



MÉTODO DE CÁLCULO DE DESALINEAMIENTOS  
EN SISTEMAS ÓPTICOS

APLICACIÓN MEDIANTE REDES NEURONALES

---

*TESIS DOCTORAL*

ESTHER OTEO LOZANO



*Als meus pares, i a la família,  
perquè sempre han cregut en mi,  
i al Pepe,  
perquè sense ell no hagués arribat mai  
fins aquí.*



# Método de cálculo de desalineamientos en sistemas ópticos.

## Aplicación mediante redes neuronales.

Tesis presentada para obtener el título de Doctora por la Universitat  
Politécnica de Catalunya.

Programa de Enginyeria Òptica.

Doctoranda

Esther Oteo Lozano

Director

Josep Arasa Martí.

*Universitat Politècnica de Catalunya.*

Universitat Politècnica de Catalunya

Departament d'Òptica i Optometria

Centre de Desenvolupament de Sensors, Instrumentació i Sistemes

Terrassa, Juliol 2013



## Agradecimientos

Para llegar a terminar esta tesis doctoral el camino ha sido largo y, a ratos, difícil. Hay momentos en los que uno se siente solo, hasta incomprendido. Pero son solo sensaciones que sobrevienen por el cansancio. En realidad sé que nunca he estado sola, ni incomprendida, y ello quiero agradeceréselo a todos los que han hecho posible que este viaje de crecimiento personal llegara a buen puerto. Porque eso ha sido la tesis doctoral para mí: un reto personal e intelectual que me ha ayudado a crecer como persona.

Pepe, a ti no es un agradecimiento lo que quiero dedicarte, porque es un monumento lo que te mereces! Pero tú ya lo sabes, verdad? Quién mejor que tú, que ya has recorrido antes este camino, y que me has visto día y noche, puede entender lo que ha significado para mí tu apoyo infinito, tus ánimos constantes, tu paciencia y tu cariño. Ante todo, gracias por creer en mí.

A mis padres, y a mi familia, cómo no, tengo que agradecerles su apoyo, sus ánimos y comprensión. Esta tesis existe también gracias a vosotros!

Gracias, Enrique, por tu mimo de filólogo para con este texto, y tu cariño como amigo.

Gracias a Josep por haber dirigido esta tesis y por haberme dado la oportunidad de hacerla.

Y gracias a mis amigos, en especial a los que han estado a mi lado aunque yo no estuviera. Vosotros sabéis lo importantes que habéis sido.





## RESUM

En aquesta tesis doctoral es presenta un nou mètode per al càlcul de desalineaments en sistemes òptics a partir del front d'ona a la sortida del sistema. El mètode parteix de l'ajust de polinomis de Zernike al front d'ona del sistema òptic, i estableix una funció de transformació entre els coeficients de Zernike i les variables de desalineament. En aquesta memòria es presenta el desenvolupament matemàtic del mètode i s'estableixen tres funcions de transformació: per sistema d'equacions lineals, per sistema d'equacions no lineals i per xarxes neuronals artificials. El mètode s'ha validat per simulació mitjançant l'aplicació d'aquestes tres funcions de transformació a un sistema òptic format per tres lents en què una d'elles està desalineada. Es presenten i comparen els resultats obtinguts en aplicar cada funció, on es mostra que per desalineaments senzills les tres funcions donen bons resultats, però per desalineaments complexos s'ha necessitat aplicar el mètode amb les xarxes neuronals en dos passos, un per a les variables de gir i un altre per les variables de descentrament. S'ha generalitzat el mètode per més d'un element desalineat, mostrant resultats satisfactoris en el càlcul de desalineaments per dos elements del triplet mitjançant les xarxes neuronals.

## RESUMEN

En esta tesis doctoral se presenta un nuevo método para el cálculo de desalineamientos en sistemas ópticos a partir del frente de onda a la salida del mismo. El método parte del ajuste de polinomios de Zernike al frente de onda del sistema óptico, y establece una función de transformación entre los coeficientes de Zernike y las variables de desalineamiento.

En esta memoria se presenta el desarrollo matemático del método y se establecen tres funciones de transformación: por sistema de ecuaciones lineales, por sistema de ecuaciones no lineales y por redes neuronales artificiales. El método se valida por simulación mediante la aplicación de estas tres funciones de transformación a un sistema óptico formado por tres lentes en el que una de ellas es desalineada. Se presentan y comparan los resultados obtenidos en aplicar cada función, donde se muestra que para desalineamientos sencillos las tres funciones dan buenos resultados, sin embargo para desalineamientos complejos se ha necesitado aplicar el método mediante las redes neuronales en dos pasos, uno para las variables de giro y otro para las variables de descentramiento. Se ha generalizado el método para más de un elemento desalineado, mostrando resultados satisfactorio en el cálculo de desalineamientos para dos elementos del triplete.

## ABSTRACT

In this thesis a new method to determine element misalignments in optical systems is presented. The method starts with the adjustment of Zernike polynomials to the wavefront of the optical system, and sets a transformation function between the Zernike coefficients and the misalignment variables.

Herein we present the mathematical development of the method and three transformation functions: a system of linear equations, a system of nonlinear equations and artificial neural networks. The method is validated by simulation by applying the three transformation functions to an optical system composed of three lenses in which one of them is misaligned. We present and compare the results of applying each function, showing that for simple misalignments the three functions work well, however, for complex misalignments, it has been required to apply the method with the artificial neural networks in two steps, one for decentering variables and one for tilt variables. The method has been generalized for more than one element, showing satisfactory results in the calculation of misalignment for two elements of the triplet system.



---


 Índice
 


---

<b>Capítulo 1: Introducción, contexto y objetivos de la tesis</b>	<b>1</b>
1.1 Estructura del trabajo	3
1.2 Origen del proyecto	5
1.3 Objetivos de la tesis	7
<b>Capítulo 2: Estado del arte</b>	<b>9</b>
2.1 Metrología de frentes de onda	10
2.1.1 Técnicas interferométricas	11
2.1.2 Técnicas deflectométricas	18
2.2 Alineación de sistemas ópticos	24
2.2.1 Tolerancias en la posición de los elementos de un sistema óptico	25
2.2.2 Monturas en el posicionamiento de los elementos de un sistema óptico	27
2.2.3 Sistemas de detección de desalineamientos	31
2.2.4 Métodos de cálculo de desalineamientos en sistemas ópticos formadores de imagen	35
2.2.5 Equipos comerciales para la alineación de sistemas ópticos	40
2.3 Novedad y aportación de la tesis doctoral	43

<b>Capítulo 3: Conceptos previos</b>	<b>45</b>
3.1 Descriptores del frente de onda	47
3.2 Ajuste de polinomios de Zernike a la aberración del frente de onda	53
3.3 Criterios de calidad en los sistemas ópticos formadores de imagen	55
3.3.1 Criterios de calidad basados en el análisis de la imagen	56
3.3.2 Criterios de calidad basados en las aberraciones del frente de onda	58
3.4 Desarrollo en serie de Taylor de una función	59
3.5 Ajuste por mínimos cuadrados	61
3.6 Algoritmo de optimización de Levenberg-Marquardt	62
3.7 Neurona artificial	65
3.7.1 Tipos de funciones de transferencia	66
3.7 Red neuronal artificial	67
<b>Capítulo 4: Método desarrollado</b>	<b>73</b>
4.1 Relación del frente de onda con los desalineamientos	74
4.2 Método de cálculo	80
4.2.1 Función de transformación por sistema de ecuaciones	84
4.2.2 Función de transformación por redes neuronales	92
4.2.3 Aplicación de la función de transformación	101
4.2.4 Validez de la función de transformación	103
<b>Capítulo 5: Algoritmo desarrollado</b>	<b>105</b>
5.1 Algoritmo para la generación de datos	106
5.1.1 Generación de los valores de desalineamiento	109
5.1.2 Pasarela Matlab-Zemax	109

5.2 Algoritmos para las funciones de transformación	111
5.2.1 Algoritmo para la función de transformación por sistema de ecuaciones lineales y no lineales	113
5.2.2 Algoritmo para la función de transformación por redes neuronales	120
<b>Capítulo 6: Validación del método</b>	<b>129</b>
6.1 Sistema óptico seleccionado para validar el método	131
6.1.1 Desalineamientos aplicados	132
6.2 Resultados obtenidos con sistema de ecuaciones lineales	137
6.2.1 Descentramiento con sistema de ecuaciones lineales	137
6.2.2 Giro con sistema de ecuaciones lineales	140
6.2.3 Descentramiento y giro simultáneos con sistema de ecuaciones lineales	142
6.3 Resultados obtenidos con sistema de ecuaciones no lineales	145
6.3.1 Descentramiento con sistema de ecuaciones de tercer grado	146
6.3.2 Giro con sistema de ecuaciones de tercer grado	149
6.3.3 Descentramiento y giro simultáneos con sistema de ecuaciones de tercer grado	151
6.4 Resultados obtenidos con redes neuronales	155
6.4.1 Descentramiento con red neuronal	157
6.4.2 Giro con red neuronal	159
6.4.3 Descentramiento y giro simultáneos con red neuronal	160
6.5 Análisis de resultados	169

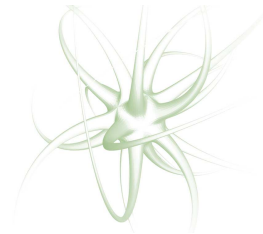
<b>Capítulo 7: Generalización del método para múltiples variables de desalineamiento. Aplicación para el caso de dos lentes desalineadas.</b>	<b>177</b>
7.1 Desalineamientos aplicados a las lentes del sistema óptico	178
7.2 Resultados obtenidos para la alineación de dos lentes mediante el Procedimiento1	181
7.3 Resultados obtenidos para la alineación de dos lentes mediante el Procedimiento2	188
7.4 Análisis de resultados. Generalización del método para un alto número de variables	190
7.4.1 Análisis del efecto de la compensación de aberraciones	191
7.4.2 Análisis del efecto del número de variables de desalineamiento	196
7.5 Aplicación del método a la alineación de dos lentes a partir del frente de onda en eje y campo mediante el Procedimiento2	209
7.6 Análisis de los resultados obtenidos en la aplicación del método a la alineación de dos lentes mediante el frente de onda en eje y campo	220
<b>Capítulo 8: Conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>223</b>
8.1 Conclusiones	224
8.2 Trabajo futuro	233
<b>Bibliografía</b>	<b>235</b>







# 1



## Introducción, contexto y objetivos de la tesis

La presente tesis doctoral describe un nuevo método de cálculo de desalineamientos en sistemas ópticos. El método establece una relación entre el frente de onda a la salida del sistema óptico y los valores de desalineamiento de los elementos del sistema. Esta relación se modela mediante una función de transformación que es única para cada sistema óptico.

La función de transformación, cuyos parámetros internos se ajustan mediante simulación, permite calcular los desalineamientos de los elementos a partir de los valores de los coeficientes de Zernike que representan el frente de onda.

A lo largo del desarrollo de la tesis doctoral se han estudiado tres funciones de transformación que se han ajustado para el caso particular de un triplete de Cooke con una lente desalineada.

Posteriormente, se ha generalizado el método para el cálculo de desalineamientos de más de un elemento a partir del frente de onda en eje y en campo del mismo sistema óptico.

Las funciones de transformación estudiadas han sido tres: un sistema de ecuaciones lineales, un sistema de ecuaciones de tercer grado y una red neuronal artificial.

Como se verá, se ha prestado especial atención a la función de transformación por redes neuronales. Las redes neuronales permiten obtener ajustes entre datos de forma muy satisfactoria en situaciones en las que se desconoce la función analítica que los relaciona, por lo que el problema del cálculo de desalinamientos se prestaba a ser resuelto por esta vía.

La corrección de los desalineamientos es de gran importancia en los sistemas ópticos de gran calidad y precisión. En la obtención un sistema óptico con un alto grado de calidad están involucrados un gran número de procesos, tales como la etapa de diseño, el análisis de tolerancias, la fabricación de los elementos, las monturas de fijación de éstos y el proceso de ensamblaje y verificación.

Un elemento óptico mal posicionado hará que la calidad del resultado sea menor a la esperada por diseño, por lo que, si las especificaciones de calidad lo requieren, se realizará un proceso de comprobación de funcionamiento del sistema óptico y se ajustarán las posiciones de los elementos si es necesario.

En esta última fase, la de comprobación del funcionamiento y ajuste de posición de los elementos, es en la que se enmarca esta tesis doctoral.

A lo largo de la historia se han desarrollado numerosos métodos de comprobación del funcionamiento de los sistemas ópticos. Algunos de estos métodos cuantifican la calidad de funcionamiento general del sistema final, mientras que otros están orientados específicamente a detectar los desalineamientos y a guiar el proceso de alineación. Son pocos los dedicados a cuantificar desalineamientos de los elementos ópticos del sistema.

La tesis doctoral que se ha desarrollado y que aquí se presenta, ha tenido como objetivo principal establecer las bases de un nuevo método general de cálculo de desalineamientos en sistemas ópticos a partir de la medida del frente de onda a la salida del sistema óptico. Del mismo modo, sienta las bases para el futuro desarrollo de equipación de alineación de sistemas ópticos genéricos de gran precisión.

## 1.1 Estructura del trabajo

El trabajo que se presenta se ha estructurado en ocho capítulos:

1. En el capítulo 1 se hace una breve introducción al ámbito en el que se sitúa la tesis, se explica su estructura y se exponen los objetivos de la tesis.
2. En el capítulo 2 se exponen las técnicas de metrología de frentes de onda más comunes, los métodos de detección y cálculo de

desalineamiento y los equipos comerciales a tal efecto. Se ubica también la aportación que realiza la tesis doctoral a este campo.

3. En el capítulo 3 se exponen los conceptos ópticos y matemáticos necesarios para el desarrollo de la tesis doctoral.

4. En el capítulo 4 se expone el método desarrollado, detallando tanto la matemática en la que se basa el método como el proceso de cálculo mediante el que se aplica.

5. En el capítulo 5 se explica el proceso empleado para generar los datos utilizados en el estudio de aplicación del método y se exponen los algoritmos desarrollados para la aplicación del mismo.

6. En el capítulo 6 se exponen los resultados de aplicación del método a la cuantificación de los desalineamientos de un elemento. Se realiza asimismo un análisis comparativo de los resultados de cálculo de desalineamientos de cada una de las tres funciones de transformación.

7. En el capítulo 7 se generaliza el método para el cálculo de desalineamientos de más de un elemento del sistema óptico.

8. En el capítulo 8 se presentan las conclusiones de la tesis doctoral y se analizan los objetivos conseguidos. Se exponen también las posibles aplicaciones del método y las futuras vías de investigación que surgen de forma natural a partir de esta tesis doctoral.

Para ubicar mejor la tesis doctoral realizada, a continuación se expone una breve síntesis del trabajo histórico previo a la tesis en sí y de los objetivos que cumplir a lo largo de la misma.

## 1.2 Origen del proyecto

La necesidad de cuantificar los desalineamientos de sistemas ópticos surgió a raíz de un proyecto desarrollado en el CD6 bajo contrato privado. En dicho proyecto se requería conocer el estado de desalineamiento de dos lentes cilíndricas de un acople anamórfico para un objetivo de cámara de cine.

Se estudió la posibilidad de calcular el estado de alineación del sistema anamórfico a partir del análisis de las PSF en eje y campo del sistema óptico [Arasa2009\_1] [Arasa2009\_2], obteniendo por simulación una pauta de cálculo a partir de la posición y la forma de las PSF. Sin embargo, durante el desarrollo del proyecto, fue necesario modificar el procedimiento de alineamiento con el fin de adaptarlo a los nuevos requerimientos del cliente y a las condiciones que requería el mercado.

Gracias al conocimiento adquirido durante el proyecto, se vio que el proceso de cálculo hasta entonces desarrollado podía ser generalizado para cualquier sistema óptico si se analizaba el frente de onda en lugar de la PSF.

Dicho proyecto continuó con el análisis de PSF y se estableció un método de cálculo general a partir de las posiciones relativas de las PSF de diferentes posiciones de campo. Sin embargo, el método solamente permitía saber la dirección en la que se tenía que girar la lente cilíndrica, siendo incapaz de determinar la cantidad de grados de giro ni qué lente se tenía que girar. El proyecto finalizó satisfactoriamente con un dispositivo de asistencia a la alineación basado en el análisis de PSFs.

Una vez finalizado el proyecto, y viendo la necesidad existente, se estimó oportuno proseguir con el desarrollo de un método de cálculo de desalineamientos en sistemas ópticos.

En una primera fase, se siguió estudiando la posibilidad de análisis de PSF obteniendo buenos resultados para un sistema de Gauss [Oteo2011]. Por simulación, se obtuvieron las PSF formadas por el sistema de Gauss en el que se desalineaba en cantidades conocidas el segundo grupo. Se definieron tres parámetros de análisis de las PSF: posición relativa, geometría relativa y energía relativa, y se estudió su dependencia con el descentramiento y el giro (tilt) del grupo desalineado.

Para el caso de tener solamente un tipo de desalineamiento (es decir, solamente descentramiento o solamente giro) el resultado era satisfactorio, pero no solucionaba el caso general de tener diferentes combinaciones de desalineamientos.

En esta primera fase se observó que al obtener las PSF del sistema desalineado se pierde, por un efecto de integración, gran parte de la información que sí está contenida en el frente de onda [Goodman1968]. Con el fin de dotar de mayor capacidad al método de cálculo de desalineamientos, se decidió cambiar la estrategia y tomar como origen de datos el frente de onda en lugar de las PSF.

El frente de onda a la salida de un sistema óptico variará si el sistema tiene elementos desalineados, alejándose del frente de onda esperado (o nominal) cuanto mayores sean estos desalineamientos [Oteo2012]. Por consiguiente, el nuevo método que se planteó fue el estudio de la variación del frente de onda en función de los desalineamientos. Este método es el que se presenta en esta tesis doctoral.



### 1.3 Objetivos iniciales de la tesis

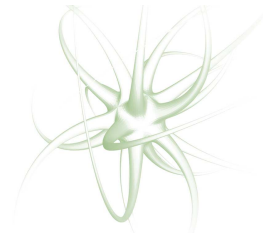
Como ya se ha dicho anteriormente, el objetivo general de la tesis es establecer las bases de un nuevo método de cálculo de desalineamientos en sistemas ópticos a partir del frente de onda a la salida del sistema.

Este objetivo genérico se concreta en los siguientes cuatro objetivos concretos:

1. Desarrollar la base matemática que demuestre la viabilidad conceptual del método.
2. Establecer el proceso de cálculo de los desalineamientos a partir del frente de onda.
3. Comprobar el método a partir de simulaciones de un sistema óptico desalineado.
4. Analizar la capacidad del método para alinear más de un elemento.



# 2



## Estado del arte

Este capítulo se ha estructurado en dos grandes bloques: en el primero se presenta una síntesis de las técnicas de metrología de frente de onda, ahondando en aquellas que resultan de más interés para este trabajo, y en el segundo se describen los métodos de detección y cuantificación de alineamientos de sistemas ópticos.

En el bloque destinado a la metrología de frentes de onda se presentan las técnicas más comunes de medida del frente de onda de sistemas ópticos, se describe el principio de funcionamiento y se exponen sus aplicaciones.

En el apartado dedicado al estado del arte de la alineación de sistemas ópticos se exponen en primer lugar las técnicas de alineación pasivas y a continuación las técnicas de alineación activas halladas en la literatura. Asimismo, se ha incluido una selección de sistemas comerciales en uso para la alineación de sistemas ópticos, detallándose qué técnica utilizan.

Finalmente, una vez sintetizados los métodos existentes, se ubica la aportación de la tesis doctoral en este campo.

## 2.1 Metrología de frentes de onda

En este apartado se recogen las técnicas de metrología del frente de onda más habituales, haciendo una breve descripción del método que utilizan y sus posibles configuraciones experimentales.

Los procedimientos metrologicos para la medida del frente de onda miden dicho frente a la salida del sistema cuando se incide con un frente de onda conocido. Se pueden clasificar las múltiples técnicas de metrología óptica en tres grandes grupos: interferométricas, de proyección de franjas y deflectométricas.

Las técnicas interferométricas se utilizan generalmente para caracterizar superficies [Parks 1995], [Schulz 1993], [Mantel 2005] y elementos ópticos [Malacara 2007], pero también se pueden configurar sistemas interferométricos con otras finalidades, como para caracterizar el grado de colimación de un haz [Yan Xu 1991] o para alinear los elementos de un sistema [Lehan 2007].

Como ejemplo de aplicación de técnicas de proyección de franjas puede citarse la caracterización de superficies [Yuk 1994], aunque también se pueden utilizar con el fin de hallar la focal de un sistema [Glatt 1987].

Las técnicas deflectométricas son empleadas básicamente para caracterizar elementos ópticos individualmente o sistemas ópticos de varios

elementos. Se pueden utilizar, por ejemplo, para caracterizar las aberraciones del frente de onda [Ares M. 2007], para estudiar el comportamiento del sistema de forma similar al trazado de rayos empleado en las simulaciones de diseño [Canabal 2001], o para detectar el descentrado de elementos ópticos [Malacara 1992].

Estas técnicas han estado presentes desde el inicio de la fabricación de elementos ópticos, proporcionando información sobre el estado y acabado de las superficies de los elementos o bien sobre el comportamiento global de todo el sistema.

Ya que el método de alineamiento que se propone en la presente tesis doctoral trabaja por transmisión, el apartado se centrará en las técnicas que miden el frente de onda a la salida de un sistema óptico por transmisión.

### *2.1.1 Técnicas interferométricas.*

Las técnicas basadas en interferometría óptica son las más comúnmente empleadas para la medida de alta resolución en metrología óptica. Si bien estas técnicas se emplean generalmente para caracterizar superficies, se usan también para caracterizar sistemas ópticos completos, siendo esta última configuración la que se recoge en este apartado.

La principal ventaja de las técnicas interferométricas es que permiten medir la desviación entre dos frentes de onda con una sensibilidad del orden de

una fracción de la longitud de onda de la luz con la que se ilumina el sistema.

Esta misma sensibilidad está vinculada a los principales inconvenientes que presentan estas técnicas: su alta sensibilidad a las condiciones de contorno del instrumento [Brock 2005] (temperatura y humedad ambientales, vibraciones, etc.), la necesidad de contar, en algunas configuraciones, con una superficie de referencia, y, en cuanto a la obtención de la información del interferograma, se debe salvar el obstáculo que supone la ambigüedad cuando la diferencia de fase es superior a  $2\pi$ .

Los interferogramas se producen superponiendo en un plano de observación, en el que se puede situar un sensor digital, dos frentes de onda, siendo uno de ellos el de referencia, por lo tanto un frente de onda plano o esférico, y el otro el proveniente del sistema óptico a medir [Malacara 1992]. Con el interferograma se puede recuperar el frente de onda mediante un proceso de cálculo, como el que se encuentra detallado en [Malacara2007].

A continuación se presentan brevemente las configuraciones de los interferómetros más habituales para la caracterización de elementos ópticos: interferómetro de Fizeau, de Twyman-Green, Mach-Zender, *Common-path* y *lateral shearing*.

### a) Interferómetro de Fizeau

El interferómetro de Fizeau se utiliza generalmente para la verificación de superficies, aunque se puede adaptar para la verificación de elementos ópticos por transmisión.

Este interferómetro consiste generalmente en una fuente de luz puntual que es colimada y dirigida al elemento que se ha de verificar. Delante del mismo se sitúa una lámina planoparalela de referencia semireflejante, de forma que parte de la luz se refleja en la lámina de referencia y parte en la superficie que se desea verificar. Ambos haces de luz se reflejan en un divisor de haz y forman el interferograma en el plano de análisis (ver figura 2.1.1). También se puede inclinar unos 10-20 min de arco la superficie espejada de la lámina para aislar el haz de referencia.

Para analizar un elemento por transmisión con este interferómetro, debe situarse detrás del sistema óptico una superficie totalmente plana y reflejante de forma que devuelva el haz de luz, atravesando de nuevo el sistema en test.

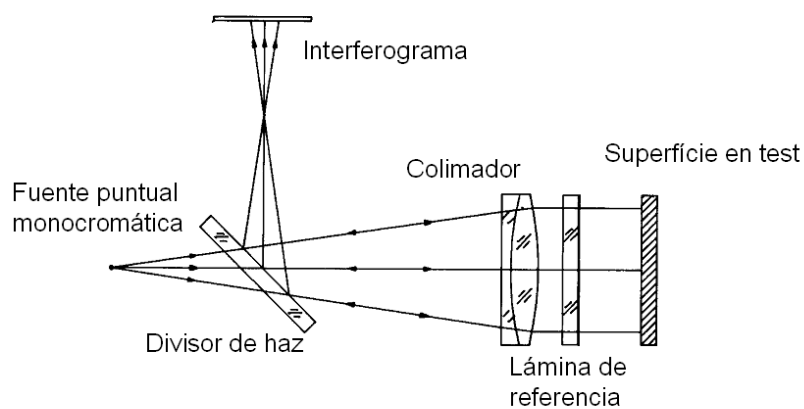


Figura 2.1.1: Esquema de la configuración de un interferómetro de Fizeau.

### b) Interferómetro de Twyman-Green

El interferómetro de Twyman-Green es una modificación del interferómetro de Michelson [Malacara 2007]. Fue inventado y patentado por Twyman y Green en 1916, siendo su aplicación inicial la verificación de prismas y objetivos de microscopio. Más adelante se adaptó también para verificar objetivos de cámaras fotográficas.

La configuración básica de este interferómetro es la ilustrada en la fig 2.1.2. Una fuente puntual es colimada y dividida por un separador de haz. Los dos haces de luz resultantes se reflejan cada uno en un espejo y vuelven a coincidir en el separador de haz de forma que a la salida el frente de onda sea la interferencia de los dos frentes. Parte de este haz sale hacia un sensor, donde se forma la imagen y se obtiene el interferograma (ver figura 2.1.2).

Si en uno de los brazos se sitúa un elemento o conjunto de elementos ópticos, el interferograma que se obtenga proporcionará la información necesaria para reconstruir la modificación introducida en el frente de onda por el sistema óptico.



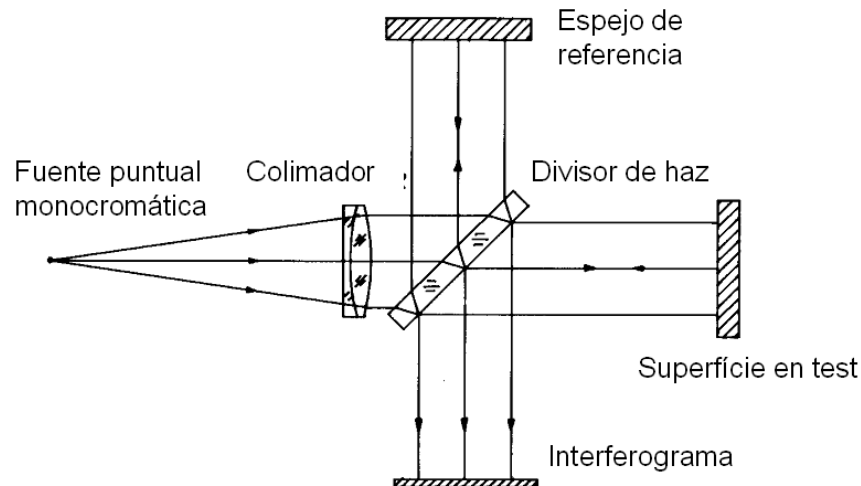


Figura 2.1.2: Esquema de la configuración de un interferómetro Twyman-Green.

### c) Interferómetro de Mach-Zehnder

En un interferómetro Twyman-Green la luz pasa dos veces por el elemento en test. Una posibilidad para evitar el doble paso es utilizar un interferómetro de 'paso abierto', como por ejemplo el interferómetro Mach-Zehnder.

En este interferómetro los dos caminos se desacoplan, como se puede ver en la fig. 2.1.3. Puede ser interesante esta configuración, en la que la luz pasa por el elemento a verificar una única vez, si se está verificando un elemento muy aberrado.

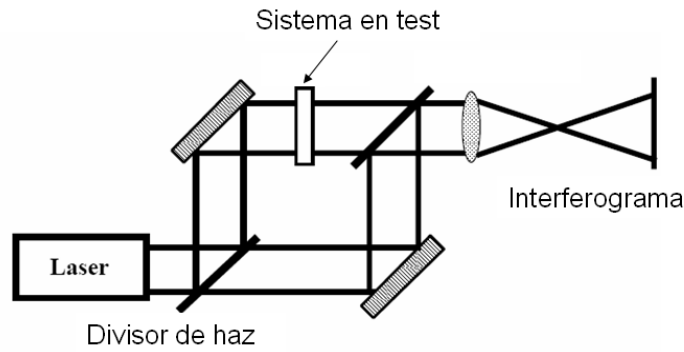


Figura 2.1.3: Esquema de la configuración de un interferómetro Mach-Zehnder [Caum2010].

#### d) Interferómetros *Common-Path* y *Lateral Shearing*

En los interferómetros comunes como Twyman-Green y Mach-Zehnder, el haz de referencia y el de análisis siguen caminos separados, por lo que se pueden ver afectados de forma diferente por variaciones mecánicas o cambios de temperatura, obteniéndose por tanto fluctuaciones o errores en el interferograma. Sin embargo, gran parte de estos problemas se pueden solucionar con los interferómetros *Common-Path* (Camino común, en inglés), en los que el haz de referencia y el de test realizan el mismo camino. Una gran ventaja de estos interferómetros es que los dos haces recorren la misma longitud de camino óptico en eje, por lo que se puede utilizar luz blanca en vez de monocromática.

La interferencia se puede obtener de dos formas distintas: la primera, llamada *Common Path*, consiste en hacer pasar el haz de referencia por una porción pequeña del elemento a verificar; la segunda, llamada *Lateral shearing* y más habitual, consiste en hacer pasar los dos haces por todo el sistema y desplazar luego ligeramente el haz de referencia respecto al de test para obtener el interferograma. En el caso de desplazar los haces

lateralmente se necesita tratar numéricamente el interferograma para obtener la información del frente de onda. El procedimiento para obtener el frente de onda a partir del interferograma se encuentra por ejemplo en [Malacara 2007].

Un ejemplo de interferómetro de este tipo es un interferómetro de Michelson modificado, en el que uno de los espejos está ligeramente inclinado (ver fig. 2.1.4). Con esta configuración, haciendo incidir el frente de onda a caracterizar, se obtienen dos haces iguales pero ligeramente desplazados entre sí, por lo que interfieren formando un interferograma en el plano de análisis. También se puede adaptar por ejemplo un interferómetro Mach-Zehnder para utilizar el *Lateral Shearing*.

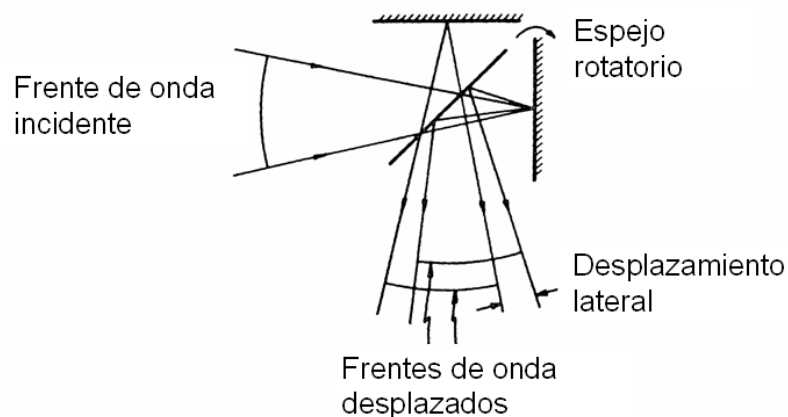


Figura 2.1.4: Esquema de funcionamiento de un interferómetro de Michelson adaptado para producir un desplazamiento lateral.

### 2.1.2 Técnicas deflectométricas

Generalmente, las medidas basadas en técnicas deflectométricas presentan menor resolución pero mayor rango de medida que las interferométricas, pudiendo alcanzar el área de medida grandes dimensiones. Se debe añadir que el tiempo empleado en la medida con estas técnicas es similar al empleado aplicando técnicas interferométricas.

Las técnicas deflectométricas se basan en la medida de las pendientes locales del frente de onda emergente del sistema, ya sea porque dicho frente de onda representa directamente la superficie a analizar, o porque sea el resultado de diversas interacciones con el sistema.

La medida de las pendientes se realiza en una colección discreta de puntos. Para obtener un registro continuo del frente de onda debe procederse a un ajuste, más o menos complejo, de dicha colección de pendientes.

A continuación se hace una breve descripción de las configuraciones de Hartmann, Shack-Hartmann y Ronchi, escogidas como las más representativas de entre las técnicas deflectométricas y que son de general aplicación en el campo de la metrología óptica.

#### a) Sensor de Hartmann y Shack-Hartmann

Este sensor fue desarrollado por el astrofísico alemán Johannes Hartmann alrededor de 1920. La primera versión se desarrolló para la caracterización de espejos de telescopios de grandes dimensiones [Platt 2001] [Malacara 1998]. En sus inicios se conoció el dispositivo como *Hartmann screen test*,

ya que consiste en una lámina opaca a la que se le practican unos agujeros de pequeñas dimensiones distribuidos de forma regular en todo el área. El tamaño de los agujeros debe permitir que las parejas rayo incidente y reflejado sobre la superficie a medir pasen por el mismo agujero.

En la figura 2.15 se puede observar un esquema correspondiente a esta configuración. La lámina debe colocarse lo más próxima posible a la superficie en análisis. Tanto la distribución de los agujeros como la distancia de la fuente de iluminación a la lámina son datos que deben ser conocidos. De este modo, por cada agujero pasa hacia la superficie un rayo con una determinada pendiente, llegando a la lámina en una determinada posición.

El haz de rayos que, reflejados en la superficie, vuelven a atravesar la lámina, impactan en una superficie situada en el plano de observación.

Si el frente de onda reflejado en la superficie presenta una cierta deformación, la situación de los puntos iluminados en el plano de observación será distinta de la que se obtendría si el frente de onda fuera plano (caso ideal y con la fuente en el foco del espejo). Determinando las diferencias de posición  $(x,y)$  entre los correspondientes centros de agujeros y puntos de luz se puede determinar la pendiente local del frente de onda. Es decir, se puede determinar la aberración transversal y longitudinal, y con un proceso de integración numérica posterior, es posible realizar la reconstrucción del frente de onda.

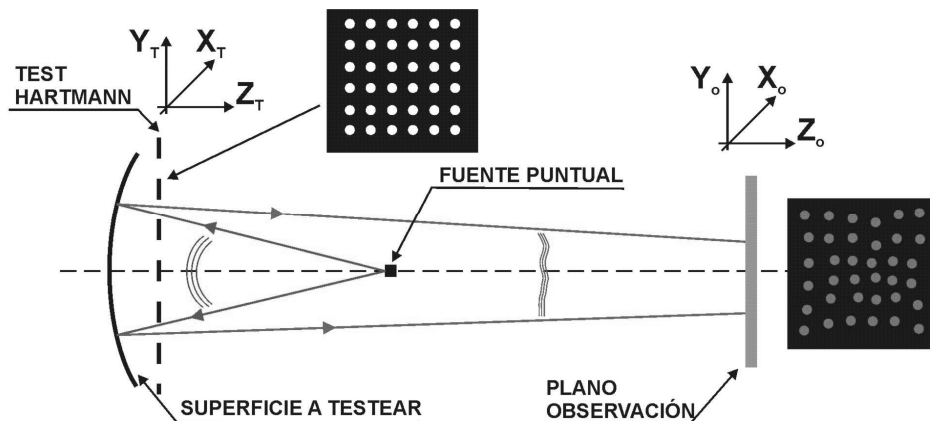


Figura 2.15: Esquema del test de Hartmann para un espejo. [Caum2010]

Este es un método adecuado para trabajar con superficies de grandes dimensiones, aunque presenta ciertos inconvenientes tales como el reducido número de puntos del que se dispone de información, o la poca cantidad de luz que llega al plano de observación.

Alrededor de la década de los 70 Roland Shack propuso una mejora sobre el test de Hartmann consistente en colocar una lente en cada uno de los agujeros. Este hecho permite disponer de una mayor cantidad de luz en el plano de observación. Una vez validada la idea se abordó el diseño y la construcción de conjuntos de micro lentes que en sí mismas constituirían un nuevo sensor denominado Shack-Hartmann.

En la figura 2.16 se puede observar una configuración correspondiente a un sensor Shack-Hartmann analizando un elemento óptico por transmisión. Esta configuración puede precisar de una óptica de adaptación para garantizar que todos los spots iluminados en el plano de observación se localicen dentro del área de un sensor.

La posición de los puntos iluminados se consigue determinando el centroide del spot formado por cada lente. En [Neal 2002] se describen las distintas fuentes de error presentes en un sensor de frente de onda con esta configuración. De nuevo, con un tratamiento numérico, se puede reconstruir el frente de onda.

Actualmente se han diseñado sensores de Shack-Hartmann, también llamados sensores de frente de onda, que son de aplicación en campos tan distintos como la óptica adaptativa [Booth2002], la caracterización de elementos ópticos [Forest 2004] y la determinación de las aberraciones del ojo [Liang 1994], [Salmon 1998].

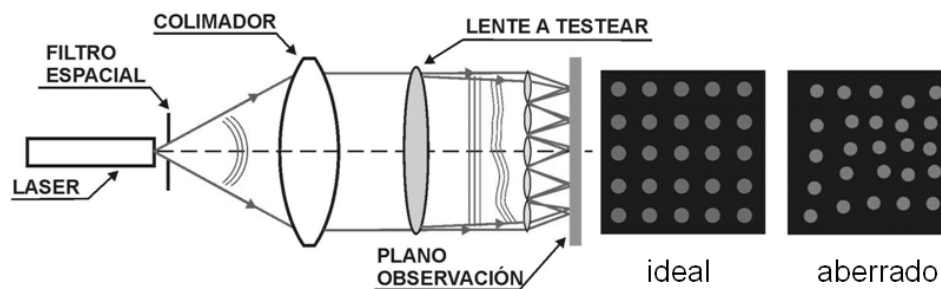


Figura 2.1.6: Esquema de sensor Shack Hartmann por transmisión.

[Caum2011]

Una de las limitaciones de esta configuración es la ambigüedad que se puede dar a la hora de identificar cada spot con su posición ideal, ya que a mayor aberración mayor será el desplazamiento de los spots, pudiendo llegar a solaparse. Sin embargo, esta ambigüedad se puede evitar si en vez de lentes esféricas se utiliza un conjunto de lentes cilíndricas [Ares 2007], de manera que el patrón que se forma ya no es una matriz de spots

circulares sino una matriz de líneas que permite hacer el seguimiento de posición sobre el sensor.

Las características del sistema permiten que se pueda hacer un barrido con el sensor Shack-Hartmann en sistemas de gran diámetro y luego reconstruir el frente de onda uniéndolos patrones detectados en cada zona.

### b) Test de Ronchi

En 1922 el físico italiano Vasco Ronchi ideó un método para verificar elementos ópticos de grandes dimensiones [Ronchi 1964]. Dicho método consiste en utilizar una red de difracción de baja frecuencia situada a la salida del sistema a analizar que discretiza el frente de onda, creando un patrón de franjas en el sensor similar al que se obtendría con un sistema Shack-Hartmann con lentes cilíndricas (ver figura 2.1.7).

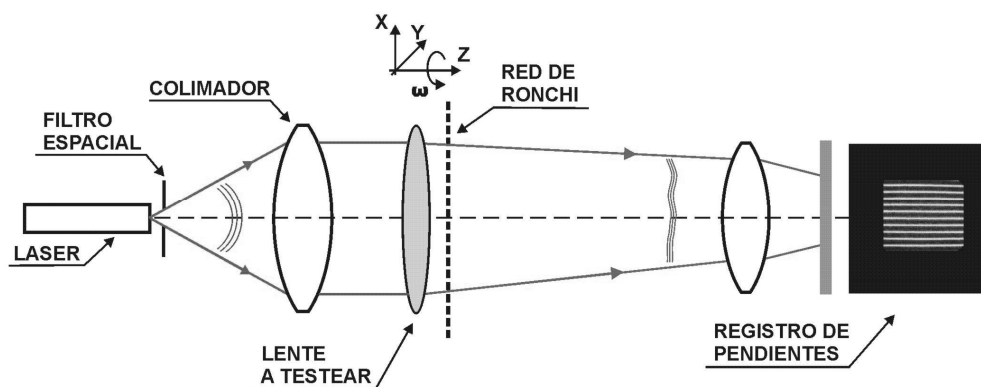


Figura 2.1.7: Esquema de la configuración para la medida por transmisión con test de Ronchi. [Caum2010]



En esta configuración una fuente considerada puntual emite luz que es colimada antes de entrar en el sistema a verificar. Al atravesar el sistema, el frente de onda es deformado. A la salida del sistema la red de Ronchi discretiza el frente de onda y mediante un medidor de pendientes (que puede ser un sensor CCD con un objetivo) se obtiene un registro de las pendientes de los rayos que han atravesado el sistema.

Haciendo la medida con la red en dos posiciones ortogonales y conociendo la posición en que el rayo ha atravesado la red y su pendiente en cada caso, se puede reconstruir el frente de onda [Royo 1999].

Esta configuración también permite trabajar bajo el principio del *null test*. En lugar de emplear una red con franjas rectas, se puede modificar la forma de las mismas, por ejemplo dándoles una forma curvada, adecuada en forma y distribución a la superficie a medir. De este modo, si el sistema está bien alineado el patrón sobre el sensor será un conjunto de franjas rectas. Esta idea se expone en [Malacara 1974]. Se puede considerar como un método de verificación aplicado a un proceso de producción de un determinado elemento en series elevadas.

Con el paso de los años y los avances tecnológicos, la proliferación de dispositivos LCD ha permitido que estos se apliquen para la generación de patrones. A estos patrones generados por dispositivos LCD se les puede dotar de una cierta dinámica, pudiéndose también sustituir la red de Ronchi por un dispositivo LCD.

## 2.2 Alineación de sistemas ópticos

En este apartado se exponen diferentes métodos existentes de alineación o de medida de la alineación de sistemas ópticos. Estos métodos se pueden clasificar en dos subgrupos: métodos pasivos y métodos activos.

Los métodos pasivos se pueden entender como aquellos que por su sola presencia permiten obtener un sistema alineado. Básicamente, este grupo lo forman las monturas de los elementos ópticos.

Los métodos activos se presentarán en dos subgrupos: métodos de detección de desalineamientos, y métodos de cálculo de desalineamientos.

Los métodos de detección de desalineamientos permiten conocer si algún elemento del sistema está desalineado a partir de la medida del comportamiento del sistema óptico, mientras que los métodos de cálculo de desalineamientos permiten obtener de forma cuantitativa el valor del desalineamiento de los elementos del sistema óptico a partir de la medida del comportamiento del sistema.

Este apartado se inicia con una descripción de las tolerancias estándares en el posicionamiento de los elementos en un sistema óptico, seguido de los tipos de monturas más comunes. Ambos puntos permiten ubicar en el contexto adecuado los procedimientos de medida de desalineamiento. A continuación se describen diferentes métodos de detección de desalineamientos complementados con los diferentes métodos de cálculo de los desalineamientos de sistemas ópticos. Y en quinto y último lugar se

presentan algunos sistemas comerciales de alineación de elementos ópticos.

### *2.2.1 Tolerancias en la posición de los elementos de un sistema óptico*

La última etapa del diseño de un sistema óptico, una vez se han fijado las posiciones de los elementos y sus características (geometría, materiales), corresponde al análisis de tolerancias del sistema. Este análisis permite determinar el grado de sensibilidad del sistema diseñado a pequeñas variaciones de sus características (curvatura de las lentes, posición relativa entre superficies y propiedades de los materiales).

La norma ISO 10110 [ISO10110], en el capítulo 6, describe los métodos para especificar las tolerancias de centrado, define los errores de centrado y sus efectos sobre el rendimiento del sistema óptico.

Se pueden encontrar en [Yoder1986] especificaciones de las tolerancias estándares tanto para el caso de sistemas con gran tolerancia, como para sistemas muy poco tolerantes. En la tabla 2.2.1 se presenta un resumen de las mismas. En el estudio realizado en esta tesis doctoral se ha tomado como tolerancia máxima de descentramiento  $\pm 0.1\text{mm}$ , y de giro de  $\pm 0.1$  grados, que corresponde al rango de tolerancias de los sistemas ópticos comerciales.

Parámetro	Tolerancia	
	Amplia	Estricta
Diámetro del elemento	0.5mm	0.075mm
Grosor del elemento	0.25mm	0.025mm
Separación entre elementos	0.25mm	0.025mm
Descentramiento del elemento	0.1mm	0.010mm
Giro del elemento	0.1°	0.01°

Tabla 2.2.1: Resumen de las tolerancias en la posición de los elementos según [Yoder1986] tanto para el caso de tener tolerancias poco o muy restrictivas.

Para flexibilizar las tolerancias del sistema diseñado, se pueden incluir en él uno o más elementos tales que, desplazándolos ligeramente, puedan compensar los errores cometidos en el resto de los componentes del sistema. A estos elementos se les denomina *elementos compensadores* y se incluyen en todos los sistemas que deben tener altas prestaciones como, por ejemplo, telescopios u objetivos cinematográficos.

No obstante, cuando se construye físicamente el sistema, y si las especificaciones de calidad del mismo lo requieren, debe existir un método para comprobar que la geometría de los elementos individuales es la correcta, y otro método para alinear los elementos y situarlos en su posición de la forma más precisa posible, ya sea mediante el correcto posicionamiento de todos los elementos o conociendo cómo desplazar el elemento compensador.

En general, la tolerancia de posicionamiento que tendrán los elementos de un sistema óptico será aquella que proporcionen los elementos de sujeción o monturas. Pero también puede haber casos, como el de los telescopios, en

los que la alineación de los elementos se deba hacer de forma regular en el tiempo, o casos en los que para disminuir costes se simplifique la mecánica y se posicione de forma automatizada el elemento en base al análisis simultáneo del resultado durante el ensamblaje [Aei\_web].

### *2.2.2 Monturas en el posicionamiento de los elementos de un sistema óptico*

El método básico para posicionar correctamente los elementos en un sistema óptico es el sistema de monturas mecánicas. Estas sujetan los elementos y los posicionan, y los fijan o permiten su desplazamiento según sea su aplicación.

Para cada tipo de elemento óptico hay diferentes tipos de monturas posibles, siendo distintas para espejos, prismas o lentes. A continuación se exponen algunos de los tipos de monturas más comunes para lentes de revolución.

Una lente generalmente se sujeta a una montura o alojamiento, ya sea metálica o de material plástico, y el conjunto de monturas con sus lentes de un sistema óptico se monta en un cilindro o barril para construir el sistema óptico.

El alojamiento o montura tiene en general una forma de cilindro vacío del que sobresale internamente un anillo sobre el que se apoya la lente. Por el otro lado de la lente, esta se sujeta al anillo de apoyo con un segundo elemento mecánico que ejerce una cierta presión sobre ella para fijarla. La lente se puede fijar de diferentes maneras: con un anillo, con una arandela

encajada, con una arandela roscada, con adhesivo, etc. En la figura 2.2.1 se pueden ver esquemas de los mismos. De forma resumida los diferentes sistemas de fijación de lentes se pueden agrupar de la siguiente manera:

- Anillo elástico de fijación: consiste en un anillo cortado cuya flexibilidad permite cerrarlo para desplazarlo hasta su posición y, una vez posicionado, se abre para encajar en el alojamiento que le corresponde. Debido a la dificultad de asegurar el contacto entre la lente y el anillo esta técnica se utiliza solamente en los casos en que la posición no es crítica.
- Arandela encajada: consiste en un anillo de sección rectangular y de diámetro exterior ligeramente mayor al diámetro interior del alojamiento. Para introducir la arandela esta se enfría para que se contraiga, y se calienta el alojamiento para que se dilate. A continuación se introduce la arandela en el alojamiento hasta hacer contacto con la lente. Al volver a temperatura ambiente la arandela queda fijada. Este tipo de sujeción es irreversible.
- Arandela roscada: consiste en una arandela que en su exterior tiene una rosca que encaja con otra en la superficie interior del alojamiento. Permite fijar la lente con mayor precisión que en los sistemas anteriores.
- Adhesivo: consiste en posicionar primero la lente y luego fijarla con una sustancia adhesiva.

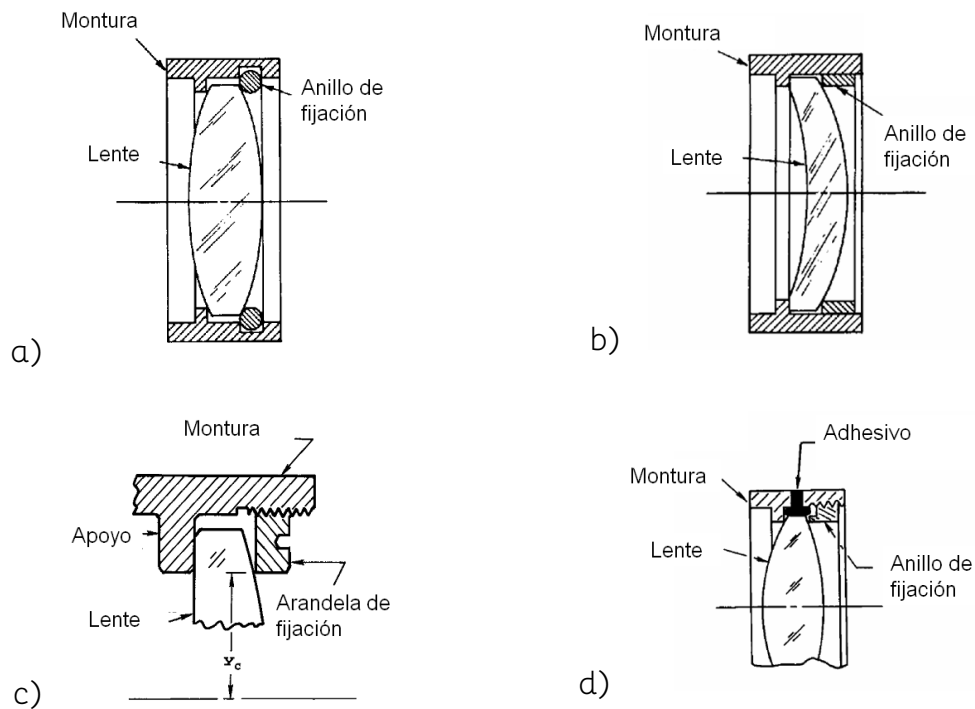


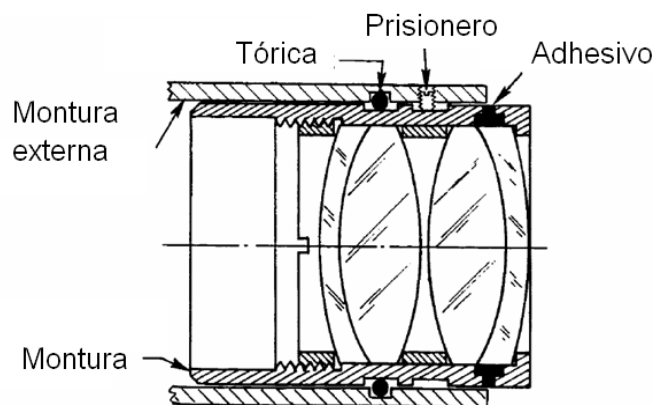
Figura 2.2.1: Ejemplos de diferentes formas de fijación de una lente en su montura; a) con anillo elástico de fijación, b) con arandela encajada, c) con arandela roscada, d) con adhesivo [Yoder1986].

Para montar un sistema óptico de más de una lente existen también diferentes técnicas de fijación y montaje.

El método más común para grandes producciones por ser más económico es el *drop-in* [Yoder1986], que consiste en ‘dejar caer’ los elementos en su posición y sellar. En general se utiliza en producciones automatizadas [Bala1995] en las que los elementos son manipulados por brazos robóticos o similares. Este método se utiliza básicamente en sistemas de calidad media-baja y con aperturas de  $f/4.5$  o menores. Para estos casos en general se comprueba el funcionamiento del sistema óptico a posteriori, desechándose aquellos que no cumplan especificaciones.

Para calidades mayores se requieren métodos más finos como el *lathe-assembly* (ensamblaje con torno o mecanizado) [Yoder1986], [Yoder2008],

o la realización de monturas con reguladores [Kohrman1989][West1992]. En estos métodos se ajustan los elementos en el momento del montaje y se rectifican mecánicamente si el resultado no cumple con las especificaciones, garantizando precisiones de posicionamiento de hasta algunas micras. También se puede tener un elemento o grupo de elementos que permitan un reajuste final para compensar las posibles aberraciones residuales que hayan quedado durante el ensamblaje. Este elemento o grupo compensador se define durante la etapa de diseño óptico para permitir cierto desplazamiento que compense los pequeños errores del resto de elementos [Yoder2008].



*Figura 2.2.2: Ejemplo de sistema óptico ensamblado por 'drop-in'. Se indican sus elementos básicos.*

Aun teniendo la montura cierta precisión de posicionamiento, se pueden producir errores en la posición del elemento óptico. Una buena colección de ejemplos se puede hallar en [Hopkins1966].

El descentramiento de una lente provoca un descentramiento del eje óptico de todo el sistema, asimismo, el giro de una lente provoca un giro en el eje



óptico del sistema. Ambos efectos pueden ser producidos tanto por un error de fabricación del elemento óptico como por un error de posicionamiento en la montura.

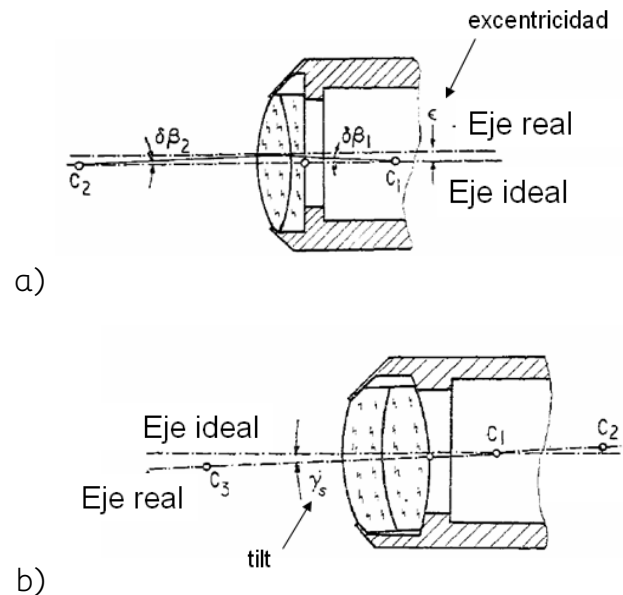


Figura 2.2.3: Ejemplos de desalineamiento de una lente debido a un mal posicionamiento en su montura: a) descentramiento, b) tilt.

### 2.2.3 Sistemas de detección de desalineamientos

Es importante verificar la geometría y comportamiento de los elementos antes de montar el sistema, sobre todo si se requiere una buena calidad del mismo. Existen múltiples sistemas de caracterización de superficies y de comportamiento de elementos ópticos como los descritos en [Malacara 1992], [Glatt 1987], [Hopkins1984], [Huang2011], [Bhattacharya1991], [Schulz 1993], [Thorburn1980], [Parks 1995] y [Yuk 1994].

Una vez verificada la calidad de los elementos del sistema, se debe proceder a su montaje, y, especialmente en los sistemas de alta calidad o precisión, se debe comprobar que los elementos han sido correctamente situados. Ya hemos visto que existen diversos métodos de caracterización del frente de onda de un sistema óptico (apartado 2.1) y que la medida del frente de onda es utilizada en la caracterización de las aberraciones de los sistemas ópticos. Si comparamos las aberraciones del sistema óptico construido con las del diseño nominal tendremos la información básica para conocer si algún elemento o elementos están mal posicionados.

A continuación se presenta una colección de distintos métodos de detección de errores de posicionamiento de elementos ópticos que han servido como base de estudio para la realización de la presente tesis doctoral.

- Maciej Raǳalowski en [Raǳalowski1988] propone la utilización de un interferómetro para detectar el coma introducido por el descentramiento de un elemento del sistema. Asimismo, hace una comparación de dos configuraciones (ver figura 2.2.4) con las que se obtienen patrones de interferencia diferentes debido al giro en uno de ellos del frente de onda de referencia. El giro del frente de onda de referencia se introduce para resaltar la parte asimétrica del frente de onda aberrado, detectando así el coma del sistema, que es la aberración mayormente introducida al descentrar uno o más elementos. Cabe resaltar que si bien este método permite detectar la existencia de descentramientos, no permite saber qué elemento está descentrado ni en qué cantidad.

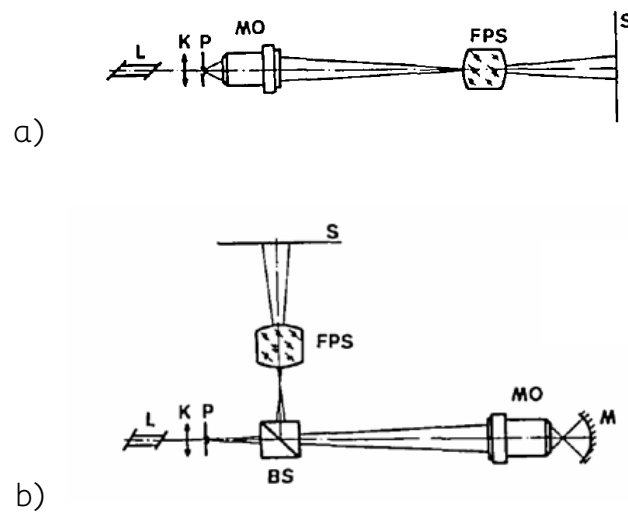


Figura 2.2.4: Configuración experimental para verificar el coma con un FPS: (a) configuración con un solo paso; (b) configuración de doble paso. L=laser, K=condensador, P=pinhole, MO=sistema en test, FPS=interferómetro, S=pantalla, BS=beam-splitter. [Raŝalowski1988]

- En [Malacara 1992] Daniel y Zacarias Malacara proponen la utilización de un test de Hartmann con solamente cuatro orificios para encontrar los errores de focalización, el astigmatismo, el coma y el error prismático de un sistema óptico. El sistema consiste en medir las desviaciones de los cuatro puntos sobre el plano imagen respecto a su posición ideal. Conociendo la desviación horizontal y vertical, mediante un cálculo simple que presentan, se pueden encontrar los valores de desenfoque, astigmatismo, giro y coma de un sistema óptico.
- En [Lampen2011] se propone un método para calcular las aberraciones debidas a los desalineamientos a partir de la relación de senos de Abbe [Kingslake2010].

- En [Magner1981] se propone utilizar marcas de referencia en los elementos.
- Un método para alinear los elementos del sistema durante su montaje lo presenta Lehan en [Lehan 2007]. El método utiliza un interferómetro de Fizeau para comprobar la posición de los elementos a medida que se van introduciendo en el sistema durante su montaje.

Situando una lente en el interferómetro obtiene dos líneas, si la lente está bien situada y alineada con el interferómetro, las líneas se superponen. A continuación se sitúa el siguiente elemento y se corrige su posición hasta hacer coincidir las dos líneas de nuevo. De este modo, se van situando todos los elementos del sistema. Sin embargo, dicho procedimiento está descrito solamente para lentes cilíndricas.

Para la alineación de los espejos de telescopios existen diferentes métodos, siendo común el uso del test de la estrella, que se basa en analizar la geometría de una estrella ligeramente desenfocada [Luna1998], [Luna2007], [Totolhua2003], [Welford1960], [Malacara2007], [Smith1990]. También existe un método de cálculo del giro en un espejo de un telescopio propuesto por [McLeod1996] que se basa en la medida del astigmatismo una vez el coma está corregido mediante un procedimiento de test de estrella. En el caso del telescopio que presenta, el giro se puede calcular

analíticamente a partir de los coeficientes de Zernike mediante la medida en diferentes puntos del campo.

Existen métodos más precisos como el utilizado en el GMT (Giant Magellan Telescope), que mide el frente de onda saliente del telescopio y calcula un frente de onda complementario que anule las aberraciones [Burge2006]. Una vez calculado el frente de onda complementario los actuadores del espejo lo deforman para compensar el frente de onda en base a este frente calculado.

