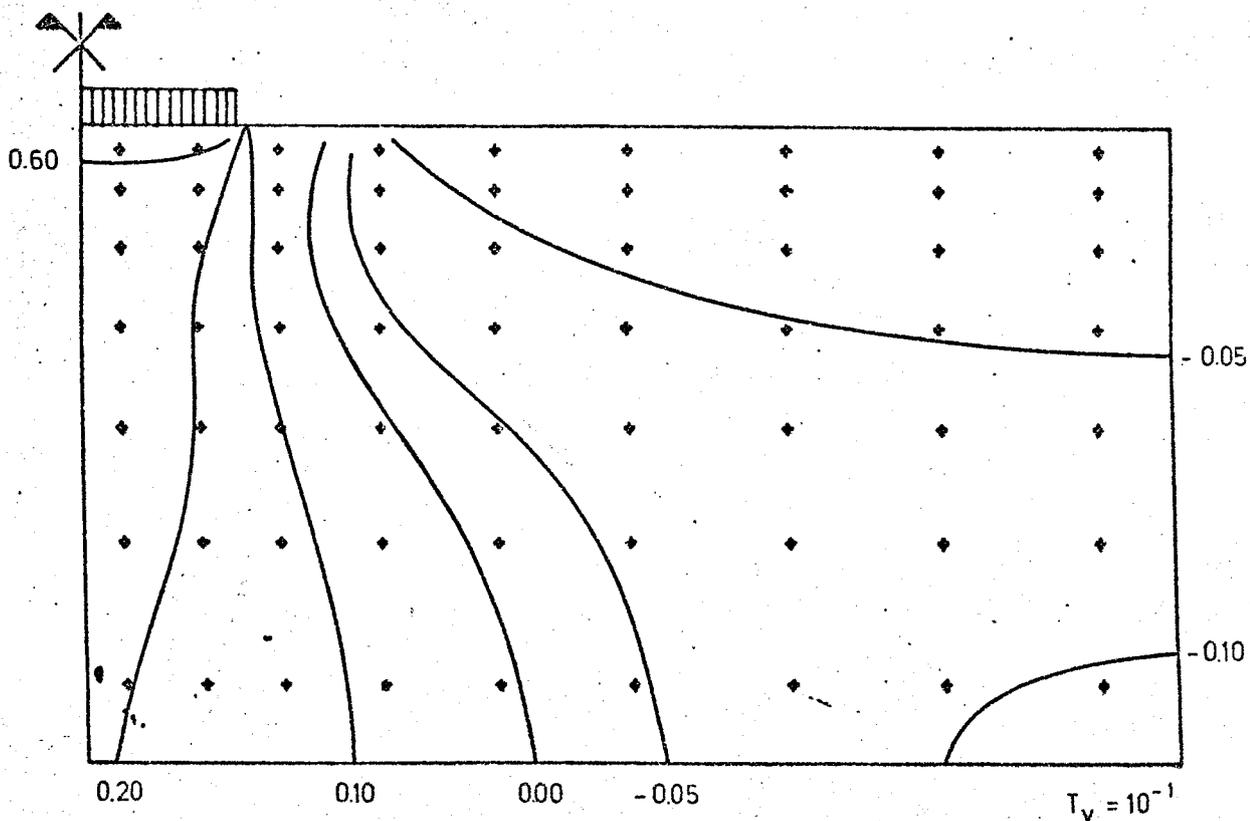


Fig 5.25.- Caso básico. Isobaras de  $\sigma'_z/p$  para  $T_v = 10^{-1}$

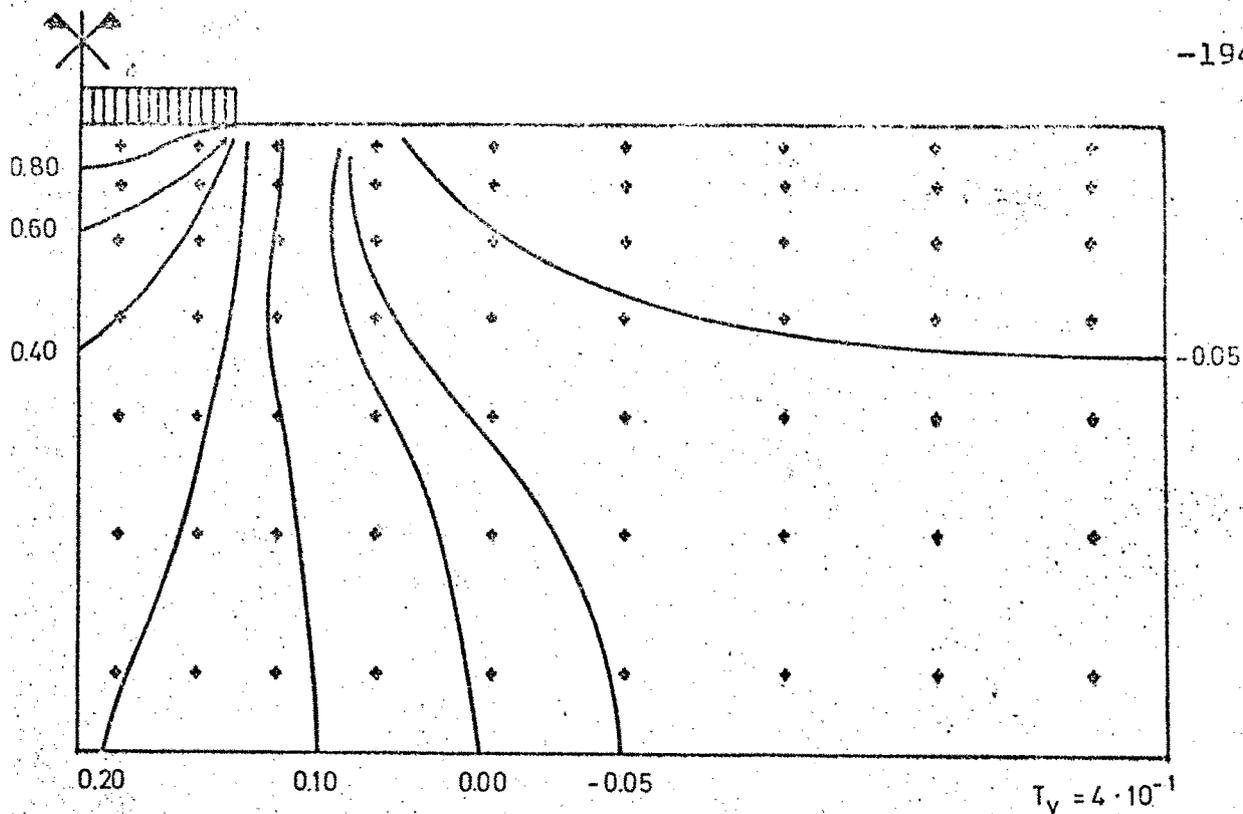


Fig 5.26.- Caso básico. Isobaras de  $\sigma'_z/p$  para  $T_V = 4 \cdot 10^{-1}$

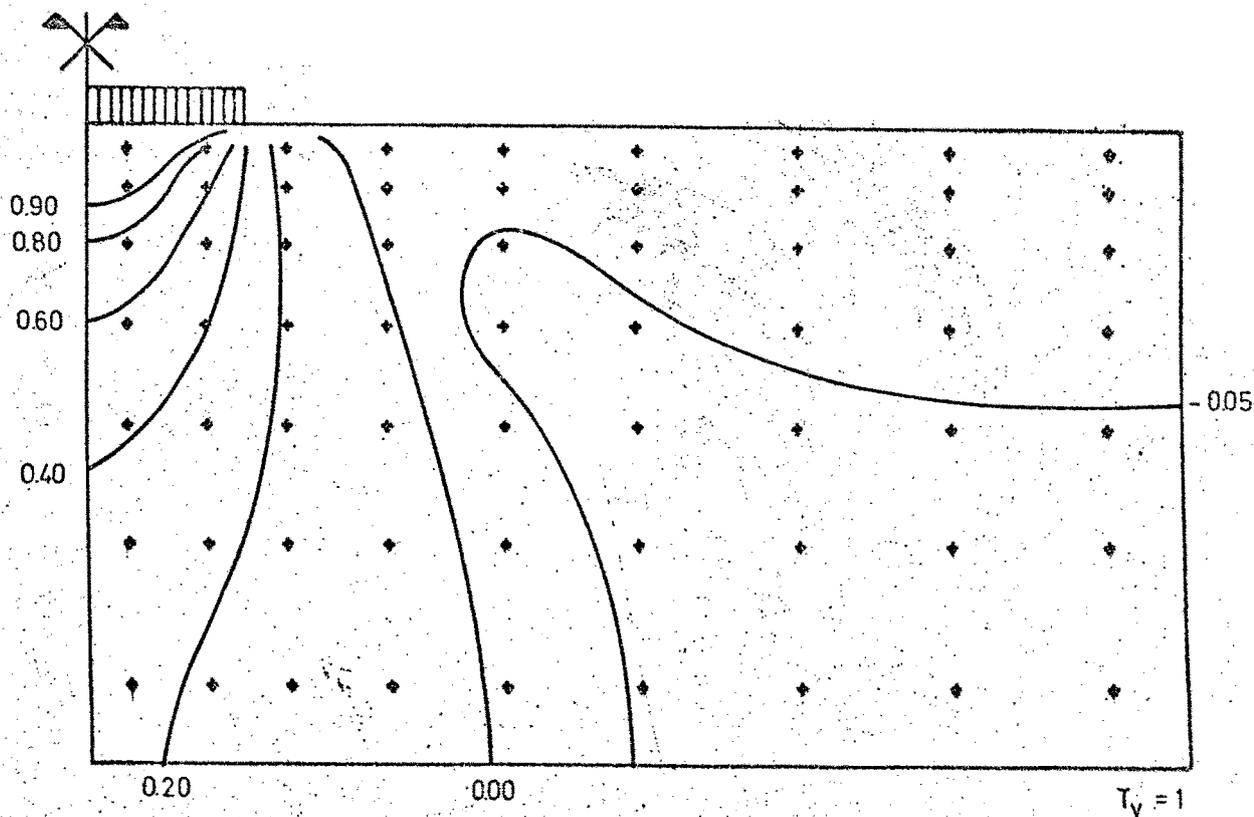


Fig 5.27.- Caso básico. Isobaras de  $\sigma'_z/p$  para  $T_V = 1$

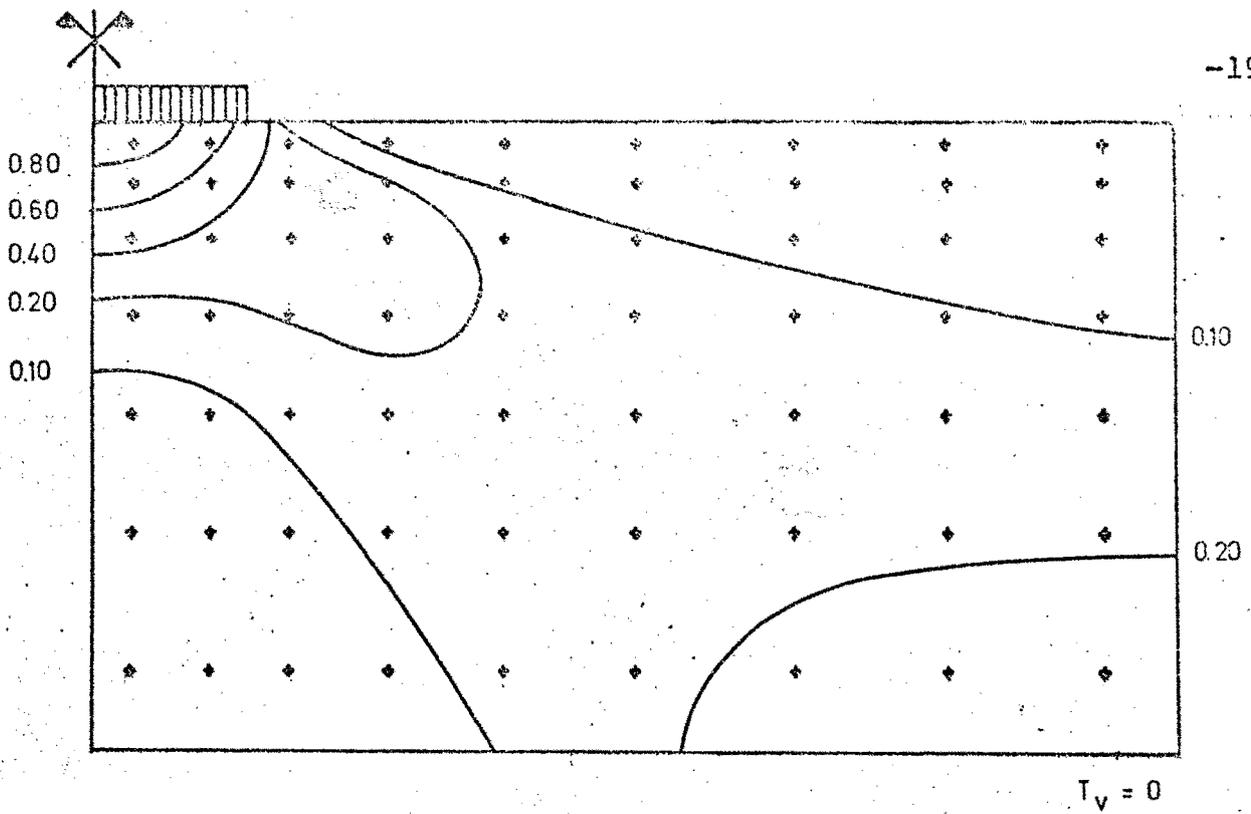


Fig 5.28.- Terreno elastoplástico. Isobaras de  $\sigma_x/p$  para  $T_v = 0$

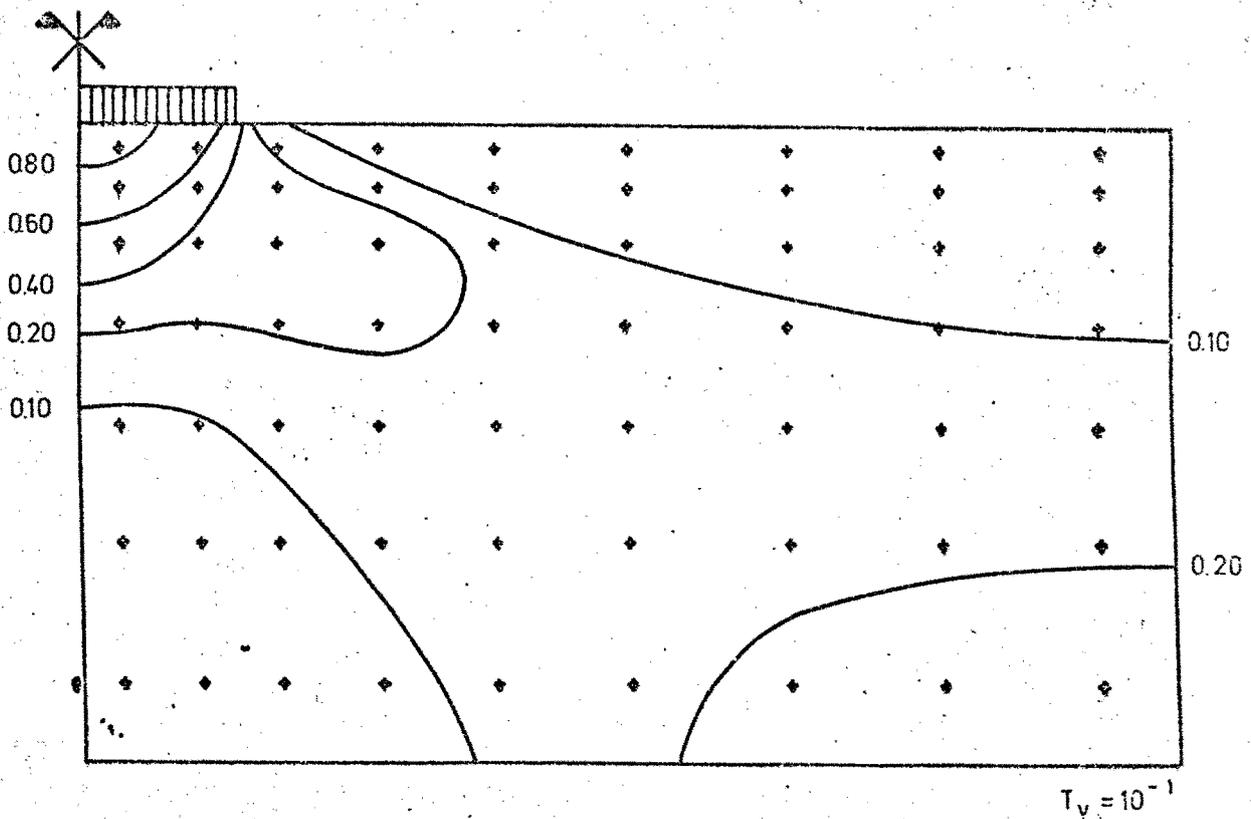


Fig 5.29.- Terreno elastoplástico. Isobaras de  $\sigma_x/p$  para  $T_v = 10^{-1}$

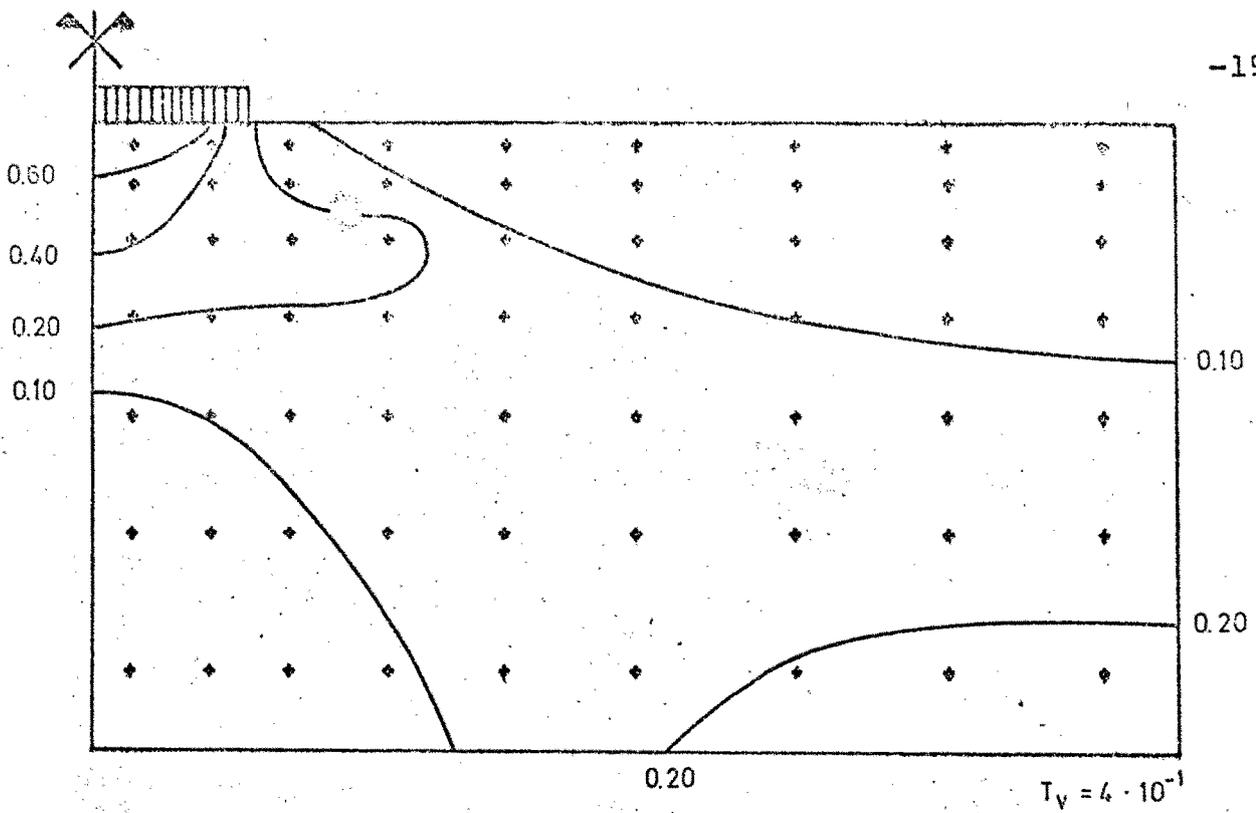


Fig 5.30.- Terreno elastoplástico. Isobaras de  $\sigma_x/p$  para  $T_v = 4 \cdot 10^{-1}$

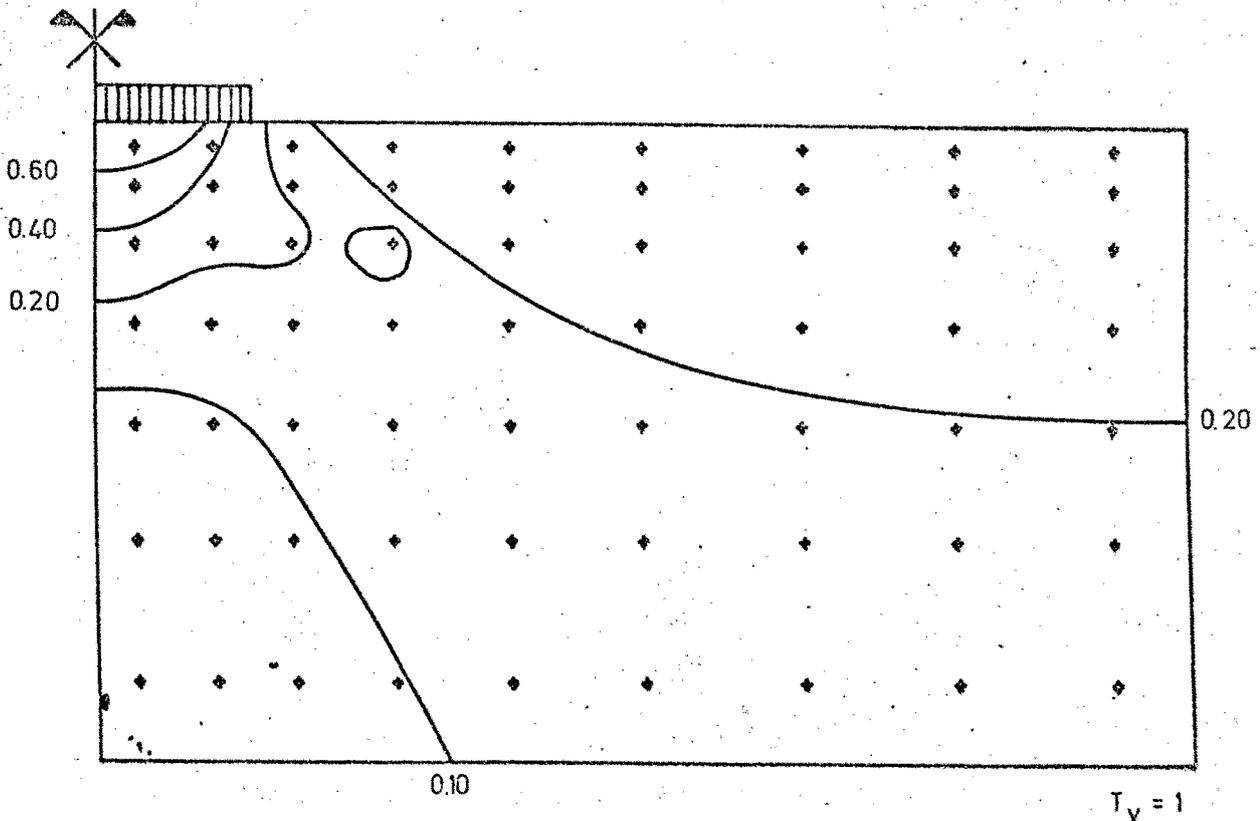


Fig 5.31.- Terreno elastoplástico. Isobaras de  $\sigma_x/p$  para  $T_v = 1$

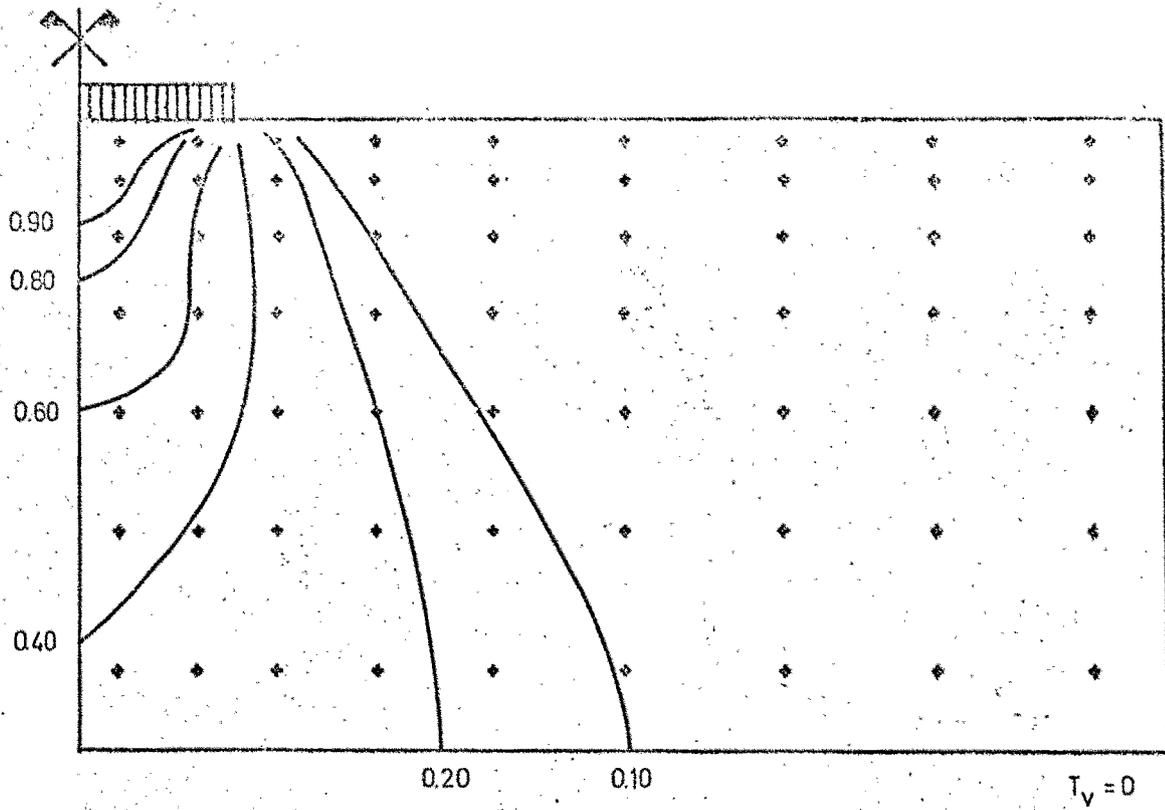


Fig 5.32.- Terreno elastoplástico. Isobaras de  $\sigma_z/p$  para  $T_v = 0$

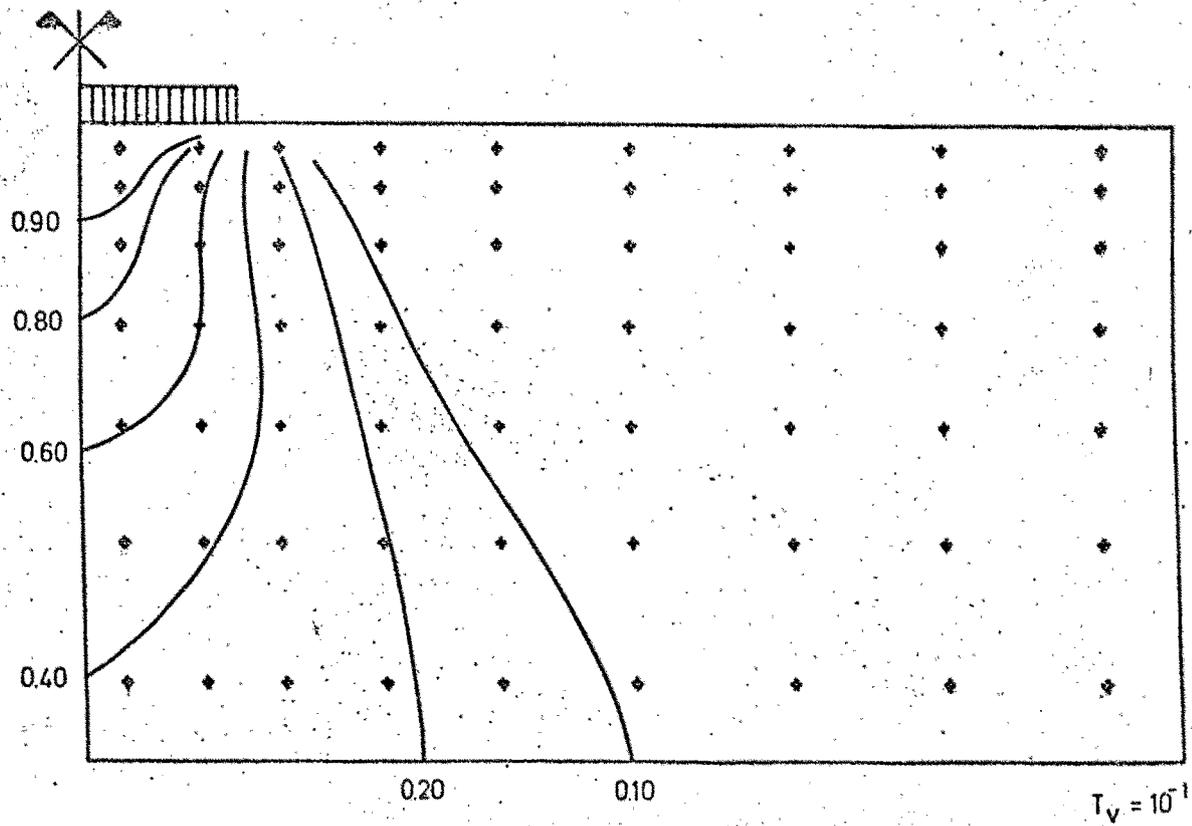


Fig 5.33.- Terreno elastoplástico. Isobaras de  $\sigma_z/p$  para  $T_v = 10^{-1}$

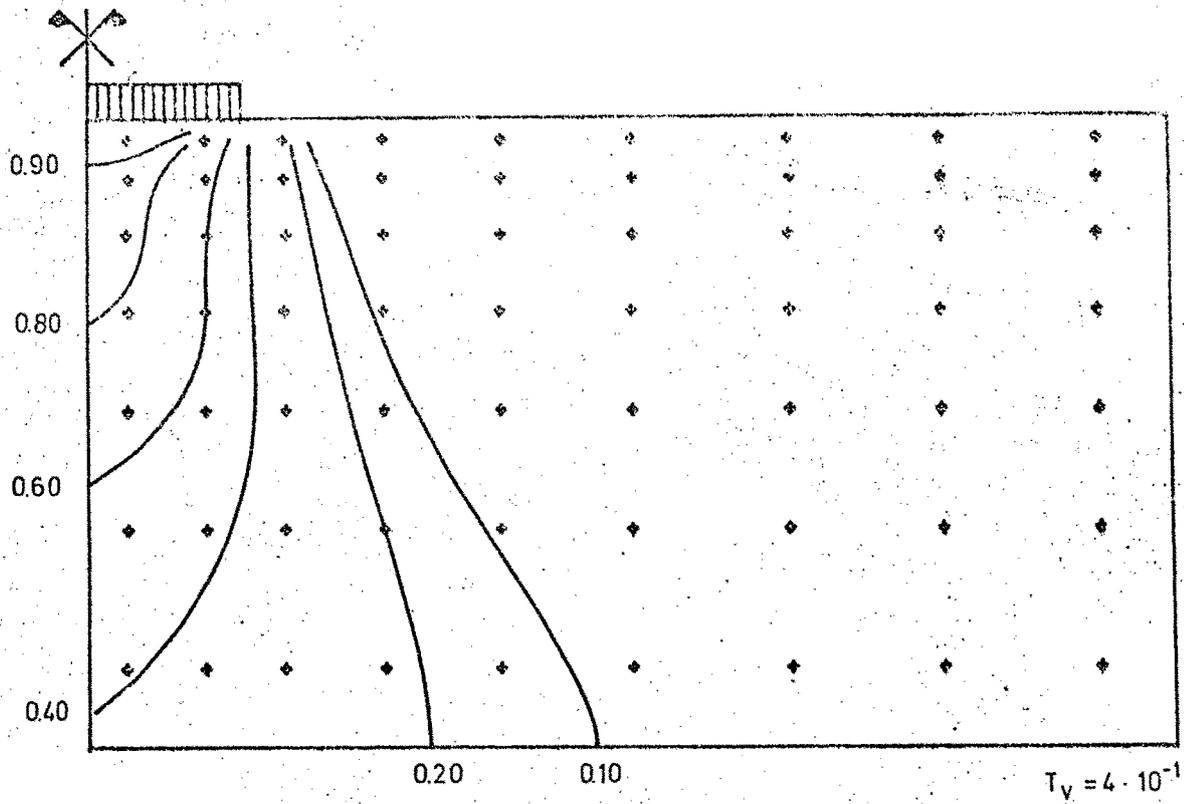


Fig 5.34.- Terreno elastoplástico. Isobaras de  $\sigma_z/p$  para  $T_v = 4 \cdot 10^{-1}$

