

DEPARTAMENT DE DIDÀCTICA DE LES CIÈNCIES  
EXPERIMENTALS I DE LA MATEMÀTICA

PROGRAMA DE DIDÀCTICA DE LES CIÈNCIES EXPERIMENTALS  
I DE LA MATEMÀTICA

BIENNI 2000-2002

**LA REPRESENTACIÓN CARTESIANA DEL  
MOVIMIENTO RECTILÍNEO: UN ESTUDIO DE LAS  
ARGUMENTACIONES DE LOS ESTUDIANTES DEL  
BÁSICO DE INGENIERÍA**

Tesi doctoral per optar al títol de Doctor de la Universitat de Barcelona

Presentada per

**NADIA LIZABETA GONZALEZ DAZA**

Dirigida per

Dra. JANETE BOLITE FRANT

Tutor Ponente

Dr. JOAQUIM GIMÉNEZ RODRÍGUEZ

UNIVERSITAT DE BARCELONA

BARCELONA, 2008



## Capítulo 4 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE EPISODIOS

...“Carlos- ...acuérdate..., aceleración en el mismo sentido y la velocidad en el mismo sentido, la rapidez aumenta, porque aquí están diciendo que corre... por lo tanto tienen que tener el mismo sentido la velocidad y la rapidez, pero aquí la, la aceleración es negativa y la rapidez es negativa... la aceleración es positiva y la velocidad es negativa”...



## CAPITULO 4

### RESULTADOS Y ANÁLISIS DE EPISODIOS

---

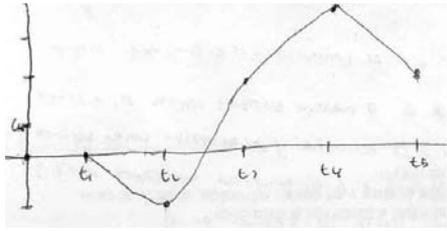
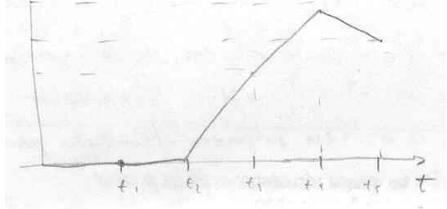
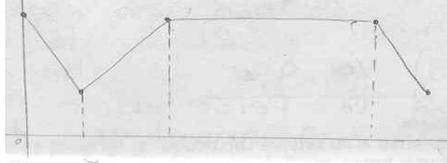
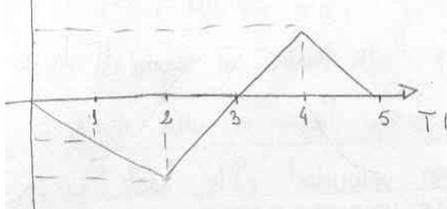
En este capítulo describimos los resultados del estudio piloto, las tareas analizadas y los episodios seleccionados en cada tarea con sus respectivos análisis. Esta etapa de la investigación corresponde a la PARTE II de la Fase 2, en la que se inicia la implementación de las tareas y la reflexión sobre la práctica, para reformular, de ser necesario lo planificado.

#### 4.1 FASE 1.- RESULTADOS DEL ESTUDIO PILOTO

Los resultados obtenidos en el estudio piloto, que forma parte de la Fase 1, y que realizamos con el fin de obtener información para la planificación, diseño y elaboración de las tareas de la investigación, reflejaron que la mayoría de los alumnos, al resolver problemas en el ámbito de la Física, relacionados con la representación gráfica del movimiento rectilíneo, usan algunos conceptos matemáticos y físicos implicados pero con fallas de diferenciación, además utilizan escasas argumentaciones para justificar verbalmente y por escrito sus procedimientos.

En relación al problema 1 de la prueba, en el que se pide describir el movimiento rectilíneo en forma poco usual (a partir de secuencias de dibujos) para su representación gráfica, se pueden reconocer ciertos elementos utilizados por los estudiantes para interpretar el movimiento y conseguir representarlo al ir desde una secuencia de dibujos a un gráfico posición/

tiempo. Presentamos a continuación, en el Cuadro 4.1, una muestra de los diversos tipos de respuestas, dados por un grupo de estudiantes participantes en el estudio piloto.

Problema 1. Representar en un gráfico cualitativo posición /tiempo las distintas posiciones alcanzadas por una pelota, dadas en una secuencia de dibujos		
Nº	Respuesta	Observaciones
15 16	Muy semejante a la del alumno 13, solo que no aparece el segmento horizontal	 <p>No considera al niño como eje de referencia por lo que la posición 1 de la pelota esta en el origen de coordenadas, pero en la posición 2 indica que la pelota retrocede y pasa por el eje de referencia tomando así la distancia recorrida valores negativos.</p>
17	Dibuja una curva bastante aproximada al movimiento descrito, en las dos primeras etapas dibuja segmentos horizontales	 <p>Asume que la pelota esta detenida en los dos primeros dibujos (intervalo), no observa el movimiento hacia la izquierda de la pelota en la etapa 2</p>
18	Semejante a la del alumno 1	 <p>Considera que el movimiento hacia delante en dirección horizontal de la pelota debe coincidir con la forma del gráfico recta o que la pelota reposa durante un intervalo. No señala etapas en el gráfico</p>
20	Semejante a la del alumno 13	 <p>1. pelota como origen del SR 2. hacia atrás, cruza el origen del SR y sigue hacia atrás 3. hacia delante 4. hacia delante 5. hacia atrás</p>

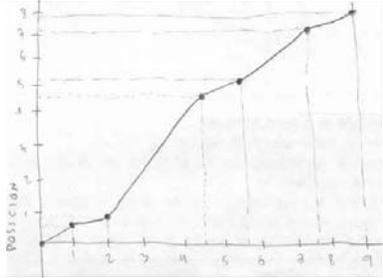
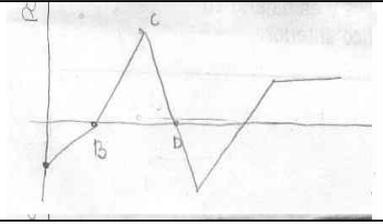
Cuadro 4.1. Muestra de resultados de la prueba del estudio piloto: Problema 1.

Este primer problema, al proponer la representación gráfica del movimiento rectilíneo a partir de un referente poco usual a los que son presentados en el aula de clase, o en los textos, produjo una gran variedad de respuestas en los estudiantes. Este hecho lo consideramos como muy positivo y decidimos tomar este problema para formar parte de las tareas de la investigación.

A continuación presentamos, en el Cuadro 4.2 y en el Cuadro 4.3, aspectos de las respuestas dadas por algunos de los estudiantes participantes en el estudio piloto, a la pregunta del Problema 2 y a la pregunta del Problema 3, respectivamente.

<b>Problema 2.</b> Dado un enunciado, en el que se describe la secuencia de movimientos rectilíneos realizados por un ascensor en un intervalo de tiempo determinado: a) Construir el gráfico posición /tiempo del movimiento efectuado por el ascensor		
Nº	Respuesta	Observaciones
1 2 3 4 5 6 7 8 9 11 14 16 17 18	Dibuja un gráfico muy aproximado al movimiento descrito, con escalas de posición y tiempo  La curva presenta segmentos horizontales	 El gráfico presenta todas las características del movimiento descritas en el enunciado  Diferencia cuando el ascensor se detiene un intervalo o un instante
10	Dibuja un gráfico bastante aproximado al movimiento descrito, con escalas de posición y tiempo La curva no presenta segmentos horizontales	 No considera las etapas en que el ascensor está en reposo  Asume que el ascensor no se detiene durante intervalos de tiempo

Cuadro 4.2. Muestra de resultados de la prueba del estudio piloto: Problema 2.

<b>Problema 3.</b> Se presenta un gráfico velocidad /tiempo correspondiente a movimientos rectilíneos de un cuerpo. b) Construir el gráfico posición /tiempo a partir del gráfico dado			
Nº	Respuesta		Observaciones
8	Sólo dibuja los ejes; escribe la formula " $V= x/t = dx =Vdt$ "; y luego escribe que "el área de ella (la curva) sería el desplazamiento". Para cada etapa realiza cálculos con el fin de hallar valores de la posición	-----	
11	Dibuja un gráfico cuya curva es creciente en todo intervalo, en cada etapa la pendiente de la curva es positiva		
14			-----
2,3,4, 9,10, 12,13 15, 16, 17, 18 19	NR	-----	-----

Cuadro 4.3. Muestra de resultados de la prueba del estudio piloto: Problema 3.