Para sistemas ópticos formadores de imagen hay gran cantidad de métodos que, en general, se basan en formar la imagen de un test y su posterior análisis, como por ejemplo en [Whang1988]. Estos métodos vienen siendo de uso común en el ajuste manual de objetivos en los que un operario con experiencia ajusta el sistema observando el patrón que forma el objetivo, pero también se han desarrollado algunos sistemas comerciales de montaje automatizado como se explicará en el último apartado de este capítulo.

A parte de los ya citados, se pueden hallar más métodos en [West1992], [Zaltz1982], [Slomba1993], [Ahmad1990].

#### *2.2.4 Métodos de cálculo de desalineamientos en sistemas ópticos formadores de imagen*

A continuación se exponen de forma resumida los distintos métodos de cuantificación de desalineamientos en sistemas ópticos que han servido de base para la realización de la presente tesis doctoral.

H. H. Hopkins y H. J. Tiziani, en su artículo [Hopkins1966], desarrollan matemáticamente la contribución a la función de aberración de los errores de posicionamiento. Parten de la base de que los errores introducen aberraciones que son aditivas, por lo que desarrollan por separado la contribución a la función de aberración de cada error cometido. Finalmente proponen dos montajes experimentales para caracterizar un sistema en test.

Para obtener la expresión de la aberración introducida, calculan primero geoméricamente, y para un único rayo, la diferencia de camino óptico introducida cuando se descentra ligeramente una superficie. A partir de la diferencia de camino óptico se deduce el cambio en la función de aberración y luego se generaliza para el caso de tener N superficies.

Suponiendo que cada superficie "s" está afectada de un giro  $\delta\beta_s$  en la dirección  $\theta_s$ , y siendo las coordenadas polares normalizadas sobre la pupila de salida del sistema  $(r, \phi)$ , el coma resultante para un orden dado  $W_{m,1}$  es:

$$\delta W = \sum_{s=1}^N (\delta W_{m,1})_s r^m \cos(\phi - \theta_s) \quad (2.1)$$

Siendo  $(\delta W_{m,1})_s$  el coma de orden m introducido por la superficie S, (ver [Hopkins1966]).

H. H. Hopkins y H. J. Tiziani también proponen en su artículo la corrección de los desalineamientos en base a la medida con dos sistemas experimentales: uno que, basado en un interferómetro, permite medir el coma del frente de onda y hallar los términos  $(\delta W_{m,1})$ , y otro para detectar los errores de posicionamiento en forma de giro de cada uno de los

elementos de un sistema óptico. Con el conjunto de las dos medidas expone el cálculo de los desalineamientos de un objetivo de microscopio.

El dispositivo experimental para detectar los errores de posicionamiento consiste en un sistema de iluminación que proyecta la imagen de una retícula u objeto sobre la superficie del elemento en análisis (ver figura 2.2.5). Parte de la luz de esa imagen es reflejada por la superficie que se está midiendo, formándose una segunda imagen en el plano objeto de un microscopio de pocos aumentos.

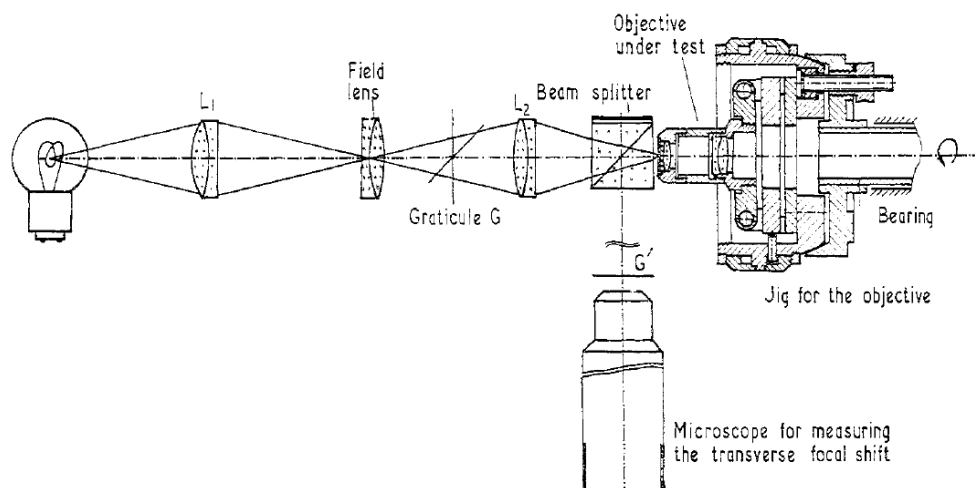


Figura 2.2.5: Esquema del sistema utilizado en [Hopkins 1966] para medir el giro de las lentes de un objetivo de microscopio.

Si se hace rotar la montura del sistema que se está midiendo y el elemento en el que se refleja la retícula está mal posicionado, la imagen recogida por el objetivo de microscopio rotará alrededor del eje óptico. A partir del radio de giro de la imagen se puede deducir el giro del elemento en análisis.

De esta manera se puede determinar el giro de los elementos, analizándolos uno por uno. La dificultad del método radica en alinear bien

el sistema a medir con el resto del montaje, y en formar bien la imagen sobre cada superficie (se determinan las distancias de forma paraxial). Además, las superficies pueden estar tratadas con un recubrimiento anti reflejante, hecho que dificulta el procedimiento.

Kim en [Kim2005] propone realizar el cálculo directo de los desalineamientos a partir del frente de onda. En dicho trabajo se propone una relación lineal entre los coeficientes de Zernike y los desalineamientos. Consideran la medida del frente de onda en  $m$  posiciones de campo de un telescopio y aplican una relación del tipo:

$$z_n^m = c_n^m + \sum_i \left( \frac{d(z_n^m)}{dx_i} \right) \Delta x_i \quad (2.2)$$

Donde  $z_n^m$  es el coeficiente de Zernike  $n$ -ésimo para la posición de campo  $m$ ,  $c_n^m$  es el coeficiente para el estado perfectamente alineado, y  $\Delta x_i$  son los desalineamientos que se quieren calcular. Las derivadas  $\frac{d(z_n^m)}{dx_i}$  se denominan sensibilidad del coeficiente de Zernike al parámetro de desalineamiento  $x_i$ , y son constantes que se pueden obtener por simulación. El resultado es que para alinear el telescopio se puede resolver el sistema de ecuaciones lineales si se obtienen los coeficientes  $z_n^m$ . Este método es válido en el caso de que los coeficientes de Zernike varíen de forma lineal con los desalineamientos.

Por otro lado, en [KimYang2007] se compara la aproximación lineal anterior con el desarrollo de una función de mérito basada en los coeficientes de Zernike en un programa de simulación. El programa de simulación trata por mínimos cuadrados de hallar la posición de los



elementos del sistema óptico que minimice la función de mérito. Sin embargo, dicho método puede llevar a encontrar un mínimo local y no un mínimo absoluto de la función de mérito que lleve a un cálculo erróneo del desalineamiento presente en el sistema óptico.

El tratamiento matemático más general que relaciona desalineamientos con frente de onda se realiza en [Lee2007I], [Lee2007II] y [Lee2007III].

En dichas comunicaciones se desarrolla matemáticamente el frente de onda  $\Phi$  en función de los desalineamientos del sistema óptico. El desalineamiento se considera pequeño, causando una perturbación del estado de alineación del sistema.

Con seis grados de libertad, para el elemento  $i$ -ésimo del sistema óptico se considera su estado de alineación  $u_i$  tal que:

$$u_i = (x_i, y_i, z_i, \theta_i, \phi_i, \omega_i) \quad (2.3)$$

El frente de onda  $\Phi$  se puede considerar una función de  $u_i$ . Siendo  $(\xi, \eta)$  las coordenadas en la pupila de salida del sistema óptico, el frente de onda perturbado se podrá expresar en serie de potencias alrededor del estado alineado como:

$$\delta\Phi = \sum_{i=0}^M (\nabla_i \Phi) \delta u_i + \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^M \delta u_i (\nabla_i^T \nabla_j \Phi) \delta u_j^T + \dots \quad (2.4)$$

Donde  $\delta u_i$  es la perturbación del estado de alineación  $u_i$  y  $M$  es el número de elementos del sistema óptico. Esta ecuación puede resolverse fácilmente con el desarrollo a primer orden, ya que es equivalente al método de [Kim2005]. En [Lee2007II], los autores aplican la relación a primer orden y la resuelven mediante ajuste por mínimos cuadrados para un caso de ejemplo, obteniendo mejores resultados que con otros métodos como el de [McLeod1996].

### *2.2.5 Equipos comerciales para la alineación de sistemas ópticos*

En el proceso de búsqueda de información relevante para la realización de la presente tesis se han localizado tres equipos comerciales de alineamiento de sistemas ópticos. Hay que destacar que la información del principio de funcionamiento que se ha logrado obtener es parcial, ya que no existe información detallada alrededor de los mismos. Los datos que se presentan a continuación son los que proporciona el propio fabricante.

Los dos primeros equipos de alineación que se presentan se basan en la técnica por reflexión de [Hopkins1966]. Otros sistemas de montaje de equipos utilizan un láser en eje para ver si este se desvía al añadir un nuevo elemento en el ensamblaje. Si se desvía, significa que el nuevo elemento no está bien posicionado. Seguidamente, se mueve el elemento hasta que el haz del láser vuelve a estar centrado. De esta forma se van montando los elementos, uno a uno, por ejemplo, en un objetivo.

La empresa Trioptics comercializa el equipo OptiCentric<sup>®</sup>, que permite medir los errores de posicionamiento de los elementos de un sistema óptico con una precisión de 0.1 arcominutos y los descentramientos con una precisión de 2-3 $\mu$ m. Para ello se ayuda de un sistema rotatorio de alta precisión y una base antivibración hidráulica.



Figura 2.2.6: Imagen del equipo comercial OptiCentric®.

El segundo equipo comercial es un producto de la empresa Opto-Alignment Technology, Inc. de prestaciones y funcionamiento muy similares al anterior. Estos equipos se utilizan en el ensamblaje de objetivos, pero también en el proceso de cementado de lentes.

Ambos equipos requieren mecánica de alta precisión y unas condiciones de temperatura de trabajo muy estables ( $20^{\circ} \pm 1.8^{\circ}$ ). En los dos casos el análisis se realiza únicamente en eje.



Figura 2.2.7: Imagen del equipo comercial Laser Alignment and Assembly Station™.

### Laser Reflection Method Developed by Opto-Alignment Technology

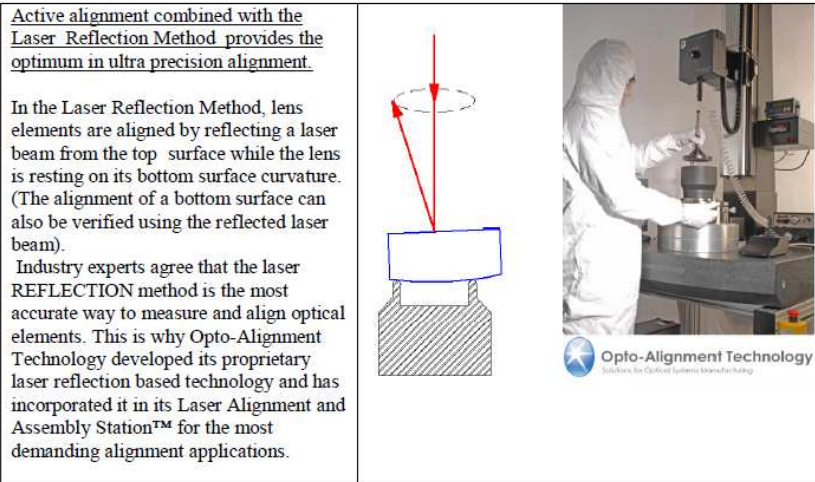


Figura 2.2.8: Explicación del principio de funcionamiento del equipo que se presenta en su página web en internet.

El tercer sistema que se ha encontrado consiste en analizar el funcionamiento del sistema óptico durante el alineamiento. Se analiza la imagen formada por el sistema, o bien el parámetro que se considere necesario según sea su aplicación. Este procedimiento se utiliza por ejemplo para posicionar con calidad un objetivo respecto al sensor en sistemas sellados como podría ser el de las cámaras para teléfonos móviles o en sensores. Este tipo de equipos los comercializa Automation Engineering Inc. [Aei\_web].

Según los datos proporcionados se consigue una precisión en descentramiento de  $\pm 5\mu\text{m}$  y en tilt de  $\pm 0.1^\circ$ .

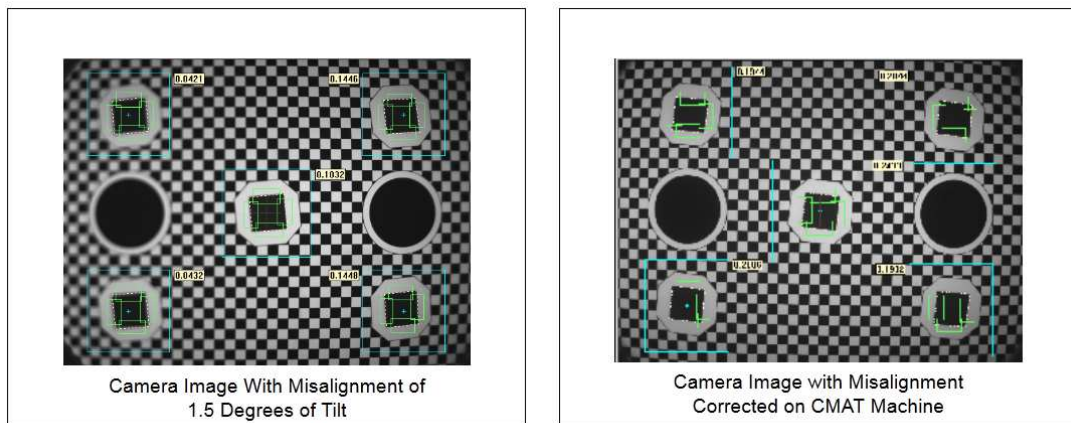


Figura 2.2.9: Muestra encontrada en la página de internet de [Aei] del test utilizado para la alineación de los elementos ópticos.

### 2.3 Novedad y aportación de la tesis doctoral

En los apartados anteriores se han descrito métodos de detección y métodos de cálculo de desalineamientos en sistemas ópticos. Muchos de los métodos encontrados en la literatura y publicaciones están desarrollados para sistemas ópticos de características concretas como pueden ser telescopios, o sistemas de lentes cilíndricas. Otros métodos más generales como los utilizados en los dispositivos comerciales no proporcionan un valor concreto de desalineamiento, sino que son una guía para el proceso de alineamiento.

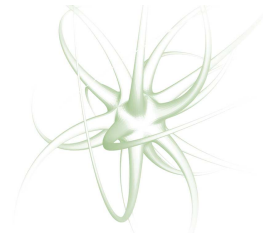
Los dos métodos que se podrían generalizar con más facilidad son el de [Kim2005] y el de [KimYang2007]. El primero utiliza una aproximación lineal que relaciona coeficientes de Zernike del frente de onda a la salida del sistema óptico con los desalineamientos, y el segundo utiliza la minimización de una función de mérito. El método de minimización de la función de mérito tiene intrínsecamente la dificultad de encontrar el

mínimo absoluto y no un mínimo local que induzca a error. El método de la aproximación lineal, como se demuestra en esta tesis, solamente funciona en casos concretos y no se puede generalizar.

La presente tesis doctoral aporta un método general de cálculo unívoco de desalineamientos en sistemas ópticos a partir del frente de onda. No se ha hallado en la literatura ni en las publicaciones consultadas ningún método similar al aquí presentado. Asimismo, se ha desarrollado la forma de aplicar el método para poder calcular los desalineamientos de más de un elemento del sistema óptico a la vez.

La base matemática de [Lee2007] dio la pista del camino a seguir en el desarrollo de esta tesis doctoral. Sin embargo, como se verá más adelante en esta tesis, el desarrollo en serie de potencias se ha realizado para los coeficientes del polinomio de Zernike ajustado al frente de onda. Se muestra también que el frente de onda en diferentes posiciones de campo proporciona la información suficiente para la alineación de más de un elemento del sistema óptico.

# 3



## Conceptos Previos

Habitualmente, en los últimos párrafos del capítulo dedicado al estado del arte se suelen añadir aquellos desarrollos y/o conceptos que permiten agilizar la lectura y comprensión de la tesis doctoral y que no son, en sentido estricto, elementos del estado del arte.

En este caso, se ha optado por añadir un capítulo específicamente dedicado a ello. No son desarrollos ni conceptos vinculados directamente con los procedimientos de alineamiento de sistemas ópticos, sino conceptos y desarrollos preexistentes que se mencionan en el texto y que han sido utilizados durante el desarrollo de la tesis doctoral. Se recogen en este capítulo para facilitar la lectura de la tesis, disponiendo así de la terminología y la notación utilizada en el texto.

Por lo tanto en el presente capítulo se exponen aquellos conceptos básicos más significativos que se han utilizado en la presente tesis doctoral. Los conceptos seleccionados se exponen de forma breve y se complementan con referencias específicas.

Los conceptos seleccionados con el fin de agilizar la lectura de la presente tesis doctoral han sido:

- Descriptores de frente de onda
- Criterios de calidad en los sistemas ópticos formadores de imagen
- Ajuste de un polinomio de Zernike a un frente de onda
- Desarrollo en serie de Taylor de una función
- Ajuste por mínimos cuadrados
- Algoritmo de optimización de Levenberg Marquardt
- Neurona artificial
- Red neuronal artificial



### 3.1 Descriptores del frente de onda

Se denomina frente de onda al lugar geométrico del espacio en que los puntos del medio son alcanzados en un mismo instante por una determinada onda. Dada una onda propagándose en el espacio (o sobre una superficie), los frentes de onda pueden visualizarse como superficies (o líneas) que se desplazan a lo largo del tiempo alejándose de la fuente. El frente de onda está formado por puntos que comparten la misma fase. Por tanto, en un instante dado  $t$  un frente de onda está formado por el lugar geométrico (superficie o línea) de todos los puntos cuyas coordenadas satisfacen la relación:

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t = \text{cte.} \quad (3.1)$$

Donde  $\mathbf{k}$  es el vector de propagación ( $|\mathbf{k}| = 2\pi/\lambda$ , siendo  $\lambda$  la longitud de onda),  $\mathbf{r}$  es el vector de posición del punto donde se calcula la fase,  $\omega$  es la frecuencia angular de la onda y  $t$  es la variable tiempo. Esta relación surge de la resolución de la ecuación de onda [Sharma2006].

La fase de la onda puede verse afectada por el medio en el que se propaga. Para ello se define el OPL (optical path length) como el camino geométrico ( $C$ ) que recorre la onda afectado por el índice de refracción ( $n$ ) del medio:

$$OPL = \int_C n(l) dl \quad (3.2)$$

Asimismo, se puede definir la diferencia de camino óptico "OPD" (*optical path difference*) como la diferencia de camino óptico entre dos puntos:  $OPD = OPL_1 - OPL_2$ . Para un frente de onda superficial propagándose en la dirección  $z$ , la diferencia de camino óptico entre un punto arbitrario de

frente de onda, que tomamos como referencia, y el resto de puntos será una función de  $(x, y)$  que se indicará como  $W(x, y)$ . Esta función la denominaremos 'aberración' del frente de onda.

Una forma alternativa de definir la diferencia de camino óptico (OPD) es emplear la diferencia entre un frente de onda aberrado  $\phi$  (el frente de onda real que se obtiene) y el frente de onda ideal  $\phi_0$  (el frente de onda que se desaría obtener) [Wyant1992].

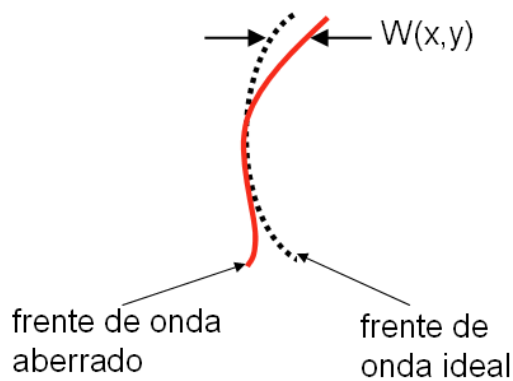


Figura 3.1.1: Diagrama que establece la relación gráfica entre frente de onda aberrado, frente de onda ideal y aberración del frente de onda  $W(x, y)$ .

Generalmente, la aberración del frente de onda,  $W(x, y)$ , estará definida en la pupila de salida del sistema óptico correspondiente, por lo que  $(x, y)$  serán las coordenadas en la superficie de la pupila.

La función  $W(x, y)$  se puede representar matemáticamente por un polinomio. Las dos bases de polinomios más comúnmente utilizadas en la descripción de aberraciones en sistemas ópticos son la base de Seidel y la base de Zernike, siendo la base de Seidel más utilizada en el proceso de

diseño y la de Zernike en la caracterización de los sistemas ópticos y en aplicaciones metrológicas.

La función de aberración en la base Seidel se define en el plano de la pupila de salida mediante coordenadas polares  $\rho$  y  $\theta$ , y la posición de campo a la que pertenece,  $\bar{H}$  [Carvalho2005], [Geary2002]:

$$W(\bar{H}; \rho, \theta) = \sum_{ijk} w_{ijk} \bar{H}^i \rho^j \cos^k(\theta) \tag{3.3}$$

Donde los coeficientes  $w_{ijk}$  se denominan coeficientes de aberración. Los términos tales que  $i+j=4$  se denominan aberraciones de Seidel, y son las aberraciones más conocidas: distorsión, curvatura de campo, astigmatismo, coma y esférica. Se detallan estos términos en la tabla 3.1.1.

Término	Aberración
$a_{311} \bar{H}^3 \rho \cos \theta$	Distorsión
$a_{220} \bar{H}^2 \rho^2$	Curvatura de campo
$a_{222} \bar{H}^2 \rho^2 \cos^2 \theta$	Astigmatismo
$a_{131} \bar{H} \rho^3 \cos \theta$	Coma
$a_{040} \rho^4$	Esférica

Tabla 3.1.1: Ejemplo de polinomios de Seidel en coordenadas polares. Se indica la aberración a la que están asociados [Malacara 2007].

La principal ventaja de los coeficientes de las aberraciones de Seidel radica en su aditividad [Sanchez2004]. Es decir, los coeficientes de aberraciones de un sistema centrado corresponden a la suma de los coeficientes de aberración de cada elemento del sistema. Esta ventaja se pierde cuando el sistema no tiene simetría de revolución, ya que el desarrollo en la base Seidel está basado en términos con esta simetría y el ajuste de los

polinomios de Seidel es ineficiente para representar frentes de onda sin simetría de revolución.

Hay múltiples casos de sistemas formadores de imagen en los que el sistema pierde la simetría de revolución, por ejemplo sistemas con turbulencias, como en los telescopios terrestres, sistemas descentrados, como el ojo humano, o sistemas en los que sus propios elementos no son rotacionalmente simétricos, como los sistemas anamórficos.

Una representación alternativa de la función de aberración es la que utiliza la base de Zernike. Esta base es más adecuada que la de Seidel cuando el sistema carece de simetría de revolución, como en el caso de los sistemas con elementos descentrados, objetivo de la presente tesis doctoral [Malacara2007].

La base de Zernike está definida en una pupila circular de radio unidad, siendo los polinomios de esta base ortonormales entre sí. Los polinomios pueden ser expresados como producto de dos funciones, una para la parte radial y otra para la parte angular de la forma:

$$Z_n^m(\rho, \theta) = N_n^m R_n^{|m|}(\rho) e^{im\theta} \quad (3.4)$$

Donde  $n$  es el grado del polinomio y  $N_n^m$  el factor de normalización  $N_n^m = \sqrt{2(n+1)/(1+\delta_{m0})}$ . La parte radial del polinomio se define como:

$$R_n^{|m|}(\rho) = \sum_{s=0}^{(n-|m|)/2} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! ((n+|m|)/2-s)! ((n-|m|)/2-s)!} \rho^{n-2s} \quad (3.5)$$

Cualquier función definida en un círculo de radio unidad, en particular la función de aberración, puede ser representada en esta base mediante una combinación lineal de estos polinomios de la forma:

$$W(\rho, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n c_{nm} Z_n^m(\rho, \theta) \tag{3.6}$$

donde las constantes  $c_{nm}$  son los coeficientes de Zernike o coeficientes de aberración.

Estos valores se pueden asociar también a las aberraciones del sistema. En la tabla 3.1.2 se detallan los términos de los polinomios de orden inferior junto con la aberración a la que están asociados. Cabe detallar que no todos los términos del desarrollo tienen asociada una aberración equivalente.

n	m	Término $Z_n^m(\rho, \theta)$	Aberración
0	0	1	Pistón
1	1	$2\rho \cos \theta$	Distorsión
2	0	$\sqrt{3}(2\rho^2 - 1)$	Curvatura de campo
2	2	$\sqrt{6}\rho^2 \cos 2\theta$	Astigmatismo primario
3	1	$\sqrt{8}(3\rho^3 - 2\rho) \cos \theta$	Coma primaria
3	3	$\sqrt{8}\rho^3 \cos 3\theta$	-
4	0	$\sqrt{5}(6\rho^4 - 6\rho^2 + 1)$	Esférica primaria

Tabla 3.1.2: Primeros polinomios de Zernike en coordenadas polares. Se indica la aberración a la que están asociados [Malacara2007].

Existen diferentes desarrollos del frente de onda para sistemas sin simetría axial ([Wynne1954], [Sands1971], [Sasian1994], [Thompson2004]), que son necesarios cuando se consideran posiciones de campo fuera de eje, ya que en este caso la pupila puede dejar de ser circular, como en el caso de

sistemas gran angular. Dado que los descentramientos que se considerarán en la presente tesis doctoral son pequeños, se asumirá que la pupila de salida es circular por lo que se podrán utilizar los polinomios de Zernike.

En el diseño de sistemas ópticos de formación de imagen también es habitual utilizar la aberración de rayo (o transversal), definida como la diferencia de posición  $(\epsilon_x, \epsilon_y)$  entre un punto imagen paraxial (ideal) y el correspondiente punto imagen real. La aberración de rayo se relaciona con la aberración de onda  $W(x, y)$  a través de las siguientes relaciones [Kidger2002]:

$$\begin{cases} \epsilon_x = -\frac{R}{n} \frac{\partial W}{\partial x_{PS}} \\ \epsilon_y = -\frac{R}{n} \frac{\partial W}{\partial y_{PS}} \end{cases} \quad (3.7)$$

donde  $R$  es el radio de la esfera del frente de onda ideal en la pupila de salida,  $x_{PS}, y_{PS}$  son las coordenadas cartesianas en la pupila de salida y  $n$  es el índice de refracción del espacio imagen. La aberración de rayo es entonces  $\sqrt{\epsilon_x^2 + \epsilon_y^2}$ .

La aberración transversal se puede relacionar con la calidad de imagen fácilmente, dado que cualquier rayo que impacte en el plano imagen desplazado una cierta cantidad  $\sqrt{\epsilon_x^2 + \epsilon_y^2}$  respecto a su punto de impacto ideal hará que la imagen de un punto deje de ser ideal y tenga una cierta extensión, por lo que la imagen perderá calidad. Este efecto se detalla en el siguiente apartado.

### 3.2 Ajuste de polinomios de Zernike a la aberración del frente de onda

Para ajustar polinomios de Zernike a la aberración de un frente de onda, se puede partir de las pendientes de la aberración del frente de onda en cada punto de la misma. De hecho, es útil partir de las pendientes dado que estas están relacionadas directamente con el desplazamiento en el plano imagen de los spots obtenidos en los equipos de medida del frente de onda, como por ejemplo los basados en la técnica de Hartmann-Shack (ver figura 3.2.1) que, como se ha visto en el capítulo 2, es un sistema estándar de medida de frente de onda.

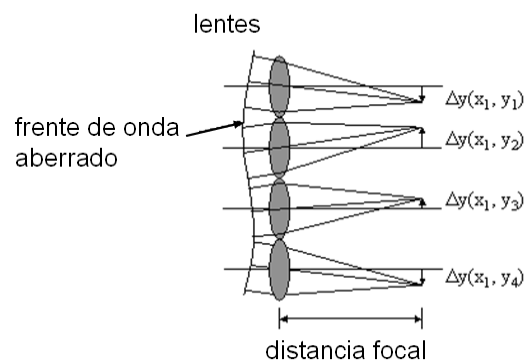


Figura 3.2.1: Esquema de un sensor Hartmann- Shack y de la formación de los spots en posiciones desviadas de la ideal.

Teniendo en cuenta el concepto de aberración transversal, el desplazamiento  $\Delta x, \Delta y$  de los spots queda relacionado con la pendiente de la aberración del frente de onda como [Liang1994]:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial W(x, y)}{\partial x} &= \frac{\Delta x_p(x, y)}{f} \\
\frac{\partial W(x, y)}{\partial y} &= \frac{\Delta y_p(x, y)}{f} \\
W(x, y) &= \sum_i a_i Z_i(x, y)
\end{aligned} \tag{3.8}$$

Donde  $W(x, y)$  es la aberración del frente de onda,  $\Delta x_p(x, y)$  es el desplazamiento en la dirección  $x$  del spot en el plano imagen correspondiente a la posición  $(x, y)$  sobre el frente de onda,  $f$  es la focal de las lentes del sensor,  $a_i$  son los coeficientes de Zernike que se quieren ajustar y  $Z_i(x, y)$  es el término polinómico de Zernike  $i$ -ésimo. Estos coeficientes  $a_i$  se pueden ajustar por mínimos cuadrados. Rescribiendo las relaciones anteriores se llega a que:

$$\begin{cases} \frac{\Delta x_p(x, y)}{f} = \sum_i a_i \frac{\partial Z_i(x, y)}{\partial x} \\ \frac{\Delta y_p(x, y)}{f} = \sum_i a_i \frac{\partial Z_i(x, y)}{\partial y} \end{cases} \tag{3.9}$$

Se pueden redefinir las expresiones anteriores para simplificar la notación como:

$$\begin{cases} \frac{\Delta x_p(x, y)}{f} = b(x, y) & y & \frac{\Delta y_p(x, y)}{f} = c(x, y) \\ \frac{\partial Z_i(x, y)}{\partial x} = g_i(x, y) & y & \frac{\partial Z_i(x, y)}{\partial y} = h_i(x, y) \end{cases} \tag{3.10}$$

Por lo tanto, las ecuaciones de (3.10) se pueden expresar en forma matricial como:



$$\underbrace{\begin{pmatrix} b(x_1, y_1) \\ \vdots \\ b(x_k, y_k) \\ \vdots \\ c(x_1, y_1) \\ \vdots \\ c(x_k, y_k) \end{pmatrix}}_{B = G \cdot A} = \begin{pmatrix} g_1(x_1, y_1) & g_2(x, y) & \dots & g_{i_{\max}}(x, y) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ g_1(x_k, y_k) & g_2(x_k, y_k) & \dots & g_{i_{\max}}(x_k, y_k) \\ h_1(x_1, y_1) & h_2(x, y) & \dots & h_{i_{\max}}(x, y) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ h_1(x_k, y_k) & h_2(x_k, y_k) & \dots & h_{i_{\max}}(x_k, y_k) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{i_{\max}} \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

Para hallar los términos de  $A$  se puede aplicar un algoritmo que los calcule a partir de despejar  $A$  como:

$$A = (G^T G)^{-1} G^T B \quad (3.12)$$

### 3.3 Criterios de calidad en los sistemas ópticos formadores de imagen

Para establecer criterios que valoren la calidad de un sistema óptico es necesario diferenciar si este es un sistema formador de imagen o no. Se van a describir aquí solamente los criterios utilizados en sistemas formadores de imagen, ya que la presente tesis doctoral se dedica a los procedimientos para determinar el grado de desalineamiento de los distintos elementos que componen los sistemas formadores de imagen.

Hay dos tipos de criterios de calidad básicos para estos tipos de sistemas: criterios de calidad basados en el análisis de la propia imagen y criterios de calidad basados en las aberraciones del frente de onda.

Los descriptores de calidad basados en el análisis de la imagen especifican cómo se distribuye la iluminación de un objeto en el plano imagen del

sistema, teniendo en cuenta que la iluminación de la imagen de un sistema óptico varía tanto en función del objeto considerado como de la posición que ocupa en el campo [Dorado2013]. De entre los posibles descriptores de la calidad de la imagen se describirán dos de los más significativos, la PSF y la MTF, pudiéndose utilizar además otros criterios como la razón de Strehl, la energía acumulada (encircled energy), o la función contraste [Born1999].

### 3.3.1 Criterios de calidad basados en el análisis de la imagen

#### a) PSF de un sistema óptico

La respuesta del sistema óptico frente a un objeto puntual da lugar a la función extensa de punto o respuesta impulso. La función extensa de punto (PSF, del inglés *Point Spread Function*) se obtiene mediante el cómputo de la iluminación, o la distribución de iluminación, en el plano imagen del sistema óptico cuando el objeto es puntual.

Matemáticamente, la distribución de iluminación en el plano imagen proveniente de un objeto puntual monocromático y coherente se expresa en función de las coordenadas cartesianas  $(x,y)$  del plano imagen del sistema óptico, de la siguiente manera:

$$PSF(x, y) = g(x, y) g^*(x, y) \quad (3.13)$$

En donde  $g$  es la distribución del fasor de amplitud de la respuesta impulsional. En condiciones de difracción de campo lejano (o de Fraunhofer) el fasor de amplitud se expresa en las coordenadas del plano imagen [Goodman 1968], de la siguiente manera:

$$g(x, y) = k \iint_{\sigma} P(\xi, \eta) \exp\left\{-j \frac{2\pi}{\lambda z_i} (x\xi + y\eta)\right\} d\xi d\eta \quad (3.14)$$

En donde  $z_i$  es la distancia entre la pupila de salida y el plano de la imagen,  $\lambda$  es la longitud de onda y  $P$  es la función pupila del sistema óptico. La función pupila ( $P$ ), cuando el sistema óptico se encuentra en presencia de aberraciones, se suele expresar como:

$$P(\epsilon, \eta) = A(\epsilon, \eta) \exp\left\{-i \frac{2\pi}{\lambda} W(\epsilon, \eta)\right\} \quad (3.15)$$

donde  $(\epsilon, \eta)$  son las coordenadas sobre la pupila de salida,  $A$  es la transmitancia de la pupila de salida del sistema óptico y  $W(\epsilon, \eta)$  es la función de aberración. Las variaciones, que se deben introducir en la serie de ecuaciones anteriores para los casos de luz incoherente policromática, se pueden encontrar en el capítulo 6 de la obra [Goodman1968]. Asimismo, cuando se quiere considerar al sistema óptico fuera de las condiciones de difracción de Fraunhofer, las modificaciones a las ecuaciones anteriores se encuentran desarrolladas en numerosa literatura, como por ejemplo [Born1980], [Mahajan1991].

A menor tamaño de la PSF en el plano imagen, mayor será la calidad de la imagen. El límite inferior de tamaño de la PSF viene dado por el límite difractivo del sistema óptico, es decir, para un objeto puntual, la imagen no será un punto sino que será el patrón de difracción del sistema óptico (disco de Airy) [Goodman1968].

Como se ha visto en el apartado anterior, se puede relacionar la PSF con la aberración transversal. Por lo tanto, el incremento de tamaño de la PSF, o cambio interno de su distribución de iluminación, puede entenderse como el efecto de la desviación de los rayos respecto el punto ideal de impacto.

### b) MTF de un sistema óptico

El módulo de la función de transferencia óptica (MTF 'modulation transfer function') expresa la disminución del contraste introducida por el sistema óptico en el plano imagen cuando se desea recoger la imagen de un objeto extenso [Bass1995]:

$$MTF = \frac{\text{contraste imagen}}{\text{contraste objeto}} \quad (3.16)$$

La MTF se puede hallar a partir del módulo de la transformada de Fourier de la PSF o a partir de la auto-correlación de la función pupila ([Goodman1968], [Atchison1997], [Smith1990]). La primera estrategia de cálculo es especialmente útil, ya que obtener la PSF de un sistema es, en general, experimentalmente sencillo.

#### *3.3.2 Criterios de calidad basados en las aberraciones del frente de onda*

Otra forma de evaluar la calidad de un sistema óptico es a través de las aberraciones de su frente de onda. Como se ha visto en el apartado anterior, la aberración del frente de onda se puede representar por un polinomio cuyos términos están relacionados con las aberraciones del sistema. Para que un sistema óptico proporcione una buena calidad, estas aberraciones deben ser lo más pequeñas posible. El valor o 'cantidad' de una aberración viene dado por el coeficiente del término polinómico correspondiente y en general se expresa en número de longitudes de onda [Mahajan1991]. Minimizar las aberraciones de un sistema óptico durante su diseño y durante su proceso de montaje será clave para la calidad del mismo. Sin embargo, habrá que tener en cuenta que el descentramiento de

una lente a lo largo del eje óptico hace aumentar el desenfoque y el descentramiento en el plano perpendicular al eje óptico hace aumentar el coma, por lo que posicionar correctamente las lentes durante el montaje de un sistema óptico será de vital importancia para mantener la calidad prescrita en el proceso de diseño.

### 3.4 Desarrollo en serie de Taylor de una función

Dada una función  $f(x)$  infinitamente diferenciable alrededor de  $x = x_0$ , esta puede ser representada por una serie de potencias o serie de Taylor tal que [Apostol1996]:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (x - x_0)^n \quad (3.17)$$

Se puede desglosar el desarrollo en serie de potencias alrededor del punto  $x_0$  como:

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!} (x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (x - x_0)^n + \dots \quad (3.18)$$

Truncando el desarrollo a primer orden de la serie de potencias se puede ver que para un pequeño entorno alrededor del punto  $x_0$ , la función se puede aproximar por una relación lineal como:

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) \quad (3.19)$$

De la misma manera, truncando en el tercer o cuarto término, se obtiene una aproximación por polinomio de segundo o tercer grado

respectivamente. Cuanto mayor sea el grado, mayor será el entorno de  $x = x_0$  en el que será válida la aproximación.

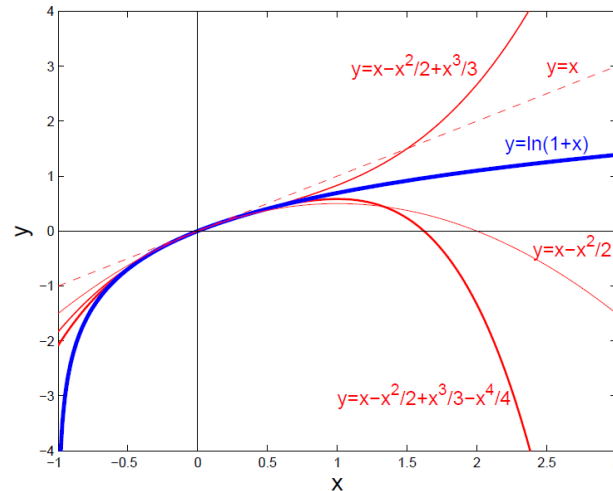


Figura 3.4.1: Representación de una función de ejemplo y sus cuatro primeras posibles aproximaciones por serie de Taylor alrededor de  $x=0$ .

El desarrollo de la serie de Taylor para múltiples variables es de la forma:

$$f(\mathbf{h} + \mathbf{x}) = \sum_{n=0}^k \frac{1}{n!} \mathbf{x}^n \partial^n f(\mathbf{x}) \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{h}} + R_{\mathbf{h},k}(\mathbf{x}) \quad (3.20)$$

Donde  $\mathbf{a}$  es el punto alrededor del cual se realiza el desarrollo y  $R_{\mathbf{h},k}(\mathbf{m})$  es el residuo del desarrollo [Apostol1996], [Abramowitz1972], [Whittaker1990].

Se puede reescribir este desarrollo por ejemplo hasta segundo orden para  $n$  variables como:

$$\begin{aligned} f(\mathbf{h} + \mathbf{x}) &\approx f(\mathbf{h}) + \sum_{j=1}^n x_j \partial_j f(\mathbf{h}) + \frac{1}{2} \sum_{j,k=1}^n x_j x_k \partial_j \partial_k f(\mathbf{h}) = \\ &= f(\mathbf{h}) + \sum_{j=1}^n x_j \partial_j f(\mathbf{h}) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n x_j^2 \partial_j^2 f(\mathbf{h}) + \frac{1}{2} \sum_{\substack{j,k=1 \\ j \neq k}}^n x_j x_k \partial_j \partial_k f(\mathbf{h}) \end{aligned} \quad (3.21)$$

### 3.5 Ajuste por mínimos cuadrados

El método de ajuste de mínimos cuadrados se basa en asumir que el mejor ajuste de una función a un conjunto de valores es aquel que minimiza el valor de la suma de cuadrados de las desviaciones.

Supóngase que se tiene un conjunto de valores  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$  al que se quiere ajustar un polinomio de grado  $m$  tal que  $y = P(x)$ . Para cada pareja de valores  $(x_i, y_i)$  la desviación (error) será  $d_i = y_i - P(x_i)$ , por lo que el mejor ajuste será el que minimice la suma de desviaciones cuadráticas [Mathworld\_1], [Mathworks\_1]:

$$S = d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_n^2 = \sum_{i=1}^n d_i^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - P(x_i)]^2 \quad (3.22)$$

Si  $P(x)$  es un polinomio de grado  $m$  del tipo  $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m$ , la suma anterior se puede expresar de la siguiente forma:

$$S = \sum_{i=1}^n [y_i - P(x_i)]^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - (a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2 + \dots + a_mx_i^m)]^2 \quad (3.23)$$

Donde los parámetros  $a_i$  son los valores que se quieren hallar. Derivando ahora a ambos lados respecto a cada parámetro e igualando a cero la derivada para hallar el mínimo de  $S$ , se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial S}{\partial a_0} = 2 \sum_{i=1}^n [y_i - (a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 + \dots + a_m x_i^m)] = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial a_1} = 2 \sum_{i=1}^n x_i [y_i - (a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 + \dots + a_m x_i^m)] = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial a_2} = 2 \sum_{i=1}^n x_i^2 [y_i - (a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 + \dots + a_m x_i^m)] = 0 \\ \vdots \\ \frac{\partial S}{\partial a_m} = 2 \sum_{i=1}^n x_i^m [y_i - (a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 + \dots + a_m x_i^m)] = 0 \end{array} \right. \quad (3.24)$$

Este sistema de ecuaciones lineales en  $a_i$  es resoluble si  $n \geq m + 1$ , es decir, si el número de parejas de datos  $(x_i, y_i)$  es mayor o igual al grado del polinomio más uno. El mismo procedimiento se puede llevar a cabo para otros tipos de funciones y para funciones de más de una variable.

### 3.6 Algoritmo de optimización de Levenberg-Marquardt

El algoritmo de Levenberg-Marquardt está pensado para proporcionar una solución al problema de minimizar una función generalmente no lineal. Se utiliza mayoritariamente en ajuste de curvas a datos experimentales, ya que este algoritmo se aplica principalmente en el ajuste por mínimos cuadrados. A diferencia de otros algoritmos, el de Levenberg-Marquardt encuentra un mínimo local que puede ser el mínimo absoluto, o no, dependiendo de los parámetros iniciales. Supongamos que se quiere ajustar una función  $f$  a un conjunto de datos  $\mathbf{x}, \mathbf{y}$  (siendo  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  e  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ ). Dada la función  $f$  con parámetros  $\mathbf{p}$ , los valores de medida estimados por la función serán  $\hat{\mathbf{y}} = f(\mathbf{p})$ . Recordando la expresión de ajuste por mínimos



cuadrados (ecuación 3.23), pero considerando ahora múltiples variables, el valor a minimizar será el siguiente:

$$S = \sum_{i=1}^n [y_i - f(\mathbf{p}_i)]^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - \hat{y}_i]^2 = \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 \quad (3.25)$$

Donde se ve que para minimizar  $S$  hay que minimizar cada  $\epsilon_i$ . Por lo tanto habrá que hallar los parámetros  $\mathbf{p}$  que minimicen  $\epsilon_i$  [Nash1995], [Marquardt1963], [Mathworld\_2].

Supongamos que se tiene un valor inicial para los parámetros  $\mathbf{p}_0$  y se quiere hallar el  $\mathbf{p}$  que minimice  $S$ . El método de Levenberg-Marquardt consiste en considerar la aproximación lineal de  $f$  dentro de un entorno de confianza. Considerando una pequeña variación  $\lambda$  en los parámetros dentro del entorno de confianza, el desarrollo en serie de Taylor de  $f$  se puede expresar como:

$$f(\mathbf{p} + \lambda) \approx f(\mathbf{p}) + \mathbf{J}\lambda \quad (3.26)$$

Donde  $\mathbf{J}$  es la matriz Jacobiana  $\mathbf{J} = \frac{\partial f(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}}$ . Dada esta expresión, hay que hallar ahora el  $\lambda$  que minimice  $S$ , por lo que habrá que minimizar la siguiente expresión:

$$(\mathbf{y} - f(\mathbf{p} + \lambda))^2 \approx (\mathbf{y} - f(\mathbf{p}) - \mathbf{J}\lambda)^2 = (\boldsymbol{\epsilon} - \mathbf{J}\lambda)^2 \quad (3.27)$$

Para encontrar el mínimo, el algoritmo iguala la primera derivada respecto a  $\lambda$  a cero, quedando  $\mathbf{J}^T(\boldsymbol{\epsilon} - \mathbf{J}\lambda) = 0$ , o lo que es lo mismo,  $\lambda$  será la solución de:

$$\mathbf{J}^T \mathbf{J} \lambda = \mathbf{J}^T \boldsymbol{\epsilon} \quad (3.28)$$

Donde  $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$  es la aproximación de la Hessiana, o matriz de segundas derivadas. La contribución de Levenberg [Levenberg1944] fue introducir un término  $\mu$  (llamado en general *damping term*) dentro de la expresión

anterior, que es el que el algoritmo modifica para encontrar  $\lambda$ , quedando la ecuación como:

$$(\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \mu \mathbf{I}) \lambda = \mathbf{J}^T \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.29)$$

Donde  $\mathbf{I}$  es la matriz identidad. Para cada iteración, el valor del término  $\mu$  se reajusta. Si el nuevo valor  $\mathbf{p} + \lambda$  hace decrecer  $S$ , en la siguiente iteración se reduce el valor del término  $\mu$ . Si no es así, se aumenta el valor de  $\mu$ . Sin embargo, si el valor de  $\mu$  es muy grande, cabe considerar la aportación de Marquardt, en la que se tiene en cuenta la curvatura de la función en las diferentes direcciones para acelerar el proceso en casos de poca curvatura a través de la diagonal de  $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$  como:

$$(\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \mu \text{diag}(\mathbf{J}^T \mathbf{J})) \lambda = \mathbf{J}^T \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.30)$$

El algoritmo de optimización termina cuando se da alguna de las siguientes condiciones:

- La variación en el valor de  $S$  entre una iteración y la siguiente es menor que un cierto umbral  $\delta_{s1}$ .
- La variación en el valor de  $\lambda$  entre una iteración y la siguiente baja de cierto umbral  $\delta_\lambda$ .
- El valor  $S$  baja de cierto umbral  $\delta_{s2}$ .
- Se llega al número máximo de iteraciones preestablecido  $k$ .

Los umbrales y el valor máximo de iteraciones permitido son valores que se introducen al inicio del algoritmo.

### 3.7 Neurona artificial

Una neurona artificial es un elemento matemático que por sus características se asemeja a una neurona biológica, ya que una neurona artificial tiene entradas y salidas y conexiones (de transmisión de datos) con otras neuronas [Gurney1997], [Kröse1996], [Haykin1994], [Matlab].

Una neurona artificial recibe una entrada (o más) de datos (equivalente a las dendritas) y procesa estos datos para producir el dato de salida (equivalente al axón). El procesado consiste en realizar la suma de los datos con pesos y al resultado se le aplica una función no lineal llamada función de transferencia. Esta función de transferencia puede ser de diferentes tipos (escalón, lineal, sigmoide) dependiendo del tipo de aplicación.

Dada una neurona artificial con  $m$  datos de entrada  $(x_1, \dots, x_m)$ , y con pesos  $(w_1, \dots, w_m)$ , la salida de la neurona será:

$$y = f\left(\sum_{j=1}^m w_j x_j + b\right) \quad (3.31)$$

Donde  $f$  es la función de transferencia de la neurona y  $b$  es el término independiente o *bias*. Por lo tanto, la neurona realizará la suma de los valores de entrada pesados por sus pesos correspondientes y al resultado le aplicará la función de transferencia.

En general, como se explicará más adelante, se tendrá un conjunto de varias neuronas formando una red neuronal. Para una neurona  $k$  el esquema sería el siguiente:

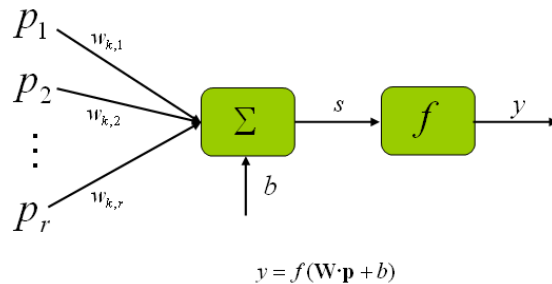


Figura 3.7.1: Esquema de flujo de datos de la neurona  $k$ -ésima de una red neuronal. Entran los datos  $p_i$  con los pesos  $w$ , se procesa con la función de transferencia y sale el valor  $y$  resultante.

### 3.7.1 Tipos de funciones de transferencia

Las funciones de transferencia se aplican al resultado de la suma que realiza la neurona. Al resultado de la suma se le llamará  $s$ . Se describen las funciones de transferencia más comunes:

#### a) Función escalón

La salida de esta función de transferencia es binaria, dependiendo de si el valor de entrada cumple una condición o no, por lo que se utiliza en aplicaciones de clasificación. La salida será:

$$y = \begin{cases} 1 & \text{si } s \geq \alpha \\ 0 & \text{si } s < \alpha \end{cases} \quad \text{donde } s = \sum_{j=0}^m w_j x_j \quad (3.32)$$

### b) Combinación lineal

Con esta función la salida es simplemente la suma pesada con los pesos  $(w_1, \dots, w_m)$  de los datos de entrada  $(x_1, \dots, x_m)$  más el término *bias*. Las neuronas con esta función de transformación son útiles en aplicaciones de transformación lineal de los datos de entrada. El término *bias* permite hacer aplicaciones de transformación afín.

### c) Sigmoide

Los tipos de funciones no lineales más utilizados son aquellas con forma de sigmoide, pudiendo ser bien del tipo  $\tanh(s)$ ,  $\arctan(s)$ ,  $\text{err}(s)$  o la función logística  $1/(1+e^{-s})$ , si bien todas ellas coinciden en ser reales, monótonas crecientes, diferenciables y en tener dos asíntotas horizontales en  $s \rightarrow \pm\infty$ . Este tipo de funciones no lineales son las más utilizadas históricamente por la sencillez de cálculo de sus derivadas.

## 3.8 Red neuronal artificial

Una red neuronal es un modelo matemático utilizado en computación que consiste en un conjunto entrelazado de neuronas artificiales que procesan los datos de entrada y dan un resultado de salida. Generalmente se utilizan para el reconocimiento de patrones en imágenes y la toma de decisiones automáticas (el más claro ejemplo es un autómata desplazándose siguiendo una línea blanca en el suelo). Sin embargo, también se pueden utilizar para hacer predicciones estadísticas y ajustes

complejos entre datos de entrada y de salida, [Gurney1997], [Kröse1996], [Haykin1994], [Matlab].

Hay diferentes tipos de redes neuronales adaptadas a diferentes aplicaciones, pero para este trabajo serán de interés las redes neuronales que sigan el modelo matemático básico definido como una función  $f: X \rightarrow Y$ .

Una red neuronal está formada por varias capas de neuronas. Por ejemplo, una red de tres capas tendrá una capa de entrada de datos, que enviará los datos procesados a una segunda capa y esta a su vez a la tercera, que dará los datos de salida. Las redes neuronales más complejas tendrán más capas y más neuronas en cada capa. Las conexiones entre las neuronas almacenan los pesos  $(w_1, \dots, w_m)$  que se utilizan en el proceso de cálculo y que se ajustan durante el proceso de creación y entrenamiento de la red neuronal.

En la figura 3.8.1 se esquematiza el proceso para una sola capa. Se puede ver que los datos de entrada  $\mathbf{p}$  entran en todas las neuronas de la capa. A su vez, a cada neurona entra también un valor *bias*  $\mathbf{b}$ . Pesando los valores con los pesos  $\mathbf{w}$  y sumando el valor de  $\mathbf{b}$  se obtienen los valores  $\mathbf{s}$  de cada neurona. A estos valores se les aplica la función de transferencia  $f$ . El conjunto de valores finales salientes de la capa es el vector  $\mathbf{y}$ . Estos valores  $\mathbf{y}$  son los que pasarían a la siguiente capa como nuevos valores de entrada  $\mathbf{p}$ . Cabe tener en cuenta que el número de valores de entrada no tiene por qué ser igual al número de neuronas de la capa.

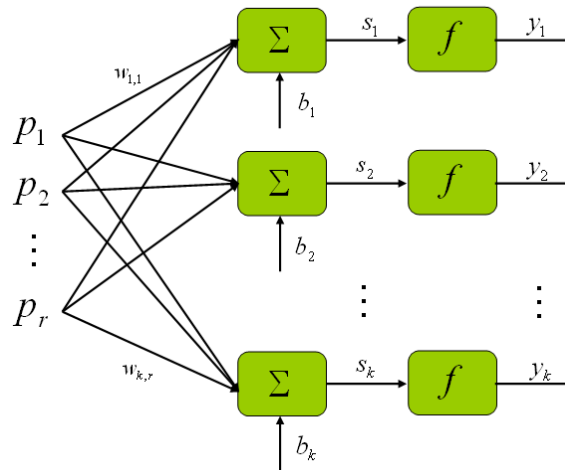


Figura 3.8.1: Representación esquemática de una capa de neuronas con sus datos de entrada  $\mathbf{p}$  y de salida  $\mathbf{y}$ . Se representan  $r$  elementos de entrada y  $k$  neuronas.

Los valores entran en la capa a través de la matriz de pesos, que siguiendo la nomenclatura de la figura 3.2.4 sería:

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} w_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & w_{1R} \\ \cdot & \ddots & & & \cdot \\ \cdot & & w_{ij} & & \cdot \\ \cdot & & & \ddots & \cdot \\ w_{S1} & \cdot & \cdot & \cdot & w_{SR} \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

Donde el índice de fila indica la neurona destinataria del valor, y el índice de columna indica el valor de  $\mathbf{p}$  al que corresponde.

Por consiguiente, una red neuronal puede tener varias capas, cada una de las cuales puede tener un número diferente de neuronas, así como tendrá también su matriz  $\mathbf{W}$ , un vector *bias*  $\mathbf{b}$  y un vector de salida  $\mathbf{y}$ .

A la última capa de una red neuronal se le llama capa de salida, y a las demás capas de la red, capas ocultas. Para realizar un ajuste complejo

entre datos, como los que tienen que realizarse en esta tesis doctoral, es recomendable emplear redes neuronales que utilicen funciones de transferencia sigmoide en las capas ocultas y una función de transferencia lineal en la capa de salida [Haykin1994]. Una vez creada la red neuronal, esta debe ser entrenada, es decir, se deben ajustar las matrices de pesos  $\mathbf{W}$  y los vectores  $\mathbf{b}$ . Para ello se utiliza un conjunto de datos conocido de entrada y salida. A continuación se explica el proceso de entrenamiento.

Para entrenar la red se necesitan parejas de valores de entrada  $\mathbf{p}$  y salida  $\mathbf{t}$  conocidos y unos valores iniciales para las  $\mathbf{W}$  y los  $\mathbf{b}$ . Los valores iniciales de las matrices de pesos y los *bias* se establecen en general de forma aleatoria.

El proceso de entrenamiento de la red neuronal consiste básicamente en ajustar los valores de los pesos y los *bias* para optimizar el resultado, esto es, que para los valores de entrada  $\mathbf{p}$  el resultado de cálculo de la red proporcione los valores esperados de salida  $\mathbf{t}$ . La función utilizada para evaluar el resultado es el error medio cuadrático entre los valores de salida de la red y los valores esperados:

$$mse = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (e_i)^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (t_i - y_i)^2 \quad (3.34)$$

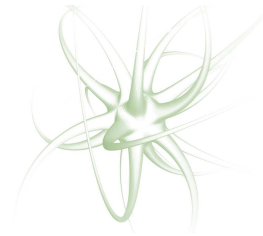
Para entrenar la red se pueden utilizar diferentes algoritmos de optimización, pero el más común y el que se ha utilizado en esta tesis doctoral es el de Levenberg-Marquardt.



Las redes así entrenadas acostumbran a dar buenos resultados de salida para nuevos valores de entrada siempre y cuando el nuevo valor de entrada sea similar a los utilizados durante el entrenamiento. Ahora bien, para ello el algoritmo de entrenamiento debe encontrar unos valores de pesos y *bías* que den buen resultado, y no siempre se puede hallar una solución, lo cual dependerá de los valores iniciales y de la configuración de la red.



# 4



## Método desarrollado

El método de cálculo desarrollado es capaz de encontrar los valores de desalineamiento en los diferentes grados de libertad de posición de un elemento de un sistema óptico a partir del frente de onda de todo el sistema óptico. En el presente capítulo se expondrán las bases del método desarrollado y los procedimientos que de ellas se derivan.

El capítulo se encuentra organizado en dos apartados. En el primer apartado se desarrollan las relaciones matemáticas que vinculan el frente de onda con las variables de desalineamiento y que se emplearán como base para el método de determinación de desalineamientos desarrollado en la presente tesis doctoral. En el segundo apartado se expone el método de cálculo, concretando cuatro procedimientos de aplicación mediante los que se obtienen los valores de desalineamiento.

## 4.1 Relación del frente de onda con los desalineamientos

El método que se presenta permite calcular desalineamientos de un elemento en un sistema óptico. Como se ha visto anteriormente en el capítulo 2, los elementos ópticos vienen posicionados por sistemas de monturas, por lo que cabe esperar que los errores de posicionamiento sean pequeños. Cuando un sistema se mueve alrededor de una posición en pequeñas cantidades, se puede describir el comportamiento de una de las magnitudes del sistema empleando la teoría de perturbaciones, aproximando dicha magnitud por un desarrollo en serie de potencias de la variable perturbada [Goldstein1980].

Para relacionar el frente de onda de un sistema óptico con sus posibles desalineamientos, describiremos el frente de onda mediante un conjunto de polinomios, cada uno de cuyos coeficientes se considerará perturbado respecto a un valor nominal correspondiente al estado de alineación ideal. La perturbación de los coeficientes será una cierta cantidad relacionada directamente con el valor del desalineamiento.

Consideremos la aberración del frente de onda  $W$ . Como se detalla en el capítulo 3, sobre una pupila circular dicha aberración del frente de onda se puede describir por un conjunto de polinomios de Zernike. Estos polinomios se expresan en coordenadas polares en la pupila de salida del sistema como [Geary2002]:

$$W(\rho, \theta) = \sum_i a_i Z_i(\rho, \theta) \quad (4.1)$$

Donde  $\rho$  es la coordenada radial normalizada a uno del círculo sobre el que se describe la aberración del frente de onda,  $\theta$  es la coordenada angular tomando como referencia el eje  $x$ ,  $a_i$  son los coeficientes de Zernike,  $Z_i$  los polinomios de Zernike y  $j$  el índice del polinomio en la notación introducida por Robert J. Noll [Noll1976].

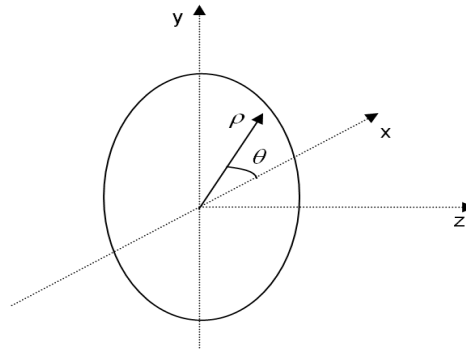


Fig. 4.1.1: Coordenadas cartesianas y variables definidas para los polinomios de Zernike en la pupila de salida.