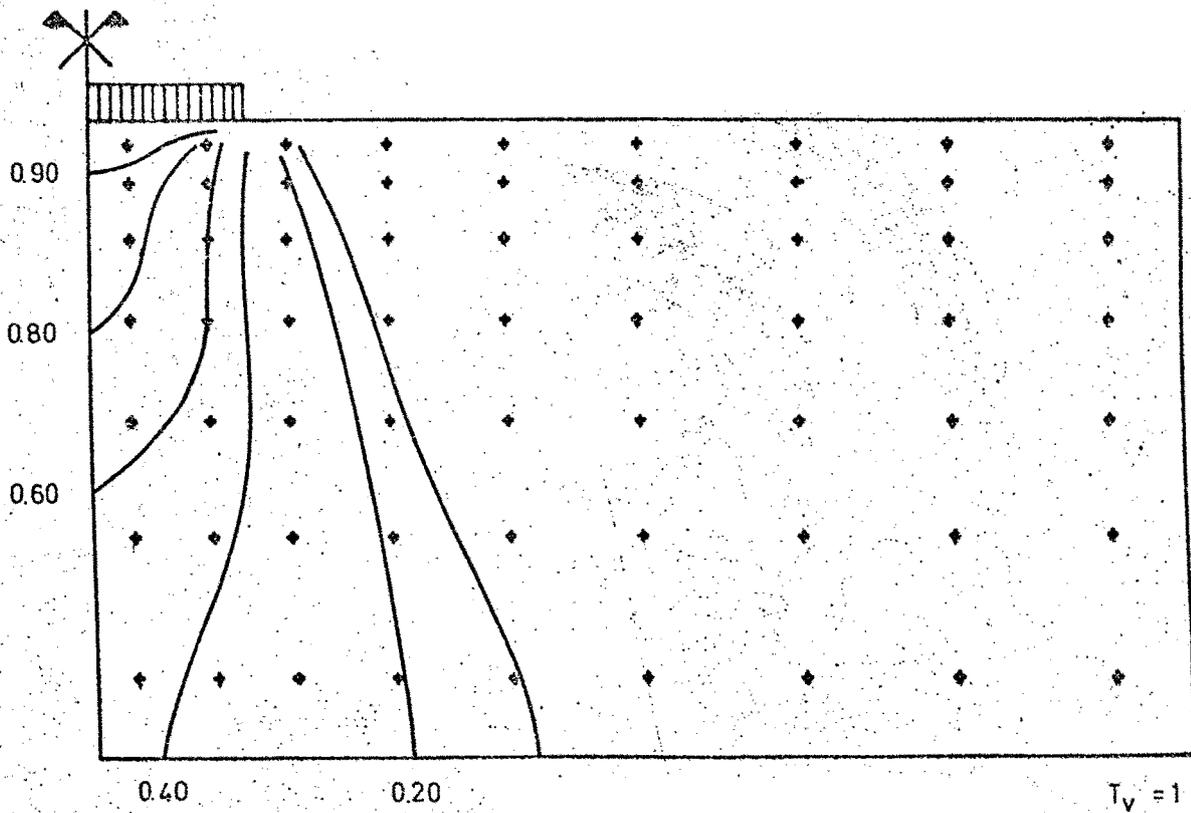


Fig 5.35.- Terreno elastoplástico. Isobaras de  $\sigma_z/p$  para  $T_v = 1$

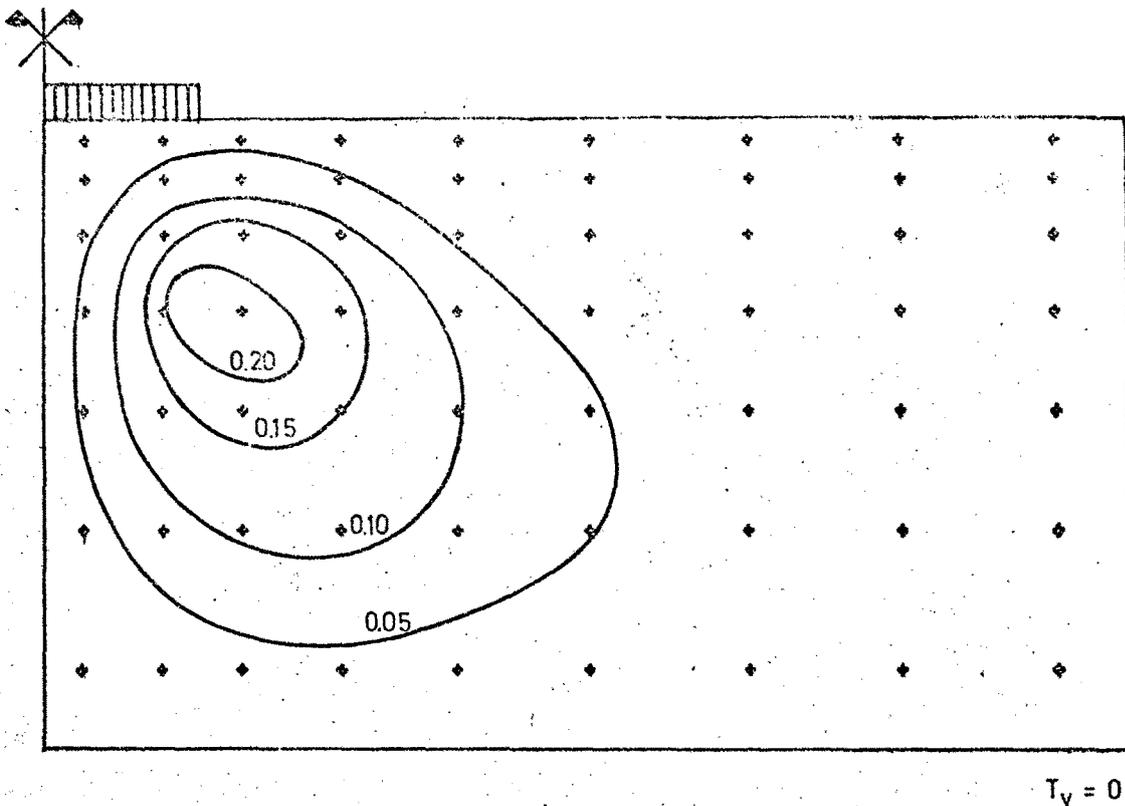


Fig 5.36.- Terreno elastoplástico. Isobaras de  $\tau_{xz}/p$  para  $T_v = 0$

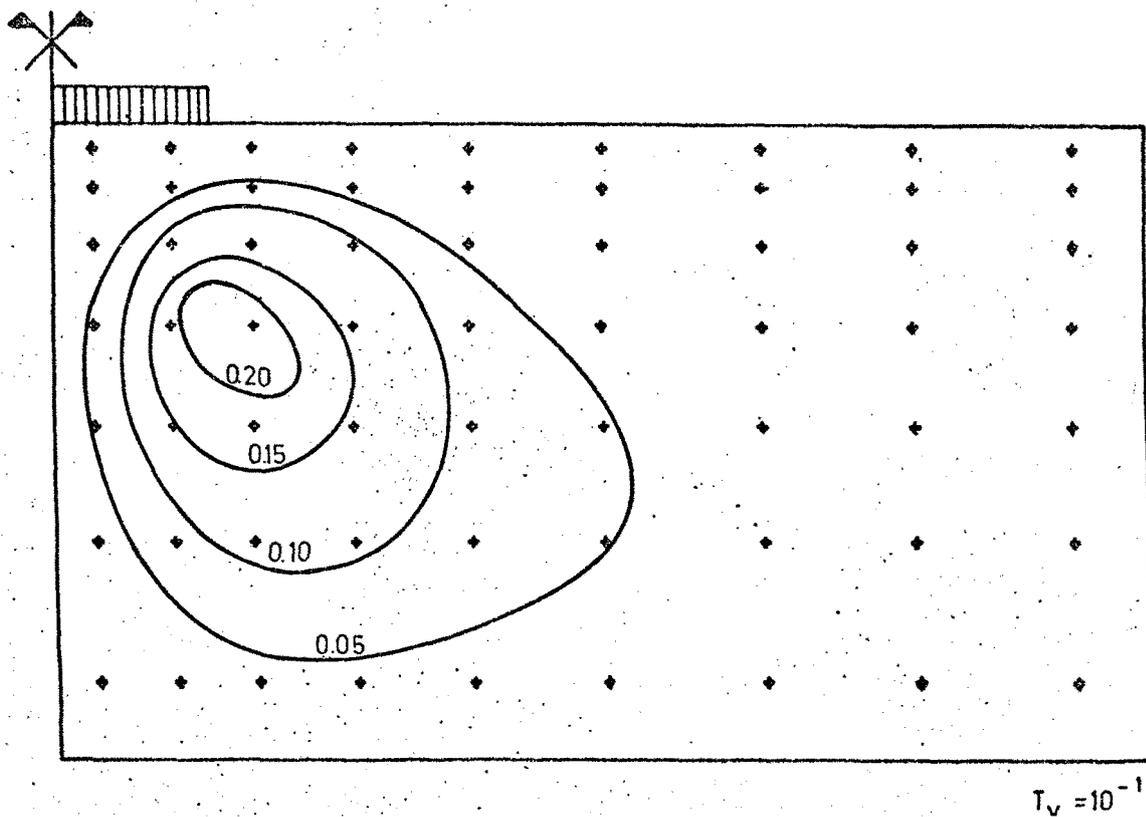
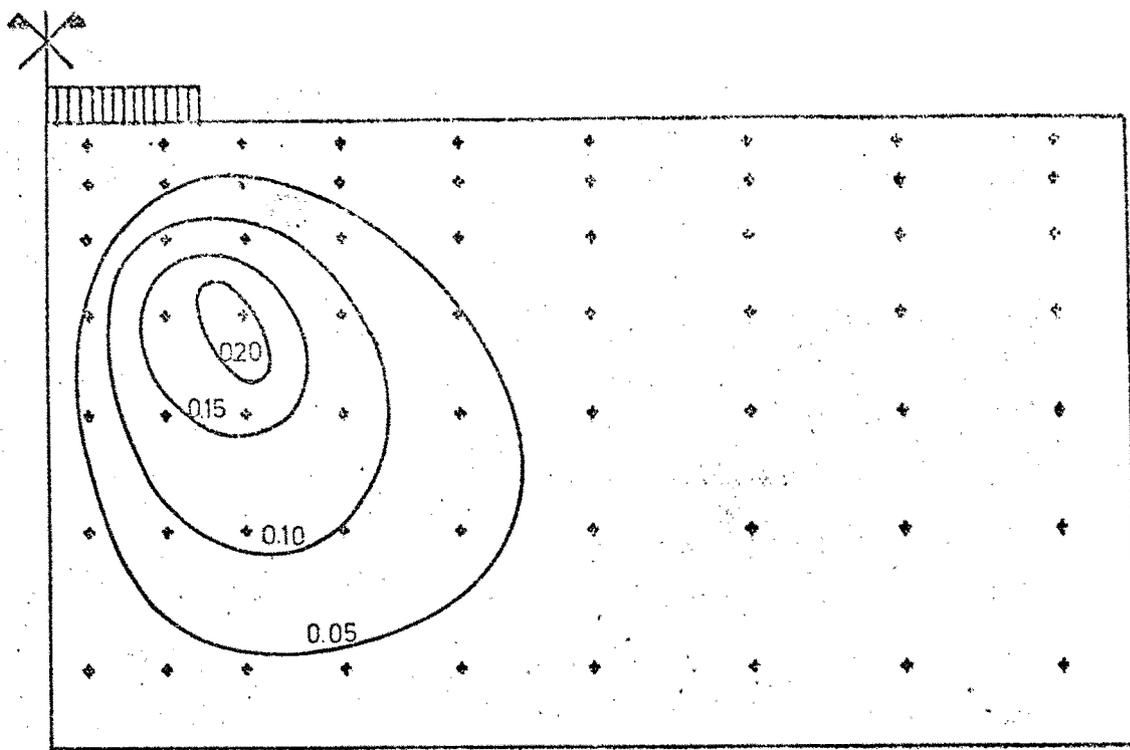
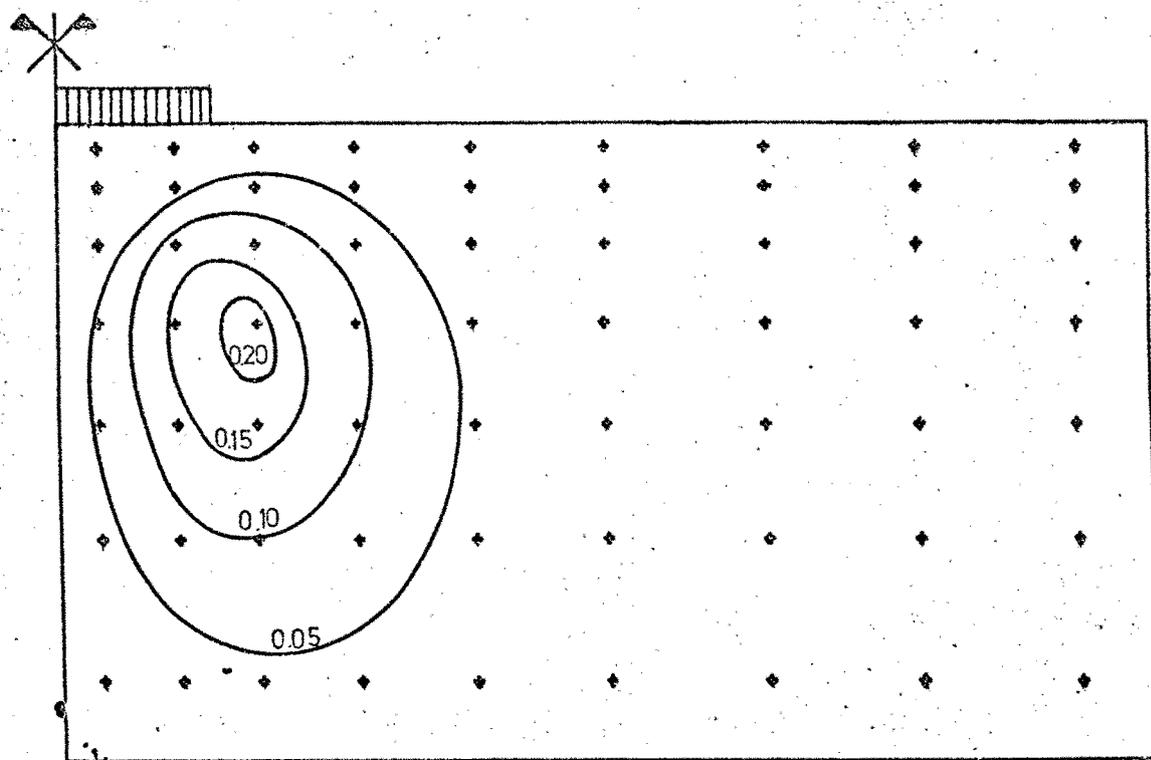


Fig 5.37.- Terreno elastoplástico. Isobaras de  $\tau_{xz}/p$  para  $T_v = 10^{-1}$



$$T_v = 4 \cdot 10^{-1}$$

Fig 5.38.- Terreno elastoplástico. Isobaras de  $\tau_{xz}/p$  para  $T_v = 4 \cdot 10^{-1}$



$$T_v = 1$$

Fig 5.39.- Terreno elastoplástico. Isobaras de  $\tau_{xz}/p$  para  $T_v = 1$

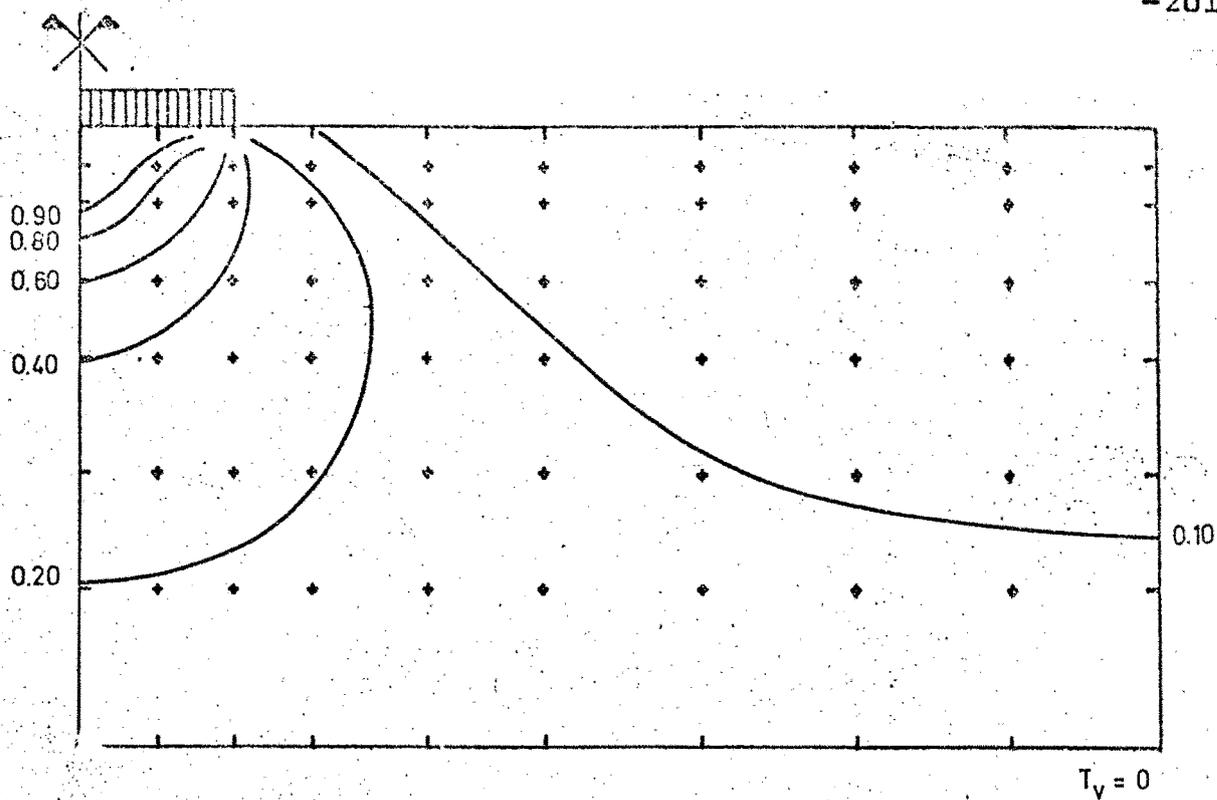


Fig 5.40.- Terreno elastoplástico. Isobaras de  $u/p$  para  $T_v = 0$

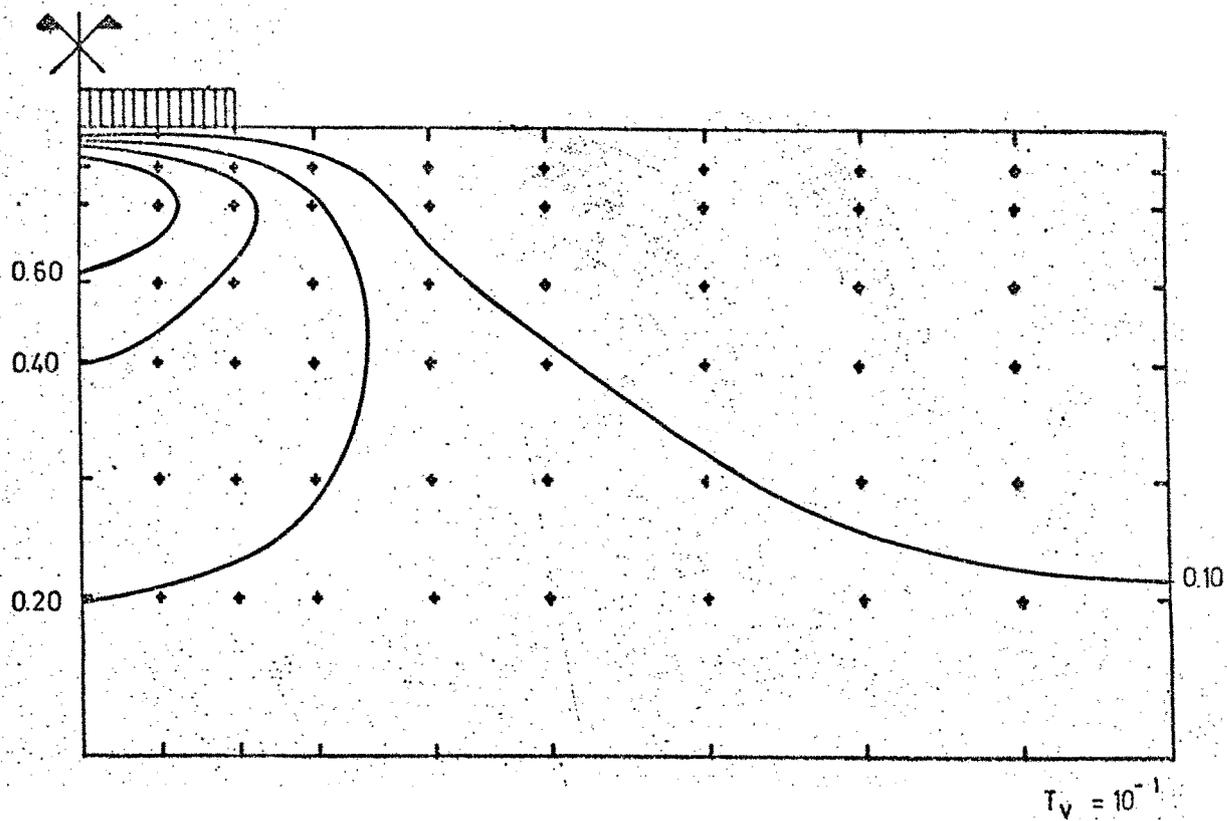


Fig 5.41.- Terreno elastoplástico. Isobaras de  $u/p$  para  $T_v = 10^{-1}$

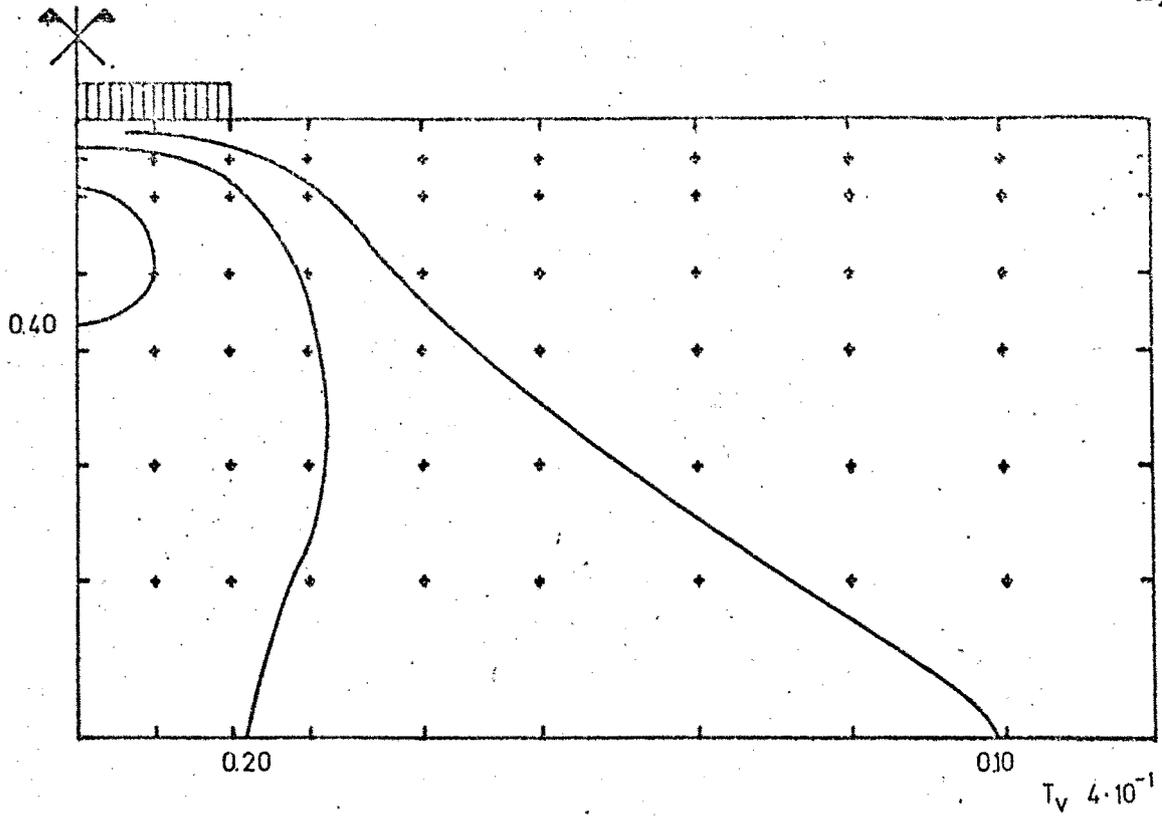


Fig 5.42.- Terreno elastoplástico. Isobaras de  $u/p$   
para  $T_v = 4 \cdot 10^{-1}$

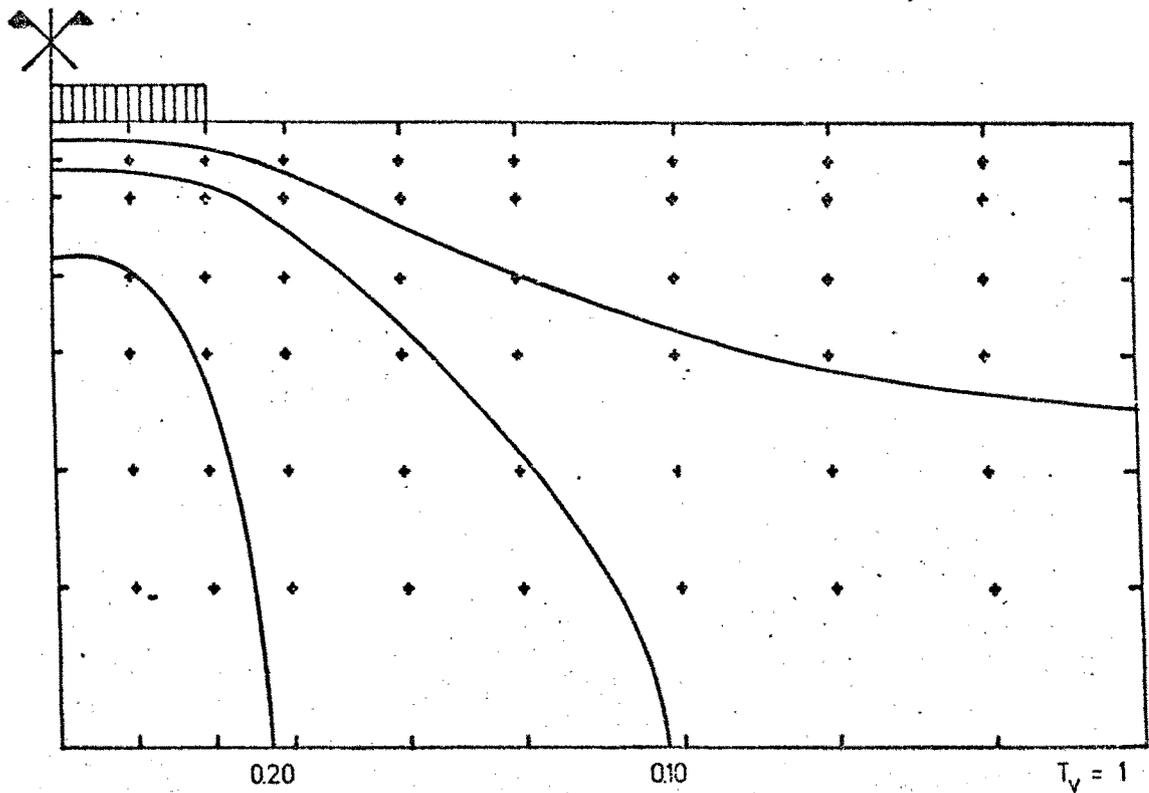


Fig 5.43.- Terreno elastoplástico. Isobaras de  $u/p$   
para  $T_v = 1$

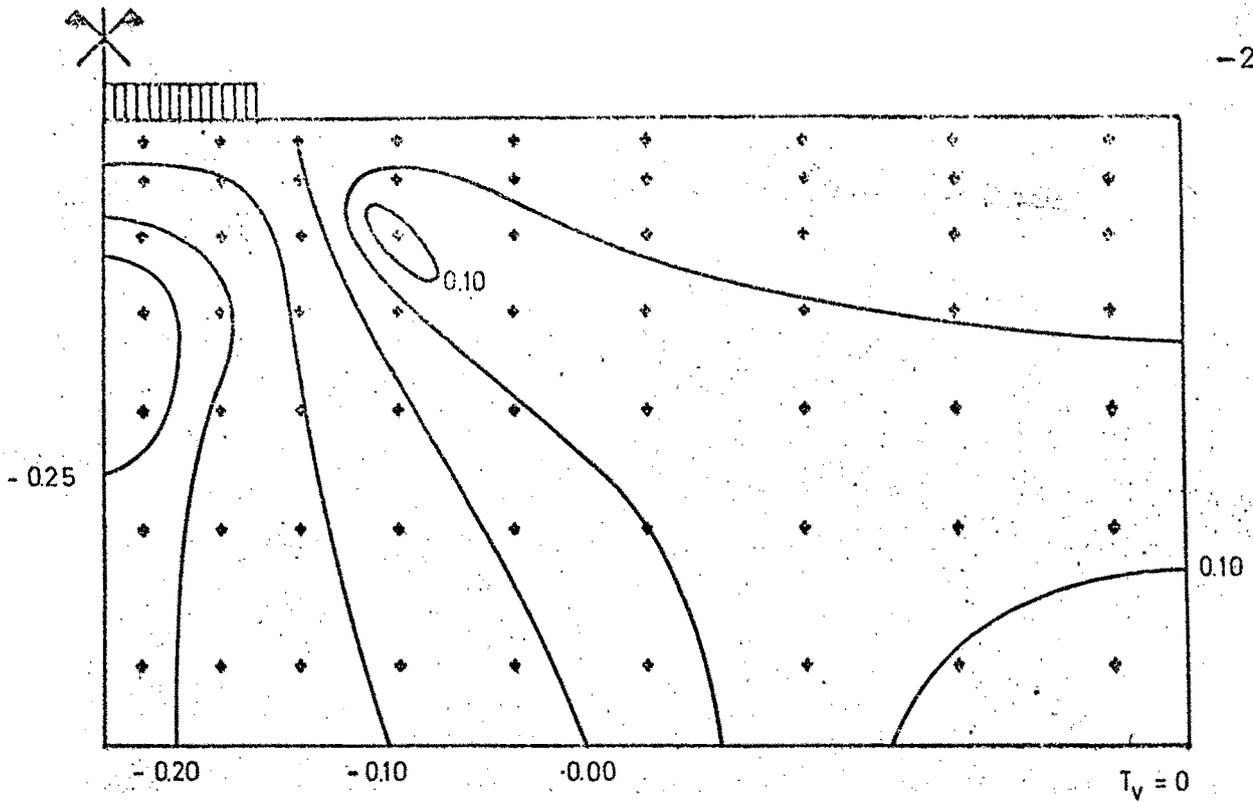


Fig 5.44.- Terreno elastoplástico. Isobaras de  $\sigma'_x/p$  para  $T_v = 0$

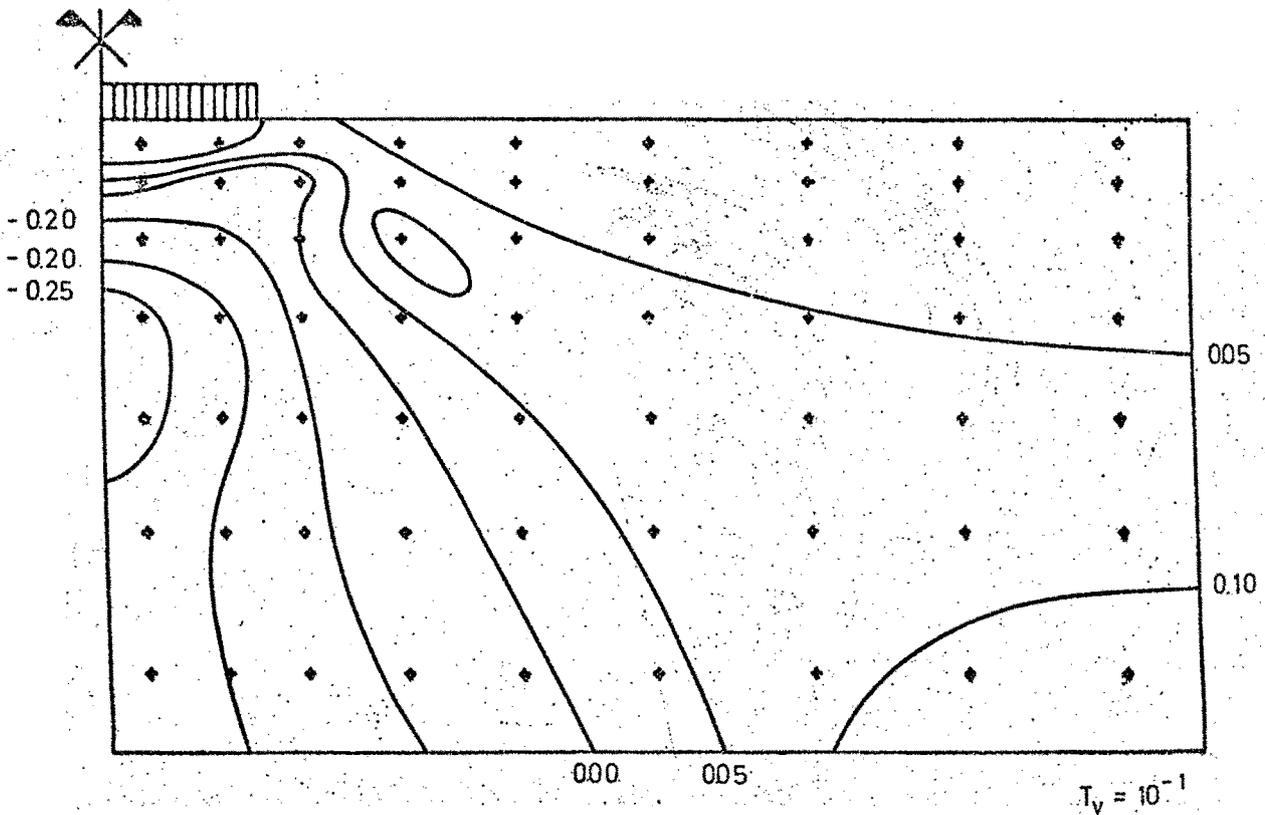


Fig 5.45.- Terreno elastoplástico. Isobaras de  $\sigma'_x/p$  para  $T_v = 10^{-1}$