En general, los alumnos presentaron confusiones para distinguir los conceptos de recorrido, distancia, posición, trayectoria a partir de la interpretación de gráficos y del significado físico de la derivada. La mayoría presentan dificultades para interpretar y hacer el análisis en un intervalo de un gráfico posición-tiempo y velocidad-tiempo, así como para realizar la deducción de un gráfico velocidad/ tiempo a partir de un gráfico posición/ tiempo.

El resumen de las respuestas a los tres problemas (Problema 1, Problema 2, Problema 3) propuestos a los estudiantes en la prueba del estudio piloto, se muestran a continuación, en el Cuadro 4.4:

<b>RESULTADOS DEL PROBLEMA 1.- DE UN TOTAL DE 22 ESTUDIANTES:</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• 14 representan gráficos con características análogas, con diferencias en cuanto a las categorías C1.1 y C1.2, y a las subcategorías C2.4.1 y C2.4.2. De estos 3 representan gráficos en los que se interpreta que no hay movimiento del objeto en el intervalo inicial de tiempo, sus gráficos se diferencian en cuanto a la subcategoría C3.2. Los gráficos se ajustan a lo que puede ser el movimiento</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• 6 representan otra situación (C4): 2 sólo dibujan los ejes coordenados (no grafican); 1 escribe ecuaciones relacionadas con la velocidad; 1 dibuja un grafico puntual (marca sólo las distintas posiciones alcanzadas por el objeto); 1 escribe una secuencia de 5 números; 1 describe por escrito lo que sucede en cada etapa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• 2 no responden</li> </ul>
<b>RESULTADOS DEL PROBLEMA 2.- DE UN TOTAL DE 22 ESTUDIANTES:</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• 14 representan el mismo tipo de grafico, el cual se ajusta al movimiento. Diferencian cuando el ascensor se detiene un intervalo o un instante</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• 1 dibuja un gráfico bastante aproximado al movimiento descrito pero no considera las etapas en que el ascensor esta en reposo durante intervalos</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• 2 representan un gráfico que se ajustan al movimiento hasta la segunda y hasta la quinta etapa (incompleto)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• 5 no responden</li> </ul>
<b>RESULTADOS DEL PROBLEMA 3.- DE UN TOTAL DE 22 ESTUDIANTES:</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• 4 representan gráficos con algunas características que podrían asociarse a las categorías establecidas en C6</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• 2 representan gráficos crecientes en cada etapa, solo se corresponde una de ellas con C10</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• 2 representan otra situación: 1 describe por escrito el movimiento; 1 escribe ecuaciones y efectúa cálculos</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• 14 no responden</li> </ul>

Cuadro 4.4. Resumen de los resultados de la prueba del estudio piloto

Los resultados obtenidos en la prueba del estudio piloto, luego de ser analizados, conjuntamente con la revisión bibliográfica, nos sirvieron de base para conseguir establecer el diseño de las tareas y la organización de las actividades a proponer a los grupos participantes, con un número reducido de estudiantes, que estuviesen iniciando sus clases de física y que viniesen de cursar cálculo diferencial recientemente. También nos fue posible, con la información recabada, elaborar las primeras versiones de las tareas, que luego se transformarían en las tres tareas definitivas implementadas durante la investigación.

## 4.2 PARTE II. FASE 2.- IMPLEMENTACIÓN Y REFLEXIÓN: TAREA 1 Y TAREA 3

### 4.2.1 Descripción implementación y análisis de la Tarea 1

Antes de la implementación de la Tarea 1 habíamos asistido a la clase de física de la profesora María Victoria, sobre movimiento rectilíneo, observado y grabado en video la clase, y además desarrollado en la clase siguiente dos tareas iniciales, para ser ejecutadas en forma grupal, una tarea con ejercicios para describir por escrito las propiedades geométricas del gráfico de una función  $y = f(x)$  y la otra tarea con ejercicios para hallar la velocidad media, la velocidad instantánea, la posición y los signos de la velocidad de una partícula en movimiento rectilíneo a partir de la ecuación de su posición con respecto al tiempo.

En esa oportunidad hablamos con todos los estudiantes presentes y les informamos que esperábamos contar con un grupo de ellos y ellas para continuar realizando otras actividades extra-clase que serían programadas en breve tiempo, para trabajar en el contexto de una investigación. Es así como, para la implementación de esta tarea extra-cátedra, concurren los estudiantes Alma, Olga, Carlos y Fedor cursantes, por 1ª vez, de la asignatura Física I (2do semestre), quienes se postularon voluntariamente para participar en ella.

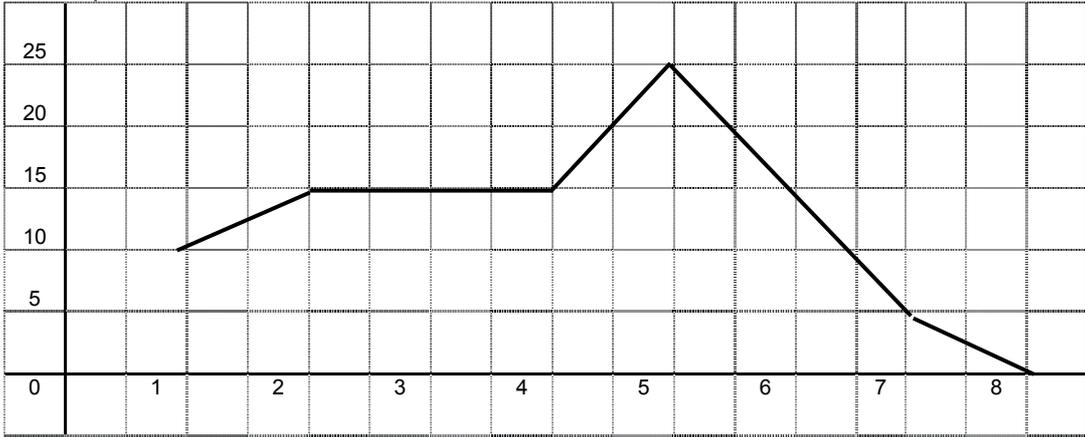
Los cuatro estudiantes fueron requeridos para resolver varios ejercicios que componían la Tarea 1, en los cuales, debían analizar el gráfico posición/ tiempo correspondiente al movimiento rectilíneo de una partícula para luego contestar una serie de preguntas. Como venían de recibir esa semana una clase de movimiento rectilíneo con la profesora de física, María Victoria, queríamos inicialmente reconocer el papel de la clase y más específicamente el rol de la profesora María Victoria como un medio para producir significado matemático en el discurso de los estudiantes.

A continuación mostramos la Tarea 1, en la Figura 4.1:

UNIVERSIDAD DE CARABOBO- FACULTAD DE INGENIERÍA	FÍSICA I - SECCIÓN: _____
GRUPO N°: _____	FECHA: _____
INTEGRANTES: _____	

**TAREA 1. (ACTIVIDAD GRUPAL 1)**

3.1. Se presenta el gráfico posición/tiempo correspondiente al movimiento rectilíneo de una partícula:



tiempo (s)	posición (m)
1	10
2	14
3	14
4	14
5	24
6	14
7	4
8	0

a) Hallar la velocidad media de la partícula entre los tiempos:  $t = 1,5s$  y  $t = 8s$ ; y entre los tiempos  $t = 3s$  y  $t = 5s$

b) Hallar la velocidad instantánea en el tiempo  $t = 2,5s$  y en el tiempo  $t = 6,5s$

c) ¿Cuándo la velocidad de la partícula es: nula, positiva, negativa?

d) ¿Qué significa que la velocidad de la partícula sea: nula, positiva, negativa?

e) ¿Cuándo la partícula alcanza la mayor velocidad?

f) ¿Permanece detenida la partícula en algún instante o intervalo de tiempo? De ser así, ¿cuándo?

g) ¿En que intervalos de tiempo la partícula avanza y en cuales retrocede?

Figura 4.1. La Tarea 1

La Tarea 1 se realizó en el Salón de Reuniones del Dpto. de Física, acondicionado para desarrollar los encuentros con los estudiantes durante la investigación y realizar las grabaciones, este salón contaba con recursos similares a los del salón de clases habitual (papel, lápiz, pizarra, marcadores, sillas y mesas).