Los coeficientes de Zernike  $a_i$  variarán si la forma del frente de onda varía. Para pequeñas variaciones de las características del sistema óptico, y siguiendo con lo expuesto sobre teoría de perturbaciones, el frente de onda sufrirá variaciones pequeñas y lo mismo sucederá con los coeficientes de Zernike.

Consideremos ahora el estado de posición de un elemento del sistema óptico como:

$$u = (x, y, z; n_x, n_y, n_z) \tag{4.2}$$

donde  $(x, y, z)$  es la posición del elemento en coordenadas cartesianas y  $(n_x, n_y, n_z)$  son las componentes de un vector  $\hat{N}$  unitario y normal a la

superficie del elemento óptico que define el giro de dicho elemento respecto a los tres ejes de coordenadas (ver Fig 4.1.2).

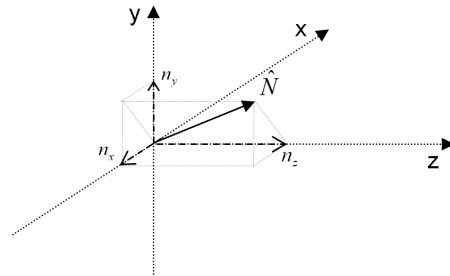


Fig. 4.1.2: Representación de los ejes coordenados  $(x, y, z)$  alrededor de los cuales se define el giro del elemento según  $(n_x, n_y, n_z)$ .

Se puede expresar el desalineamiento de un elemento como la variación del estado de posición  $\Delta u$  respecto al estado nominal  $u_0$ :

$$u_0 + \Delta u = (x_0, y_0, z_0; n_{x0}, n_{y0}, n_{z0}) + (x, y, z; n_x, n_y, n_z) \quad (4.3)$$

donde  $(x_0, y_0, z_0; n_{x0}, n_{y0}, n_{z0})$ , es la posición nominal y  $(x, y, z; n_x, n_y, n_z)$  son los valores de desalineamiento del elemento.

Consideremos ahora el desarrollo en serie de potencias de una función  $f(x)$  alrededor de un punto  $x_0$ :

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + \dots \quad (4.4)$$

Aproximando el desarrollo a primer orden de la serie de potencias, se puede ver que para un pequeño entorno alrededor del punto  $x_0$  la función se puede aproximar por una relación lineal como:

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) \quad (4.5)$$

Consecuentemente, para pequeñas perturbaciones del estado de alineamiento alrededor del estado nominal, la variación de los coeficientes de Zernike respecto al valor de desalineamiento se podrá aproximar a primer grado mediante una relación lineal, como en la ecuación 4.5. Considerando un coeficiente de Zernike  $a$  y un vector de valores de desalineamiento  $\Delta u$  podremos escribir:

$$a^M = a^{nom} + D\Delta u \quad (4.6)$$

donde  $a^M$  es el coeficiente de Zernike correspondiente al estado desalineado,  $a^{nom}$  es el coeficiente de Zernike correspondiente al estado nominal, y  $D$  es la constante lineal resultante de la aproximación de  $a^M$  alrededor de  $\Delta u = 0$ . Esta constante es diferente para cada grado de libertad  $j$  y para cada coeficiente de Zernike del polinomio de Zernike ajustado al frente de onda  $a_i$ , por lo que  $D$  se puede escribir como una matriz de constantes  $d_{ij}$ .

Entonces, se puede escribir la aberración del frente de onda correspondiente a un estado desalineado como:

$$W(\rho, \theta; \Delta u) = \sum_{i=0}^q a_i Z_i = \sum_{i=0}^q (a_i^{nom} + \sum_{j=1}^n d_{ij} \Delta u_j) Z_i \quad (4.7)$$

La diferencia entre la componente nominal de  $W$  y la componente correspondiente al estado desalineado será la perturbación del frente de onda debida a la presencia de desalineamiento en el sistema óptico:

$$\Delta W = W^M - W^{nom} = W(\rho, \theta; \Delta u) - W(\rho, \theta; u_0) = \sum_{i=0}^q \left( \sum_{j=1}^n d_{ij} \Delta u_j \right) Z_i \quad (4.8)$$

En la práctica, se puede trabajar solamente con los coeficientes de Zernike y usar el desarrollo como:

$$\Delta a_i = a_i^M - a_i^{nom} = \sum_{j=1}^n d_{ij} \Delta u_j \quad \text{para cada } i \quad (4.9)$$

Como se puede ver, la ecuación 4.9 define un sistema de  $j$  ecuaciones lineales con  $j$  variables o incógnitas que son los valores de desalineamiento  $\Delta u_j$ , donde  $d_{ij}$  es el conjunto de parámetros del sistema de ecuaciones. Si escribimos la ecuación anterior en forma matricial obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} \Delta a_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta a_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1^M - a_1^{nom} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_q^M - a_q^{nom} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & d_{1n} \\ \cdot & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & d_{ij} & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ d_{q1} & \cdot & \cdot & \cdot & d_{qn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta u_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta u_n \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

Si conocemos la matriz de transformación  $d_{ij}$  y la variación de los coeficientes  $a_i$  respecto a los valores nominales, y si  $q \geq n$ , entonces el sistema de ecuaciones tiene solución y los valores de desalineamiento  $\Delta u_j$  pueden ser hallados.

Este mismo desarrollo en serie de potencias de los coeficientes de Zernike se puede realizar para segundo grado, tercero o superior, llegando a un resultado en el que no se tiene una matriz de transformación lineal  $d_{ij}$ , sino un conjunto de parámetros. Como se ha visto en el capítulo 3, el desarrollo de la serie de Taylor para múltiples variables es de la forma:

$$f(\mathbf{h} + \mathbf{m}) = \sum_{j=0}^k \frac{1}{j!} \mathbf{m}^j \partial^j f(\mathbf{x})|_{\mathbf{x}=\mathbf{h}} + R_{\mathbf{h},k}(\mathbf{m}) \quad (4.11)$$



donde  $\mathbf{h}$  es el punto alrededor del cual se realiza el desarrollo,  $\mathbf{m}$  es el vector cuyas componentes son los valores de desalineamiento y  $R_{\mathbf{h},k}(\mathbf{m})$  es el residuo del desarrollo (ver capítulo 3 para detalle y referencias).

Se puede escribir este desarrollo hasta segundo orden para  $n$  variables:

$$\begin{aligned} f(\mathbf{h} + \mathbf{m}) &\approx f(\mathbf{h}) + \sum_{j=1}^n m_j \partial_j f(\mathbf{h}) + \frac{1}{2} \sum_{j,k=1}^n m_j m_k \partial_j \partial_k f(\mathbf{h}) = \\ &= f(\mathbf{h}) + \sum_{j=1}^n m_j \partial_j f(\mathbf{h}) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n m_j^2 \partial_j^2 f(\mathbf{h}) + \frac{1}{2} \sum_{\substack{j,k=1 \\ j \neq k}}^n m_j m_k \partial_j \partial_k f(\mathbf{h}) \end{aligned} \quad (4.12)$$

Hagamos ahora un cambio en la notación para los coeficientes de Zernike: sea  $\mathbf{n}$  la posición nominal y  $\mathbf{m}$  el vector de variables de desalineamiento  $(x, y, z; n_x, n_y, n_z)$ , entonces el coeficiente de Zernike  $i$ -ésimo correspondiente al estado nominal lo podemos escribir como  $a_i(\mathbf{n})$ , y el coeficiente de Zernike  $i$ -ésimo correspondiente al estado desalineado como  $a_i(\mathbf{n} + \mathbf{m})$ , obteniendo que:

$$\Delta a_i = a_i^M - a_i^{nom} \Rightarrow \Delta a_i(\mathbf{n}, \mathbf{m}) = a_i(\mathbf{n} + \mathbf{m}) - a_i(\mathbf{n}) \quad (4.13)$$

Consideremos ahora que la función  $f$  es el  $i$ -ésimo coeficiente de Zernike  $a_i$ . Se puede escribir entonces, siguiendo la ecuación (4.12) con la notación de (4.13) que:

$$a_i(\mathbf{n} + \mathbf{m}) \approx a_i(\mathbf{n}) + \sum_{j=1}^n m_j \partial_j a_i(\mathbf{n}) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n m_j m_k \partial_j \partial_k a_i(\mathbf{n}) \quad (4.14)$$

donde  $m_j$  y  $m_k$  son las componentes  $j$  y  $k$  respectivamente de  $\mathbf{m}$ .

Aplicando la ecuación (4.13) a la relación (4.14) tenemos que:

$$\Delta a_i(\mathbf{n}, \mathbf{m}) \approx \sum_{j=1}^n m_j \partial_j a_i(\mathbf{n}) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n m_j^2 \partial_j^2 a_i(\mathbf{n}) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n m_j m_k \partial_j \partial_k a_i(\mathbf{n}) \quad (4.15)$$

Dado que no conocemos las derivadas parciales de los coeficientes de Zernike respecto al desalineamiento, podemos considerarlas parámetros de

la función. Si escribimos la ecuación (4.15) con parámetros en lugar de derivadas parciales obtenemos:

$$\Delta a_i(\mathbf{m}) \approx \sum_{j=1}^n m_j p_{ij}^{(1)} + \sum_{j=1}^n m_j^2 p_{ij}^{(2)} + \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n m_j m_k p_{ijk}^{(3)} \quad (4.16)$$

donde las derivadas parciales son ahora los parámetros  $p_{ij}^{(1)}, p_{ij}^{(2)}, p_{ijk}^{(3)}$  (el término 1/2 se ha incluido también dentro del valor de los parámetros). La ecuación (4.16) será de esta forma para cada coeficiente de Zernike, por lo que tendremos un sistema de ecuaciones no lineales paramétricas cuyas incógnitas serán las componentes de desalineamiento de  $\mathbf{m}$ .

Como se puede ver, en la ecuación aparecen términos no lineales y términos cruzados ( $m_j^2$  y  $m_j m_k$ ), por lo que la transformación deja de ser lineal y no se podrá ajustar una matriz como en el caso lineal anterior, sino que ahora se deben ajustar los parámetros  $p_{ij}^{(1)}, p_{ij}^{(2)}, p_{ijk}^{(3)}$  para poder luego resolver el sistema de ecuaciones con un nuevo conjunto de coeficientes de Zernike. Es interesante apreciar que el caso de ajuste lineal es un caso particular del ajuste no lineal en que la matriz  $d_{ij}$  corresponde a  $p_{ij}^{(1)}$  y en que  $p_{ij}^{(2)}, p_{ijk}^{(3)} = 0$ .

Para ajustar estos parámetros se debe emplear un algoritmo, por ejemplo un ajuste por mínimos cuadrados o similar. Este proceso se discute en el siguiente apartado.

## 4.2 Método de cálculo

El método de cálculo desarrollado considera el frente de onda de un sistema óptico compuesto por la suma de un término nominal, o frente de onda correspondiente al sistema completamente alineado, más un término

de perturbación o variación del frente de onda respecto al valor nominal. Esto se puede considerar así en tanto que la contribución al frente de onda de los diferentes elementos ópticos es aditiva [Shannon1997].

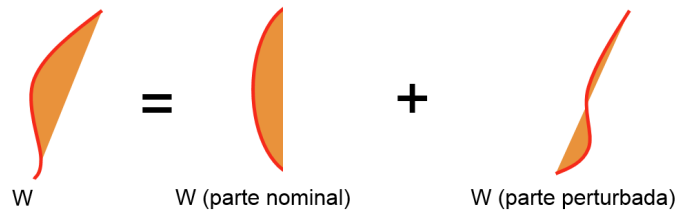


Figura 4.2.1: Esquema gráfico del frente de onda considerado como adición de una componente nominal y una componente perturbada.

Como se ha visto en el apartado anterior, el término del frente de onda resultante de la perturbación se puede relacionar con el estado de alineación del sistema óptico, por lo que a partir de la medida del frente de onda se pueden calcular los valores de desalineamiento  $m_j$ . Para ello es necesario conocer el conjunto de parámetros del sistema de ecuaciones.

Los valores de los parámetros se pueden encontrar *entrenando* al sistema, esto es, obteniendo el frente de onda para diferentes estados de alineación conocidos del sistema óptico, ajustando un conjunto de polinomios de Zernike para obtener los coeficientes  $a_i$  y realizando el ajuste de los valores de los parámetros  $p_{ij}^{(1)}, p_{ij}^{(2)}, p_{ijk}^{(3)}$  (o la matriz en el caso lineal) para que se cumpla el sistema de ecuaciones.

Este ajuste se puede realizar, como veremos más adelante, con cualquier método de ajuste aplicable como por ejemplo el ajuste por mínimos cuadrados. Una vez ajustados los valores de los parámetros, para un nuevo frente de onda perteneciente al mismo sistema óptico pero en un estado de alineación desconocido, se pueden calcular los valores de

desalineamiento  $m_j$  resolviendo el sistema de ecuaciones con los parámetros hallados anteriormente y teniendo como incógnitas los valores  $m_j$ .

Se puede generalizar el método para hallar los valores de desalineamiento si consideramos el sistema de ecuaciones como una función de transformación de un espacio  $\mathcal{R}^N$  a un espacio  $\mathcal{R}^n$  (ver figura 4.2.2).

En estas condiciones se puede decir que el método de cálculo de los desalineamientos de un sistema óptico se basa en hallar una función de transformación de los coeficientes de Zernike del frente de onda a los valores de desalineamiento.

Esta función de transformación puede ser el sistema de ecuaciones desarrollado en el apartado anterior, o cualquier otra función que permita calcular los valores de desalineamiento que se pueda desarrollar (fig 4.2.2). Como se verá más adelante, se han estudiado tres funciones de transformación diferentes: sistema de ecuaciones lineales, sistema de ecuaciones no lineales y redes neuronales. El proceso de cálculo general del método se resume en el diagrama de bloques de la figura 4.2.3.

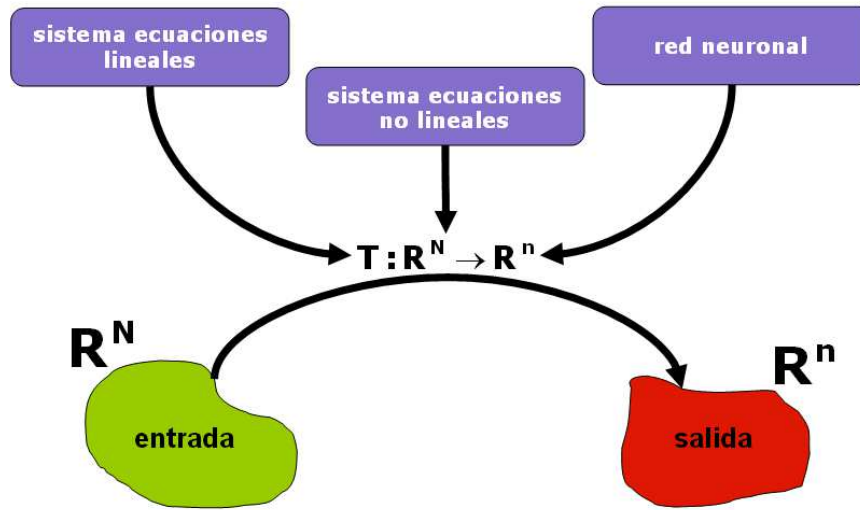


Figura 4.2.2: Diagrama que ejemplifica el concepto central del método, la transformación de un espacio a otro mediante una función de transformación.

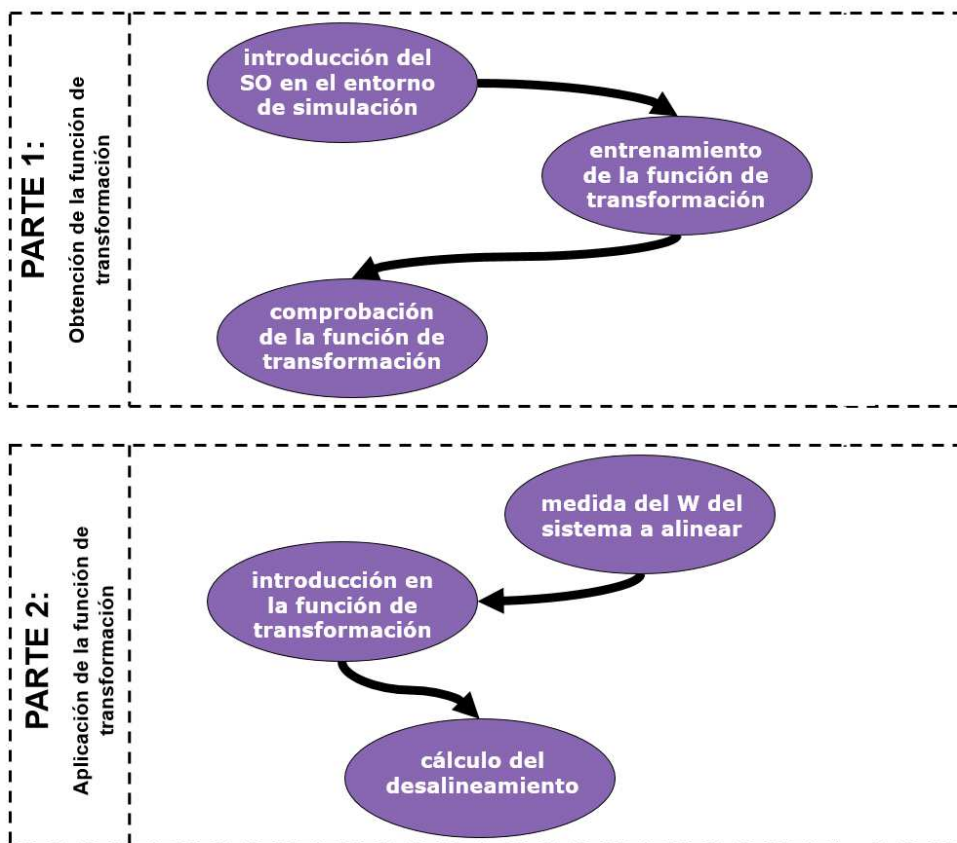


Figura 4.2.3: Diagrama de bloques de las acciones que se realizan en la aplicación del método. La parte 1 del proceso se explica en detalle a continuación, la parte 2 se explica al final del capítulo.

Cabe resaltar que el conjunto de valores de los parámetros del sistema de ecuaciones o de la función de transformación por redes neuronales será único para cada sistema óptico dado que cada sistema tiene un comportamiento óptico distinto, esto es, cada sistema afectará de forma diferente al frente de onda saliente ante la existencia de un elemento óptico desalineado, por lo que la dependencia de los coeficientes de Zernike con el desalineamiento  $m$  será diferente.

A continuación se exponen las funciones de transformación estudiadas durante el desarrollo de este trabajo y que corresponden a la Parte 1 del diagrama de la figura 4.2.3.

La función de transformación de sistemas de ecuaciones da buenos resultados para desalineamientos simples, esto es, para casos en los que hay desalineamiento solo de descentramiento o de giro, mientras que para el caso de desalineamientos cruzados, es decir, para los casos en los que hay descentramientos y giros presentes simultáneamente, se mejora notablemente el resultado utilizando un sistema de redes neuronales. Además se ha definido un criterio para establecer cuándo se considera satisfactorio el ajuste mediante una cierta función de transformación.

#### *4.2.1 Función de transformación por sistema de ecuaciones*

El procedimiento de cálculo que se va a explicar a continuación se basa en el desarrollo matemático del apartado 4.1. En dicho apartado se ha obtenido una la aproximación matemática entre los coeficientes de Zernike

del frente de onda perturbado y el valor de los desalineamientos del sistema óptico como:

$$\Delta a_i(\mathbf{m}) \approx \sum_{j=1}^n m_j p_{ij}^{(1)} + \sum_{j=1}^n m_j^2 p_{ij}^{(2)} + \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n m_j m_k p_{ijk}^{(3)} \quad (4.17)$$

Para hallar el conjunto de parámetros  $p_{ij}^{(1)}, p_{ij}^{(2)}, p_{ijk}^{(3)}$  para un sistema óptico se debe realizar el proceso de ajuste de estos mediante la introducción de frentes de onda salientes del sistema óptico, pertenecientes a estados de alineación conocidos, en el sistema de ecuaciones. Se describe a continuación cada uno de los pasos del proceso para obtener los parámetros  $p_{ij}^{(1)}, p_{ij}^{(2)}, p_{ijk}^{(3)}$  siguiendo el esquema de la figura 4.2.4.

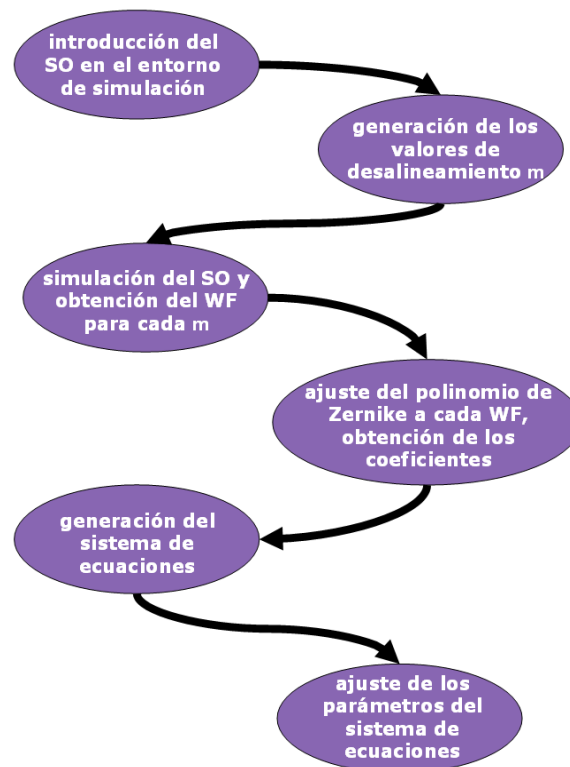


Figura 4.2.4: Diagrama de bloques detallado del proceso de cálculo de los valores de los parámetros del sistema de ecuaciones.

### a) Entorno de simulación del sistema óptico

Supongamos un sistema óptico en el que se debe alinear el elemento  $L_i$ . Si conocemos los descriptores ópticos del sistema, podemos simular su comportamiento desalineando el elemento  $L_i$  en cantidades conocidas y obtener el frente de onda para cada una de las posiciones. Hace falta por lo tanto, en primer lugar, generar el entorno de simulación del sistema óptico.

Se deben introducir en el entorno de simulación todas las características y las posiciones de los elementos del sistema óptico en la posición nominal. Para obtener el frente de onda, se deberá definir una fuente y un sensor. La disposición de la fuente y el sensor deberán ser tales que permitan muestrear gran parte de la pupila de entrada del sistema óptico para que el frente de onda emergente contenga la mayor información posible del estado de las superficies del sistema óptico.

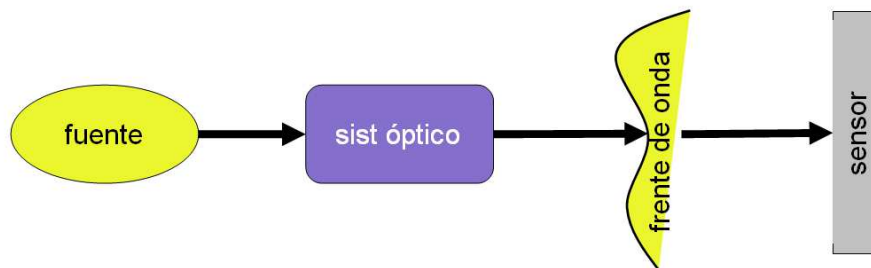


Figura 4.2.5 Diagrama que ejemplifica un sistema óptico con la fuente de luz y el sensor.

La disposición de los elementos debe ser representativa del dispositivo que se utilizará para trabajar con el sistema óptico real a alinear, es decir, debe simular el dispositivo experimental de medida.



Para los análisis realizados en este trabajo se ha utilizado una fuente situada en el infinito y un sensor situado a cierta distancia de la última superficie del sistema óptico.

***b) Generación del conjunto de valores de desalineamientos  $\mathbf{m}_e$  del elemento  $L_d$  para la simulación del sistema óptico***

Para desalinearse dentro del entorno de simulación el elemento  $L_d$  y obtener los frentes de onda correspondientes se debe generar el conjunto de valores de desalineamiento que se utilizarán. Dado el elemento  $L_d$  y sus grados de libertad, que vendrán determinados por el tipo de sistema óptico y de la montura o sistema de fijación del que éste disponga, se pueden determinar los valores máximos de desalineamiento que se pueden considerar para este elemento.

Como se ha visto anteriormente, los sistemas mecánicos de fijación permiten posicionar un elemento, pero tienen cierto rango de error. Si suponemos que se tienen  $n$  grados de libertad para el elemento  $L_d$ , para cada grado de libertad  $j$  el elemento puede tener un error de posicionamiento máximo de  $\varepsilon_j^{\max}$  y mínimo de  $\varepsilon_j^{\min}$ . Para el conjunto de entrenamiento debemos considerar valores de posición entre estos dos valores extremos, además de los valores de desalineamiento nulo para obtener el frente de onda en la posición nominal del sistema.

Por lo tanto, los valores de desalineamiento  $\mathbf{m} = (m_1, \dots, m_j, \dots, m_n)$  del conjunto de entrenamiento serán aquellos tales que  $m_j \in (\varepsilon_j^{\min}, \varepsilon_j^{\max})$ .

**c) Simulación del frente de onda de salida del sistema para cada  $\mathbf{m}_e$** 

Una vez generado el conjunto de  $\mathbf{m}_e$  se puede realizar la simulación del comportamiento del sistema óptico ante cada uno de los valores  $\mathbf{m}_e$  de desalineamiento.

Para que el frente de onda contenga la mayor cantidad de información posible sobre el estado de alineación del sistema óptico, debe procurarse que este interactúe con la mayor área posible de superficie óptica de cada elemento. Para asegurarse de ello, se debe cubrir toda la superficie de la pupila del sistema. Esto es así debido a que para puntos de las superficies alejadas del eje óptico la potencia local del elemento es en general mayor que en puntos más cercanos, por lo que variaciones de posición de las zonas de mayor potencia provocarían mayores variaciones en el frente de onda, dando mayor sensibilidad a la medida.

**d) Ajuste del polinomio de Zernike a cada  $W$  y obtención de los valores de los coeficientes de Zernike**

Una vez se ha obtenido el frente de onda para una posición  $\mathbf{m}$  del elemento  $L_d$  se puede ajustar un conjunto de polinomios de Zernike que lo represente. En el capítulo 3 se ha detallado cómo se realiza el ajuste de dichos polinomios y se ha discutido la conveniencia de este tipo de polinomios frente a otros. Estos polinomios deberán tener los mismos términos en todo el proceso y solamente variarán los valores de los coeficientes de cada término según la configuración y el estado del sistema óptico.

El número de términos del polinomio debe ser igual o mayor al número de variables de desalineamiento que contenga  $\mathbf{m}$  (o dicho de otro modo, el número de grados de libertad de  $L_d$ ). Como se verá en el apartado de resultados, no todos los polinomios de Zernike ajustados varían frente a los desalineamientos ni todos lo hacen de la misma forma, por lo que el número de polinomios deberá ser, en general, mayor que el número de grados de libertad del elemento  $L_d$ .

Así pues, para una configuración que presenta un desalineamiento  $\mathbf{m}_e$ , tendremos un frente de onda  $W_d^M$  compuesto por su parte nominal  $W_d^{nom}$  más su parte perturbada  $\Delta W_d$  (figura 4.2.6). El paso siguiente es ajustar los polinomios de Zernike al frente de onda nominal simulando el sistema óptico sin desalineamiento, obteniendo los valores de los coeficientes de Zernike  $a_i^{nom}$ . Luego, para cada caso de desalineamiento de  $L_d$  obtenemos el nuevo frente de onda  $W_d^M$  y ajustamos los mismos polinomios de Zernike obteniendo los nuevos valores de los coeficientes de Zernike  $a_i^M$ . Sustrayendo a  $a_i^M$  la componente nominal  $a_i^{nom}$  obtenemos la variación de los valores de los coeficientes de Zernike para la componente perturbada del frente de onda:  $\Delta a_i = a_i^M - a_i^{nom}$ .

En general, los entornos de simulación comerciales realizan el ajuste de los coeficientes de Zernike, por lo que no es necesario desarrollar software específico para esta parte del proceso, debiéndose calcular solamente la diferencia  $\Delta a_i = a_i^M - a_i^{nom}$ .

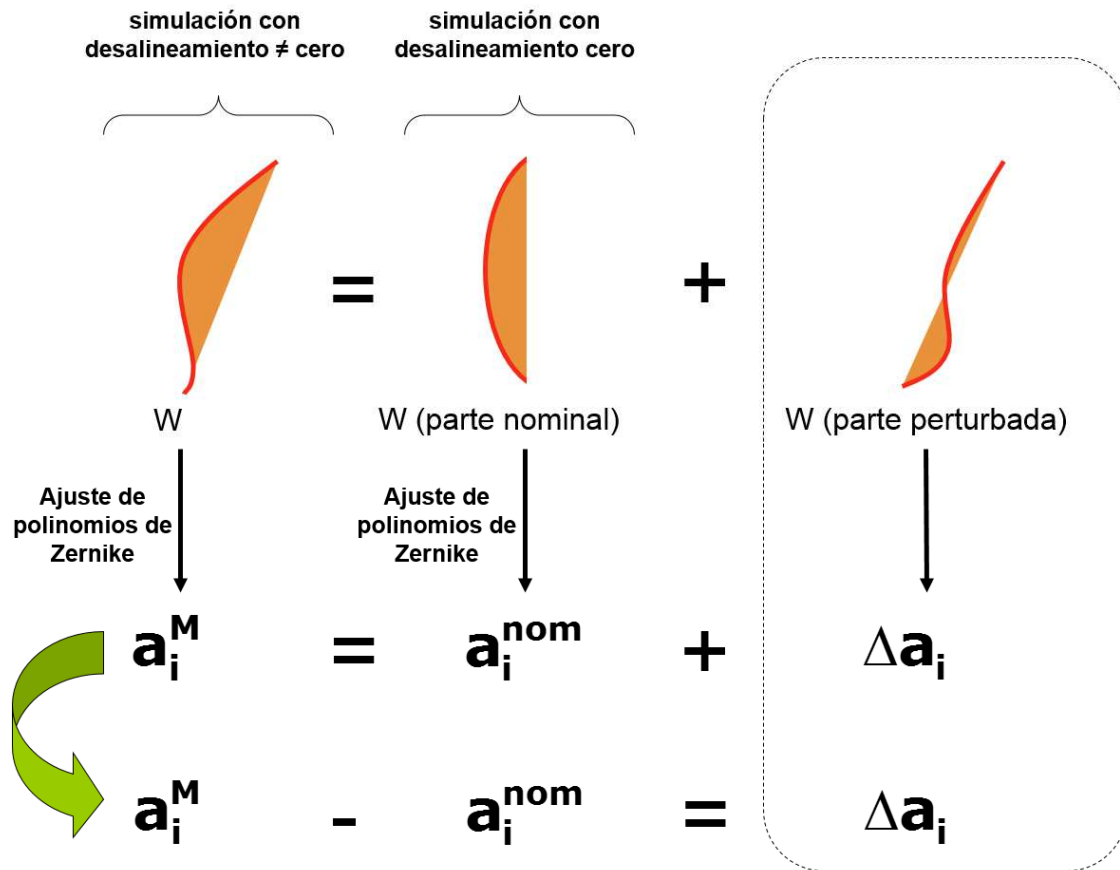


Figura 4.2.6: Esquema de las componentes del frente de onda y los coeficientes de Zernike correspondientes.

e) Generación del sistema de ecuaciones con  $a_i$  y  $m_e$

Una vez obtenidos los valores  $\Delta a_i = a_i^M - a_i^{nom}$ , junto con los valores de perturbación de posición asociados ( $m_e$ ) empleados para generarlos, se puede escribir el sistema de ecuaciones cuyas incógnitas son los valores de los parámetros. El sistema de ecuaciones, para el caso lineal, se puede escribir como:

$$\begin{pmatrix} \Delta a_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta a_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & p_{1n} \\ \cdot & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & p_{ij} & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ p_{q1} & \cdot & \cdot & \cdot & p_{qn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_1 \\ \cdot \\ m_j \\ \cdot \\ m_n \end{pmatrix} \tag{4.18}$$

Y para el caso de ecuaciones no lineales se puede escribir de la siguiente forma:

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta a_1(\mathbf{m}) &= \sum_{j=1}^n m_j p_{1j}^{(1)} + \sum_{j=1}^n m_j^2 p_{1j}^{(2)} + \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n m_j m_k p_{1jk}^{(3)} + \dots \\ \Delta a_2(\mathbf{m}) &= \sum_{j=1}^n m_j p_{2j}^{(1)} + \sum_{j=1}^n m_j^2 p_{2j}^{(2)} + \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n m_j m_k p_{2jk}^{(3)} + \dots \\ &\vdots \\ \Delta a_q(\mathbf{m}) &= \sum_{j=1}^n m_j p_{qj}^{(1)} + \sum_{j=1}^n m_j^2 p_{qj}^{(2)} + \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n m_j m_k p_{qjk}^{(3)} + \dots \end{aligned} \right. \quad (4.19)$$

Como se ha mencionado anteriormente, en general el número N de términos de Zernike será mayor al número de grados de libertad de  $L_d$ . Sin embargo, para esta fase del proceso de cálculo, se necesitará también un buen muestreo de los diferentes valores que puede tomar  $\mathbf{m}$  para ajustar los valores de los parámetros.

### f) Ajuste de los valores de los parámetros del sistema de ecuaciones

Como se puede deducir del epígrafe anterior, se tendrán más ecuaciones que incógnitas a la hora de hallar los valores de los parámetros, quedando un sistema de ecuaciones lineales en  $p$  sobredeterminado [Castellet1996], por lo que los valores de los parámetros no se calculan de forma analítica sino con un algoritmo tipo *least-squares*.

Para encontrar los valores de los parámetros del sistema de ecuaciones se debe establecer el sistema de ecuaciones con los valores de desalineamiento  $\mathbf{m}$ , sus correspondientes valores de los coeficientes de Zernike  $a_i^M$  y los valores de los coeficientes obtenidos sin desalineamiento  $a_i^{nom}$ . Deben por tanto encontrarse los valores de los parámetros que mejor

satisfagan el conjunto del sistema de ecuaciones mediante el algoritmo de ajuste.

Una vez obtenidos los valores de los parámetros, el sistema de ecuaciones ya está preparado para hallar los valores de desalineamiento a partir de un nuevo frente de onda para el sistema desalineado y los correspondientes valores de coeficientes de Zernike.

Como se verá en el capítulo de resultados, este procedimiento solo ofrece buenos resultados para algunos casos particulares y, dado el aumento de la complejidad del sistema al aumentar el número de grados de libertad del elemento desalineado, será necesario emplear una función de transformación más potente. Para abordar la determinación de desalineamientos en los que hay presentes tanto giros como descentramientos, se ha procedido a realizar el ajuste de una red neuronal que, entrenada, sustituye el sistema de ecuaciones. Se explica el procedimiento por redes neuronales en el siguiente apartado.

#### *4.2.2 Función de transformación por redes neuronales*

En el capítulo 3 se ha explicado qué es una neurona, qué es una red de neuronas y cómo funcionan. El método desarrollado consiste en hallar una función de transformación con la que, a partir de unos valores de entrada (valores de los coeficientes de Zernike) se calculan los valores de salida (valores de desalineamiento). Como ya se ha mencionado con anterioridad, esta función de transformación puede venir o bien dada por un sistema de ecuaciones o bien por un sistema de red neuronal, pero

conceptualmente el método de cálculo es el mismo. A continuación se expone el proceso mediante redes neuronales correspondiente a la Parte 1 de la figura 4.2.3.

Para realizar el ajuste de una red neuronal es necesario crear el conjunto de datos de entrenamiento. Este conjunto está formado por los datos de entrada y los datos de salida (figura 4.2.7).

Una vez se tiene este conjunto se crea una red neuronal con un número de neuronas que dependerá de la complejidad del sistema y del número de variables.

Esta red neuronal se entrena, es decir, se introducen datos de entrada con sus datos de salida para que *aprenda* a proporcionar las salidas correctas. Finalizado el entrenamiento de la red neuronal, se emplean datos de entrada/salida no empleados en la fase de entrenamiento para comprobar el correcto funcionamiento de la red neuronal y dar por bueno el entrenamiento. Realizados estos pasos la red ya puede ser aplicada.

Este proceso se resume en el esquema de la figura 4.2.8 y los detalles de los pasos se exponen a continuación.

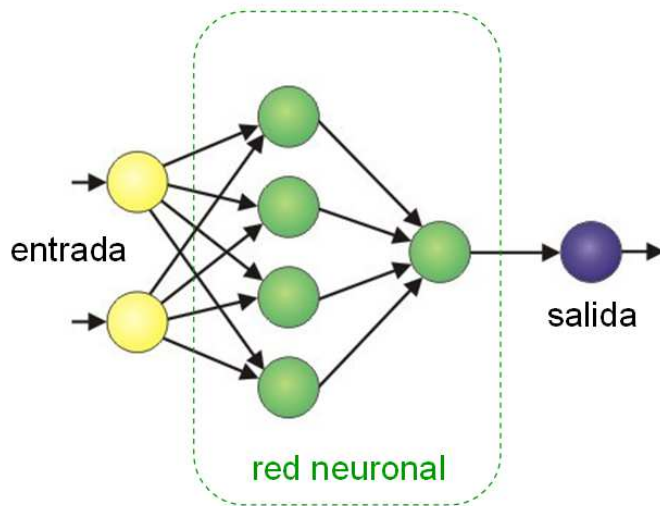


Figura 4.2.7: Esquema de una red neuronal con los datos de entrada y de salida.

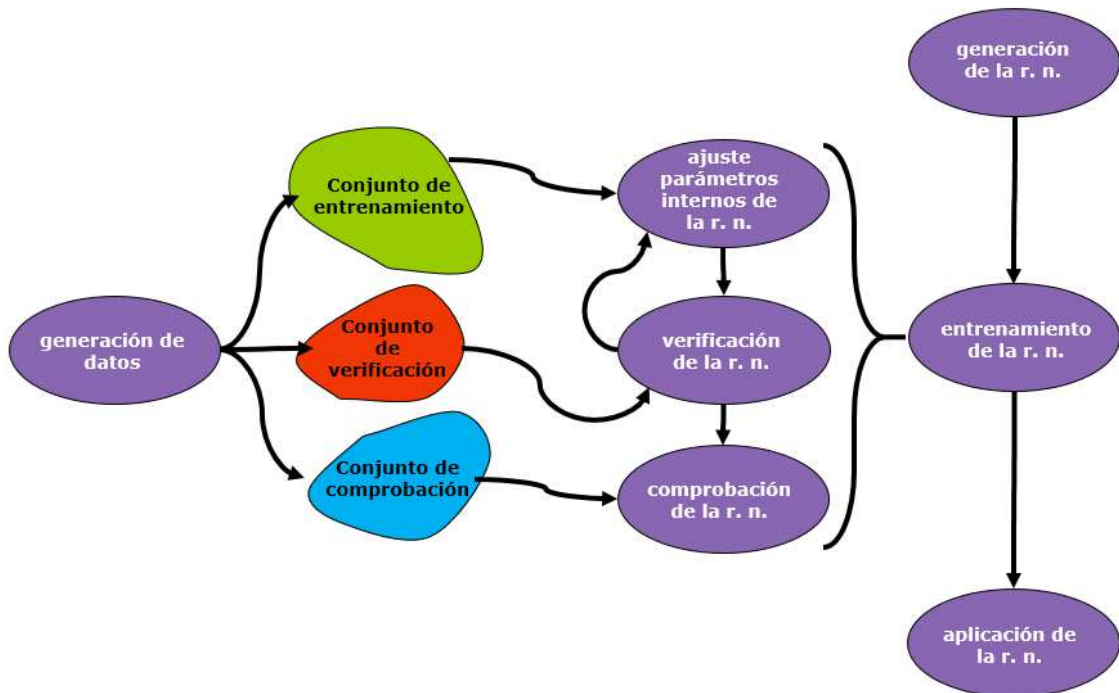


Figura 4.2.8: Diagrama de bloques del proceso de entrenamiento de la red neuronal correspondiente a la Parte 1 de la figura 4.2.3.



a) Generación del conjunto de datos para el entrenamiento de la red neuronal

Para entrenar una red neuronal se debe obtener un conjunto de datos compuesto por dos subconjuntos: el conjunto de entrada y el conjunto de salida. El conjunto de entrada se compone de los valores que, haciendo un paralelismo con una función, se corresponderían con las  $x$  o abscisas. El conjunto de salida, siguiendo el mismo paralelismo, se compone de los valores que se corresponderían con las  $y$  u ordenadas. Estos dos conjuntos están relacionados entre ellos de forma que a cada  $\mathbf{x}$  del conjunto de entrada le corresponde una  $\mathbf{y}$  en el conjunto de salida.

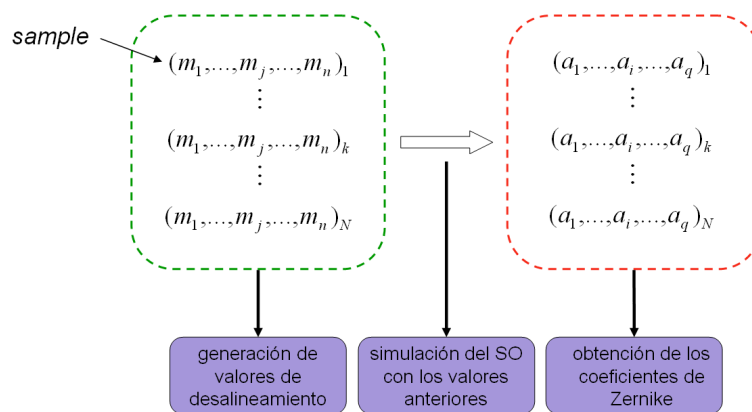


Figura 4.2.9: Diagrama explicativo del proceso de obtención del conjunto de  $N$  muestras de entrenamiento.

En el caso del sistema de ecuaciones definido en el epígrafe anterior, el conjunto de entrada serían los valores de los coeficientes de Zernike y el conjunto de salida los valores de desalineamiento, de manera que a cada grupo de valores de coeficientes de Zernike  $(a_1, \dots, a_i, \dots, a_q)$  le corresponde un grupo de valores  $(m_1, \dots, m_j, \dots, m_n)$ . A estos grupos o vectores de valores se les llamará de ahora en adelante *samples*.

Para obtener estos conjuntos de *samples*, se procede como se describe en el apartado 4.2.1 para obtener los valores de desalineamiento, esto es, se generan de forma aleatoria dentro de los límites definidos en el sistema óptico para el elemento en cuestión. Por simulación, se obtienen los frentes de onda para cada  $(m_1, \dots, m_j, \dots, m_n)$  y se ajustan los polinomios de Zernike para obtener los valores de los coeficientes de Zernike  $(a_1, \dots, a_i, \dots, a_q)$  correspondientes.

### **b) Generación de la red neuronal**

Para definir la red neuronal, se debe tener en cuenta el número de variables de un *sample* tanto de entrada como de salida y el número de *samples* del conjunto de entrenamiento, así como la posible complejidad del sistema a ajustar. A mayor número de variables y de complejidad se deberá tener un número mayor de neuronas en la red y un mayor número de capas, pero para poder entrenar una red con un número alto de neuronas se debe tener a su vez un número alto de *samples*. Por ello, se deberá llegar a un compromiso en el número de neuronas y capas que dé un resultado satisfactorio en un tiempo de cálculo aceptable.

Como se ha explicado en el capítulo 3, se puede entender el tipo de red neuronal utilizado como una transformación  $R^N \rightarrow R^n$ , por lo que cuanto más variables se tengan más compleja deberá ser la red para recrear la transformación. Para el caso del cálculo de desalineamientos, como se verá en los resultados, se ha necesitado combinar en los casos más complejos varias capas de neuronas.

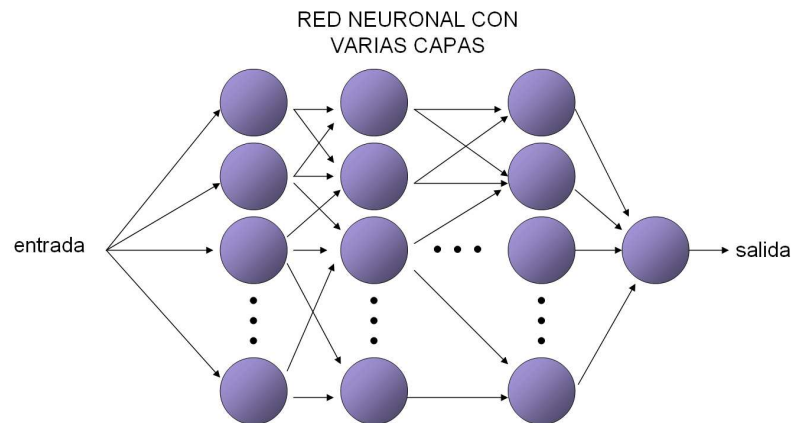


Figura 4.2.10: Diagrama con la estructura general de la red neuronal con más de una capa oculta.

### c) Entrenamiento de la red neuronal

Una vez generada la red neuronal, esta debe entrenarse para obtener los parámetros internos. El proceso de entrenamiento de la red neuronal, como se describe en el capítulo 3, es equivalente al proceso de ajuste de los valores de los parámetros del sistema de ecuaciones del epígrafe anterior. Como en dicho caso, se tiene un conjunto de valores de coeficientes de Zernike  $(a_1, \dots, a_i, \dots, a_q)$  con sus correspondientes valores de desalineamiento  $(m_1, \dots, m_j, \dots, m_n)$  a partir de los cuales se ha generado. Estos conjuntos de *samples* se utilizan entonces para que la red neuronal *aprenda* a reconocer el comportamiento de los valores de los coeficientes de Zernike enfrente de desalineamientos, y que para un cierto grupo de valores  $(a_1, \dots, a_i, \dots, a_q)$  pueda devolver su correspondiente grupo  $(m_1, \dots, m_j, \dots, m_n)$ .

El entrenamiento se hace mediante un algoritmo de ajuste neuronal con un número alto de *samples* de entrada y de salida. Para el proceso de entrenamiento se requieren tres conjuntos de *samples*: un conjunto principal para el entrenamiento propiamente dicho, un conjunto para la

verificación del entrenamiento y un conjunto para comprobar la red ajustada.

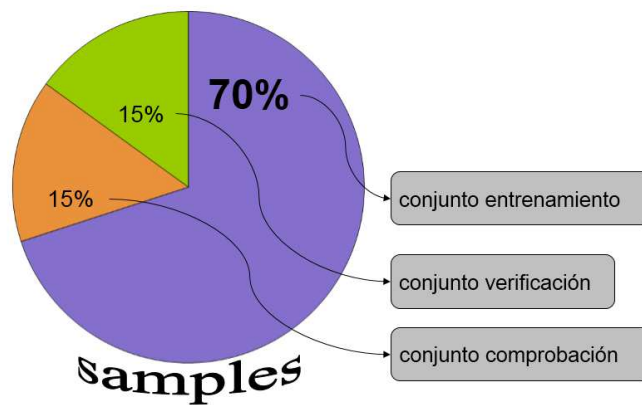


Figura 4.2.11: Diagrama con los porcentajes de samples dedicados a cada paso del proceso de entrenamiento.

- El conjunto de entrenamiento es el mayor, puede ser alrededor del 70% del total de *samples*, y se utiliza para el ajuste de los parámetros internos de la red neuronal.
- El conjunto de verificación es menor que el anterior, alrededor del 15% del total de *samples*, y se utiliza para guiar el ajuste de la red durante el entrenamiento, es decir, se utilizan los *samples* de este subconjunto para cuantificar el error en la respuesta que da la red neuronal y guiar con él el ajuste. Este error obtenido en la verificación se emplea durante el entrenamiento para detener el proceso de entrenamiento cuando la red está ajustada, es decir, cuando el error es menor a un cierto valor predeterminando.
- El conjunto de comprobación es también de alrededor del 15% del total de *samples* y no es utilizado para el ajuste propiamente dicho de la red neuronal, sino que son datos nuevos que sirven para comprobar la capacidad de cálculo de la red neuronal para valores

no usados durante el entrenamiento y que son por lo tanto desconocidos para ella. Este conjunto se emplea para visualizar la evolución del comportamiento de la red durante su entrenamiento.

La aplicación con la función de transformación por redes neuronales se ha realizado por dos procesos diferentes que se explican a continuación.

### PROCEDIMIENTO 1:

Este procedimiento sigue la misma estructura que en los casos de funciones de transformación por sistema de ecuaciones. Los datos de entrada son los valores de los coeficientes de Zernike y la red neuronal actúa como una función que directamente proporciona los valores de desalineamiento.



Figura 4.2.12: Diagrama conceptual del primer procedimiento de cálculo con red neuronal. Los valores de los coeficientes de Zernike  $a_i$  se introducen en la red neuronal (ANN en inglés) y esta proporciona como valor de salida el valor de desalineamiento  $m$ .

### PROCEDIMIENTO 2:

Este procedimiento sigue una estructura diferente de los casos de funciones de transformación anteriores.

El Procedimiento2 consiste en aplicar el método en dos pasos para obtener el mejor resultado posible cuando se tienen desalineamientos tanto en forma de descentramiento como de giro simultáneamente.

En el primer paso se utiliza una red neuronal para obtener el valor de desalineamiento solamente de las variables de giro ( $n_x, n_y, n_z$ ) a partir de los valores de los coeficientes de Zernike. Para ello, durante el entrenamiento de la red, se pesan las variables de giro de manera que los valores sean al menos dos órdenes de magnitud mayores que el de los descentramientos. De esta manera, la red proporciona los valores de giro aunque también estén presentes descentramientos.

Con los valores de las variables de giro calculados, el giro se puede corregir en el elemento del sistema óptico que se está alineando.

Habiendo corregido el giro del elemento, se vuelve a registrar el frente de onda obteniendo los nuevos valores de los coeficientes de Zernike. Una segunda red neuronal entrenada a tal efecto, a partir de estos nuevos valores de los coeficientes de Zernike, calcula los valores de las variables de descentramiento ( $x, y, z$ ). (Ver esquema conceptual del procedimiento en la figura 4.2.12).

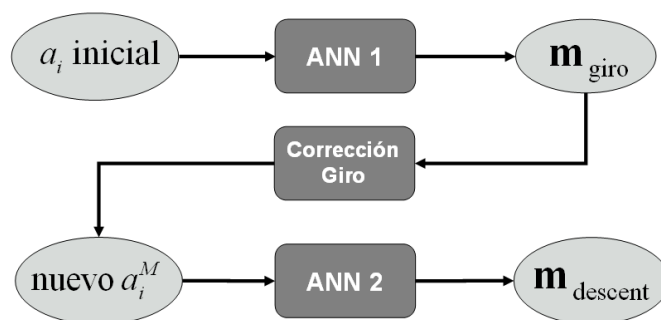


Figura 4.2.12: Diagrama conceptual del segundo procedimiento de cálculo con red neuronal. Los valores de los coeficientes de Zernike iniciales  $a_i^M$  se introducen en la primera red neuronal (ANN1) y esta proporciona como valor de salida el valor de desalineamiento del giro del elemento en estudio  $\mathbf{m}_{\text{giro}}$ . Se corrige este desalineamiento y se vuelven a obtener los nuevos valores de los coeficientes de Zernike. Estos se introducen en una segunda red neuronal (ANN2) que proporciona los valores de descentramiento  $\mathbf{m}_{\text{descent}}$ .

### 4.2.3 Aplicación de la función de transformación

Una vez desarrollada e implementada la función de transformación, ya sea por sistema de ecuaciones (lineales o no) o por red neuronal, esta se puede utilizar para realizar el cálculo de desalineamientos del sistema óptico. Este proceso corresponde a la Parte 2 del diagrama de la figura 4.2.3. Se recuerda este diagrama en la figura 4.2.13.

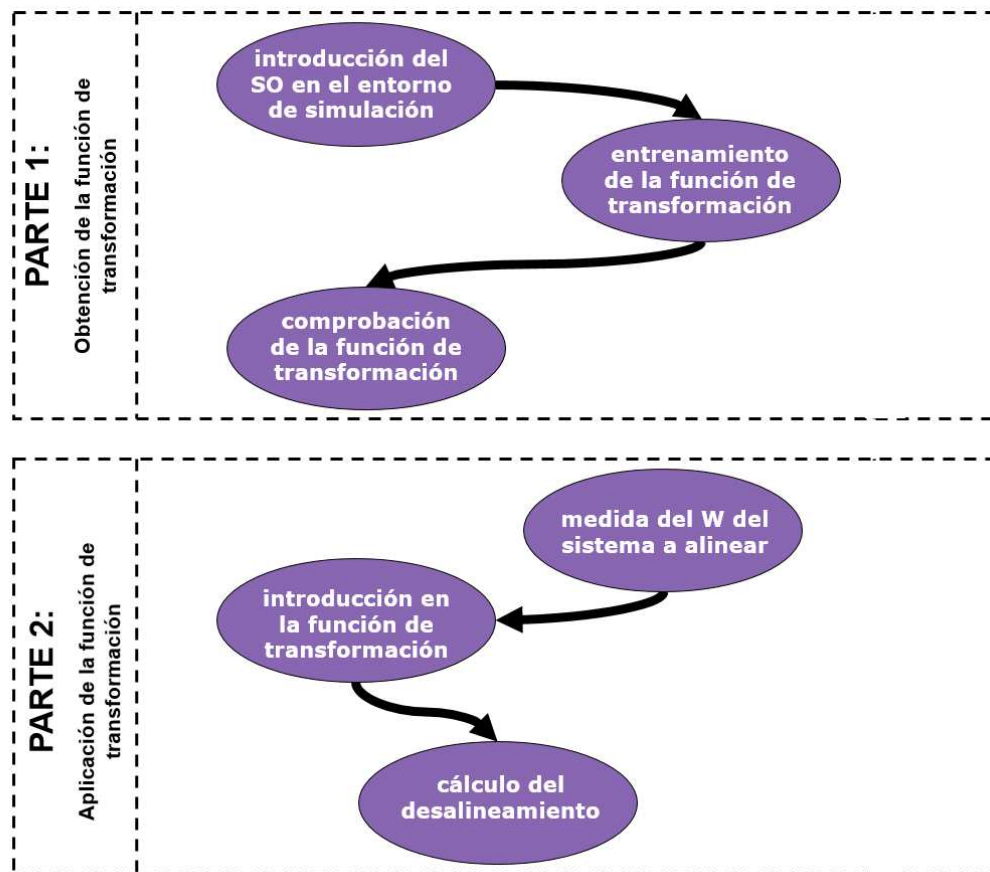


Figura 4.2.13: Diagrama de bloques del método. La Parte 1 del proceso se ha explicado en el epígrafe anterior y la Parte 2 se explica a continuación.

Para hallar los desalineamientos del sistema real se debe obtener el frente de onda a la salida del sistema en las mismas condiciones que el sistema simulado empleado para la obtención de la función de transformación.

La medida del frente de onda a la salida del sistema se puede realizar con cualquier dispositivo existente a tal efecto, como un dispositivo Hartmann-Shack o un sistema interferométrico (se describen estos dispositivos o similares en el capítulo 2). Un requisito importante a tener en cuenta es que el equipo experimental utilizado no debe limitar la resolución del proceso de medida del frente de onda.

Al frente de onda se debe ajustar entonces el conjunto de polinomios de Zernike utilizados en el proceso de ajuste de la función de transformación, obteniendo así los valores de los coeficientes de Zernike correspondientes. Estos se pueden utilizar como datos de entrada de la función de transformación.

Mediante la función de transformación de coeficientes de Zernike a variables de desalineamiento (según figura 4.2.2), se pueden obtener directamente los valores de desalineamiento de cada grado de libertad del elemento del sistema óptico para el que se ha ajustado la función.

- Si la función de transformación es un sistema de ecuaciones, con los valores de los coeficientes de Zernike del sistema real se puede resolver el sistema de ecuaciones para los valores de desalineamiento  $m$ . En general, tendremos más ecuaciones que incógnitas y se podrá resolver el sistema mediante un algoritmo de mínimos cuadrados o similar.
- Si la función de transformación es una red neuronal, se enviarán como datos de entrada los valores de los coeficientes de Zernike y la red dará como valores de salida los valores de desalineamiento  $m$ .



#### 4.2.4 Validez de la función de transformación

En esta tesis doctoral se han empleado herramientas de simulación y cálculo para obtener las diferentes funciones de transformación. Para validar el comportamiento de cada función de transformación en su aplicación, se ha empleado la representación de los valores de desalineamientos calculados en función de los valores esperados. Si el comportamiento de la función de transformación es bueno, la relación entre estos debe ser una recta de pendiente unitaria.

Toda desviación del valor de desalineamiento calculado respecto a la recta de pendiente unitaria debe estar dentro de unos márgenes de error para considerar el ajuste satisfactorio. Dicho de otra manera, la desviación media de los valores calculados respecto los esperados debe ser pequeña frente al valor esperado. Como parámetro de evaluación de la calidad del resultado, se ha tomado la desviación media porcentual respecto al valor máximo  $\varepsilon^{\max}$  que puede tomar cada variable.

Para evaluar la validez de cada función de transformación se ha establecido una condición de validez de la función de transformación. Esta condición se utiliza para discernir cuándo una función de transformación da un resultado satisfactorio, o cuándo se debe buscar a otra función de transformación.

Para ello definimos primero el valor  $e$ , que es el error máximo de posicionamiento de un elemento permitido por las tolerancias de diseño del

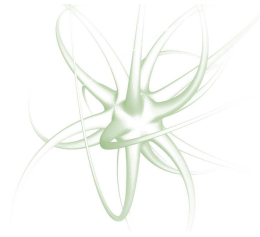
sistema óptico. Este valor, en porcentaje respecto al valor máximo  $\epsilon^{\max}$  que puede tomar cada variable de desalineamiento en el entrenamiento de la función de transformación, es el valor  $D$ .

$$D = 100 \frac{e}{\epsilon^{\max}} \quad (4.20)$$

Utilizando estas definiciones, la condición de validez establecida es el siguiente:

*Se considera válida la función de transformación si la desviación media porcentual de todas las variables de desalineamiento está por debajo del valor  $D$ .*

# 5



## Algoritmo Desarrollado

En el capítulo anterior se ha descrito el método desarrollado. Este permite encontrar los valores de desalineamiento de un elemento concreto ubicado en un sistema óptico a partir del frente de onda del sistema óptico mediante una función de transformación. Se han descrito también tres funciones de transformación diferentes: mediante un sistema de ecuaciones lineales, mediante un sistema de ecuaciones no lineales y empleando redes neuronales.

Dado el alto número de datos a manejar en el procedimiento de cálculo y de ajuste para obtener los valores de los parámetros de las funciones, se han desarrollado algoritmos específicos que realicen los cálculos. Estos algoritmos se han desarrollado en Matlab [Matlab] y las simulaciones del sistema óptico se han realizado en Zemax [Zemax]. En el presente capítulo

se exponen los algoritmos desarrollados para las tres funciones de transformación.

El capítulo se encuentra organizado en dos apartados principales: en el primer apartado se describe el proceso por el que se generan los datos necesarios para la validación del método, a los cuales se les aplicarán los algoritmos desarrollados. En el segundo apartado se exponen los algoritmos propiamente dichos.

## 5.1 Algoritmo para la generación de datos

A continuación se expone cómo se han generado los datos para la validación del método por simulación. Se han desarrollado dos rutinas que, para un sistema óptico dado, generan valores de desalineamientos y por simulación obtienen los frentes de onda del sistema óptico en estudio. A cada uno de estos frentes de onda se ajusta un polinomio de Zernike, obteniendo así los valores de los coeficientes de Zernike correspondientes con los que trabajarán los dos algoritmos posteriores.

Las rutinas se inician una vez ya se ha creado un archivo del sistema óptico completo con el software de diseño Zemax. El algoritmo genera los valores de desalineamiento y los introduce en el entorno de simulación de Zemax. Para cada valor de desalineamiento, se extraen del entorno de simulación Zemax los valores de los coeficientes de Zernike que ha ajustado el propio entorno de simulación para cada caso de

desalineamiento. Estos datos se guardan y son utilizados posteriormente por los algoritmos.