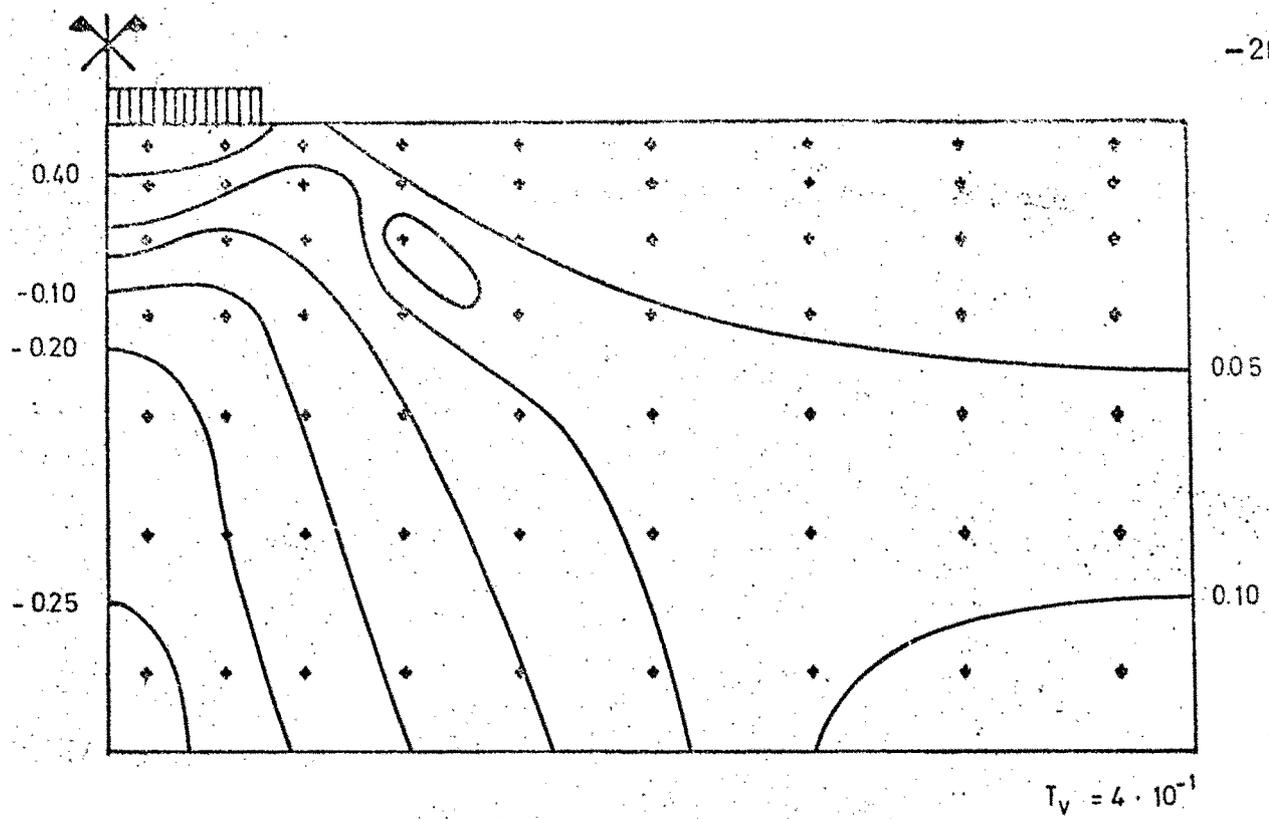


Fig 5.46.- Terreno elastoplástico. Isobaras de  $\sigma'_x/p$  para  $T_v = 4 \cdot 10^{-1}$

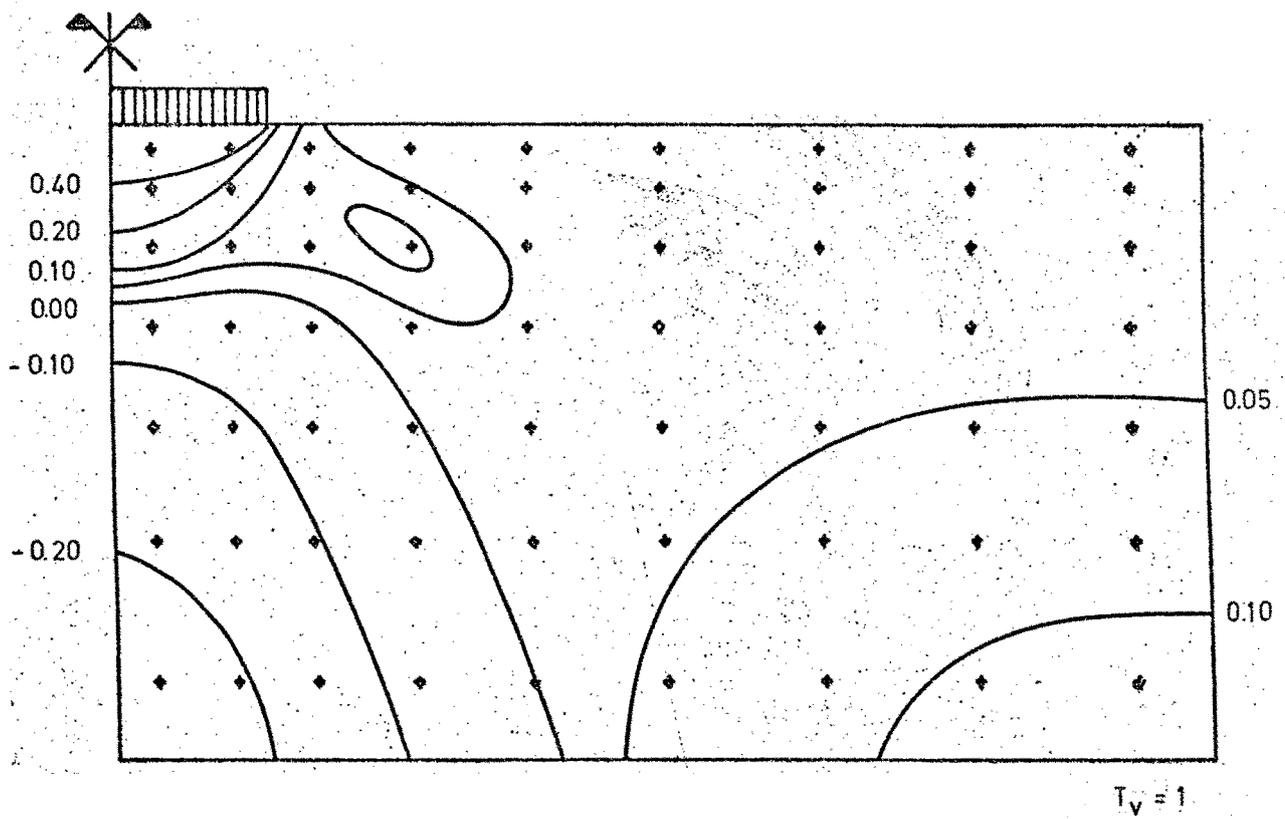


Fig 5.47.- Terreno elastoplástico. Isobaras de  $\sigma'_x/p$  para  $T_v = 1$

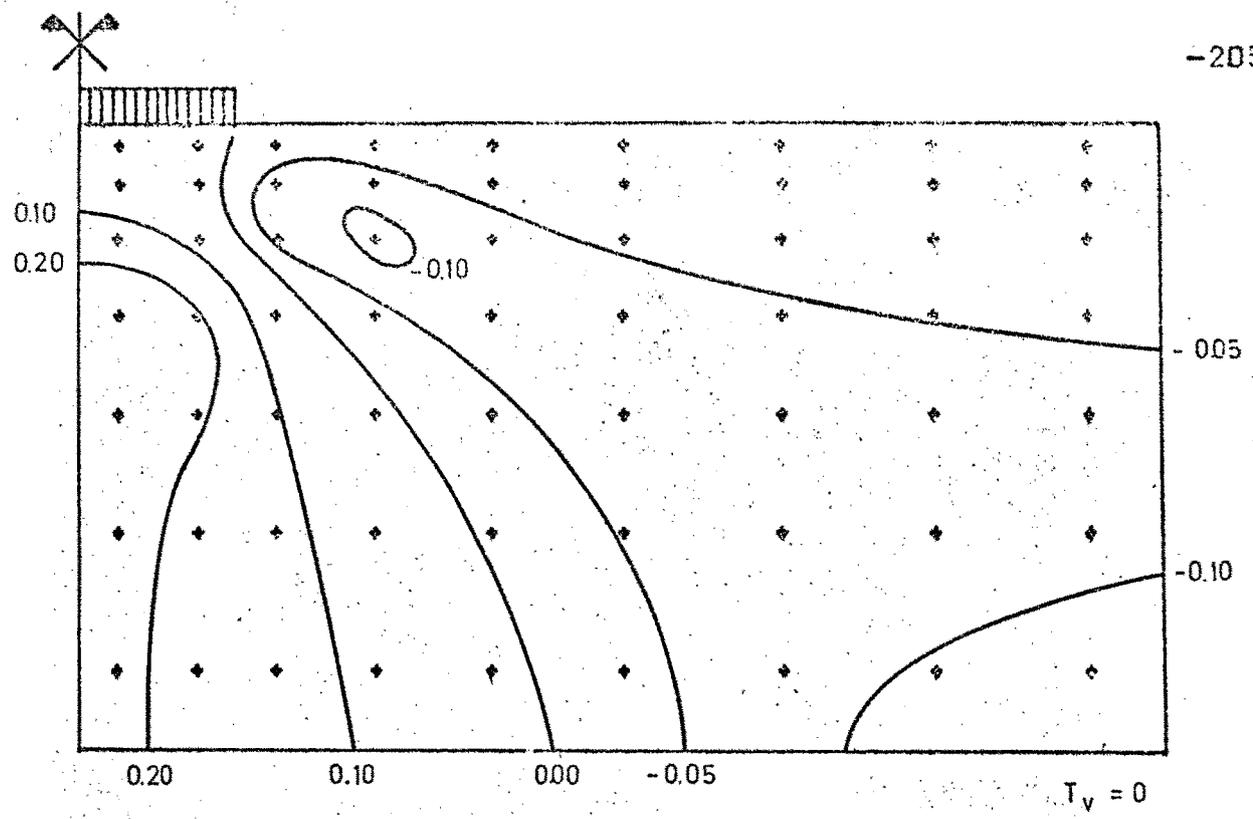


Fig 5.48.- Terreno elastoplástico. Isobaras de  $\sigma'_z/p$  para  $T_v = 0$

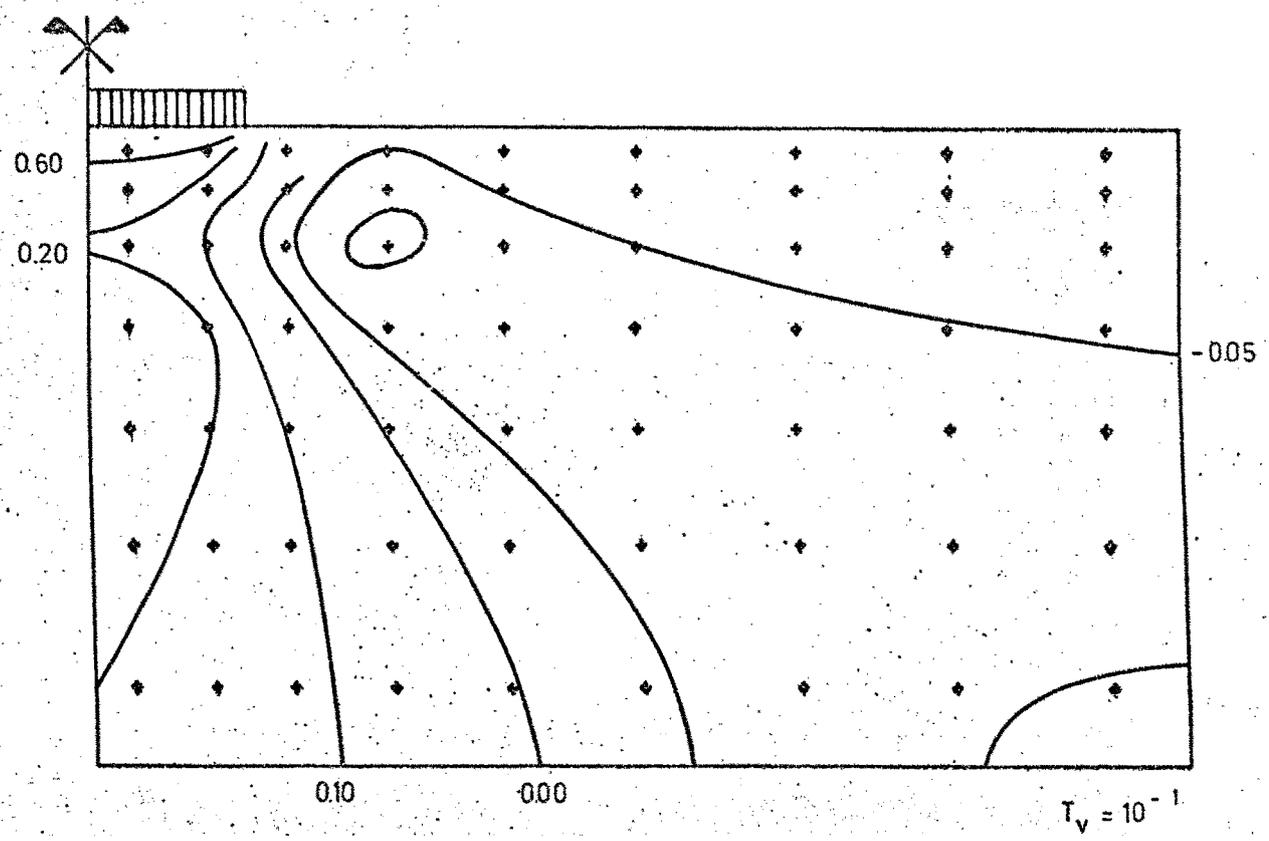


Fig 5.49.- Terreno elastoplástico. Isobaras de  $\sigma'_z/p$  para  $T_v = 10^{-1}$

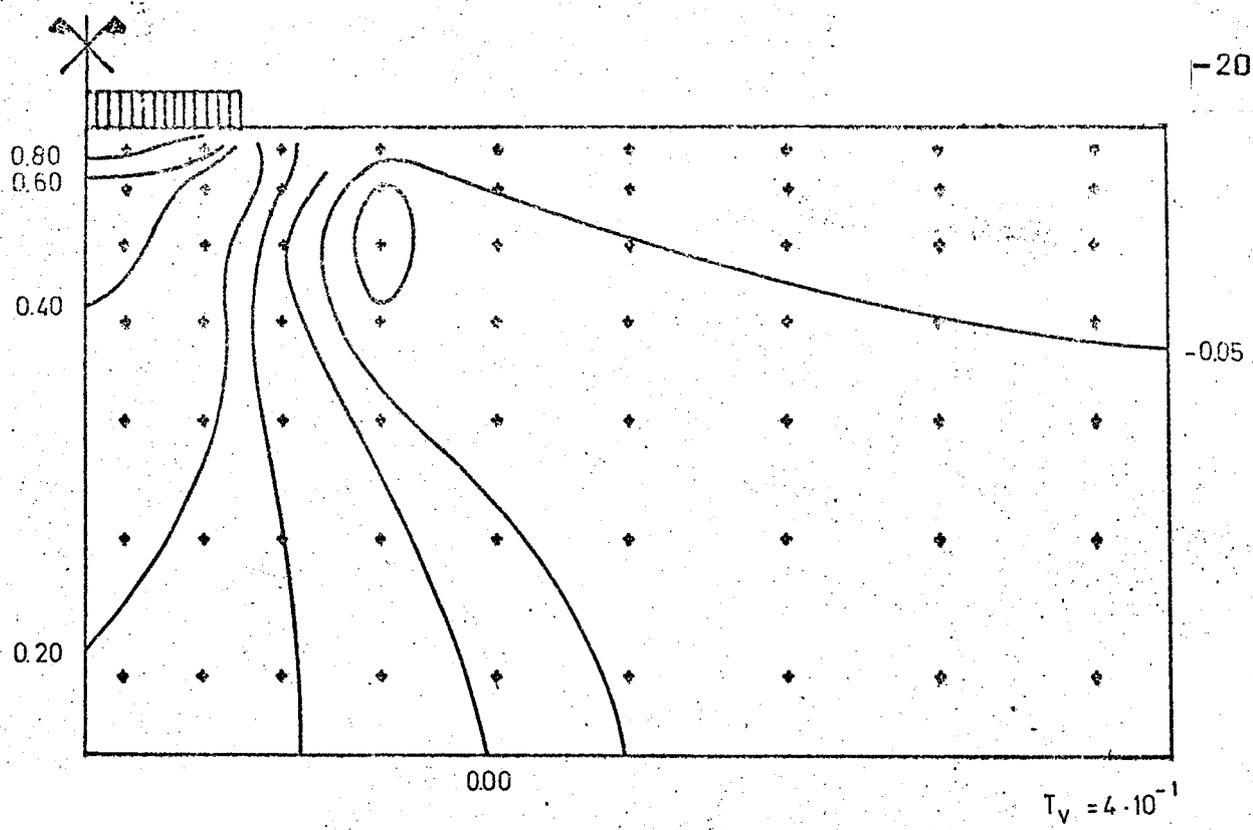


Fig 5.50.- Terreno elastoplástico. Isobaras de  $\sigma'_z/p$   
para  $T_v = 4 \cdot 10^{-1}$

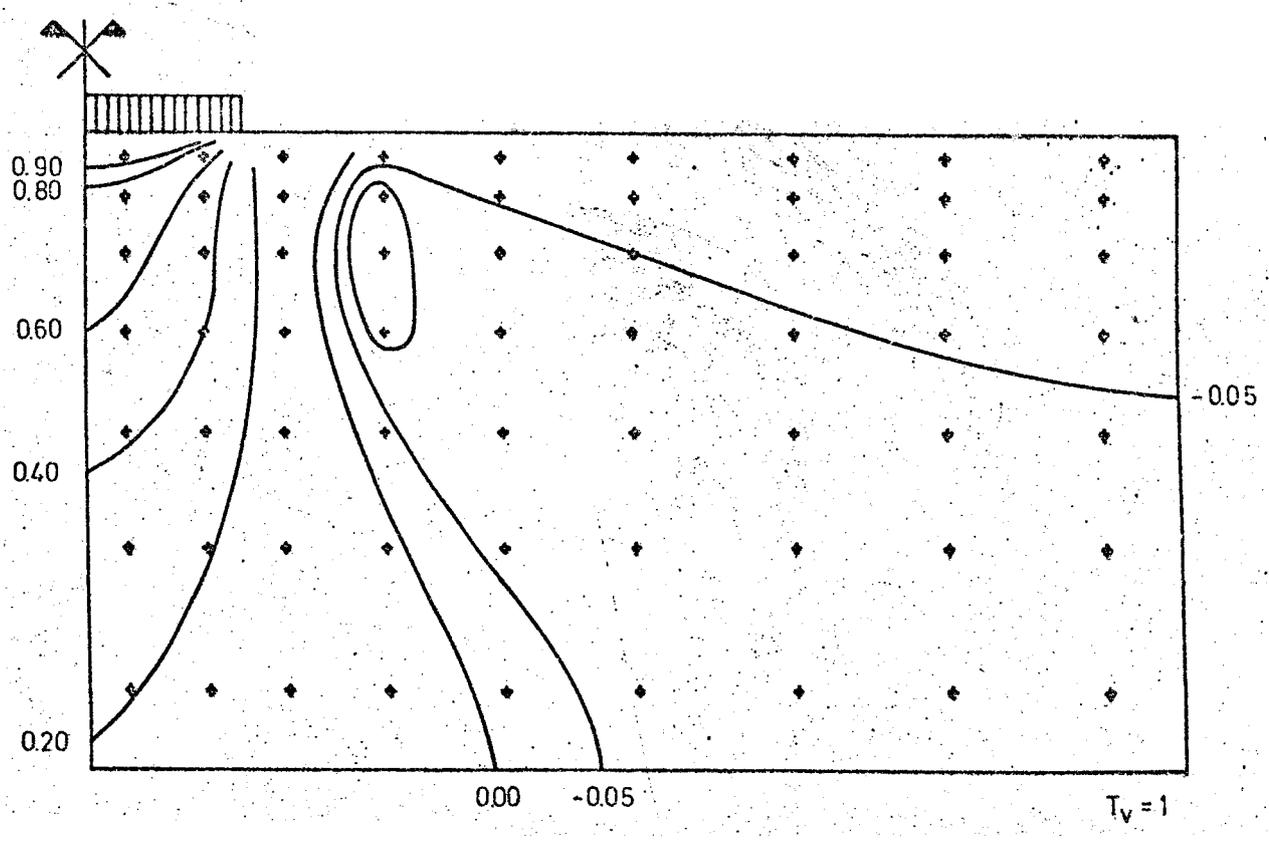


Fig 5.51.- Terreno elastoplástico. Isobaras de  $\sigma'_z/p$   
para  $T_v = 1$

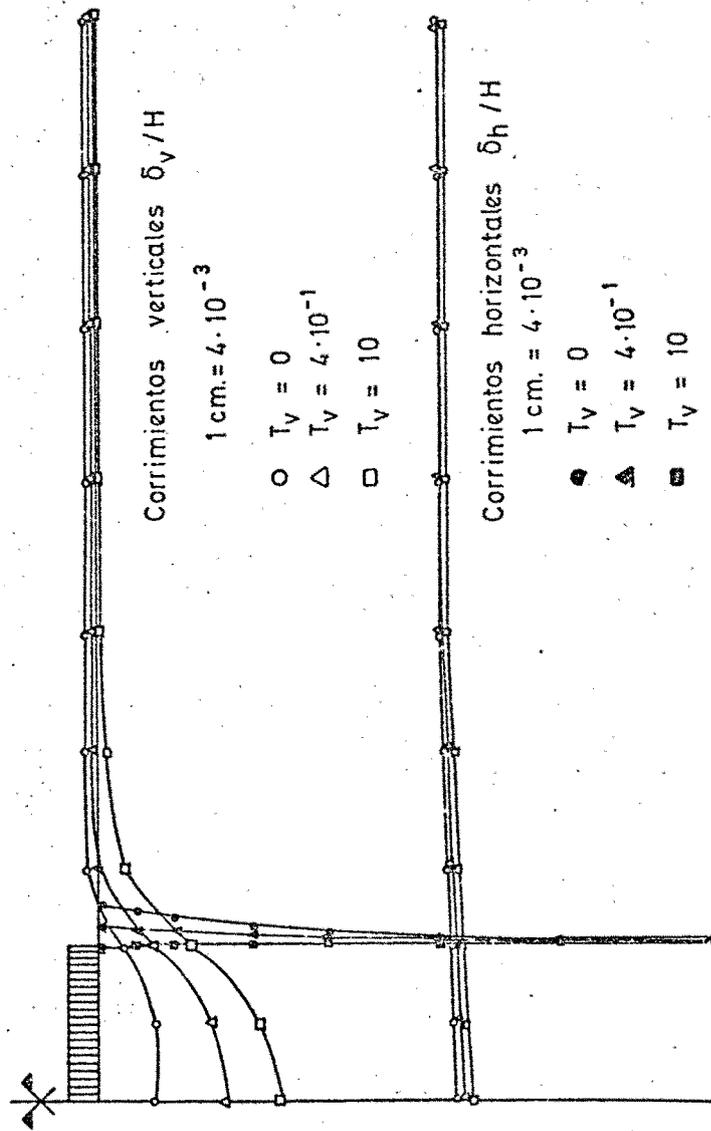


Fig 5.52.- Asientos y corrimientos horizontales en distintos puntos y en distintas fases.

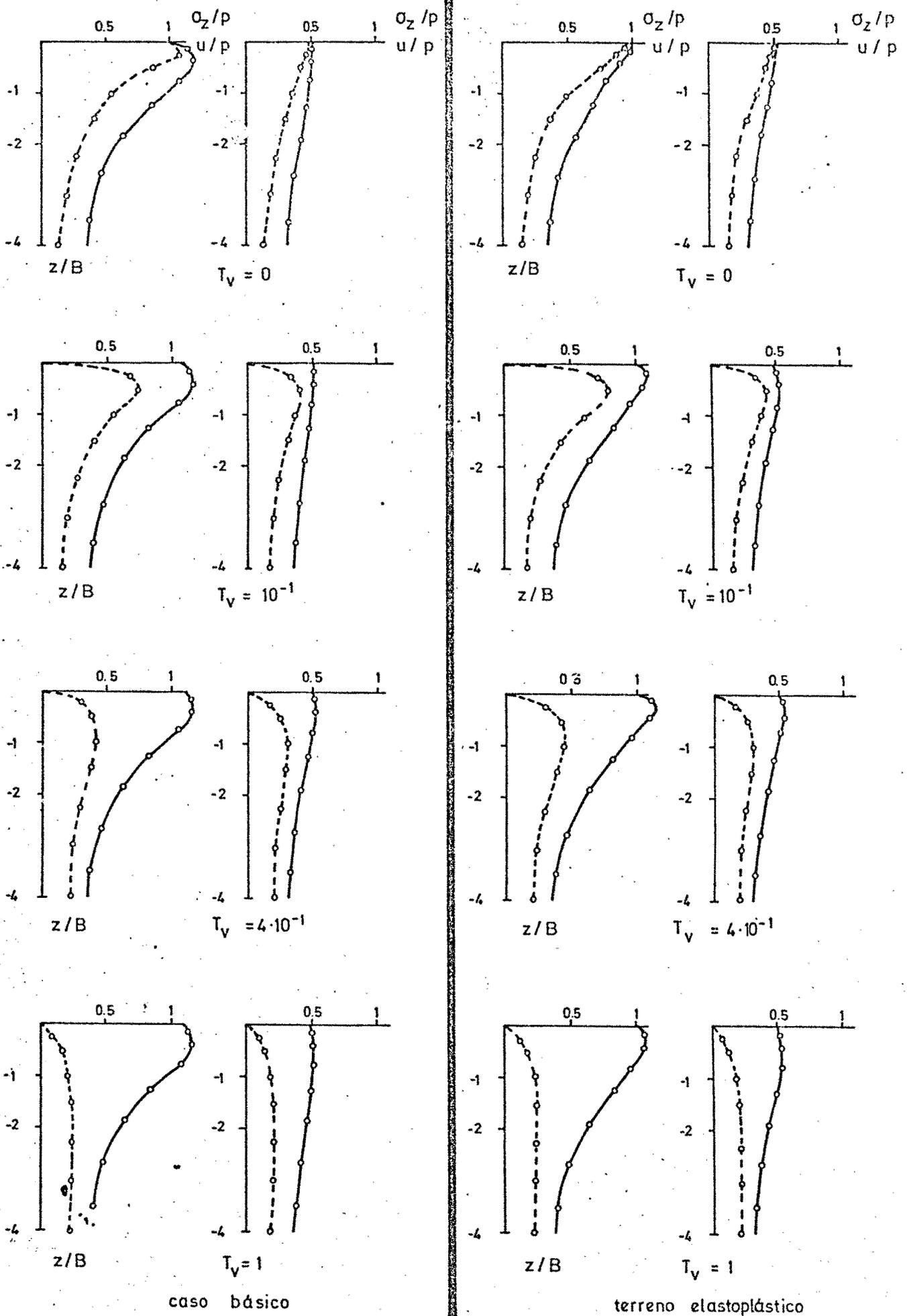


Fig 5.53.- Variación de  $\sigma_z/p$  y de  $u/p$  con la profundidad y con el tiempo.

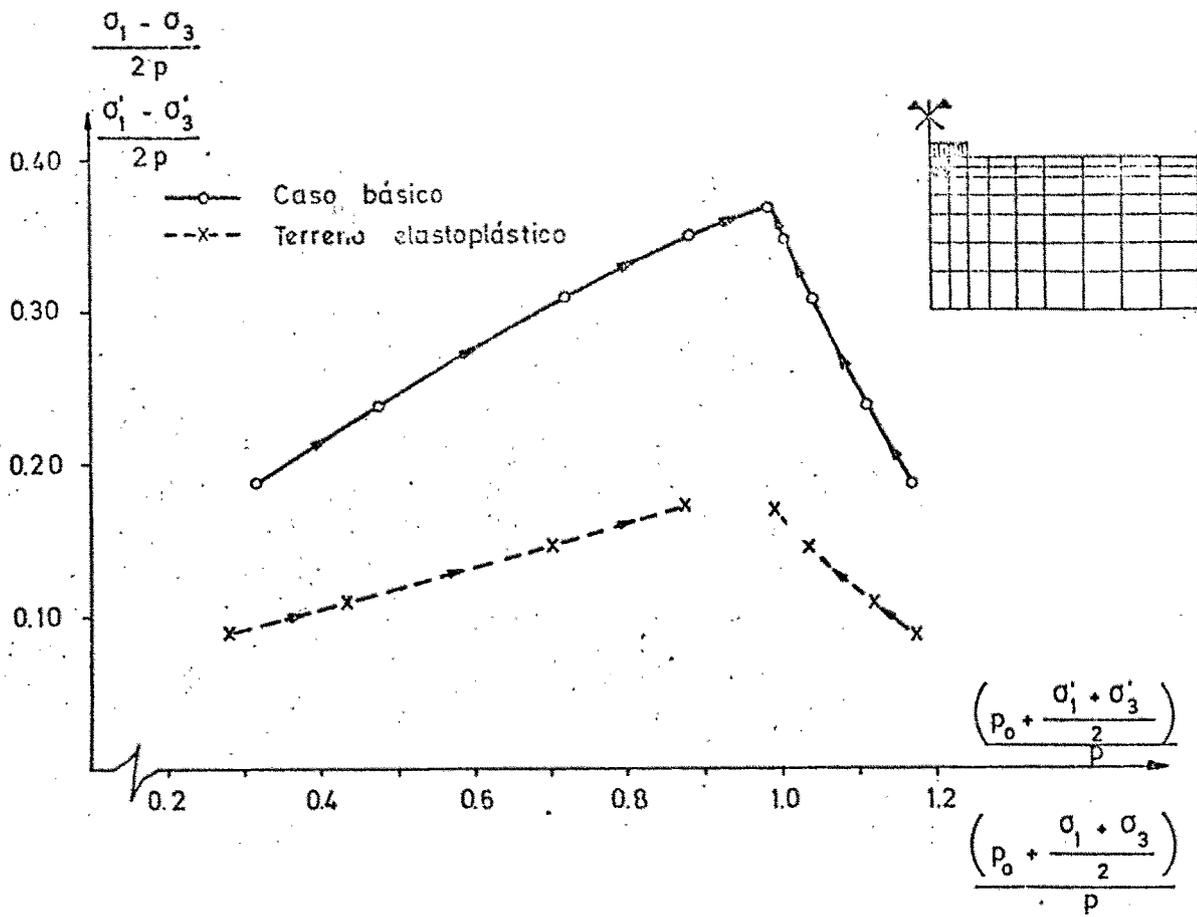


Fig 5.54.- Trayectorias de tensiones.

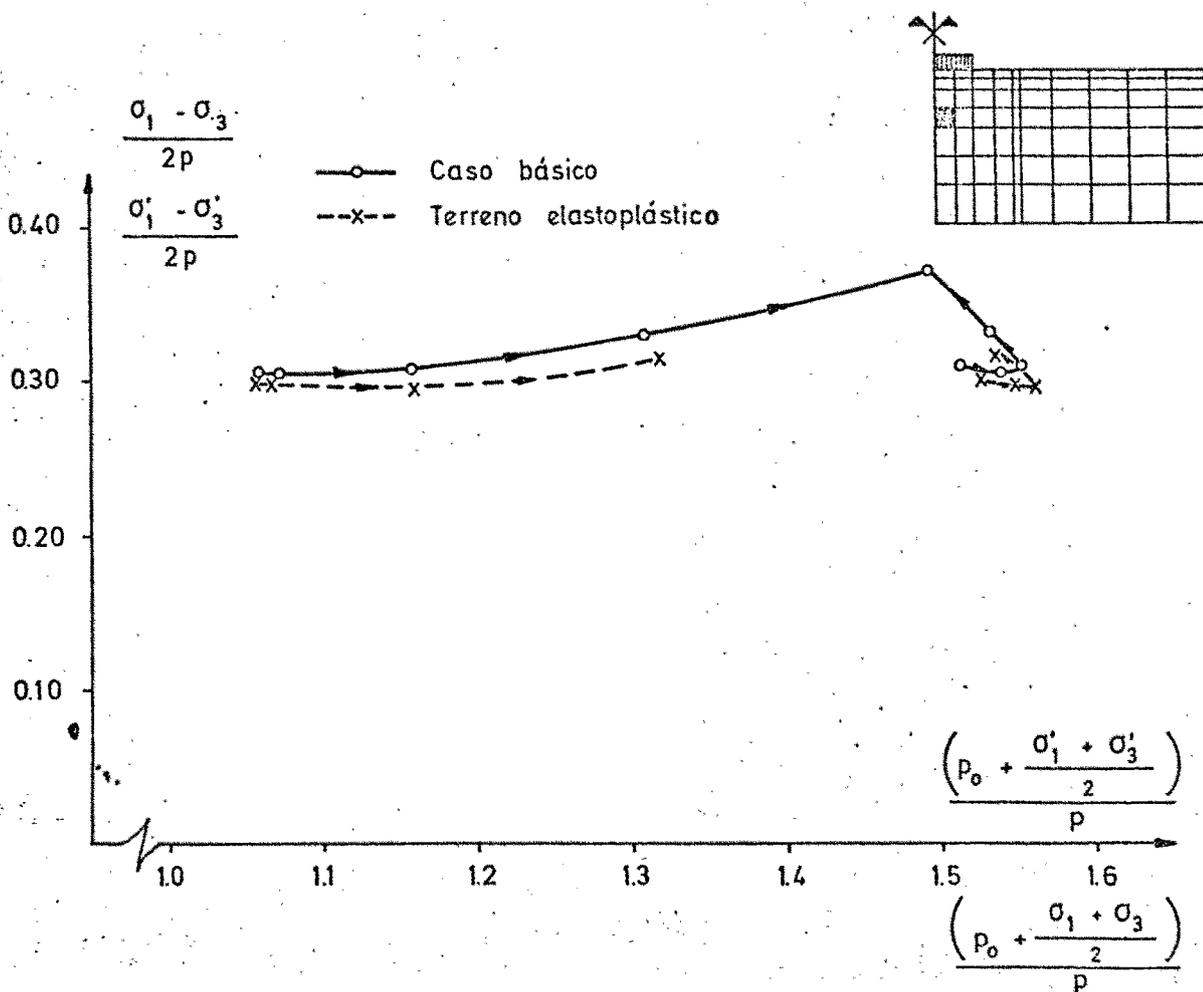


Fig 5.55.- Trayectorias de tensiones.