En la Tarea 1 hemos confrontado a los estudiantes con un ejercicio que usualmente la profesora María Victoria explica y después ellos realizan en clases o directamente en una evaluación. Los estudiantes respondieron a los ejercicios en forma grupal, discutiéndolos entre ellos, para luego explicarle a la profesora/investigadora: qué habían hecho, cómo lo habían hecho y por qué. Las respuestas individuales de los estudiantes a las cuestiones, fueron escritas por ellos en sus respectivas hojas de trabajo.

La Tarea 1 fue grabada y al mismo tiempo fueron tomadas notas de aspectos considerados importantes durante su ejecución. Los siguientes episodios surgieron de la observación de la clase de física y de la Tarea 1, en conjunto.

#### **4.2.1.1 Episodio 1. El dibujo: ¿Como herramienta o como adorno?**

En este episodio observaremos a la clase de Física de la profesora María Victoria conjuntamente con un grupo de estudiantes de su clase, a los que propusimos resolver una tarea extra-clase. Comenzaremos describiendo lo que vimos en la clase de física y luego describiremos la tarea extra-clase.

##### **4.2.1.1.1 La clase de física**

Es una clase de física sobre movimiento rectilíneo uniforme, un contenido que corresponde al estudio de la cinemática de la traslación. En el aula de clases hay un pizarrón dividido en tres piezas que cubre completamente una de las paredes y los pupitres están colocados al frente, soldados en la parte inferior uno del otro formando columnas. Los estudiantes están sentados en los

pupitres y la profesora, María Victoria, está de pie frente a ellos hablando y escribiendo en el pizarrón mientras los estudiantes la escuchan y escriben en sus cuadernos. María Victoria ha enseñado física para cursos de ingeniería por casi dos décadas, ella es una profesora tradicional que quiere que sus estudiantes tengan éxito en sus evaluaciones tradicionales.

María Victoria escribe en el medio del pizarrón las fórmulas de la posición, la velocidad y la aceleración, les dice a los estudiantes que son las ecuaciones básicas del movimiento rectilíneo, que esas fórmulas representan vectores y que como todos esos vectores tienen la misma dirección del eje  $X$ , se les asigna el vector unitario  $\hat{i}$ ; por lo que su gráfico es una línea recta, en el caso particular, de que la velocidad sea constante. Ella entonces se mueve hacia la izquierda del pizarrón, para escribir en un lado distinto de éste (lo que denominaremos "*lado o espacio matemático*"), lo que va a usar para las explicaciones matemáticas, lo suficientemente cerca de donde estaba anteriormente para poder señalar las fórmulas escritas en el "espacio de la física" y relacionarlas con las fórmulas o expresiones matemáticas.

Observamos aquí, un aspecto muy interesante, María Victoria enmarca el "lado matemático" cuando escribe y antes de comenzar con una nueva explicación, ella borra lo último que escribió allí, simultáneamente con el marco. La profesora comienza entonces, escribiendo la ecuación  $y = mx + b$  en el "*lado matemático*" del pizarrón, y debajo de la ecuación, dibuja (en un sistema de representación cartesiano) la recta que representa esta ecuación. Les habla sobre la pendiente de la recta y dice que  $b$  es la ordenada en el origen y  $m$  la pendiente de la recta, y para calcular la pendiente dibuja un triángulo (Ver Figura 4.2).

Entonces, se regresa al espacio de la física y realiza un gráfico similar para la ecuación  $x = x_0 \pm vt$  y dibuja un triángulo con el fin de calcular  $v$ , ya que como ella dice " $x$  es la ordenada,  $t$  es la variable independiente en el eje  $X$ , y  $v$  es similar a  $m$ ".

María Victoria sigue explicándoles que, para conocer el valor de  $v$  es necesario conocer la pendiente de la recta (refiriéndose a la recta dibujada en el gráfico posición/tiempo). Ella continúa con sus explicaciones, y les puntualiza que es similar si se trata de ecuaciones para el calor, la energía, la economía, entre otras, enfatizándoles a los estudiantes que necesitan “agarrar” esta idea de la “pendiente” para “hallarla rápido” en la próxima prueba de evaluación.

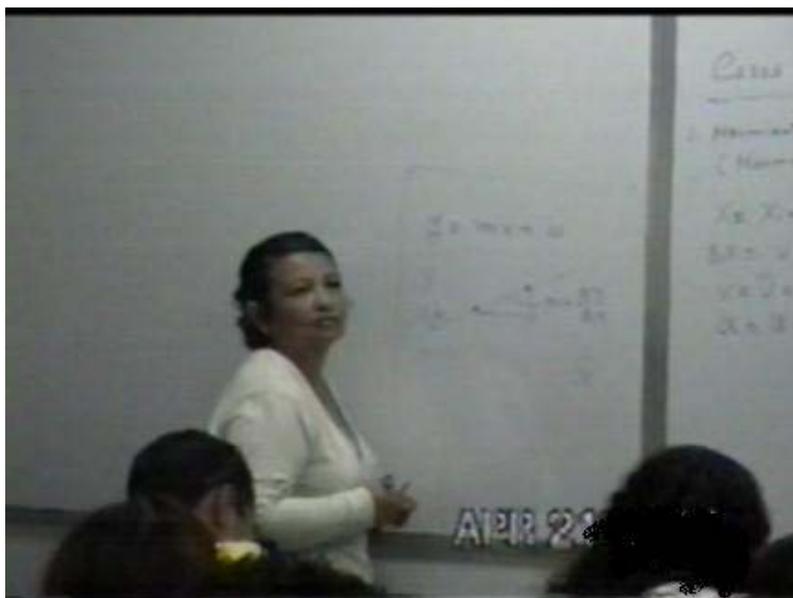


Figura 4.2. La clase de Física I

Hasta este momento, no podemos saber cuál es el impacto del discurso de María Victoria en la comprensión de los estudiantes. Por eso, con el propósito de investigar esta situación, nos hemos propuesto trabajar con estudiantes de su curso, en diferentes tareas que encierran cálculos, explicaciones e interpretaciones sobre la posición y la velocidad en sistemas de representación cartesiana.

#### 4.2.1.1.2 La tarea extra-clase

Esta tarea fue escogida como la primera para proponer por su característica de incluir un problema similar a los que los estudiantes estaban acostumbrados a

encontrar en su clase de física. El grupo de estudiantes fue conformado por Alma, Fedor, Carlos y Olga, estudiantes de Física I (2do semestre).

Como el ambiente extra-clase debía favorecer las interacciones entre ellos, los estudiantes se sentaron alrededor de una mesa. El rol de la profesora/ investigadora era la de garantizar este ambiente; así que distribuyó una hoja con la Tarea 1 impresa a todos y explicó cómo y por qué hacer lo que la investigadora propuso.

Vamos entonces a mirar con detalles la pregunta 3.1.b , en la Figura 4.3, donde ellos deberían observar el movimiento rectilíneo de una partícula, representado en el gráfico posición/ tiempo, que mostramos a continuación:

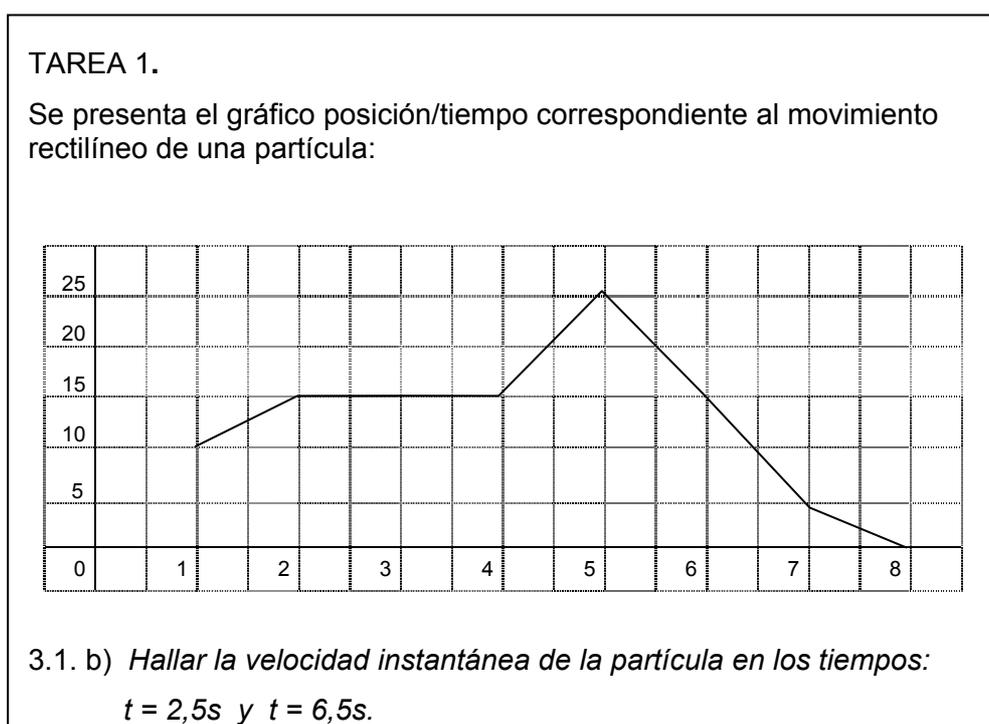


Figura 4.3. La Tarea 1. Ejercicio 3.1. b

Los estudiantes todos sentados alrededor de la mesa, están cada uno con el ejercicio en una hoja de papel. Al inicio se les había indicado resolver individualmente la pregunta y luego hacer la discusión grupal de las respuestas con la profesora/ investigadora.

Observamos que cuando los alumnos empezaron a leer la pregunta, inmediatamente comienzan a interactuar. Entretanto como nuestro objetivo, al proponer las tareas, era que los estudiantes produjeran diálogos y compartieran ideas, modificamos las indicaciones y se les permitió que trabajaran juntos durante todo el encuentro.

Luego de leer y comentar la pregunta entre todos, comenzaron a resolver el ejercicio para la velocidad instantánea en 2,5s. En esa oportunidad todos coincidieron en que la velocidad allí era cero (vector nulo), argumentando que la pendiente del gráfico en ese punto era cero, así que todos anotaron en sus respectivas hojas la respuesta:  $\vec{V} = \vec{0}$ .

Cuando comenzaron a calcular la velocidad instantánea en 6,5s, Fedor comienza a hablar sobre cómo va a calcularla y los otros le contestan y parecen aceptar sus ideas.

8:06 Fedor- En 6,5, bueno, podemos trabajar... para esa pendiente, podemos trabajar con este triángulito

8:11 Olga- ¿En 6,5 pasa por, pasa por... 10? ¿Está en 10 la posición de...? (Se refiere a la partícula)

8:16 Fedor- En 6,5 sí

8:17 Olga- Si... Bueno... unh... un poquitico más abajito

8:20 Fedor-... Yo voy a trabajar con este triángulito...

8:23 Carlos- en 6,5... En 6,5

8:29 Fedor- Bueno, yo tome un delta y... un delta y sobre delta x...

8:35 Carlos habla y no se entiende...

8:37 Olga- Nooooo, dirigiéndose a Fedor... si estas trabajando con... (O señala el triángulo dibujado por Fedor en su hoja)

8:40 Carlos- Velocidad constante...

8:42 Olga- Nooo!... (Señalando de nuevo la hoja de Fedor)

8:44 Carlos- Ta bien... ta bien, ta bien... (Concordando con Fedor)

8:46 Fedor- Olga! son 10, ¡10!

8:49 Olga y Carlos- ¿10? ¿Está bien?

8:51 Alma- ¿Por qué?

8:52 Carlos- No sé estoy preguntando

8:54 Fedor- Claro que sí, ¿cómo calculo esta pendiente?... un delta...

8:56 Alma- Pero... no, bueno si... (Alma se dirige a Fedor y señala el triángulo que éste dibujó)

8:59 Fedor- Yo trabajé con éste porque no quiero trabajar con fraccionarios... yo tomo un entero aquí y aquí son... de 15 a 5 hay 10, 10 entre 1 son 10... Bueno, y como es metros y aquí

segundos... queda un  $\Delta Y$  en metros, un  $\Delta t$ ... (Cuando Fedor explica lo que hizo, todos concuerdan con él)

9:16 P/P- Todos se agarraron del mismo triangulito... no pero esta bien...

9:20 Carlos- Ah no... Yo puedo agarrar este triangulo también...

9:22 P/P- No, no...

9:25 Fedor- Puedo agarrar el grande, puedo agarrar otro cualquiera... 10m igual...

9:33 Olga- Bueno yo voy a agarrar éste (se refiere a otro triangulo)...

9:33 - 9:41 .... (Hacen comentarios y bromas sobre los triángulos que van a tomar, que todos valen)...

9:42 Carlos- Sí, son triángulos semejantes vale...

9:44 P/P- Ajá, pero, cualquiera sirve, ¿no?

9:46 Carlos- Sí, cualquiera sirve porque es una velocidad constante, entonces va a ser la misma velocidad... (no se entiende)...

9:49 Fedor y Olga- Cualquiera sirve si ésta en el intervalo de 5 a 7s...

9:50 Fedor- Cualquier triángulo que yo tome

9:55 Olga- Exacto....

9:57 Carlos- Entonces...

9:58 Fedor- ... diferenciales de  $y$  y con diferenciales de  $x$ ... (Hace gestos con la mano, la coloca en vertical cuando dice  $dy$  y en horizontal cuando dice  $dx$ )

(L.7-55. p.316. Transcripción Tarea 1).

Para comprender el alcance de estos diálogos, presenciamos el video por más de doce veces, y luego, volvimos a presenciarlo muchas veces más, para lograr hacer la transcripción. Encontramos entonces, en esta secuencia de diálogos, que el dibujo del triángulo hecho por Olga, Carlos y Alma no representaba lo mismo que para Fedor. Para Fedor, el dibujo era de verdad una herramienta, que estaba sirviendo para ayudarlo a solucionar el problema, mientras que, para los otros, el dibujo era algo que tenían que hacer porque así les dijo la profesora María Victoria en la clase, al enfatizarles su importancia en el logro “expedito” de la resolución.

Observemos que, cuando Fedor les dice en 8:06: “En 6,5 bueno, podemos trabajar... para esa pendiente, podemos trabajar con este triangulito” (L.7-p.316), está dibujando éste triángulo (Ver Figura 4.4), sobre el gráfico dado en la hoja de la Tarea 1, entre los valores 6s y 7s:

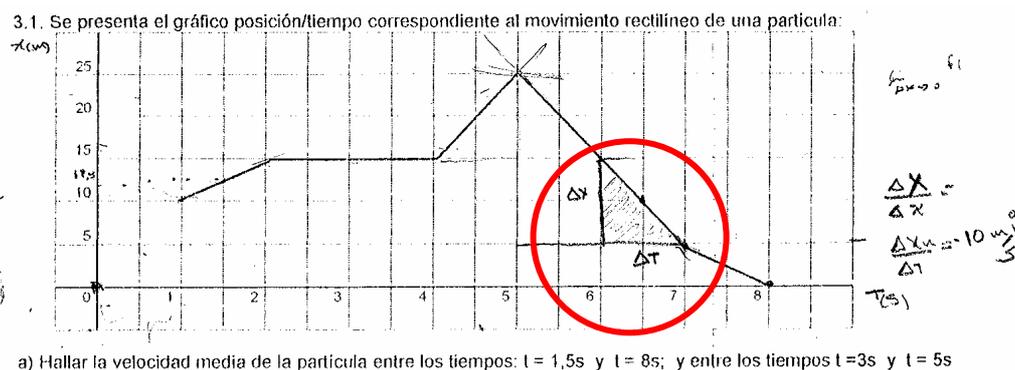


Figura 4.4. El triángulo dibujado por Fedor

El detalle está en que, cuando Fedor responde en 8:59: “Yo trabajé con éste (se refiere al triángulo que dibujó) porque no quiero trabajar con fraccionarios... yo tomo un entero aquí (en 6s) y aquí (en 7s) son... de 15 a 5 hay 10; 10 entre 1 son 10... Bueno, y como es metros y aquí segundos... queda un delta Y en metros, un delta t.” (L. 31-34. p. 316)., uno percibe que para él, el dibujo es una herramienta y por tanto es preferible usar un triángulo en el que no necesite trabajar con números fraccionarios. Pero, la explicación de los otros, “cualquier triángulo sirve”, “son triángulos semejantes”, que a la primera impresión, podría dar a entender que sabían lo que estaban haciendo, por el contrario, nos estaba mostrando que ellos repetían la voz de la profesora María Victoria, una vez que en su hojas y en el video observamos que no utilizan tal triángulo para la solución del problema, sino la fórmula analítica  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ , usando dos puntos del segmento de recta entre 5s y 7s.