Para generar los datos, se han programado dos rutinas: la primera genera valores de desalineamiento entre los límites establecidos para cada variable de desalineamiento, y la segunda obtiene los valores de los coeficientes de Zernike resultantes de aplicar estos desalineamientos al sistema óptico mediante una pasarela entre Matlab y Zemax. Estas dos rutinas están esquematizadas en la figura 5.1.1 y se explican a continuación.

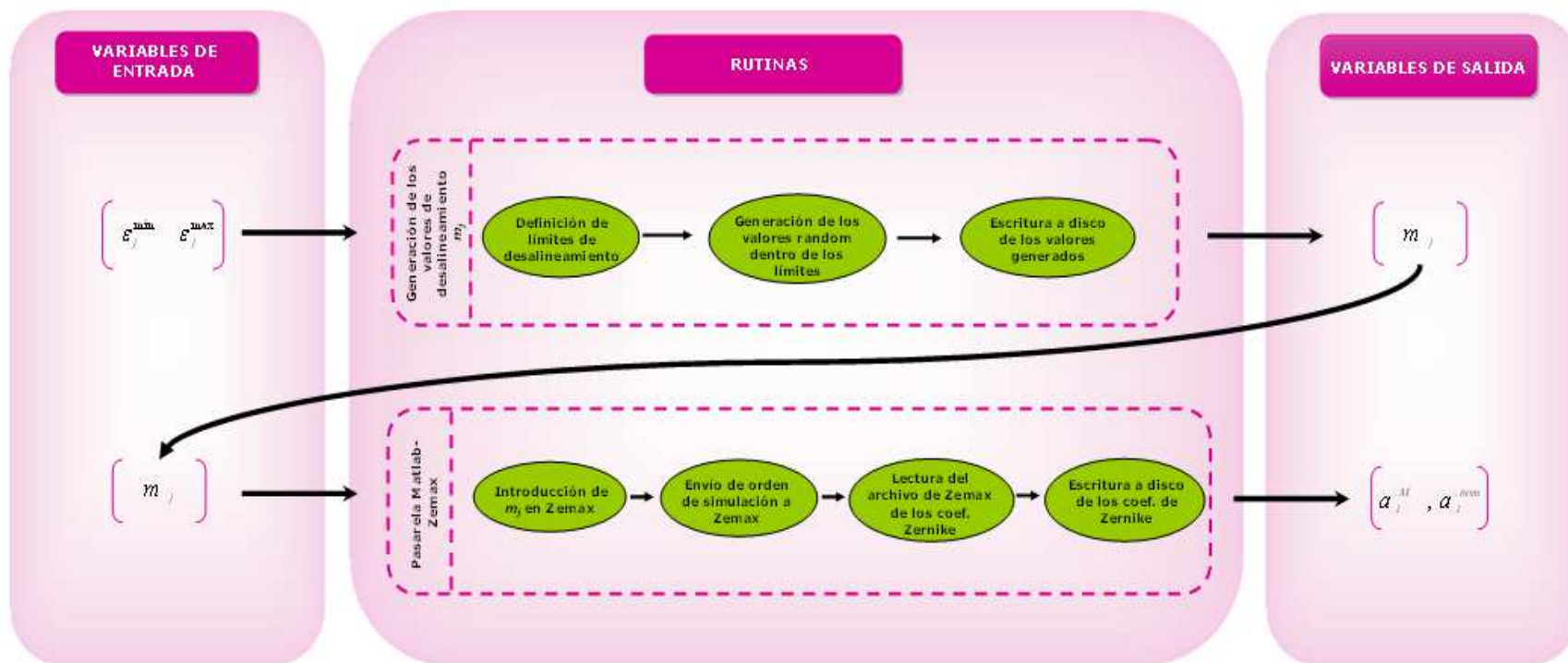


Figura 5.1.1: Diagrama resumen de las rutinas desarrolladas para la generación de datos. Se indican las variables de entrada y de salida, siendo las de entrada los valores de desalineamiento máximo  $\varepsilon_j^{\max}$  y mínimo  $\varepsilon_j^{\min}$  y el valor de desalineamiento generado para la variable de posición  $j$ ,  $m_j$ , y siendo las de salida los valores de los coeficientes de Zernike para estados desalineado y nominal  $a_i^M, a_i^{nom}$ . Se indican también los pasos internos de cada una de las dos rutinas.

### 5.1.1 Generación de los valores de desalineamiento

Para obtener los datos necesarios se ha implementado una rutina para generar una colección de valores de desalineamiento aleatorios dentro del rango de estudio. Los valores de desalineamiento se han generado atendiendo a las características del sistema óptico utilizado en la validación del método.

La rutina de generación de valores de desalineamiento parte de los valores límite para cada variable de desalineamiento  $(\epsilon_j^{\min}, \epsilon_j^{\max})$  considerada para el elemento del sistema óptico en estudio. Como se ha expuesto en el capítulo 2, estos valores límite vienen marcados principalmente por las monturas del sistema. Dentro de estos límites se crean N valores aleatorios para cada variable de desalineamiento  $m_j$ . La expresión utilizada es del tipo:

$$m_j = \epsilon_j^{\min} + (\epsilon_j^{\max} - \epsilon_j^{\min}) \text{rand}(N,1) \quad (5.1)$$

donde  $\text{rand}(N,1)$  es un comando propio de Matlab que genera un vector con N valores aleatorios entre 0 y 1. Estos valores se utilizan tanto en la rutina siguiente como en los algoritmos posteriores, como se verá en los siguientes apartados.

### 5.1.2 Pasarela Matlab-Zemax

Para poder controlar el entorno de simulación desde Matlab se ha utilizado la utilidad DDE (Dynamic Data Exchange) de Zemax. DDE es un protocolo de Windows que permite la comunicación entre aplicaciones. En este caso permite tener a Zemax como servidor y Matlab como cliente que

realiza las peticiones de ejecución y de intercambio de datos. Dado que el servidor es Zemax, solamente es necesario tenerlo abierto para que este pueda ser controlado desde Matlab.

Se puede ver el tipo de comandos de petición de acciones a Zemax en la tabla de más abajo. La estructura básica de acciones de un comando de petición es:

Inicialización de la comunicación --> Realización de acciones/peticiones --> Finalización de la comunicación.

Los comandos o funciones entre Matlab y Zemax pueden estar incluidos dentro de bucles y de otras funciones de Matlab, lo que permite realizar múltiples simulaciones en Zemax de forma pre-programada y guardar los resultados deseados desde el entorno de Matlab.

Los comandos básicos que se han utilizado se resumen en la tabla siguiente:

Comando	Acción que realiza
zDDEinit	Inicia la comunicación
zLoadFile	Carga un archivo *.zmx en el servidor
zPushlens(1)	Carga el archivo en el 'Lens data editor'
zOpenWindow 'Zst'	Abre la ventana de los coeficientes de Zernike
zSetSurfaceParamVector(sup, param(2:8))	Modifica los parámetros de la superficie 'sup' con los valores del vector 'param'.
zSetSurfaceData(sup, param(1))	Modifica el dato indicado de la superficie de id 'sup' con el valor 'param(1)'
zGetTextFile('c:\...', 'Zst')	Pide los valores del archivo de coeficientes de Zernike
zDDEterm	Finalización de la comunicación



Con estos comandos básicos de comunicación entre Zemax y Matlab, se ha creado una rutina que realiza las simulaciones deseadas para este trabajo y guarda los valores de los coeficientes de Zernike resultantes.

Esta rutina inicializa la comunicación con Zemax y carga el archivo \*.zmx que se ha creado con anterioridad del sistema óptico a simular, y lee los N grupos de valores de desalineamiento  $\mathbf{m} = (m_1, \dots, m_j, \dots, m_n)$  creados en la rutina anterior (Generación de valores de desalineamiento). Para cada uno de estos  $\mathbf{m}$  la rutina introduce los valores de desalineamiento en el archivo de Zemax y lee los nuevos valores de coeficientes de Zernike  $(a_1, \dots, a_i, \dots, a_q)$  resultantes. Una vez realizada esta acción para los N grupos de valores de desalineamiento  $\mathbf{m}$ , se tienen N grupos de valores  $(a_1, \dots, a_i, \dots, a_q)$  que se guardan en disco.

## 5.2 Algoritmos para las funciones de transformación

En este apartado se explicarán los algoritmos desarrollados de forma cualitativa, detallando su estructura para la aplicación de las funciones de transformación estudiadas.

La estructura general de los algoritmos sigue el esquema de la figura 5.2.1. Se han generado dos algoritmos básicos: el primero genera y aplica las funciones de transformación basadas en sistemas de ecuaciones ya sean lineales o no, y el tercer algoritmo genera y aplica la función de transformación por redes neuronales.

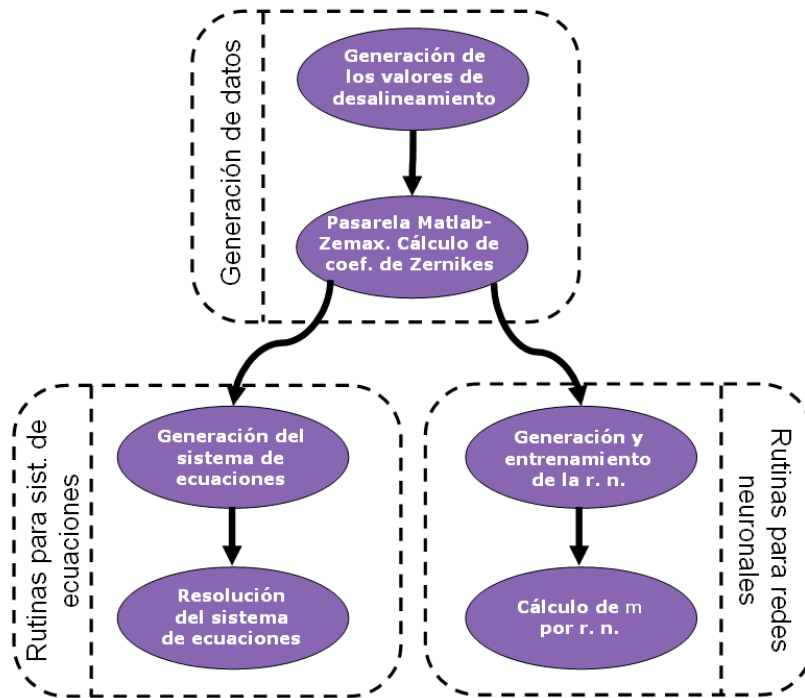


Figura 5.2.1: Diagrama de los algoritmos desarrollados. A partir de los datos generados, los algoritmos ajustan y aplican las funciones de transformación: uno para el sistema de ecuaciones y otro para las redes neuronales.

El algoritmo de generación y aplicación de la función de transformación basada en el sistema de ecuaciones utiliza los datos generados en las rutinas anteriores para ajustar los valores de los parámetros del sistema de ecuaciones, tanto para el sistema de ecuaciones lineales como para el caso de ecuaciones no lineales. El algoritmo permite también, para un nuevo caso de desalineamiento desconocido, introducir los valores de los coeficientes de Zernike y retornar los valores de desalineamientos calculados con el sistema de ecuaciones.

El algoritmo de generación y aplicación de la función de transformación basada en redes neuronales utiliza los datos generados en las rutinas anteriores para entrenar la red neuronal. Se han estudiado dos tipos de

aplicación de redes neuronales, uno de un solo paso y otro de doble paso que permite obtener mejores resultados. Ambos tipos se explicarán en el siguiente apartado.

### *5.2.1 Algoritmo para la función de transformación por sistema de ecuaciones lineales y no lineales*

Se ha generado un algoritmo para la aplicación de la función de transformación por sistema de ecuaciones. Para ello, se ha creado un algoritmo con dos rutinas, una que encuentra los valores de los parámetros del sistema de ecuaciones para un sistema óptico concreto en el que se ha aplicado un desalineamiento al elemento de interés, y otra que, para cada grupo de valores de coeficientes de Zernike, resuelve el sistema de ecuaciones para las variables de desalineamiento del elemento. A continuación se explican estas dos rutinas, detallando las diferencias entre el caso lineal y el caso no lineal.

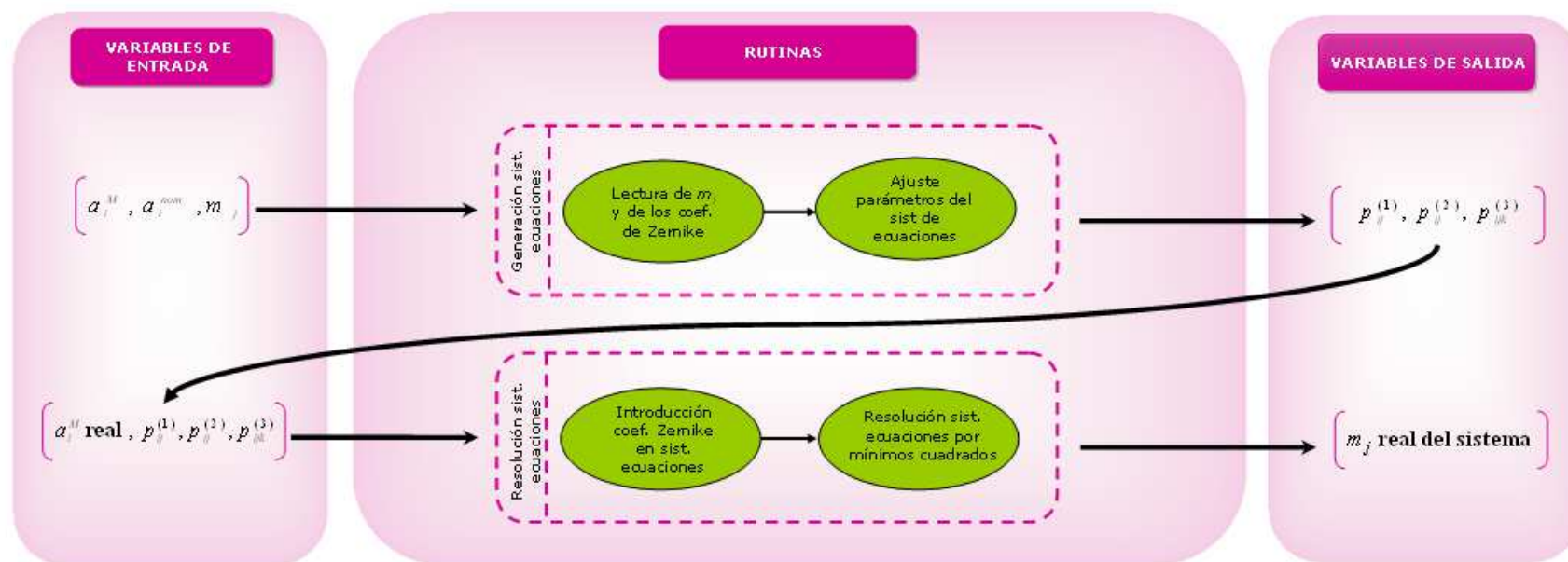


Figura 5.2.2: Diagrama resumen del algoritmo desarrollado para la función de transformación por sistema de ecuaciones. Se indican las variables de entrada ( $a_i^M, a_i^{nom}, m_j$ ) y ( $p_{ij}^{(1)}, p_{ij}^{(2)}, p_{ijk}^{(3)}$ ), las de salida ( $m_j$ ) y los pasos internos de cada una de las dos rutinas del algoritmo.

a) Generación del sistema de ecuaciones

Esta rutina carga los conjuntos de valores de desalineamiento y sus valores de coeficientes de Zernike correspondientes, y los utiliza para ajustar los valores de los parámetros del sistema de ecuaciones. Se han desarrollado dos tipos de sistemas de ecuaciones: un sistema de ecuaciones lineales en las variables de desalineamiento (ec. 5.2) y otro sistema de ecuaciones de tercer grado (ec. 5.3). Estos sistemas de ecuaciones se han descrito en el capítulo 4.

En el sistema de ecuaciones lineales se debe ajustar la matriz **D** que relaciona los *q* coeficientes de Zernike **a** con los desalineamientos **m**.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \Delta a_1 \\ \dots \\ \Delta a_q \end{pmatrix}}_{\mathbf{a}} = \underbrace{\begin{pmatrix} d_{1x} & d_{1y} & d_{1z} & d_{1nx} & d_{1ny} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{qx} & d_{qy} & d_{qz} & d_{qnx} & d_{qny} \end{pmatrix}}_{\mathbf{D}} \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ n_x \\ n_y \end{pmatrix}}_{\mathbf{m}} \quad (5.2)$$

En el sistema de ecuaciones de tercer grado se deben ajustar los valores de los parámetros  $p_{ij}^{(1)}, p_{ij}^{(2)}, p_{ijk}^{(3)}$  de las ecuaciones.

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta a_1 &= \sum_{j=1}^n m_j p_{1j}^{(1)} + \sum_{j=1}^n m_j^2 p_{1j}^{(2)} + \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n m_j m_k p_{1jk}^{(3)} + \dots \\ \Delta a_2 &= \sum_{j=1}^n m_j p_{2j}^{(1)} + \sum_{j=1}^n m_j^2 p_{2j}^{(2)} + \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n m_j m_k p_{2jk}^{(3)} + \dots \\ &\vdots \\ \Delta a_q &= \sum_{j=1}^n m_j p_{qj}^{(1)} + \sum_{j=1}^n m_j^2 p_{qj}^{(2)} + \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n m_j m_k p_{qjk}^{(3)} + \dots \end{aligned} \right. \quad (5.3)$$

Para implementar esta rutina se ha introducido en el código la ecuación genérica para cada uno de estos dos casos. El número de coeficientes de Zernike  $q$  determinará el número de ecuaciones del sistema.

El bucle de generación del sistema de ecuaciones lineales es del tipo:

```
for k=1:size(desal)
    for i=1:size(zernikes)
        x(:,k)=desal(:,k);
        y(:,i)=zernikes(:,i)-zernikes_nominal(i);
        p=polyfit(x(:,k),y(:,i), 1);
        D(i,k)=p(1);
    end
end
```

Donde la variable `zernikes` es la que contiene los valores de los coeficientes de Zernike, `zernikes_nominal` es la variable de los coeficientes de Zernike correspondientes al estado nominal del sistema óptico, `desal` es la variable que contiene el conjunto de valores de desalineamiento y `D(i,j)` es la matriz que contiene los valores de los parámetros del sistema de ecuaciones lineales.

El bucle de generación del sistema de ecuaciones de tercer grado es del tipo:

```
[A] = lsqnonlin(@myfun2);
function F = myfun2(A)
    for i=1:size(zernikes)
        for j=1: size(desal)
            termes(i,j)=...
            A(i,1)*(desal(j,1)^3) + A(i,2)*(desal(j,2)^3) +
            A(i,3)*(desal(j,3)^3)+...
```

```

A(i,4)*(desal(j,1)^2)*desal(j,2)+
A(i,5)*(desal(j,1)^2)*desal(j,3)+...
A(i,6)*(desal(j,2)^2)*desal(j,1)+
A(i,7)*(desal(j,2)^2)*desal(j,3)+...
A(i,8)*(desal(j,3)^2)*desal(j,1)+
A(i,9)*(desal(j,3)^2)*desal(j,2)+...
A(i,10)*(desal(j,2)*desal(j,1)*desal(j,3))+...
A(i,11)*(desal(j,1)^2) + A(i,12)*(desal(j,2)^2)+
A(i,13)*(desal(j,3)^2)+...
A(i,14)*(desal(j,1)*desal(j,2))+A(i,15)*(desal(j,1)*desal(j,3))+
A(i,16)*(desal(j,2)*desal(j,3))+...
A(i,17)*(desal(j,1)) + A(i,18)*(desal(j,2))+
A(i,19)*(desal(j,3)) - (zernikes(i,j)-zernikes_nominal(i));
end
F=termes;
End

```

Donde la variable `zernikes` es la que contiene los valores de los coeficientes de Zernike, `zernikes_nominal` es la variable de los valores de los coeficientes de Zernike correspondientes al estado nominal del sistema óptico, `desal` es la variable que contiene el conjunto de valores de desalineamiento y `A(i,j)` es la variable que contiene los valores de los parámetros del sistema de ecuaciones.

En el caso del sistema de ecuaciones no lineales la variable `termes(i,j)` será la que contendrá la información del sistema de ecuaciones para el que se ajustarán los parámetros `A(i,j)`. Los parámetros se ajustan mediante la función propia de Matlab `lsqnonlin`, que utiliza un algoritmo de optimización en región de confianza (*Levenberg-Marquardt algorithm*, ver capítulo 3 para su descripción), utilizando las variables `zernikes` y `desal` para optimizar los valores de los parámetros.

### b) Resolución del sistema de ecuaciones

Una vez obtenidos los valores de los parámetros del sistema de ecuaciones, para un nuevo grupo de valores de coeficientes de Zernike correspondiente a un nuevo frente de onda del sistema óptico en estudio, se puede resolver el sistema de ecuaciones y hallar los desalineamientos presentes en el sistema óptico.

Para ello, se ha desarrollado una rutina que lee el nuevo grupo de valores de coeficientes de Zernike del sistema a alinear y los valores de los parámetros hallados según la rutina anterior. Con estos valores dicha rutina resuelve el sistema de ecuaciones.

Para el caso de ecuaciones lineales la resolución es tan sencilla como hacer la inversa de la matriz de parámetros  $D(i, j)$  [Castellet1996]:

```
for i=1:size(zernikes)
diff(i,:)=zernikes_real(i,:)-zernikes_nominal(:);
end

for i=1: size(zernikes)
    for k=1: size(desal)
        result(i,k)=(D(:,k))\((diff(i,:))');
    end
end
```

Donde  $result(i, k)$  es el resultado del cálculo de desalineamientos.

Para el caso de ecuaciones no lineales, mediante la función interna de Matlab `fsolve` el siguiente bucle resuelve el sistema de ecuaciones:



```

[result] = fsolve(@myfun3);
function F = myfun3(result)
    for i=1:size(zernikes)
        termes(i)=...
            A(i,1)*(result(1)^3) + A(i,2)*(result(2)^3) +
            A(i,3)*(result(3)^3)+...
            A(i,4)*(result(1)^2)*result(2)+
            A(i,5)*(result(1)^2)*result(3)+...
            A(i,6)*(result(2)^2)*result(1)+
            A(i,7)*(result(2)^2)*result(3)+...
            A(i,8)*(result(3)^2)*result(1)+
            A(i,9)*(result(3)^2)*result(2)+...
            A(i,10)*(result(2)*result(1)*result(3))+...
            A(i,11)*(result(1)^2) + A(i,12)*(result(2)^2)+
            A(i,13)*(result(3)^2)+...
            A(i,14)*(result(1)*result(2))+A(i,15)*(result(1)*result(3))+
            A(i,16)*(result(2)*result(3))+...
            A(i,17)*(result(1)) + A(i,18)*(result(2))+
            A(i,19)*(result(3))+...
            - (zernikes_real(i,z)-zernike_nominal(i));
        end
        F=termes;
    end
end

```

Donde la variable `zernikes_real` es la que contiene los valores de los coeficientes de Zernike del sistema a alinear, `zernike_nominal` es la variable de los valores de los coeficientes de Zernike correspondientes al estado nominal del sistema óptico, `result` es la variable a resolver y que contiene el conjunto de valores de desalineamiento y `A(i,j)` es la variable que contiene los valores de los parámetros del sistema de ecuaciones calculados anteriormente.

Para el caso no lineal la variable **termes(i)** es ahora la que contiene la información del sistema de ecuaciones para el que se ajustarán los valores de desalineamiento de la variable **result**. Los valores de **result** se ajustan mediante la función propia de Matlab **fsolve**, que emplea un algoritmo de optimización en región de confianza para resolución de ecuaciones no lineales (*Levenberg-Marquardt algorithm*, ver capítulo 3 para su descripción), y utiliza las variables **zernikes** y los parámetros para hallar los valores de desalineamientos que hagan cumplir que **termes(i)=0**.

### *5.2.2 Algoritmo para la función de transformación por redes neuronales*

Se ha generado un algoritmo para la aplicación de la función de transformación por redes neuronales. Se han estudiado dos procedimientos de cálculo diferentes que se han explicado en el capítulo 4: uno en el que se utiliza una única red neuronal y otro en el que se utilizan dos redes neuronales en un procedimiento de dos pasos.

Como se verá en el apartado de resultados, este segundo procedimiento es el que proporciona mejores resultados.

Siguiendo el primer procedimiento se ha desarrollado un algoritmo con dos rutinas, una rutina que genera y entrena la red neuronal, y otra que con un grupo de valores de coeficientes de Zernike correspondientes a un estado de desalineamiento desconocido utiliza la red creada para calcular los valores de las variables de desalineamiento que le corresponden.

Siguiendo el segundo procedimiento se ha implementado un algoritmo con tres rutinas, una primera rutina que genera y entrena la primera red

neuronal, otra rutina que genera y entrena la segunda red neuronal, y una tercera rutina que aplica ambas redes.

A continuación se explican estos dos procedimientos con sus rutinas correspondientes.

### PROCEDIMIENTO 1:

Este procedimiento sigue la misma estructura que la de los casos de funciones de transformación por sistema de ecuaciones (ver figura 5.2.3). Las rutinas programadas en el algoritmo para este proceso se detallan a continuación y se pueden ver esquematizadas en la figura 5.2.4.



Figura 5.2.3: Diagrama conceptual del primer procedimiento de cálculo con red neuronal. Los valores de los coeficientes de Zernike  $a_i$  se introducen en la red neuronal (ANN) y esta proporciona como valor de salida el valor de desalineamiento  $m$ .

#### a) Generación de la red neuronal

Para tener una función de transformación por red neuronal se ha generado primero la red neuronal y luego se han obtenido sus parámetros internos (pesos y bias) mediante el proceso de entrenamiento. Se ha entrenado la red neuronal con un conjunto de entrenamiento para que esta 'aprenda' a reconocer el patrón que relaciona los valores de las

variables de entrada y de salida y pueda dar una respuesta de salida satisfactoria ante un valor de entrada nuevo.

La red puede tener diversas capas y en cada capa diversas neuronas. A mayor número de capas y de neuronas, mayor capacidad de cómputo se necesita, pero mayor capacidad de ajuste a sistemas complejos se tiene. En el proceso de estudio de este trabajo se ha llegado a utilizar un máximo de cuatro capas con 50 neuronas por capa.

Para obtener los parámetros de la red neuronal se ha contado con un número alto de *samples* de entrada con sus correspondientes valores de salida, introduciendo estos valores en la red neuronal, esta se ajusta para reconocer el patrón que relaciona las variables de entrada con las variables de salida.

Para este proceso se ha creado un código en el que se genera y se entrena a la red neuronal. Se presenta a continuación un resumen de los comandos del código:

Comando	Acción que realiza
<code>zernikes=load('zernikes_random.dat');</code> <code>desal=load('desal_random.dat');</code>	Se cargan los valores de coeficientes de Zernike y sus correspondientes desalineamientos.
<code>inputs = zernikes;</code> <code>targets = desal;</code>	Se definen los conjuntos de entrenamiento, valores de entrada (inputs) y de salida (targets).
<code>hiddenSizes=[30,30,30,30];</code>	Se definen, en este ejemplo, 4 capas de 30 neuronas cada capa.
<code>net = fitnet(hiddenSizes, 'trainlm');</code>	Se genera la red (net) con el número de capas anteriores.

<pre>net.divideParam.trainRatio = 70/100; net.divideParam.valRatio = 15/100; net.divideParam.testRatio = 15/100;</pre>	<p>Se agrupan los <i>samples</i> en tres grupos: el grupo para el entrenamiento, el grupo para la comprobación y el grupo para la validación de la red. El valor de <i>samples</i> en cada grupo se define de forma porcentual.</p>
<pre>[net,tr] = train(net,inputs,targets);</pre>	<p>Se entrena entonces la red con los parámetros anteriores.</p>

### b) Cálculo de $m$ por red neuronal

Una vez generada y entrenada la red neuronal, esta se puede utilizar para calcular el desalineamiento del sistema óptico a partir de los valores de los coeficientes de Zernike del frente de onda del sistema óptico. Para ello, se deben entrar los valores de los coeficientes de Zernike del mismo polinomio de Zernike que se utilizó para entrenarla con la función:

$$m = \text{net}(\text{coef});$$

Donde ahora **coef** son los nuevos valores de los coeficientes de Zernike, **net** es la red neuronal que se ha entrenado y **m** son los valores de desalineamiento de salida de la red.

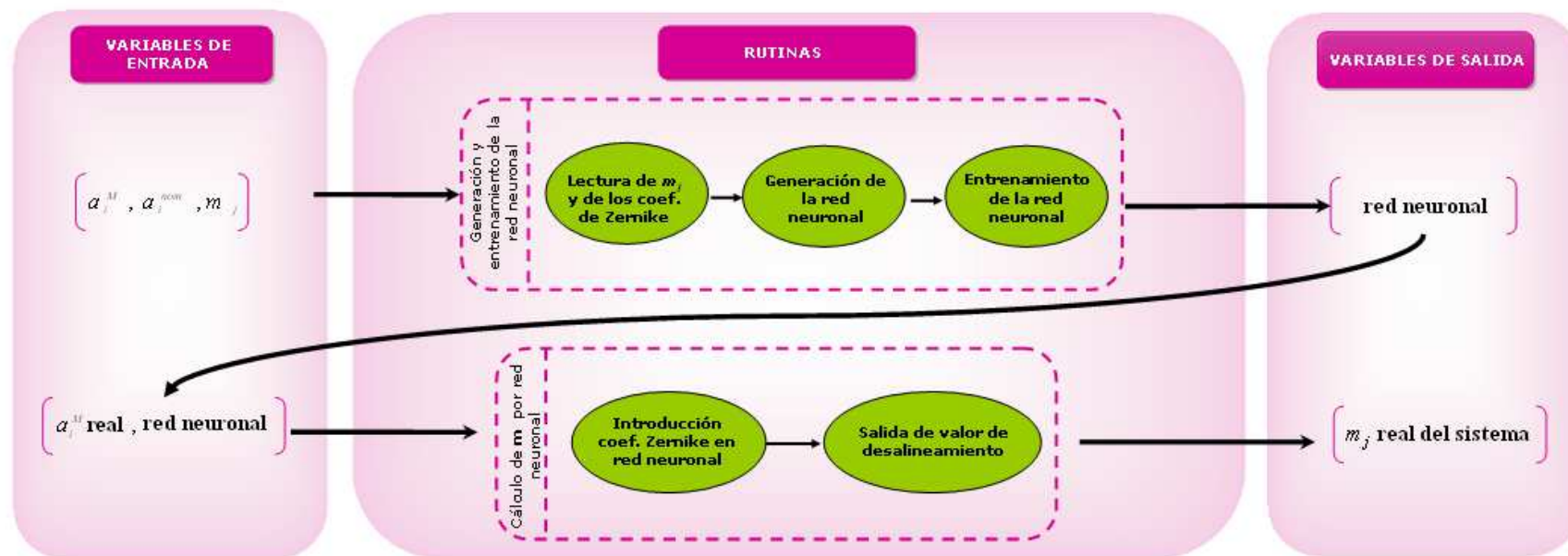


Figura 5.2.4: Diagrama resumen de las rutinas del algoritmo desarrollado para la función de transformación por redes neuronales. Se indican las variables de entrada, las de salida y los pasos internos de cada una de las dos rutinas.

**PROCEDIMIENTO 2:**

Este procedimiento consiste en aplicar el método dos veces consecutivas (es decir, en dos pasos) para obtener el mejor resultado posible cuando se tienen desalineamientos tanto en forma de descentramiento como de giro del elemento. Este procedimiento se halla explicado en el capítulo 4.

Las rutinas programadas en el algoritmo para este segundo procedimiento se detallan a continuación.

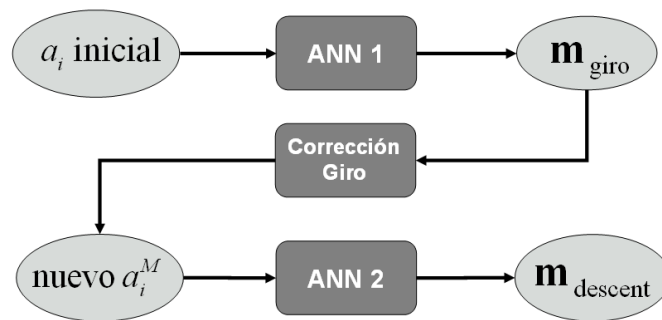


Figura 5.2.5: Diagrama conceptual del segundo procedimiento de cálculo con red neuronal. Los valores de los coeficientes de Zernike iniciales  $\alpha_i^M$  se introducen en la primera red neuronal (ANN1) y esta proporciona como valor de salida el valor de desalineamiento del giro del elemento en estudio  $\mathbf{m}_{\text{giro}}$ . Se corrige este desalineamiento y se vuelven a obtener los nuevos valores de los coeficientes de Zernike. Estos se introducen en una segunda red neuronal (ANN2) que proporciona los valores de descentramiento

$\mathbf{m}_{\text{descent}}$ .

### a) Generación de las redes neuronales

Para este procedimiento de dos pasos, se han generado y entrenado dos redes neuronales diferentes. La primera red, para ser capaz de calcular los valores de giro ante la presencia simultánea de descentramientos, se ha entrenado con valores de coeficientes de Zernike correspondientes a estados de desalineamientos con descentramiento y giro, pero se le han dado como valores de salida los desalineamientos pesados: se le ha dado a las variables de giro un peso **peso2** y a las variables de descentramiento un peso **peso1**) de modo que los datos de salida de la primera red neuronal sean:

$$\text{data\_out}=(\text{peso1}*\text{m\_decent},\text{peso2}*\text{m\_giro})$$

Donde **data\_out** son los valores de salida que se le proporcionan a la red neuronal durante su entrenamiento, **peso1** y **peso2** son los pesos para el descentramiento y el giro respectivamente, **m\_decent** son las variables de descentramiento y **m\_giro** son las variables de giro.

La segunda red neuronal es capaz de proporcionar los valores de descentramiento cuando solamente hay descentramiento presente en el estado de alineación del elemento óptico. Para que así sea, se ha creado un conjunto de entrenamiento especial para este caso que contiene los descentramientos del conjunto de entrenamiento anterior pero se ha vuelto a simular el sistema óptico con solo el descentramiento para obtener los valores de los coeficientes de Zernike correspondientes a este caso con el objetivo de poder simular el segundo paso del procedimiento.

Para este procedimiento se han utilizado las mismas rutinas programadas para el caso anterior, pero con el conjunto de datos de entrada y de salida diferentes para adaptarlos según se ha explicado.



### b) Cálculo de $m$ con red neuronal

Una vez generadas y entrenadas las dos redes neuronales, se pueden utilizar para calcular el desalineamiento del sistema óptico. Dado que este procedimiento requiere de dos pasos, la aplicación será de la siguiente forma:

a partir de los valores de los coeficientes de Zernike del frente de onda del sistema óptico en análisis se aplica la primera red neuronal para calcular las variables de giro. Para ello se deben entrar los valores de los coeficientes de Zernike del mismo polinomio de Zernike que se utilizó para entrenarla con la función:

$$m\_giro1 = net1(coef1);$$

Donde **coef1** son los coeficientes de Zernike, **net1** es la red neuronal que se ha entrenado para este paso y **m\_giro1** son los valores de desalineamiento de salida de la red. En este caso habrá que deshacer los pesos dados a las variables de giro para obtener el valor:

$$m\_giro = m\_giro1 / peso2$$

El valor que proporcione la primera red neuronal de las variables de descentramiento no será válido y se puede ignorar, ya que su valor se calcula en el siguiente paso.

Una vez obtenidos los valores de giro **m\_giro**, se puede corregir este desalineamiento en el sistema óptico. Una vez corregido, se vuelve a obtener el frente de onda y a ajustar los valores de los coeficientes de Zernike. Estos nuevos valores de los coeficientes se introducen en la segunda red neuronal para obtener los valores de descentramiento:

$$m\_decent = net2(coef2);$$

Donde **m\_decent** son los valores de las variables de descentramiento, **net2** es la segunda red neuronal y **coef2** son los valores de los coeficientes de Zernike libres de giro que se han obtenido en la segunda medida del frente de onda.

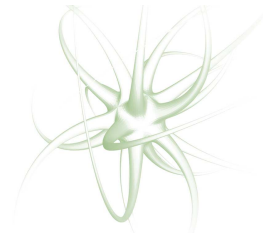
A partir del valor de **m\_decent** se puede corregir el descentramiento restante en el elemento y obtener el sistema alineado.

De esta forma, el desalineamiento total original del elemento en estudio del sistema óptico es:

$$m=(m\_decent,m\_giro).$$

Se han utilizado los datos generados y los algoritmos desarrollados para validar el método. En el siguiente capítulo se presentan los resultados obtenidos al aplicar el método con estas funciones de transformación a un sistema óptico formador de imagen una de cuyas lentes es desalineada con cinco grados de libertad alrededor de su posición nominal.

# 6



## Validación del método

En el presente capítulo se exponen los resultados obtenidos al aplicar el método a un sistema óptico concreto. Estos resultados se han utilizado para validar el método.

Para obtener los resultados, se ha escogido como sistema óptico un triplete de Cooke en el que se debe alinear la segunda lente, al tiempo que las otras dos lentes se consideran perfectamente alineadas.

Para determinar los valores de desalineamiento de la lente, se han aplicado las tres funciones de transformación explicadas en el capítulo 4 y se han considerado tres casos de desalineamiento diferentes: solamente descentramiento, solamente giro, y descentramiento y giro simultáneamente. Finalmente se han comparado los resultados alcanzados con cada función.

Para cada una de las funciones de transformación, se ha analizado su capacidad de determinar los valores de desalineamiento en los casos estudiados (descentramiento de un sólo elemento, giro de un sólo elemento y descentramiento y giros simultáneos), analizando el resultado en función de la condición de validez establecida en el epígrafe 4.2.4.

El esquema de los casos analizados se muestra en la figura 6.1.1.

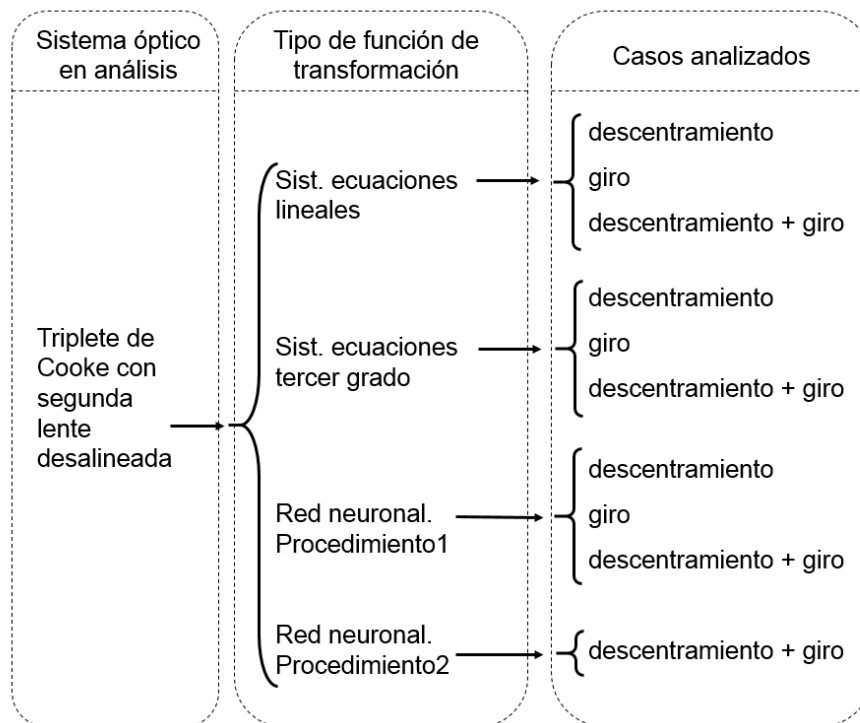


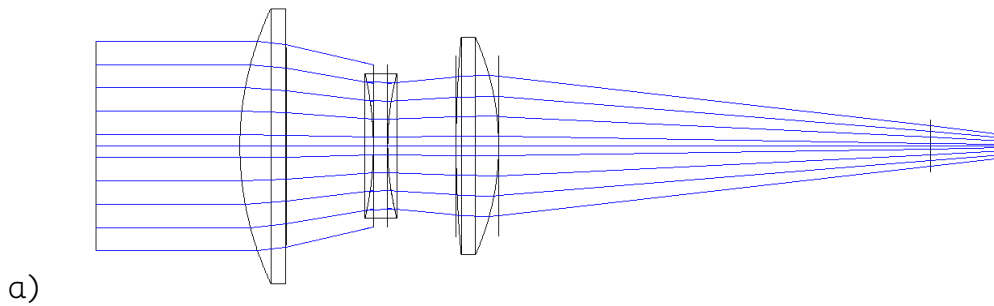
Figura 6.1.1: Esquema de la estructura de presentación de los resultados en el presente capítulo.

## 6.1 Sistema óptico seleccionado para validar el método

El sistema óptico seleccionado para validar el método ha sido un triplete de Cooke. Este sistema óptico es un sistema estándar lo suficientemente simple como para poder ofrecer unos tiempos de cálculo razonables. A su vez, presenta múltiples elementos suficientemente optimizados como para convertirlo en un sistema óptico de calidad que pudiera requerir de alineamiento en su montaje.

En la figura 6.1.2 se resumen las características del sistema óptico. Para la simulación se ha considerado un objeto puntual situado en el infinito y en eje así como un plano de registro del frente de onda. El diámetro de este plano actúa en todos los casos de pupila de salida del sistema óptico. Las simulaciones se han realizado con luz monocromática de 550nm, longitud de onda para la que está diseñado el triplete.

El uso de luz monocromática simplifica la obtención del frente de onda y no resta generalidad a los resultados obtenidos. El sistema se ha simulado empleado un paquete de software comercial (Zemax) y el mismo software permite el ajuste de los polinomios de Zernike al frente de onda. Los polinomios ajustados son los de los 37 primeros términos siguiendo la notación de Noll [Zemax] [Noll1976], teniendo por lo tanto 37 coeficientes de Zernike.



a)

Surface	Radius (mm)	Thickness (mm)	Material	Semi-diameter (mm)
Object	Infinite	Infinite	Air	0.0
#1	22.013	3.259	SK16	9.5
#2	-435.76	6.01	Air	9.5
#3	-22.213	0.99	F2	5.0
#4	20.292	4.75	Air	5.0
#5	79.684	2.952	SK16	7.5
#6	-18.395	35	Air	7.5
Image	Infinite	-	-	1.5

b)

Figura 6.1.2: a) Esquema del sistema óptico utilizado para la validación del método. Se representan sus tres lentes, el objeto, que se sitúa en el infinito y a la izquierda del sistema óptico, y el plano de registro del frente de onda, que se sitúa a la derecha. b) Valores nominales del sistema óptico utilizado. El convenio de la tabla sigue el utilizado en Zemax [Zemax]. Se indican las curvaturas, el grosor, el material y el semi-diámetro de los elementos.

### 6.1.1 Desalineamientos aplicados

El elemento que se ha considerado desalineado es la segunda lente del triplete (objetos #3 y #4 según la tabla de la figura 6.1.2). Se ha escogido este elemento dado que es el que más peso tiene sobre las aberraciones del sistema y en consecuencia el más sensible a los desalineamientos.

Se han tenido en cuenta los cinco grados de libertad posibles: descentramientos en  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , y giros ( $n_x, n_y$ ); la componente  $n_z$  no se

considera porque no es independiente de las otras dos componentes ya que el vector normal a la superficie es unitario y entonces  $n_z = \sqrt{1 - (n_x^2 + n_y^2)}$ . El descentramiento del sistema es expresado en tres coordenadas fáciles de interpretar. Sin embargo, los ángulos de giro  $(\alpha, \beta)$  respecto a los ejes de coordenadas de la superficie deben ser expresados mediante los cosenos directores  $(n_x, n_y)$  sobre la superficie para que sean interpretados por los algoritmos. Se muestra la relación geométrica entre  $(n_x, n_y)$  y  $(\alpha, \beta)$  en la figura 6.14, mientras que en la figura 6.13 se muestran los ejes de coordenadas empleados. La relación matemática entre los dos ángulos de giro  $(\alpha, \beta)$  y las variables  $(n_x, n_y, n_z)$  que son las utilizadas en el cálculo y análisis de resultados posterior se explicita en la ecuación 6.1.

$$\begin{cases} n_x = \sin(\alpha) \sin(\beta) \\ n_y = \sin(\alpha) \cos(\beta) \\ n_z = \cos(\alpha) \end{cases} \longleftrightarrow \begin{cases} \alpha = \cos^{-1}(n_z) \\ \beta = \tan^{-1}\left(\frac{n_x}{n_y}\right) \end{cases} \quad (6.1)$$

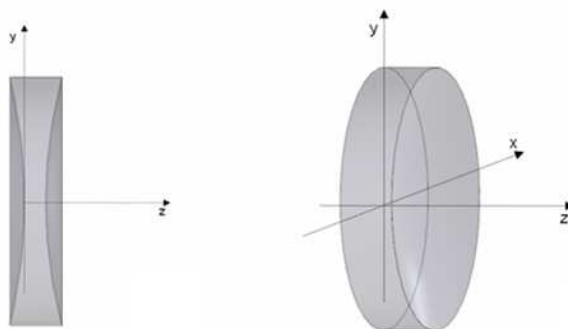


Figura 6.1.3: Representación de los ejes de referencia del elemento desalineado respecto a los cuales se aplican los desalineamientos. El origen se considera en el centro de la superficie #3.

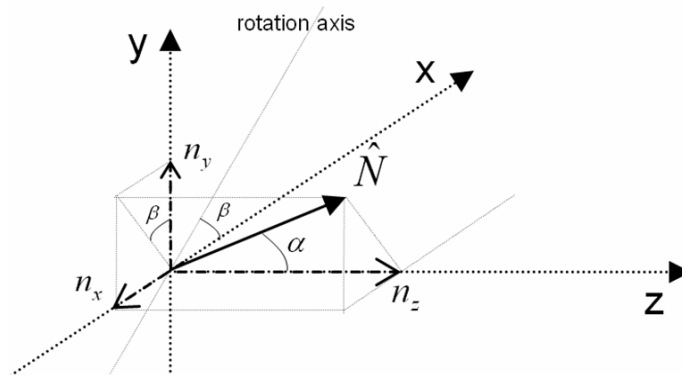


Figura 6.14: Diagrama en el que se muestra la relación entre las variables de giro en grados y las variables de giro en componentes del vector unitario normal a la superficie.

Con esta configuración se han definido los límites mínimo y máximo de desalineamiento  $\epsilon_j^{\min}$  y  $\epsilon_j^{\max}$  para las cinco variables de desalineamiento  $(x, y, z, \alpha, \beta)$ . Estos valores se muestran en la tabla 6.1.1. Para definir estos valores  $(\epsilon_j^{\min}, \epsilon_j^{\max})$  se ha tenido en cuenta la tolerancia mecánica estándar de  $\pm 0.1\text{mm}$ , esto es, se ha considerado que para valores superiores a  $\pm 0.1\text{mm}$  la mecánica corrige la posición, mientras que aquellos valores por debajo de  $\pm 0.1\text{mm}$  quedarían sin corregir. Estos últimos valores son los de interés para nuestro estudio.

x	y	z	$\alpha$	$\beta$
$\pm 0.1\text{mm}$	$\pm 0.1\text{mm}$	$\pm 0.1\text{mm}$	$\pm 0.1^\circ$	$\pm 90^\circ$

Tabla 6.1.1: Valores mínimo y máximo para cada variable de desalineamiento considerados en las simulaciones para la validación del método.

Los desalineamientos que puede tener un elemento son descentramiento, es decir, desplazamiento respecto a su posición nominal, y giro respecto a alguno de sus ejes. Estos dos tipos de desalineamiento se pueden dar de



forma combinada, es decir, podemos tener presentes descentramientos y giros simultáneamente. Para validar el método se ha estudiado el caso de tener solamente descentramientos, solamente giro y el caso general de tener tanto descentramiento como giro en la segunda lente del triplete. En todos los casos, se han generado los valores de descentramiento y giro de las variables dentro de los límites de la tabla 6.1.1.

Para el caso de descentramiento, se han generado valores de  $(x, y, z)$  aleatorios y se consideran descentramientos en las tres direcciones simultáneamente. Para el caso del giro, se consideran también valores aleatorios para las dos variables  $(n_x, n_y)$ . Para el caso de tener descentramiento y giro a la vez se han utilizado combinaciones de los valores anteriores.

Los valores generados se han dividido en dos conjuntos: un primer conjunto de 500 *samples* para el entrenamiento y ajuste del valor de los parámetros de las funciones de transformación, y otro conjunto de validación de 500 *samples*, diferentes a los anteriores, para la validación de la función de transformación.

Los resultados se muestran mediante gráficas en las que se representan los valores de los desalineamientos calculados frente a los esperados. En el caso ideal, los desalineamientos calculados frente a los esperados definen una recta de pendiente unidad, por lo que en todas las gráficas se representa adicionalmente la recta  $y=x$ .

La representación gráfica se ha complementado con el valor de las desviaciones medias obtenidas calculadas según la ecuación 6.2:

$$\Delta_j = \frac{\sum_{i=1}^n \text{abs}(m_{ji}^{\text{calculado}} - m_{ji}^{\text{esperado}})}{n} \quad (6.2)$$

Donde  $\Delta_j$  es la desviación media para la variable de desalineamiento  $m_j$ ,  $m_{ji}^{\text{calculado}}$  y  $m_{ji}^{\text{esperado}}$  son los valores de desalineamiento calculados y esperados respectivamente para  $m_j$ , y  $n$  es el número total de *samples* utilizados para la validación. Se ha utilizado este parámetro porque proporciona un valor de magnitud significativa. También se ha calculado la desviación media porcentual, tomando como valor de referencia para calcular el porcentaje el valor máximo  $\epsilon_j^{\text{max}}$  que puede tomar la variable de desalineamiento correspondiente (valores de la tabla 6.1.1).

Para aplicar la condición de validez de la función de transformación definida en el epígrafe 4.2.4, se ha considerado la desviación media porcentual máxima permitida  $D=20\%$  de  $\epsilon_j^{\text{max}}$ . Esto corresponde a descentramientos de 0.02mm y giros de 0.02°. Por tanto, una función de transformación que dé como resultado desviaciones porcentuales mayores al 20% se considerará no válida para su aplicación. Se ha aplicado esta condición para evaluar la validez de las funciones de transformación.

Se presentan a continuación los resultados obtenidos al aplicar las funciones de transformación definidas en el capítulo 4 para hallar los valores de los desalineamientos introducidos en la segunda lente del triplete.

## 6.2 Resultados obtenidos con sistema de ecuaciones lineales

Siguiendo la ecuación 4.9 (capítulo 4), se ha aplicado una función de transformación por sistema de ecuaciones lineales. En este caso, se puede hallar una matriz que relacione los valores de los coeficientes de Zernike con los valores de los desalineamientos, de manera que para un conjunto de valores de coeficientes de Zernike de un estado de desalineamiento  $m$  desconocido se pueden encontrar los valores de  $m$  simplemente haciendo la inversa de la matriz:

$$\Delta a_i = a_i^M - a_i^{nom} = \sum_{j=1}^n d_{ij} m_j \quad \text{para cada } i \Rightarrow \mathbf{a} = \mathbf{D} \cdot \mathbf{m} \Rightarrow \mathbf{m} = \mathbf{D}^{-1} \cdot \mathbf{a} \quad (6.3)$$

donde  $\mathbf{m}$  es el vector cuyas componentes son los valores de desalineamiento,  $\mathbf{a}$  es el vector cuyas componentes son los coeficientes de Zernike y  $\mathbf{D}$  es la matriz ajustada. Se ha ajustado la matriz y comprobado su resultado para el caso de tener solamente descentramiento, el caso de tener solamente giro y el caso de tener ambos combinados. Se presentan los resultados a continuación.

### 6.2.1 Descentramiento con sistema de ecuaciones lineales

Para hallar la matriz se ha utilizado el conjunto de entrenamiento de 500 *samples*, consistiendo cada cual en los tres valores de descentramiento y los primeros 37 coeficientes de Zernike correspondientes. Los valores de los coeficientes de Zernike se han obtenido por simulación en Zemax, como ya se ha detallado con anterioridad.

Para cada coeficiente de Zernike, se ha restado el coeficiente correspondiente al estado nominal del sistema óptico y se ha ajustado una ecuación lineal en función de cada variable de desalineamiento cuya pendiente corresponde a un valor de la matriz  $D$ . La pendiente de la ecuación lineal ajustada para coeficiente  $i$  en función de la variable  $x$  sería el valor  $d_{ix}$  de la matriz  $D$ .

$$\underbrace{\begin{pmatrix} a_1^M - a_1^{nom} \\ \dots \\ a_{37}^M - a_{37}^{nom} \end{pmatrix}}_{\mathbf{a}} = \underbrace{\begin{pmatrix} d_{1x} & d_{1y} & d_{1z} \\ \dots & \dots & \dots \\ d_{37x} & d_{37y} & d_{37z} \end{pmatrix}}_{\mathbf{D}} \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}}_{\mathbf{m}} \quad (6.4)$$

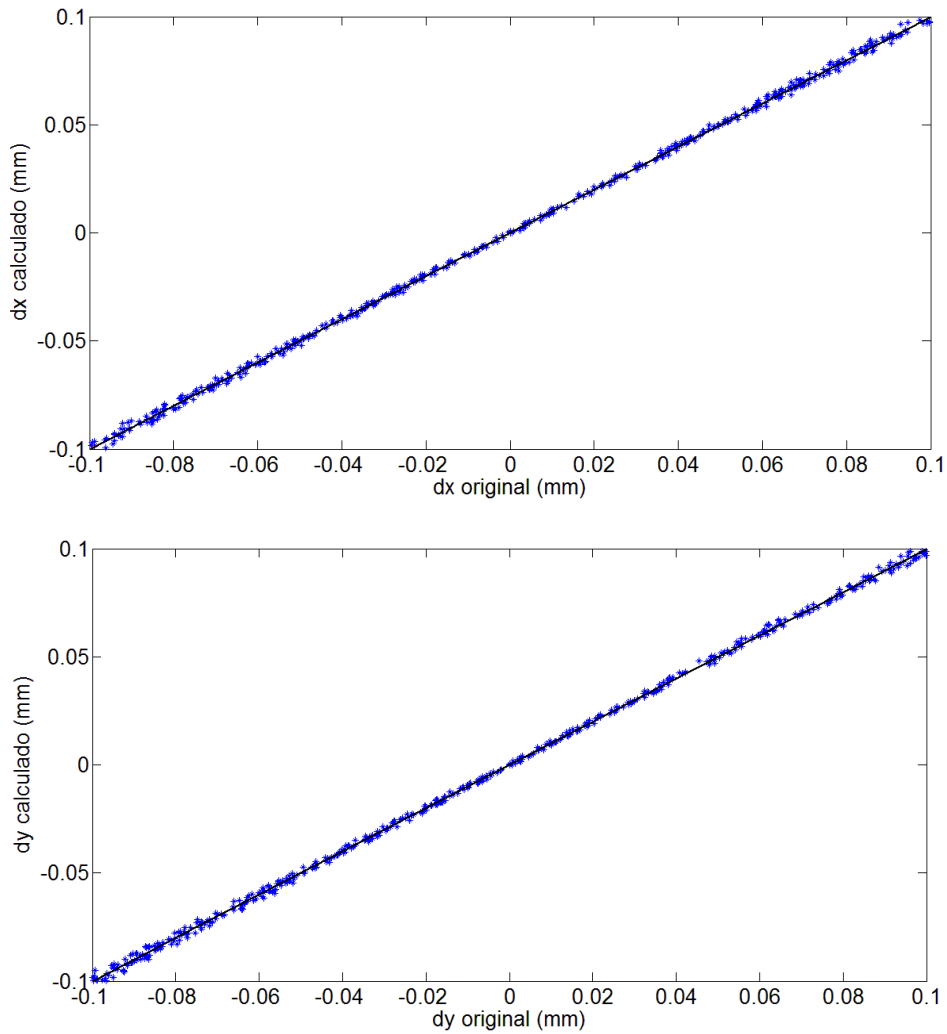
Se ha utilizado la matriz  $D$  para calcular el valor de desalineamiento con el conjunto de validación de 500 *samples* haciendo la inversa de la matriz y aplicándola a los valores de los coeficientes de Zernike correspondientes. Los valores de desalineamiento resultantes de este cálculo se representan en las figuras siguientes.

Se puede ver que el valor calculado mediante la matriz es muy similar al original en el caso de las variables de descentramiento  $x$  e  $y$ , y significativamente diferente para el caso de la variable  $z$ . Las desviaciones medias de los valores calculados respecto a los originales se presentan en la tabla 6.2.1.

Variable	X	Y	Z
$\epsilon_j^{\max}$	0.1mm	0.1mm	0.1mm
$\Delta_j$	0.001 mm	0.001 mm	0.144 mm
$\Delta_j$ (%)	1.0%	1.1%	144.0%

Tabla 6.2.1: Valores de desviación media y desviación media porcentual de los resultados obtenidos con el sistema de ecuaciones lineales para descentramientos.

Aplicando la condición de validez, se puede decir que esta función de transformación no es válida para hallar los valores de desalineamientos de la segunda lente de este sistema óptico ante la presencia de descentramientos dado que  $\Delta_z(\%) > 20\%$  para la variable z.



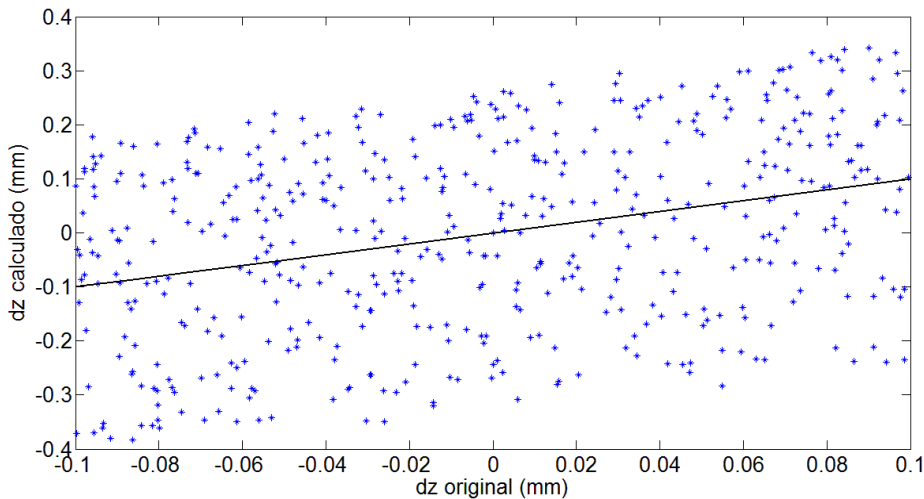


Figura 6.2.1: Gráficos de los resultados obtenidos con el sistema de ecuaciones lineales para el caso de tener solamente descentramiento. Se representa el valor de desalineamiento calculado en función del valor de desalineamiento original. También se representa la recta  $y=x$ .