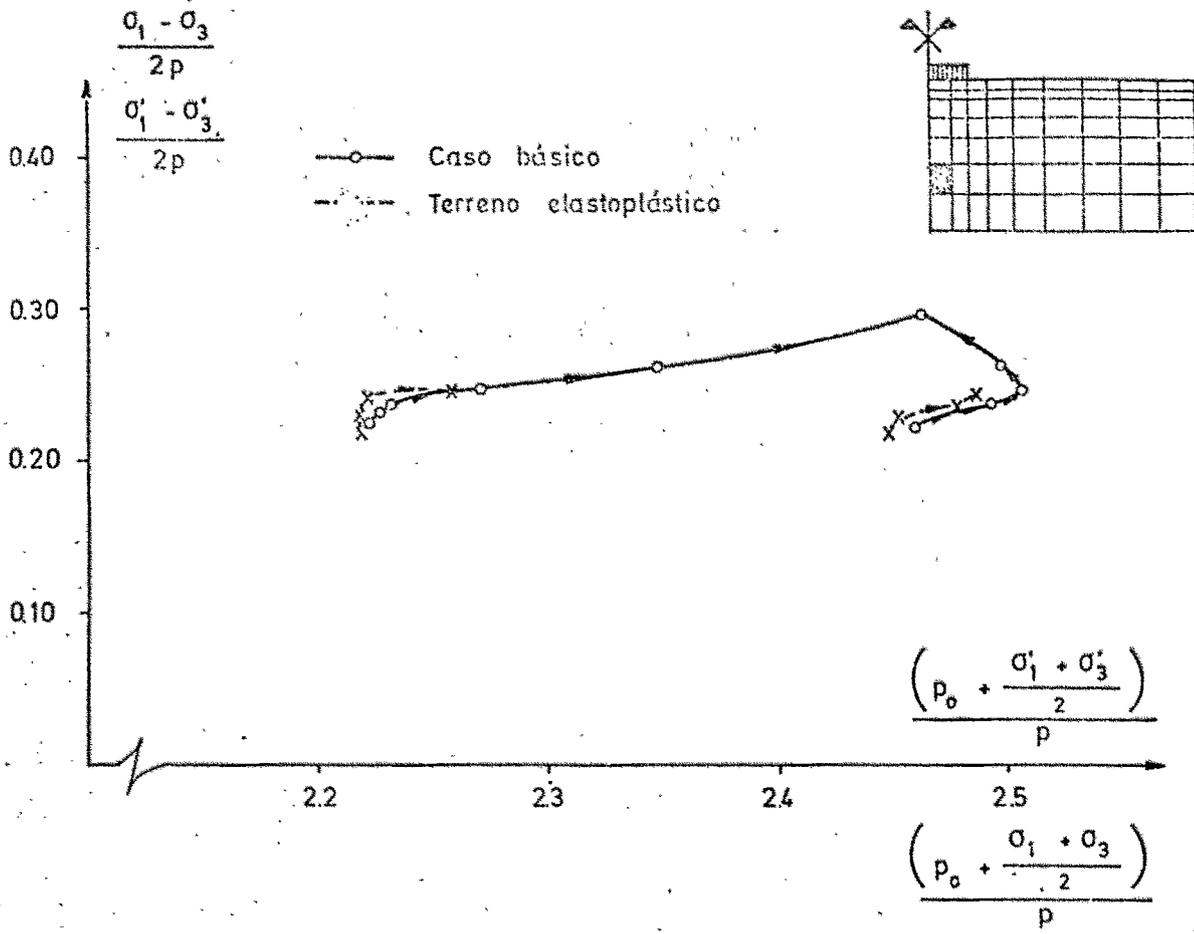


Fig 5.56.- Trayectorias de tensiones.

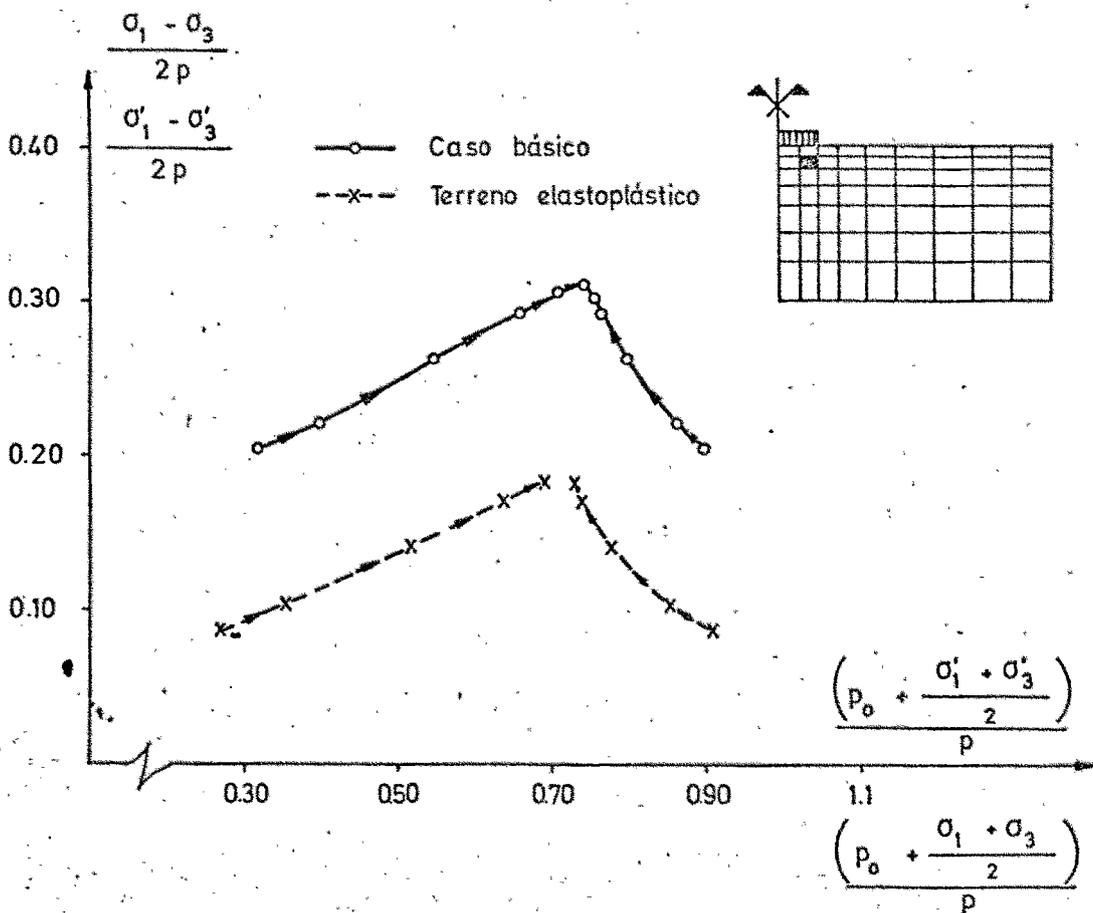


Fig 5.57.- Trayectorias de tensiones.

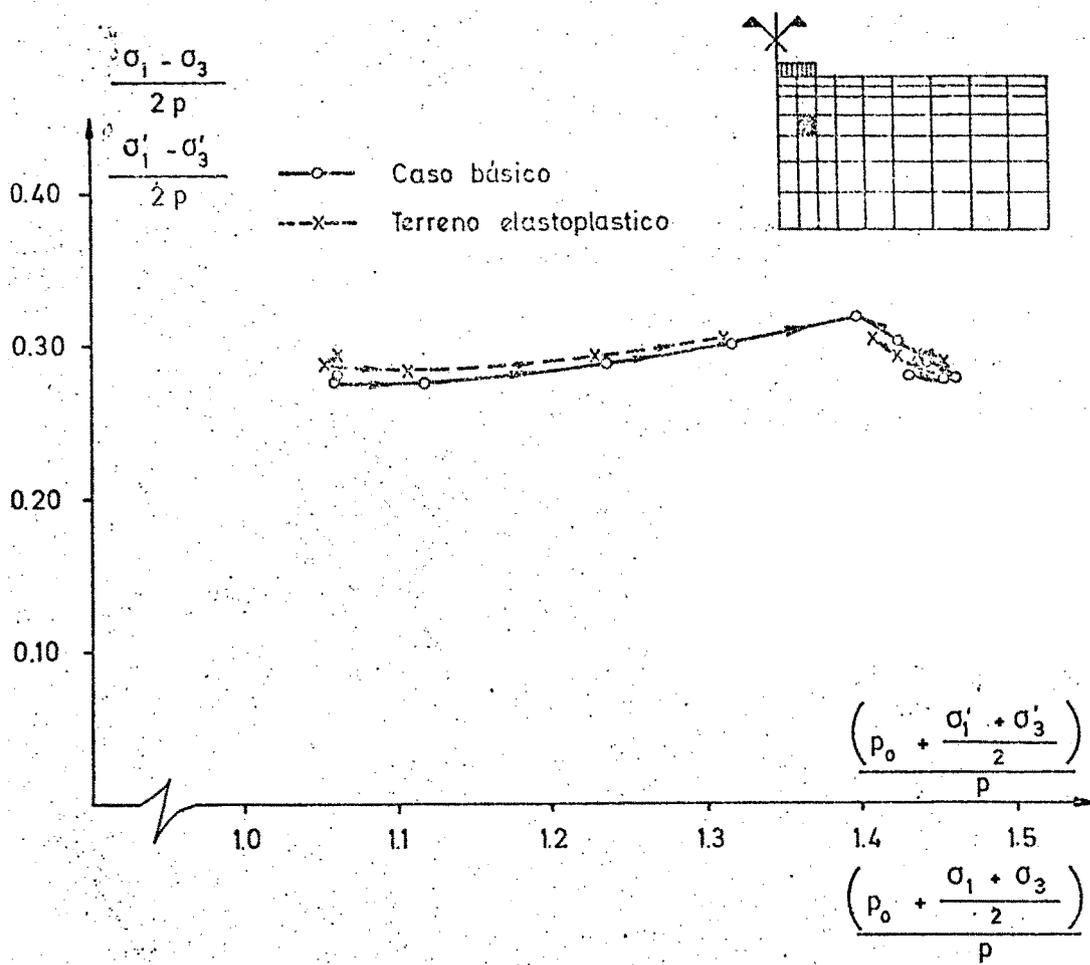


Fig 5.58.- Trayectorias de tensiones.

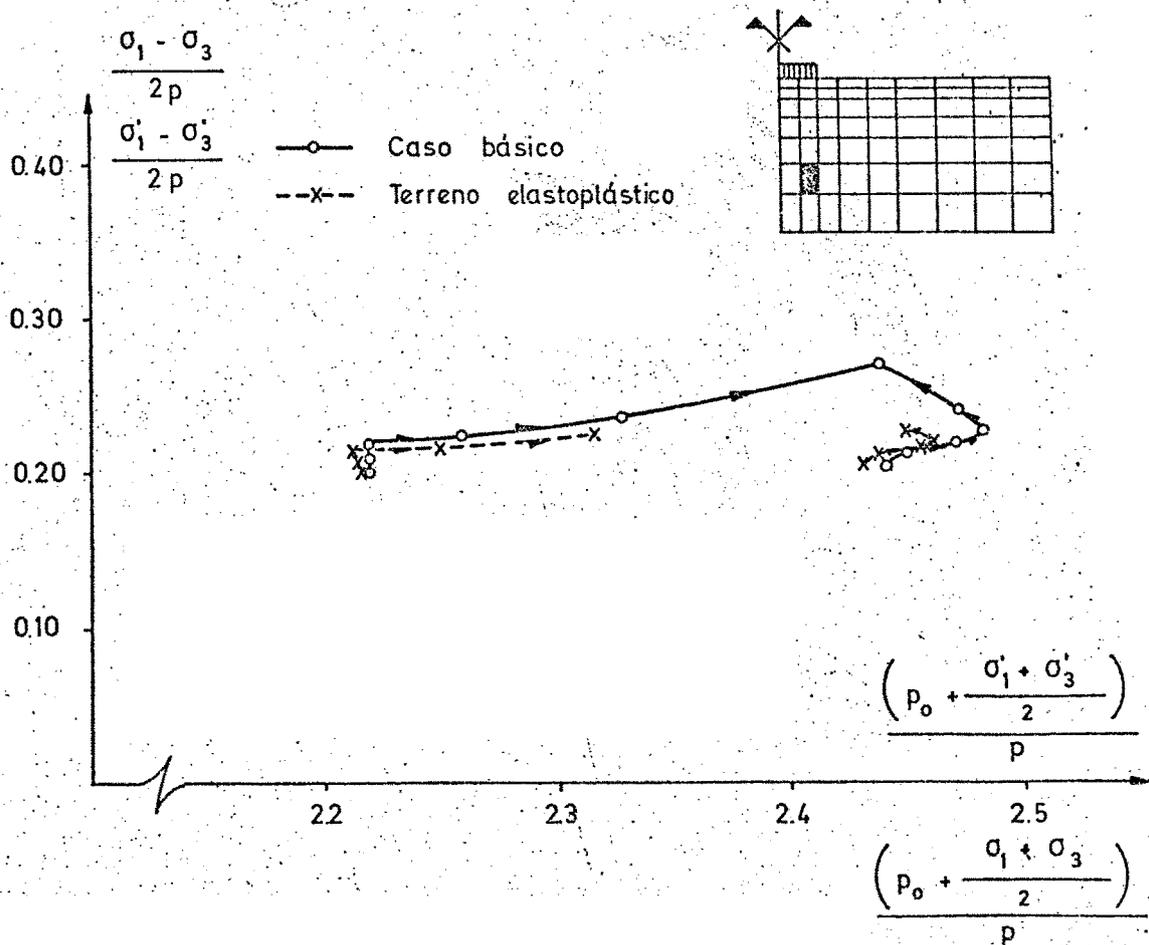


Fig 5.59.- Trayectorias de tensiones.

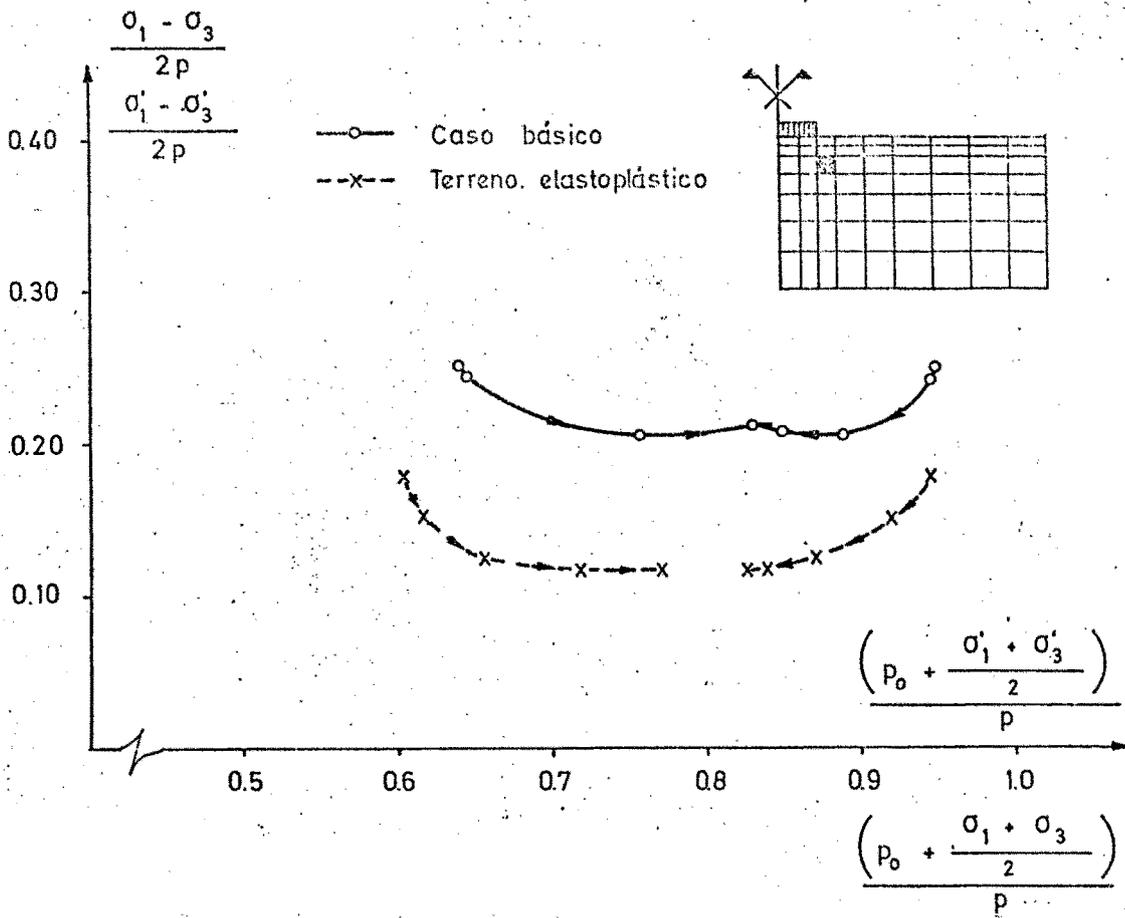


Fig 5.60.- Trayectorias de tensiones.

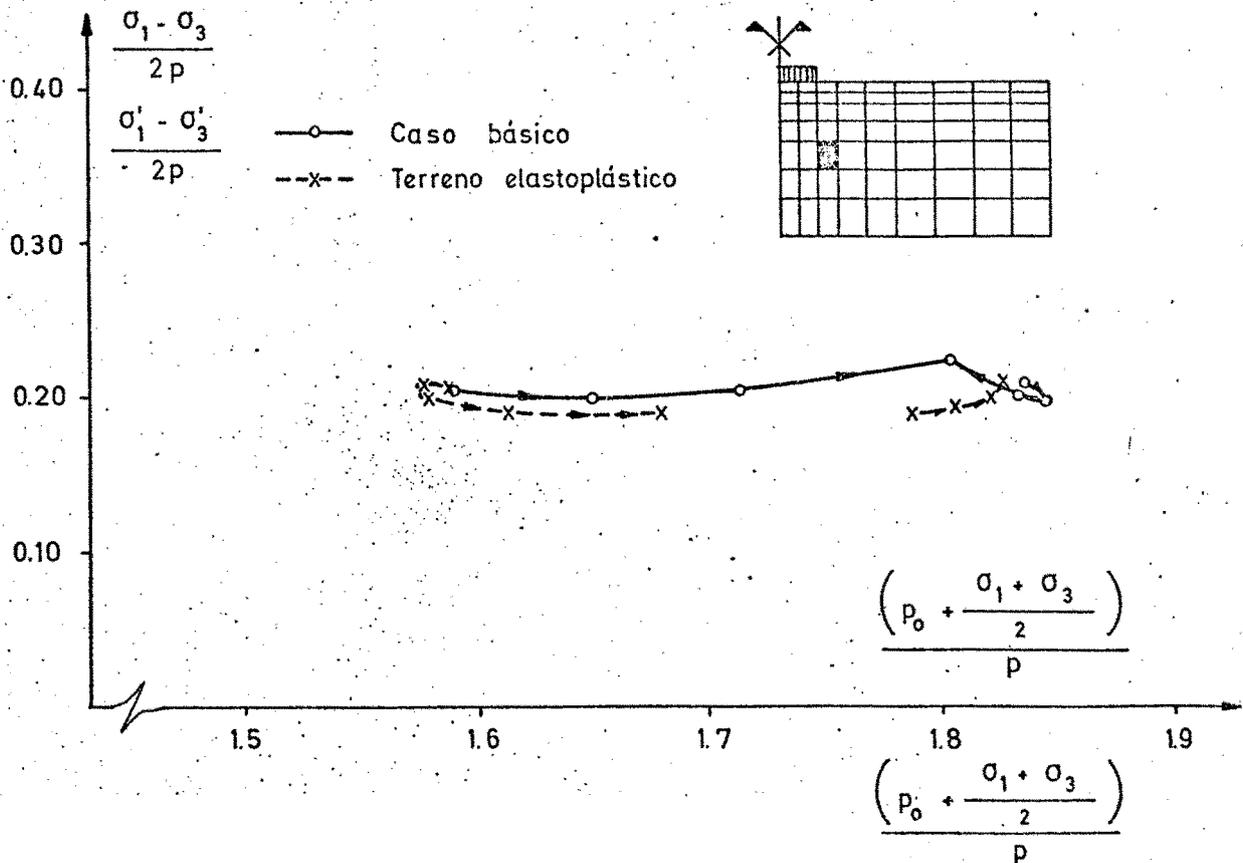


Fig 5.61.- Trayectorias de tensiones.

## 6.- ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS.

En el apartado anterior se han presentado los resultados de todos los casos estudiados. Se procede aquí a hacer algunas comparaciones entre los mismos, concretamente analizando las diferencias que los diversos factores (anisotropía, carga gradual, plasticidad) producen en los resultados frente al caso básico.

### 6.1.- Influencia de la anisotropía.

Como puede verse en las figuras 5.62 a 5.66, a igual valor de la permeabilidad vertical, al aumentar la razón de anisotropía ( $K_x/K_z$ ) aumenta la velocidad de consolidación. En la figura 5.67 se ha representado la variación del tiempo necesario para alcanzar el 50 % de la consolidación (referida a asientos medios de la faja de carga) en función de dicha razón de anisotropía.

### 6.2.- Influencia del tiempo de aplicación de la carga.

En las figuras 5.68 y 5.69 se puede ver que el hecho de que la carga no es instantánea produce una drástica disminución de las sobrepresiones intersticiales inducidas. Puede observarse que el valor máximo de dichas sobrepresiones coincide aproximadamente con el momento en que la carga alcanza el valor final.

En cuanto a los asientos medios de la faja de carga, en las figuras 5.70 y 5.71 se analiza la influencia de la velocidad de aplicación de dicha carga. En la figura 5.70 se representa el valor del asiento medio producido al final de la aplicación de la carga, en función del valor de la misma, para cada una de las velocidades consideradas. En la figura 5.71 se representa la relación entre el asiento al final de la aplicación de la carga y el asiento una vez producida la disipación total de sobrepresiones intersticiales, en función del tiempo de aplicación de la carga ( $t_f$ ).

En la figura 5.72 se ha representado la variación del máximo valor de la sobrepresión intersticial en función de  $t_f$ .

### 6.3.- Influencia de la plastificación del terreno.

De acuerdo con los resultados presentados en el apartado anterior, correspondientes al caso de terreno elastoplástico, se deduce que la plastificación del terreno tiene especial importancia a la hora de dibujar las trayectorias de tensiones en los elementos plastificados.

Por lo que respecta a la disipación de sobrepresiones intersticiales, no existen grandes diferencias, como puede verse en la figura 5.53.

En la figura 5.73 se presenta la evolución de la zona plastificada durante el proceso de consolidación. Al irse disipando paulatinamente las sobrepresiones intersticiales, se van descargando progresivamente los elementos plastificados, comenzando por los situados bajo la carga debido a que la base de ésta se ha supuesto permeable.

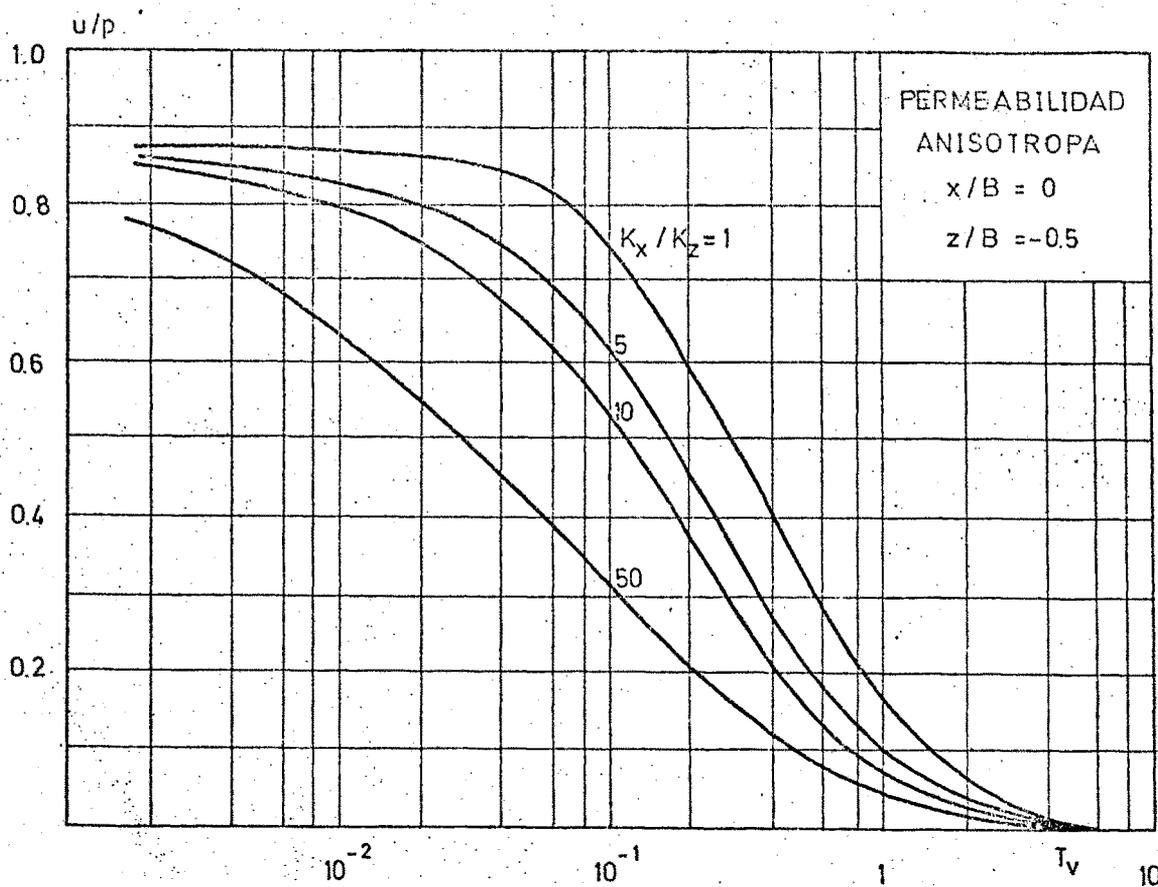


Fig 5.62.- Influencia de la anisotropía en permeabilidad en la disipación de sobrepresiones.

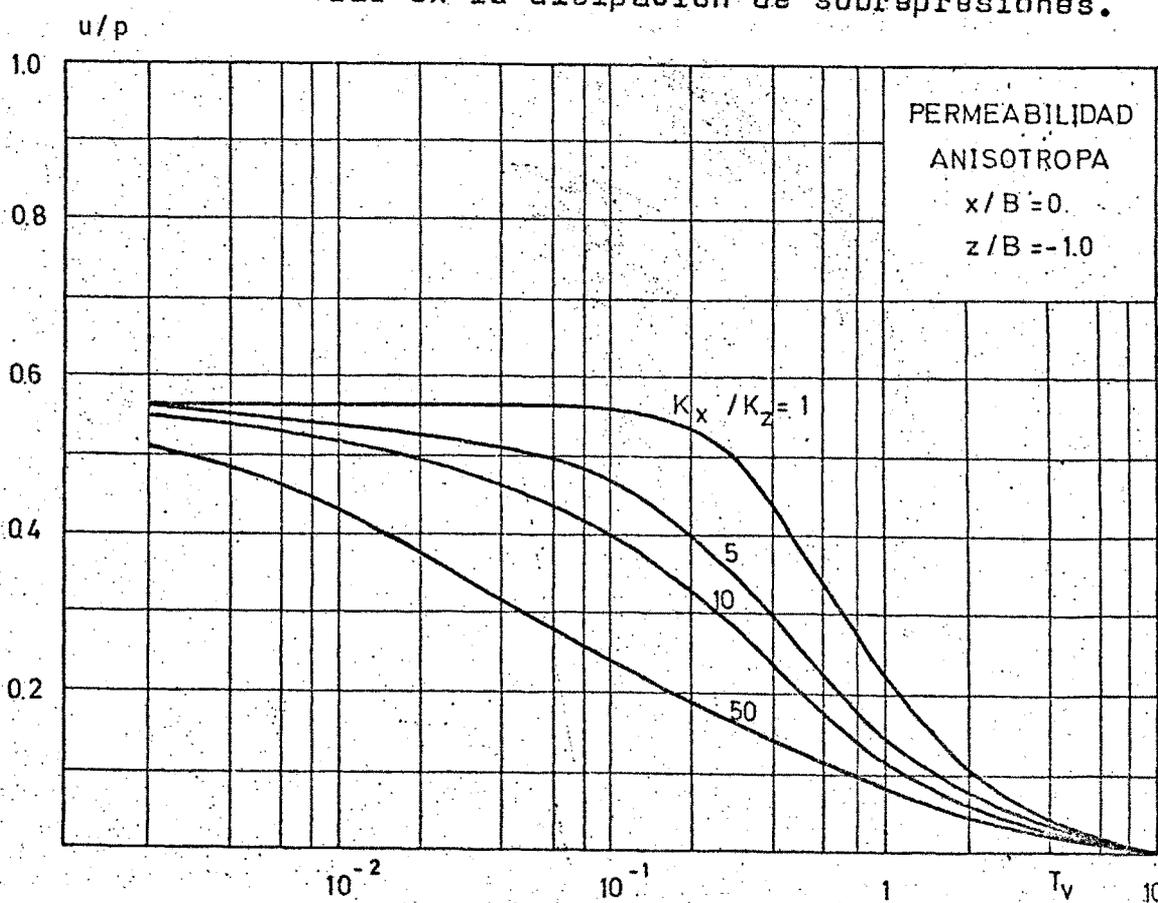


Fig 5.63.- Influencia de la anisotropía en permeabilidad en la disipación de sobrepresiones.

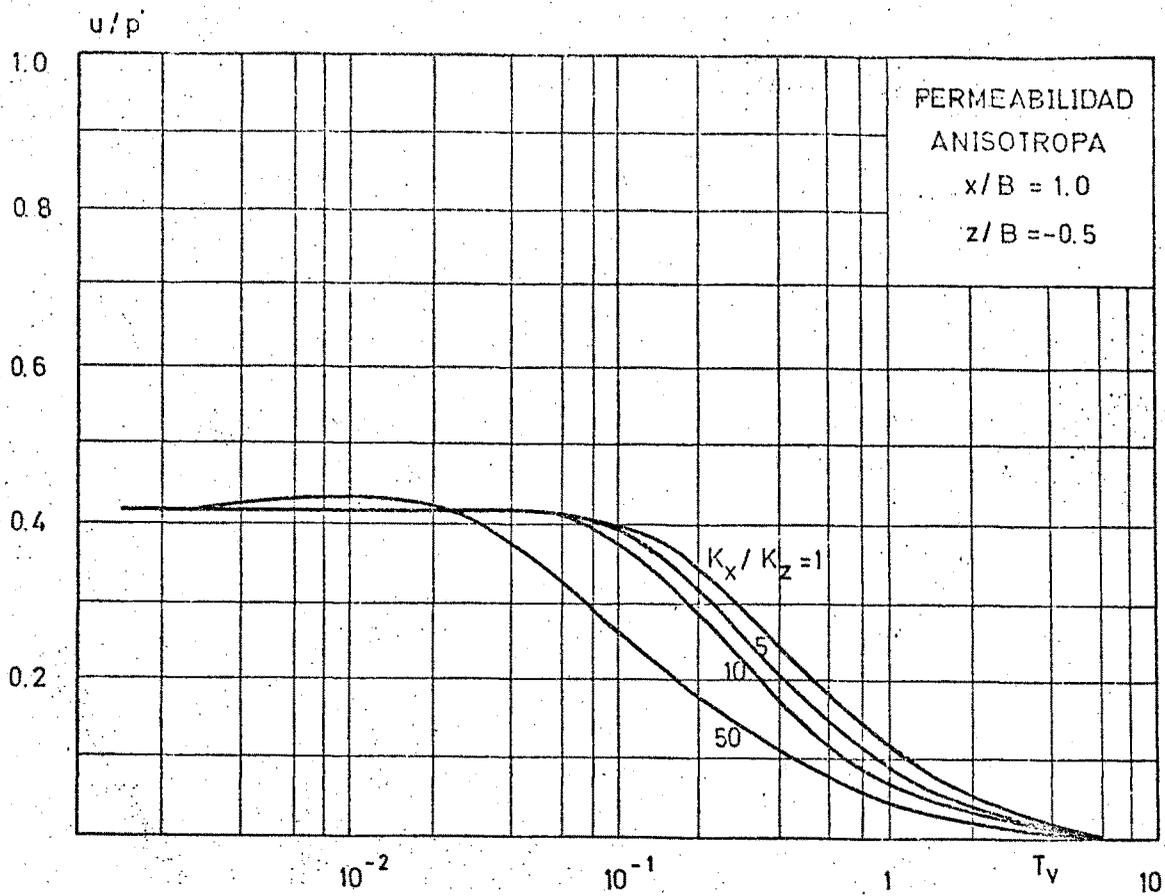


Fig 5.64.- Influencia de la anisotropía en permeabilidad en la disipación de sobrepresiones.