Otra acción que muestra que para ellos el dibujo era nada más que algo para agradar a la profesora (ahora a la investigadora) fue encontrada en el video, cuando la profesora les cuestiona que todos tomaron el mismo triángulo para calcular esa pendiente, inmediatamente, comienzan a borrar excepto Fedor, y a hablar entre ellos mientras modifican sus dibujos (ver Figura 4.5).

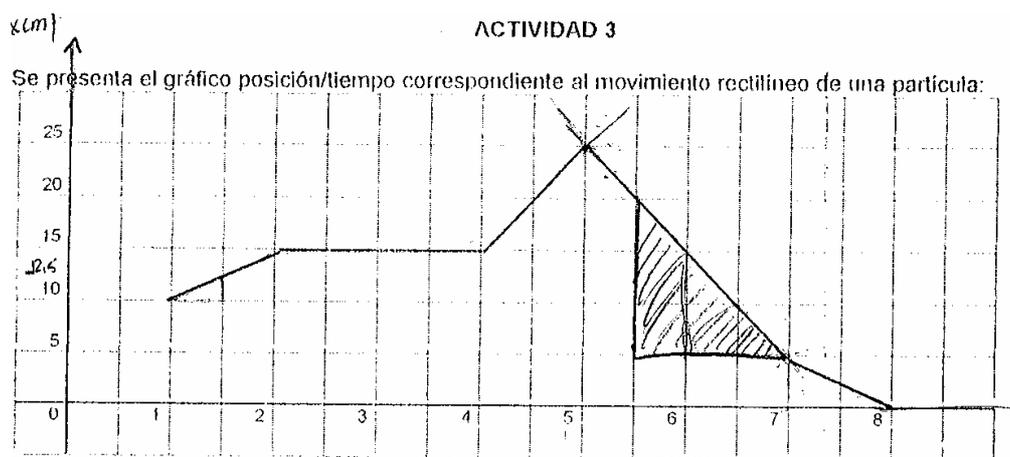


Figura 4.5. El triángulo de Olga

Podríamos afirmar que tal dibujo pertenece a un *género del habla* específico, en la acepción de Bakhtin (2003); en este caso el discurso de la profesora de física, el discurso del libro de física y sobretudo el discurso académico. Así, Fedor se apropia de este tipo de discurso, no para agradar a alguien, sino para que efectivamente, lo ayude a solucionar el problema de un modo aceptable en la academia.

Más allá de lo que podemos advertir en relación al lenguaje, en esta experiencia, observamos que existe una variedad de espacios mentales que le posibilitan a Fedor, producir su significado para ese dibujo. Por ejemplo, el montaje conceptual (*conceptual blending*), donde, de acuerdo con nuestro marco teórico, los mapeamientos no son del tipo de un dominio para otro pues envuelven más de dos dominios.

En la Figura 4.6, ilustramos en el siguiente diagrama, los posibles mapeamientos o proyecciones conceptuales que desde los diferentes textos (espacios) hace Fedor para encontrar la solución.

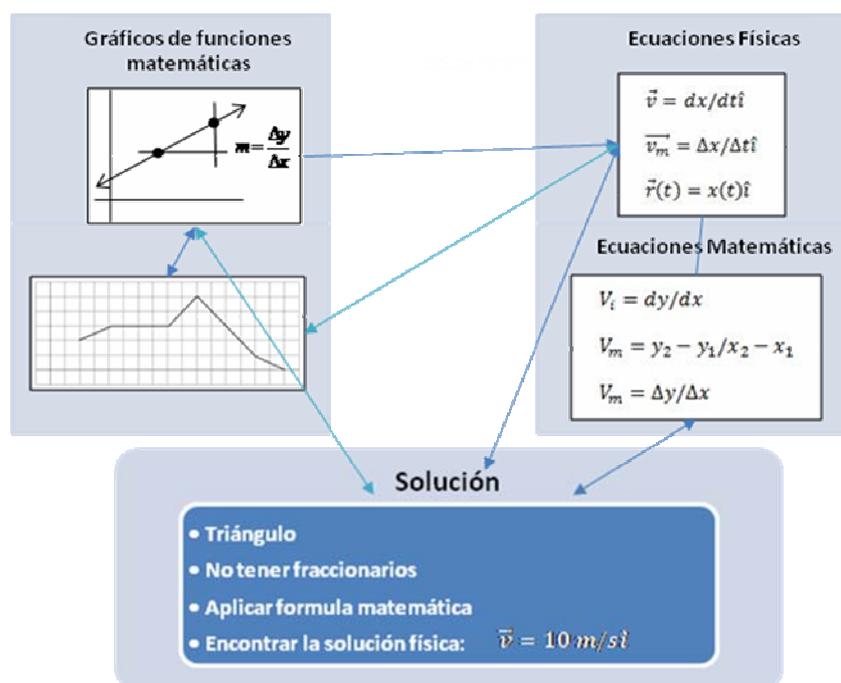


Figura 4.6. Montaje conceptual de Fedor

Al relacionar estos espacios, Fedor construye su propia manera de pensar, sus propios enunciados, que se evidencian en la totalidad de la secuencia de diálogos presentada. Él está consciente de lo que quiere la profesora de física, y sabe escoger el triángulo para su solución.

Observamos que los otros, aunque utilizan el triángulo, lo ven como un dibujo que deben hacer para adornar la solución del ejercicio, complacer a su profesora y conseguir reconocimiento, porque cuando van a solucionar el problema utilizan la fórmula analítica.

Cabe destacar también, que cuando propusimos esta tarea al grupo de estudiantes estábamos conscientes de que, aunque diferente en algunos aspectos y modalidades a las que realizan habitualmente en clase de física, los ejercicios propuestos eran similares a los vistos en la clase de movimiento rectilíneo. Por lo cual, esperábamos que los estudiantes reprodujeran el género del habla de la profesora y los textos que ella utiliza y combina en la clase. Y,

debido a eso, consideramos importante reseñar que, aunque Fedor utiliza el mismo discurso de la clase, se aparta de él cuando utiliza un triángulo distinto que le será más conveniente para desarrollar sus cálculos.

En síntesis, este episodio nos muestra que mientras la profesora durante la clase, en su modo de explicar, está preocupada en conectar la matemática con la física implicada en los contenidos, los estudiantes, de toda esa información que les es presentada, se apoderan de una parte de ella.

De acuerdo con Bolite Frant et al., (2005a), no se puede tener la certeza de qué, y cómo, están siendo mapeadas las inferencias que se hacen sobre un texto. Así, aunque no podemos saber exactamente qué es lo que está siendo mapeado del discurso de la profesora María Victoria por los estudiantes, sus acciones revelan que mientras para ella, la matemática es fundamental para resolver problemas de la física; para los estudiantes, que no comparten el mismo conocimiento matemático, ésta tiene una interpretación diferente, como podemos ver en el siguiente diagrama, presentado en la Figura 4.7.

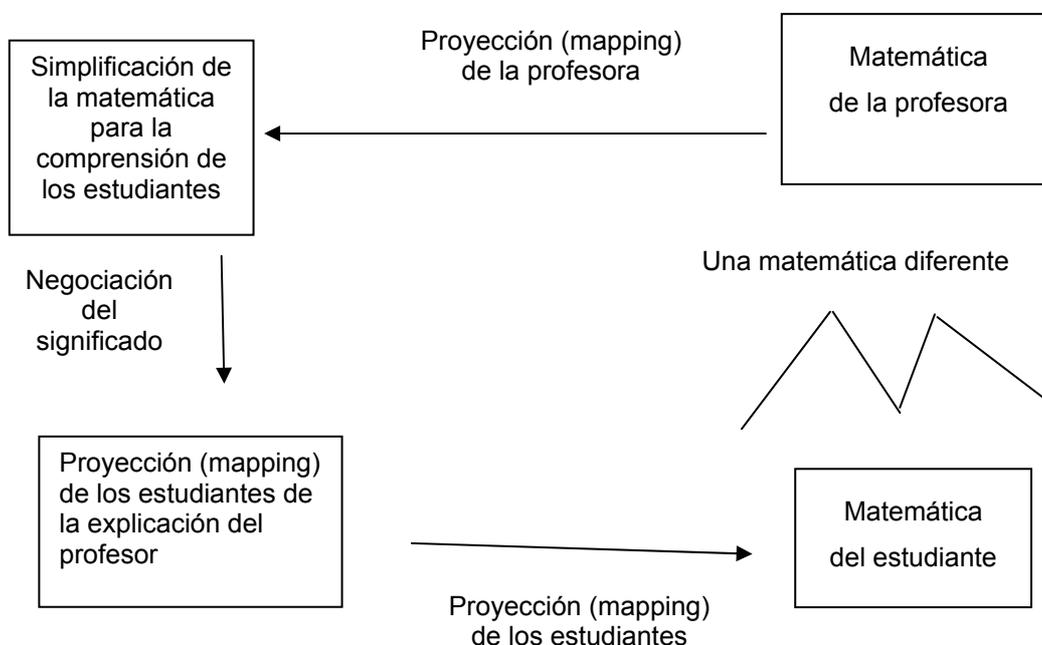


Figura 4.7. Mapeamientos de la profesora y de los estudiantes. Tomado de Bolite Frant et al., (2005a).