### 6.2.2 Giro con sistema de ecuaciones lineales

El mismo procedimiento que para los descentramientos se ha aplicado para el caso en el que solamente están presentes desalineamientos en forma de giros. Se ha ajustado una matriz  $D$  a partir de 500 *samples* de giro y sus correspondientes valores de coeficientes de Zernike en la forma:

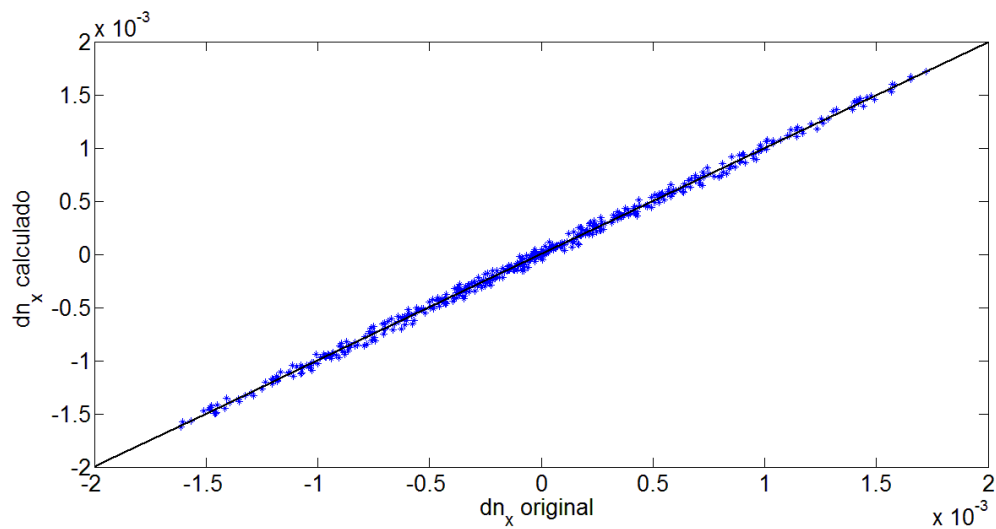
$$\underbrace{\begin{pmatrix} a_1^M - a_1^{nom} \\ \dots \\ a_{37}^M - a_{37}^{nom} \end{pmatrix}}_{\mathbf{a}} = \underbrace{\begin{pmatrix} d_{1nx} & d_{1ny} \\ \dots & \dots \\ d_{37nx} & d_{37ny} \end{pmatrix}}_{\mathbf{D}} \underbrace{\begin{pmatrix} n_x \\ n_y \end{pmatrix}}_{\mathbf{m}} \quad (6.5)$$

Posteriormente, para el conjunto de validación de 500 *samples*, se ha utilizado la matriz inversa para calcular los valores de giro. Se representan en las figuras siguientes los valores de giro calculados en función de los valores originales. Se puede ver que los valores calculados son muy similares a los originales. Se presentan los valores de desviación media para cada variable en la tabla 6.2.2.

Variable	$n_x$	$n_y$
$\epsilon_j^{\max}$	1.74e-03	1.74e-03
$\Delta_j$	2,74e-05	2,52e-05
$\Delta_j$ (%)	1.6%	1.4%

Tabla 6.2.2: Valores de desviación media y desviación media porcentual de los resultados obtenidos con el sistema de ecuaciones lineales para giros.

Aplicando la condición de validez, se puede decir que esta función de transformación es válida para hallar los valores de los desalineamientos en forma de giro de la segunda lente de este sistema óptico dado que  $\Delta_j$  (%) < 20%.



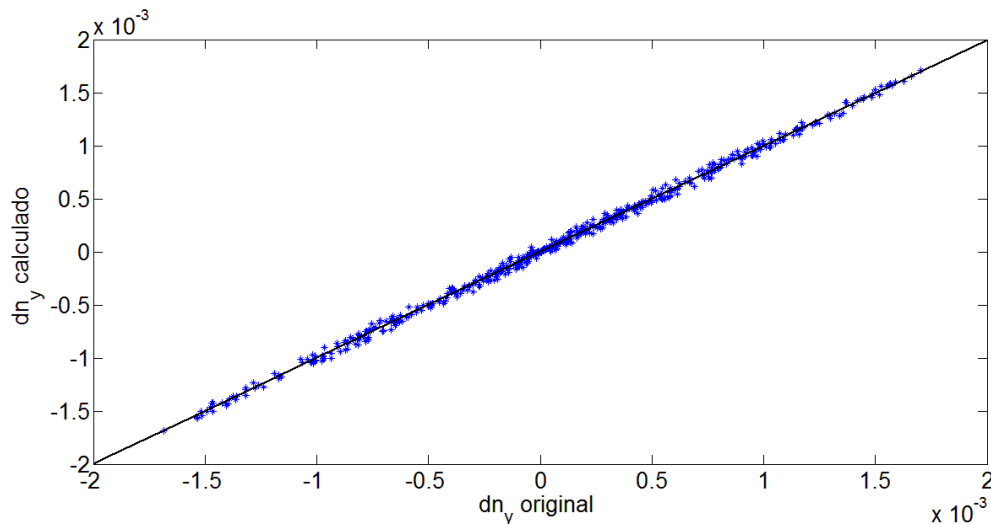


Figura 6.2.2: Gráficos de los resultados obtenidos con el sistema de ecuaciones lineales para el caso de tener solamente giro. Se representa el valor de desalineamiento calculado en función del valor de desalineamiento original. También se representa la recta  $y=x$ .

### 6.2.3 Descentramiento y giro simultáneos con sistema de ecuaciones lineales

El mismo procedimiento que en los dos casos anteriores se ha seguido para el ajuste de la matriz  $\mathbf{D}$ , pero en este caso se ha realizado para desalineamientos simultáneos en los cinco grados de libertad.

Se han utilizado 500 *samples* de descentramiento y giro y sus correspondientes valores de coeficientes de Zernike en la forma:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} a_1^M - a_1^{nom} \\ \dots \\ a_{37}^M - a_{37}^{nom} \end{pmatrix}}_{\mathbf{a}} = \underbrace{\begin{pmatrix} d_{1x} & d_{1y} & d_{1z} & d_{1nx} & d_{1ny} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{37x} & d_{37y} & d_{37z} & d_{37nx} & d_{37ny} \end{pmatrix}}_{\mathbf{D}} \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ n_x \\ n_y \end{pmatrix}}_{\mathbf{m}} \quad (6.6)$$

Posteriormente, para el conjunto de validación de 500 *samples*, se ha utilizado la matriz inversa para calcular los valores de desalineamiento. Se

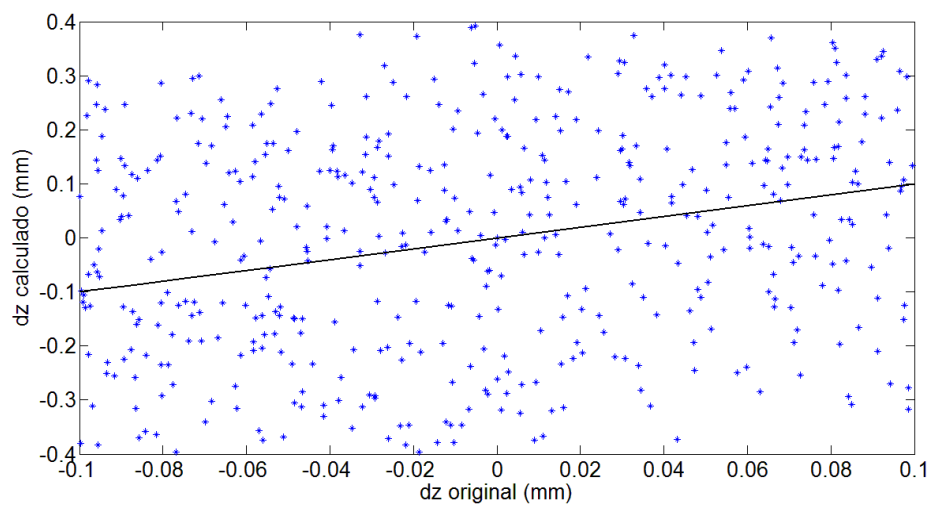
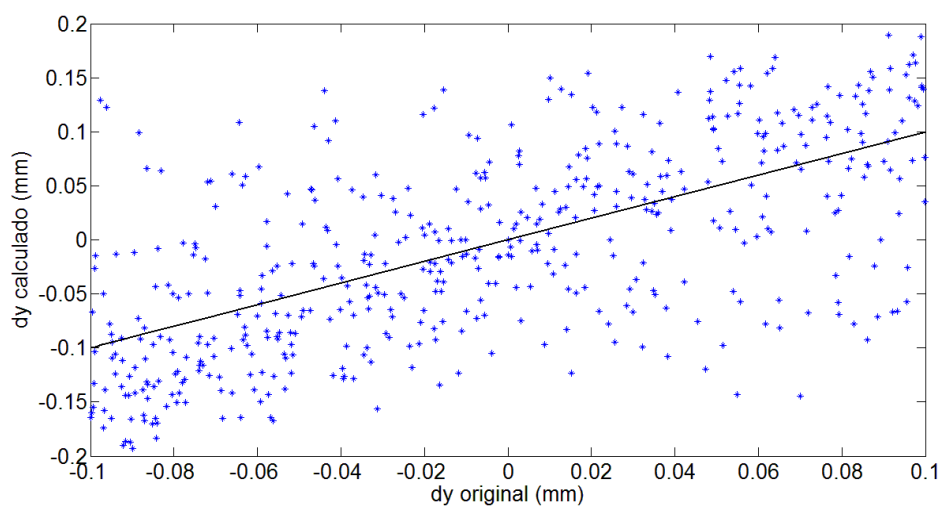
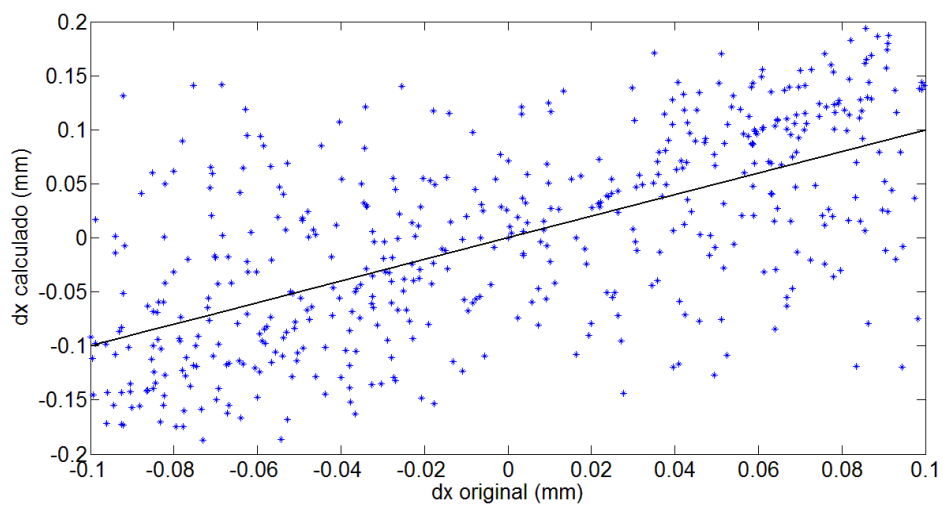


representan en las figuras siguientes los valores de desalineamiento calculados en función de los valores originales. Se puede ver que los valores calculados no recuperan los valores originales. Se presentan los valores de desviación media para cada variable en la tabla 6.2.3.

Variable	X	Y	Z	$n_x$	$n_y$
$\epsilon_j^{\max}$	0.1mm	0.1mm	0.1mm	1.74e-03	1.74e-03
$\Delta_j$	0.058 mm	0.055 mm	0.174 mm	0.008	0.014
$\Delta_j$ (%)	58.0%	55.0%	174.0%	471.0%	804.0%

*Tabla 6.2.3: Valores de desviación media y desviación media porcentual de los resultados obtenidos con el sistema de ecuaciones lineales para descentramientos y giros simultáneos.*

Aplicando la condición de validez, se puede decir que esta función de transformación no es válida para hallar los valores de los desalineamientos de la segunda lente de este sistema óptico cuando hay presentes tanto descentramientos como giros dado que  $\Delta_j(\%) > 20\%$ .



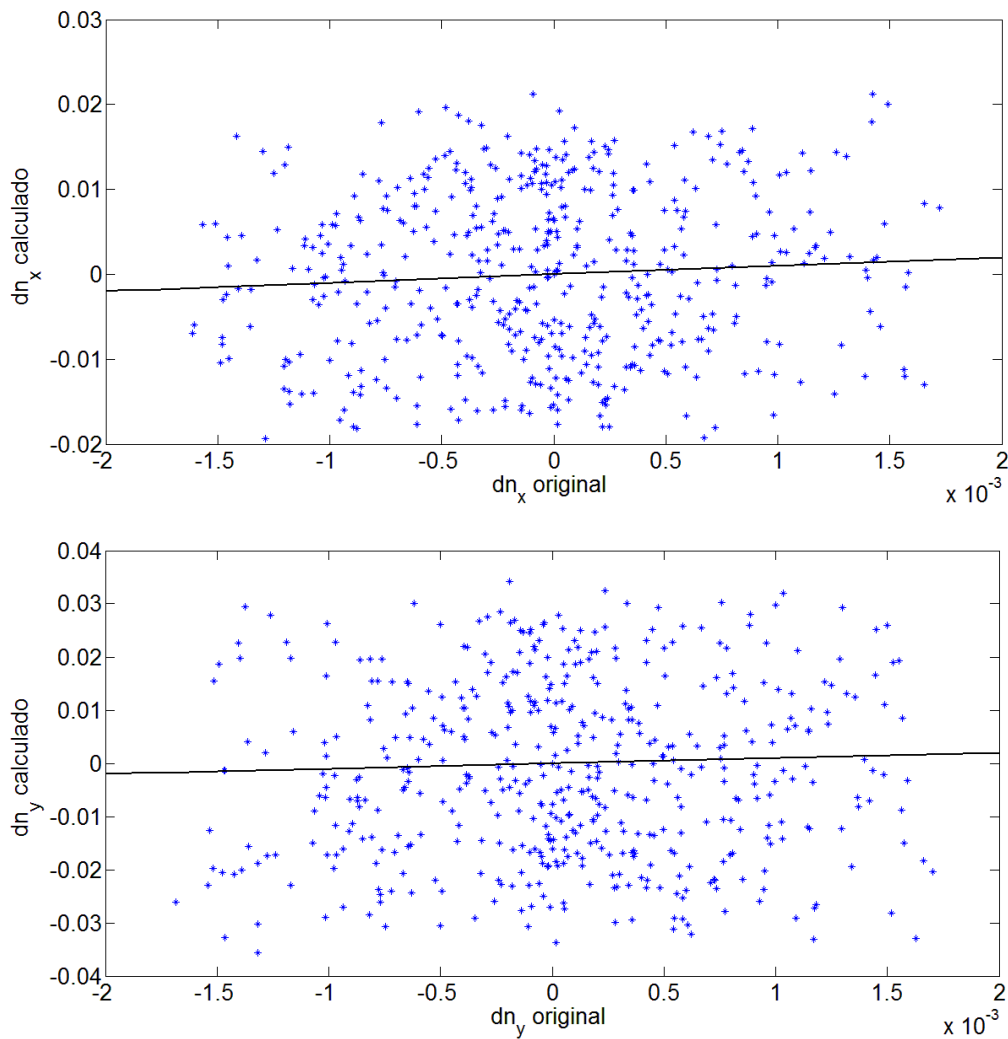


Figura 6.2.3: Gráficos de los resultados obtenidos con el sistema de ecuaciones lineales para el caso de tener descentramientos y giros. Se representa el valor de desalineamiento calculado en función del valor de desalineamiento original. También se representa la recta  $y=x$ .

### 6.3 Resultados obtenidos con el sistema de ecuaciones no lineales

Siguiendo la ecuación 4.17 del capítulo 4, se ha aplicado una función de transformación por sistema de ecuaciones no lineales. En la ecuación 6.7 se presenta el desglose del sistema de ecuaciones que se deriva de 4.17 y que se ha utilizado en este apartado.

Se han encontrado los parámetros del sistema de ecuaciones de tercer grado siguiendo el procedimiento detallado en el capítulo 4 y utilizando el algoritmo expuesto en el capítulo 5.

Nuevamente, se ha aplicado la función de transformación a tres casos distintos: teniendo solamente descentramiento del elemento, teniendo solamente giro y teniendo tanto descentramiento como giro. Se presentan los resultados a continuación.

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta a_1(\mathbf{m}) = \sum_{j=1}^n m_j p_{1j}^{(1)} + \sum_{j=1}^n m_j^2 p_{1j}^{(2)} + \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n m_j m_k p_{1jk}^{(3)} + \dots \\ \Delta a_2(\mathbf{m}) = \sum_{j=1}^n m_j p_{2j}^{(1)} + \sum_{j=1}^n m_j^2 p_{2j}^{(2)} + \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n m_j m_k p_{2jk}^{(3)} + \dots \\ \vdots \\ \Delta a_q(\mathbf{m}) = \sum_{j=1}^n m_j p_{qj}^{(1)} + \sum_{j=1}^n m_j^2 p_{qj}^{(2)} + \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n m_j m_k p_{qjk}^{(3)} + \dots \end{array} \right. \quad (6.7)$$

### 6.3.1 Descentramiento con sistema de ecuaciones de tercer grado

Para hallar los valores de los parámetros del sistema de ecuaciones en el caso de tener solamente descentramiento, se ha utilizado el conjunto de entrenamiento de 500 *samples*, consistiendo cada cual en los tres valores de descentramiento y los valores de los primeros 37 coeficientes de Zernike correspondientes. Los *samples* utilizados son los mismos que para el estudio con el sistema de ecuaciones lineales, hecho que facilita la comparación de resultados.

Para cada valor de coeficiente de Zernike se ha restado el valor del coeficiente correspondiente al estado nominal del sistema óptico y se han

ajustado los valores de los parámetros de una ecuación de tercer grado siendo las variables  $x, y, z$ .

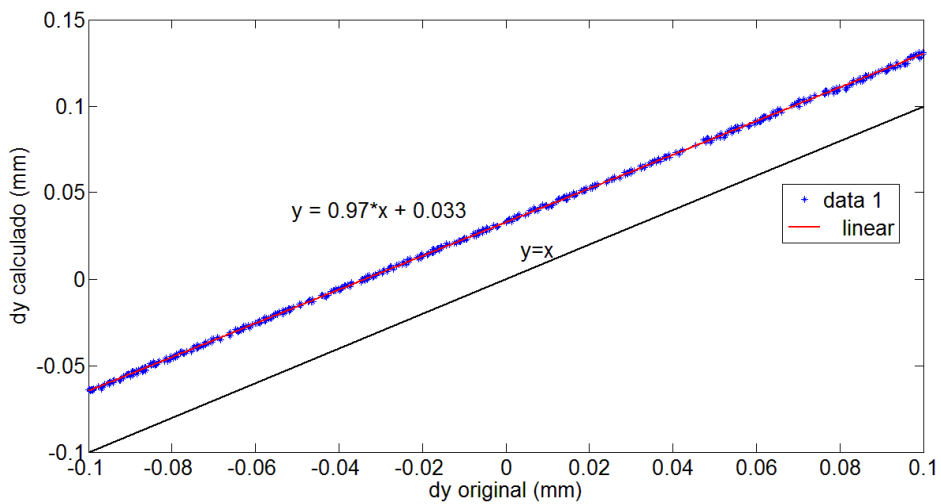
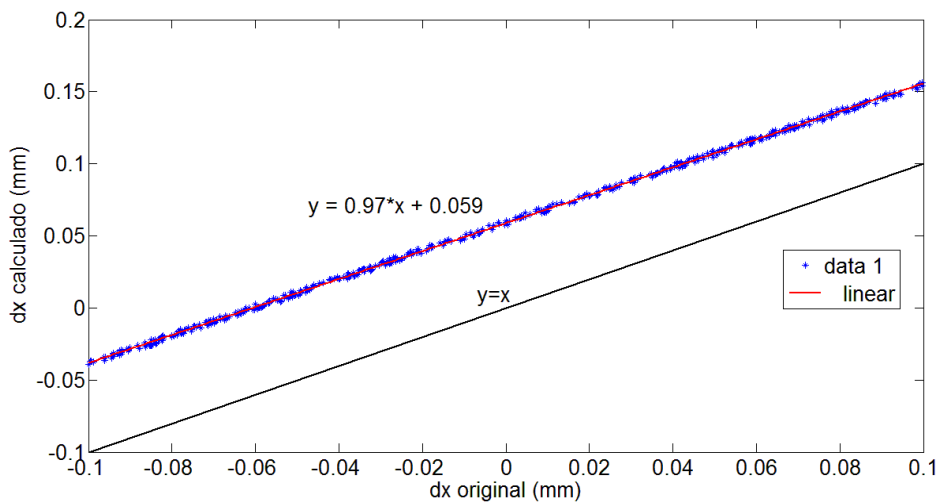
Se ha utilizado el sistema de ecuaciones para calcular los valores de descentramiento resolviendo el sistema con los valores de los coeficientes de Zernike correspondientes al conjunto de validación de 500 *samples*. Los valores de desalineamiento resultantes de este cálculo se representan en las figuras siguientes.

Como ya se ha expuesto anteriormente, en el caso ideal los resultados deben estar sobre una recta de pendiente unitaria. Se puede ver que el valor calculado mediante el sistema de ecuaciones es muy similar al original en el caso de las variables de descentramiento  $x$  e  $y$  salvo un valor de *offset* constante para todo el rango (es decir, el término independiente de la recta que definen no es cero). Para presentar este resultado, se ha ajustado una recta de regresión [Matlab] a los valores calculados. Se muestra la ecuación de dicha recta en cada gráfico de  $x, y, z$ . Se puede ver que el término independiente no es nulo. Se puede ver también que el valor calculado es significativamente diferente al original para el caso de la variable  $z$ . Las desviaciones medias se han calculado esta vez respecto a los originales más el *offset* obtenido. Se presentan las desviaciones en la tabla 6.3.1.

Variable	X	Y	Z
$\epsilon_j^{\max}$	0.1mm	0.1mm	0.1mm
$\Delta_j$	0.0018 mm	0.0014 mm	0.0163 mm
$\Delta_j$ (%)	1.8%	1.4%	16.3%

Tabla 6.3.1: Valores de desviación media y desviación media porcentual de los resultados obtenidos con el sistema de ecuaciones de tercer grado para descentramientos.

Aplicando la condición de validez, se puede decir que esta función de transformación es válida para hallar los valores de desalineamiento de la segunda lente de este sistema óptico para el caso de tener solamente descentramientos dado que  $\Delta_j (\%) < 20\%$ .



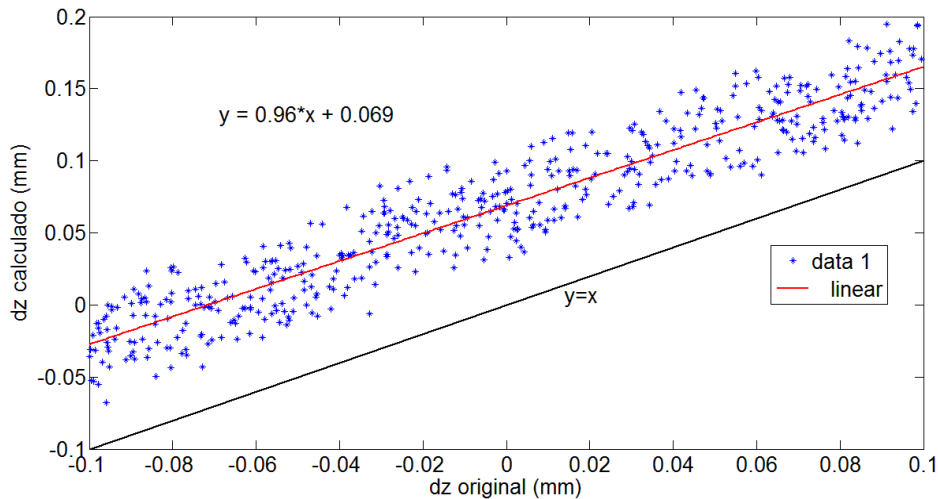


Figura 6.3.1: Gráficos de los resultados obtenidos con el sistema de ecuaciones de tercer grado para el caso de tener solamente descentramiento. Se representa el valor de desalineamiento calculado en función del valor de desalineamiento original. También se representa la recta  $y=x$  y la recta de regresión ajustada para mostrar el desplazamiento de los resultados.

### 6.3.2 Giro con sistema de ecuaciones de tercer grado

Para hallar los valores de los parámetros del sistema de ecuaciones de tercer grado para el caso de tener solamente giro, se ha utilizado el conjunto de entrenamiento de 500 *samples*, consistiendo cada cual en los dos valores de las componentes del vector normal a la superficie ( $n_x, n_y$ ) y los valores de los primeros 37 coeficientes de Zernike correspondientes. Nuevamente, los *samples* utilizados son los mismos que para el estudio de ajuste lineal a fin de poder facilitar la comparación de resultados.

A cada valor de coeficiente de Zernike se le ha restado el valor del coeficiente correspondiente al estado nominal del sistema óptico y se han ajustado los valores de los parámetros de una ecuación de tercer grado donde las variables son ahora ( $n_x, n_y$ ).

Se ha aplicado la función de transformación al conjunto de validación utilizando el sistema de ecuaciones para calcular los valores de  $(n_x, n_y)$ , resolviendo el sistema con los valores de los coeficientes de Zernike correspondientes a los 500 *samples*.

Los valores de desalineamiento resultantes de este cálculo se representan en las figura 6.3.2. Se representa también la recta de pendiente unitaria sobre la que idealmente estarían los valores calculados.

Se puede ver en los gráficos de la figura 6.3.2 que el valor calculado mediante el sistema de ecuaciones es muy similar al original en ambos casos. Las desviaciones medias de los valores calculados respecto a los originales se presentan en la tabla 6.3.2.

Variable	$n_x$	$n_y$
$\varepsilon_j^{\max}$	1.74e-03	1.74e-03
$\Delta_j$	1.215e-09	1.22e-09
$\Delta_j$ (%)	6.7E-05%	7.0E-05%

*Tabla 6.3.2: Valores de desviación media y desviación media porcentual de los resultados obtenidos con el sistema de ecuaciones de tercer grado para giros.*

Aplicando la condición de validez, se puede decir que esta función de transformación es válida hallar los valores de desalineamiento de la segunda lente de este sistema óptico en el caso de tener solamente giros dado que  $\Delta_j(\%) < 20\%$ .



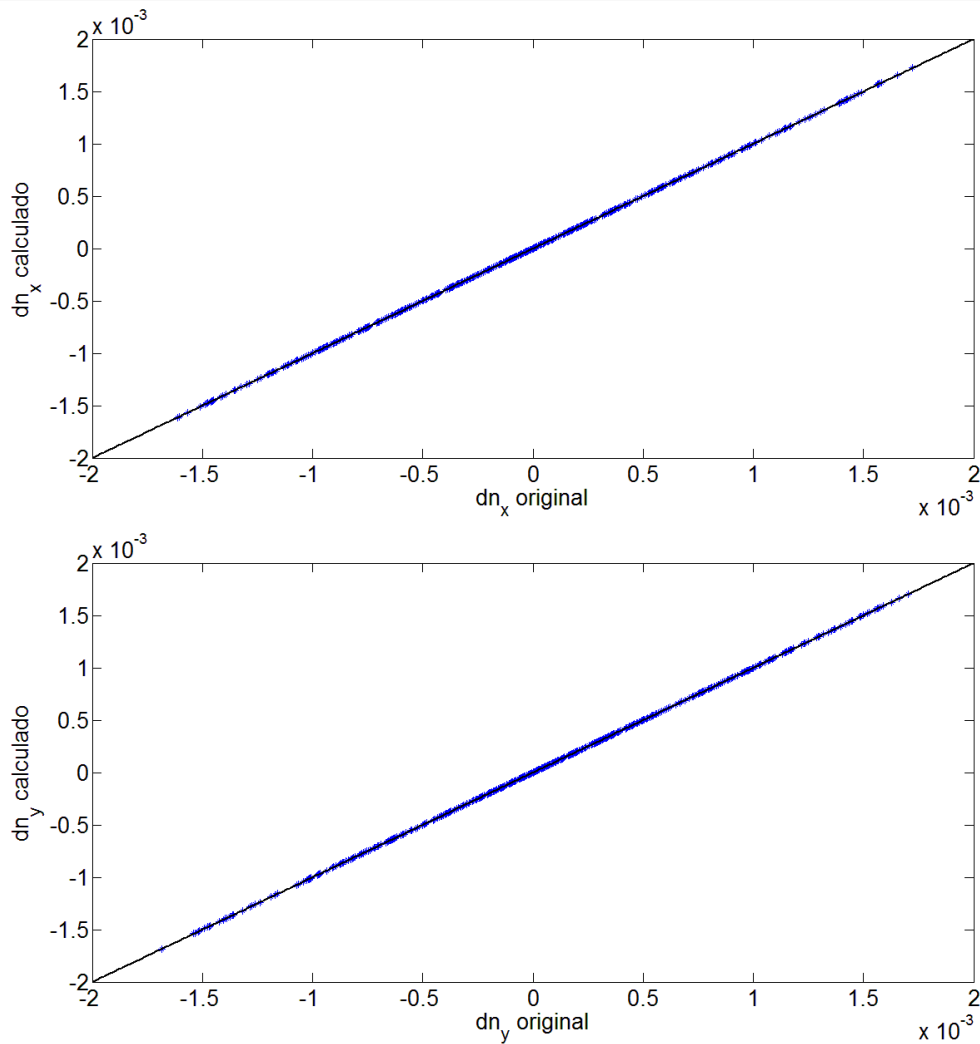


Figura 6.3.2: Gráficos de los resultados obtenidos con el sistema de ecuaciones de tercer grado para el caso de tener solamente giro. Se representa el valor de desalineamiento calculado en función del valor de desalineamiento original. También se representa la recta  $y=x$ .

### 6.3.3 Descentramiento y giro simultáneos con sistema de ecuaciones de tercer grado

Se han hallado los valores de los parámetros del sistema de ecuaciones de tercer grado para el caso de tener simultáneamente descentramientos y giro empleando el mismo procedimiento que en los casos anteriores. Se ha utilizado el conjunto de entrenamiento de 500 *samples*, consistiendo cada

cual en los cinco valores de desalineamiento  $(x, y, z, n_x, n_y)$  y los valores de los primeros 37 coeficientes de Zernike correspondientes. Los *samples* utilizados son los mismos que para el estudio de ajuste lineal a fin de facilitar la comparación de resultados.

A cada valor de coeficiente de Zernike se le ha restado el coeficiente correspondiente al estado nominal del sistema óptico y se han ajustado los valores de los parámetros de una ecuación de tercer grado donde las variables son ahora  $(x, y, z, n_x, n_y)$ .

Se ha aplicado el sistema de ecuaciones para calcular los valores  $(x, y, z, n_x, n_y)$  del conjunto de validación resolviendo el sistema con los valores de los coeficientes de Zernike de los 500 *samples*. Los valores de desalineamiento resultantes de este cálculo se representan en la figura 6.3.3. Se representa nuevamente la recta  $y=x$  para ayudar en la interpretación del gráfico.

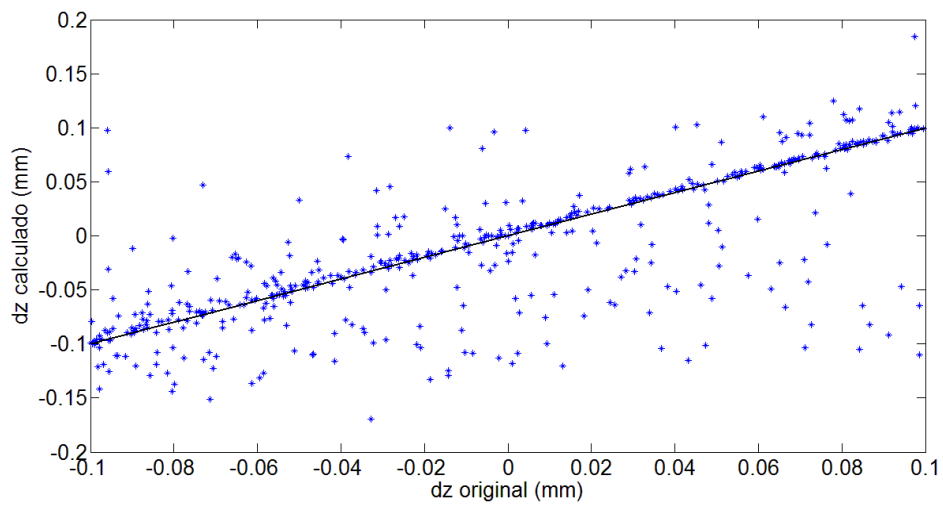
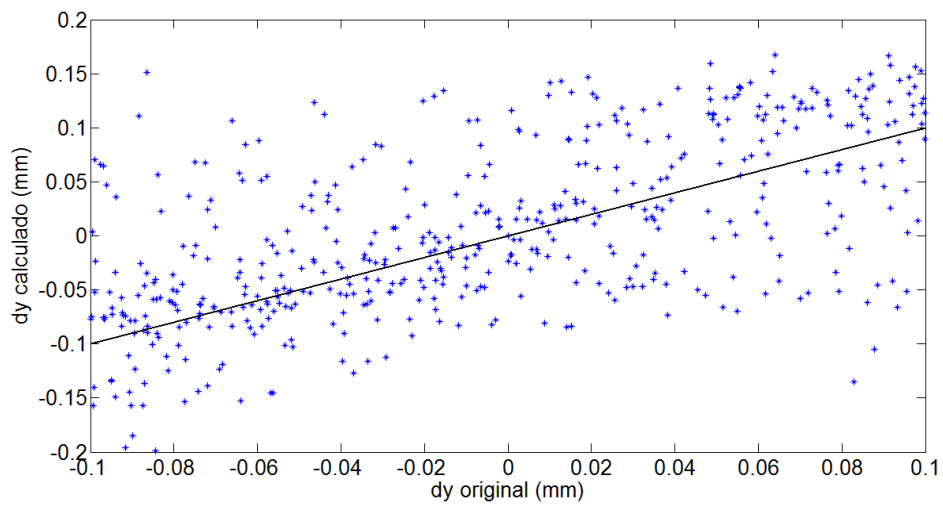
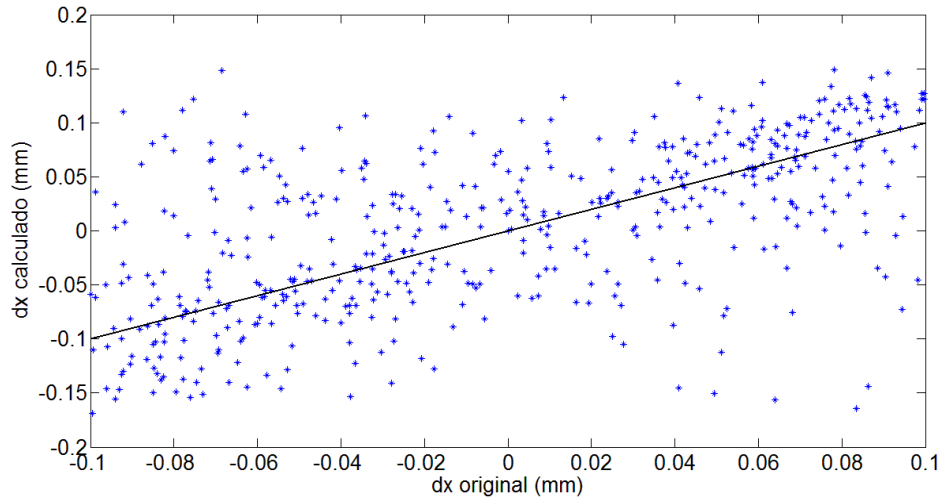
Se puede ver que el valor calculado mediante el sistema de ecuaciones es muy diferente al original en todas las variables. En el caso del descentramiento en  $x$  e  $y$  se ve cierta tendencia pero la dispersión es alta, y si bien en el caso de descentramiento en  $z$  se da la circunstancia de que cierto número de casos caen sobre la recta  $y=x$ , para muchos otros valores esto no se cumple. Para el caso del giro no se obtiene tendencia alguna y el valor calculado no es satisfactorio. Además, se puede apreciar una gran cantidad de valores calculados de valor cero, lo cual es debido a que el algoritmo de ajuste no ha sido capaz de calcular una solución y devuelve el valor cero como respuesta.

Las desviaciones medias de los valores calculados respecto a los originales se presentan en la tabla 6.3.3.

Variable	X	Y	Z	$n_x$	$n_y$
$\epsilon_j^{\max}$	0.1mm	0.1mm	0.1mm	1.74e-03	1.74e-03
$\Delta_j$	0.046 mm	0.048 mm	0.026 mm	0.62e-03	0.77e-03
$\Delta_j$ (%)	46.0%	48.0%	26.0%	35.4%	44.6%

*Tabla 6.3.3: Valores de desviación media y desviación media porcentual de los resultados obtenidos con el sistema de ecuaciones de tercer grado para descentramientos y giros simultáneos.*

Aplicando la condición de validez, se puede decir que esta función de transformación no es válida para hallar los valores de desalineamiento de la segunda lente de este sistema óptico dado que  $\Delta_j$  (%) > 20%.



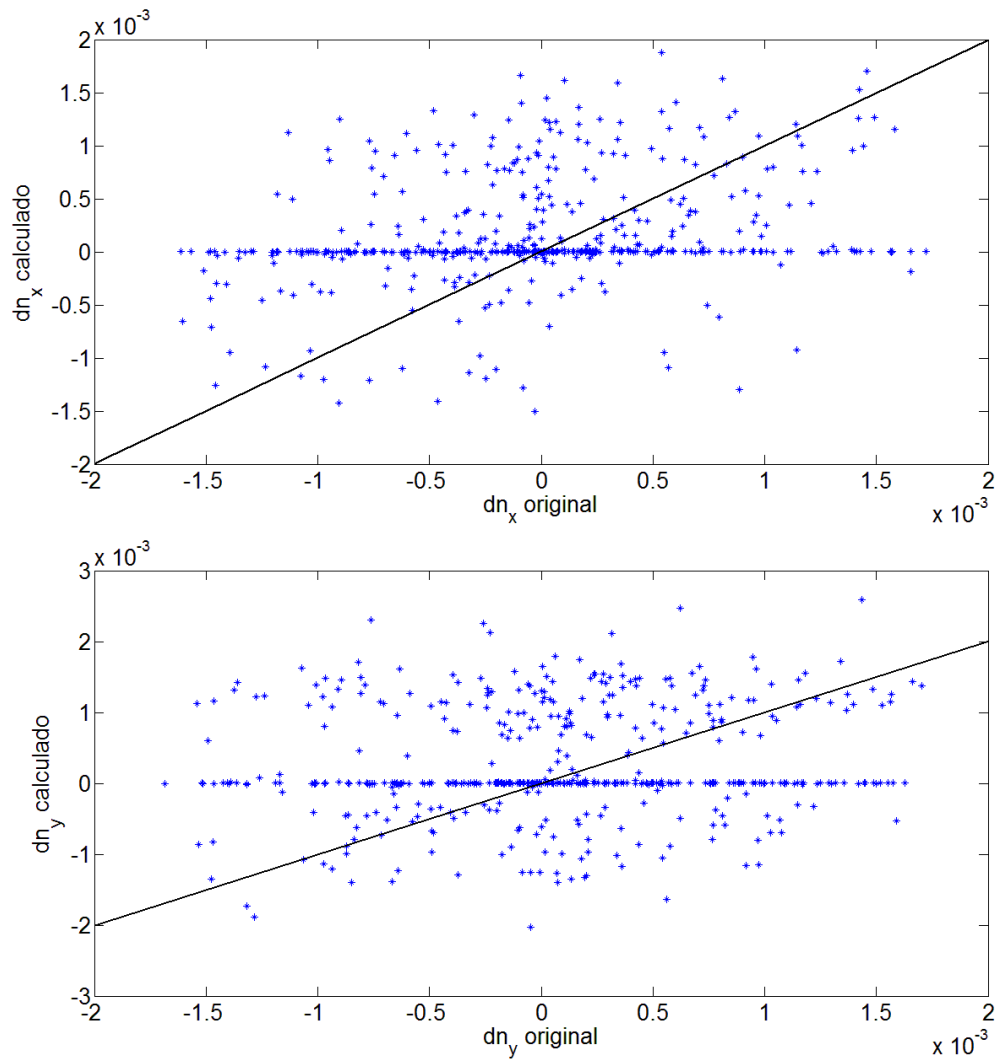


Figura 6.3.3: Gráficos de los resultados obtenidos con el sistema de ecuaciones de tercer grado para el caso de tener descentramiento y giro simultáneamente. Se representa el valor de desalineamiento calculado en función del valor de desalineamiento original. También se representa la recta  $y=x$ .

### 6.4 Resultados obtenidos con redes neuronales

Como se ha expuesto anteriormente, para la aplicación de la función de transformación por redes neuronales se han desarrollado dos procedimientos: un primer procedimiento de un solo paso (Procedimiento1) y un segundo procedimiento de 2 pasos (Procedimiento2).

El Procedimiento1 se ha aplicado a los tres casos de estudio de desalineamiento de la segunda lente del triplete, es decir, para los casos de tener solamente descentramiento, solamente giro y el caso de tener tanto descentramiento como giro simultáneamente.

Para cada uno de los tres casos la red neuronal es diferente, de la misma forma que lo son los conjuntos de parámetros ajustados en los sistemas de ecuaciones del apartado anterior.

El Procedimiento2 se ha aplicado solamente al caso de tener tanto descentramiento como giro simultáneamente. Como se verá, para los otros dos casos no es necesario recurrir a este procedimiento dado que los resultados son satisfactorios con el Procedimiento1.

Se van a exponer a continuación los resultados obtenidos de aplicar las funciones de transformación por redes neuronales a la alineación de la segunda lente del triplete según estos dos procedimientos.

Nuevamente, el conjunto de datos generados se ha dividido en dos conjuntos: un primer conjunto para el ajuste de la red neuronal y un segundo conjunto para la validación.

Los 500 *samples* del conjunto de validación son los mismos que para las funciones de transformación por sistemas de ecuaciones para facilitar la comparación de los resultados.

Para cada uno de los tres casos y cada uno de los dos procedimientos se presenta un esquema de la red ajustada, la desviación media de los resultados para cada variable de desalineamiento siguiendo la ec. 6.2 y la representación de los valores calculados por la red neuronal en función de los originales.

### 6.4.1 Descentramiento con red neuronal

Para el caso de tener solamente descentramiento de la segunda lente del triplete se ha utilizado un red neuronal de una sola capa oculta con 10 neuronas (ver figura 6.4.1). Para entrenarla, se ha utilizado un conjunto de 500 *samples*, teniendo cada cual los valores de las tres variables de descentramiento  $(x,y,z)$  y los valores de los 37 primeros coeficientes de Zernike.

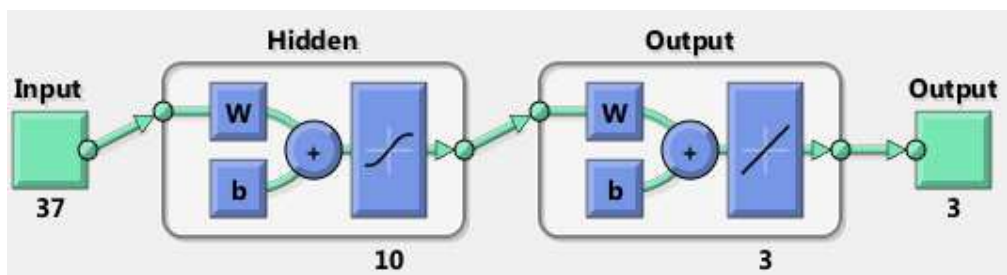


Figura 6.4.1: Esquema conceptual de la red neuronal aplicada

Se presentan a continuación los resultados obtenidos en la aplicación de la red neuronal para el caso de tener solamente descentramiento.

Variable	X	Y	Z
$\epsilon_j^{\max}$	0.1mm	0.1mm	0.1mm
$\Delta_j$	2.31e-05 mm	0.69e-05 mm	1.40e-05 mm
$\Delta_j$ (%)	0.0231%	0.0069%	0.014%

Tabla 6.4.1: Valores de desviación media y desviación media porcentual de los resultados obtenidos para el caso de aplicar la red neuronal para descentramientos.

Aplicando la condición de validez, se puede decir que esta función de transformación es válida para hallar los valores de desalineamiento de la segunda lente de este sistema óptico en el caso de tener solamente descentramientos dado que  $\Delta_j(\%) < 20\%$ .

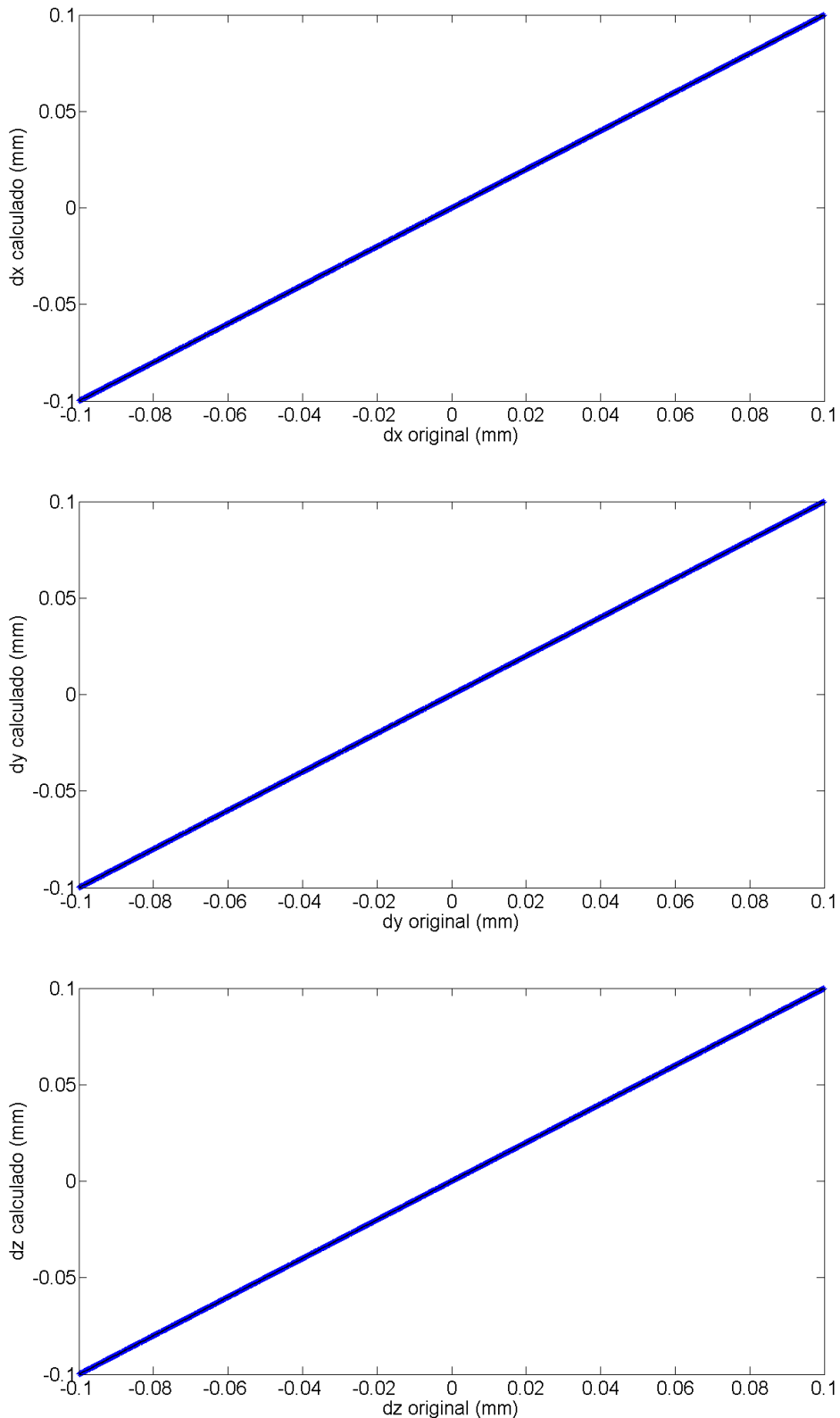


Figura 6.4.2: Gráficos de los resultados obtenidos con la red neuronal para el caso de tener descentramiento del segundo elemento del sistema óptico. Se representa el valor de desalineamiento calculado en función del valor de desalineamiento original. También se representa la recta  $y=x$ .



### 6.4.2 Giro con red neuronal

Para el caso de tener solamente giro en la segunda lente del triplete se ha utilizado también una red neuronal de una sola capa oculta con 10 neuronas (ver figura 6.4.4). Para entrenarla, se ha utilizado un conjunto de 500 *samples*, teniendo cada cual los valores de las dos variables de giro ( $n_x, n_y$ ) y los valores de los 37 primeros coeficientes de Zernike.

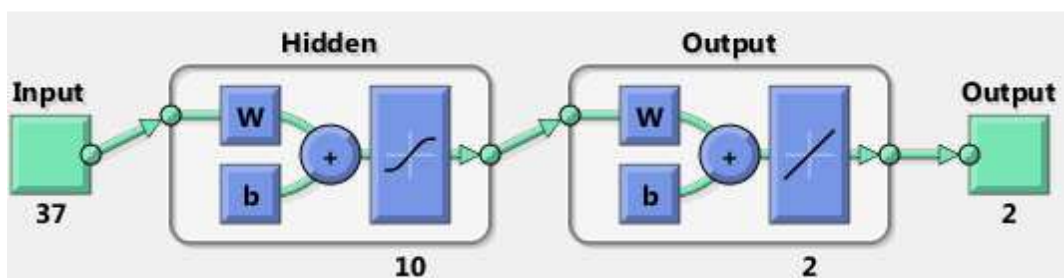


Figura 6.4.4: Esquema conceptual de la red neuronal aplicada

Se presentan a continuación los resultados obtenidos en la aplicación de la red neuronal para el caso de tener solamente giro.

Variable	$n_x$	$n_y$
$\epsilon_j^{\max}$	1.74e-03	1.74e-03
$\Delta_j$	1.52e-07	1.39e-07
$\Delta_j$ (%)	0.009%	0.008%

Tabla 6.4.2: Valores de desviación media y desviación media porcentual de los resultados obtenidos para el caso de aplicar la red neuronal para giros.

Aplicando la condición de validez, se puede decir que esta función de transformación es válida para hallar los desalineamientos de la segunda lente de este sistema óptico en el caso de tener solamente giros dado que  $\Delta_j(\%) < 20\%$ .

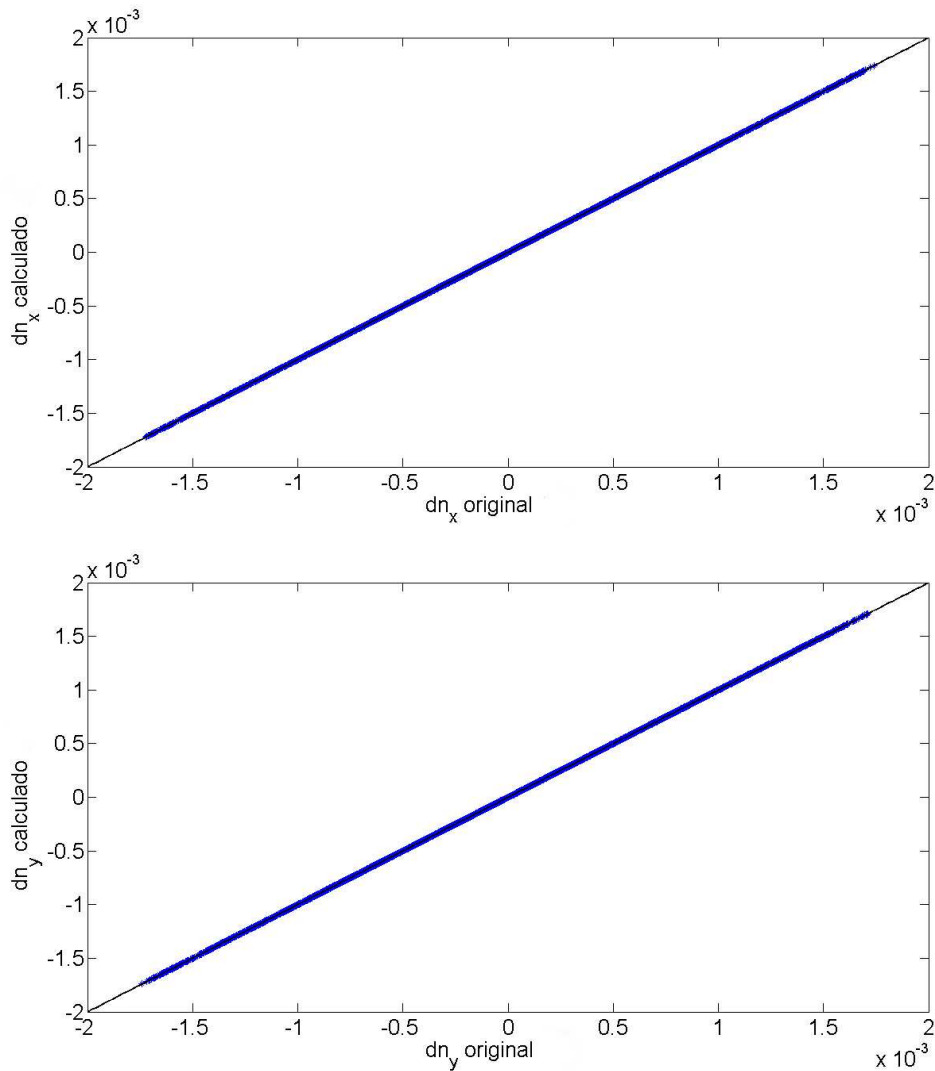


Figura 6.4.5: Gráficos de los resultados obtenidos con la red neuronal para el caso de tener giro en el segundo elemento del sistema óptico. Se representa el valor de desalineamiento calculado en función del valor de desalineamiento original. También se representa la recta  $y=x$ .

### 6.4.3 Descentramientos y giros simultáneos con red neuronal

Para el caso de tener descentramiento y giro simultáneamente en la segunda lente del triplete se han aplicado funciones de transformación por redes neuronales, pero esta vez se han estudiado dos procedimientos diferentes como se ha explicado en el apartado de algoritmos.

En este caso se ha necesitado recurrir a redes neuronales más complejas de varias capas. Al ser más complejas, para entrenarlas se necesita un número mayor de samples, por lo que se ha utilizado un conjunto de 1000 *samples*, teniendo cada cual los valores de las cinco variables de desalineamiento  $(x, y, z, n_x, n_y)$  y los valores de los 37 primeros coeficientes de Zernike.

Se presentan a continuación los resultados obtenidos en la aplicación de la función de transformación por redes neuronales (para el caso de tener descentramiento y giro simultáneos) mediante ambos procedimientos: el Procedimiento1, que es de un solo paso, y el Procedimiento2, que es de dos pasos.

#### **a) Resultados con Procedimiento1**

Se ha entrenado una red neuronal para los casos de tener solamente descentramiento o giro, es decir, se han utilizado 500 *samples* y una red sencilla. Como era de esperar, para un caso de mayor complejidad como este no se obtuvieron resultados significativos. Así que, por un lado, se ha ampliado el número de *samples* del conjunto de entrenamiento a 1000 y se ha creado una red más compleja y, por otro, se han igualado los valores absolutos máximos de las variables de giro al de las variables de descentramiento para que la red valore por igual las cinco variables.

Es importante equiparar en orden de magnitud los valores de descentramiento y giro para que la red no haga distinciones entre las variables. Se han equiparado los valores de todas las variables multiplicando por una constante *peso1* los valores de  $(x, y, z)$  y por otra constante *peso2* los valores de  $(n_x, n_y)$ , siendo *peso1*= 174 y *peso2*=1000.

Peso 1	Peso 2
174	1000

Tabla 6.4.3: Pesos aplicados a las variables de desalineamiento para el Procedimiento1.

Se ha creado una red de seis capas con entre 20 y 30 neuronas cada capa, y se ha entrenado la red con 1000 *samples* (ver figura 6.4.7). Se ha aplicado esta red al conjunto de validación.

Como se puede ver en los gráficos de resultados de valores calculados frente a valores originales (figura 6.4.8), no se recupera con fiabilidad el valor esperado. Se puede valorar también el resultado en la tabla de desviaciones medias (tabla 6.4.4).

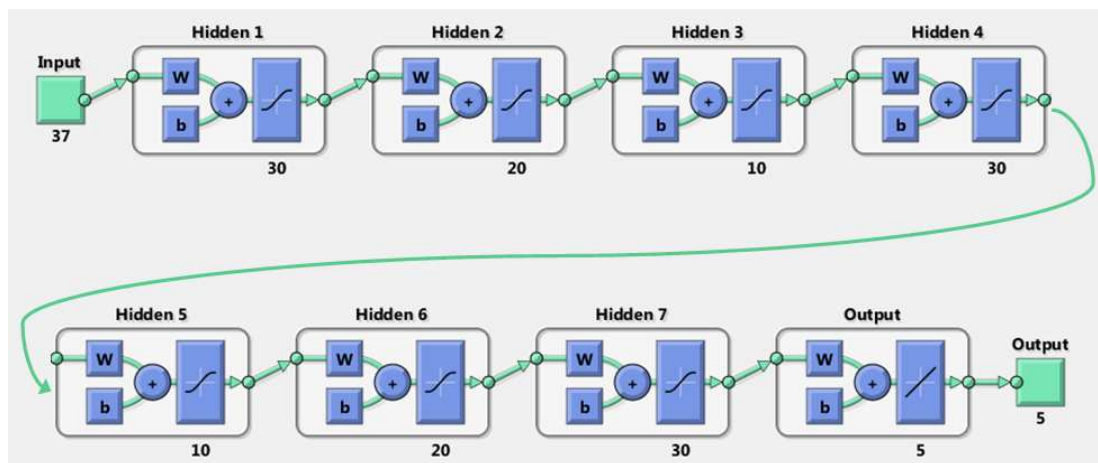
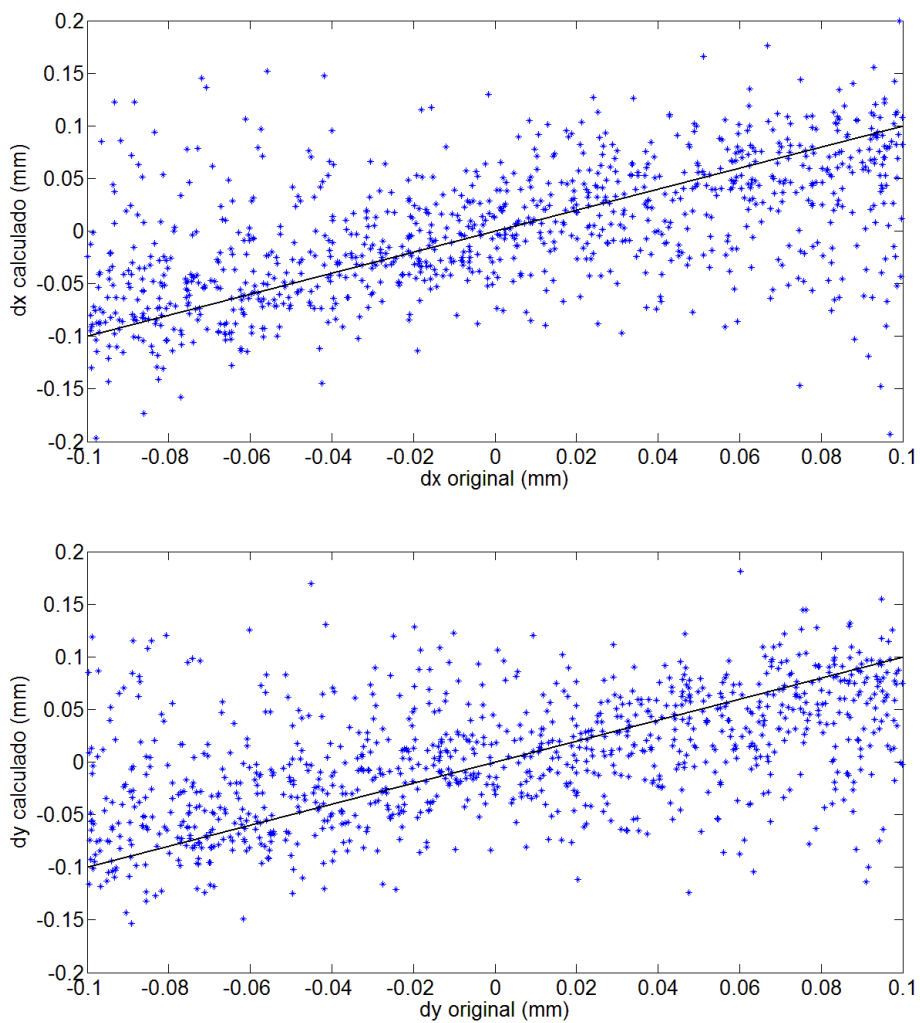


Figura 6.4.7: Esquema conceptual de la red neuronal ajustada

Variable	X	Y	Z	$n_x$	$n_y$
$\epsilon_j^{\max}$	0.1mm	0.1mm	0.1mm	1.74e-03	1.74e-03
$\Delta_j$	0.042 mm	0.042 mm	9.93e-03 mm	3.07e-04	2.48e-04
$\Delta_j$ (%)	42,00 %	42,00 %	9.93 %	17.60 %	14.30 %

Tabla 6.4.4: Valores de desviación media y desviación media porcentual de los resultados obtenidos para el caso de aplicación de una red neuronal para descentramientos y giros simultáneos aplicando el Procedimiento1.