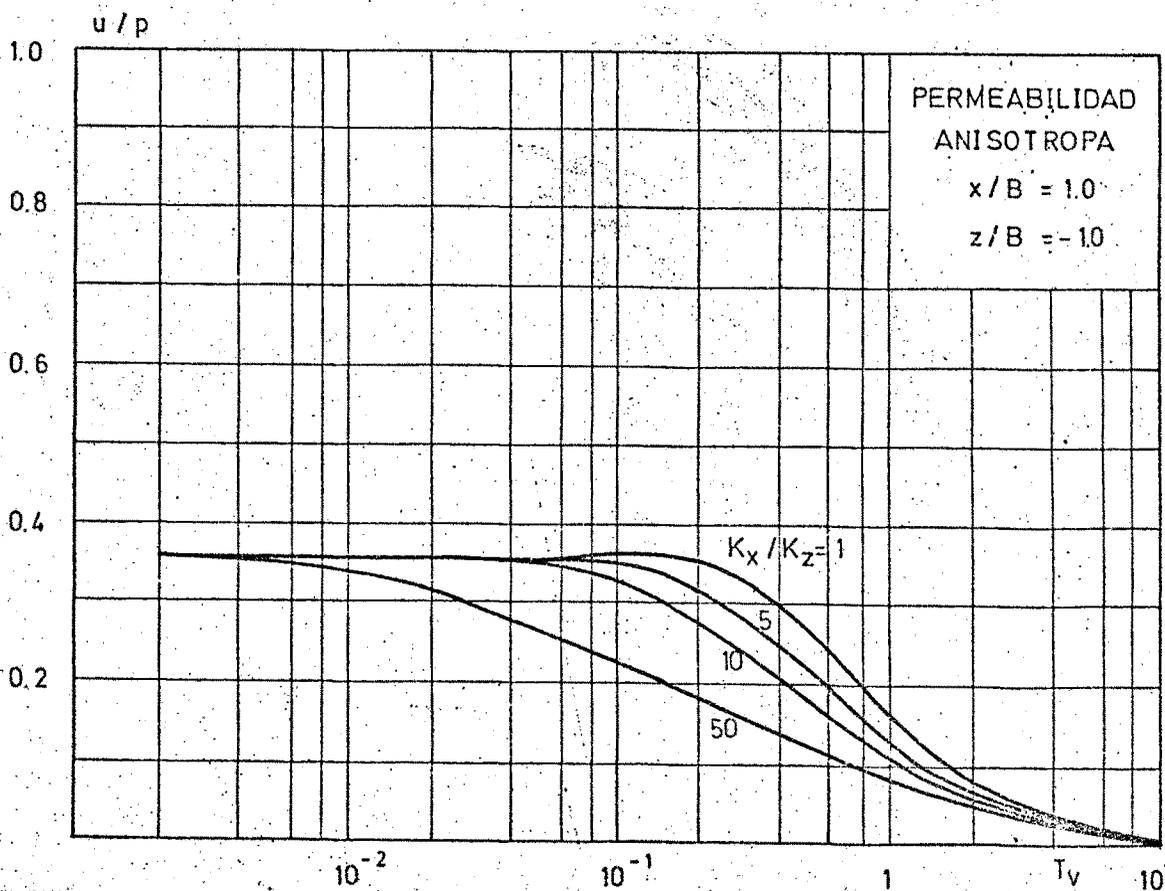


Fig 5.65.- Influencia de la anisotropía en permeabilidad en la disipación de sobrepresiones.

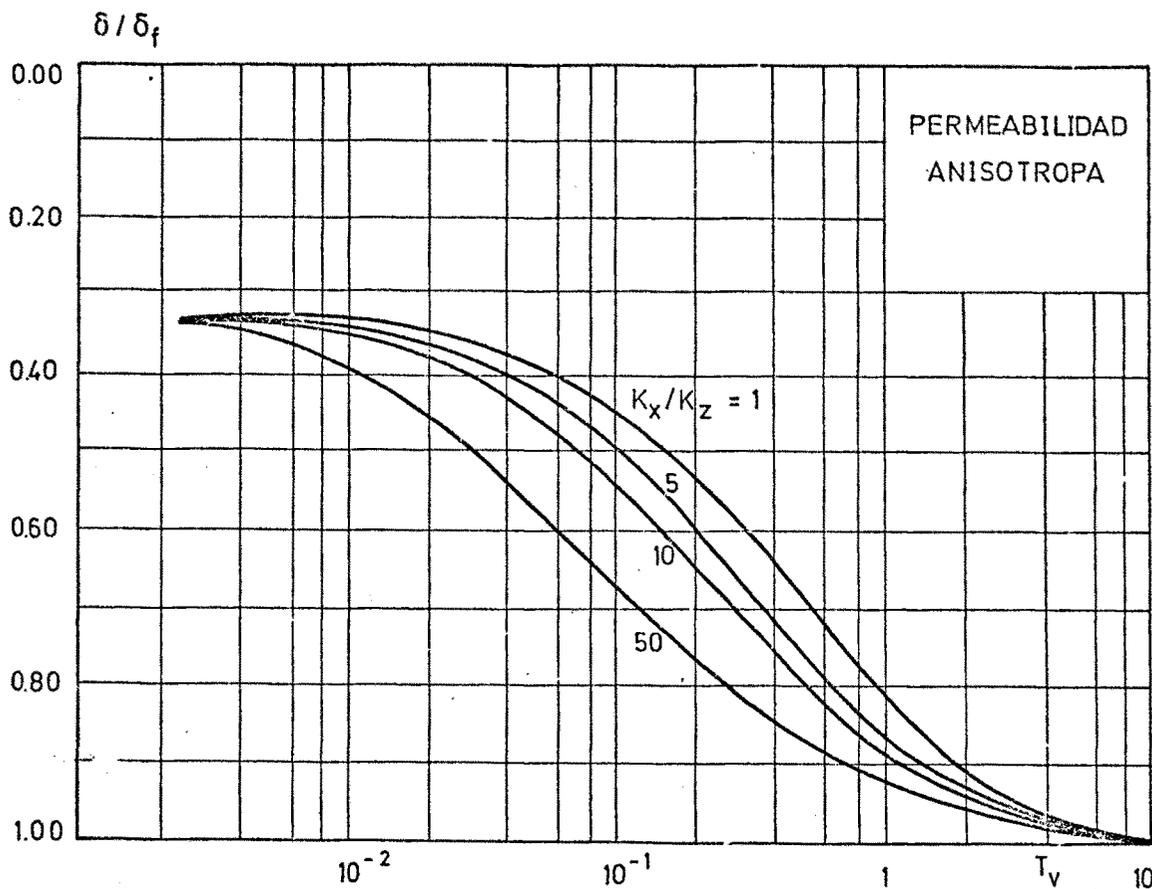


Fig 5.66.- Influencia de la anisotropía en permeabilidad en la evolución de los asentos.

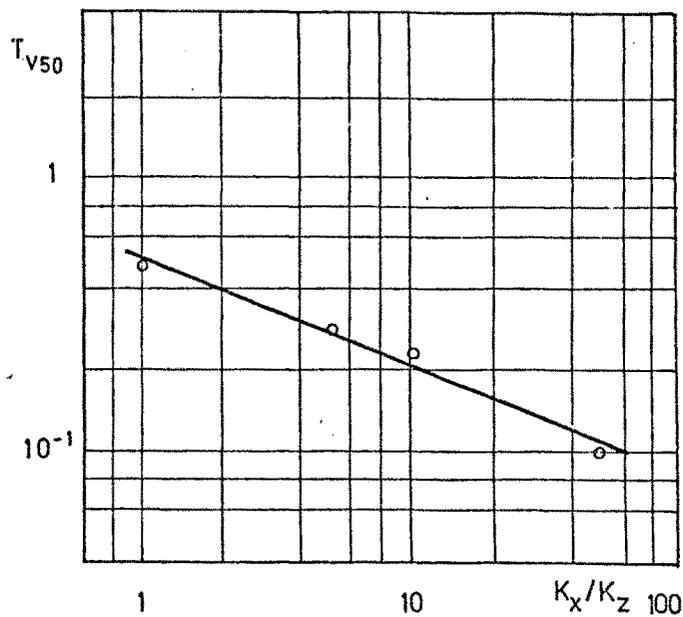


Fig 5.67.- Relación entre la razón de anisotropía y el valor de  $T_v$ .

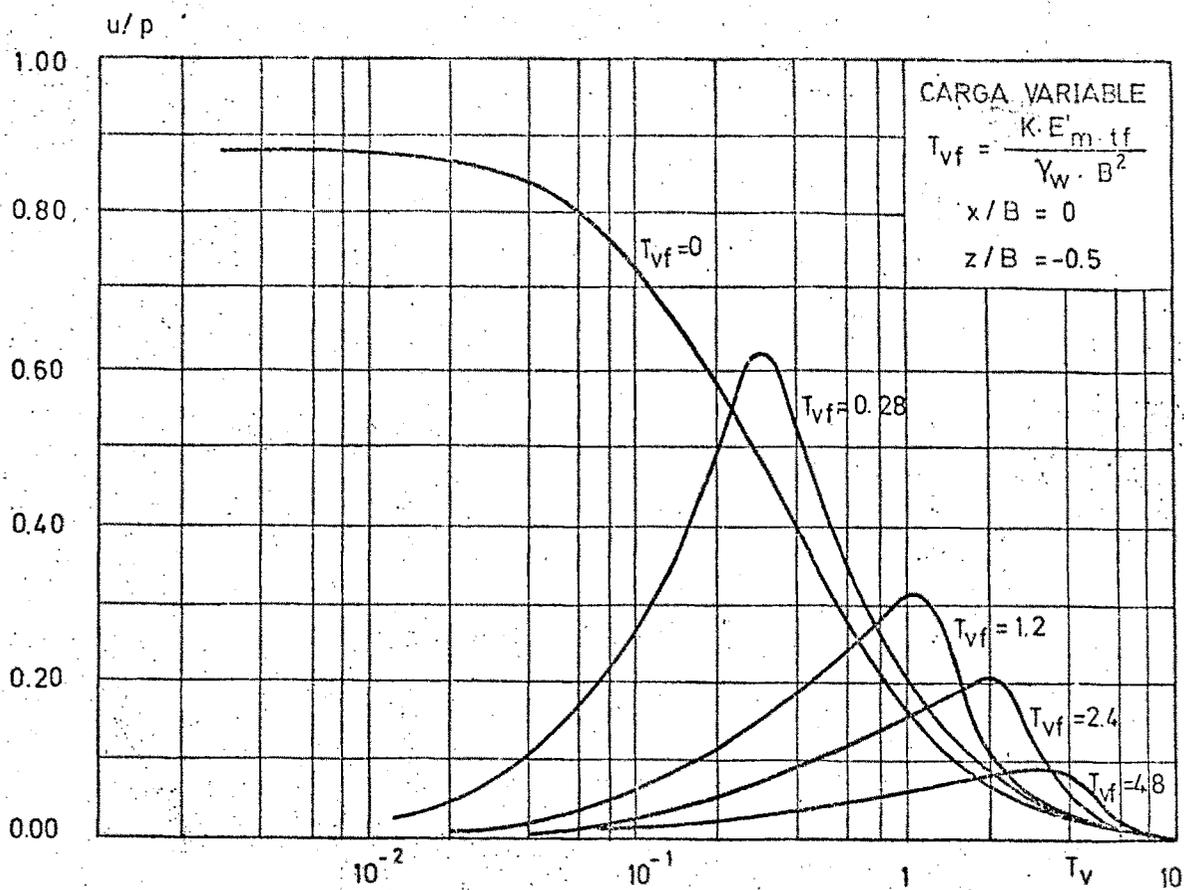


Fig 5.68.- Sobrepresiones intersticiales para diversas velocidades de aplicación de la carga.

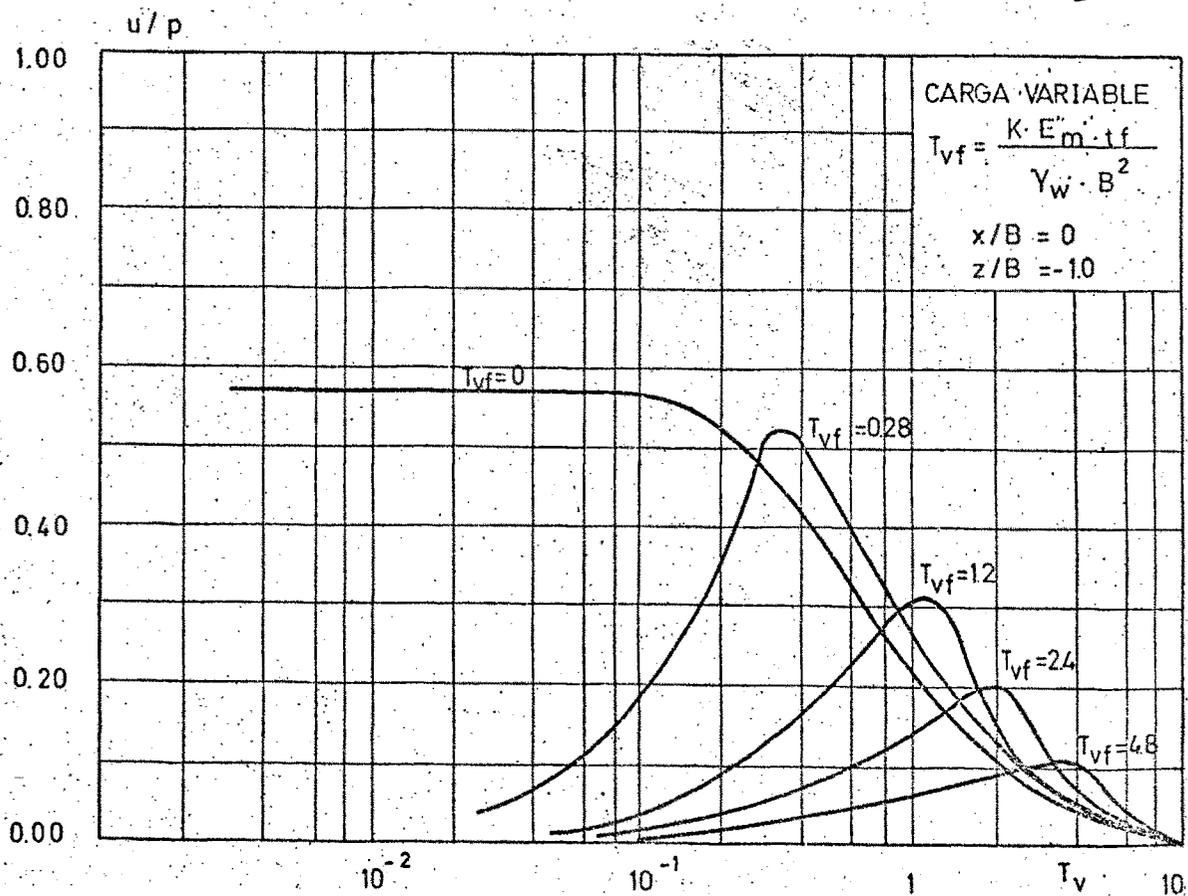


Fig 5.69.- Sobrepresiones intersticiales para diversas velocidades de aplicación de la carga.

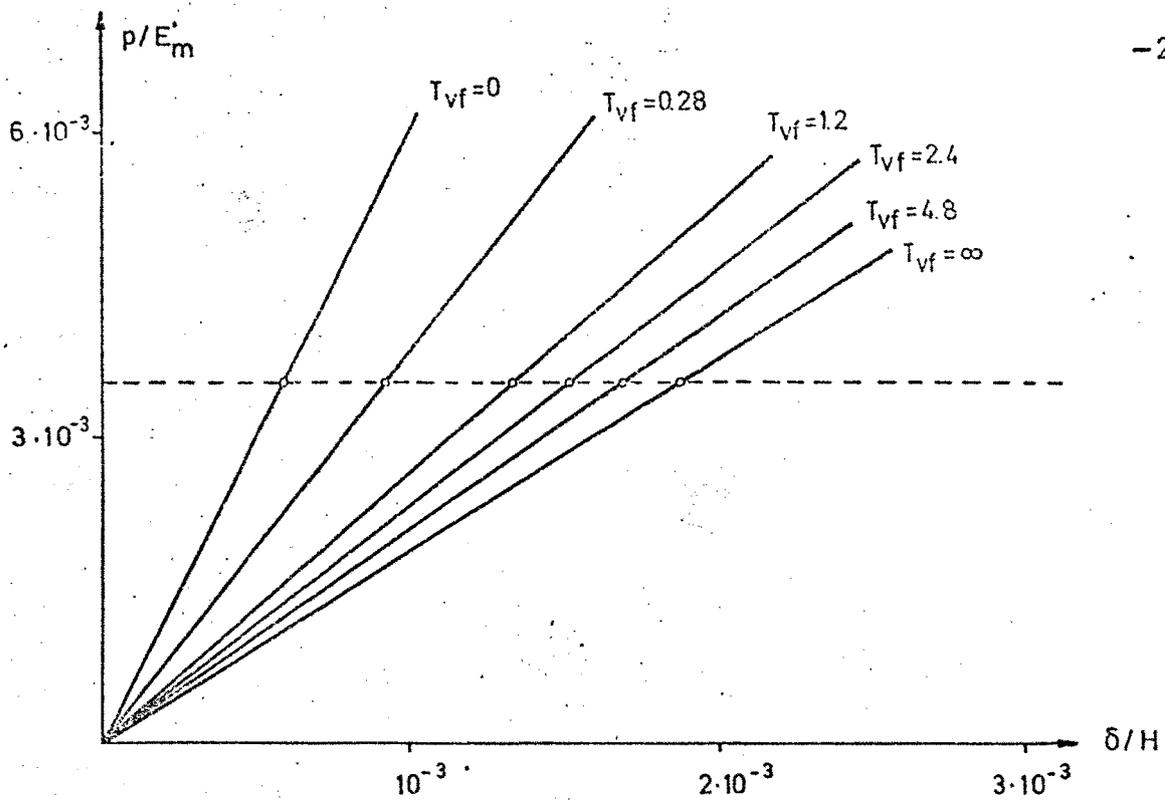


Fig 5.70.- Leyes carga-asiento para distintas velocidades de aplicación de la carga.

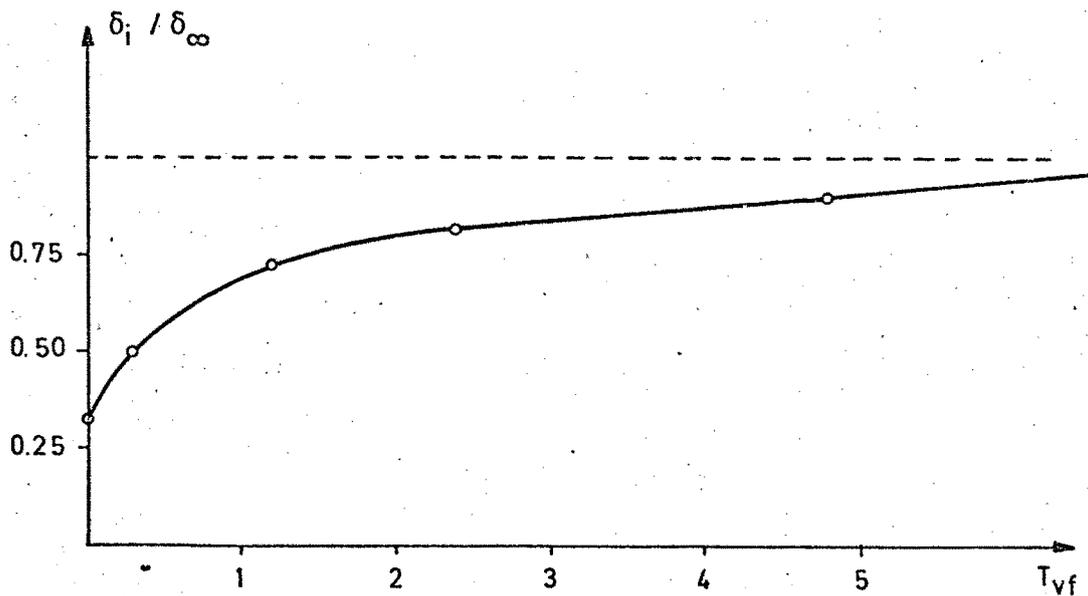


Fig 5.71.- Asiento al aplicar la carga/Asiento final, en función de la velocidad de aplicación.

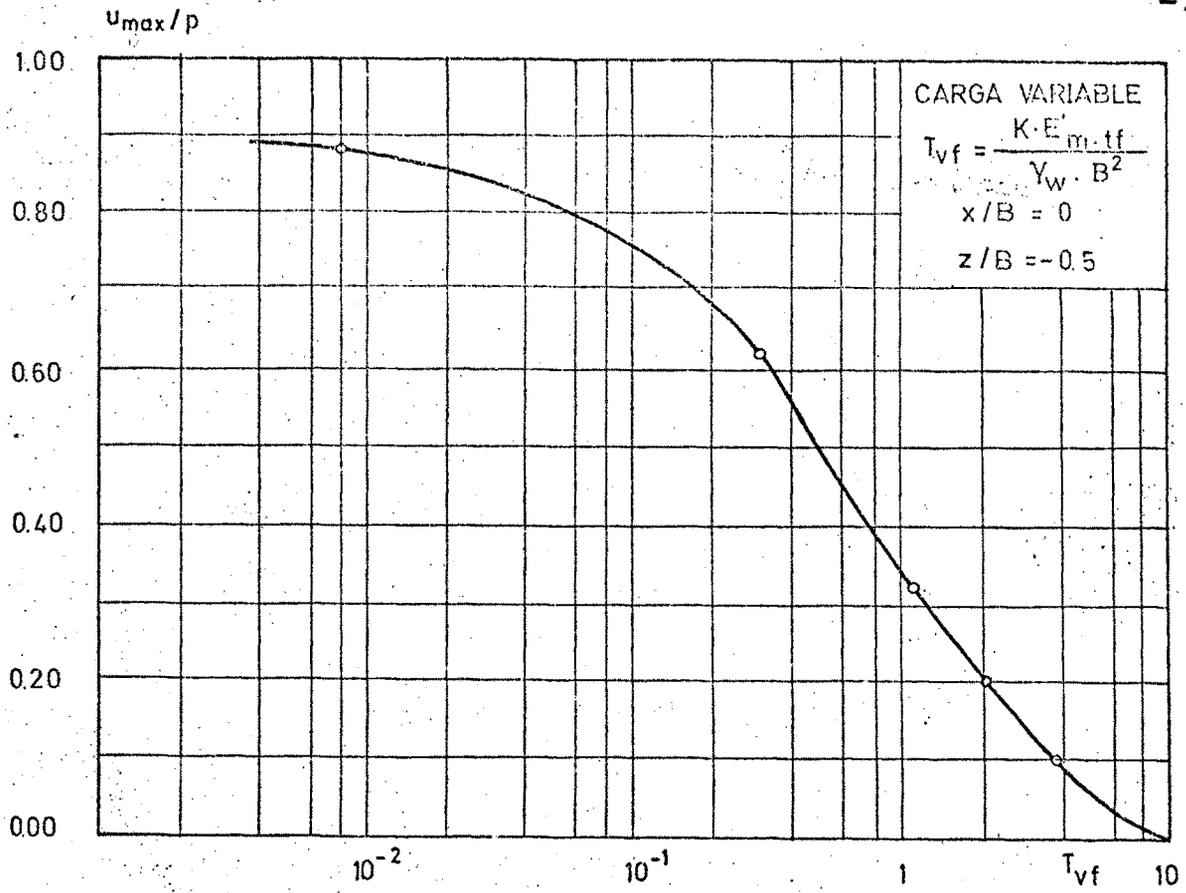


Fig 5.72.- Sobrepresión intersticial máxima en función de la velocidad de aplicación de la carga.

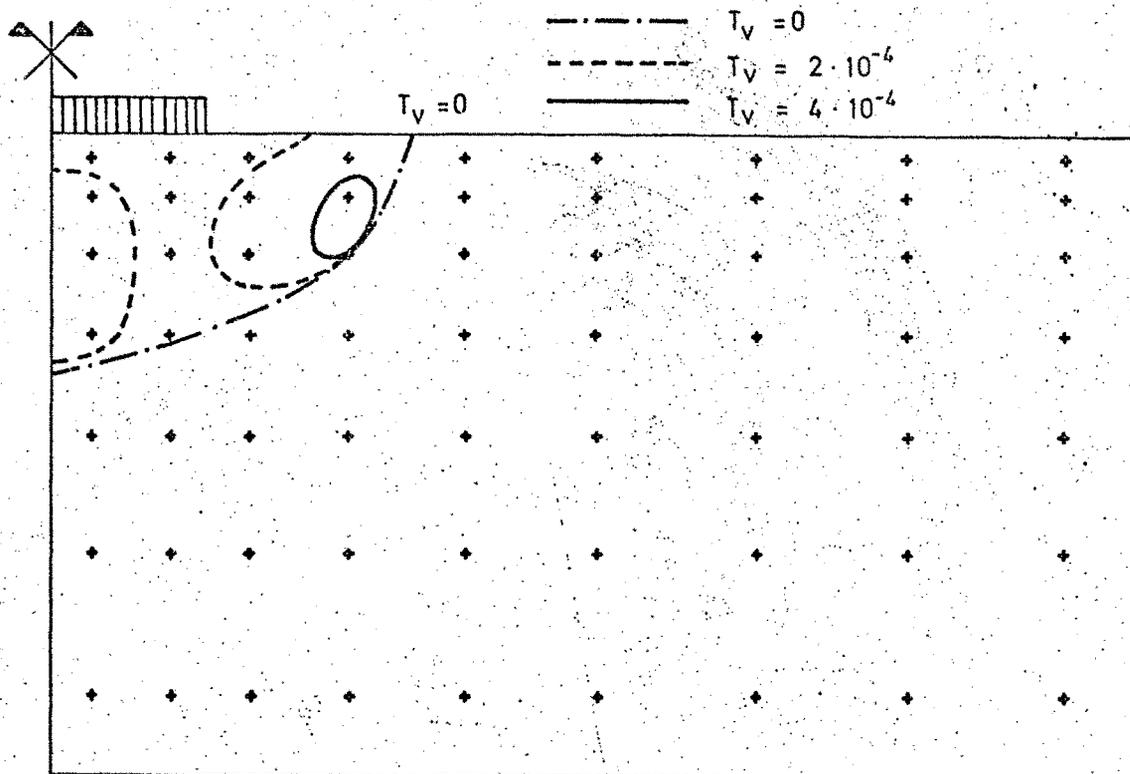


Fig 5.73.- Evolución de la zona platificada durante el proceso de consolidación.

CAPITULO VI

ANALISIS DE UN CASO REAL

## 1.- INTRODUCCION

Con objeto de estudiar la aplicabilidad del método desarrollado en la presente tesis al estudio de problemas reales, se ha analizado el caso concreto de una prueba de carga llevada a cabo por Europea de Inyecciones S.A. (EURINSA) en las obras del post-trasvase Tajo-Segura. Se dispone para dicho análisis tanto de las medidas efectuadas como de algunos estudios teóricos realizados (OTEO y SAGASETA, 1975). Los ensayos de laboratorio que se citan se realizaron en el Laboratorio del Transporte y Mecánica del Suelo "José Luis Escario".

Recientemente se ha realizado un análisis teórico del problema incluyendo la consolidación bidimensional. Los resultados de este análisis así como la comparación de los mismos con las medidas efectuadas se han presentado en la 7ª Conferencia Europea de Mecánica del Suelo y Cimentaciones, celebrado en Brighton (Gran Bretaña), en Septiembre de 1979. (OTEO, SAGASETA, BALLESTER y SAINZ, 1979).

Aunque el empleo del modelo desarrollado en esta tesis constituye tan sólo una parte de dicho análisis, se presenta todo él para mayor coherencia en la exposición.

## 2.- DESCRIPCION DEL PROBLEMA.

Con objeto de estudiar la solución más adecuada para cimentar un tramo de un acueducto con más de 30 pilas, en las obras del post-trasvase Tajo-Segura, se estudiaron diversas soluciones, que habían de tener como denominador común la condición de inducir asientos inferiores a 5 cm. por condiciones de funcionamiento de la estructura a cimentar. El terreno está formado por una serie de capas arcillosas blandas, con capas de arena intercaladas, hasta una profundidad del orden de 25-30 metros.

Por razones constructivas y económicas, se decidió estudiar una solución a base de cimentación superficial, con sustitución parcial del terreno arcilloso superior, mediante la excavación y posterior relleno con gravas y escollera de una capa de 2 m de espesor sobre el que se apoyarían las zapatas.

Para comprobar la viabilidad de esta solución (des de el punto de vista de limitación de asientos) se realizó una prueba de carga, a escala natural, construyendo una pila y una zapata de apoyo con las dimensiones previstas para la solución real, procediendo a continuación a colocar sobre ella una sobrecarga equivalente a la máxima sollicitación vertical de proyecto.

Durante la realización de esta prueba de carga se midieron los asientos de la zapata con objeto de conocer el comportamiento del suelo subyacente. Se trataba de obtener los parámetros de consolidación de las arcillas y poder conocer la magnitud de los asientos y su evolución en el tiempo.

Aunque existían datos geotécnicos del terreno, se realizaron dos sondeos a ambos lados de la zapata ensayada tomando muestras de 75 mm de diámetro sobre las que se realizaron ensayos de laboratorio con el fin de obtener los parámetros necesarios para el cálculo.

En los apartados siguientes, se describen las características del terreno, los trabajos realizados para la prueba de carga y, sobre todo, la interpretación de las medidas realizadas y su comparación con los resultados obtenidos.

### 3.- PROPIEDADES DEL SUELO.

El terreno está constituido por sedimentos aluviales cuaternarios recubiertos por una capa de tierra vegetal de unos 2 a 3 m. de espesor bajo la cual aparece una alternancia de capas de arcilla de consistencia blanda a media, con intercalaciones de arena fina de poca potencia. En la figura 6.1 se resumen las propiedades del terreno deducidas de los sondeos de reconocimiento.

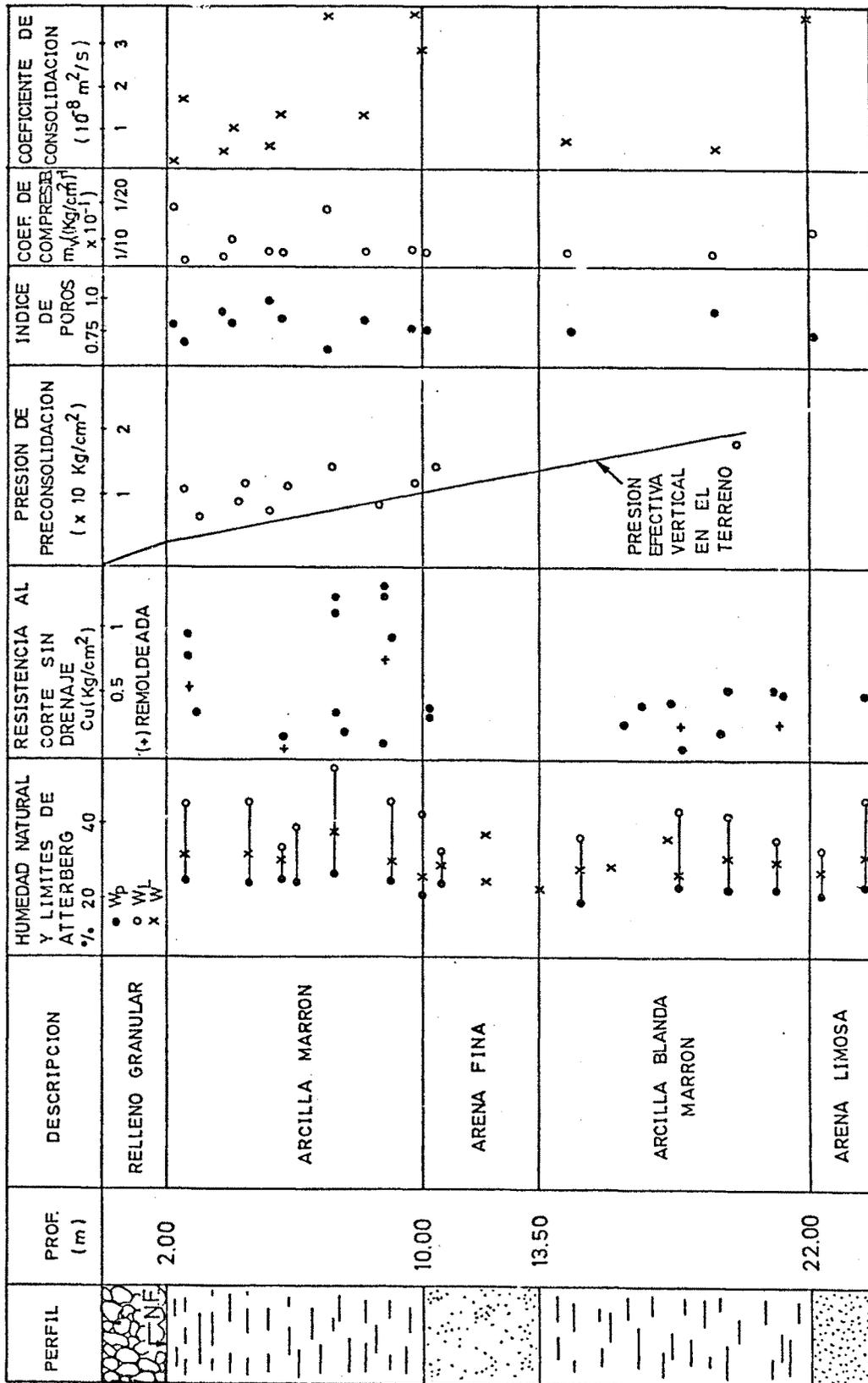


Fig 6.1.- Propiedades del suelo obtenidas en ensayos de laboratorio.

Bajo el relleno granular de 2m de espesor aparece una capa de arcilla marrón de consistencia media, hasta una profundidad de 10 metros, seguida por una capa de arena de 3,5 m de espesor. Bajo esta capa de arena aparece nuevamente la arcilla marrón, algo más blanda que la superior, hasta una profundidad de 22 m, seguida de una capa de arena de 2m de espesor. El nivel freático se encuentra a una profundidad de 2m y la zapata está enterrada 1m en la capa granular.

Las arcillas superior e inferior son de análoga naturaleza, con plasticidad baja a media, límite plástico del orden de 21% y límite líquido comprendido entre 35% y 60% (la mayor parte de las muestras entre 40% y 50%). La granulometría es también muy similar en ambas capas, con un 92 a 98% de finos (menores que 0,074 mm) y un 40 a 55% de partículas con diámetro inferior a 0,002 mm. El contenido de carbonatos es notable en ambas (20 a 22% en CO<sub>2</sub>). La humedad natural varía entre 28 y 33%, con lo que el índice de fluidez es mayor que 0,3.

En los ensayos de compresión simple se observan algunas diferencias entre ambos tipos de arcilla. En la arcilla inferior, la resistencia al corte sin drenaje, C<sub>u</sub>, varía entre 0,25 y 0,5 Kg/cm<sup>2</sup> mientras que, en la superior, se registran mayores variaciones, entre 0,2 y 1,3 Kg/cm<sup>2</sup>. En la arcilla inferior se observa una tendencia a aumentar la resistencia con la profundidad, mientras que en la superior existe una mayor dispersión.