Un aspecto relevante que se hace visible a través del análisis de este episodio, por tanto, es el rescate de los argumentos que están en juego durante los diálogos, negociaciones e interacciones de los estudiantes. Hemos conseguido aislar (incorporando los implícitos en sus diálogos) dos argumentos o hipótesis que sustentan los pensamientos y el accionar de distinta manera de Carlos, Olga y Alma por un lado y de Fedor por el otro, en el momento de resolver el ejercicio sobre velocidad instantánea.

Dos argumentos surgieron durante el intercambio de ideas como síntesis de este episodio: ***El dibujo es una herramienta*** y ***El dibujo es un adorno***. Y cada uno nos remete a una metáfora conceptual distinta.

Para el argumento ***dibujo es herramienta***, que generó Fedor, tenemos el mapa  $M_H$  (Ver Cuadro 4.5); donde en el dominio fuente, están las herramientas que uno utiliza o vio a alguien utilizar durante su vida. Así como uno sabe que para pintar una pared se utiliza una brocha, y que para clavar un clavo en la pared se utiliza el martillo; uno también conoce las inferencias, tales como: que una herramienta ayuda a solucionar un problema y sobretodo que para problemas distintos podemos necesitar de herramientas distintas.

Dominio Fuente	Dominio Meta
Uno sabe para que se usa una herramienta	Uno sabe para que se usa el triangulo

Cuadro 4.5. Mapeamiento: Dibujo es una Herramienta

Estas inferencias son las proyectadas en el dominio meta. Por tanto, para Fedor, como la teoría le informa que puede utilizar cualquier triangulo, ya que son semejantes, él utiliza aquél que mejor le conviene. Para comprender mejor este mapeamiento podemos hacer como en Font et al. (2008) y explorar un esquema-imagen, que presentamos a continuación en la Figura 4.8.

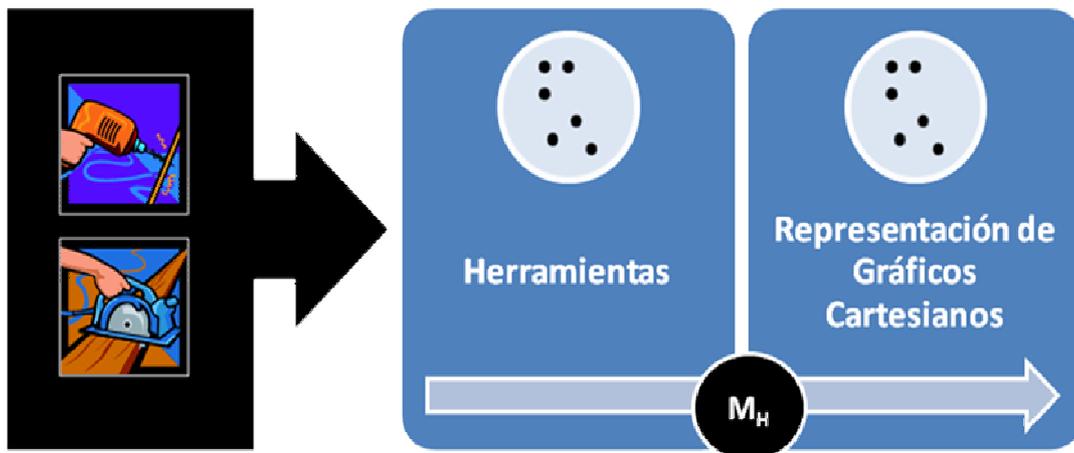


Figura 4.8. Esquema-imagen: dibujo es una herramienta. Basado en Font et al. (2008).

Para el argumento **dibujo es un adorno**, usado por Alma, Olga y Carlos condensamos el esquema utilizado, en la Figura 4.9:

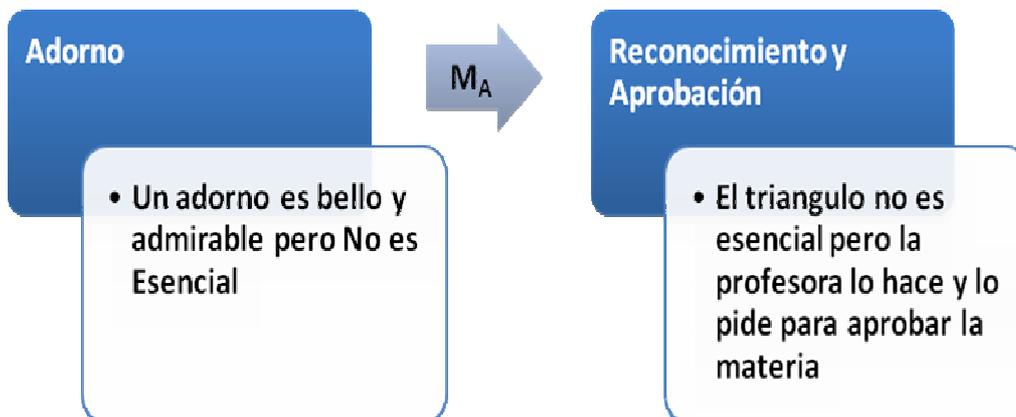


Figura 4.9. Esquema: dibujo es un adorno

#### 4.2.1.2 Episodio 2. La apropiación de géneros del habla

En la Tarea 1 hemos confrontado a los estudiantes con un ejercicio que usualmente la profesora explica y después ellos realizan en clases o directamente en una evaluación. Cuando revisamos en forma general, los diálogos de Carlos, Alma, Olga y Fedor, observamos que ellos tienen varias formas o estilos para comunicarse. Comenzamos describiendo lo que sucedió cuando realizaban ejercicios de respuesta breve, donde debían aplicar una ecuación o definición matemática.

Hemos escogido varios momentos en los que observamos que ellos se dedicaban a aplicar reglas, propiedades, formulas o definiciones matemáticas, y al discutir entre ellos o explicar lo que habían hecho a la profesora/investigadora, utilizaban el mismo género del habla de su profesora en clases de Física. Además, generalmente, tratan de concordar en lo que afirman y en dar soluciones que coincidan.

Para ilustrar estos escenarios, mostramos a continuación los diálogos de los estudiantes participantes, luego de que les habíamos pedido que explicaran cómo habían hallado la velocidad media entre dos tiempos dados, a partir de un gráfico posición/ tiempo:

*Olga- La velocidad media.....*

*Fedor- Nosotros por concepto sabemos que la velocidad media es un delta r sobre un delta t... Olga- ...el desplazamiento recorrido, pues...*

*Fedor- Conociendo los... teniendo la gráfica posición-tiempo, bueno, simplemente hicimos la resta de los vectores y el cociente... delta  $\vec{r}_2 - \vec{r}_1$  menos  $\vec{r}_1$  y el delta t...*

*Olga- Sabiendo que delta  $\vec{r}$  es la posición inicial, menos posición... - final menos inicial-, entre...*

*Olga y Fedor- ...el tiempo recorrido...*

*Carlos- El intervalo de tiempo...*

*Fedor- Y sabemos que es i porque nos dicen, que la gráfica se mueve en rectilíneo y en x...*

*Olga- ...equis...*

(L.49-55. p. 314 / L. 1-7. p. 315. Transcripción Tarea 1).