Aplicando la condición de validez, se puede decir que esta función de transformación no es válida para hallar los valores de desalineamientos de la segunda lente de este sistema óptico dado que  $\Delta_j(\%) > 20\%$  para el descentramiento en X,Y. Sin embargo se cumple la condición de validez para descentramiento en z y para los giros.



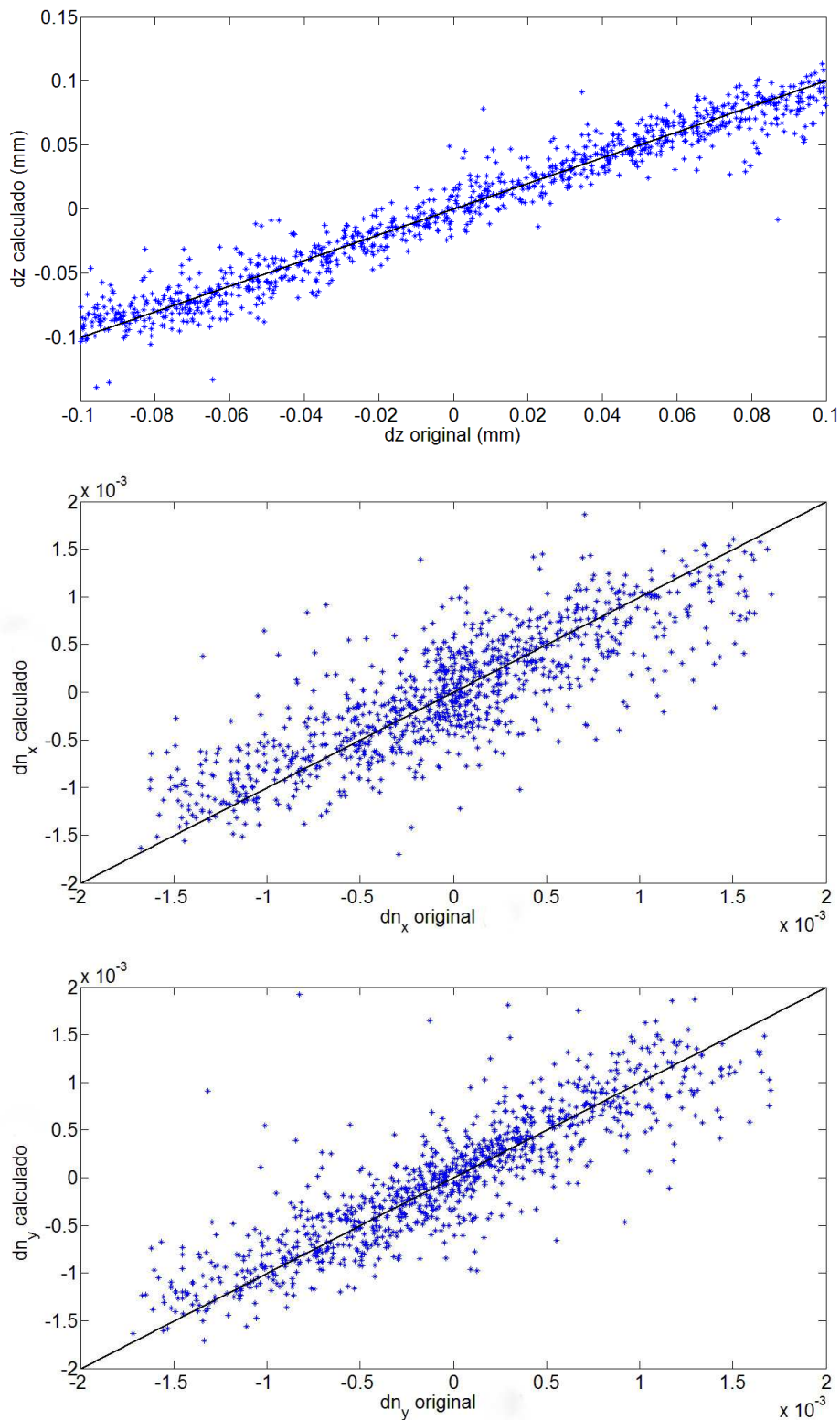


Figura 6.4.8: Gráficos de los resultados obtenidos con la red neuronal aplicando el Procedimiento1 para el caso de tener desalineamiento y giro en el segundo elemento del sistema óptico. Se representa el valor de desalineamiento calculado en función del valor de desalineamiento original. También se representa la recta  $y=x$ .

Se puede observar en los gráficos de resultados una mayor tendencia y menor dispersión en la variable  $z$  y en las variables de giro. Este hecho queda cuantificado teniendo un menor valor de desviación media porcentual (tabla 6.4.4). Sumando a este hecho el resultado de la condición de validez, se siguió estudiando la viabilidad de las redes neuronales para resolver tanto descentramientos como giros.

Se desarrolló así el Procedimiento2. Como se ha explicado en el capítulo 4, este procedimiento da más peso a unas variables que a otras para forzar a la red a ajustarse a las variables de más peso relativo.

Se estableció una nueva condición:

*Si para el Procedimiento1 la desviación media porcentual de alguna variable es menor a  $D$  (ver epígrafe 4.2.4), se pueden esperar buenos resultados con las redes neuronales mediante el Procedimiento2.*

A la vista los valores de las desviaciones medias porcentuales obtenidas con el Procedimiento1, se decidió dar más peso a las variables de giro que a las de descentramiento a la hora de introducir los valores en la red neuronal, para estudiar si esta podía recuperar la información. El resultado de este estudio es el Procedimiento2, y los resultados de aplicar dicho procedimiento se muestran a continuación.

## **b) Resultados con Procedimiento2**

Dado que en el caso anterior no se ha conseguido establecer una red neuronal única que calcule los desalineamientos de descentramiento y giro simultáneamente, se ha desarrollado el Procedimiento2, que utiliza pesos

que diferencian las variables de giro de las de descentramiento y aplica dos redes neuronales en dos pasos como se ha explicado en el apartado 5.2.2.

En el caso anterior de la aplicación del Procedimiento1 ya se han utilizado pesos para igualar los valores máximos y mínimos de las variables de salida. Sin embargo, ahora se utilizarán los pesos para destacar las variables de giro respecto a las de descentramiento, ya que a la vista de las desviaciones medias obtenidas con el Procedimiento1 la red neuronal detecta cierta correlación entre los valores de coeficientes de Zernike y los valores de desalineamientos sin embargo no es capaz de ajustarse correctamente a los datos.

Se ha decidido dar más peso al giro que a los descentramientos dado que para estos se cumple la condición de validez. Si bien en  $z$  también se cumple, se ha decidido seguir diferenciando entre descentramientos y giros.

En el caso anterior las constantes eran  $peso1=174$  y  $peso2=1000$ , pero para dar mayor peso al giro se han fijado las constantes ahora en  $peso1=1$  y  $peso2=10e+04$ . Se ha ajustado la red de la figura 6.4.7 con los nuevos pesos en las variables, y la red de la figura 6.4.4 con los valores de los descentramientos y los valores de los coeficientes de Zernike correspondientes al frente de onda con los giros corregidos.

Peso 1	Peso 2
1	10e+04

Tabla 6.4.5: Pesos aplicados a las variables de desalineamiento para el Procedimiento2.

Se ha aplicado el Proedimiento2 al conjunto de validación. Como se puede ver en los gráficos de la figura 6.4.10, con el uso del peso en el giro se

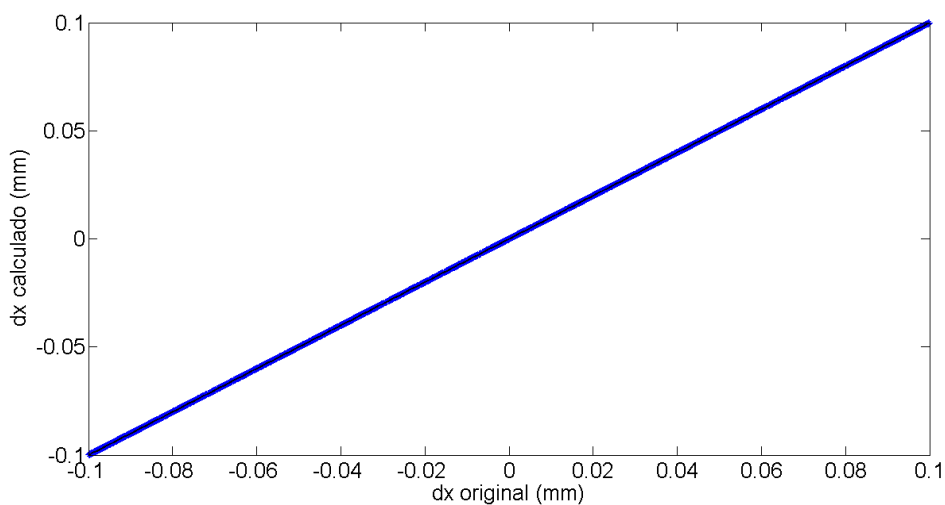


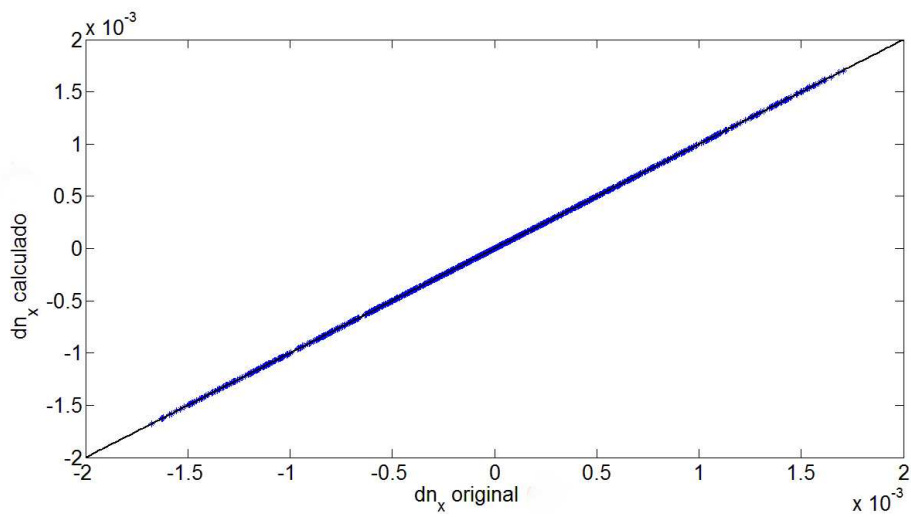
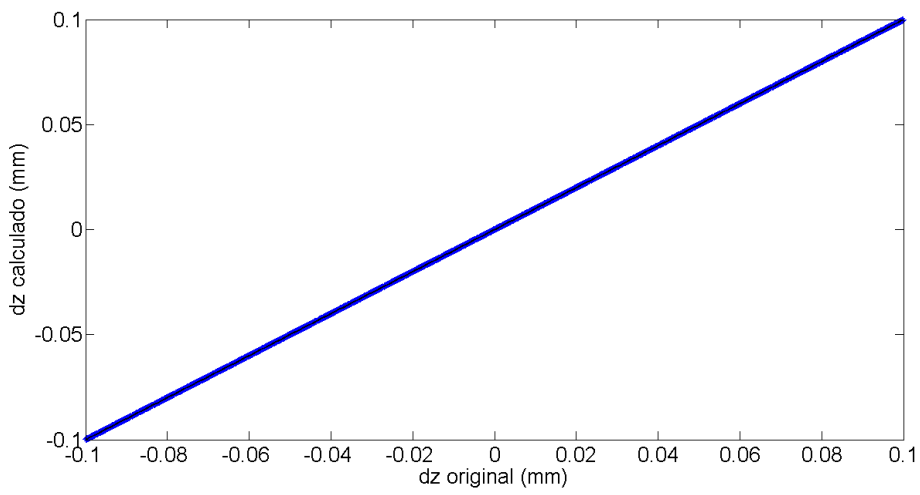
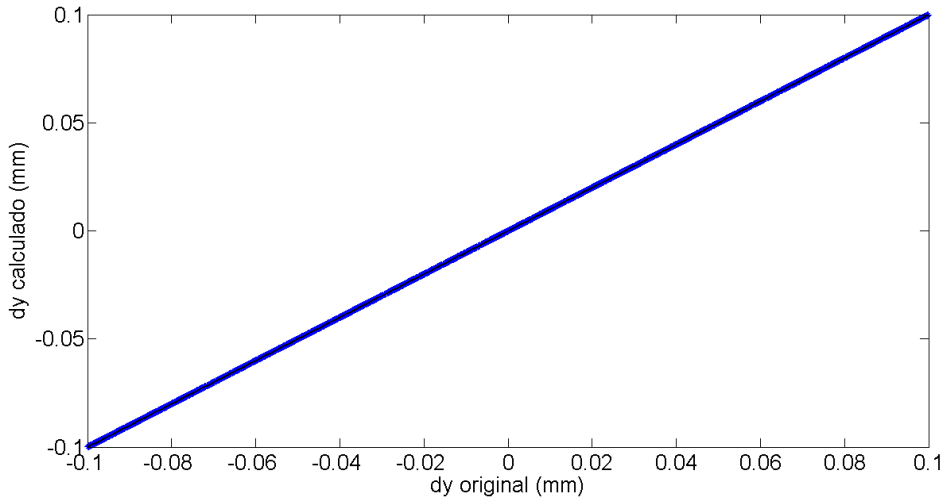
recupera satisfactoriamente el valor de este desalineamiento, y aplicando el segundo paso se recupera el valor del descentramiento. Por lo tanto, se puede utilizar este procedimiento para calcular primero el giro, corregirlo, obtener el nuevo frente de onda y calcular el descentramiento restante. Las desviaciones medias resultantes se muestran en la tabla 6.4.6.

Variable	X	Y	Z	$n_x$	$n_y$
$\epsilon_j^{\max}$	0.1mm	0.1mm	0.1mm	1.74e-03	1.74e-03
$\Delta_j$	2.30e-05mm	0.69e-05mm	1.40e-05mm	3.90e-07	4.66e-07
$\Delta_j$ (%)	0.023%	0.007%	0.014%	0.022%	0.027%

Tabla 6.4.6: Valores de desviación media y desviación media porcentual de los resultados obtenidos con el Procedimiento2 de redes neuronales para descentramientos y giros simultáneos.

Aplicando la condición de validez, se puede decir que esta función de transformación es válida para hallar los valores de los desalineamientos de la segunda lente de este sistema óptico dado que  $\Delta_j(\%) < 20\%$  en todas las variables.





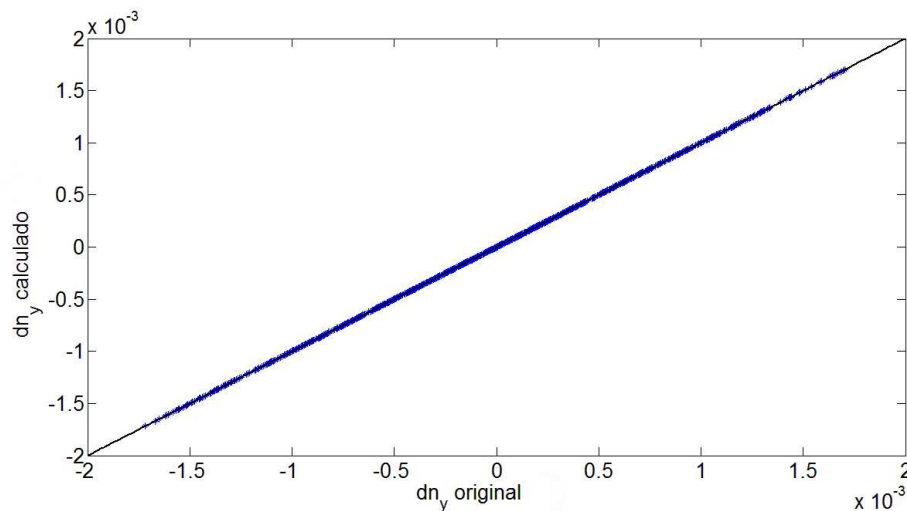


Figura 6.4.10: Gráficos de los resultados obtenidos con las redes neuronales aplicando el Procedimiento 2 para el caso de tener desalineamiento y giro en el segundo elemento del sistema óptico. Se representa el valor de desalineamiento calculado en función del valor de desalineamiento original. También se representa la recta  $y=x$ .

## 6.5 Análisis de resultados

Se resumen a continuación los resultados expuestos en los apartados anteriores. Para analizar los resultados se ha tomado como valor de referencia la desviación media y la desviación media porcentual de cada variable de desalineamiento y para cada tipo de función de transformación.

En la tabla 6.5.1 se pueden ver juntos los valores de desviaciones medias obtenidos en los apartados anteriores, y en la tabla 6.5.2 se presentan estos mismos valores de forma porcentual respecto al valor máximo que puede tomar cada variable de desalineamiento.

Estos valores porcentuales se representan también en un gráfico de barras, según el tipo de función de transformación al que corresponden (figura 6.5.1).

En el gráfico de la figura 6.5.2 se representa la desviación media porcentual por cada variable y cada función de transformación.

Función de Transformación	Caso de desalineam.	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta z$	$\Delta n_x$	$\Delta n_y$
Sist. Ec. Lineales	Descent.	0.0001	0.0011	0.1440	-	-
	Giro	-	-	-	2.74e-05	2.51e-05
	Ambos	0.0580	0.0550	0.1740	0.0082	0.0140
Sist. Ec. 3r grado	Descent.	0.0018	0.0014	0.0163	-	-
	Giro	-	-	-	1.22e-09	1.22e-09
	Ambos	0.0460	0.0480	0.0260	0.62e-03	0.77e-03
Red N.: Proc.1	Descent.	2.31e-05	0.69e-05	1.40e-05	-	-
	Giro	-	-	-	1.52e-07	1.39e-07
	Ambos	0.0420	0.0420	9.93e-03	3.07e-04	2.48e-04
Red N.: Proc.2	Ambos	2.30e-05	0.69e-05	1.40e-05	3.90e-07	4.70e-07

Tabla 6.5.1: Valores de las desviaciones medias obtenidas para cada variable, cada caso de desalineamiento y cada tipo de función de transformación.

Función de Transformación	Caso de desalineam.	$\Delta x(\%)$	$\Delta y(\%)$	$\Delta z(\%)$	$\Delta n_x(\%)$	$\Delta n_y(\%)$	Media(%)
Sist. Ec. Lineales	Descent.	1.0	1.1	144.0	-	-	48.4
	Giro	-	-	-	1.56	1.44	1.6
	Ambos	58.0	55.0	174.0	471.3	804.6	312.6
Sist. Ec. 3r grado	Descent.	1.8	1.4	16.3	-	-	6.5
	Giro	-	-	-	6.98E-05	7.03E-05	7.0E-05
	Ambos	46.0	48.0	26.0	35.4	44.6	40.0
Red N.: Proc.1	Descent.	0.023	0.007	0.014	-	-	0.015
	Giro	-	-	-	0.009	0.008	0.0084
	Ambos	42	42	9.93	17.6	14.3	25.2
Red N.: Proc.2	Ambos	0.023	0.007	0.014	0.022	0.027	0.019

Tabla 6.5.2: Valores de las desviaciones medias porcentuales obtenidas para cada variable, cada caso de desalineamiento y cada tipo de función de transformación. Para las variables  $(x, y, z)$  se ha tomado como valor de referencia 0.1mm, en tanto que para las variables  $(n_x, n_y)$  el valor de referencia ha sido 1.74e-03, que es el valor máximo que toman dichas variables. La media de los valores de los errores relativos porcentuales obtenidos para cada caso se muestra en la última columna.

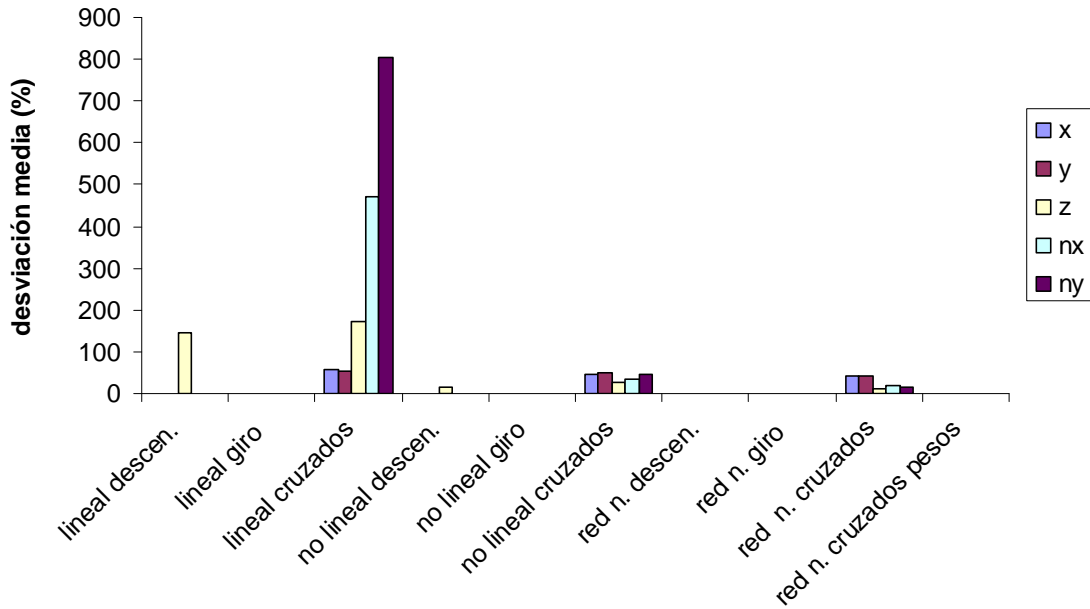
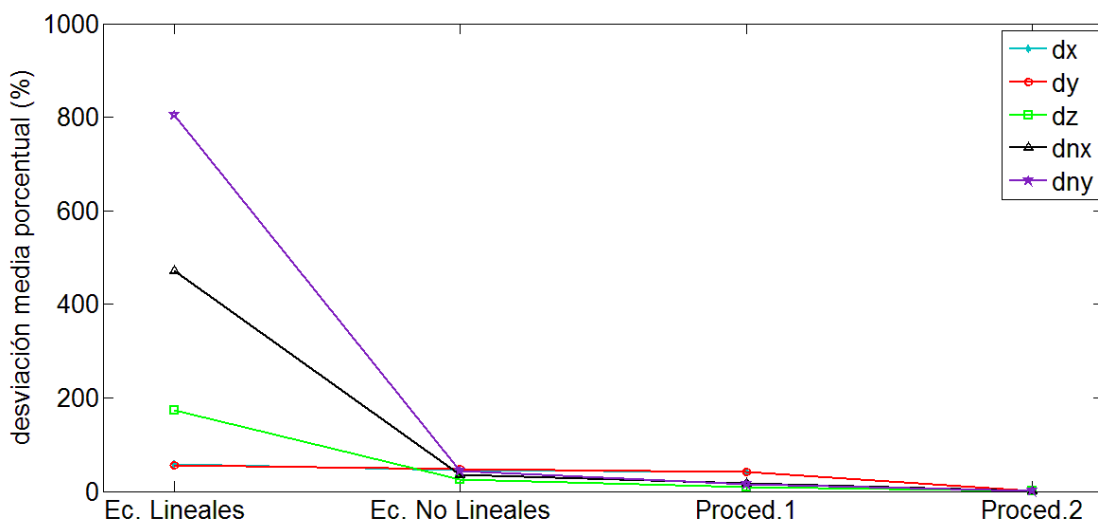
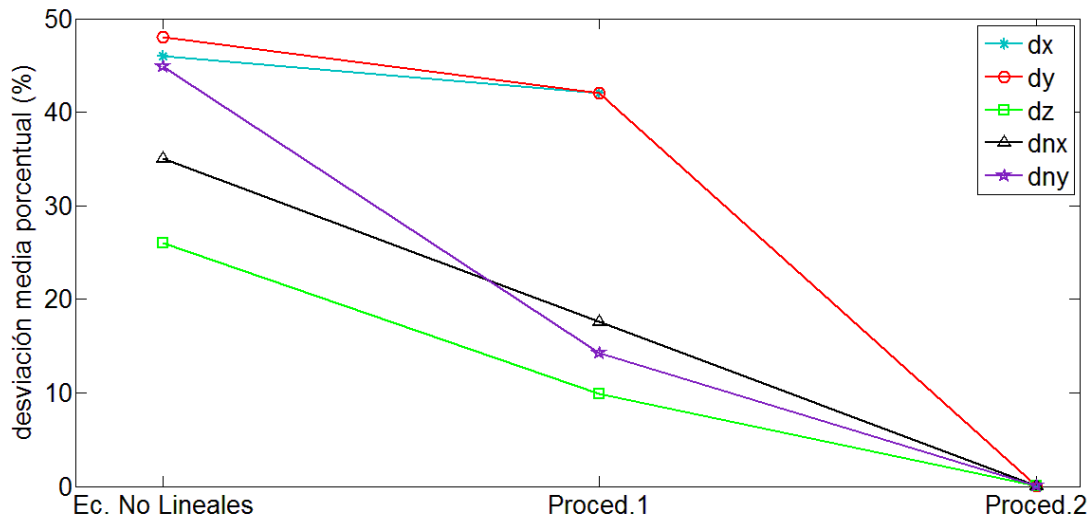


Figura 6.5.1: Representación de los errores relativos porcentuales de los valores obtenidos en el cálculo de los desalineamientos para cada variable y para cada tipo de función de transformación de la tabla 6.5.2.



a)



b)

Figura 6.5.2: Representación de las desviaciones medias porcentuales de todas las variables para cada tipo de función de transformación y por cada variable de desalineamiento mostrados en la tabla 6.5.2. a) gráfico para todas las funciones de transformación. b) gráfico en el que se ha eliminado la función de transformación por sistema de ecuaciones lineales para ver los valores de las otras funciones de transformación en detalle.

### a) Función de transformación por sistema de ecuaciones lineales

Con el sistema de ecuaciones lineales y en el caso de tener solamente descentramiento, se recupera satisfactoriamente el valor de descentramiento en la dirección  $x$  e  $y$ , pero no en  $z$ . Para el caso de tener solamente giro se recuperan los valores esperados. Para el caso de tener simultáneamente descentramiento y giro, el cálculo del desalineamiento no es satisfactorio en ninguna de las variables, siendo el error mayor del 50% en  $x$  y en  $y$ , del 174% en  $z$ , y de más del 400% en las variables de giro.

### **b) Función de transformación por sistema de ecuaciones no lineales**

Con el sistema de ecuaciones de tercer grado el resultado es satisfactorio únicamente para el caso de tener solamente descentramiento o solamente giro. Puede apreciarse, tanto en las tablas como en los gráficos 6.5.1 y 6.5.2, que para el caso de tener solamente descentramiento o solamente giro se obtienen buenos resultados para todas las variables, solamente el descentramiento en  $z$  tiene un error algo mayor con un 16,3% del valor máximo. Sin embargo, para el caso de tener tanto descentramiento como giro, las desviaciones medias porcentuales, aun siendo menores que en el caso lineal, son altas para todas las variables ya que están alrededor del 40%.

### **c) Función de transformación por red neuronal con Procedimiento1**

Se observa tanto en la tabla como en los gráficos presentados que para el caso de tener solamente descentramiento o solamente giro el error porcentual es muy bajo (inferior al 1%). Para el caso de tener tanto descentramiento como giro simultáneamente la desviación media aumenta para  $x$  e  $y$  (42%), es del 10% para  $z$  y para las variables de giro la desviación media porcentual es del 17% y 14% respectivamente. Esta menor desviación media porcentual es la que llevó al desarrollo del Procedimiento2.

#### d) Función de transformación por red neuronal con Procedimiento2

Con el Procedimiento2 aplicado al caso de tener tanto descentramiento como giro simultáneamente, se observa que la desviación media porcentual tanto en las variables de descentramiento como en las variables de giro es muy baja, inferior al 0.03%.

El método ya existente que utiliza una matriz de transformación [Kim2005] para obtener los desalineamientos a partir de cierto número de coeficientes de Zernike (ver capítulo 2) sería totalmente equivalente a utilizar la función de transformación mediante sistema de ecuaciones lineales. Como se puede ver en los resultados (figuras 6.5.1 y 6.5.2), por esta vía no se obtienen resultados satisfactorios si se tiene descentramiento o descentramiento más giro en el sistema óptico estudiado. Dado que, por el contrario, se obtienen buenos resultados para el giro, esta vía podría ser de interés real en alineación de telescopios en los que en general pesa más en la calidad de la imagen el desalineamiento por giro.

El incremento del grado del polinomio que aproxima la relación entre coeficientes de Zernike y desalineamientos hace disminuir significativamente la desviación media. Sin embargo, para el caso general de tener tanto descentramiento como giro los resultados obtenidos muestran que no se pueden obtener los valores de los desalineamientos por esta vía.



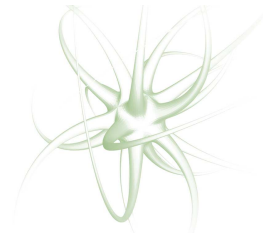
Lo mismo sucede con la función de transformación por red neuronal mediante el Procedimiento1, se obtienen buenos resultados para el caso de tener solamente descentramiento o solamente giro.

Ante estos resultados se puede deducir que en un sistema óptico que tenga un elemento a alinear tanto con descentramiento como con giro, que será el caso general, el uso de redes neuronales mediante el Procedimiento2 puede conseguir determinar el valor de los desalineamientos del elemento del sistema óptico en estudio con un error teórico inferior al 0.03% del valor máximo considerado.

Se podrán obtener primero los valores de los desalineamientos de las variables de giro, estos desalineamientos podrán ser corregidos en el sistema óptico y luego se podrá utilizar la segunda red entrenada con el nuevo frente de onda para calcular los descentramientos, pudiendo finalizar así con la alineación del elemento óptico.



# 7



## Generalización del método para múltiples variables de desalineamiento.

### Aplicación para el caso de dos lentes desalineadas.

La mayoría de sistemas ópticos se montan incorporando uno a uno los elementos del sistema, como se ha mencionado en el capítulo 3. Ya sea empleando técnicas del tipo *drop-in* o técnicas más precisas. En condiciones de precisión, siempre que se añade un nuevo elemento al sistema se debe asegurar su posición, fijarlo y a continuación añadir el siguiente elemento. En los casos en que los elementos se incorporen uno a uno sólo es necesario tener información del estado de alineamiento de la lente que se está añadiendo al sistema.

Sin embargo, algunos sistemas ópticos deben re-alinearse durante su vida útil, como los telescopios o los equipos metrológicos de precisión. En estos casos es de interés analizar el estado de alineación de más de un elemento.

En este apartado se generaliza el método expuesto en los capítulos anteriores al considerar desalineadas, simultáneamente, dos lentes del sistema óptico.

En vista de los resultados del capítulo anterior, y dada la diferencia de eficacia de la función de transformación con redes neuronales respecto a la función de transformación por sistemas de ecuaciones (ya sean lineales o no lineales), se ha decidido generalizar el método solo para la función de transformación que emplea redes neuronales.

En el siguiente apartado se describirán los desalineamientos aplicados a las dos lentes desalineadas del sistema óptico. A continuación, se presentan los resultados obtenidos al aplicar el Procedimiento1 y se discute la viabilidad de aplicar el Procedimiento2.

En el apartado 7.4 se presenta la generalización del método y cómo se han relacionado el número de coeficientes de Zernike con el número de variables a resolver.

Se termina el capítulo con un análisis y discusión de los resultados obtenidos al aplicar el método a la alineación de dos lentes.

## 7.1 Desalineamientos aplicados a las lentes del sistema óptico

Para el proceso de generalización del método se ha realizado el estudio de los desalineamientos de dos lentes de un sistema óptico. Se expone a

continuación el sistema óptico utilizado y los desalineamientos considerados.

Se han considerado desalineadas la segunda y tercera lente (a partir de ahora L2 y L3 respectivamente) del mismo triplete de Cooke usado en el capítulo anterior (ver figura 7.1.1). La primera lente se ha mantenido en su posición nominal. La segunda lente es la que ya se consideró desalineada en el apartado anterior, y la tercera lente se considera ahora también desalineada.

Los grados de libertad que se han tenido en cuenta por cada lente son cinco: variables de descentramientos en  $x$ ,  $y$  y  $z$  y variables de giro  $n_x, n_y$ , por lo que hay en total diez grados de libertad en el sistema y por consiguiente la variable de desalineamiento  $\mathbf{m}$  tendrá diez componentes. Cada componente tiene su origen en la lente a la que corresponde siguiendo el esquema de la figura 7.1.2.

Para introducir los valores de giro  $n_x, n_y$  en el programa de simulación se debe tener en cuenta nuevamente la relación con los ángulos de giro ( $\alpha, \beta$ ) (ver figura 7.1.3).

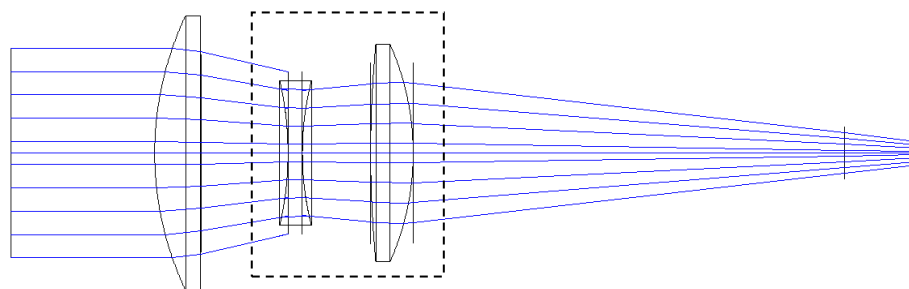


Figura 7.1.1: Representación del triplete utilizado en el que se señalan con el marco de línea discontinua las dos lentes que se han desalineado. Se representan sus tres lentes, el objeto, que se considera en el infinito y a la izquierda del sistema óptico, y el plano de registro del frente de onda, que se ha situado en el plano a la derecha del triplete. La lente L2 es la lente central y la lente L3 es la situada a su derecha.

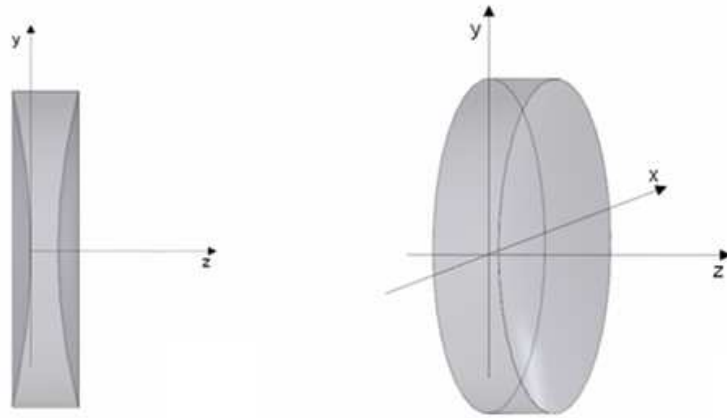


Figura 7.1.2: Representación de los ejes de referencia de un elemento respecto a los cuales se aplican los desalineamientos.

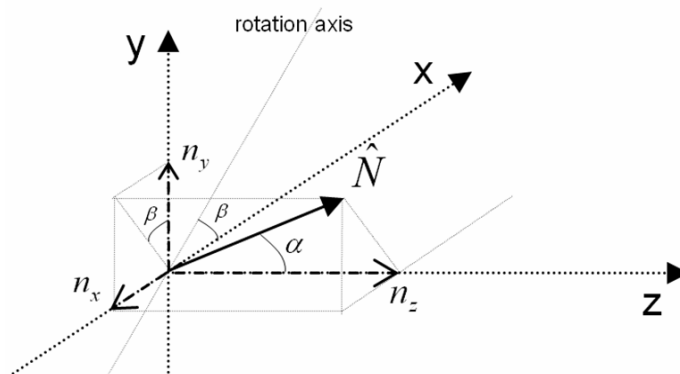


Figura 7.1.3: Diagrama en el que se muestra la relación entre las variables de giro en grados y las variables de giro en componentes del vector unitario normal a la superficie.

Se han definido los límites mínimo y máximo de desalineamiento  $\epsilon_j^{\min}$  y  $\epsilon_j^{\max}$  para las diez variables de desalineamiento  $[(x, y, z, \alpha, \beta)_{L1}, (x, y, z, \alpha, \beta)_{L2}]$ ; estos valores se muestran en la tabla 7.1.1. Para definir estos valores  $(\epsilon_j^{\min}, \epsilon_j^{\max})$  se ha tenido en cuenta la tolerancia mecánica estándar de  $\pm 0.1\text{mm}$ , esto es, se ha considerado que para valores superiores a  $\pm 0.1\text{mm}$  la mecánica corrige la posición, mientras que aquellos

valores por debajo de  $\pm 0.1\text{mm}$  quedarían sin corregir. Estos últimos valores son los de interés para nuestro estudio. Los valores generados son aleatorios siguiendo una distribución uniforme estándar [Matlab] dentro de los límites detallados en la tabla 7.1.1. Estos valores límite son los mismos que los utilizados en el estudio para una sola lente.

$x_1, x_2$	$y_1, y_2$	$z_1, z_2$	$\alpha_1, \alpha_2$	$\beta_1, \beta_2$
$\pm 0.1\text{mm}$	$\pm 0.1\text{mm}$	$\pm 0.1\text{mm}$	$\pm 0.1^\circ$	$\pm 90^\circ$

Tabla 7.1.1: Valores mínimo y máximo para cada variable de desalineamiento considerados en las simulaciones para el desalineamiento de 2 lentes.

## 7.2 Resultados obtenidos para la alineación de dos lentes mediante el Procedimiento1

Como se ha expuesto en el apartado 5.2.2 del capítulo 5, para el caso de desalineamiento de una lente se han desarrollado dos procedimientos que emplean funciones de transformación por redes neuronales: un primer procedimiento de 1 paso (Procedimiento1) y un segundo procedimiento de 2 pasos (Procedimiento2). Para el caso de alineación de dos lentes se han aplicado ambos procedimientos.

Sin embargo, para el caso de tener dos lentes desalineadas, el número de variables de desalineamiento (es decir, el número de grados de libertad del sistema) aumenta significativamente y se necesitan más coeficientes de Zernike representativos del frente de onda. Este hecho se ha solventado, como se verá más adelante, utilizando la información del frente de onda para más de una posición de campo.

Inicialmente se ha aplicado la función de transformación por red neuronal siguiendo el Procedimiento1 para el caso en el que están presentes simultáneamente descentramiento y giro en ambas lentes (L2 y L3).

Se ha creado una red neuronal de 7 capas de entre 10 y 30 neuronas cada una (ver esquema de la figura 7.2.1). Para entrenar la red neuronal se ha utilizado un conjunto de 1000 *samples*, teniendo cada cual los valores de las cinco variables de desalineamiento de L2 y las cinco variables de desalineamiento de L3  $[(x, y, z, \alpha, \beta)_{L1}, (x, y, z, \alpha, \beta)_{L2}]$ , junto con los valores de los 37 primeros coeficientes de Zernike correspondientes. La red entrenada se ha aplicado al conjunto de validación de 500 nuevos *samples*.

Al igual que en el capítulo anterior, se han igualado los valores absolutos máximos de las variables de giro a los de las variables de descentramiento para que la red valore por igual las cinco variables, multiplicando por una constante *peso1* los valores de  $(x, y, z)$  y por otra constante *peso2* los valores de  $(n_x, n_y)$  para ambas lentes L2 y L3. Los pesos utilizados para conseguir la igualación son los indicados en la tabla 7.2.1.

Lente	Peso 1	Peso 2
L2	174	1000
L3	174	1000

Tabla 7.2.1: Pesos aplicados a las variables de desalineamiento de las lentes L2 y L3 para el Procedimiento1.



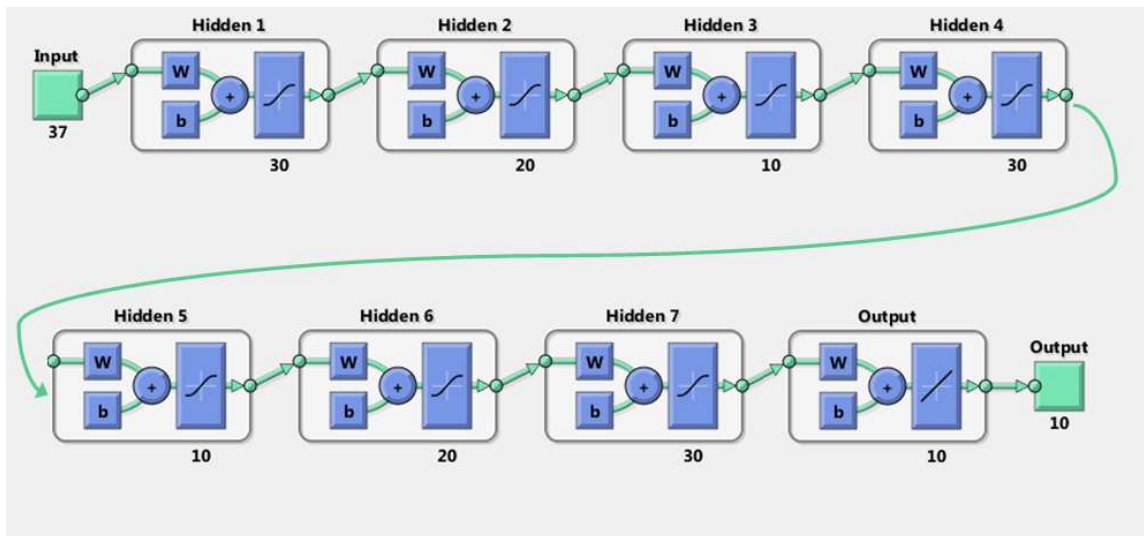


Figura 7.2.1: Esquema conceptual de la red neuronal ajustada

Como se puede ver en los gráficos de resultados de valores calculados frente a valores originales (figura 7.2.2), no se recupera con fiabilidad el valor esperado. Se puede valorar también el resultado en la tabla de desviaciones medias y porcentuales (tablas 7.2.2 y 7.2.3 respectivamente).

Como se puede ver, las desviaciones medias porcentuales se sitúan todas por encima del 20%. Aplicando la condición de viabilidad, se considera el resultado de aplicar el Procedimiento1 no satisfactorio.

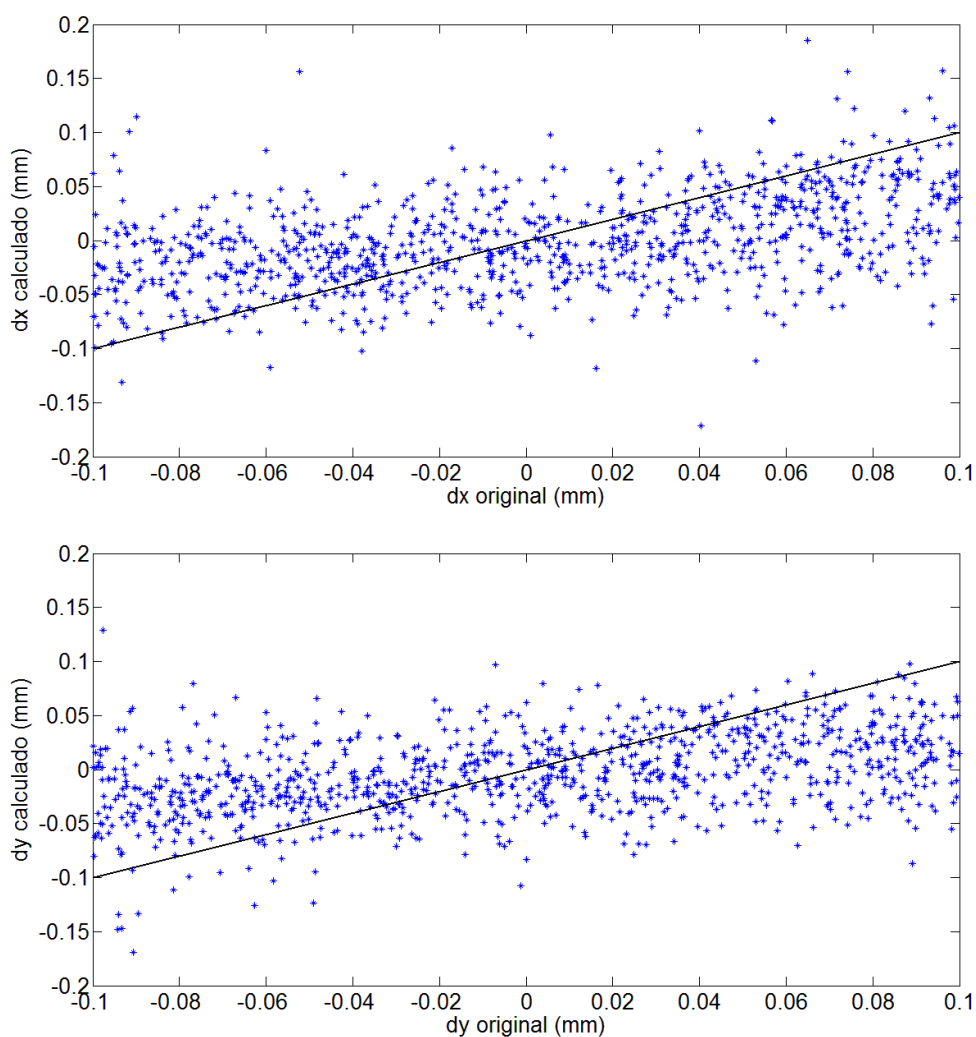
Asimismo, dado que el valor de las desviaciones medias porcentuales es superior al 20%, como se estableció en la condición del capítulo 6 (apartado 6.4.3a), no es de esperar que la aplicación de un segundo paso (Procedimiento2) pueda proporcionar un buen resultado. Aun así, se realizó el estudio para diferentes pesos a fin de confirmar este hecho.

Variable	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$	$\Delta n_x$	$\Delta n_y$
L2	0.049 mm	0.050 mm	0.051 mm	5.72e-04	5.74e-04
L3	0.049 mm	0.048 mm	0.049 mm	5.77e-04	5.37e-04

Tabla 7.2.2: Valores de desviación media de los resultados obtenidos para el caso de aplicación de una red neuronal para descentramientos y giros simultáneos en las dos lentes L2 y L3 aplicando el Procedimiento1.

Variable	$\Delta X(\%)$	$\Delta Y(\%)$	$\Delta Z(\%)$	$\Delta n_x(\%)$	$\Delta n_y(\%)$
$\epsilon_j^{\max}$	0.1mm	0.1mm	0.1mm	1.74e-03	1.74e-03
L2	49,00 %	50,00 %	51,00 %	32,87 %	32,99 %
L3	49,00 %	48,00 %	49,00 %	33,16 %	30,86 %

Tabla 7.2.3: Valores de desviación media porcentual de los resultados obtenidos para el caso de aplicación de una red neuronal para descentramientos y giros simultáneos en las dos lentes L2 y L3 aplicando el Procedimiento1.



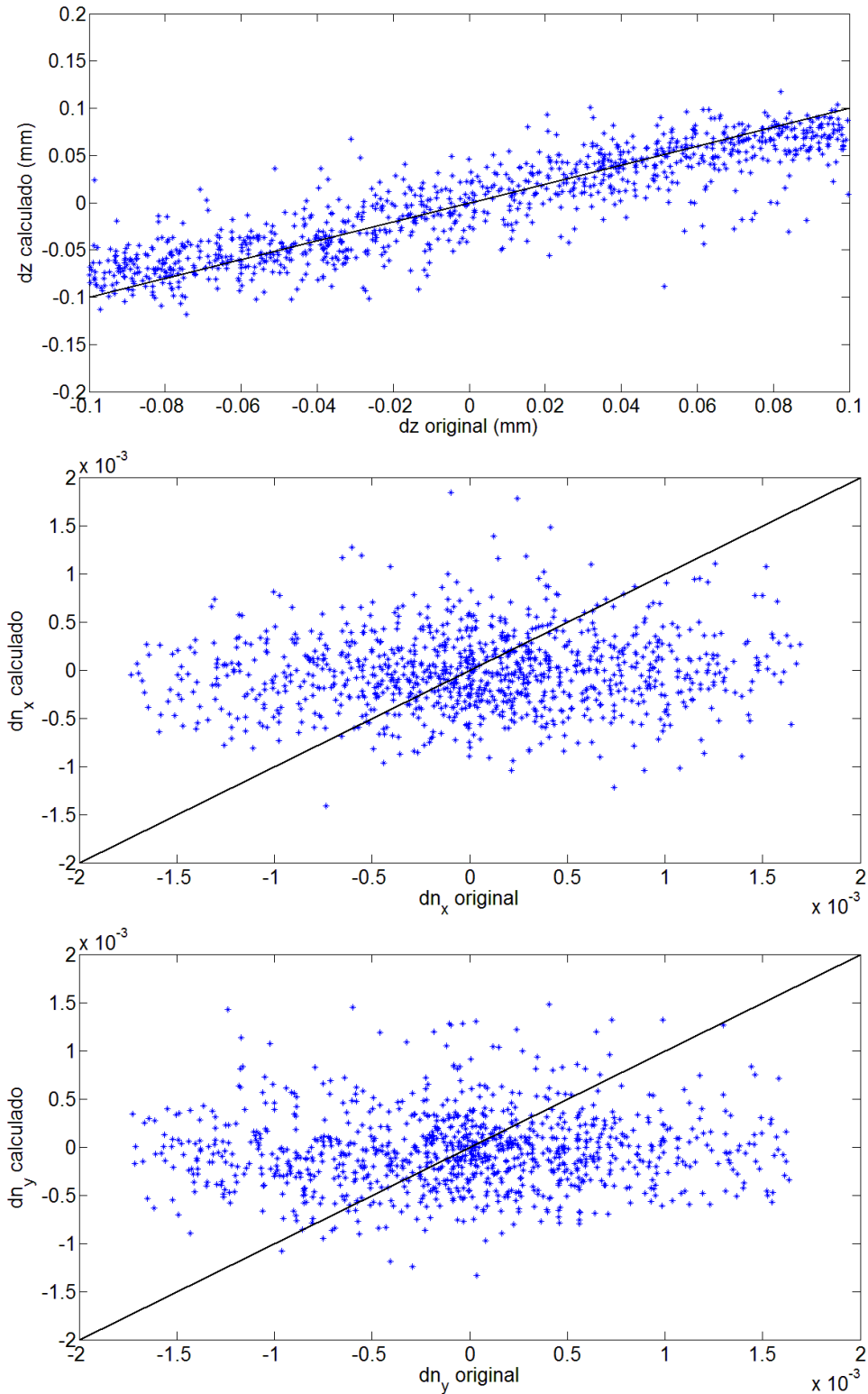
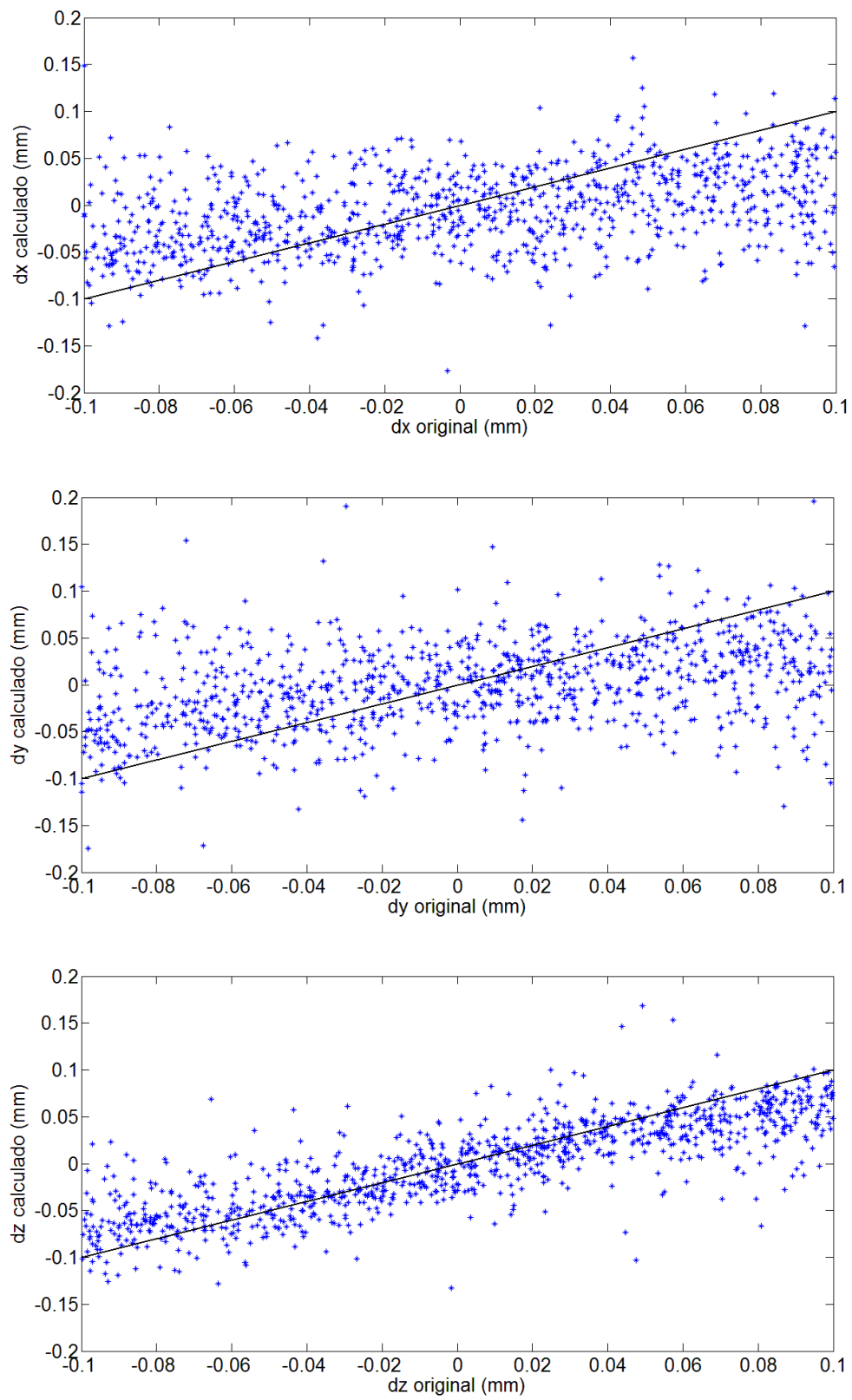


Figura 7.2.2a: Gráficos de los resultados obtenidos en las variables de L2 con la red neuronal aplicando el Procedimiento1 para el caso de tener desalineamiento y giro en las lentes L2 y L3 del sistema óptico. Se representa en el eje de abscisas el valor de desalineamiento teórico y en el eje de ordenadas el valor de desalineamiento calculado. Se representa también la recta  $y=x$ .



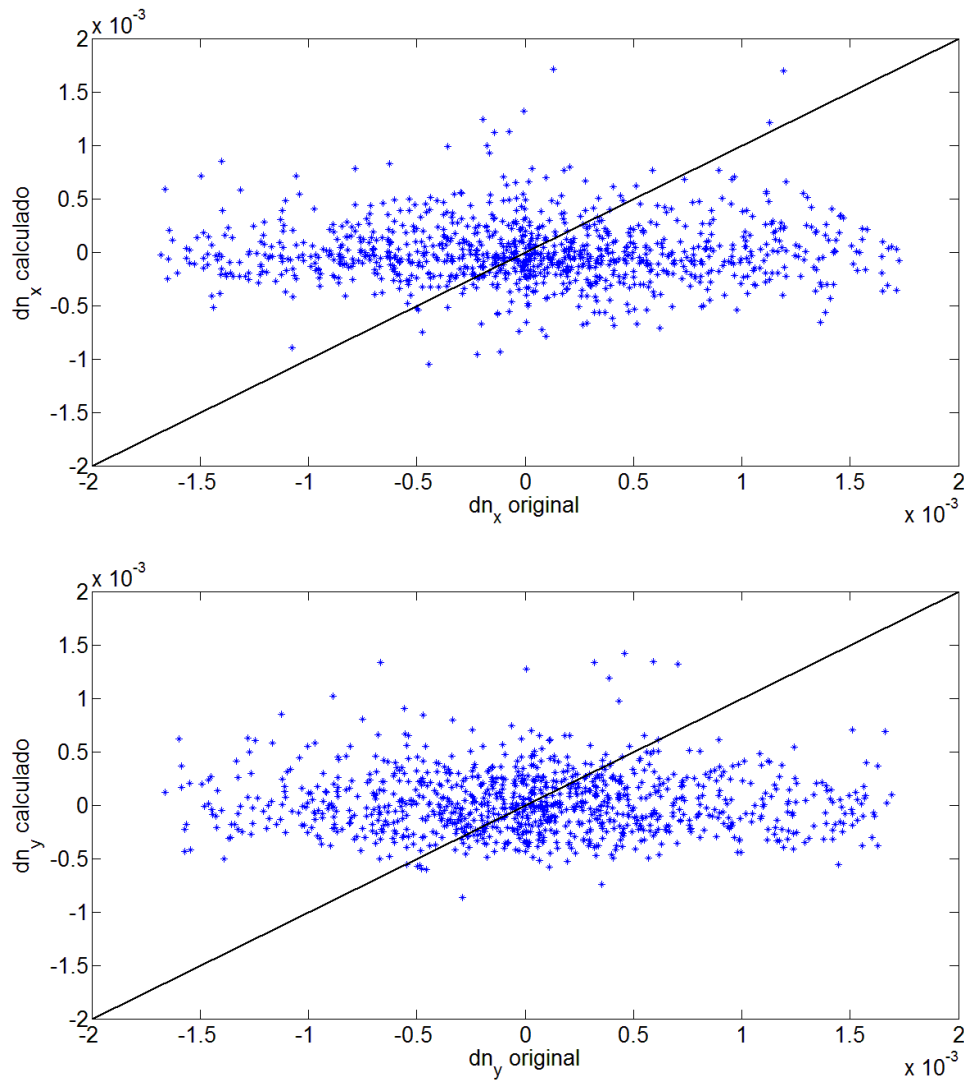


Figura 7.2.2b: Gráficos de los resultados obtenidos en las variables de L3 con la red neuronal aplicando el Procedimiento1 para el caso de tener desalineamiento y giro en las lentes L2 y L3 del sistema óptico. Se representa en el eje de abscisas el valor de desalineamiento teórico y en el eje de ordenadas el valor de desalineamiento calculado. Se representa también la recta  $y=x$ .

### 7.3 Resultados obtenidos para la alineación de dos lentes mediante el Procedimiento2

Ya se ha expuesto que con una desviación media porcentual superior al 20%, no es de esperar que el Procedimiento2 de buenos resultados. A pesar de ello, se ha aplicado el Procedimiento2 utilizando el mismo sistema óptico con los mismos desalineamientos que para el estudio del Procedimiento1. El Procedimiento2 aplica pesos en las variables de desalineamiento que resaltan unas variables u otras para las redes neuronales. Sin embargo, como ya predecía el resultado de desviaciones medias porcentuales del apartado anterior, con pesos en las variables de desalineamiento no se consigue un resultado satisfactorio en el cálculo de los desalineamientos. Aun así, por completitud del trabajo de esta tesis doctoral se ha realizado el análisis para diferentes combinaciones de pesos.

Con el fin de sintetizar, se presentan únicamente los valores de las desviaciones medias y desviaciones medias porcentuales obtenidas en formato de tabla. En la tabla 7.3.1 se pueden ver todos los resultados de desviaciones medias obtenidos aplicando el Procedimiento2 al conjunto de validación con diferentes valores de pesos en las variables de descentramiento y giro. Los valores de peso escogidos son tales que fijan un valor para las variables resaltadas de entre uno y dos órdenes de magnitud mayor que las que no se quieren resaltar. Se incluye en las dos primeras filas el resultado obtenido mediante el Procedimiento1 para poder comparar las desviaciones obtenidas con ambos procedimientos.