Todo ello junto con las presiones de preconsolidación deducidas de los ensayos de consolidación, muestra una ligera sobreconsolidación de la capa superior.

Se realizaron también ensayos de corte directo y triaxiales, resultando un valor medio de la cohesión efectiva de  $0,15 \text{ Kg/cm}^2$  y un ángulo de rozamiento interno de  $28^\circ$ . El coeficiente A de presión intersticial tiene un valor de  $0,42$ .

En cuanto a la deformabilidad sin drenaje, el módulo de elasticidad ( $E_u$ ) obtenido en los triaxiales CIU varía casi linealmente con la presión de consolidación, con un valor medio de  $80 \text{ Kg/cm}^2$ . Para las deformaciones a largo plazo, se realizaron ensayos edométricos, cuyos resultados muestran una considerable dispersión. En la figura 6.1 se pueden ver los valores del coeficiente de compresibilidad ( $m_v$ ) y del coeficiente de consolidación ( $C_v$ ). Este último varía entre  $10^{-7}$  y  $4,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{seg}$ , lo cual indica que son de esperar grandes variaciones en la predicción del desarrollo de las deformaciones en el tiempo. El valor medio seleccionado para el análisis ha sido de  $2,1 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{seg}$ . La arcilla superior, como se ha comentado ya, está algo sobreconsolidada. El valor del coeficiente de compresibilidad ( $m_v$ ) se ha seleccionado teniendo en cuenta el incremento de tensiones efectivas producido por la carga de la zapata. Estos valores aparecen en la figura 6.1, siendo su valor medio de  $1/70 (\text{Kg/cm}^2)^{-1}$ . En resumen, los parámetros adoptados -

para el estudio de la deformabilidad de la capa de arcilla superior, que es la más afectada por la carga de la zapata, han sido:

- módulo de deformación sin drenaje:  $E_u = 80 \text{ Kg/cm}^2$ .
- coeficiente de compresibilidad:  $m_v = 1/70 (\text{Kg/cm}^2)^{-1}$
- coeficiente de consolidación:  $C_v = 2,1 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{seg}$

#### 4.- ASIENTOS MEDIDOS EN EL ENSAYO DE CARGA.

En primer lugar se excavó una zanja de 3m de profundidad, rellenándola con material granular, compactándolo con rodillos vibrantes. Se construyó la zapata de hormigón, de 4 x 8 m en planta y 50 cm de canto y, dos semanas más tarde un pilar y una plataforma sobre la que se colocó la sobrecarga.

Inmediatamente después de construida la zapata, se colocaron puntos de referencia en cada una de las cuatro esquinas de la misma, midiéndose sus asientos a partir de este momento mediante aparatos topográficos. Se estima que el asiento producido antes de la instalación de estas referencias fue de 1 mm.

El proceso de carga seguido se refleja en la figura 6.2 junto con los asientos medidos en las cuatro esquinas y el asiento medio. Como puede verse, hay un primer aumento de la carga en la primera semana, debido a la construcción de la zapata. En la segunda semana, se

produce un segundo aumento de la carga, debido a la construcción del pilar. La carga adicional se colocó en dos etapas entre los días 54 y 68 contados desde el comienzo del ensayo. La medida de asientos se llevó a cabo durante 154 días. El lapso de tiempo entre la construcción del pilar y la aplicación de la sobrecarga vino impuesto por la necesidad de disponer de una resistencia suficiente para soportar dicha sobrecarga.

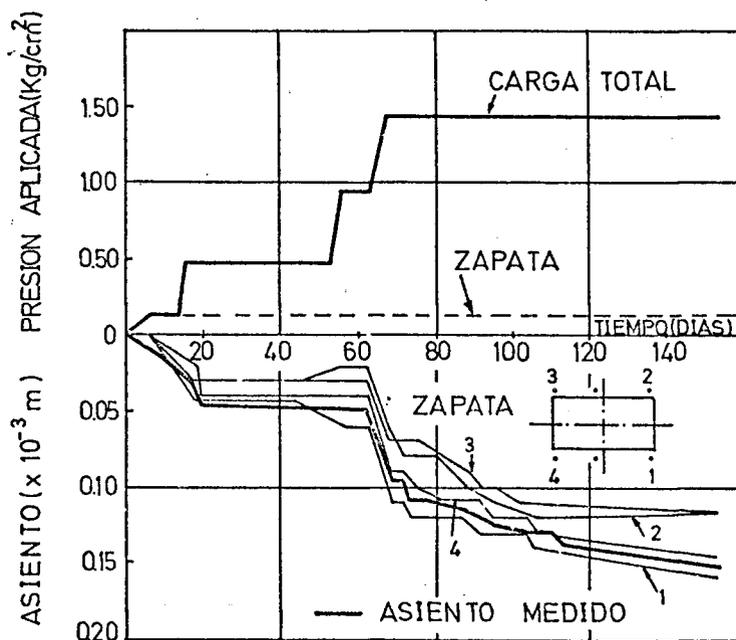


Fig 6.2.- Carga aplicada y asientos medidos.

Al final del período de observación, el asiento había alcanzado un valor de 16 mm, no habiendo finalizado sin embargo, en ese momento, el proceso de consolidación.

Para analizar los resultados del ensayo, se han hecho las siguientes hipótesis:

- la carga aplicada en la zapata, representada en la figura 6.2, tiene un valor máximo final de 1,45 Kg/cm<sup>2</sup>.
- la zapata se puede considerar rígida, con lo que los asientos serán uniformes, con un valor medio dibujado en la figura 6.2.

## 5.- ANALISIS DE ASIENTOS.

### 5.1.- Distribución de tensiones.-

Como primer paso es necesario conocer la contribución de cada capa al asiento de la superficie del terreno. Para ello se precisa conocer la distribución de tensiones en el interior de la masa de suelo.

Existen diversos métodos para el análisis de la distribución de tensiones efectivas verticales. Si se considera el terreno como un semiespacio homogéneo, con un comportamiento de material elástico lineal, se puede aplicar la solución de Steinbrenner. Este análisis no tiene en cuenta la presencia del relleno de grava ni la heterogeneidad debida al estrato intermedio de arena y a la diferente deformabilidad de cada una de las capas de arcilla. Por estas razones, se realizaron dos

análisis en tensiones efectivas mediante el método de elementos finitos, uno de tipo elástico con diferentes propiedades para cada uno de los cuatro materiales y otro elastoplástico (con el criterio de rotura de Mohr-Coulomb y las relaciones tensión-deformación establecidas por Drucker y Prager). El análisis por elementos finitos es más exacto que la solución de Steinbrenner, si bien es preciso establecer la condición de deformación plana, lo cual es razonable en el caso de zapatas con una relación longitud/anchura mayor que 2. En el programa de elementos finitos utilizado (SAGASETA, 1973) se emplearon elementos longitudinales flexibles para tener en cuenta la rigidez de la zapata.

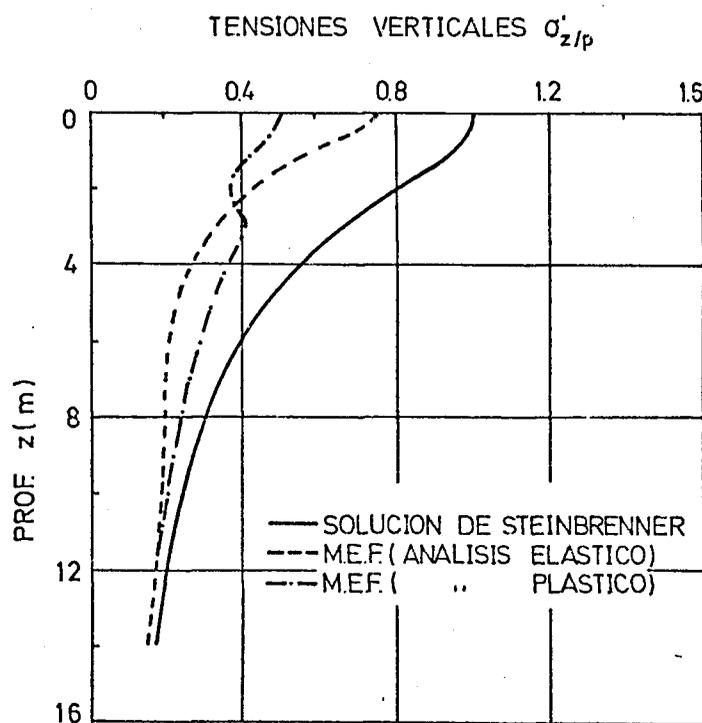


Fig 6.3.- Tensiones efectivas verticales bajo el centro de la zapata.

Los resultados de este análisis (OTEO y SAGASETA, 1975) se presentan en la figura 6.3, obteniéndose de su examen las siguientes conclusiones:

- a) la distribución de tensiones se ve afectada en gran medida por la heterogeneidad del terreno; las tensiones verticales en el techo de la capa superior de arcilla, calculadas por elementos finitos, son un 40% menores que las obtenidas con la solución de Steinbrenner.
- b) la deformación plástica del relleno granular influye grandemente en la distribución de tensiones dentro del mismo, pero su influencia es menor en las tensiones transmitidas a la arcilla.
- c) las tensiones inducidas en la capa inferior de arcilla son un pequeño porcentaje de la carga aplicada, pudiéndose considerar como una compresión vertical uniforme.
- d) Aunque no se han dibujado los asientos en la figura 6.3, el análisis por elementos finitos muestra que la compresión del estrato superior da lugar al 70% del asiento total de la zapata, siendo debido el 30% restante a las deformaciones del relleno granular, del estrato de arena y de la capa inferior de arcilla.

Basándose en estas consideraciones, se decidió llevar a cabo algunos análisis de consolidación, centrándose la atención en el estrato de arcilla superior, suponiendo que los asentos totales en un tiempo cualquiera se pueden obtener dividiendo por 0,7 los correspondientes a dicha capa. En estos análisis se ha considerado que la distribución de tensiones en la arcilla superior es la correspondiente al caso elastoplástico.

#### 5.2.- Consolidación unidimensional.

Como primera aproximación se ha realizado un análisis de consolidación mediante la teoría de TERZAGHI-FROHLICH tomando como parámetros de la arcilla los deducidos en los ensayos de laboratorio. Con el fin de poder utilizar las soluciones existentes, se ha supuesto que la variación de la carga con el tiempo es lineal - hasta alcanzar el valor final. Para introducir la corrección de Skempton-Bjerrum se ha adoptado un valor del coeficiente A de presión intersticial igual a 0,42 deducido de los ensayos triaxiales CIU, resultando un factor de corrección del asiento igual a 0,58. Los resultados obtenidos son:

- Asiento final debido a la compresión de la capa superior de arcilla = 27,5 mm.
- Asiento total final =  $27,5/0,7 = 39$  mm.

- tiempo necesario para el 90% del asiento final  
igual a 785 días.

- asiento total al final del período de medida  
= 20,4 mm.

En la figura 6.4 se ha dibujado la variación del asiento total con el tiempo, comparándose con los valores medidos. Como se puede ver, los asientos estimados son un 25% mayores que los medidos. Las discrepancias en cuanto a su evolución en el tiempo son más importantes; mientras que la teoría de TERZAGHI-FROHLICH predice una velocidad de consolidación pequeña, los asientos medidos muestran un desarrollo más rápido; la curva - asientos-tiempo al final del período de medida es más horizontal en el caso de los asientos medidos que en el de los estimados.

Estas discrepancias pueden tener su origen principalmente en:

- a) la hipótesis de consolidación unidimensional.
- b) la simplificación de la curva carga-tiempo, reduciéndola a una carga lineal.
- c) los parámetros deducidos en los ensayos convencionales de laboratorio no sean adecuados a las condiciones reales del terreno.

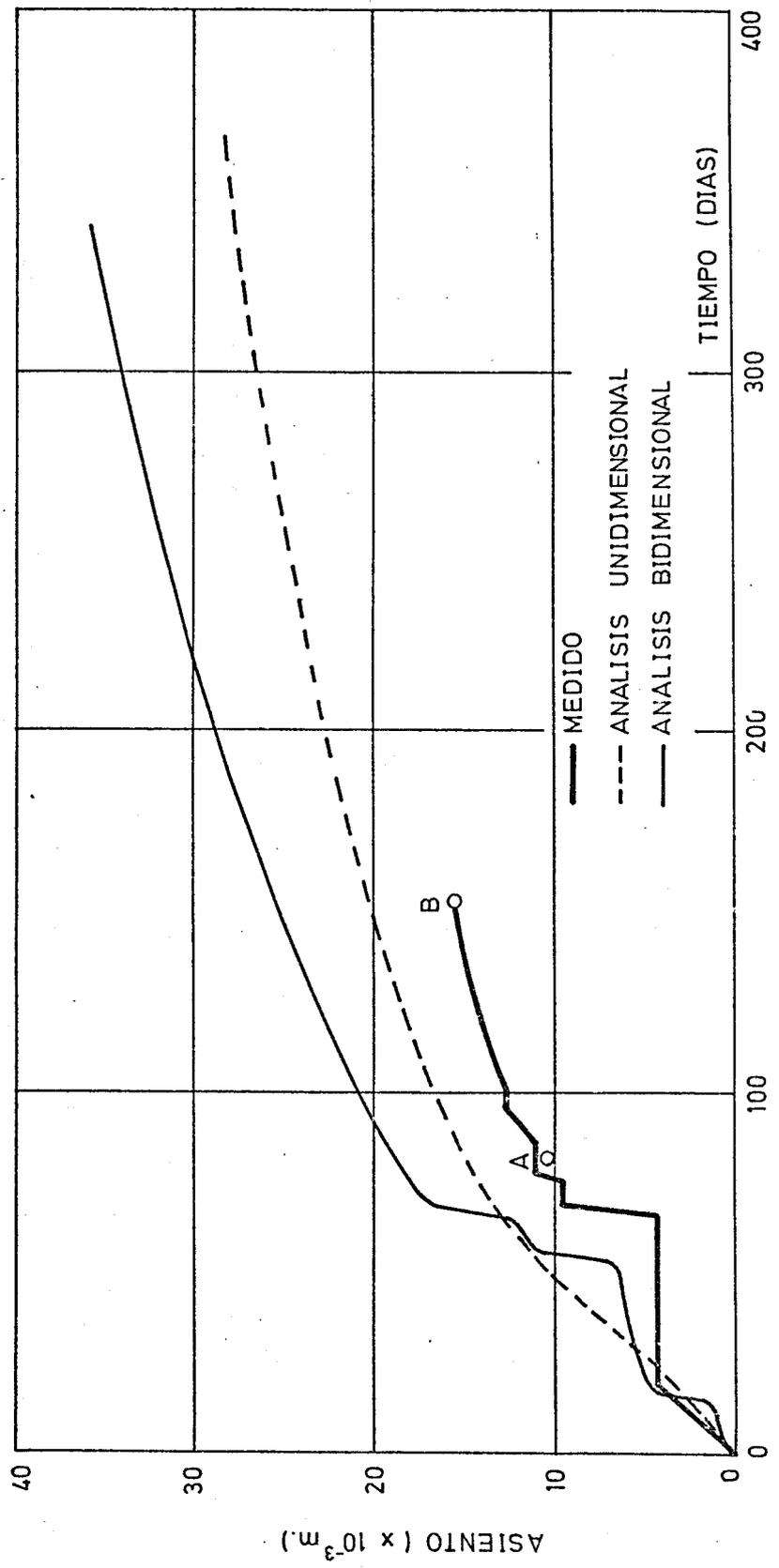


Fig 6.4.- Curvas asientos-tiempo estimadas y medida.

### 5.3.- Análisis bidimensional de consolidación.-

Con objeto de investigar la influencia de los dos primeros factores citados, se ha llevado a cabo un análisis por elementos finitos del proceso de consolidación bidimensional, según el método desarrollado en esta tesis.

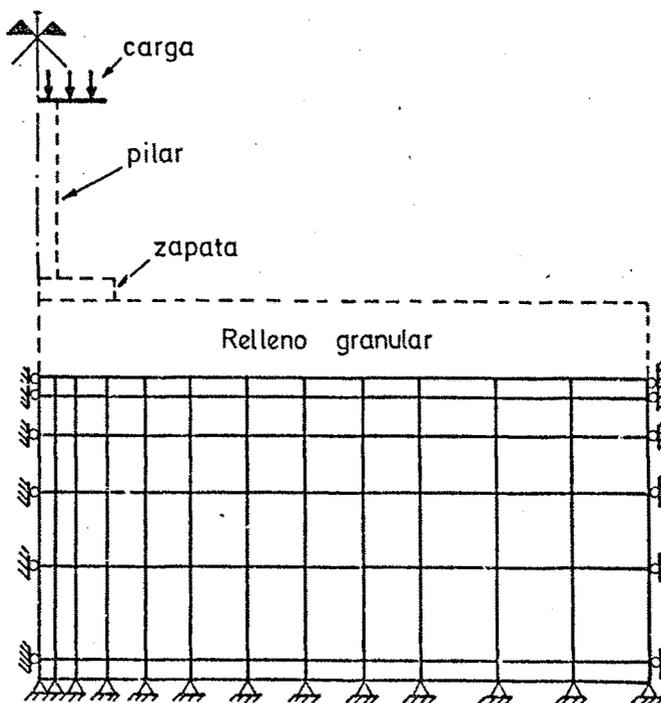


Fig 6.5.- Malla de elementos finitos.

En la figura 6.5 se presenta la malla de elementos finitos utilizada. Las cargas aplicadas sobre la capa superior de arcilla se han tomado del análisis por elementos finitos antes citado, de la distribución de tensiones (Ver Fig 6.3). Se ha supuesto que los módulos de elasticidad con y sin drenaje ( $E'$  y  $E_u$ ) varían linealmente con la profundidad, de acuerdo con los resultados de los ensayos de laboratorio, en la forma:

$$E_u = 62,5 \div 8,75 \cdot h$$

$$E' = 41,66 \div 7 \cdot h$$

en donde  $E_u$  y  $E'$  están en  $\text{Kg/cm}^2$  y "h" es la profundidad, medida en metros, desde el borde superior del estrato de arcilla. El valor adoptado para el coeficiente de Poisson ha sido de 0,3. El valor del coeficiente de permeabilidad considerado ha sido de  $3 \cdot 10^{-10}$  m/seg. El análisis se ha realizado con la hipótesis de que el suelo se comporta como un material elástico e isótropo.

En la figura 6.6 se muestra la variación con la profundidad de la tensión vertical total y la sobrepresión intersticial, tomadas ambas en el eje de la carga y para distintos instantes del proceso, antes y después de cada incremento de carga (construcción de la zapata, del pilar y aplicación de la carga).

En la figura 6.4 se dibujan los asientos totales, incluyendo los de la arena y el relleno granular, junto con los valores medidos y los resultantes del análisis unidimensional. Como puede verse, la forma de la curva asientos-tiempo, en este caso, se asemeja bastante a la de los asientos medidos. Sin embargo, los valores absolutos no se ajustan. Por ello, se investiga a continuación la tercera de las posibles causas de discrepancia.

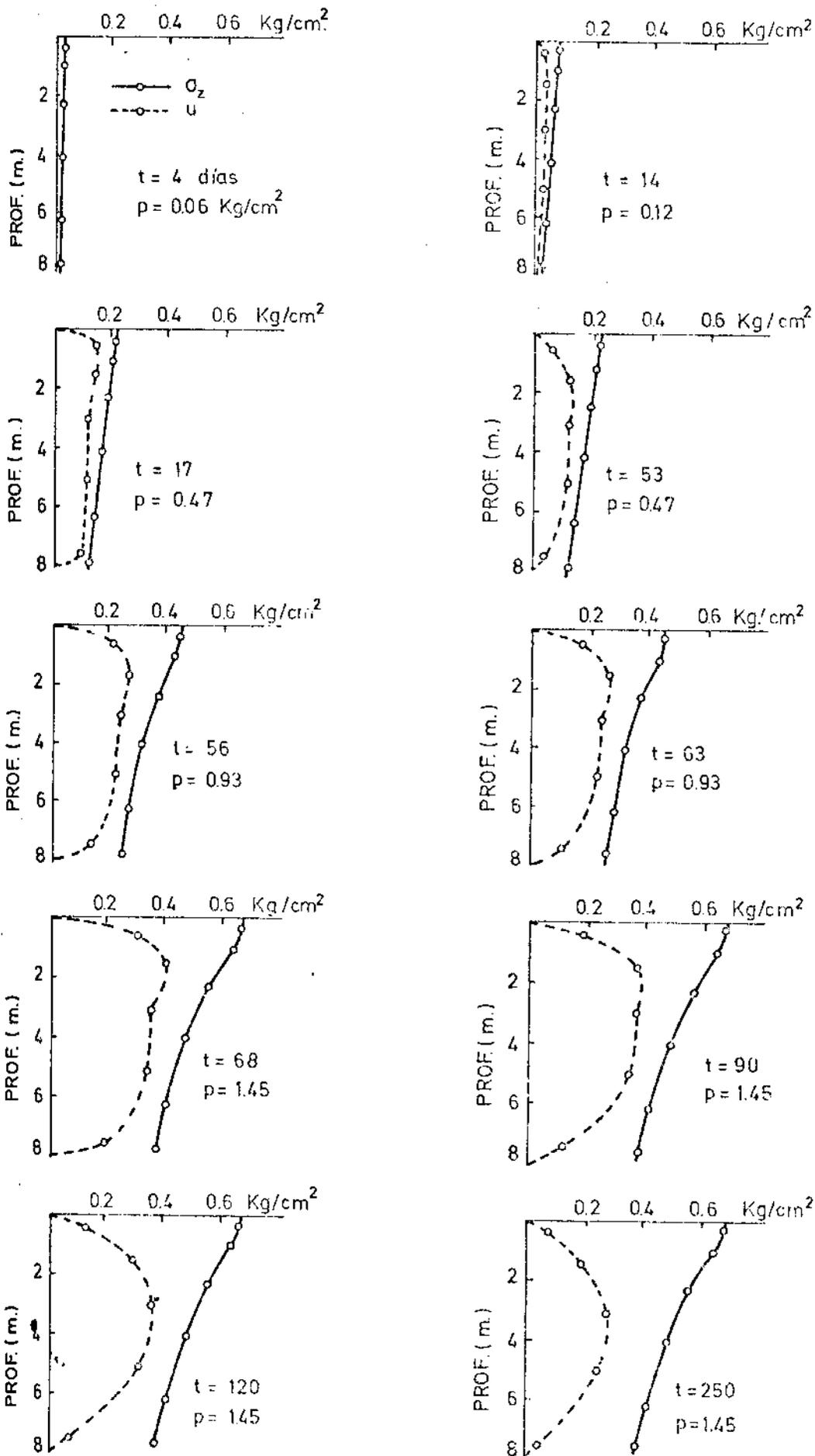


Fig 6.6.- Variación en el tiempo de la tensión total vertical y la sobrepresión intersticial bajo el centro de la zanja

#### 5.4.- Back análisis de los parámetros del suelo.

Se ha realizado un back análisis del ensayo, utilizando los métodos descritos en los subapartados 4.2 y 4.3. El método operativo consiste, en primer lugar, en ajustar los módulos del suelo y el coeficiente de consolidación mediante un análisis unidimensional convencional; estos valores corregidos de los parámetros del suelo se introducen en el modelo bidimensional.

El ajuste de los parámetros del suelo se ha llevado a cabo de manera que la curva asientos-tiempo teórica coincida con la medida en los puntos A y B de la figura 6.4 (dichos puntos son posteriores a la aplicación total de la carga). Los valores deducidos para los parámetros del suelo son:

- módulo de elasticidad sin drenaje,  $E_u = 224 \text{ Kg/cm}^2$
- coeficiente de compresibilidad,  $m_v = 4 \cdot 10^{-3} (\text{Kg/cm}^2)^{-1}$
- coeficiente de consolidación,  $C_v = 12,9 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{seg}$

Se observa que los valores del módulo de elasticidad sin drenaje y del coeficiente de consolidación corresponden a multiplicar por 3 por 6, respectivamente, los obtenidos en los ensayos de laboratorio.

En la figura 6.7 se dibujan los resultados del nuevo análisis unidimensional, junto con los valores medidos. Como se ve, hay una gran similitud en la forma de

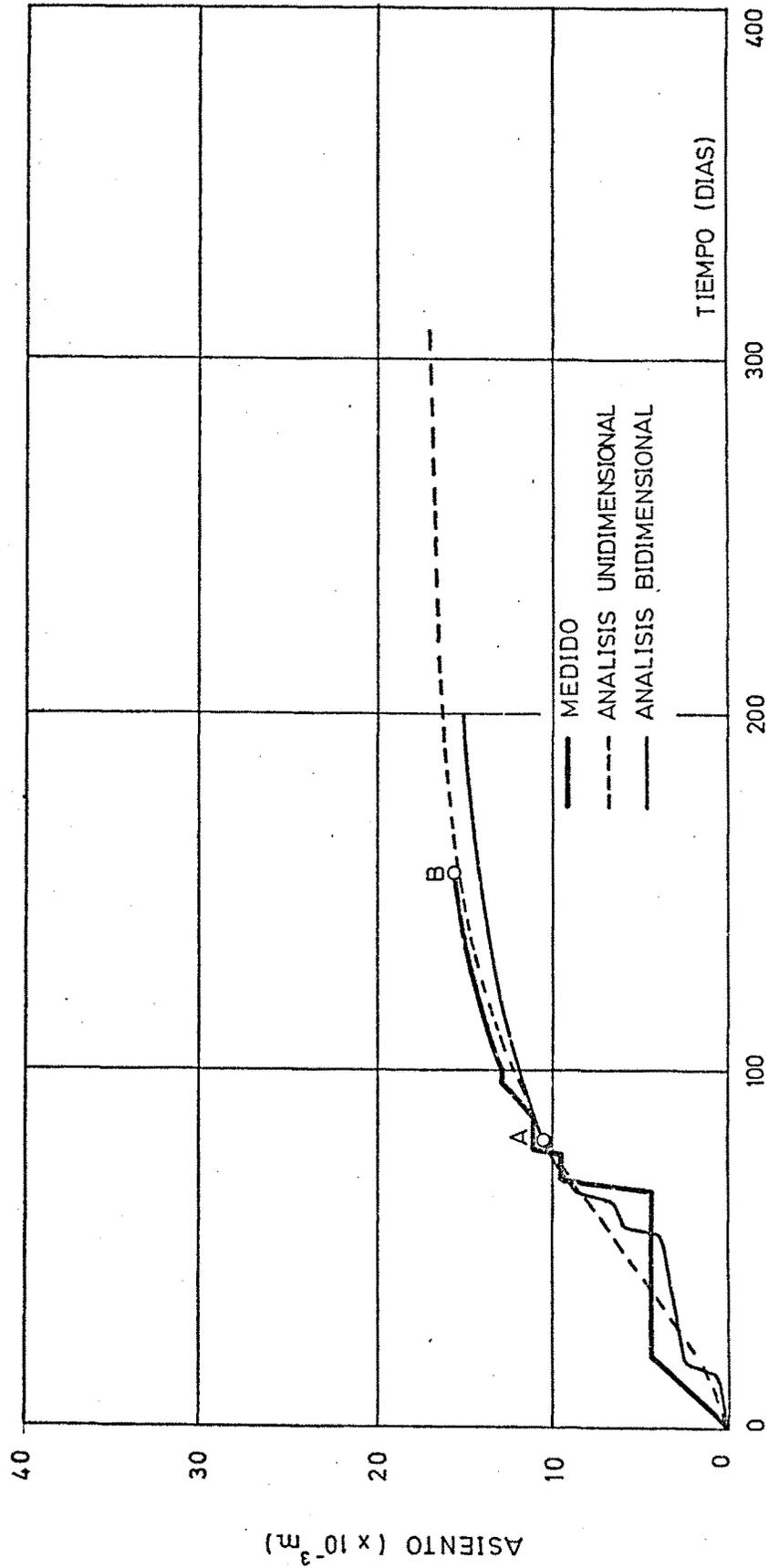


Fig 6.7.- Back-análisis. Curvas asientos-tiempo calculadas y medidas

ambas curvas al final del período de medidas. Sin embargo, en las primeras etapas del ensayo, las simplificaciones hechas en la curva carga-tiempo dan lugar a errores apreciables.

Para evitar esto, se ha repetido el análisis con el modelo bidimensional, tomando como parámetros del suelo los definidos por las leyes:

$$E_u = 175 \pm 24,62 \text{ h}$$

$$E' = 151,6 \pm 21,25 \text{ h}$$

siendo el coeficiente de Poisson igual a 0,3 y el valor del coeficiente de permeabilidad igual a  $5 \cdot 10^{-10}$  m/seg.

Los resultados de este análisis se dibujan asimismo en la figura 6.7. Tanto el valor del asiento final como su evolución en el tiempo se ajustan razonablemente a los valores medidos durante la prueba de carga.

## 6.- CONCLUSIONES.

Las principales conclusiones derivadas de los apartados anteriores son:

- De los resultados del ensayo se deduce que los asientos de la zapata son menores de 5 cm. Aunque las medidas se detuvieron antes de completar la consolida-

ción, la velocidad de producción del asiento al final del período de medida indica un valor final del asiento aproximadamente igual a 2 cm.

- Los asientos estimados son mayores que los medidos. Las discrepancias no pueden ser atribuidas a las hipótesis normales de los análisis convencionales. El análisis de consolidación bidimensional, teniendo en cuenta la variación real en el tiempo de la carga aplicada, predice mejor la forma de la curva asientos-tiempo. Sin embargo, los asientos estimados siguen siendo mayores que los medidos.

- Del ajuste de los parámetros del suelo mediante el back análisis se deduce que el valor del módulo de elasticidad sin drenaje es tres veces mayor y el coeficiente de consolidación seis veces mayor, respectivamente, que los valores obtenidos en laboratorio. Estas discrepancias pueden ser debidas, en el caso de los parámetros de deformabilidad, a alteraciones de las muestras y, para los coeficientes de permeabilidad y de consolidación, a la presencia de capas muy finas de arena intercaladas en la arcilla.

- Con los valores adecuados para los parámetros del suelo, el modelo de consolidación bidimensional desarrollado en esta tesis ha resultado ser bastante aceptable en cuanto a la estimación de los asientos y su evolución en el tiempo.

## CAPITULO VII

## CONCLUSIONES

## CONCLUSIONES

- Al analizar el estado actual del problema, se ha podido apreciar la conveniencia de abordar conjuntamente el comportamiento hidrodinámico del fluido intersticial y el tensodeformacional del esqueleto sólido, admitiendo la variación de las tensiones totales durante el proceso de consolidación. Se ha resuelto el problema numéricamente, lo cual ha permitido, por una parte, considerar la posibilidad de un comportamiento tensodeformacional no lineal del esqueleto sólido y, por otra, analizar la influencia de la anisotropía en permeabilidad en la velocidad de producción de los asientos. Otro aspecto considerado ha sido la posibilidad de variación en el tiempo de la carga exterior aplicada.

- Se ha elaborado un modelo en tensiones efectivas para representar el comportamiento elastoplástico de las arcillas blandas saturadas durante el proceso de consolidación. En dicho modelo, se ha considerado el suelo como un material elastoplástico rigidizable y del tipo no-asociado, es decir, no cumpliendo la ley de la normalidad. Se ha logrado establecer además una coherencia entre este modelo y el utilizado para analizar el comportamiento de arcillas blandas en procesos de carga sin drenaje.

- Para la resolución numérica del problema, se ha utilizado el método de elementos finitos (con elementos

rectangulares) tanto en el análisis del comportamiento hidrodinámico del fluido intersticial como del comportamiento tenso-deformacional del esqueleto sólido, acoplándolos mediante un procedimiento iterativo.

- Se ha estudiado, en primer lugar, un caso típico (Capítulo V) correspondiente a una carga en faja indefinida sobre un estrato compresible sobre base rígida, - con interfaz lisa. Los resultados se presentan en forma adimensional, habiéndose analizado la posible plastificación del terreno así como la influencia de la anisotropía en permeabilidad y la velocidad de aplicación de la carga, en el valor y la evolución de los asientos en el tiempo.

- En segundo lugar, se ha analizado un problema real (Capítulo VI) correspondiente a una prueba de carga sobre una zapata. La comparación entre las estimaciones teóricas y las medidas efectuadas ha dado resultados altamente satisfactorios que avalan la aplicabilidad del modelo desarrollado en este trabajo al estudio de problemas reales.

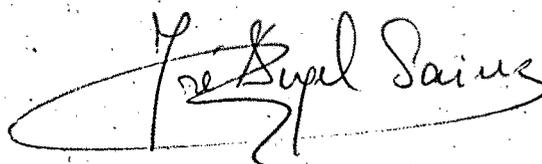
Este trabajo está incluido dentro de la línea de investigación que, sobre el tema de arcillas blandas y dirigida por el Profesor Sagaseta, se sigue en el Departamento de Ciencias y Técnicas del Suelo de la E.T.S. de I.C.C.P de la Universidad de Santander.

Dentro de esta línea de investigación, existen -  
otros temas, como:

- Comprobación experimental del criterio de rotura desarrollado para procesos de carga sin drenaje (BALLESTER, 1977)
- Revisión general de los problemas geotécnicos - que se resuelvan generalmente utilizando el criterio de Tresca, generalizándolos con el criterio citado antes.
- Generalización del modelo con rigidización en tensiones totales y posible reblandecimiento en  $c'$  y anisotropía en tensiones efectivas.
- Estudio de las relaciones existentes entre los - distintos parámetros que definen el comportamiento de la arcilla, en particular la influencia de la historia tensional en los parámetros elásticos.
- Realización de un modelo de elementos finitos con elementos cuadrangulares isoparamétricos.

El estudio de alguno de estos temas se encuentra ya en fase muy avanzada.

Este trabajo constituye una pequeña aportación al estado de los conocimientos actuales del problema tratado y representa un estímulo para la continuación en las tareas de investigación.

A handwritten signature in black ink, reading "José Ángel Sáinz". The signature is written in a cursive style with a large, sweeping underline that loops back under the first part of the name.