Mostramos también este otro momento, cuando se les pregunta cómo hicieron para calcular la velocidad instantánea en  $t = 2,5$ s, a partir del gráfico posición tiempo que se les entregó:

*Olga- Sabemos que: en 2,5 nos piden hallar la velocidad instantánea en el tiempo  $t$  igual 2,5 y en el tiempo  $t$  igual 6,5, entonces, en 2,5 vemos cual es la pendiente de la gráfica de la posición/tiempo, y tenemos que en ése instante de 2,5, la....*

*Alma- ...la pendiente...*

*Olga- ...la pendiente a esa curva es cero... por tanto la velocidad instantánea en ese punto 2, 5 es cero...*

*Fedor- ...la derivada...*

*Carlos- ...tangente paralela al eje de las abscisas...*

(L.29-37. p. 317. Transcripción Tarea 1).

Vemos entonces como aparecen mezclados en los diálogos, ecuaciones de la velocidad media con el significado geométrico y físico de la derivada, al asociar la derivada con la pendiente del gráfico, la velocidad instantánea y la inclinación de la recta tangente a la curva en  $t = 2,5$ s.

Mostramos ahora otro momento relacionado con el estilo de comunicación que tienen estos estudiantes cuando al hablar, tratan de reproducir el discurso de la clase de Física.

Se les pidió que hallaran los intervalos en los que la velocidad es nula, positiva o negativa (a partir del gráfico posición/tiempo dado), allí observamos como Carlos al principio, trata de hablar con su propio lenguaje, estructurándolo y combinándolo con el de la clase de Física, por lo que comienza repitiendo la pregunta e inmediatamente es corregido por Olga, luego es cuestionado por la profesora y después es corregido nuevamente, esta vez por Fedor.

Así, que rápidamente Carlos asume totalmente el género del habla de la clase de Física y responde sin dudar, asociando los signos de la velocidad con los signos de la pendiente del gráfico:

*Carlos- La pregunta es cuando la velocidad es nula, positiva o negativa, entonces yo tengo que mencionar los intervalos en que la partícula (se refiere a la velocidad) es nula, positiva o negativa...*

*Olga- ...la velocidad... (Corrigiendo a Carlos)*

Carlos- por lo general es nula cuando la pendiente en dicha...de la función, es cero.. se hace cero, por lo tanto aquí, en la grafica de la función que yo tengo aquí, la pendiente es nula de 2 a 4, por lo tanto la velocidad es nula de 2 a 4, y aunque la velocidad es positiva cuando la pendiente es positiva ¿no?, porque es la derivada de dicha función...

P- ¿Cuando la pendiente de quién?...

Carlos- La pendiente de dicha función, en dichos, en los intervalos, cuando las pendientes de las funciones son positivas...

Fedor- De las rectas... (Corrigiendo a C)

Carlos- Aja, de las rectas, de las funciones...entonces tenemos que la velocidad es positiva en los intervalos de 1 a 2 y... de 4 a 5, porque la pendiente es positiva, valga la redundancia, y la velocidad es negativa cuando la pendiente es negativa, en dicha función, entonces la pendiente es negativa de 5 a 8...

Fedor- Todos abiertos, los intervalos

(L.12/L.31. p.320. Transcripción Tarea 1).

Otro estilo de comunicación que presentan los estudiantes, es cuando se les hacen preguntas ligeramente distintas de las vistas en clase, y que los hace reflexionar sobre lo que deben responder ya que no se trata de aplicar una fórmula o recitar un texto.

#### 4.2.1.3 Episodio 3. La velocidad positiva... ¿significa?...

En este episodio vamos a analizar lo que sucede cuando les preguntamos: ¿que significa que la velocidad sea nula, positiva o negativa?, en el momento de responder **¿Que significa que la velocidad sea positiva?** el grupo se tranzó en una discusión, donde uno de los estudiantes (Fedor) asumía una definición formal, que si la velocidad era positiva, entonces la partícula se movía a la derecha del origen (lo que la profesora dijo en clase) mientras los demás estudiantes convenían en darle una explicación de acuerdo a lo que ellos veían en el gráfico, que la partícula se alejaba del origen:

Olga- ¿Que significa que la velocidad sea positiva?

Alma- Que la partícula se aleja del... del sistema de referencia...

Fedor- ¡Noooo!

Olga- No precisamente... pero puede ser negativa o positiva ¿no?... si se está alejando puede ser positiva o negativa, ... si se está alejando...

Carlos- Cuando la velocidad es positiva la partícula se esta alejando...

Alma y Olga- Cuando es negativa se esta regresando  
 Fedor- ...¡pero no... pero no!... ¡qué es eso!...

Carlos- La velocidad es un vector...  
 Fedor- ¡Okey!... pero marca tú... ella esta partiendo de aquí, okey, sale pa' éste lado... ¿cómo es tú velocidad?... tu velocidad es negativa y se esta alejando también...

Olga- ¿Entiendes lo que esta diciendo?... (Olga se dirige a Carlos)  
 Carlos- Sí, yo sé...

Fedor- O sea, se esta moviendo digamos... si estamos trabajando...  
 Carlos- Depende de la posición...  
 Fedor- ..en X-Y, tendríamos que tener un origen, un observador cero-cero...

Carlos- ... depende de la posición... mira donde esta la posición, a los diez segundos se encuentra a 10 metros del origen...  
 Olga- ...del origen  
 Carlos- ...se encuentra en el lado positivo  
 Fedor- ¿Qué me dice aquí que esa pendiente sea positiva?... que ella se esta moviendo a la derecha... si es un movimiento así, yo estoy planteando un origen de coordenada aquí, donde aquí está el observador... si ésta se esta moviendo hacia acá... aquí sería positiva... Fedor dibuja distintos gráficos unidimensionales para explicar lo que dice  
 Carlos- Aquí sería positiva pero depende de la posición de la partícula...  
 Fedor- No depende de la posición, o sea, porque yo puedo estar aquí pero si me estoy moviendo pa'llá sigue siendo positiva...

Alma- ¡Ujum!  
 Olga- La velocidad sigue siendo positiva y el esta parado aquí...  
 Fedor- En este caso... que estamos en un sistema X-Y, si me estoy moviendo a la derecha, y yo marqué mi origen aquí.... o sea, no importa que lo trace aquí, o aquí, o a....  
 Olga- ...o sea, que eso, eso... bueno, que se esta alejando... no significa... no importa... si es negativo, se esta alejando igualmente...  
 Fedor- Dependería del sentido... dependería...  
 Alma- Bueno, que la partícula...  
 Carlos- En este caso, en este caso... la partícula, por lo menos la partícula, se encuentra a menos 10 metros, ponte aquí, aquí la partícula esta a menos 10 metros del origen...  
 Olga- ...menos 10 metros...  
 Carlos- Aja, y la partícula... aquí la velocidad es positiva... entonces la partícula se esta alejando... pero como aquí se encuentra a diez metros la velocidad es positiva, por lo tanto la partícula se sigue alejando del origen o ¿no?...  
 Fedor- Si, pero es que, es que...  
 Carlos- Entonces va a depender de la posición, entonces...  
 Fedor- ¡No, César!  
 Carlos- La velocidad es positiva pero te estoy diciendo que se acerca o se aleja del origen, en este caso, si la partícula está a menos 10 metros del origen y la velocidad es positiva, entonces la partícula se está acercando al origen, pero si la partícula está a 10 metros del origen, la partícula se está alejando el origen, ... va a depender de la posición de la partícula o ¿no?...  
 Fedor- Sí, pero...  
 C- ...o ¿no?...  
 F- Estas hablando de algo muy específico, o sea...

Carlos- Pero estamos hablando en este caso, que la partícula se encuentra a 10 metros del origen...

Fedor- Okey, se sigue alejando del origen...

Carlos- Yo entiendo... si por lo menos...

Fedor- Pero es que tú dices, pero es que tú dices, ¿como tú mides la distancia? ...

Carlos- ...por lo menos,... si yo tengo mi gráfica aquí, tengo mi gráfica aquí, tengo mi gráfica aquí,... shh...

Fedor- ...ella esta aquí, aquí esta el sistema de referencia... yo te digo está a 10 metros del origen, yo puedo decir que está aquí,.. en menos 10... (dibuja el origen de coordenadas y vectores a 10 y menos 10 unidades del origen)

Olga- ...menos 10...