Los mismos resultados de la tabla 7.3.1 pueden verse de forma porcentual respecto al valor máximo que puede tomar cada variable de desalineamiento en la tabla 7.3.2

Como se puede ver en la tabla 7.3.2 las desviaciones medias porcentuales son altas para todos los casos estudiados de combinaciones de pesos y para todas las variables. Pude apreciarse que para la variable de descentramiento en z, dando peso a las variables de L2 o de L3, se obtiene una desviación media menor que para los otros casos. Sin embargo, esta desviación es aún del 26% y 27% respectivamente, valores demasiado altos como para considerarlos satisfactorios y dar por bueno el método.

Lente	Peso descent.	Peso giro	$\Delta x$ (mm)	$\Delta y$ (mm)	$\Delta z$ (mm)	$\Delta n_x$	$\Delta n_y$
L2	174	1000	4.90E-02	5.00E-02	5.10E-02	5.72E-04	5.74E-04
L3	174	1000	4.90E-02	4.80E-02	4.90E-02	5.77E-04	5.37E-04
L2	1	10000	5.10E-02	8.30E-02	7.10E-02	4.74E-04	7.30E-04
L3	1	10000	8.80E-02	7.10E-02	5.90E-02	5.91E-04	4.92E-04
L2	1000	1	4.10E-02	6.50E-02	5.50E-02	1.71E-02	2.10E-02
L3	1000	1	7.20E-02	6.20E-02	5.40E-02	2.26E-02	2.34E-02
L2	1740	10000	4.30E-02	4.20E-02	2.60E-02	5.98E-04	6.25E-04
L3	1	1	2.80E-01	4.09E-01	3.83E-01	2.80E-03	1.00E-02
L2	1	1	1.82E-01	2.17E-01	2.25E-01	2.57E-03	4.22E-03
L3	1740	10000	4.70E-02	4.40E-02	2.70E-02	6.55E-04	5.91E-04

Tabla 7.3.1: Valores de las desviaciones medias absolutas obtenidos para cada variable, cada caso de combinación de pesos y cada lente. Las dos primeras filas corresponden al resultado obtenido con el Procedimiento 1.

Lente	Peso descent.	Peso giro	$\Delta x$ (%)	$\Delta y$ (%)	$\Delta z$ (%)	$\Delta n_x$ (%)	$\Delta n_y$ (%)
L2	174	1000	49.00	50.00	51.00	32.87	32.99
L3	174	1000	49.00	48.00	49.00	33.16	30.86
L2	1	10000	51.00	83.00	71.00	27.24	41.95
L3	1	10000	88.00	71.00	59.00	33.97	28.28
L2	1000	1	41.00	65.00	55.00	982.76	1206.90
L3	1000	1	72.00	62.00	54.00	1298.85	1344.83
L2	1740	10000	43.00	42.00	26.00	34.37	35.92
L3	1	1	280.00	409.00	383.00	160.92	574.71
L2	1	1	182.00	217.00	225.00	147.70	242.53
L3	1740	10000	47.00	44.00	27.00	37.64	33.97

Tabla 7.3.2: Valores de las desviaciones medias porcentuales obtenidos para cada variable, cada caso de combinación de pesos y cada lente. Las dos primeras filas corresponden al resultado obtenido con el Procedimiento1.

Para las variables  $(x,y,z)$  se ha tomado como valor de referencia para calcular el porcentaje 0.1mm, mientras que para las variables  $(n_x, n_y)$  el valor de referencia ha sido  $1.74e-03$ , que es el valor máximo  $\epsilon_j^{\max}$  que toman dichas variables.

## 7.4 Análisis de los resultados. Generalización del método para un alto número de variables.

Como se ha visto en los apartados anteriores, el método aplicado a la alineación de una sola lente mediante el Procedimiento1 proporciona resultados satisfactorios para alineamientos simples, esto es, cuando la lente solamente está afectada por descentramiento o por giro. Para el caso de tener tanto descentramiento como giro se ha visto que un procedimiento más complejo, el Procedimiento2, proporciona resultados satisfactorios. Sin embargo, mediante los procesos desarrollados no se consigue obtener el valor de los desalineamientos en el caso de que sean dos las lentes desalineadas de forma simultánea.



En estas condiciones es necesario analizar el motivo por el que no se recuperan los valores de desalineamiento con los procedimientos expuestos.

Viendo que se obtienen buenos resultados para la alineación de una lente, pero que no se obtienen para la alineación de dos lentes, se pueden hacer dos hipótesis: por un lado, cabría considerar la posibilidad de que existiera compensación de aberraciones entre las dos lentes y que esto afectara al resultado; por otro lado, también puede afectar el número de variables de desalineamiento, es decir, el número de grados de libertad del sistema. Se discutirán a continuación estas dos posibles causas.

#### *7.4.1 Análisis del efecto de la compensación de aberraciones*

En diseño óptico es bien conocido el efecto de la compensación de aberraciones [Mahajan1991]. Este efecto se da cuando las aberraciones producidas por una lente se anulan con las aberraciones de otra lente del sistema óptico. La compensación de aberraciones es posible debido a que las aberraciones en un sistema óptico son aditivas, es decir, las aberraciones totales del sistema óptico son la suma de las aberraciones introducidas por cada elemento.

En el caso de tener una sola lente desalineada no es posible tener efecto de compensación de aberraciones. Sin embargo, al tener dos lentes desalineadas, las aberraciones introducidas por el desalineamiento de la primera lente podrían, hipotéticamente, ser compensadas con las aberraciones introducidas por el desalineamiento de la segunda lente.

El hecho de que se compense alguna de las aberraciones introducidas por una lente con las introducidas por la otra implicará que el valor del

coeficiente de Zernike de dicha aberración se iguale al valor del coeficiente cuando el sistema óptico se encuentra en su estado nominal. Si bien esto puede suceder para un coeficiente concreto, no puede suceder con la totalidad de los coeficientes  $\gamma$ , en consecuencia, la compensación de aberraciones no puede de forma global compensar un desalineamiento.

En las figuras 7.4.1a y 7.4.1b se ha representado la diferencia del valor de dos coeficientes de Zernike ( $z_1$  y  $z_8$ ) respecto a su valor nominal en función del descentramiento en X de L2 y L3.

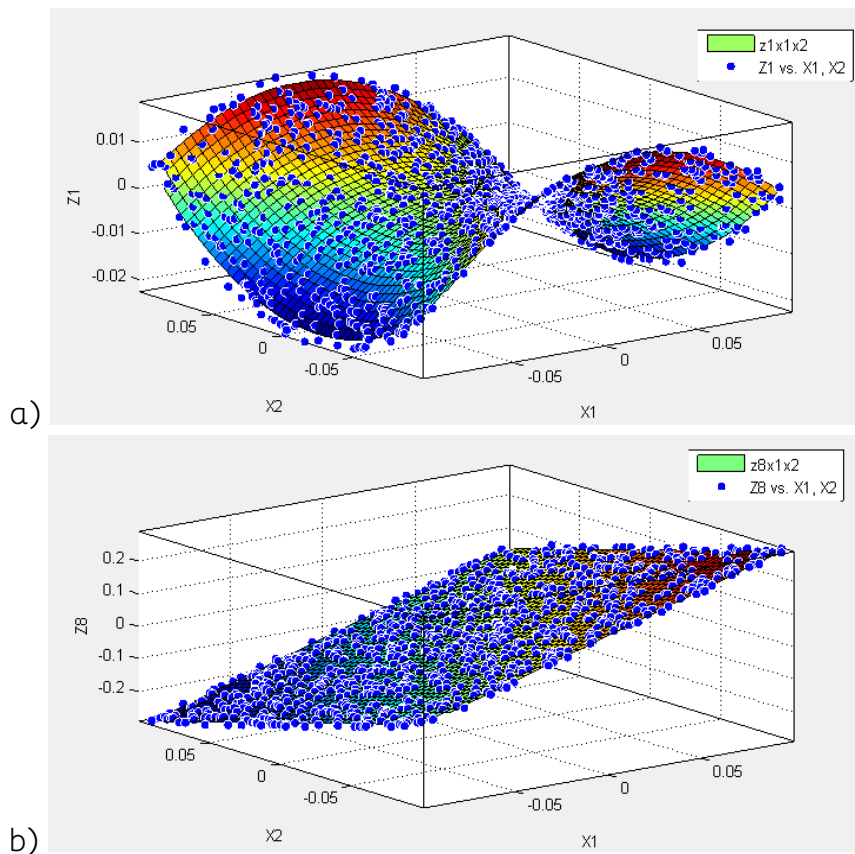


Figura 7.4.1: Representación de la variación del valor del coeficiente de Zernike respecto a su valor nominal en función del descentramiento en  $x$  de las dos lentes L2 y L3. a) representación de la variación del coeficiente  $z_1$ , b) representación de la variación del coeficiente  $z_8$ . En los ejes de abscisas se representa  $x_1$  (descentramiento en X para L2) y  $x_2$  (descentramiento en X para L3). En el de ordenadas se representa la variación del coeficiente respecto al valor nominal.

Las combinaciones posibles de valores de descentramiento en X para las cuales el valor de variación del coeficiente de Zernike es igual a cero son infinitas.

Para visualizar este hecho se ha ajustado un polinomio a los valores representados en la figura 7.4.1a y se ha analizado el caso en que  $\Delta z_1=0$ . En la figura 7.4.2 se muestran dos gráficos para analizar el lugar geométrico de los valores de descentramiento en X que cumplen  $\Delta z_1=0$ .

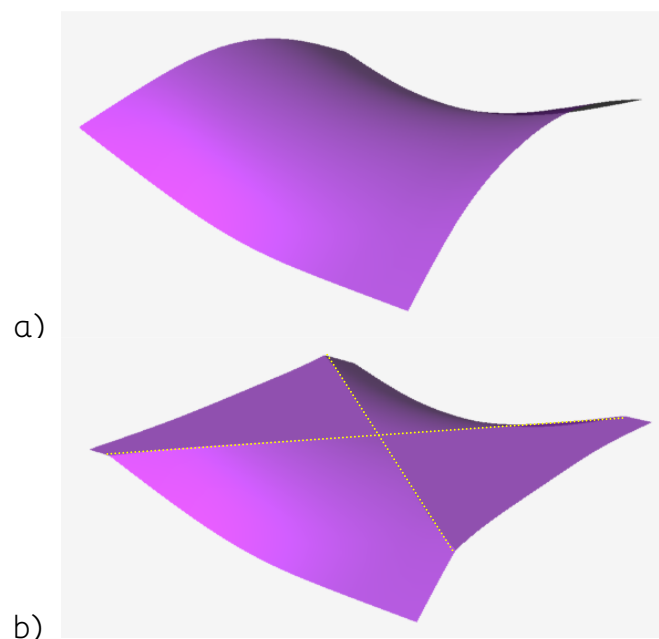


Figura 7.4.2: Representación en 3D del gráfico de la variación del Zernike  $z_1$  de la figura 7.4.1a. a) representación en 3D del polinomio de grado 3 ajustado a los datos mediante una función estándar de Matlab, b) corte en  $\Delta z_1=0$ . Se puede ver que se definen geoméricamente dos rectas.

Como se puede ver en la figura 7.4.2b, los valores de descentramiento en X que corresponden a  $\Delta z_1=0$  se sitúan sobre dos rectas (destacadas en amarillo en la figura). Cada uno de los puntos de estas dos rectas cumple que  $\Delta z_1=0$ , por lo que hay infinitas combinaciones de descentramiento en x

de las dos lentes (dentro del rango de descentramiento estudiado) que dan un valor de este coeficiente de Zernike igual al valor nominal.

Sin embargo, se debe tener en cuenta que esto no significa que para estas combinaciones de valores de descentramiento en X las variaciones de los otros coeficientes de Zernike sean nulas. Se puede ver en la figura 7.4.1 que los valores de descentramiento en X para los cuales  $\Delta z_1=0$  no coinciden con los valores de descentramiento en X para los cuales  $\Delta z_8=0$ .

Se puede concluir que, si bien dado un estado no alineado se puede dar el efecto de compensación para un coeficiente de Zernike, no se dará para todos los coeficientes de Zernike simultáneamente, por lo que la compensación de aberraciones no llevará a una situación de falso mínimo en el alineamiento ni enmascarará el cálculo.

Para mostrar que, efectivamente, la compensación de aberraciones no es la causa de la imposibilidad de calcular los desalineamientos, se ha aplicado el Procedimiento1 a la alineación de las lentes L2 y L3 para el caso de tener solamente descentramiento en X.

Se ha ajustado una red neuronal de 5 capas, con la que se ha obtenido un buen resultado en el cálculo de los desalineamientos (ver figura 7.4.3).

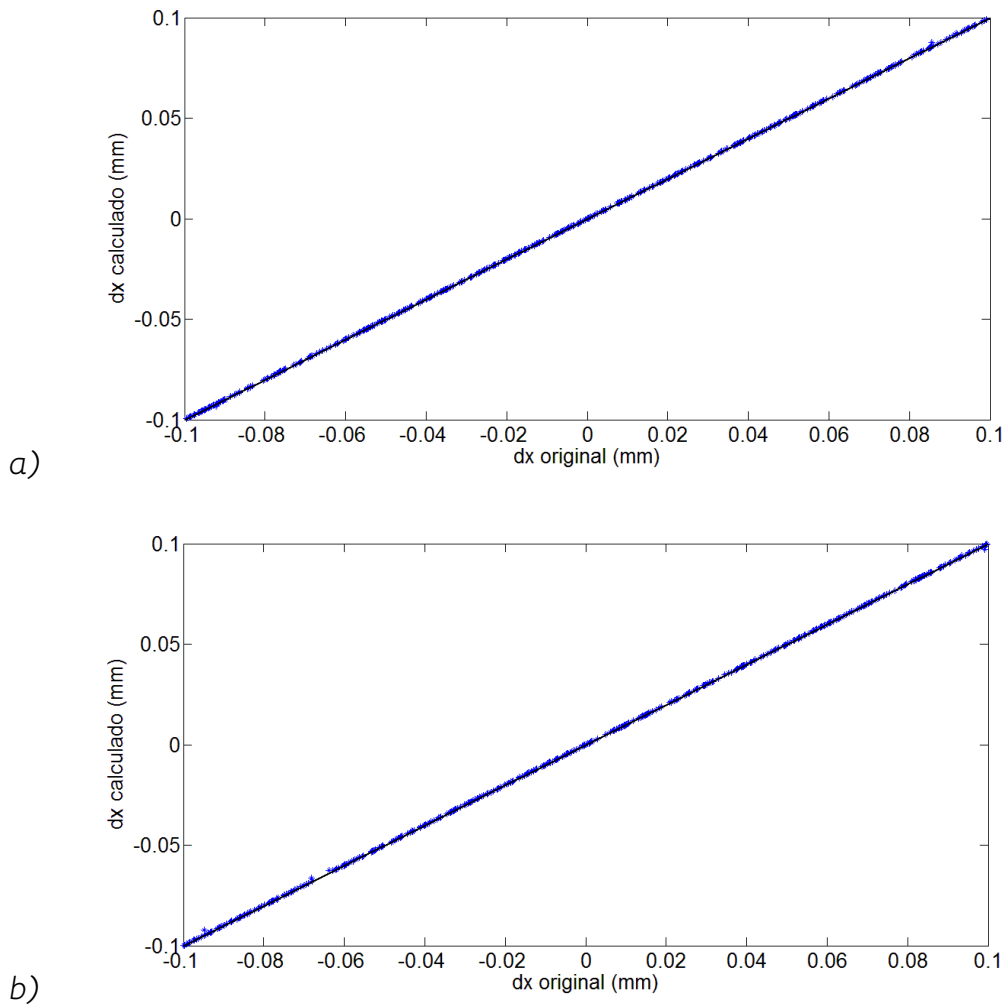


Figura 7.4.3: Gráficos de los resultados obtenidos con la red neuronal para el caso de tener descentramiento en el eje  $x$  tanto en la lente  $L2$  como en  $L3$  y siendo nulo el desalineamiento en las otras variables de posición. Se representa en el eje de abscisas el valor de desalineamiento teórico  $y$  en el eje de ordenadas el valor de desalineamiento calculado. Se representa también la recta  $y=x$ .

Se comprueba que, si bien algún coeficiente de Zernike puede estar en valor nominal aun en presencia de descentramiento por el efecto de compensación, el resto de coeficientes pueden tener valores alejados del valor nominal y proporcionar la información suficiente para el cálculo.

Por esta razón se ha pasado a analizar la segunda posibilidad: el efecto del número de grados de libertad.

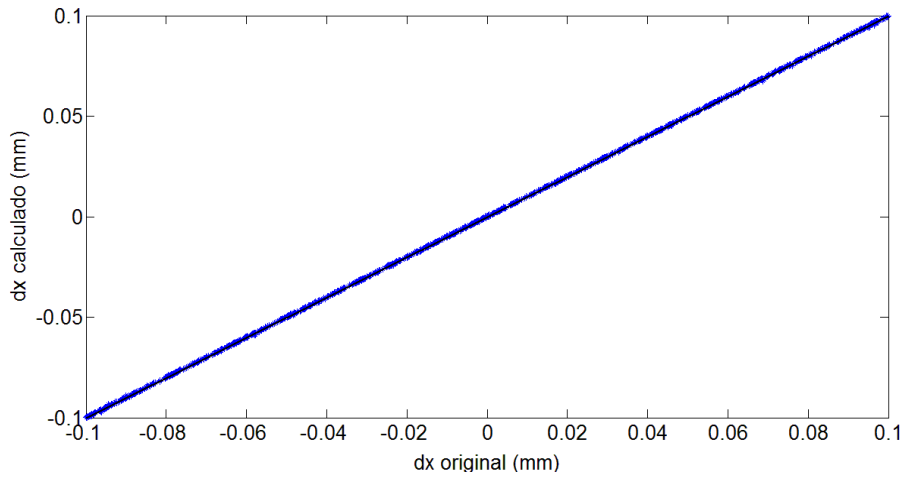
#### *7.4.2 Análisis del efecto del número de variables de desalineamiento*

Siguiendo con el mismo sistema óptico con las lentes L2 y L3 desalineadas, se ha entrenado nuevamente una red neuronal pero ahora para el caso de tener descentramiento en  $(x,y,z)$  para las dos lentes L2 y L3. Se ha mantenido nulo el valor de los giros, es decir, se han dado seis grados de libertad al sistema en lugar de diez (que son los que se tienen si se consideran también los giros). Con esto se pretende muestrear al sistema de dos lentes desalineadas disminuyendo el número de grados de libertad, es decir, disminuyendo el número de variables de desalineamiento.

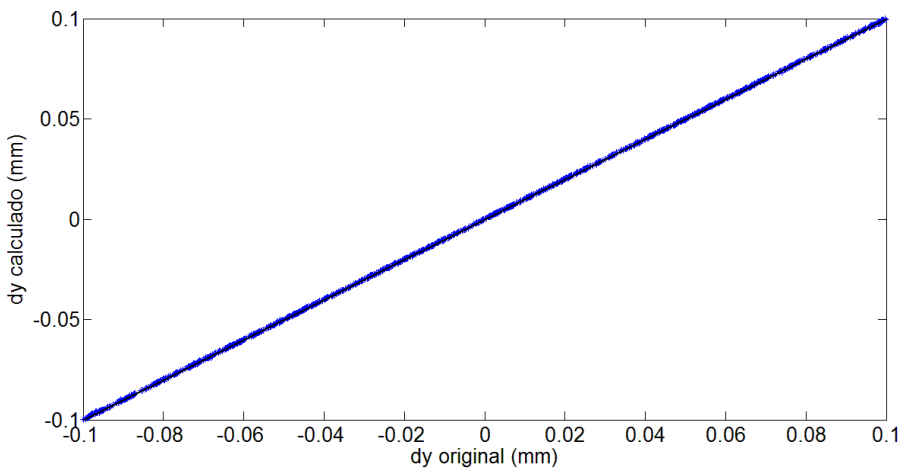
Siguiendo el Procedimiento1, se ha entrenado una red neuronal de cinco capas para las variables de descentramiento y se han obtenido los resultados de la figura 7.4.4.

Como se puede comprobar en los gráficos, el resultado del cálculo es muy similar al valor original de descentramiento para las seis variables. Se puede ver el valor de las desviaciones medias en la tabla 7.4.1.

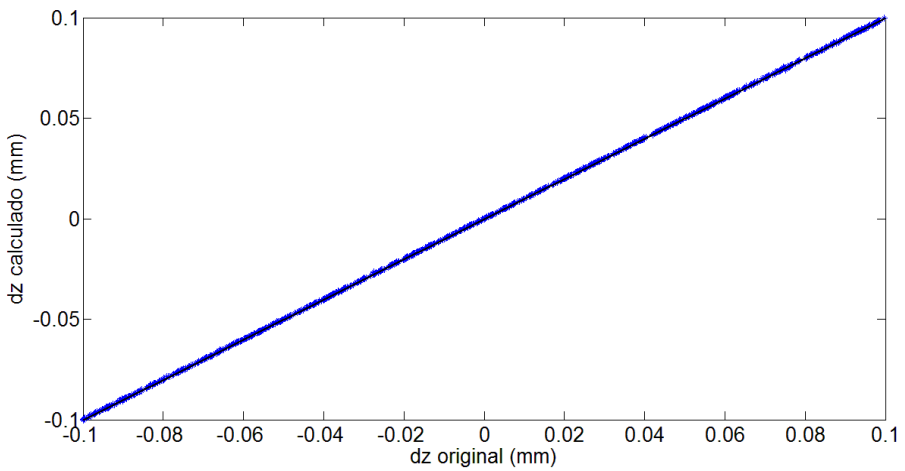
a)



b)



c)



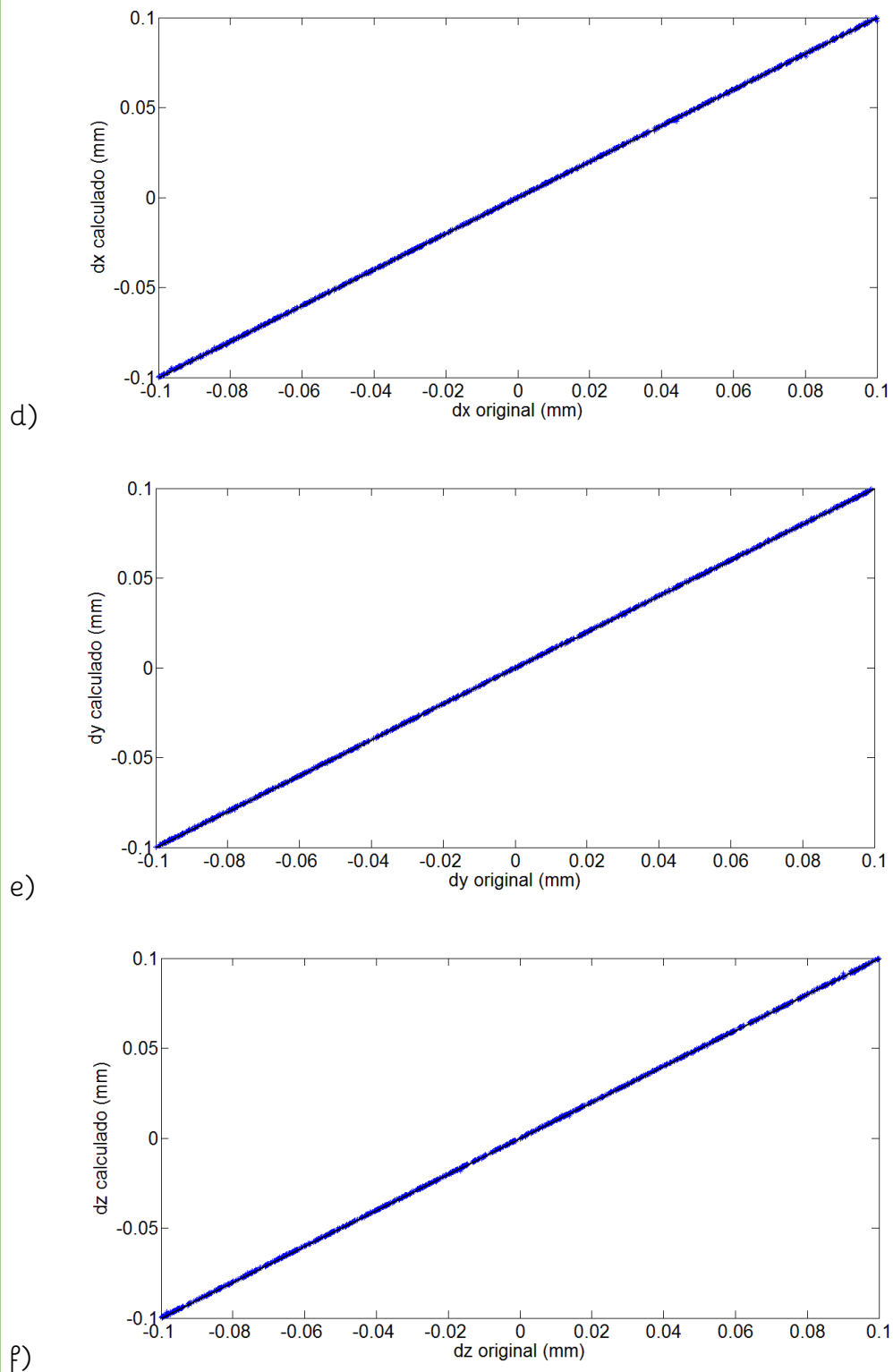


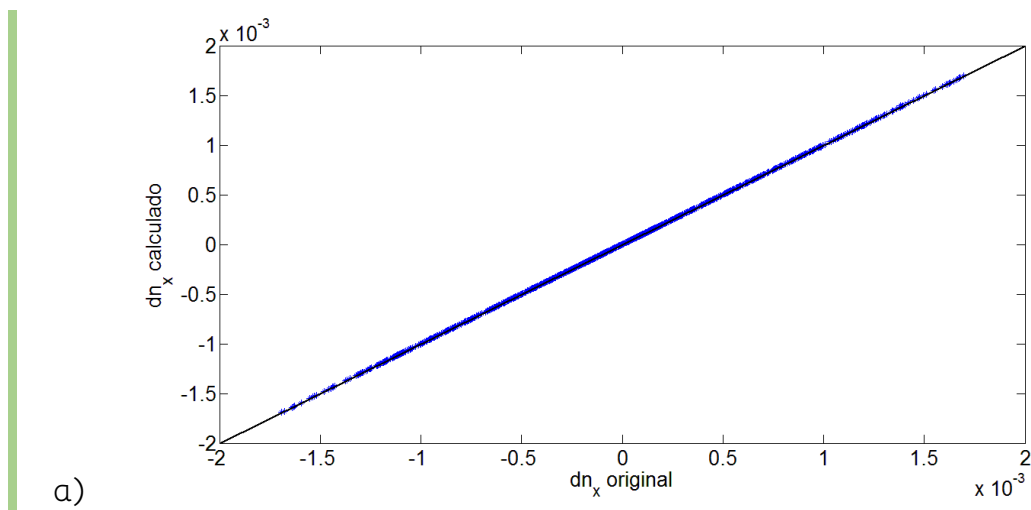
Figura 7.4.4: Gráficos de los resultados obtenidos con la red neuronal para el caso de tener descentramiento tanto en la lente L2 como en L3 y siendo nulo el desalineamiento en las variables de giro. Se representa en el eje de abscisas el valor de desalineamiento teórico y en el eje de ordenadas el valor de desalineamiento calculado. Se representa también la recta  $y=x$ .



Variable	X	Y	Z
L2	1.44e-04 mm	1.31e-04 mm	1.44e-04 mm
L3	1.55e-04 mm	1.52e-04 mm	1.59e-04 mm

Tabla 7.4.1: Valores de desviación media de los resultados obtenidos para el caso de aplicación de una red neuronal para descentramientos en las lentes L2 y L3 con valores de giros nulos en ambas.

También se ha ajustado una red neuronal para el caso de tener solamente valores de giro en las dos lentes pero teniendo valores de descentramiento nulos en ambas (ver figura 7.4.5 y desviaciones medias en tabla 7.4.2). Se ha utilizado una red neuronal de cinco capas y se ha empleado el Procedimiento1. Nuevamente, se han obtenido resultados satisfactorios.



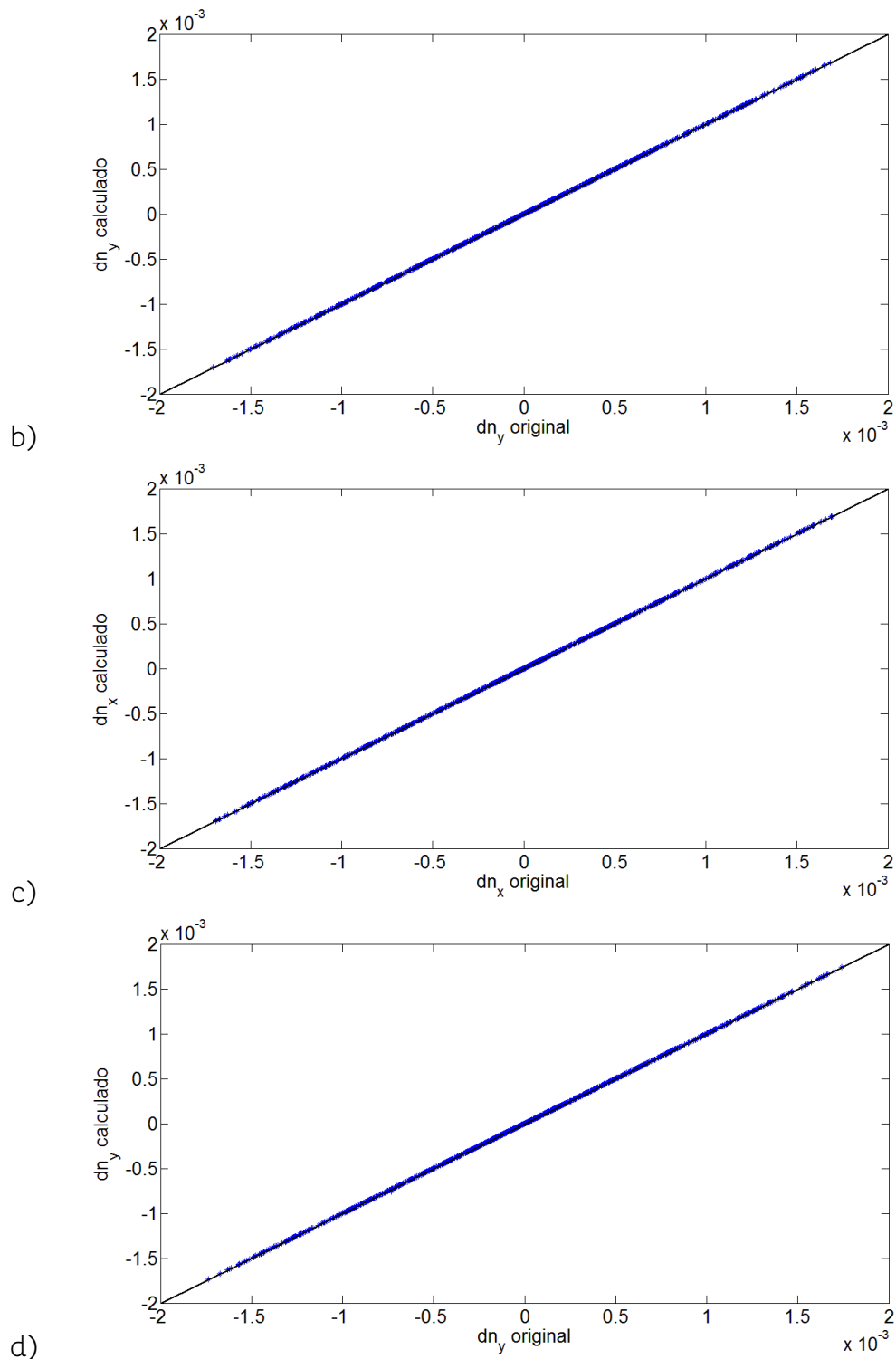


Figura 7.4.5: Gráficos de los resultados obtenidos con la red neuronal para el caso de tener solamente giro tanto en la lente L2 como en L3 y siendo nulo el desalineamiento en las variables de descentramiento. Se representa en el eje de abscisas el valor de desalineamiento teórico y en el eje de ordenadas el valor de desalineamiento calculado. Se representa también la recta  $y=x$ .

Variable	$n_x$	$n_y$
L2	1.13e-07	1.11e-07
L3	1.02e-07	1.29e-07

Tabla 7.4.2: Valores de desviación media de los resultados obtenidos para el caso de aplicación de una red neuronal para giros en las lentes L2 y L3 con valores de descentramiento nulos en ambas.

A la vista de estos análisis se puede concluir que ni la compensación de aberraciones ni el fenómeno de tener dos lentes desalineadas influyen negativamente en el resultado. Solamente al aumentar el número de variables de desalineamiento se obtienen resultados insatisfactorios, así pues cabe esperar que el número de grados de libertad sea la causa por la que ni el Procedimiento1 ni el Procedimiento2 son capaces de determinar el grado de desalineamiento en el caso de las dos lentes.

Para el estudio de la aplicación a la alineación de dos lentes se han considerado diez grados de libertad, tres de descentramiento y dos de giro para cada lente. Y se han utilizado 37 coeficientes de Zernike para entrenar las redes.

Recuérdese ahora el paralelismo entre un sistema de ecuaciones no lineales y las redes neuronales realizado en el capítulo 4. Se expuso que una red neuronal se puede utilizar en lugar de una función analítica (o un conjunto de ellas formando un sistema de ecuaciones) para realizar un ajuste entre dos conjuntos de datos. Tanto para un tipo de función de transformación como para el otro, si el número de coeficientes de Zernike no fuera igual o superior al número de variables, el sistema no sería resoluble. En términos de sistemas de ecuaciones, si el número de

ecuaciones linealmente independientes del sistema es menor que el número de incógnitas, este es indeterminado y no tiene solución [Castellet1996].

Si bien se han utilizado los primeros 37 coeficientes de Zernike y se tienen solo 10 incógnitas, si se analiza el tipo de frente de onda resultante del sistema desalineado se comprueba que ciertos coeficientes de Zernike del 1 al 37 no son significativos, esto es, su valor es mucho menor que el del resto de coeficientes, o lo que es lo mismo, su contribución a la descripción del frente de onda es muy pequeña.

En estas condiciones no se tienen 37 coeficientes de Zernike útiles (lo que equivaldría a tener 37 ecuaciones) sino un número inferior de ellos.

Este efecto tiene sentido en tanto que el tipo de aberraciones introducidas en el frente de onda a causa de los desalineamientos son mayormente las correspondientes a polinomios de orden angular y radial bajo para el sistema estudiado.

En la figura 7.4.6 se puede ver una representación de los primeros polinomios de Zernike según [Telopt] siguiendo la notación de Noll. En la figura 7.4.7 se puede ver la representación del frente de onda nominal y de tres frentes de onda correspondientes a estados de desalineamiento (con valores aleatorios tanto de descentramiento como de giro en ambas lentes dentro de los límites ya establecidos).

Si se compara la forma de los frentes de onda con los polinomios de Zernike, se ve que la forma del frente de onda es similar a los polinomios de orden angular bajo, ya que los frentes de onda de estados desalineados no presentan geometrías parecidas a las generadas por los polinomios de orden alto. Así que serán los polinomios de orden angular bajo los que

serán de utilidad para describir los frentes de onda con el propósito de hallar el desalineamiento de las lentes. En consecuencia, para los propósitos de determinación de desalineamiento de los distintos elementos a mayor orden angular o radial, menor es el peso del coeficiente de Zernike.

En la figura 7.4.8 se muestra una tabla con los valores promedio de la diferencia absoluta entre el valor del coeficiente para el estado desalineado respecto al del estado nominal. Se ha calculado este valor promedio  $P_j$  para cada coeficiente de Zernike  $z_j$  como:

$$P_j = \sum_{i=1}^n |z_{ij}^{desal} - z_j^{nom}| / n \quad (7.1)$$

Donde  $z_{ij}^{desal}$  es el valor del coeficiente de Zernike  $j$  para el estado de desalineamiento  $i$ ,  $z_j^{nom}$  es el valor del coeficiente de Zernike  $j$  para el estado nominal y  $n$  es el número de estados de desalineamiento considerados para hacer el promedio.

Se ha realizado el cálculo de  $P_j$  del valor de los coeficientes de Zernike para mil estados de desalineamiento aleatorio de las dos lentes ( $n=1000$ ). Se puede apreciar que cuanto mayores son el orden angular y radial del coeficiente, menor es su valor, por lo que menos contribución tiene en la representación del frente de onda.

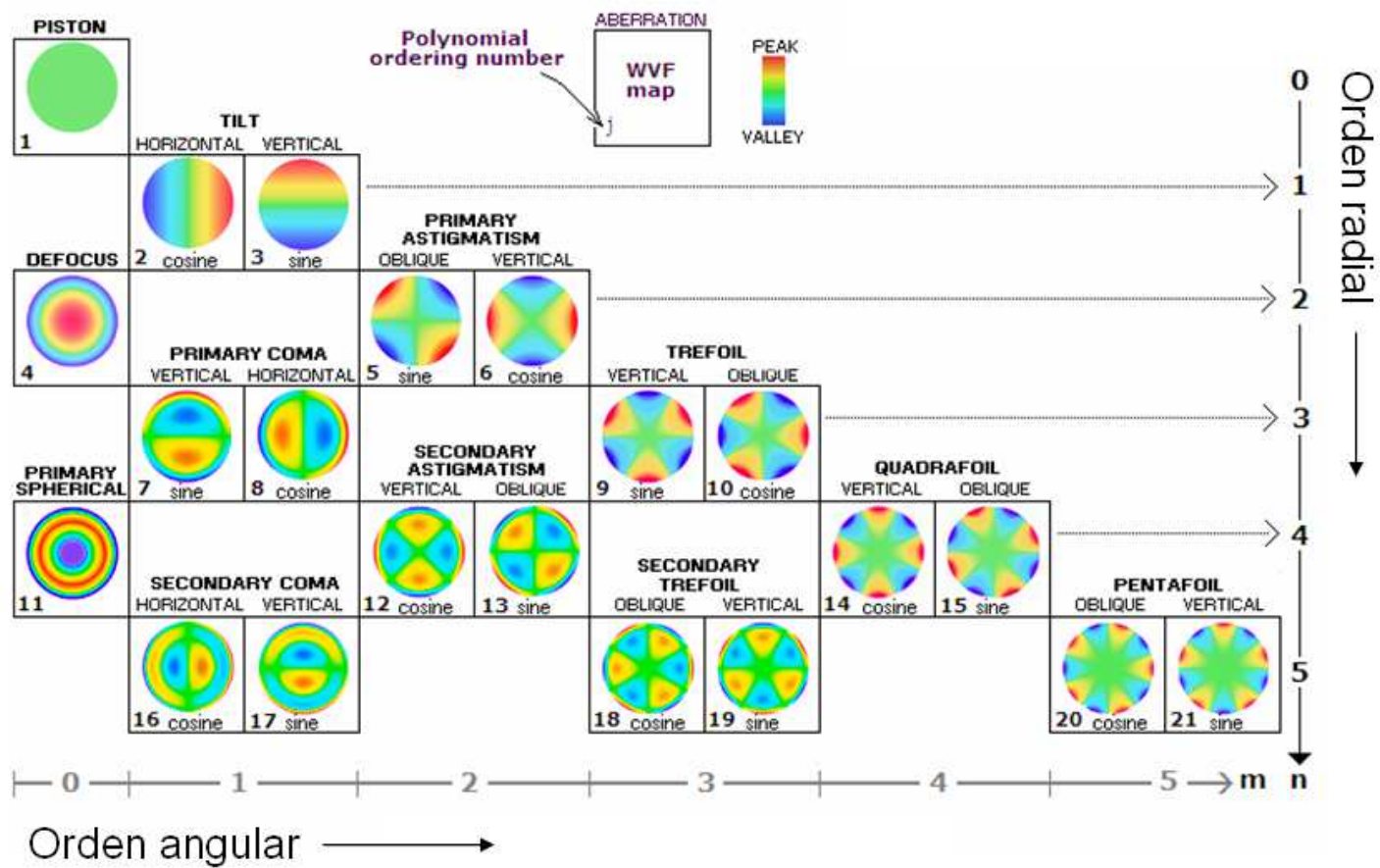


Figura 7.4.6: Esquema de la representación de los polinomios de Zernike para los primeros 21 términos según la notación de Noll que viene siendo empleada en esta tesis [Telopty].

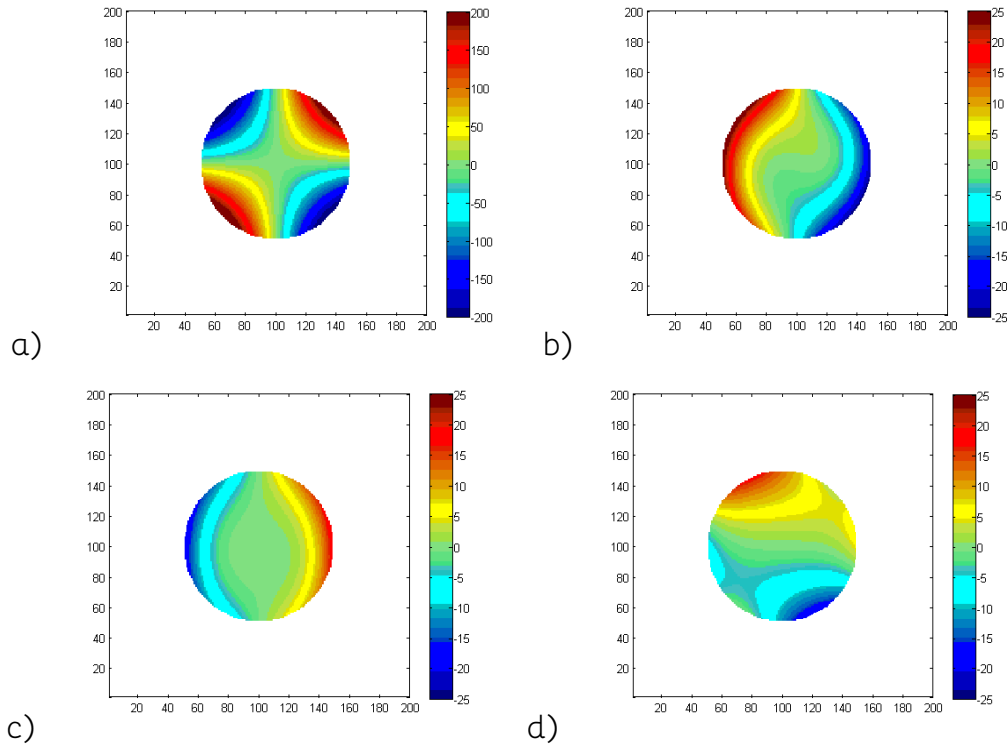


Figura 7.4.7: a) Representación del frente de onda nominal, b-d) Representación de tres ejemplos de la variación del frente de onda ante desalineamientos en las dos lentes respecto al frente de onda nominal en a).

En la tabla de la figura 7.4.8a se ve que el valor  $P_j$  es como máximo 5.435 (para  $z_3$ ) y disminuye cinco órdenes de magnitud en los órdenes angulares y radiales altos. Este fenómeno se puede ver también en la tabla 7.4.8b, en la que se muestran los valores porcentuales respecto al  $P_j$  máximo.

También se observa, a partir de los valores promedio  $P_j$ , que las principales aberraciones introducidas al desalinearse las dos lentes son tilt, coma, desenfoque y esférica (ver en la figura 7.3.6 la correspondencia de aberración con orden del coeficiente). Si bien contribuyen también las aberraciones de órdenes radiales superiores, a partir de orden angular 2 cae fuertemente la contribución de los polinomios de Zernike a la representación de la aberración del frente de onda.

0	0.614																			
1		5.415	5.435																	
2	0.404			0.079	0.079															
3		2.111	2.101			0.001	0.001													
4	0.211			0.021	0.021			1.81E-04	6.00E-05											
5		0.127	0.128			1.66E-04	1.65E-04			1.14E-04	1.17E-04									
6	0.042			0.002	0.002			2.84E-05	8.91E-05					3.57E-05	5.35E-05					
7		0.015	0.015			5.35E-05	5.31E-05			4.94E-05	4.83E-05							5.26E-05	5.37E-05	
8	0.004																			

a)

0	11.29																			
1		99.63	100.00																	
2	7.43			1.45	1.45															
3		38.84	38.66			0.01	0.01													
4	3.89			0.38	0.38			3.33E-03	1.10E-03											
5		2.34	2.35			3.06E-03	3.03E-03			2.09E-03	2.15E-03									
6	0.76			0.03	0.03			5.23E-04	1.64E-03					6.57E-04	9.85E-04					
7		0.27	0.27			9.84E-04	9.78E-04			9.09E-04	8.89E-04							9.67E-04	9.87E-04	
8	0.07																			

b)

Figura 7.4.8: Tabla de los valores promedio de la diferencia absoluta de los valores de los coeficientes de Zernike respecto al correspondiente valor del estado nominal ( $P_j$ ). Cálculo realizado para mil casos de desalineamiento aleatorio de las dos lentes. a) valor absoluto de  $P_j$ , b) valor porcentual relativo al  $P_j$  máximo.

Se destaca en naranja el conjunto de coeficientes que cumplen  $P_j > 5\%$  del  $P_j$  máximo.



Para evaluar la contribución de los coeficientes de Zernike a la representación del frente de onda, en base a los estudios realizados, se ha establecido el siguiente criterio:

*Se consideran significativos los coeficientes de Zernike tales que  $P_j > 5\%$  de  $P_j$  máximo.*

Siguiendo este criterio, para el caso analizado se obtiene que solamente hay 6 coeficientes de Zernike significativos (destacados en rojo en la tabla 7.3.9b), hecho que concuerda con la capacidad del método de resolver hasta seis variables de desalineamiento.

Se ha establecido así el criterio por el que se evalúa la cantidad de coeficientes significativos para un sistema óptico dado y por lo tanto el número de variables de desalineamiento que se pueden resolver.

Si se tienen más variables de desalineamiento que coeficientes de Zernike significativos, el sistema no será resoluble. Para poder resolverlo, habrá que obtener más coeficientes de Zernike significativos para realizar el cálculo de desalineamientos.

En conclusión, se ha mostrado que el uso del frente de onda para el cálculo de desalineamientos mediante el método propuesto viene limitado por el número de coeficientes de Zernike significativos frente al número de variables de desalineamiento del sistema óptico. Cuando el número de variables de desalineamiento es igual o inferior al número de polinomios de Zernike representativos de las variaciones del frente de onda, se pueden

calcular los desalineamientos. Cuando el número de variables de desalineamiento es mayor, no se pueden calcular los desalineamientos con un único frente de onda.

Con el fin de superar las restricciones que impone el número de coeficientes de Zernike significativos del sistema óptico, y poder realizar el cálculo de los valores de desalineamiento para más grados de libertad, se propone el uso simultáneo de frentes de onda del sistema óptico en eje y en campo.

La representación de los frentes de onda para diferentes posiciones de campo mediante polinomios de Zernike proporciona coeficientes de Zernike independientes entre ellos, pero que actúan sobre el mismo sistema óptico en el que se quiere determinar el estado de desalineamiento de los distintos elementos. Esto equivale, relacionándolo nuevamente con sistemas de ecuaciones, a tener más ecuaciones linealmente independientes en el sistema, aumentando así el número de variables de desalineamiento que se pueden hallar.

Se ha utilizado esta nueva estrategia, con más de un frente de onda, para la alineación de las dos lentes. Los resultados así obtenidos se presentan en el apartado siguiente.

## 7.5 Aplicación del método a la alineación de dos lentes a partir del frente de onda en eje y campo mediante el Procedimiento2

Se ha estudiado la nueva estrategia para el cálculo de desalineamientos de más de un elemento basada en el frente de onda en eje y en campo. Se ha utilizado el mismo sistema óptico y los mismos desalineamientos que en el apartado anterior, en el que las lentes L2 y L3 se consideraban desalineadas con cinco grados de libertad para cada una.

Para cada caso de desalineamiento se ha obtenido el frente de onda en eje y en dos posiciones de campo. Las posiciones de campo utilizadas han sido a un grado en Y, y a un grado en X (ver esquema con trazado de rayos en la figura 7.5.1). No es relevante en el cálculo la posición de campo escogida dado que el objetivo es obtener más información característica del sistema óptico para realizar el cálculo de los desalineamientos. Por consiguiente el resultado esperable con otras posiciones de campo (siempre dentro de los límites para los que está diseñado el sistema óptico) es el mismo.

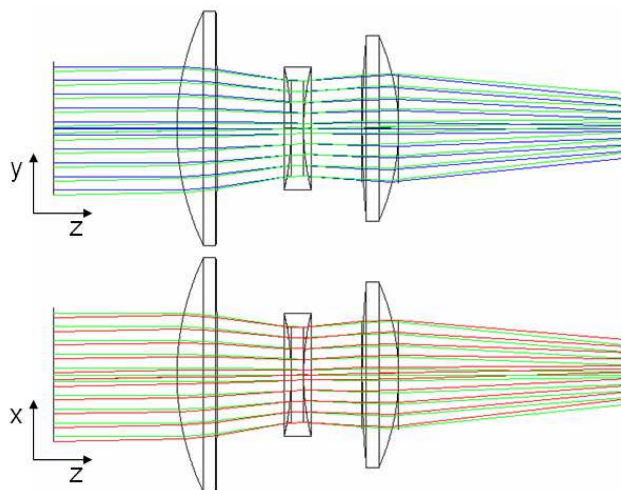


Figura 7.5.1: Esquemas de trazado de rayos para las tres posiciones de campo utilizadas en el cálculo: en eje (rayos en azul), a un grado en X (rayos en verde) y a un grado en Y (rayos en rojo).

Nuevamente, se ha simulado el sistema óptico obteniendo el frente de onda para desalineamientos aleatorios dentro de los límites de la tabla 7.5.1.

$x_1, x_2$	$y_1, y_2$	$z_1, z_2$	$\alpha_1, \alpha_2$	$\beta_1, \beta_2$
$\pm 0.1\text{mm}$	$\pm 0.1\text{mm}$	$\pm 0.1\text{mm}$	$\pm 0.1^\circ$	$\pm 90^\circ$

Tabla 7.5.1: Valores mínimo y máximo para cada variable de desalineamiento considerados en las simulaciones.

Para cada estado de desalineación se han obtenido tres frentes de onda: uno en eje y otro en cada una de las dos posiciones de campo, y se ha ajustado un polinomio de Zernike de 37 términos a cada frente de onda. De este modo, para cada estado de desalineamiento se han obtenido 111 coeficientes de Zernike, 37 por cada uno de los tres frentes de onda.

A efectos de cálculo se han utilizado más coeficientes de Zernike que los que marca el criterio anterior. De los 37 coeficientes se han utilizado los coeficientes de orden angular igual o menor a 2 (se indican en la figura 7.5.2 los coeficientes utilizados). Se han utilizado estos coeficientes en tanto que son los que tienen una contribución mayor a la representación de la variación del frente de onda frente a desalineamientos.

Los coeficientes de Zernike utilizados han sido, siguiendo la notación de Noll, los de  $j=(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 12, 13, 16, 17, 22, 23, 24, 29, 30, 37)$ . Teniendo 19 coeficientes de Zernike por cada una de las 3 posiciones de campo se tienen en total 57 coeficientes de Zernike para resolver las 10 variables de desalineamiento. Siguiendo un paralelismo con los sistemas de ecuaciones, esto equivaldría a tener un sistema sobredeterminado.

Aunque a primera vista parece que con los coeficientes que marca el criterio sería suficiente para realizar el cálculo, cabe recordar que el criterio se ha establecido solamente para discernir el número de variables resolubles. La razón por la que se utilizan más coeficientes es para sobre determinar el sistema y mejorar desde el punto de vista estadístico la solución del mismo. Esto es así dado que las redes neuronales se ajustan a un conjunto de datos, y un mejor muestreo del sistema ayuda al cálculo del mismo.

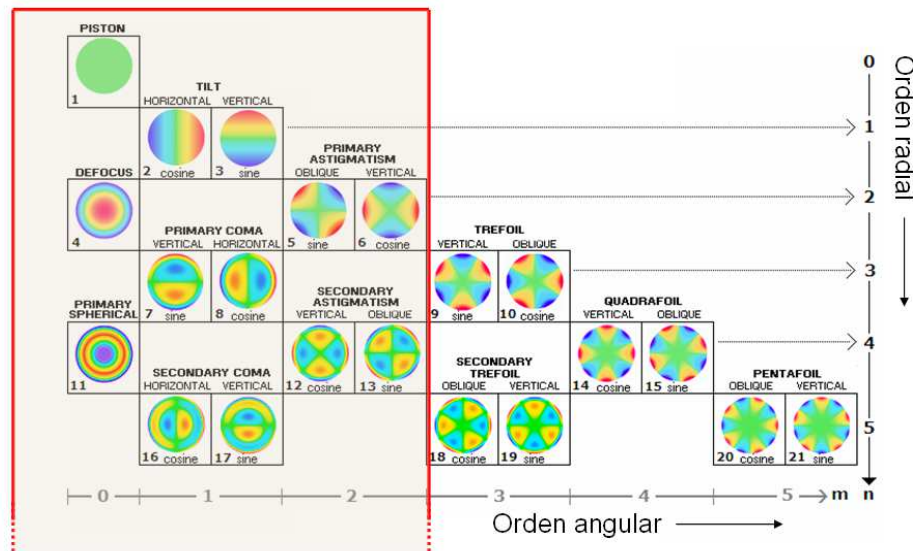


Figura 7.5.2: Esquema de la representación de los polinomios de Zernike para los primeros 21 términos donde se resalta mediante el rectángulo rojo el orden angular considerado en este apartado para el cálculo de desalineamientos.

Con estos 57 coeficientes de Zernike para cada caso de desalineamiento, se ha entrenado una red neuronal con 1000 samples utilizando el Procedimiento2 descrito en el capítulo 5.

Se ha utilizado el Procedimiento2 por su mayor capacidad de cálculo. Se ha dado primero más peso a las variables de giro respecto a las de descentramiento en ambas lentes. Los pesos utilizados se presentan en la

tabla 7.5.2. En este caso ha sido suficiente con una red neuronal de solamente tres capas de 20, 20 y 10 neuronas, se presenta el esquema de la red neuronal utilizada en la figura 7.5.3.

Lente	Peso en el descentramiento	Peso en el giro
L2	1	10e+05
L3	1	10e+05

Tabla 7.5.2: Pesos aplicados a las variables de desalineamiento de las lentes L2 y L3 para el Procedimiento1.

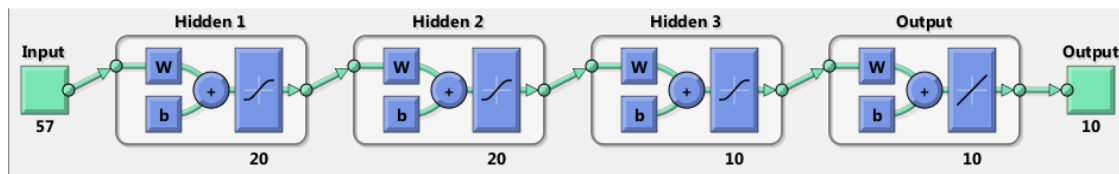


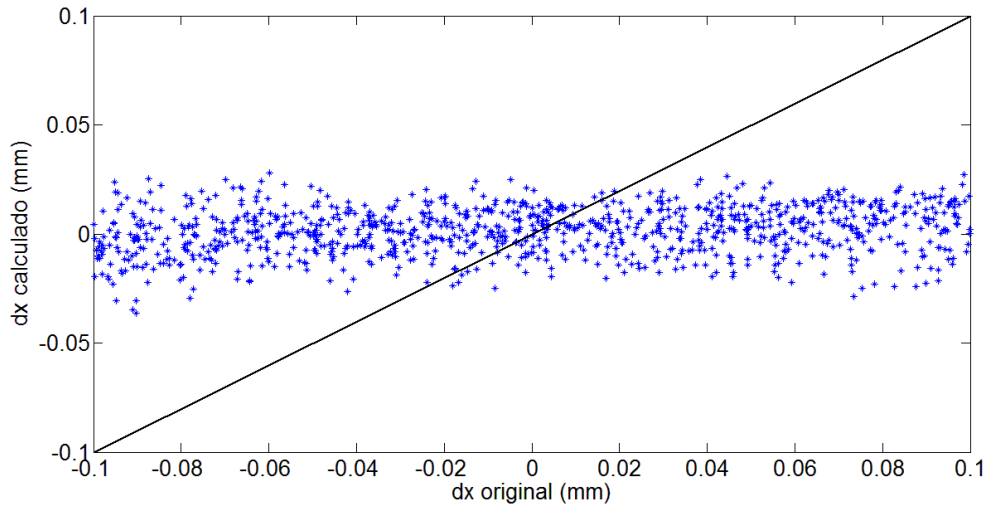
Figura 7.5.3: Esquema conceptual de la red neuronal utilizada.

Se presentan en la figura 7.5.4a y 7.5.4b los resultados del cálculo mediante red neuronal de los desalineamientos. En la tabla 7.5.3 se presentan las desviaciones medias obtenidas para cada variable. Como se puede ver se recupera el valor de giro en ambas lentes. Este valor de giro se puede corregir en el sistema óptico y aplicar de nuevo el método por red neuronal para calcular el descentramiento restante.

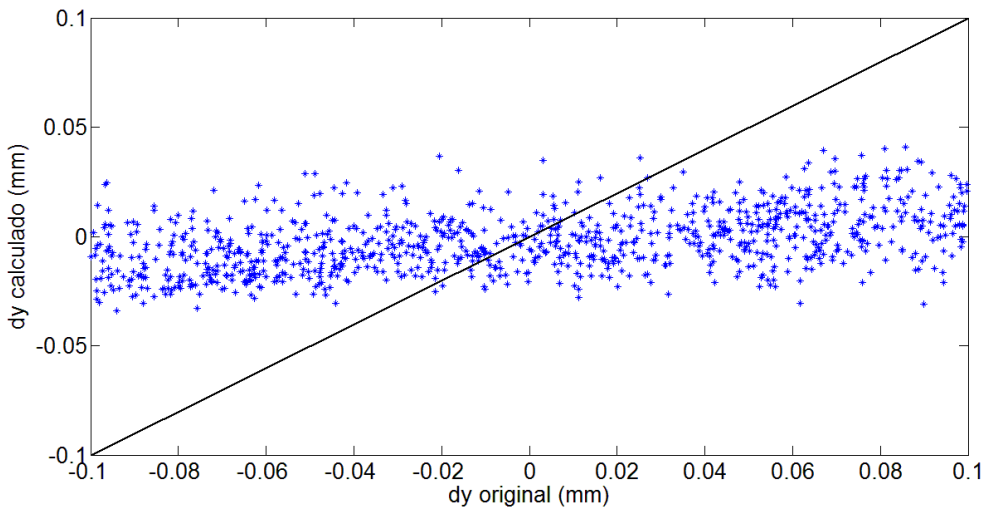
Variable	X	Y	Z	$n_x$	$n_y$
L2	0.048 mm	0.046 mm	0.032 mm	1.18e-06	0.95e-06
L3	0.045 mm	0.048 mm	0.038 mm	1.47e-06	1.31e-06

Tabla 7.5.3: Valores de desviación media de los resultados obtenidos para el caso de aplicación de una red neuronal para descentramientos y giros simultáneos mediante análisis en eje y campo.