Fdo.: José Ángel Sáinz

ANEJO 1

RELACIONES TENSION-DEFORMACION  
EN ESTADO PLASTICO

1.- INTRODUCCION

El criterio de plastificación definido en el apartado 3.3 del capítulo II marca el nivel de tensiones para el que el suelo deja de ser elástico. Para estudiar el comportamiento del suelo una vez plastificado es preciso recurrir a leyes de tipo incremental, que - por tratarse de material rigidizable se pueden expresar de manera explícita tanto en la forma incremento de deformación-incremento de tensión como en la incremento - de tensión-incremento de deformación.

El punto de corte de las dos ramas del criterio de plastificación viene definido por:

$$p_d = \frac{k p_c \cos \phi_e}{\operatorname{sen} \left\{ \arctg \left[ k + \operatorname{tg} \left\{ \arcsen \left[ \eta \operatorname{sen} \phi_e \right] \right\} \right] \right\} - \eta \operatorname{sen} \phi_e} \quad (\Delta 1.1)$$

En cuanto a las expresiones del criterio de plastificación  $f(\sigma'_{ij}, \eta)$  y de la función potencial plástico -  $g(\sigma'_{ij}, \nu)$  se tiene:

a) Para  $p' \leq p_d$  :

$$f(\sigma'_{ij}, \eta) \equiv \sqrt{\left(\frac{\sigma'_x - \sigma'_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2} - k p_c \cos \phi_e - \frac{\sigma'_x + \sigma'_z}{2} \cdot \eta \operatorname{sen} \phi_e$$

$$g(\sigma'_{ij}, \nu) \equiv \sqrt{\left(\frac{\sigma'_x - \sigma'_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2} - k p_c \cos \nu - \frac{\sigma'_x + \sigma'_z}{2} \cdot \operatorname{sen} \nu \quad (\Delta 1.2)$$

b) Para  $p' > p_d$  :

$$f(\sigma'_{ij}, \eta) \equiv \sqrt{\left(\frac{\sigma'_x - \sigma'_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2} - \frac{\sigma'_x + \sigma'_z}{2} \cdot \text{sen} \left[ \text{arc tg} \left[ k + \frac{1}{2} \left[ \text{arc sen} \left\{ \eta \text{ sen } \phi_e \right\} \right] \right] \right]$$

$$g(\sigma'_{ij}, \nu) \equiv \sqrt{\left(\frac{\sigma'_x - \sigma'_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2} - \frac{\sigma'_x + \sigma'_z}{2} \cdot \text{sen} \left[ \text{arc tg} \left[ k + \frac{1}{2} \nu \right] \right]$$

(A4.3)

La ley de rigidización tiene por expresión:

$$\eta = \frac{\eta_0}{1 - w} \quad (A4.4)$$

siendo:

$$\eta_0 = \frac{k R (1 - \cos \phi_e) + D_m \frac{1}{2} \phi_e}{\text{sen } \phi_e} \quad (A4.5)$$

$$w = \frac{2(1 - \eta_0)}{\pi} \cdot \text{arc tg} \left[ \frac{-E \pi \text{ sen } \nu_0}{4 P_0 (1 - \eta_0) (1 + \mu') (1 - 2\mu')} \cdot (\epsilon_1^P - \epsilon_3^P) \right] \quad (A4.6)$$

$$\epsilon_1^P - \epsilon_3^P = \sqrt{(\epsilon_x^P - \epsilon_z^P)^2 + \gamma_{xz}^{P2}} \quad (A4.7)$$

## 2.- LEYES INCREMENTO DE DEFORMACION-INCREMENTO DE TENSION

El incremento de deformación tiene una componente elástica y otra plástica. La componente elástica viene definida por la ley de Hooke, mientras que la componente plástica se obtiene de la expresión:

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{1}{M} \cdot \frac{\partial g(\sigma'_{ij}, \nu)}{\partial \sigma'_{ij}} \cdot \frac{\partial f(\sigma'_{ij}, \eta)}{\partial \sigma'_{ke}} \cdot d\sigma'_{ke} \quad (A1.8)$$

siendo:

$$\frac{1}{M} = \frac{-1}{\frac{\partial f}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial \varepsilon_{ij}^p} \cdot \frac{\partial g}{\partial \sigma'_{ij}}} \quad (A1.9)$$

Las derivadas de  $f(\sigma'_{ij}, \eta)$  y de  $g(\sigma'_{ij}, \nu)$  serán distintas según que  $p$  sea mayor que  $pd$  o no. Por el contrario, las derivadas de  $\eta$  respecto a las deformaciones plásticas son invariables, quedando:

$$\frac{\partial \eta}{\partial \varepsilon_x^p} = \frac{2\beta \gamma_0 (1-\gamma_0) (\varepsilon_x^p - \varepsilon_z^p)}{\pi (1-w)^2 (\varepsilon_1^p - \varepsilon_3^p) [1 + \beta^2 (\varepsilon_1^p - \varepsilon_3^p)^2]}$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \varepsilon_z^p} = \frac{-2\beta \gamma_0 (1-\gamma_0) (\varepsilon_x^p - \varepsilon_z^p)}{\pi (1-w)^2 (\varepsilon_1^p - \varepsilon_3^p) [1 + \beta^2 (\varepsilon_1^p - \varepsilon_3^p)^2]} \quad (A1.10)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \gamma_{x_2}^p} = \frac{2\beta \gamma_0 (1-\gamma_0) \cdot \gamma_{x_2}^p}{\pi (1-w)^2 (\varepsilon_1^p - \varepsilon_3^p) [1 + \beta^2 (\varepsilon_1^p - \varepsilon_3^p)^2]}$$

siendo:

$$\beta = \frac{-E \cdot \pi \cdot \text{sen } \gamma_0}{4 p_0 (1-\gamma_0) (1+\mu') (1-2\mu')} \quad (A1.11)$$

La expresión de  $1/M$  antes citada se puede desdoblar en:

$$\frac{1}{M} = \frac{-1}{\frac{\partial f}{\partial \eta}} \cdot \frac{1}{\frac{\partial \eta}{\partial \varepsilon_{ij}'} \cdot \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}'}} \quad (\Delta 1.12)$$

En lo que sigue se designa:

$$\frac{1}{M_1} = \frac{-1}{\frac{\partial f}{\partial \eta}} \quad (\Delta 1.13)$$

El siguiente paso es obtener el valor de  $1/M$  en cada uno de los dos casos citados:

a) Para  $p' \leq p_d$ . En este caso, se tiene:

$$\frac{\partial f}{\partial \eta} = \frac{-(\sigma'_x + \sigma'_z)}{2} \cdot \text{sen } \phi_e \quad (\Delta 1.14)$$

con lo que 
$$\frac{1}{M_1} = \frac{2}{(\sigma'_x + \sigma'_z) \cdot \text{sen } \phi_e} \quad (\Delta 1.15)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma'_x} = \frac{\sigma'_x - \sigma'_z}{4 \sqrt{\left(\frac{\sigma'_x - \sigma'_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2}} - \frac{\eta \text{ sen } \phi_e}{2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma'_z} = \frac{-(\sigma'_x - \sigma'_z)}{4 \sqrt{\left(\frac{\sigma'_x - \sigma'_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2}} - \frac{\eta \text{ sen } \phi_e}{2} \quad (\Delta 1.16)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \tau_{xz}} = \frac{\tau_{xz}}{\sqrt{\left(\frac{\sigma'_x - \sigma'_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2}}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial g}{\partial \sigma'_x} &= \frac{(\sigma'_x - \sigma'_z)}{4 \sqrt{\left(\frac{\sigma'_x - \sigma'_z}{2}\right)^2 + z_{x2}^2}} - \frac{\text{sen } \nu}{2} \\ \frac{\partial g}{\partial \sigma'_z} &= \frac{-(\sigma'_x - \sigma'_z)}{4 \sqrt{\left(\frac{\sigma'_x - \sigma'_z}{2}\right)^2 + z_{x2}^2}} - \frac{\text{sen } \nu}{2} \\ \frac{\partial g}{\partial z_{x2}} &= \frac{z_{x2}}{\sqrt{\left(\frac{\sigma'_x - \sigma'_z}{2}\right)^2 + z_{x2}^2}} \end{aligned} \quad (\Delta 1.17)$$

con lo que:

$$\frac{\partial \eta}{\partial \varepsilon_j^p} \cdot \frac{\partial g}{\partial \sigma'_{ij}} = \frac{\beta \gamma_0 (1 - \gamma_0) [(\varepsilon_x^p - \varepsilon_z^p)(\sigma'_x - \sigma'_z) + 2 \gamma_{x2}^p \cdot z_{x2}]}{\pi \cdot (\varepsilon_j^p - \varepsilon_3^p) \cdot (1 - \omega)^2 [1 + \beta^2 (\varepsilon_j^p - \varepsilon_3^p)^2] \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma'_x - \sigma'_z}{2}\right)^2 + z_{x2}^2}} \quad (\Delta 1.18)$$

b) Para  $p' > pd$ , se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \eta} &= \frac{-(\sigma'_x + \sigma'_z) \cdot \text{sen } \phi_e \cdot \cos \left[ \text{arc } \text{tg} \left[ k + \text{tg} \left[ \text{arc } \text{sen} \left[ \eta \text{ sen } \phi_e \right] \right] \right] \right]}{2 \sqrt{1 - [\eta \text{ sen } \phi_e]^2} \cdot \left[ 1 + \left[ k + \text{tg} \left[ \text{arc } \text{sen} \left[ \eta \text{ sen } \phi_e \right] \right] \right]^2 \right]} \\ &\quad \cdot \left[ 1 + \text{tg}^2 \left[ \text{arc } \text{sen} \left[ \eta \text{ sen } \phi_e \right] \right] \right] \end{aligned} \quad (\Delta 1.19)$$

con lo que:

$$\frac{1}{M_3} = \frac{2 \sqrt{1 - [\eta \operatorname{sen} \phi_e]^2} \left[ 1 + \left( k + \frac{1}{2} \left[ \operatorname{arc} \operatorname{sen} \left[ \eta \operatorname{sen} \phi_e \right] \right]^2 \right) \right]}{(\sigma'_x + \sigma'_z) \operatorname{sen} \phi_e \cos \left[ \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left\{ k + \frac{1}{2} \left[ \operatorname{arc} \operatorname{sen} \left[ \eta \operatorname{sen} \phi_e \right] \right]^2 \right\} \right]}$$

$$\frac{1}{\left[ 1 + \frac{1}{2} \left[ \operatorname{arc} \operatorname{sen} \left[ \eta \operatorname{sen} \phi_e \right] \right]^2 \right]} \quad (\Delta 1.20)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma'_x} = \frac{(\sigma'_x - \sigma'_z)}{4 \sqrt{\left( \frac{\sigma'_x - \sigma'_z}{2} \right)^2 + \tau_{xz}^2}} - \frac{\operatorname{sen} \left[ \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left\{ k + \frac{1}{2} \left[ \operatorname{arc} \operatorname{sen} \left[ \eta \operatorname{sen} \phi_e \right] \right]^2 \right\} \right]}{2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma'_z} = \frac{-(\sigma'_x - \sigma'_z)}{4 \sqrt{\left( \frac{\sigma'_x - \sigma'_z}{2} \right)^2 + \tau_{xz}^2}} - \frac{\operatorname{sen} \left[ \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left\{ k + \frac{1}{2} \left[ \operatorname{arc} \operatorname{sen} \left[ \eta \operatorname{sen} \phi_e \right] \right]^2 \right\} \right]}{2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \tau_{xz}} = \frac{\tau_{xz}}{\sqrt{\left( \frac{\sigma'_x - \sigma'_z}{2} \right)^2 + \tau_{xz}^2}} \quad (\Delta 1.21)$$

$$\frac{\partial g}{\partial \sigma'_x} = \frac{(\sigma'_x - \sigma'_z)}{4 \sqrt{\left( \frac{\sigma'_x - \sigma'_z}{2} \right)^2 + \tau_{xz}^2}} - \frac{\operatorname{sen} \left[ \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left\{ k + \frac{1}{2} \nu \right\} \right]}{2}$$

$$\frac{\partial g}{\partial \sigma'_z} = \frac{-(\sigma'_x - \sigma'_z)}{4 \sqrt{\left( \frac{\sigma'_x - \sigma'_z}{2} \right)^2 + \tau_{xz}^2}} - \frac{\operatorname{sen} \left[ \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left\{ k + \frac{1}{2} \nu \right\} \right]}{2} \quad (\Delta 1.22)$$

$$\frac{\partial g}{\partial \tau_{xz}} = \frac{\tau_{xz}}{\sqrt{\left( \frac{\sigma'_x - \sigma'_z}{2} \right)^2 + \tau_{xz}^2}}$$

con lo que:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \varepsilon_{ij}^p} \cdot \frac{\partial g}{\partial \sigma'_{ij}} = \frac{\beta \gamma_0 (1-\nu_0) [(\varepsilon_x^p - \varepsilon_z^p)(\sigma'_x - \sigma'_z) + 2 \gamma_{xz}^p \cdot z_{xz}]}{\pi (\varepsilon_1^p - \varepsilon_3^p) (1-\omega)^2 [1 + \beta^2 (\varepsilon_1^p - \varepsilon_3^p)^2]} \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma'_x - \sigma'_z}{2}\right)^2 + z_{xz}^2} \quad (A1.23)$$

que coincide con la (A1.18) obtenida anteriormente.

Por todo ello, la expresión de  $l/M$  en general se puede poner como:

$$\frac{l}{M} = \frac{l}{M_1} \cdot \frac{\pi (\varepsilon_1^p - \varepsilon_3^p) (1-\omega)^2 [1 + \beta^2 (\varepsilon_1^p - \varepsilon_3^p)^2]}{\beta \gamma_0 (1-\nu_0) [(\varepsilon_x^p - \varepsilon_z^p)(\sigma'_x - \sigma'_z) + 2 \gamma_{xz}^p \cdot z_{xz}]} \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma'_x - \sigma'_z}{2}\right)^2 + z_{xz}^2} \quad (A1.24)$$

en donde  $l/M_1$  viene definido en cada caso por las expresiones (A1.15) y (A1.20) respectivamente.

Para resolver la indeterminación que surge en esta expresión cuando las deformaciones plásticas acumuladas son nulas (plastificación inicial) se hace la hipótesis de coincidencia de las direcciones principales del tensor de tensiones y del de los incrementos de deformación plástica, con lo que:

$$\frac{\dot{\gamma}_{x2}^P}{\dot{\epsilon}_x^P - \dot{\epsilon}_2^P} = \frac{2 \tau_{x2}}{\sigma_x' - \sigma_2'} \quad (A1.25)$$

que, en el límite, al tender a cero la deformación plástica acumulada, se convierte en:

$$\frac{\gamma_{x2}^P}{\epsilon_x^P - \epsilon_2^P} = \frac{2 \tau_{x2}}{\sigma_x' - \sigma_2'} \quad (A1.26)$$

Introduciendo esto en la expresión (A1.23) y simplificando resulta:

$$\left( \frac{\partial \eta}{\partial \epsilon_{ij}^P} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}'} \right)_0 = \frac{2\beta \eta_0 (1-\eta_0)}{\pi} \quad (A1.27)$$

con lo que:

$$\left( \frac{A}{M} \right)_0 = \frac{A}{M_0} \cdot \frac{\pi}{2\beta \eta_0 (1-\eta_0)} \quad (A1.28)$$

Con todo ello, la relación entre los incrementos de deformación y los incrementos de tensión, se puede expresar en forma matricial como:

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_x \\ d\varepsilon_z \\ d\gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \|c\| \cdot \begin{Bmatrix} d\sigma'_x \\ d\sigma'_z \\ dz_{xz} \end{Bmatrix} \quad (A1.29)$$

siendo:

$$C_{11} = \frac{1-\mu'^2}{E'} + \frac{1}{M} \cdot (R_1 - R_2)(R_1 - R_3)$$

$$C_{12} = \frac{-\mu'(1+\mu')}{E'} + \frac{1}{M} \cdot (R_1 - R_2)(-R_1 - R_3)$$

$$C_{13} = \frac{1}{M} \cdot (R_1 - R_2) \cdot R_4$$

$$C_{21} = \frac{-\mu'(1+\mu')}{E'} + \frac{1}{M} \cdot (-R_1 - R_2)(R_1 - R_3)$$

$$C_{22} = \frac{1-\mu'^2}{E'} + \frac{1}{M} \cdot (-R_1 - R_2)(-R_1 - R_3)$$

(A1.30)

$$C_{23} = \frac{1}{M} \cdot (-R_1 - R_2) \cdot R_4$$

$$C_{31} = \frac{1}{M} \cdot R_4 \cdot (R_1 - R_3)$$

$$C_{32} = \frac{1}{M} \cdot R_4 \cdot (-R_1 - R_3)$$

$$C_{33} = \frac{2(1+\mu')}{E'} + \frac{1}{M} \cdot R_4^2$$

Los valores de  $1/n$  son los correspondientes a la expresión (A1.12) viniendo definido  $1/n_1$  por las expresiones (A1.15) y (A1.20) según el caso.

En cuanto a los valores de  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  y  $R_4$ , cabe distinguir:

a) Para  $p' \leq p_d$

$$R_1 = \frac{\sigma'_x - \sigma'_z}{4 \sqrt{\left(\frac{\sigma'_x - \sigma'_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2}} \quad ; \quad R_4 = \frac{\tau_{xz}}{\sqrt{\left(\frac{\sigma'_x - \sigma'_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2}} \quad (A1.31)$$

$$R_2 = \frac{\text{sen } \nu}{2} \quad ; \quad R_3 = \frac{2 \text{ sen } \phi_e}{2}$$

b) Para  $p' > p_d$ :

$$R_1 = \frac{\sigma'_x - \sigma'_z}{4 \sqrt{\left(\frac{\sigma'_x - \sigma'_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2}} \quad ; \quad R_4 = \frac{\tau_{xz}}{\sqrt{\left(\frac{\sigma'_x - \sigma'_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2}}$$

$$R_2 = \frac{\text{sen} [\text{arc tg} [k + \frac{1}{2} \nu]]}{2} \quad (A1.32)$$

$$R_3 = \frac{\text{sen} [\text{arc tg} [k + \frac{1}{2} \{\text{arc sen} [2 \text{ sen } \phi_e]\}]]}{2}$$

### 3.- LEY INCREMENTO DE TENSION-INCREMENTO DE DEFORMACION

Para estudiar el comportamiento del suelo una vez plastificado, se recurre, como en el apartado anterior, a una ley de tipo incremental que, puesta en forma matricial, es:

$$\begin{Bmatrix} d\sigma'_x \\ d\sigma'_z \\ d\tau_{xz} \end{Bmatrix} = [D^{ep}] \cdot \begin{Bmatrix} d\varepsilon_x \\ d\varepsilon_z \\ d\gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (44.33)$$

Esta matriz  $[D^{ep}]$  se podría obtener, numericamente, sin más que invertir la matriz  $[C]$  correspondiente del apartado anterior. Se puede también establecer una formulación matemática de dicha matriz en la forma:

$$[D^{ep}] = [D^e] - \frac{[D^e] \cdot \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma'_{ij}} \right\} \cdot \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} \right\}^t \cdot [D^e]}{\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} \right\}^t \cdot [D^e] \cdot \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma'_{ij}} \right\} - \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} \right\}^t \cdot \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma'_{ij}} \right\}} \quad (44.34)$$

siendo  $[D^e]$  la matriz tensión-deformación elástica. En cuanto al denominador de la expresión anterior, se tiene que, por una parte:

$$- \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} \right\}^t \cdot \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma'_{ij}} \right\} = M \quad (44.35)$$

siendo  $M$  el inverso de la expresión (A1.42) presentada en el apartado anterior.

El otro sumando:

$$\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} \right\}^t \cdot [D^e] \cdot \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma'_{ij}} \right\} \quad (A1.36)$$

es otro escalar cuyo valor se puede obtener fácilmente a partir de las expresiones deducidas, en el apartado anterior, para las derivadas de  $f(\sigma'_{ij}, \eta)$  y  $g(\sigma'_{ij}, \nu)$  quedando:

a) Para  $p' \leq pd$ :

$$\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} \right\}^t \cdot [D^e] \cdot \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma'_{ij}} \right\} = \frac{E'}{2(1+\mu')} \cdot \left[ 1 + \frac{\eta \operatorname{sen} \phi_e \operatorname{sen} \nu}{(1-2\mu')} \right] \quad (A1.37)$$

b) Para  $p' > pd$

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} \right\}^t \cdot [D^e] \cdot \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma'_{ij}} \right\} = \\ & = \frac{E'}{2(1+\mu')} \cdot \left[ 1 + \frac{\operatorname{sen} [\operatorname{arctg} \{ k + \frac{1}{2} \nu \}] \cdot \operatorname{sen} [\operatorname{arctg} \{ k + \frac{1}{2} [\operatorname{arc} \operatorname{sen} \{ \eta \operatorname{sen} \phi_e \}] \}]}{(1-2\mu')} \right] \end{aligned} \quad (A1.38)$$

En cuanto al numerador, el producto:

$$\left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma'_{ij}} \right\} \cdot \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} \right\}^t \cdot \{D^e\} \quad (A1.39)$$

da como resultado una matriz cuadrada  $\{P\}$  (de dimensiones 3x3). Las expresiones de los términos de esta matriz son distintos según que se trate de un caso u otro ( $p' \leq p_d$  o bien  $p' > p_d$ ). Para no hacer prolija esta exposición, se presentarán dichas expresiones de forma general.

Con todo ello, la expresión (A1.34) se puede poner en la forma:

$$\{D^{ep}\} = \{D^e\} \cdot \left[ \{I\} - \frac{1}{F_A} \cdot \{P\} \right] \quad (A1.40)$$

siendo:

$$F_A = \frac{E'}{2(1+\mu')} \left[ 1 + \frac{4 \cdot R_2 \cdot R_3}{1-2\mu'} \right] + M \quad (A1.41)$$

$\{I\} \rightarrow$  matriz unidad

$\{P\} \rightarrow$  la matriz definida anteriormente, cuyos términos son:

$$P_{11} = \frac{E'}{(1+\mu')(1-2\mu')} \cdot [(1-2\mu') R_1^2 - [(1-2\mu') R_2 + R_3] \cdot R_1 + R_2 \cdot R_3]$$

$$P_{12} = \frac{E'}{(1+\mu')(1-2\mu')} \cdot [-(1-2\mu') R_1^2 - [(1-2\mu') R_2 + R_3] \cdot R_1 + R_2 \cdot R_3]$$

$$P_{13} = \frac{E'}{2(1+\mu')} \cdot [R_1 - R_2] \cdot R_4$$

$$P_{21} = \frac{E'}{(1+\mu')(1-2\mu')} \cdot [-(1-2\mu') R_1^2 - [(1-2\mu') R_2 - R_3] \cdot R_1 + R_2 \cdot R_3]$$

$$P_{22} = \frac{E'}{(1+\mu')(1-2\mu')} \cdot [(1-2\mu') R_1^2 - [(1-2\mu') R_2 - R_3] \cdot R_1 + R_2 \cdot R_3]$$

$$P_{23} = \frac{E'}{2(1+\mu')} \cdot [-R_1 - R_2] \cdot R_4$$

(D.42)

$$P_{31} = \frac{E'}{(1+\mu')(1-2\mu')} \cdot [(1-2\mu') R_1 - R_3] \cdot R_4$$

$$P_{32} = \frac{E'}{(1+\mu')(1-2\mu')} \cdot [-(1-2\mu') R_1 - R_3] \cdot R_4$$

$$P_{33} = \frac{E'}{2(1+\mu')} \cdot R_4^2$$

siendo  $1/\mu$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  y  $R_4$  las expresiones definidas en el apartado anterior.

ANEJO 2

MATRIZ DE RIGIDEZ DE UN ELEMENTO EN  
EL ANALISIS TENSODEFORMACIONAL

La matriz de rigidez de cada elemento (de dimensiones  $8 \times 8$ ) se obtiene por integración de:

$$\|K^e\| = \iint_{\Omega_e} \|B^e\|^T \cdot \|D^e\| \cdot \|B^e\| \cdot d\Omega \quad (A2.1)$$

siendo  $/B^e/$  la matriz definida en el apartado 5.2 del capítulo 4 y  $/D^e/$  la matriz incremento de tensión-incremento de deformación definida en el anejo 1 tanto para el caso de que el elemento se encuentre en estado elástico o haya plastificado. En lo que sigue, se designa por  $D$  a esta matriz. Por otra parte:

$$\|K^e\| = \frac{1}{16 a^2 \cdot b^2} \cdot \|K\| \quad (A2.2)$$

siendo  $2a$  y  $2b$  las dimensiones del elemento en cuestión y viniendo los términos de la matriz  $K$  definidos por:

$$K_{11} = \frac{8a^3}{3} \cdot D_{33} + \frac{8b^3}{3} \cdot D_{11} - 4a^2b^2 (D_{13} + D_{31})$$

$$K_{12} = -\frac{8a^3}{3} \cdot D_{32} - \frac{8b^3}{3} \cdot D_{13} + 4a^2b^2 (D_{12} + D_{33})$$

$$K_{13} = \frac{4a^3}{3} \cdot D_{33} - \frac{8b^3}{3} \cdot D_{11} + 4a^2b^2 (D_{31} - D_{13})$$

$$K_{14} = -\frac{4a^3}{3} \cdot D_{32} + \frac{8b^3}{3} \cdot D_{13} + 4a^2b^2 (D_{12} - D_{33})$$

$$K_{15} = -\frac{4a^3}{3} \cdot D_{33} - \frac{4b^3}{3} \cdot D_{11} + 4a^2b^2 (D_{13} + D_{31})$$

$$K_{16} = \frac{4a^3}{3} \cdot D_{32} + \frac{4b^3}{3} \cdot D_{13} - 4a^2b^2 (D_{12} + D_{33})$$

$$K_{17} = -\frac{8a^3}{3} \cdot D_{33} + \frac{4b^3}{3} \cdot D_{14} + 4a^2b^2 (D_{13} - D_{31})$$

$$K_{18} = \frac{8a^3}{3} \cdot D_{32} - \frac{4b^3}{3} \cdot D_{13} + 4a^2b^2 (D_{33} - D_{21})$$

$$K_{21} = -\frac{8a^3}{3} \cdot D_{23} - \frac{8b^3}{3} \cdot D_{31} + 4a^2b^2 (D_{21} + D_{33})$$

$$K_{22} = \frac{8a^3}{3} \cdot D_{22} + \frac{8b^3}{3} \cdot D_{33} - 4a^2b^2 (D_{23} + D_{32})$$

$$K_{23} = -\frac{4a^3}{3} \cdot D_{23} + \frac{8b^3}{3} \cdot D_{31} + 4a^2b^2 (D_{33} - D_{21})$$

$$K_{24} = \frac{4a^3}{3} \cdot D_{22} - \frac{8b^3}{3} \cdot D_{33} + 4a^2b^2 (D_{23} - D_{32})$$

$$K_{25} = \frac{4a^3}{3} \cdot D_{23} + \frac{4b^3}{3} \cdot D_{31} - 4a^2b^2 (D_{21} + D_{33})$$

$$K_{26} = -\frac{4a^3}{3} \cdot D_{22} - \frac{4b^3}{3} \cdot D_{33} + 4a^2b^2 (D_{23} + D_{32})$$

$$K_{27} = \frac{8a^3}{3} \cdot D_{23} - \frac{4b^3}{3} \cdot D_{31} + 4a^2b^2 (D_{21} - D_{33})$$

$$K_{28} = -\frac{8a^3}{3} \cdot D_{22} + \frac{4b^3}{3} \cdot D_{33} + 4a^2b^2 (D_{32} - D_{23})$$

$$K_{31} = \frac{4a^3}{3} \cdot D_{33} - \frac{8b^3}{3} \cdot D_{11} + 4a^2b^2(D_{13} - D_{31})$$

$$K_{32} = -\frac{4a^3}{3} \cdot D_{32} + \frac{8b^3}{3} \cdot D_{13} + 4a^2b^2(D_{33} - D_{12})$$

$$K_{33} = \frac{8a^3}{3} \cdot D_{33} + \frac{8b^3}{3} \cdot D_{11} + 4a^2b^2(D_{13} + D_{31})$$

$$K_{34} = -\frac{8a^3}{3} \cdot D_{32} - \frac{8b^3}{3} \cdot D_{13} - 4a^2b^2(D_{12} + D_{33})$$

$$K_{35} = -\frac{8a^3}{3} \cdot D_{33} + \frac{4b^3}{3} \cdot D_{11} + 4a^2b^2(D_{31} - D_{13})$$

$$K_{36} = \frac{8a^3}{3} \cdot D_{32} - \frac{4b^3}{3} \cdot D_{13} + 4a^2b^2(D_{12} - D_{33})$$

$$K_{37} = -\frac{4a^3}{3} \cdot D_{33} - \frac{4b^3}{3} \cdot D_{11} - 4a^2b^2(D_{13} + D_{31})$$

$$K_{38} = \frac{4a^3}{3} \cdot D_{32} + \frac{4b^3}{3} \cdot D_{13} + 4a^2b^2(D_{12} + D_{33})$$

$$K_{41} = -\frac{4a^3}{3} \cdot D_{23} + \frac{8b^3}{3} \cdot D_{31} + 4a^2b^2(D_{21} - D_{33})$$

$$K_{42} = \frac{4a^3}{3} \cdot D_{22} - \frac{8b^3}{3} \cdot D_{33} + 4a^2b^2(D_{32} - D_{23})$$

$$K_{43} = -\frac{8a^3}{3} \cdot D_{23} - \frac{8b^3}{3} \cdot D_{31} - 4a^2b^2(D_{21} + D_{33})$$

$$K_{44} = \frac{8a^3}{3} \cdot D_{22} + \frac{8b^3}{3} \cdot D_{33} + 4a^2b^2 (D_{23} + D_{32})$$

$$K_{45} = \frac{8a^3}{3} \cdot D_{23} - \frac{4b^3}{3} \cdot D_{31} + 4a^2b^2 (D_{33} - D_{21})$$

$$K_{46} = -\frac{8a^3}{3} \cdot D_{22} + \frac{4b^3}{3} \cdot D_{33} + 4a^2b^2 (D_{22} - D_{23})$$

$$K_{47} = \frac{4a^3}{3} \cdot D_{23} + \frac{4b^3}{3} \cdot D_{31} + 4a^2b^2 (D_{21} + D_{33})$$

$$K_{48} = -\frac{4a^3}{3} \cdot D_{22} - \frac{4b^3}{3} \cdot D_{33} - 4a^2b^2 (D_{23} + D_{32})$$

$$K_{51} = -\frac{4a^3}{3} \cdot D_{33} - \frac{4b^3}{3} \cdot D_{11} + 4a^2b^2 (D_{13} + D_{31})$$

$$K_{52} = \frac{4a^3}{3} \cdot D_{32} + \frac{4b^3}{3} \cdot D_{13} - 4a^2b^2 (D_{12} + D_{33})$$

$$K_{53} = -\frac{8a^3}{3} \cdot D_{33} + \frac{4b^3}{3} \cdot D_{11} + 4a^2b^2 (D_{13} - D_{31})$$

$$K_{54} = \frac{8a^3}{3} \cdot D_{32} - \frac{4b^3}{3} \cdot D_{13} + 4a^2b^2 (D_{33} - D_{12})$$

$$K_{55} = \frac{8a^3}{3} \cdot D_{33} + \frac{8b^3}{3} \cdot D_{11} - 4a^2b^2 (D_{13} + D_{31})$$

$$K_{56} = -\frac{8a^3}{3} \cdot D_{32} - \frac{8b^3}{3} \cdot D_{13} + 4a^2b^2 (D_{12} + D_{33})$$

$$K_{57} = \frac{4a^3}{3} \cdot D_{33} - \frac{8b^3}{3} \cdot D_{44} + 4a^2b^2(D_{34} - D_{43})$$

$$K_{58} = -\frac{4a^3}{3} \cdot D_{32} + \frac{8b^3}{3} \cdot D_{43} + 4a^2b^2(D_{32} - D_{33})$$

$$K_{61} = \frac{4a^3}{3} \cdot D_{23} + \frac{4b^3}{3} \cdot D_{34} - 4a^2b^2(D_{24} + D_{33})$$

$$K_{62} = -\frac{4a^3}{3} \cdot D_{22} - \frac{4b^3}{3} \cdot D_{33} + 4a^2b^2(D_{23} + D_{32})$$

$$K_{63} = \frac{8a^3}{3} \cdot D_{23} - \frac{4b^3}{3} \cdot D_{34} + 4a^2b^2(D_{24} - D_{33})$$

$$K_{64} = -\frac{8a^3}{3} \cdot D_{22} + \frac{4b^3}{3} \cdot D_{33} + 4a^2b^2(D_{32} - D_{23})$$

$$K_{65} = -\frac{8a^3}{3} \cdot D_{23} - \frac{8b^3}{3} \cdot D_{34} + 4a^2b^2(D_{24} + D_{33})$$

$$K_{66} = \frac{8a^3}{3} \cdot D_{22} + \frac{8b^3}{3} \cdot D_{33} - 4a^2b^2(D_{23} + D_{32})$$

$$K_{67} = -\frac{4a^3}{3} \cdot D_{23} + \frac{8b^3}{3} \cdot D_{34} + 4a^2b^2(D_{33} - D_{24})$$

$$K_{68} = \frac{4a^3}{3} \cdot D_{23} + \frac{8b^3}{3} \cdot D_{33} + 4a^2b^2(D_{23} - D_{32})$$

$$K_{71} = -\frac{8a^3}{3} \cdot D_{33} + \frac{4b^3}{3} \cdot D_{44} + 4a^2b^2(D_{34} - D_{43})$$

$$K_{72} = \frac{8a^3}{3} \cdot D_{32} - \frac{4b^3}{3} \cdot D_{13} + 4a^2b^2(D_{12} - D_{33})$$

$$K_{73} = -\frac{4a^3}{3} \cdot D_{33} - \frac{4b^3}{3} \cdot D_{11} - 4a^2b^2(D_{13} + D_{31})$$

$$K_{74} = \frac{4a^3}{3} \cdot D_{32} + \frac{4b^3}{3} \cdot D_{13} + 4a^2b^2(D_{12} + D_{33})$$

$$K_{75} = \frac{4a^3}{3} \cdot D_{33} - \frac{8b^3}{3} \cdot D_{11} + 4a^2b^2(D_{13} - D_{31})$$

$$K_{76} = -\frac{4a^3}{3} \cdot D_{32} + \frac{8b^3}{3} \cdot D_{13} + 4a^2b^2(D_{33} - D_{12})$$

$$K_{77} = \frac{8a^3}{3} \cdot D_{33} + \frac{8b^3}{3} \cdot D_{11} + 4a^2b^2(D_{13} + D_{31})$$

$$K_{78} = -\frac{8a^3}{3} \cdot D_{32} - \frac{8b^3}{3} \cdot D_{13} - 4a^2b^2(D_{12} + D_{33})$$

$$K_{81} = \frac{8a^3}{3} \cdot D_{23} - \frac{4b^3}{3} \cdot D_{31} + 4a^2b^2(D_{33} - D_{21})$$

$$K_{82} = -\frac{8a^3}{3} \cdot D_{22} + \frac{4b^3}{3} \cdot D_{33} + 4a^2b^2(D_{23} - D_{32})$$

$$K_{83} = \frac{4a^3}{3} \cdot D_{23} + \frac{4b^3}{3} \cdot D_{31} + 4a^2b^2(D_{12} + D_{33})$$

$$K_{84} = -\frac{4a^3}{3} \cdot D_{22} - \frac{4b^3}{3} \cdot D_{33} - 4a^2b^2(D_{33} + D_{32})$$

$$K_{85} = -\frac{4a^3}{3} \cdot D_{23} + \frac{8b^3}{3} \cdot D_{34} + 4a^2b^2 (D_{24} - D_{33})$$

$$K_{86} = \frac{4a^3}{3} \cdot D_{22} - \frac{8b^3}{3} \cdot D_{33} + 4a^2b^2 (D_{32} - D_{23})$$

$$K_{87} = -\frac{8a^3}{3} \cdot D_{23} - \frac{8b^3}{3} \cdot D_{34} - 4a^2b^2 (D_{42} + D_{33})$$

$$K_{88} = \frac{8a^3}{3} \cdot D_{22} + \frac{8b^3}{3} \cdot D_{33} + 4a^2b^2 (D_{23} + D_{32})$$

ANEJO 3

DESARROLLO DE LOS PROGRAMAS

## 1.- INTRODUCCION

Para la resolución numérica del problema planteado se ha utilizado el ordenador WANG 2200-C de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos (Departamento de Matemáticas Aplicadas a la Ingeniería) de la Universidad de Santander, con las siguientes características:

- Memoria principal de 20 Kbytes
- Memoria auxiliar de disco de 5.000.000 bytes
- unidad de cassette

Debido al método secuencial-iterativo adoptado en la resolución del problema planteado, junto con la limitación de capacidad del ordenador, ha sido necesario fraccionar el programa global en una serie de programas encadenados. Este encadenamiento se ha realizado tanto en el proceso seguido dentro de cada escalón de tiempo como en la unión de cada escalón con el siguiente.