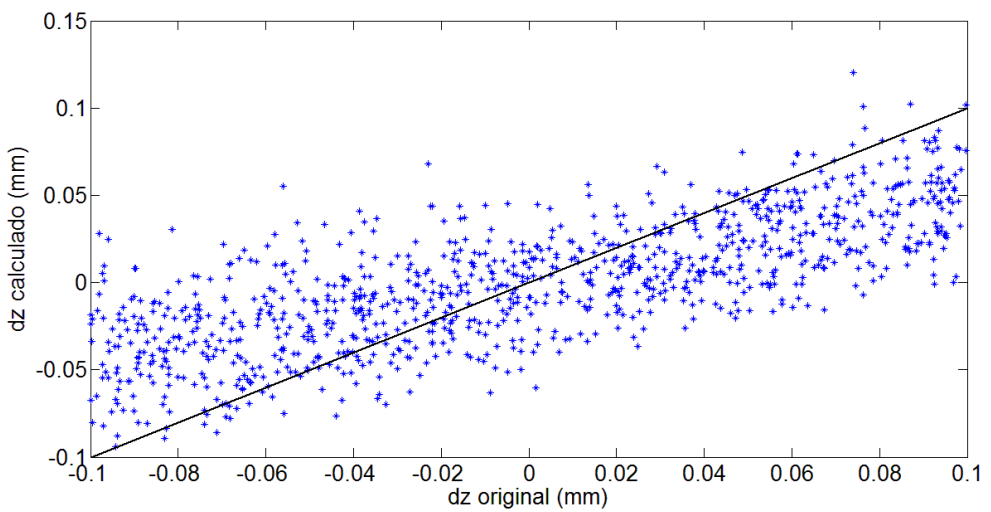
a)



b)



c)



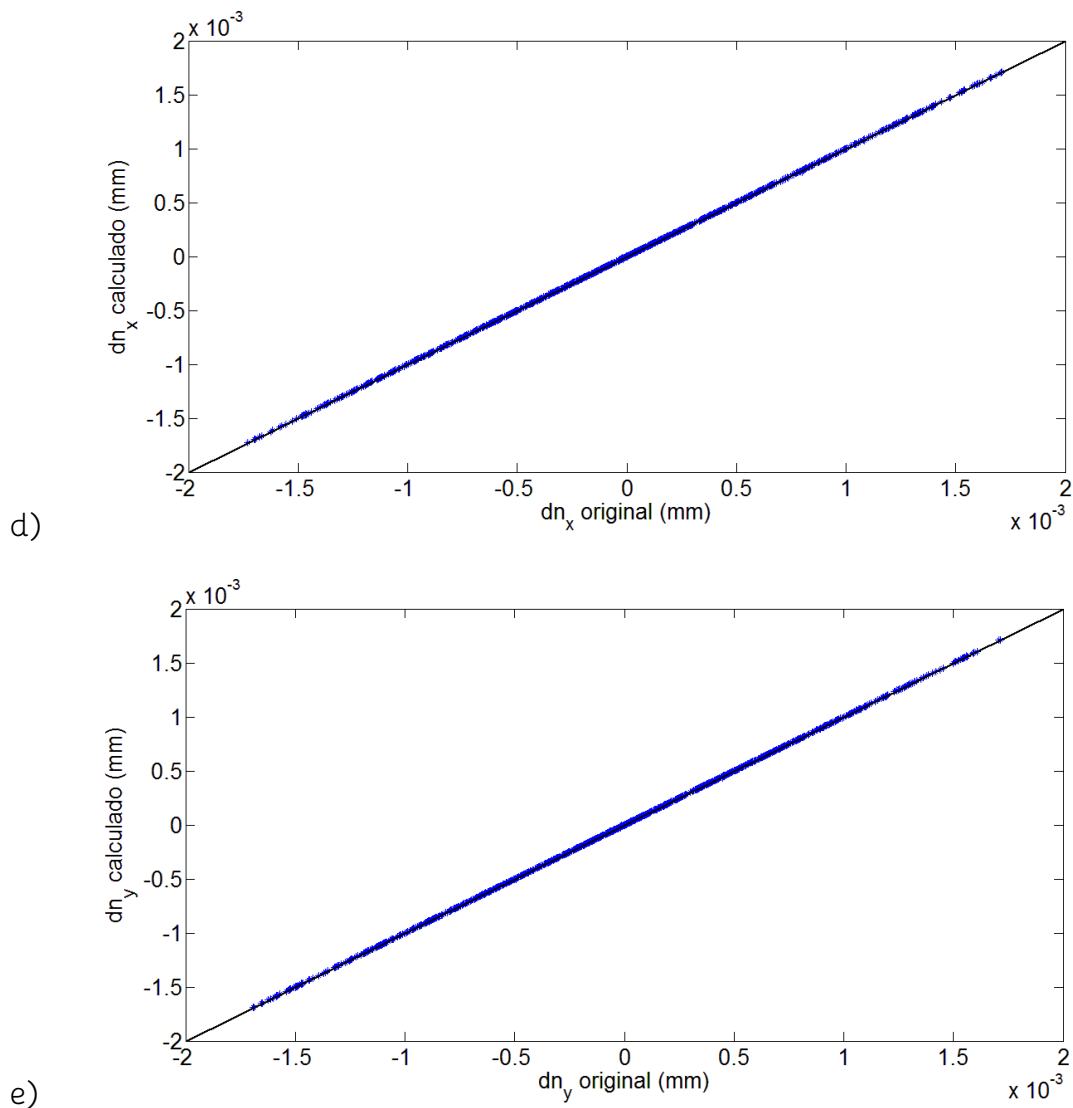
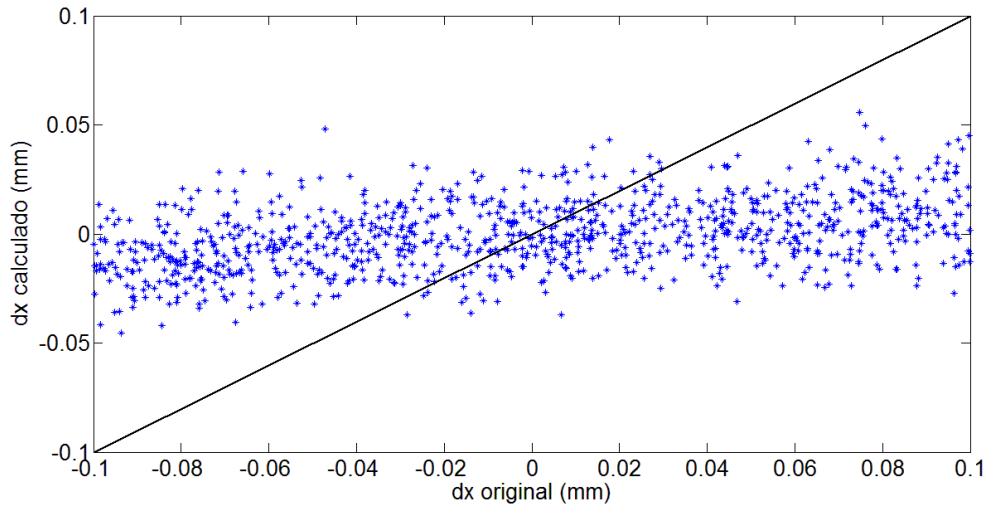


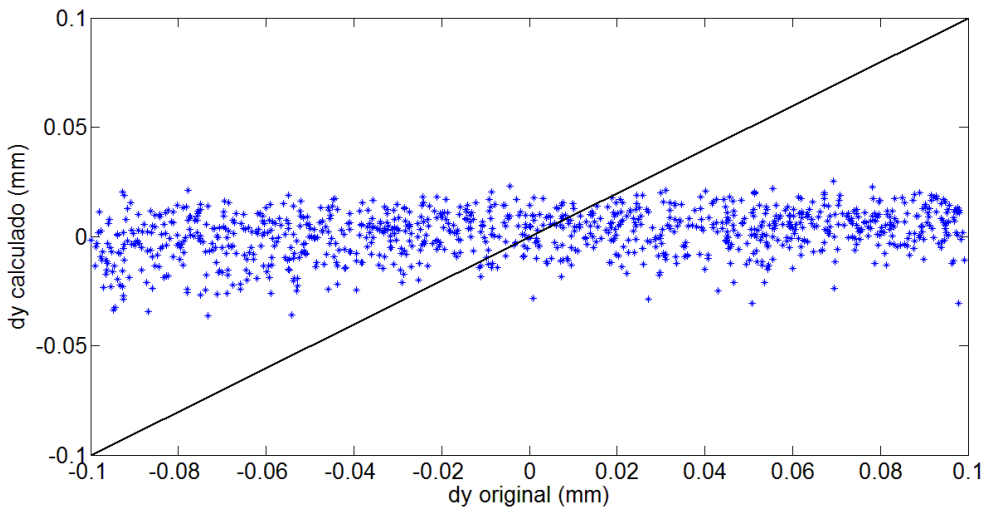
Figura 7.5.4a: Gráficos de los resultados obtenidos con la red neuronal para la lente L2 en el caso de tener tanto descentramiento como giro en L2 y L3 con análisis en eje  $y$  campo. Se representa en el eje de abscisas el valor de desalineamiento teórico y en el eje de ordenadas el valor de desalineamiento calculado. Se representa también la recta  $y=x$ .



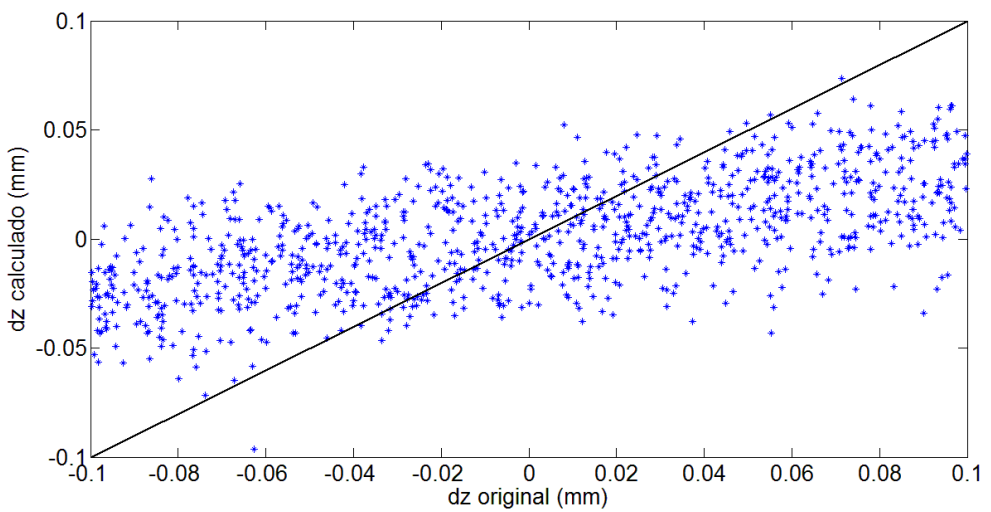
a)



b)



c)



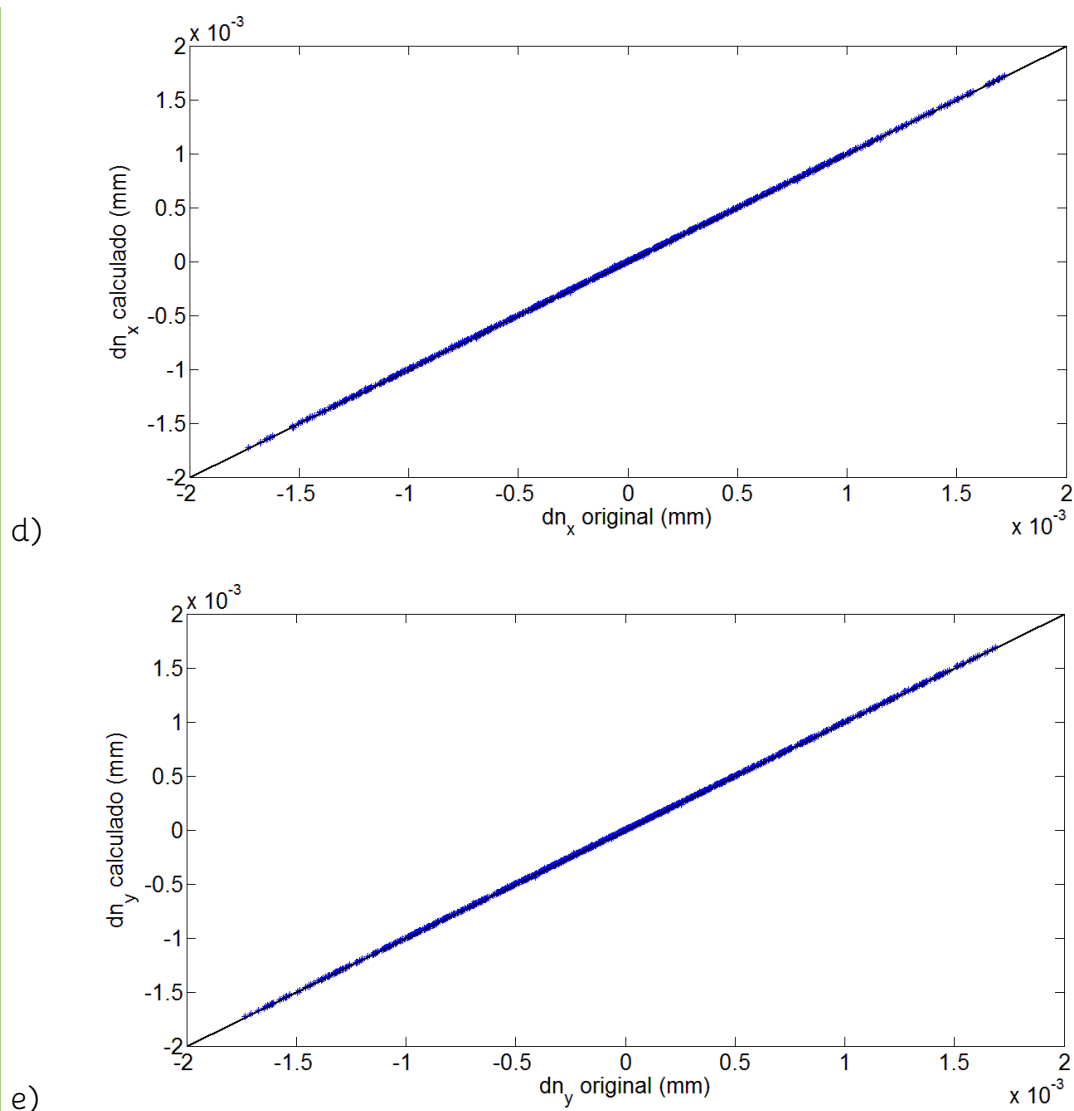
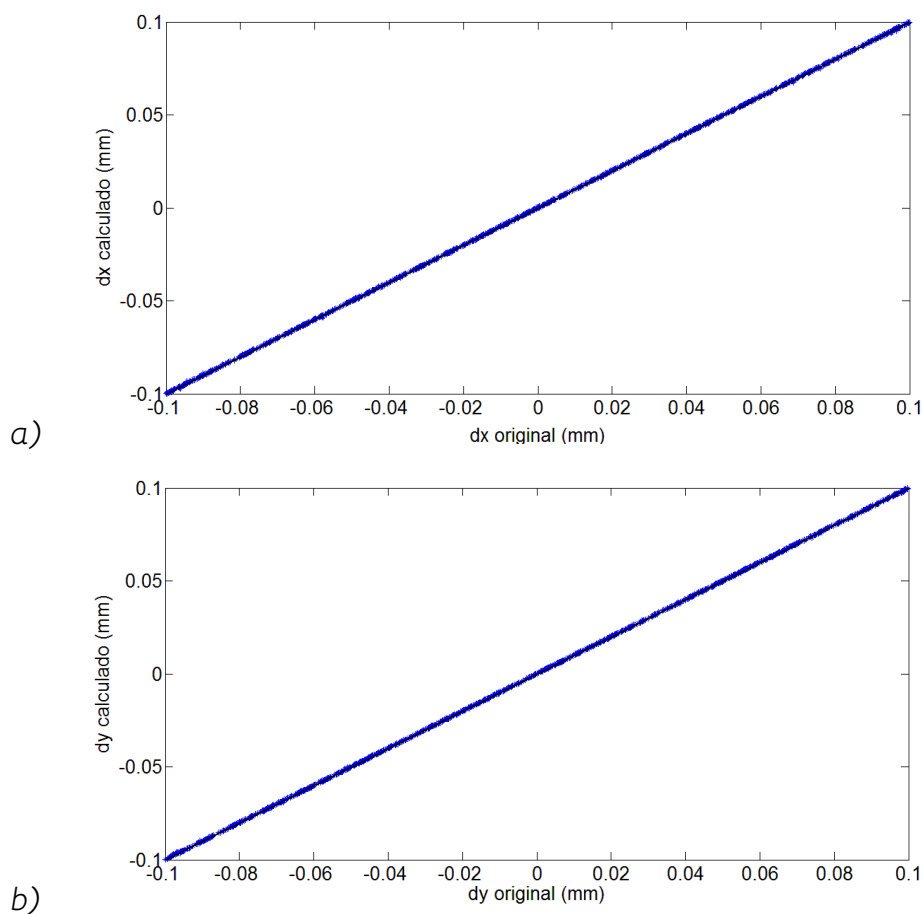


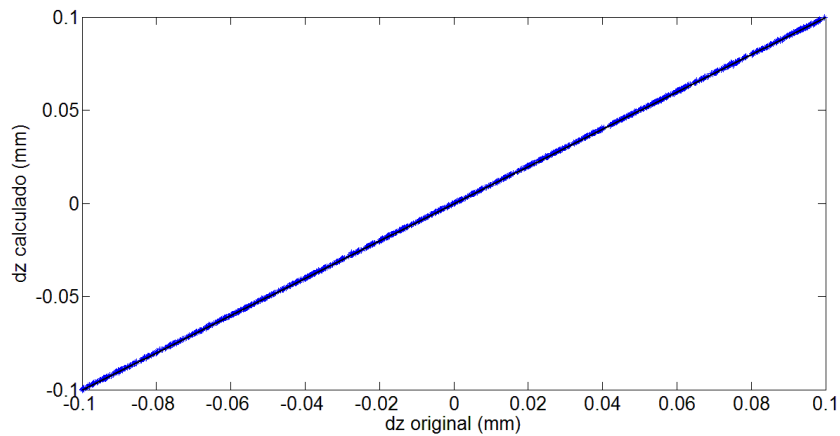
Figura 7.5.4b: Gráficos de los resultados obtenidos con la red neuronal para la lente L3 en el caso de tener tanto descentramiento como giro en L2 y L3 con análisis en eje  $y$  campo. Se representa en el eje de abscisas el valor de desalineamiento teórico y en el eje de ordenadas el valor de desalineamiento calculado. Se representa también la recta  $y=x$ .

Se ha corregido el giro en el sistema óptico y se ha vuelto a aplicar el proceso para calcular el descentramiento restante. Se ha utilizado la misma configuración de red neuronal de la figura 7.5.3. Los resultados obtenidos se presentan en las figuras 7.5.5a y 7.5.5b. Las desviaciones medias se presentan en la tabla 7.5.4. Como se puede observar se recupera el valor de desalineamiento mediante este procedimiento.

Variable	X	Y	Z
L2	1.43e-04 mm	1.44e-04 mm	1.42e-04 mm
L3	1.48e-04 mm	1.51e-04 mm	1.56e-04 mm

Tabla 7.5.4: Valores de desviación media de los resultados obtenidos para el caso de aplicación de la red neuronal para descentramientos en las lentes L2 y L3 con valores de giros nulos en ambas.





c)

Figura 7.5.5a: Gráficos de los resultados obtenidos con la red neuronal para la lente L2 en el caso de tener solamente descentramiento en L2 y L3 con análisis en eje y campo. Se representa en el eje de abscisas el valor de desalineamiento teórico y en el eje de ordenadas el valor de desalineamiento calculado. Se representa también la recta  $y=x$ .

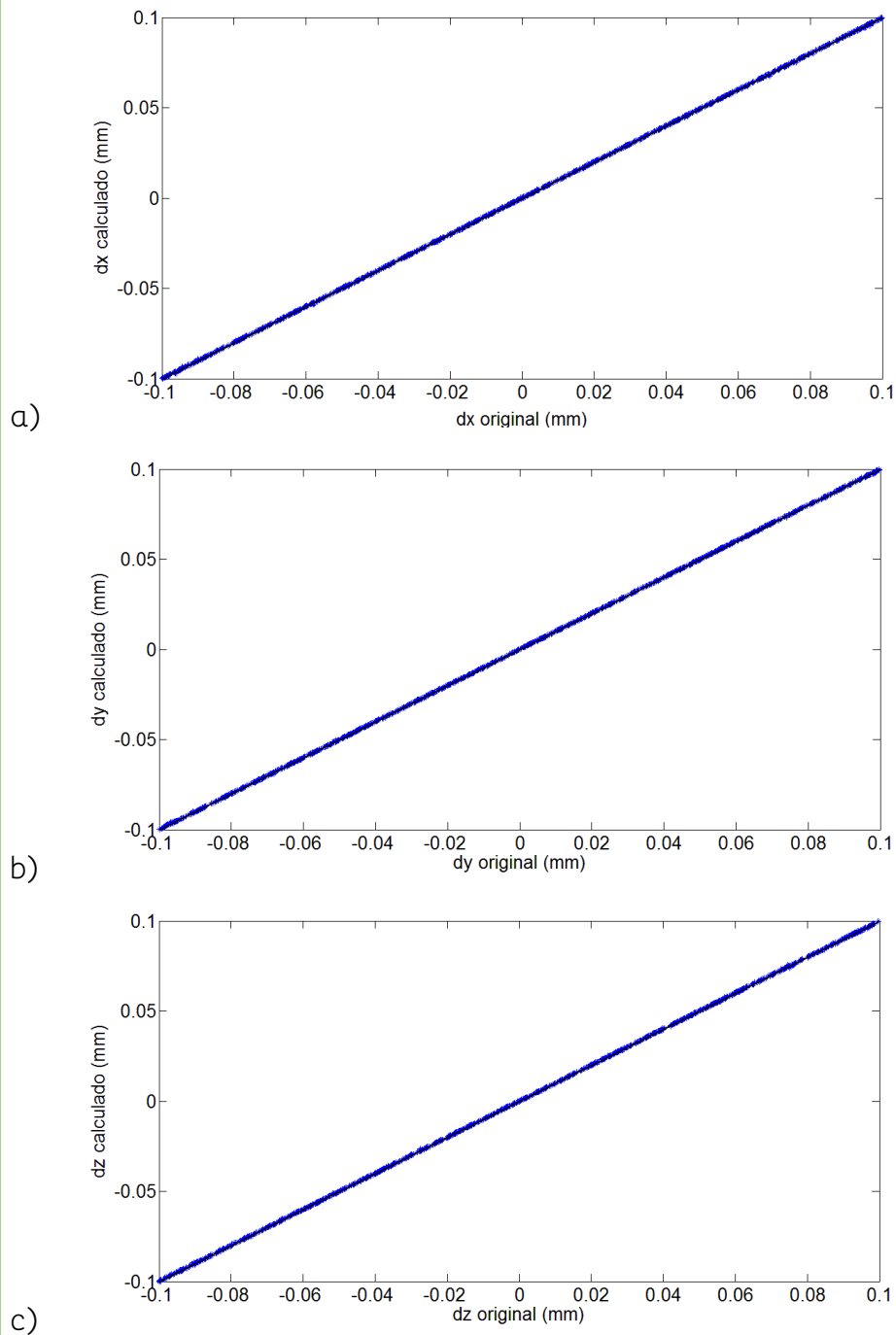


Figura 7.5.5b: Gráficos de los resultados obtenidos con la red neuronal para la lente L3 en el caso de tener solamente descentramiento en L2 y L3 con análisis en eje y campo. Se representa en el eje de abscisas el valor de desalineamiento teórico y en el eje de ordenadas el valor de desalineamiento calculado. Se representa también la recta  $y=x$ .

## 7.6 Análisis de los resultados obtenidos en la aplicación del método a la alineación de dos lentes mediante el frente de onda en eje y campo

Se resumen a continuación los resultados obtenidos en el estudio de la aplicación del método mediante redes neuronales a partir del frente de onda en eje y en dos posiciones de campo. Para analizar los resultados se ha tomado como valor de referencia la desviación media de cada variable de desalineamiento.

En la tabla 7.6.1 se pueden ver juntos todos los valores de desviaciones medias obtenidos, y en la tabla 7.6.2 se presentan estos mismos valores pero de forma porcentual respecto al valor máximo que puede tomar cada variable de desalineamiento, esto es, 0.1mm para los descentramientos y  $1.74e-03$  para los giros.

Lente	$\Delta x$ (mm)	$\Delta y$ (mm)	$\Delta z$ (mm)	$\Delta n_x$	$\Delta n_y$
L2	1.43E-04	1.44E-04	1.42E-04	1.18E-06	9.50E-07
L3	1.48E-04	1.51E-04	1.56E-04	1.47E-06	1.31E-06

Tabla 7.6.1: Valores de desviación media de los resultados obtenidos para el caso de aplicación de una red neuronal con el Procedimiento2 para descentramientos y giros simultáneos mediante análisis en eje y campo.

Lente	$\Delta x$ (%)	$\Delta y$ (%)	$\Delta z$ (%)	$\Delta n_x$ (%)	$\Delta n_y$ (%)
$\epsilon_j^{\max}$	0.1mm	0.1mm	0.1mm	$1.74e-03$	$1.74e-03$
L2	0.143	0.144	0.142	6.78E-02	5.46E-02
L3	0.148	0.151	0.156	8.45E-02	7.53E-02

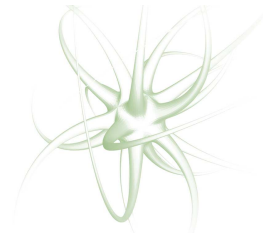
Tabla 7.6.2: Valores de desviación media porcentuales de los resultados obtenidos para el caso de aplicación de una red neuronal con el Procedimiento2 para descentramientos y giros simultáneos mediante análisis en eje y campo.

Como se puede observar en los valores porcentuales, la desviación media porcentual es menor al 1% para cada una de las diez variables por lo que, aplicando la condición de validez, se puede concluir que el resultado de aplicación del método mediante el Procedimiento2 es totalmente satisfactorio cuando se utilizan los coeficientes de Zernike correspondientes a frentes de onda en eje y en dos posiciones de campo para el sistema óptico estudiado.





# 8



## Conclusiones y trabajo futuro

A lo largo del texto de la tesis doctoral ya se han ido exponiendo las conclusiones alcanzadas. En la primera parte de este capítulo se recogen las conclusiones de la tesis doctoral de forma conjunta y resumida. En la segunda parte del capítulo, se plantean tres nuevas vías de investigación y desarrollo que surgen de forma natural a partir de esta tesis como trabajo futuro.

## 8.1 Conclusiones

1. Se ha obtenido una relación matemática entre las variables de desalineamiento de un sistema óptico y los coeficientes de Zernike correspondientes a la representación del frente de onda del sistema óptico por un conjunto de polinomios de Zernike.

Se ha utilizado la propiedad aditiva de las aberraciones para relacionar el frente de onda del sistema óptico con los desalineamientos de una de sus lentes. Se ha partido de la representación del frente de onda mediante los polinomios de Zernike y se ha demostrado que se pueden desarrollar los coeficientes de Zernike en serie de potencias en función de las variables de desalineamiento. A partir de dichos desarrollos en serie de potencias ha sido posible establecer una relación matemática entre los coeficientes de Zernike y las variables de desalineamiento de un sistema óptico.

2. Se ha desarrollado un nuevo método general de cálculo de desalineamientos en sistemas ópticos. El método utiliza una función de transformación entre los valores de los coeficientes de Zernike de un frente de onda y los desalineamientos del sistema. La función, una vez ajustados sus parámetros internos por simulación, permite calcular los desalineamientos del sistema óptico.

A lo largo de la tesis se han expuesto distintos métodos existentes para la detección de desalineamientos. Sin embargo, se ha detectado un claro vacío en cuanto a métodos de cálculo de desalineamientos en sistemas ópticos.

El método desarrollado parte del frente de onda del sistema. El frente de onda es descrito mediante polinomios de Zernike y los valores de los coeficientes de Zernike de este polinomio son utilizados para calcular los desalineamientos del sistema óptico. Para ello se requiere conocer el diseño detallado del sistema óptico y obtener por simulación el frente de onda para múltiples estados de desalineamiento. A partir de esta información se ajustan una serie de parámetros internos de la función de transformación para que permita obtener, a partir de los valores de los coeficientes de Zernike, los valores de los desalineamientos.

### **3. Se han planteado tres funciones de transformación diferentes y se han desarrollado los algoritmos para aplicarlas.**

Se han expuesto tres posibles funciones de transformación que relacionan los valores de los coeficientes de Zernike con el de las variables de desalineamiento. Las funciones de transformación desarrolladas son: sistema de ecuaciones lineales, sistema de ecuaciones no lineales y redes neuronales. Para cada una de estas funciones de transformación se ha desarrollado un algoritmo que la ajusta al sistema óptico y permite luego aplicarla ante un nuevo caso de desalineamiento.

### **4. Se ha generado el conjunto de datos de desalineamiento y se han obtenido por simulación los coeficientes de Zernike de los frentes de onda correspondientes para un triplete de Cooke.**

Mediante el algoritmo desarrollado a tal efecto, se han generado estados de desalineamiento aleatorios tanto para descentramiento y giro, como para ambos combinados, dentro de los límites considerados. Los

desalineamientos se han aplicado por simulación a la segunda lente de un triplete de Cooke. Para cada estado de desalineamiento se ha obtenido el frente de onda por simulación, se ha ajustado un conjunto de polinomios de Zernike y se han obtenido los valores de los correspondientes coeficientes de Zernike.

**5. Se ha aplicado el método mediante la función de transformación por sistema de ecuaciones lineales a un triplete de Cooke y se ha analizado su viabilidad a partir de los resultados obtenidos.**

La función de transformación por sistema de ecuaciones lineales realiza el cálculo del desalineamiento mediante una matriz de ajuste. La matriz se ha ajustado mediante un conjunto de casos conocidos de desalineamiento con sus coeficientes de Zernike correspondientes.

Un procedimiento de cálculo similar se ha encontrado en la bibliografía [Kim2005] pero utilizando solamente algunos coeficientes de Zernike de orden bajo.

Se ha visto en los resultados de esta tesis que este proceso de cálculo proporciona resultados satisfactorios solo en el caso de tener únicamente giro. No obstante, no proporciona resultados satisfactorios ni para el caso de tener descentramiento, ni para el caso de tener tanto descentramiento como giro en el elemento del sistema óptico considerado.

**6. Se ha aplicado el método mediante la función de transformación por sistema de ecuaciones no lineales a un triplete de Cooke y se ha analizado su viabilidad a partir de los resultados obtenidos.**

La función de transformación por sistema de ecuaciones no lineales estudiada realiza el cálculo mediante la resolución de un sistema de ecuaciones no lineales. Los parámetros de las ecuaciones se han ajustado mediante un conjunto de casos conocidos de desalineamiento con sus valores de los coeficientes de Zernike correspondientes.

Con esta función de transformación se obtienen, para el caso de tener solamente descentramientos o solamente giros, errores menores que con la función de transformación anterior. Sin embargo, no se han obtenido resultados satisfactorios para el caso de tener tanto descentramiento como giro simultáneos en el elemento desalineado.

**7. Se ha aplicado el método mediante la función de transformación por redes neuronales a un triplete de Cooke y se ha analizado su viabilidad a partir de los resultados obtenidos.**

La tercera función de transformación estudiada utiliza una red neuronal para calcular los desalineamientos. Mediante esta función de transformación se han desarrollado y aplicado dos procedimientos diferentes: el Procedimiento1 con una única red neuronal y el Procedimiento2 con dos redes neuronales aplicadas en dos pasos.

**7.1 El Procedimiento1 proporciona resultados satisfactorios para desalineamientos que contengan solamente descentramiento o solamente giro.**

Se ha aplicado el Procedimiento1 a la alineación de la segunda lente del triplete de Cooke obteniendo desviaciones medias porcentuales inferiores al 0.01% tanto para el caso de tener solamente

descentramiento como solamente giro. Para el caso de tener ambos se han obtenido desviaciones porcentuales de entre el 10% y el 42%.

### **7.2 El Procedimiento2 proporciona resultados satisfactorios para el caso de desalineamientos que contengan tanto descentramiento como giro.**

Se ha aplicado el Procedimiento2 a la alineación de la segunda lente del triplete de Cooke. Este procedimiento calcula con una primera red neuronal los valores de giro, se corrigen estos valores en el sistema óptico, se obtiene el nuevo frente de onda resultante y con una segunda red neuronal se calculan los descentramientos restantes. Con este procedimiento2 se han obtenido desviaciones medias porcentuales inferiores al 0.02% para el caso de tener tanto descentramiento como giro.

### **7.3 Se ha establecido un criterio para discernir cuando será posible emplear el Procedimiento2 con buenos resultados.**

Se ha establecido como criterio que, si la desviación media porcentual en el Procedimiento1 es inferior al 20%, con el Procedimiento2 se puede esperar un resultado satisfactorio en el cálculo de los desalineamientos que contengan tanto giro como descentramiento.

**8. Se ha aplicado el método mediante la función de transformación por redes neuronales a la alineación de dos lentes del triplete de Cooke y se ha analizado la viabilidad a partir de los resultados.**

Se ha aplicado el método desarrollado para calcular el desalineamiento de dos elementos del triplete de Cooke. En este análisis se ha empleado el mismo triplete que en los casos anteriores, aunque en este caso se han considerado desalineamientos en la segunda y la tercera lente. Se ha aplicado la función de transformación por redes neuronales mediante el Procedimiento1 no obteniendo un resultado satisfactorio. En base a las desviaciones medias porcentuales obtenidas y aplicando el criterio del punto 7.3 de las conclusiones, se ha mostrado que no era posible tampoco obtener un resultado satisfactorio en el cálculo de desalineamientos mediante el Procedimiento2.

#### 9. Se ha generalizado el método para obtener el valor de los desalineamientos de más de un elemento del sistema óptico.

Se ha analizado la fenomenología en el caso de estar las dos lentes desalineadas para hallar el motivo por el que en este caso no se obtenían resultados satisfactorios al calcular los desalineamientos por los procedimientos desarrollados. Se ha analizado la variabilidad de los coeficientes de Zernike frente a desalineamientos y se ha hallado que solamente los de orden bajo tienen una contribución significativa a la representación de frentes de onda correspondientes a estados desalineados. Se ha llegado a la conclusión de que un único frente de onda no es suficiente para calcular el desalineamiento de dos lentes por ser el número de coeficientes de Zernike significativos inferior al número de variables de desalineamiento a resolver, ya que la cantidad de coeficientes

de Zernike significativos debe ser mayor cuanto mayor sea el número de variables a resolver.

**9.1 Se ha establecido un criterio para discernir cuántas variables de desalineamiento se pueden resolver.**

Se han analizado los valores de los coeficientes de Zernike a través de su valor promedio  $P_j$  dentro de los límites estudiados, y se ha establecido un criterio para cuantificar los coeficientes más significativos. Este valor se ha relacionado con la cantidad de variables de desalineamiento que se pueden resolver. El criterio establece que se consideran significativos los coeficientes de Zernike tales que  $P_j > 5\%$  de  $P_j$  máximo.

**9.2 Se ha generalizado el método mediante el uso de frentes de onda fuera de eje para aumentar la cantidad de coeficientes de Zernike significativos y poder hallar el valor de los desalineamientos para más de un elemento desalineado.**

Se han obtenido, para los mismos valores de desalineamiento, los valores de los coeficientes de Zernike correspondientes a los frentes de onda de tres posiciones de campo. El aumento del número de frentes de onda permite tener un número mayor de coeficientes de Zernike significativos con los que entrenar la red neuronal. Se ha entrenado la red neuronal solamente con los coeficientes de Zernike de orden angular igual o menor a dos. Se han utilizado estos coeficientes de Zernike del frente de onda en eje y en dos posiciones de campo, con dos redes neuronales más sencillas que en los casos anteriores, para



calcular los desalineamiento de las dos lentes del triplete de Cooke con el Procedimiento 2. Se han obtenido valores de desalineamiento para las dos lentes con una desviación media porcentual inferior al 0.2%.

#### 10. El método desarrollado permite obtener los valores de desalineamiento de forma unívoca.

A diferencia de otros métodos alternativos como puede ser el uso de funciones de optimización (ver capítulo 2), mediante el uso de redes neuronales no se tienen efectos de mínimos locales o efectos similares, por lo que el resultado es unívoco dentro de su margen de error.

Recuperando los objetivos planteados en el capítulo 1, se puede resumir la consecución de los objetivos iniciales en que:

1. **Se ha desarrollado la base matemática que demuestra la viabilidad conceptual del método.** Se ha demostrado que se pueden relacionar los coeficientes de Zernike del frente de onda emergente de un sistema óptico con los desalineamientos del mismo, aproximando el comportamiento de los coeficientes de Zernike en frente de desalineamientos por un desarrollo en serie de potencias alrededor del estado de desalineamiento cero.
2. **Se ha establecido el proceso de cálculo mediante tres funciones de transformación.** A partir de la matemática desarrollada, se han

desarrollado tres funciones de transformación: por sistema de ecuaciones lineales, sistema de ecuaciones no lineales, y por redes neuronales.

- 3. Se ha analizado la viabilidad del método aplicándolo mediante las tres funciones de transformación a un triplete de Cooke con desalineamientos aleatorios.** Se han realizado simulaciones de un sistema óptico con uno de sus elementos en diferentes estados de desalineamiento y se ha aplicado el método mediante las tres funciones de transformación planteadas. Se han obtenido resultados satisfactorios en el caso de tener solamente descentramiento o giro con las tres funciones. Para el caso de tener tanto descentramiento como giro se han obtenido resultados satisfactorios con la función de transformación por redes neuronales mediante un proceso de doble paso en el que a partir de una primera medida del frente de onda se calcula el giro del elemento y, una vez corregido, se realiza una nueva medida del frente de onda. A partir del nuevo frente de onda se calcula el descentramiento del elemento.
- 4. Se ha generalizado el método para la alineación de más de un elemento.** Se ha aplicado la función de transformación por redes neuronales a la alineación de dos lentes de un sistema óptico. Se han analizado los resultados y se ha llegado a la conclusión de que es viable el método si se utilizan frentes de onda en diferentes posiciones de campo, abriendo por lo tanto una nueva vía de investigación para la alineación de sistemas ópticos complejos.

## 8.2 Trabajo futuro y posibles aplicaciones del método

El método de cálculo de desalineamientos presentado en esta tesis doctoral sienta las bases para una futura línea de investigación y desarrollo en el ámbito de las técnicas de alineamiento de sistemas ópticos. El método desarrollado se ha validado con un sistema formador de imagen por simulación. Sin embargo, en el planteamiento conceptual del método no se restringen en ningún momento las características del sistema óptico, ni el número de elementos ni su complejidad. Esto permite abrir múltiples líneas de investigación en la aplicación del método. Se plantean a continuación tres posibles vías de investigación:

- Una primera vía de investigación es la realización de pruebas experimentales de aplicación del método. Esta vía debería estudiar la inclusión de los fenómenos de los errores experimentales en el entrenamiento de las redes neuronales. Habría que determinar también qué técnica de medida de frente de onda es más adecuada para la precisión que requiere el proceso de cálculo, si bien esto dependerá del sistema óptico, ya que no todos los elementos desalineados afectan por igual al frente de onda
- Una segunda vía de investigación es la adaptación y validación del método de cálculo para sistemas no formadores de imagen, como pueden ser los sistemas de iluminación LED. Los procesos de producción de estos sistemas están todavía en vías de desarrollo y optimización, y en el ámbito de los sistemas de control de calidad tendría interés el desarrollo de un dispositivo integrado en línea de

producción que permitiera guiar el centrado de la óptica respecto a las fuentes LED.

- Una tercera vía de investigación sería el estudio de los límites del método. Se ha estudiado en este trabajo el uso de la medida de frentes de onda fuera de eje para el cálculo de desalineamientos en más de un elemento, pero cabría investigar la extensión a sistemas más complejos con más de dos elementos desalineados. Sería de interés el estudio de ajuste de redes neuronales capaces de dar el valor de desalineamiento de sistemas ópticos complejos, como podría ser un telescopio cuyo espejo primario esté formado por múltiples partes, como el caso mencionado en el capítulo 2 del GMT (Giant Magellan Telescope). Se ha expuesto y referenciado en el capítulo 2 el sistema de alineación que utilizan. Sin embargo, sería de interés comparar resultados del método que presenta esta tesis con el del GMT y estudiar si el uso combinado de más de un método mejora el resultado.

---

## Bibliografía

---

**[Aei\_web]**

<http://www.aeiboston.com/>

**[Abramowitz1972]**

Abramowitz, Milton; Stegun, Irene A.

*Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*

New York: Dover Publications, 1972

**[Ahmad1990]**

Ahmad, Anees

*Fabrication Techniques for high resolution lens assemblies,*

Proc. SPIE Vol. 1335, p. 194-198, Dimensional Stability, Roger A. Paquin; Ed.

**[Apostol1996]**

Tom M. Apostol

*Análisis matemático*

Reverte, 1996

**[Arasa2009\_1]**

Arasa, J.; Oteo, E.; Blanco, P.; Rojo, S.; Cifuentes, A.

*Development of a compact tool for sealing the compensator group in final stages of alignment*

Advances in Optomechanics. Edited by Hatheway, Alson E.. Proceedings of the SPIE, Volume 7424 (2009), pp. 74240S-74240S-10 (2009).

**[Arasa2009\_2]**

Arasa, J.; Oteo, E.; Blanco, P.

*High precision alignment technique through quality image analysis*

Optical Measurement Systems for Industrial Inspection VI. Edited by Lehmann, Peter H.. Proceedings of the SPIE, Volume 7389 (2009)., pp. 73892L-73892L-10 (2009).

**[Ares 2007]**

M. Ares, S. Royo, J. Caum,

*Shack-Hartmann sensor based on a cylindrical microlens array*

Opt. Soc. America, Vol. 32, No. 7, (2007)

**[Atchison 1997]**

D.A. Atchison, G. Smith,

*The eye and visual optical instruments*

Cambridge University Press, (1997), ISBN: 0-521-47820-0.

**[Bala1995]**

John L. Bala

*Automated optical assembly*

Proc. of SPIE Vol. 2622, Optical Engineering Midwest '95, ed. R P Guzik (Aug 1995)

**[Barry 1992]**

R. Barry Johnson

*An historical perspective on understanding optical aberration*

Proc Spie VCR41, p 19-29, (1992 )

**[Bass 1995]**

Michael Bass

*Handbook of Optics Vol. 2*

McGraw-Hill, (1995), ISBN: 0-07-047974-7.

**[Bhattacharya 1991]**

J. C. Bhattacharya

*Measurement of the focal length of a collimating lens using the Talbot effect and the moiré technique*

Appl. Opt. Vol. 30, No. 31, (1991)

**[Booth2002]**

M. Booth, M. Neil, R. Juskaitis, T. Wilson

*Adaptive aberration correction in a confocal microscope*

Proc Natl Acad Sci U S A. 2002 April 30; 99(9): 5788–5792.

**[Born 1999]**

M. Born, E. Wolf,

*Principles of Optics 7th (extended) edition*

Cambridge University Press, (1999), ISBN: 0-521-642221.

**[Brock 2005]**

Neal Brock, John Hayes, Brad Kimbrough, James Millerd, Michael North-Morris, Matt Novak and James C. Wyant

*Dynamic Interferometry*

Proceedings of SPIE Vol. 5875 (SPIE, Bellingham, WA), page 58750F-1, 2005

**[Burge2006]**

J. H. Burge, L. B. Kot, H. M. Martin, R. Zehnder, C. Zhao

*Design and analysis for interferometric measurements of the GMT primary mirror segments*

Proc. SPIE. 6273, Optomechanical Technologies for Astronomy 6273OM (June 14, 2006) doi: 10.1117/12.672484

**[Canabal 2001]**

Héctor Canabal, Jose Alonso, Eusebio Bernabeu

*Laser beam deflectometry based on a subpixel resolution algorithm*

Opt.. Eng. Vol. 40 No.11, (2001)

**[Carvalho 2005]**

L. A. Carvalho

*Accuracy of Zernike Polynomials in Characterizing Optical Aberrations and the Corneal Surface of the Eye*

Invest. Ophthalmol. Vis. Sci. June 2005 vol. 46 no. 6 1915-1926

**[Castellet1996]**

Manuel Castellet, Irene Llerena

*Álgebra Lineal y Geometría*

Reverte, 1996

**[Caum2010]**

Jesus Caum Aregay

*Caracterización de frentes de onda densamente muestreados*, Tesis doctoral, 2010.

**[Conrady1919]**

A.E. Conrady

*Decentred lens Systems*

Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 79, p.384-390

**[Dirksen2002]**

Peter Dirksen, Joseph Braat, A.J.E.M. Janssen, C. Juffermans

*Aberration retrieval using the extended Nijboer-Zernike approach*

Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, JM3 2(1) 61-68 (January 2003)



**[Dorado2013]**

Fernández-Dorado, Pepe

*Desarrollo de un algoritmo de propagación de flujo luminoso para un dispositivo fotométrico móvil con capacidad de discretización angular*, Tesis Doctoral, 2013.

**[Farrenc 1862]**

Farrenc, L.

*British Patent Especification*

1453/1862, (1862)

**[Forest 2004]**

Forest, Craig R.; Canizares, Claude R.; Neal, Daniel R.; McGuirk, Michael; Schattenburg, Mark L.

*Metrology of thin transparent optics using Shack-Hartmann wavefront sensing*  
Optical Engineering, Volume 43, pp. 742-753 (2004).

**[Geary 2002]**

J. M. Geary

*Introduction to lens design*

Willmann-Bell Inc., (2002)

**[Glatt 1987]**

Glatt I, Kafri O.

*Determination of the focal length of nonparaxial lenses by moire deflectometry*  
Appl Opt. 1987 Jul 1;26(13):2507-8.

**[Goldstein1980]**

Herbert Goldstein

*Classical Mechanics*

Addison-Wesley Pub. Co., 1980

**[Goodman 1968]**

J.W. Goodman

*Introduction to Fourier optics*

ed. McGraw-Hill, (1968)

**[Gurney1997]**

Kevin Gurney

*An Introduction to Neural Networks*

CRC Press, 1997

**[Haykin1994]**

Simon S. Haykin

*Neural Networks: A comprehensive Foundation*

MacMillan, 1994

**[Hopkins 1966]**

H.H. Hopkins, H. J. Tiziani

*A theoretical and experimental study of lens centring errors and their influence on optical image quality*

Brit. J. Appl. Phys., (1966), Vol. 17

**[Hopkins1984]**

Robert E. Hopkins, Kenneth F. Walsh

*Alignment of precision lens elements*

Proc. of SPIE Vol. 0483, Optical Alignment II, ed. M.C. Ruda (Jan 1984)

**[Howland1968]**

Bardford Howland

*Use of crossed cylinder lens in photographic lens evaluation*

Appl Opt. 1968 Aug 1;7(8):1587-600

**[Huang2011]**

Kuo-Cheng Huang, Chun-li Chang, Wen-Hong Wu

*Novel image polarisation method for measurement of lens decentration*

IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 60, No. 5, 2011, pp. 1845-1853.

**[ISO10110]**

ISO 10110

*Optics and photonics -- Preparation of drawings for optical elements and systems*

**[Kapany1962]**

N.S.Kapany, J.J.Burke

*Various image assessment parameters*

Journal of the Optical Society of America, vol. 52, issue 12, p.1351

**[Kidger2002]**

Michael J. Kidger

*Fundamental Optical Design*

SPIE Press 2002

**[Kim2005]**

E. D. Kim, Young-Wan Choi, Myung-Seok Kang

*Reverse optimisation alignment algorithm using Zernike Sensitivity*

Journal of the Optical Society of Korea, Vol. 9, Issue 2, pp. 68-73 (2005)

**[KimYang2007]**

Kim, Seonghui; Yang, Ho-Soon; Lee, Yun-Woo; Kim, Sug-Whan

*Merit function regression method for efficient alignment control of two-mirror optical systems*

Optics Express, Vol. 15 Issue 8, pp.5059-5068 (2007)

**[Kingslake2010]**

Rudolf Kingslake, R. Barry Johnson

*Lens design fundamentals*

SPIE Press Book (2010)

**[Kohrman1989]**

R.J. Kohrman, S.. Horchem

*Precision alignment of an infrared imaging system*

Proceedings Vol. 1167, Precision Engineering and Optomechanics, Daniel Vukobratovich, Editors, pp.234-636

**[Kröse1996]**

Ben Kröse, Patrik van der Smagt

*An introduction to neural Networks*

University of Amsterdam, 1996

**[Lampen2011]**

Sara Lampen, M. Dubin, J. Burge

*Implementation of sine condition test to measure optical system misalignments*

Applied Optics, Vol. 50, Issue 34, pp. 6391-6398 (2011)

**[Lee2007]**

H.Lee, Gavin B. Dalton, Ian A.J. Tosh, Sug-Whan Kim

*Computer guided alignment I: Phase and amplitude modulation of alignment-influenced optical wavefront*

Opt Express. 2007 Mar 19;15(6):3127-39.

**[Lee2007II]**

H.Lee, Gavin B. Dalton, Ian A.J. Tosh, Sug-Whan Kim

*Computer guided alignment II: Optical system alignment using differential wavefront sampling*

Opt Express. 2007 Nov 12;15(23):15424-37.

**[Lee2007III]**

H.Lee, Gavin B. Dalton, Ian A.J. Tosh, Sug-Whan Kim

*Computer guided alignment III: Description of inter-element alignment effect in circular-pupil optical systems*

Opt Express. 2008 Jul 21;16(15):10992-1006.

**[Lehan 2007]**

J.P. Lehan, T. Hadjimichael, D. A. Content

*Simple method of aligning cylindrical air-spaced elements*

Opt. Eng. Vol. 46(7) (2007)

**[Leistner1952]**

K. Leistner, B. Marcus, B.W. Wheeler Jr.

*Lens Testing bench*

JOSA, Vol. 43, Issue 1, pp. 44-44 (1953)

**[Levenberg1944]**

Kenneth Levenberg

*A Method for the Solution of Certain Non-Linear Problems in Least Squares*

Quarterly of Applied Mathematics 2: 164-168, 1944

**[Liang 1994]**

Junzhong Liang, Bernhard Grimm, Stefan Goelz, Josef F. Bille

*Objective measurement of wave aberrations of the human eye with the use of a Hartmann-Shack wave-front sensor*

JOSA A, Vol. 11, Issue 7, pp. 1949-1957 (1994)

**[Lloyd2006]**

Michael Lloyd-Hart, Roger Angel, N. Mark Milton, Matt Rademacher, and  
Johanan Codona

*Design of the Adaptive Optics Systems for GMT*

*Proc. SPIE. 6272, Advances in Adaptive Optics II 62720E (June 14, 2006)*

**[Luna1998]**

E. Luna, A. Cordero, J. Valdez, L. Gutiérrez, and L. Salas

*Telescope Alignment by Out-of-Focus Stellar Image Analysis*

The Publications of the Astronomical Society of the Pacific, Volume 111, Issue 755,  
pp. 104-110.

**[Luna2007]**

E. Luna, Luis Salas, L. Gutiérrez, J.M. Nuñez

*Geometric method to measure astigmatism aberration at astronomical telescopes*

Appl Opt. 2007 Jun 10;46(17):3439-43.

**[MacDonald1997]**

J. Macdonald, P. Mouroulis

*Geometrical Optics and Optical Design*

Oxford University Press, Inc. (1997). ISBN: 0-19-508931-6

**[Magner1981]**

J.A.Magner, C. A. Martin

*Noncontact alignment and spacing of optics*

Proc SPIE Vol. 0228, 1981

**[Mahajan 1991]**

V.N.Mahajan

*Aberration theory made simple*

SPIE press, (1991)

**[Mahajan1994]**

Virendra N. Mahajan

*Symmetry properties of aberrated point-spread functions*

JOSA A, Vol. 11, Issue 7, pp. 1993-2003 (1994)

**[Malacara 1974]**

D. Malacara, A. Cornejo

*Null Ronchi test for aspherical surfaces*

Appl. Opt. Vol. 13 Issue 8 pag. 1778-1780 (1974).

**[Malacara 1992]**

D. Malacara

*Testing and centering of lenses by means of a Hartmann test with four holes*

Opt. Eng. Vol. 31 No. 7 (1992)

**[Malacara 1998]**

D. Malacara, M. Servín, Z. Malacara

*Interferogram analysis for optical testing*

Ed. Marcel Dekker (1998)

**[Malacara 2007]**

D. Malacara

*Optical Shop Testing*

John Wiley & Sons, Inc, (2007)

**[Mantel 2005]**

K. Mantel, N. Lindline, J. Schwider

*Simultaneous characterization of the quality and orientation of cylindrical lens surfaces*

Appl. Phy. Vol. 44, No. 15 (2005)

**[Marquardt1963]**

Donald Marquardt

*An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters*

SIAM Journal on Applied Mathematics 11 (2): 431-441

**[Mathworks\_1]**

<http://www.mathworks.es/es/help/dsp/ref/leastsquarepolynomialfit.html>

**[Mathworld\_1]**

<http://mathworld.wolfram.com/LeastSquaresFitting.html>

**[Mathworld\_2]**

<http://mathworld.wolfram.com/Levenberg-MarquardtMethod.html>

**[Matlab]**

<http://www.mathworks.es/es/help/documentation-center.html>

**[McCluney 1994]**

W.R. McCluney

*Introduction to Radiometry and photometry*

Artech House,inc, (1994)



**[McLeod1996]**

Brian A. McLeod

*Collimation of fast wide-field telescopes*

Publications of the Astronomical Society of the Pacific, v.108, p.217

**[MZDDE]**

<http://www.radiantzemax.com/kb-en/KnowledgebaseArticle50204.aspx>

**[Nash1995]**

Stephen G. Nash, and Ariela Sofer

*Linear and Nonlinear Programming*

McGraw-Hill Science/Engineering/Math (December 1, 1995)

**[Neal 2002]**

D.R. Neal, J.Copland, D. Neal

*Shack-Hartmann wavefront sensor precision and accuracy*

Proceedings of SPIE Vol. 4779 pag. 148-160 (2002).

**[Noll1976]**

Robert J. Noll

*Zernike polynomials and atmospheric turbulences*

JOSA, Vol. 66, Issue 3, pp. 207-211, (1976)

**[O'Shea 1995]**

D.C. O'Shea

*Handbook of Optics Vol. 1*

McGraw-Hill, (1995), ISBN: 0-07-047740-X.

**[Optoal]**

<http://www.optoalignment.com>

**[Oteo2011]**

Esther Oteo, José Fernández-Dorado, J. Arasa, P. Blanco, C. Pizarro

*Novel method for misalignments measurement on imaging systems through quality image analysis*

Optical Measurement Systems for Industrial Inspection VII, Peter H. Lehmann; Wolfgang Osten; Kay Gusting, Editors, Proceedings of SPIE Vol. 8082 (SPIE, Bellingham, WA 2011), 80823C.

**[Oteo2012]**

Esther Oteo, J. A. Díaz, J. Arasa

*Method for determining individual element misalignments in optical systems*

Paper 8486-44, SPIE San Diego 2012

**[Parks 1995]**

R. E. Parks,

*Test of a slow off-axis parabola at its center of curvature*

App. Opt. Vol. 34 No. 31 (1995)

**[Platt 2001]**

B. Platt, R. Shack.

*History and principles of Shack-Hartmann wavefront sensing*

Journal of Refractive Surgery Vol. 17 Sept/Oct. (2001).

**[Rafalowski 1988]**

M. Rafalowski

*Testing the coma of decentration with a confocal Fabry-Perot interferometer*

Appl. Opt. Vol. 27, No. 14 (1988)

**[Ronchi 1964]**

V. Ronchi,

*Forty Years of History of a Grating Interferometer*

Appl. Opt. Vol. 3 No. 4 (1964)

**[Royo 1999]**

S. Royo.

*Topographic measurements of non-rotationally symmetrical surfaces using Ronchi deflectometry*

Tesis doctoral. UPC. (1999).

**[Salmon 1998]**

T. O. Salmon

*Comparison of the eye's wave-front aberration measured psychophysically and with the Shack-Hartmann wave-front sensor*

J. Opt. Soc. Am. Vol. 15, No. 9 (1998)

**[Sanchez 2004]**

J. Sanchez

*Inclusión de las sensibilidades de fabricación en el diseño de sistemas ópticos: características de las trayectorias de optimización generadas*

Tesis doctoral, (2004)

**[Sands1971]**

P. J. Sands

*Aberration Coefficients of Plane Symmetric Systems*

J. Opt. Soc. Am. Vol. 62, No. 10 (1972)

**[Sasian 1994]**

J. M. Sasian

*How to approach the design of a bilateral symmetric optical system*

Opt. Eng. Vol. 33 No. 6 (1994)

**[Schulz 1993]**

G. Schulz,

*Absolute flatness testing by an extended rotation method using two angles of rotation*

Opt. Soc. Am. Vol.32 No. 7, (1993)

**[Schwiegerling]**

Jim Schwiegerling, Daniel R. Neal

*Historical Development of the Shack-Hartmann Wavefront Sensor*

Tribute Conference SPIE Proceedings, August 2004

**[Shannon1997]**

Robert R. Shannon

*The Art and Science of Optical Design*

Cambridge University Press, 1997

**[Sharma2006]**

Kailash K. Sharma

*Optics: Principles and Applications*

Academic Press, 2006

**[Slomba1993]**

Albert F. Slomba

*Critical alignment techniques for precision lens assemblies*

Proc. SPIE Vol. 1993

**[Smith 1990]**

W.J.Smith

*Modern optical engineering*

McGraw-Hill, (1990). ISBN: 0-07-059174-1.

**[Telopt]**

[http://www.telescope-optics.net/zernike\\_coefficients.htm](http://www.telescope-optics.net/zernike_coefficients.htm)

**[Thompson2004]**

Kevin Thompson

*Description of the third-order optical aberrations of near-circular pupil optical systems without symmetry*

JOSA A, Vol. 22, Issue 7, pp. 1389-1401 (2005)

**[Thorburn1980]**

Eugene K. Throburn

*Concepts and misconceptions in the design and fabrication of optical assemblies*

Proc. SPIE Vol. 0250,1980

**[Totolhua2003]**

O. Totolhua, Renero Carrillo, F. Gracia, A. Cornejo

*Análisis numérico de la prueba de la estrella*

Revista Mexicana de Física, Vol. 49, p.549-554

**[Trioptics]**

<http://www.trioptics.com>

**[Walther 1995]**

A. Walther

*The ray and wave theory of lenses*

Cambridge Univ. Press (1995)

**[Welford 1986]**

W. T. Welford

*Aberration of Optical systems*

Adam Hilger, (1986).

**[Welford1960]**

W.T.Welford

*On the limiting sensitivity of the star test for optical instruments*

JOSA, Vol. 50, Issue 1, pp. 21-21 (1960)

**[West1992]**

S. C. West, J. H. Burge,

*Optical metrology for two large highly aspheric telescope mirrors*

Appl Opt. 1992 Dec 1;31(34):7191-7.

**[Whang 1988]**

A.JW. Whang, N.C. Gallagher

*Synthetic approach to designing optical alignment systems*

Applied Optics, Vol. 27, Issue 16, pp. 3534-3541 (1988)

**[Whittaker1990]**

Whittaker, E. T. and Watson, G. N.

*A course in modern Analysis*

Cambridge University Press, 1990

**[Wyant1992]**

James C. Wyant

*Applied Optics and Optical Engineering*

Academic Press, 1992

**[Wynne1954]**

C. G. Wynne

*The Primary Aberrations of Anamorphic Lens Systems*

Proceedings of the Physical Society, Section B, Volume 67, Issue 7, pp. 529-537  
(1954).

**[Yan Xu 1991]**

De-Yan Xu

*Rotatable single wedge plate shearing interference technique for collimation testing*

Opt. Eng. Vol. 30, No. 4 (1991)

**[Yoder1986]**

Paul R. Yoder, Jr.

*Opto-mechanical systems design*

Marcel Dekker, 1986

**[Yoder2008]**

Paul R. Yoder, Jr.

*Mounting Optics in optical instruments*

2nd edition, SPIE, 2008

**[Yu 1997]**

F.T.S.Yu, X.Yang

*Introduction to optical engineering*

Cambridge University Press, ISBN: 0-521-57366-1. (1997)

**[Yuk 1994]**

K. C. Yuk

*Determination of the absolute order of shadow moiré fringes by using two differently colored light sources*

App. Opt. Vol.33 No. 1 (1994)

**[Zaltz1982]**

Alexander Zaltz, Douglas Christo

*Methods for the control of centering error in the fabrication and assembly of optical elements*

Proc. SPIE Vol. 0330, 1982

**[Zemax]**

[www.zemax.com](http://www.zemax.com)