A continuación se presenta un breve comentario de cada uno de los programas elaborados (en lenguaje BASIC).

## 2.- DESCRIPCIÓN DE LOS PROGRAMAS.

Por los motivos de capacidad citados en la introducción y aprovechando la facilidad de fraccionamiento de los programas, se ha creído conveniente realizar dos bloques de programas distintos, aceptándose a los procesos de análisis descritos en el capítulo 3 referentes al caso de material elástico y elastoplástico rigidizable respectivamente. Esto hace posible que el proceso de resolución se acelere en el primer caso.

En los ejemplos analizados en este trabajo y para la malla de elementos finitos adoptada, el tiempo de ordenador requerido para cada escalón de tiempo ha sido de noventa minutos en el caso de material elastoplástico rigidizable, reduciéndose a treinta en el caso de material elástico.

Se presentan, en primer lugar, los organigramas correspondientes a ambos bloques de programas. Dentro de cada bloque de programas existe un primer conjunto de preparación de datos iniciales, en el cual es necesario introducir como datos los resultados del proceso inicial de carga sin drenaje, así como las características que definen el proceso de consolidación propiamente dicho.

En cuanto a la descripción de los programas, se presenta, en primer lugar, el programa de formación de la malla, común a ambos bloques de programas, continuando con la descripción de los programas que componen cada uno de dichos bloques. Es de destacar que algunos programas

(principalmente los referentes a la inversión de la matriz de rigidez) son comunes a ambos conjuntos de programas como se verá.

### ("FM") FORMACION DE LA MALLA

En este programa se procede a la definición geométrica de la malla de elementos finitos (C §). Una vez introducidos como datos el número de nodos y de elementos así como la abscisa de cada "columna" de nodos y la ordenada de cada "fila" de los mismos se produce la formación automática de la malla tanto en lo referente a las coordenadas de los nodos como a los nodos que constituyen cada elemento.

Se define asimismo la distribución de la malla en particiones introduciendo como datos para cada partición:

- primer y último nodo
- primer y último elemento
- primer y último elemento de conexión con la siguiente partición.

Se forman las siguientes matrices:

$S(N1) \rightarrow$  área de cada elemento

$X(N2, 2) \rightarrow$  coordenadas de cada nodo

$N\emptyset(N1, 4) \rightarrow$  nodos que constituyen cada elemento

$P(P\emptyset + 1, 6) \rightarrow$  definición de particiones

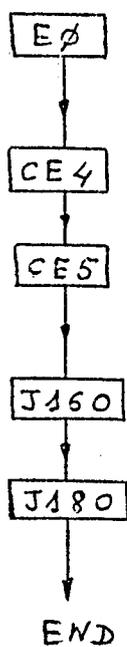
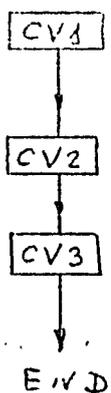
introduciendo como dato adicional una longitud característica (generalmente la semianchura de la faja de carga) que se utiliza para adimensionar los valores de las dos primeras matrices citadas, guardando todas ellas en el fichero de geometría (C  $\%$ )

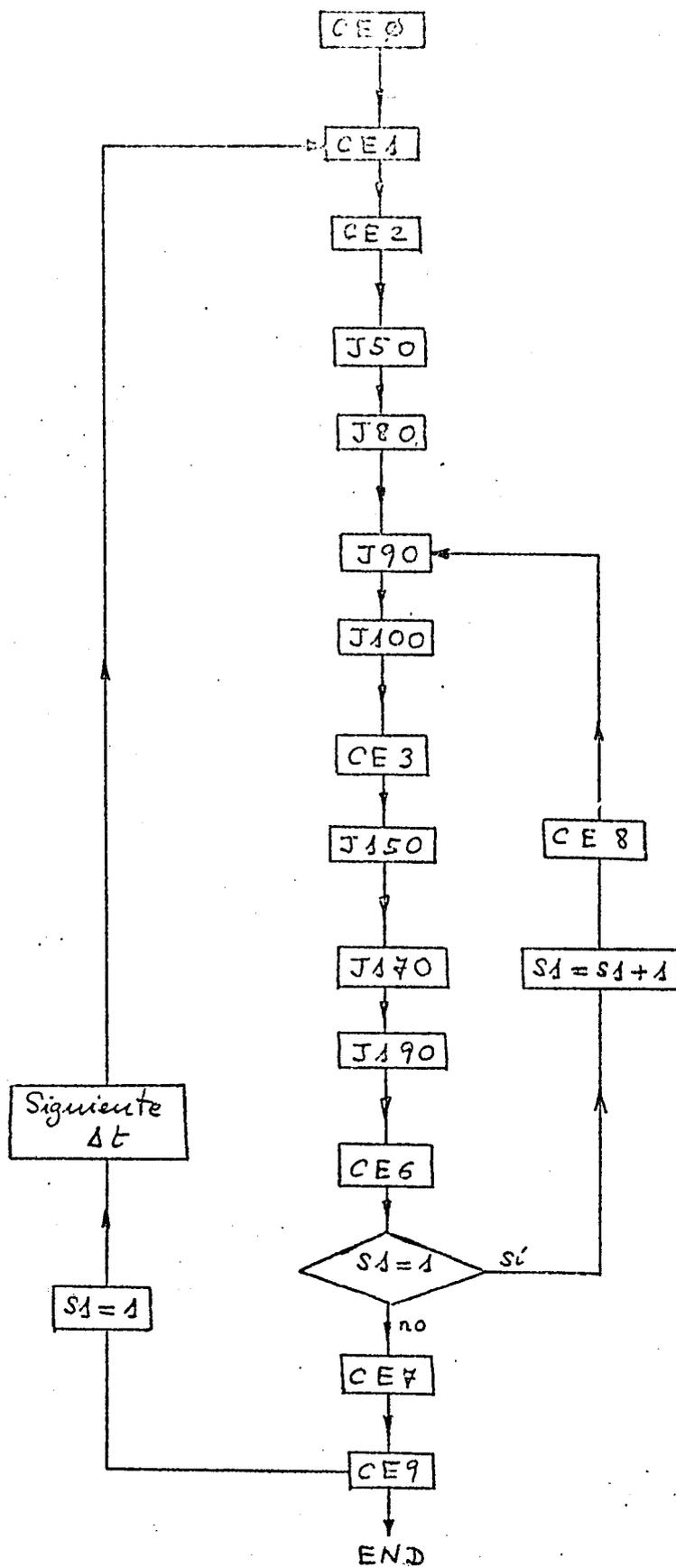
2.1.- Material elástico lineal y carga variable con el tiempo.-

En el organigrama correspondiente se pueden distinguir tres grupos de programas que abarcan, respectivamente, la preparación de datos iniciales, la formación e inversión de la matriz de rigidez de la malla en el análisis tenso-deformacional y el proceso conjunto de resolución.

2.1.1.- Preparación de datos iniciales.-

Como premisa primordial, es preciso tener guardados los valores de las tensiones totales en los centros de los elementos y los desplazamientos nodales correspondientes a cada tipo de carga considerado independientemente, durante la fase de carga sin drenaje, para un valor dado de cada carga tipo.





### ("CV1") DATOS DE TIPOS DE CARGA

Se introducen como datos el número de tipos de carga, el número de datos de tiempo a considerar (número de escalones más uno) así como el valor que se va a utilizar para adimensionar las tensiones.

Para cada tipo de carga se definen:

- los nodos cargados
- los "coeficientes de influencia", en dirección horizontal y vertical, en tanto por uno del valor adoptado para la carga tipo considerada en la fase sin drenaje.
- el valor de la carga tipo en cada uno de los instantes definidos anteriormente. Se considera para ello que el valor unidad corresponde al adoptado para definir las tensiones totales y desplazamientos introducidas anteriormente como datos.

### ("CV2") CONDICIONES DE CONTORNO

Se establecen, para cada uno de los tipos de carga definidos en el programa anterior, las condiciones de contorno permeable (en caso de que exista) modificando las tensiones efectivas correspondientes a los elementos pertenecientes a dicho contorno en cada caso. Se modifican

asimismo las matrices que definen los valores nodales de la sobrepresión intersticial en cada caso.

Por otra parte, se establecen las condiciones de contorno en fuerzas y en desplazamientos en los nodos que corresponda.

### ("CV3") SOLUCION INICIAL

Por tratarse de un material elástico lineal se puede aplicar el principio de superposición. La solución inicial se obtiene multiplicando la solución obtenida para cada tipo de carga por el valor de la carga tipo correspondiente, en el instante inicial, sumándolas posteriormente.

### 2.1.2.- Matriz de rigidez en el análisis tenso-deformacional.-

### ("EØ") MODULO DE ELASTICIDAD

Mediante este programa se obtiene el valor del módulo de elasticidad en cada elemento. Si el módulo varia con la profundidad, se asigna a cada elemento el valor correspondiente a la profundidad de su centro.

La matriz  $E\beta$  (N1) correspondiente se guarda en forma adimensional.

("CE4") FORMACION DE K ( )

A partir de las matrices de rigidez  $M$  ( ) de cada elemento se forma, mediante el ensamblaje adecuado, la matriz de rigidez  $K$  ( ) de cada partición.

Una vez que ha sido formada la matriz de cada partición se almacena en el fichero de inversión ( $E\beta$ ).

Esta matriz expresa las relaciones que existen entre los nodos que forman parte de la partición correspondiente.

("CE5") FORMACION DE MATRICES C ( ) y D (.)

Estas matrices se forman, como la  $K$  ( ) anterior, a partir de la matriz de rigidez  $M$  ( ) de cada elemento pero, a diferencia del caso anterior, expresa las relaciones entre los nodos de una partición con los de las particiones adyacentes.

Estas matrices se guardan en el fichero de inversión a continuación de las matrices  $K$  ( ) almacenadas anteriormente.

("J160") CONDICIONES DE CONTORNO

Se introducen en este programa las condiciones de contorno en desplazamientos en las matrices  $K$  ( ),  $C$  ( ) y  $D$  ( ) de cada partición.

El método para llevarlo a cabo consiste en anular - todos los términos de las filas correspondientes salvo - el de la diagonal principal en la matriz de rigidez  $K$  ( ) de la partición correspondiente, que se hace igual a la unidad.

("J180") INVERSION

Mediante este programa no se realiza realmente la inversión de la matriz de rigidez de la malla sino que se llevan a cabo una serie de operaciones matriciales - propias del sistema de resolución mediante particiones. Se obtienen unas matrices  $K$  ( ) que se utilizarán posteriormente en la resolución. La obtención de dichas matrices se lleva a cabo mediante el siguiente esquema de recurrencia:

Estas matrices se almacenan en el fichero de inversión en los lugares ocupados anteriormente por las matrices  $K()$ .

### 2.1.3.- Proceso conjunto de resolución.-

Una vez ejecutados los dos bloques de programas anteriores se inicia una serie de programas encadenados - que resuelven el problema obteniéndose, a través de la impresora, los resultados correspondientes a cada escalón. La secuencia de programas es la que sigue:

#### ("CE0") INTRODUCCION DE DATOS

Es un programa muy sencillo cuya única misión es - introducir los datos referentes a tipo de malla, nombres de ficheros fijos y longitudes de ficheros temporales - así como valores del coeficiente de permeabilidad y número de escalones.

Estos datos quedan almacenados en memoria durante - todo el proceso, no siendo preciso teclearlos para cada escalón de tiempo.

#### ("CE1") FORMACION DE MATRICES $H()$ y $Z()$

Se forman las matrices  $H()$  y  $Z()$  correspondientes

a cada partición a partir de las  $h()$  y  $z()$  de los elementos que contengan algún nodo de dicha partición.

Estas matrices corresponden al análisis de consolidación (ver capítulo IV) y relacionan entre sí los nodos de cada partición. Se van almacenando en un fichero temporal.

#### ("CE2") FORMACION DE MATRICES $C()$ y $D()$

Estas matrices tienen un significado equivalente a las  $H()$  y  $Z()$  del programa anterior, formándose mediante el mismo proceso, con la diferencia de que relacionan los nodos de una partición con los de las particiones adyacentes.

Se almacenan en el fichero temporal a continuación de las anteriores.

#### ("J50") y ("J80") PREPARACION DE LA ECUACION MATRICIAL

A partir de las matrices almacenadas en los programas anteriores se obtiene la "matriz de rigidez" de cada partición en el análisis de consolidación así como las matrices  $C()$  y  $D()$  adyacentes (en este caso, la matriz  $D()$  es la traspuesta de la  $C()$ ).

Por otra parte, se obtienen asimismo las matrices de "fuerzas nodales" de cada partición a partir de las sobrepresiones intersticiales en los nodos al comienzo del escalón de tiempo considerado.

Todas estas matrices se guardan en el fichero temporal antes citado.

### ("J90") INTRODUCCION DE CONDICIONES DE CONTORNO

Se introducen en este programa las condiciones de contorno en sobrepresiones en las matrices H (), C (), D () y R ().

El método empleado consiste en anular todos los términos de las filas correspondientes de las matrices H (), C () y D () salvo el de la diagonal principal en la matriz H () correspondiente, que se hace igual a la unidad. En las matrices R () se sustituye el término correspondiente a la fila del nodo en cuestión por el valor de la sobrepresión en ese nodo como perteneciente al contorno permeable.

### ("J100") y ("CE3") RESOLUCION DEL PROBLEMA DE

#### CONSOLIDACION

Estos dos programas efectúan la resolución del -

sistema de ecuaciones mediante el método de particiones descrito en el capítulo III. Se obtiene como resultado el incremento de la sobrepresión intersticial en cada nodo, guardándose, en forma matricial, en el fichero temporal.

#### ("J150") INCREMENTOS DE FUERZAS NODALES

Ensamblando convenientemente los incrementos de fuerzas nodales (en el análisis tenso-deformacional) - obtenidos para cada elemento a partir de los incrementos de sobrepresión intersticiales obtenidos en el programa anterior, resultan las matrices que definen los incrementos de fuerzas nodales en cada partición. Estas matrices se guardan en un nuevo fichero temporal.

#### ("J170") INTRODUCCION DE CONDICIONES DE CONTORNO

En este programa se introducen las condiciones de contorno, tanto en fuerzas como en desplazamientos, en las matrices de fuerzas nodales de cada partición. Las condiciones de contorno en fuerzas vienen expresadas en forma incremental.

#### ("J190") OBTENCION DE DESPLAZAMIENTOS NODALES

Se procede a la resolución del problema tenso-

deformacional a partir de las matrices de rigidez obtenidas e invertidas anteriormente. Se obtienen los incrementos de desplazamientos en los nodos de la malla guardando sus valores adimensionados en el segundo fichero temporal.

#### ("CE6") INCREMENTOS DE TENSIONES EFECTIVAS

Con la matriz tensión-deformación de cada elemento y la matriz de incrementos de desplazamientos nodales se obtienen, en el centro del mismo, los incrementos de las tensiones efectivas, almacenándose estos resultados en el segundo fichero temporal.

Si es la segunda vez, dentro del escalón considerado, que se ejecuta este programa se pasa a escribir los resultados. En caso contrario, se analiza la variación de tensiones totales.

#### ("CE8") VARIACION DE TENSIONES TOTALES

A partir de los incrementos de sobrepresión intersticial obtenidos en "CE3" y de los incrementos de tensiones efectivas obtenidos en "CE6" se hallan los incrementos sufridos por las tensiones totales. Con esto se obtienen unos incrementos de "fuerzas nodales" en el análisis de consolidación, que se añaden a los valores almacenados en el primer fichero temporal, repitiendo el proceso a partir del programa "J90".

("CE7") RESULTADOS DEL ESCALON

Se escriben por la impresora los resultados del escalón de tiempo considerado presentando para ello los valores nodales de la sobrepresión intersticial y los desplazamientos acumulados desde el comienzo del proceso así como los valores de las tensiones totales y efectivas (excluyendo el peso propio) en el centro de cada elemento.

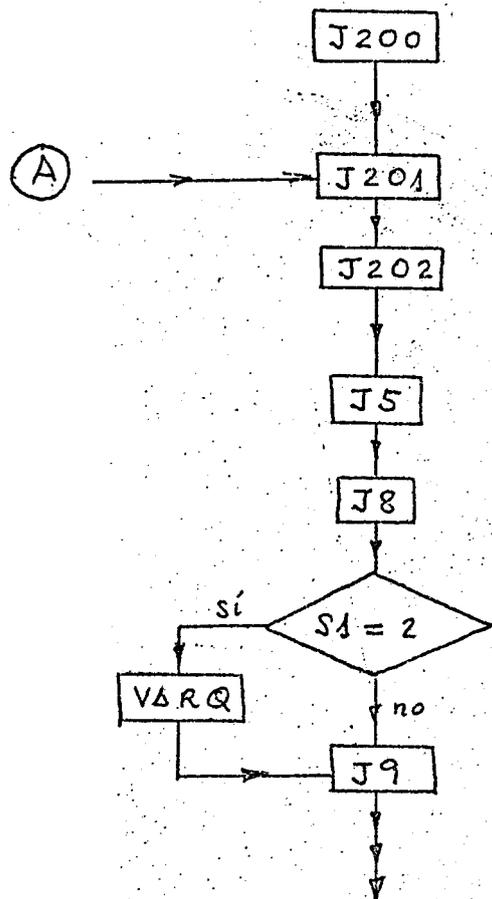
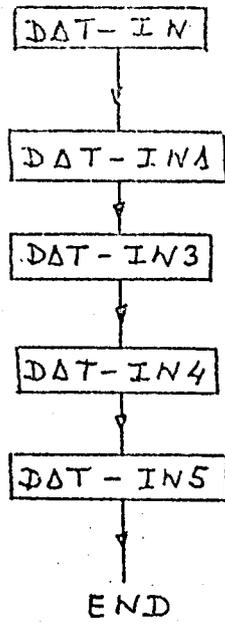
("CE9") PREPARACION DE VALORES INICIALES DEL SIGUIENTE ESCALON

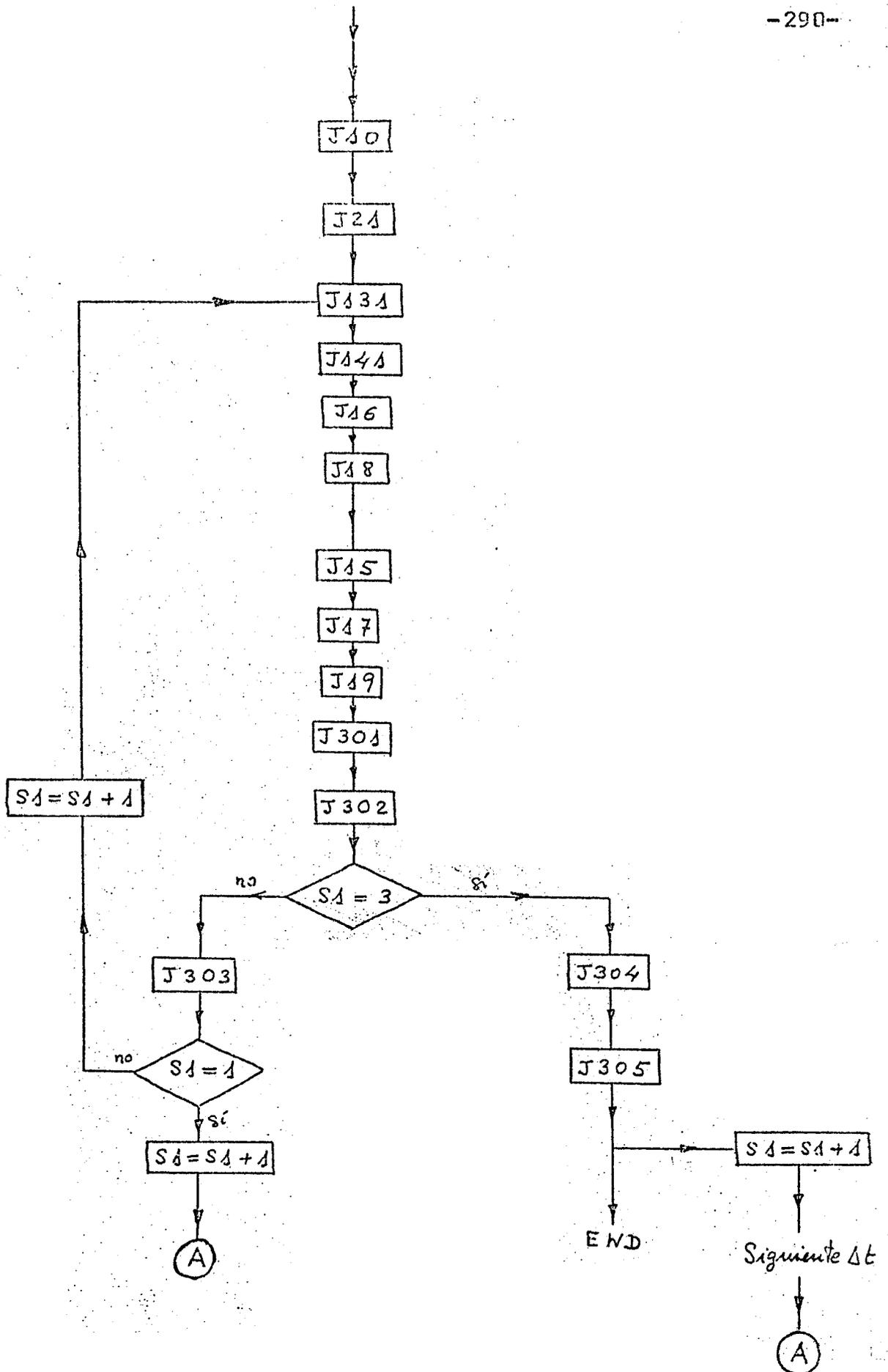
En este programa se prepara la nueva solución inicial a partir de los resultados del escalón anterior y los incrementos debidos a cada tipo de carga durante la fase instantánea sin drenaje del presente escalón.

Se continúa el proceso en forma automática a partir del programa "CE1" con el nuevo valor del incremento de tiempo.

2.2.- Material elastoplástico rigidizable y carga instantánea.-

En el organigrama correspondiente se distinguen dos





grupos de programas que abarcan, respectivamente, la preparación de datos iniciales y el proceso conjunto de resolución del problema.

### 2.2.1.- Preparación de datos iniciales.-

Como requisito principal, es preciso tener almacenados los valores de las tensiones totales en los centros de los elementos y los desplazamientos nodales correspondientes a la fase inicial de carga sin drenaje.

#### ("DAT-IN") INTRODUCCION DE DATOS

Se introducen en primer lugar los datos referentes a:

- nombres de ficheros fijos y longitudes de ficheros temporales a utilizar.
- valores de longitudes y cargas tomados como valores tipo para adimensionar.
- módulo de elasticidad en tensiones efectivas definido por el valor en su superficie y la variación en profundidad. Se obtiene así el valor de  $E'$  en cada elemento.
- valores de los parámetros que sirven para definir el criterio de plastificación, así como los datos referentes a elementos plastificados.

En este programa se obtienen las deformaciones plásticas acumuladas y a partir de ellas, el valor del parámetro de rigidización y la sobrepresión intersticial en el centro de los elementos plastificados. La sobrepresión intersticial en los elementos elásticos se obtiene por la ley elástica.

### ("DAT-IN1") SOBREPRESIONES INTERSTICIALES

A partir de los valores correspondientes a los centros, se obtiene el valor de la sobrepresión intersticial en los nodos de la malla, en la fase sin drenaje.

### ("DAT-IN3") ESTABLECIMIENTO DE CONDICIONES DE

#### CONTORNO

Se introducen, en primer lugar, las condiciones de contorno en sobrepresiones, en los nodos de la malla, - continuando con las condiciones de contorno en fuerzas - y en desplazamientos, almacenándolas en forma matricial.

Se definen, asimismo los elementos de la malla pertenecientes al contorno permeable.

### ("DAT-IN4") MATRICES TENSION-DEFORMACION

Se analizan en primer lugar los elementos del - -

contorno permeable, modificando las tensiones efectivas en los mismos en forma convenientes.

Por otra parte, se obtiene la matriz incremento de tensión-incremento de deformación en cada uno de los elementos de la malla, almacenándolas todas ellas en el fichero plástico (P $\delta$ ).

### ("DAT-IN5") PREPARACION DE DATOS EN FICHEROS

Mediante este programa se preparan las matrices que definen el comportamiento de los elementos plástificados de manera que sea sencilla posteriormente la obtención de la "matriz secante intermedia" citada al comentar el proceso de resolución seguido, en este caso, en cada es calón.

#### 2.2.2.- Proceso conjunto de resolución.-

La resolución del problema dentro de cada escalón - comprende los siguientes programas, como se ha visto en el organigrama correspondiente.

### ("J200") INTRODUCCION DE DATOS

Es un programa sencillo en que se introducen los -

datos referentes a ficheros y coeficientes de permeabilidad.

("J201") FORMACION DE MATRICES H () y Z ()

Se forman las matrices H () y Z () correspondientes a cada partición a partir de las h () y z () de los elementos que contengan algún nodo de dicha partición, teniendo en cuenta las distintas expresiones según que el elemento en cuestión se encuentre plastificado o no.

("J202") FORMACION DE MATRICES C () y D ()

Estas matrices tienen un significado equivalente a las H () y Z () del programa anterior, formándose mediante el mismo proceso, con la diferencia de que relacionan los nodos de una partición con los de las particiones adyacentes.

Se almacenan en el fichero temporal a continuación de las anteriores.

("J5") y ("J8") PREPARACION DE LA ECUACION MATRICIAL

El esquema y el funcionamiento de estos programas es idéntico al de los ("J50") y ("J80") descritos en 2.1.3.

Existe una diferencia y es que en el segundo paso del análisis de consolidación, el proceso continúa con la ejecución del programa ("VARQ").

### ("VARQ") VARIACION DE TENSIONES TOTALES

A partir de los incrementos de sobrepresión intersticial obtenidos en ("J21") y de los incrementos de tensiones efectivas obtenidos en ("J301") se obtienen los incrementos de tensiones totales. Con esto y teniendo en cuenta si el elemento en cuestión se encuentra en estado elástico o plástico se van obteniendo unos incrementos de "fuerzas nodales" en el análisis de consolidación, que se añaden a los valores almacenados en el fichero temporal continuando el proceso a partir del programa ("J9").

### ("J9") INTRODUCCION DE CONDICIONES DE CONTORNO

Es un programa idéntico al ("J90") descrito en 2.1.3.

### ("J10") y ("J21") RESOLUCION DEL PROBLEMA DE

#### CONSOLIDACION

Son dos programas idénticos a ("J100") y ("CE3") - respectivamente descritos en el apartado 2.1.3. ya que

el método de resolución de la ecuación matricial por particiones no viene afectado por el comportamiento del material.

Se obtiene como resultado el incremento de la sobre presión intersticial en cada nodo guardándose, en forma matricial, en el fichero temporal.

#### ("J131") FORMACION DE K ( )

A partir de las matrices de rigidez  $M ( )$  de cada elemento, se forma, mediante el ensamblaje adecuado, la matriz de rigidez  $K ( )$  de cada partición, almacenándola en el fichero de inversión (E $\delta$ ).

En la obtención de la matriz  $K ( )$  de cada elemento hay que tener en cuenta si dicho elemento se encuentra plastificado o no.

#### ("J141") FORMACION DE MATRICES C ( ) y D ( )

Se forman como la  $K ( )$  a partir de la matriz de rigidez  $M ( )$  de cada elemento y expresan las relaciones entre los nodos de una partición con los de las particiones adyacentes.

### ("J16") CONDICIONES DE CONTORNO

Se introducen las condiciones de contorno en desplazamientos en las matrices  $K()$ ,  $C()$  y  $D()$  de cada partición. El procedimiento es análogo al seguido en el apartado 2.1.3 del presente capítulo, en el programa ("J160").

### ("J18") INVERSION

En este programa no se realiza la inversión global de la matriz de rigidez de la malla en el análisis tensodeformacional sino que se llevan a cabo una serie de operaciones matriciales propias del sistema de resolución - mediante particiones, como se ha citado al describir el programa ("J180").

### ("J15") INCREMENTOS DE FUERZAS NODALES

Ensamblando convenientemente los incrementos de fuerzas nodales, en el análisis tensodeformacional, obtenidos para cada elemento a partir de los incrementos de sobrepresión intersticial obtenidos en ("J21"), resultan las matrices que definen los incrementos de fuerzas nodales en cada partición, almacenándose dichas matrices en un nuevo fichero temporal.

("J17") INTRODUCCION DE CONDICIONES DE CONTORNO

Se introducen las condiciones de contorno tanto en fuerzas como en desplazamientos en las matrices de fuerzas nodales de cada partición. Las condiciones de contorno en fuerzas vienen expresadas en forma incremental.

("J19") OBTENCION DE DESPLAZAMIENTOS NODALES

Se procede a la resolución del problema tenso-deformacional a partir de las matrices de rigidez obtenidas e invertidas anteriormente. Se obtienen los incrementos de desplazamientos en los nodos de la malla, guardando sus valores adimensionados en el segundo fichero temporal.

("J301") INCREMENTOS DE TENSIONES EFECTIVAS

Con la matriz incremento de tensión-incremento de deformación de cada elemento y la matriz de incrementos de desplazamientos nodales, se obtienen en el centro del mismo, los incrementos de las tensiones efectivas, almacenándose estos resultados en el segundo fichero temporal.

("J302") ANALISIS DE TENSIONES

Se obtienen en primer lugar los incrementos de - -

deformaciones plásticas en los elementos plastificados, definiendo a partir de ellos el nuevo criterio de plastificación en cada elemento. A continuación se obtienen los coeficientes de plastificación en cada elemento, analizando asimismo aquellos elementos que se hayan descargado.

Si es la tercera vez que se realiza el análisis tenso-deformacional se continua el proceso con el programa ("J304"). En caso contrario, se continua con ("J303").

#### ("J303") MODIFICACION DE MATRICES TENSION-DEFORMACION

En este programa se analiza el estado en que se encuentra cada elemento para, en función de ello, formar la matriz incremento de tensión-incremento de deformación elástica o bien la plástica "secante intermedia", almacenándolas en el fichero correspondiente.

Se obtienen asimismo los valores medios en los elementos plastificados de los parámetros  $R_0$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ , y  $R_4$  que intervienen en el análisis de consolidación.

Si es la primera vez, dentro del escalón de tiempo considerado, que se realiza el análisis tenso-deformacional, se continua el proceso a partir del programa ("J201") con un nuevo análisis de consolidación. En caso contrario, se repite el análisis tenso-deformacional a partir del programa ("J131").

("J304") RESULTADOS DEL ESCALON

Se escriben por la impresora los resultados del escalón de tiempo considerado, presentando para ello los valores nodales de la sobrepresión intersticial y los desplazamientos acumulados desde el comienzo del proceso así como los valores de las tensiones totales y efectivas (excluyendo el peso propio) en el centro de cada elemento.

("J305") PREPARACION DE VALORES INICIALES DEL  
SIGUIENTE ESCALON

Se presentan en primer lugar los elementos plastificados al final del escalón y se obtienen, de acuerdo con los valores de las tensiones efectivas y de las deformaciones plásticas acumuladas, el nuevo criterio de plastificación en cada elemento así como las nuevas matrices incremento de tensión-incremento de deformación, repitiendo el proceso para un nuevo incremento de tiempo a partir del programa ("J201").