Fedor- ... y no esta mal lo que estoy diciendo está a 10 metros del origen, porque yo no te estoy diciendo, ..está a 10 metros i ni a menos 10 metros i, ... yo no te estoy definiendo un vector, nada más te estoy diciendo una distancia...

Carlos- Aja, pero en este caso te esta diciendo que está a 10 metros del origen positivo...

Olga- ...10 metros del origen positivo...

Carlos- en este caso no te esta diciendo que está a menos 10 metros negativos... por lo tanto, entonces , aquí la partícula se está alejando, cuando es positivo, aquí se aleja...

Olga, Fedor y Carlos- en este caso pues, en este caso... (se refieren específicamente al movimiento descrito en el gráfico dado

Olga- ...entonces uno tiene que colocar... "en este caso la partícula se encuentra en menos 10..."

Fedor- ... en 10, okey...

Olga- ...¡en 10!... se encuentra en 10 y la partícula se está alejando

Carlos- ... se está alejando de 1 a 2 segundos...

Olga y Carlos- Se detiene de 2 a 4, y se aleja de 4 a 5 y se comienza a regresar... y en 5 se para...

(L.52-54 p. 324/ L.1-55. p.325/ L.1-37. p 326. Transcripción Tarea 1.)

Hagamos una secuencia con las enunciaciones y dibujos de Fedor, para seguir el discurso de sus enunciaciones. En este momento Fedor se dirige a Carlos:

*"... O sea, se esta moviendo (la partícula) digamos... si estamos trabajando... en X-Y, tendríamos que tener un origen, un observador cero-cero..."*

Y luego, Fedor les dice:

*"...¿Qué me dice aquí (señala el segmento de gráfico con pendiente positiva que está entre 1s y 2s) que esa pendiente sea positiva?... que ella se esta moviendo a la derecha... si es un movimiento así, yo estoy planteando un origen de coordenada aquí, donde aquí está el observador... si ésta se esta moviendo hacia acá... aquí sería positiva..."*

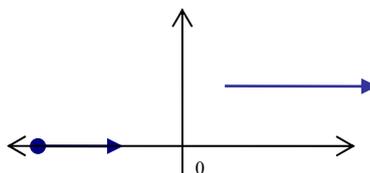
Fedor dibuja un gráfico unidimensional para explicar lo que esta diciendo:



Y cuando Carlos le contesta a Fedor, que no es cierto, y que ahora el signo de la velocidad depende de la posición de la partícula, Fedor le responde a Carlos:

*“...No depende de la posición, o sea, porque yo puedo estar aquí pero si me estoy moviendo pa'llá sigue siendo positiva...”*

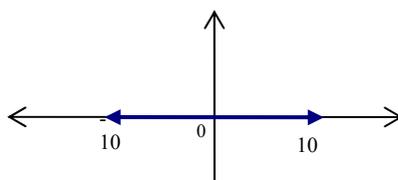
Y Fedor dibuja otro gráfico, ahora bidimensional, para explicarles lo que dice:



Y continúa dándoles argumentos a Carlos, Olga y Alma para convencerlos de su opinión:

*“... En este caso... que estamos en un sistema X-Y, si me estoy moviendo a la derecha, y yo marqué mi origen aquí.... o sea, no importa que lo trace aquí, o aquí, o a .... Dependería del sentido... dependería... ... ella (la partícula) esta aquí, aquí esta el sistema de referencia... yo te digo está a 10 metros del origen, yo puedo decir que está aquí, en menos 10...”*

Fedor entonces, dibuja el origen de coordenadas y vectores a 10 y a menos 10 unidades del origen y al mismo tiempo les dice:



*“... y no esta mal lo que estoy diciendo está a 10 metros del origen, porque yo no te estoy diciendo, está a 10 metros i ni a menos 10 metros i... yo no te estoy definiendo un vector, nada más te estoy diciendo una distancia...”*

En la siguiente Figura 4.10, mostramos los diversos gráficos que dibujó Fedor, detrás de su hoja de la Tarea 1, mientras discutía con los otros estudiantes.

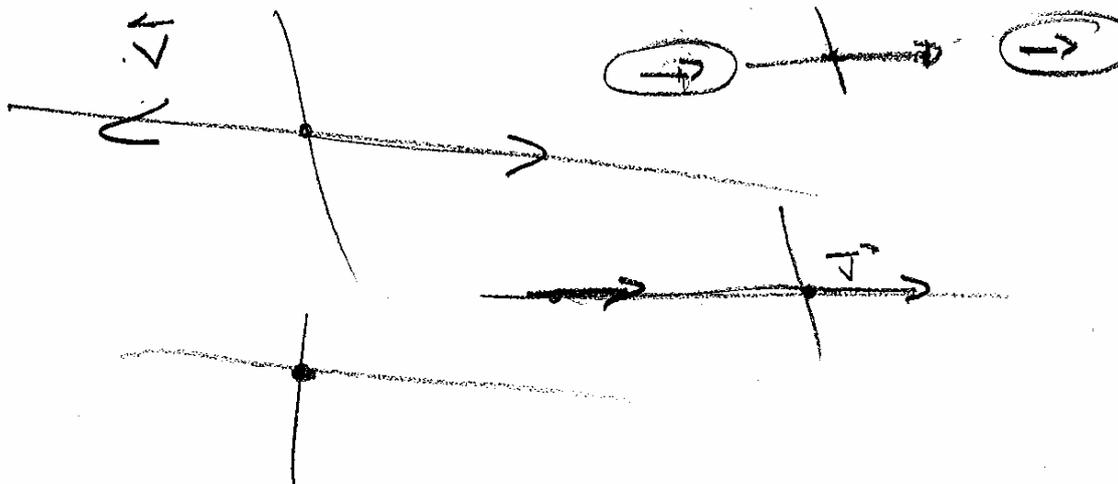


Figura 4.10. Los gráficos de Fedor

Luego, Olga, Carlos y Fedor concluyen:

*"...en este caso pues, en este caso... (Se refieren específicamente al movimiento descrito en el gráfico dado) entonces uno tiene que colocar... En este caso la partícula se encuentra en 10, okey..."*

A pesar del aparente acuerdo entre los estudiantes, al intervenir la profesora/investigadora para pedirles que le expusieran las conclusiones a las que habían llegado, observamos que aparece un nuevo argumento aportado por Fedor, que puede resumirse como:

*"... ¿que significa que la partícula tenga velocidad positiva, bueno, en este caso, que se esta moviendo en la dirección y sentido del vector  $\hat{i}$ "*

(L.26-28 p. 331. Transcripción Tarea 1).

Parte de la discusión que se presentó entre los estudiantes para establecer nuevas negociaciones acerca de este argumento, se muestran a continuación:

F- Otra manera de decirlo, o sea, que la partícula en esos intervalos donde es positiva (la velocidad) se esta moviendo en la dirección y el sentido del vector uno-cero... en este caso, podría decirlo así también...

O- ¿Cómo, cómo?

P- ¿Que dicen ustedes?

C- Del vector  $i$

F- Que en este caso, ¿qué significa que la partícula tenga velocidad positiva?, bueno, en este caso que se está moviendo en la dirección y sentido del vector  $i$ ...

C- Del vector  $i$ , eso también puede ser... así sí, ah, así sí me... eso mismo

P- Aja. ¿Y ustedes lo ven?...

A- Sí

O- Uhhh, sí, el vector  $i$ ...

P- ...lo ven así

C- De acuerdo al sistema de referencia siempre va a existir un vector  $i$

O- ...cuando es positiva, se esta moviendo... no... sí, sí, sí...

C- O sea, se mueve en... dirección del vector  $i$

(L.19-38. p. 331. Transcripción Tarea 1).

Las enunciaciones de Fedor nos indican que él haciendo uso del concepto de velocidad como vector, vemos cómo su discurso va convenciendo a los demás, se hace más próximo aún al habla o discurso de la profesora de Física y con este argumento de autoridad, convence a los otros estudiantes.

Sin embargo, nos damos cuenta que finalmente, Carlos, Alma y Olga retoman su significación inicial, que es la que tiene sentido para ellos, lo cual se explicita en sus respuestas escritas en sus respectivas hojas de respuestas a la Tarea 1, donde afirma que: “cuando la velocidad es positiva, la partícula se aleja del origen”.

Un esquema argumentativo del Episodio 3, se muestra a continuación, en la Figura 4.11.

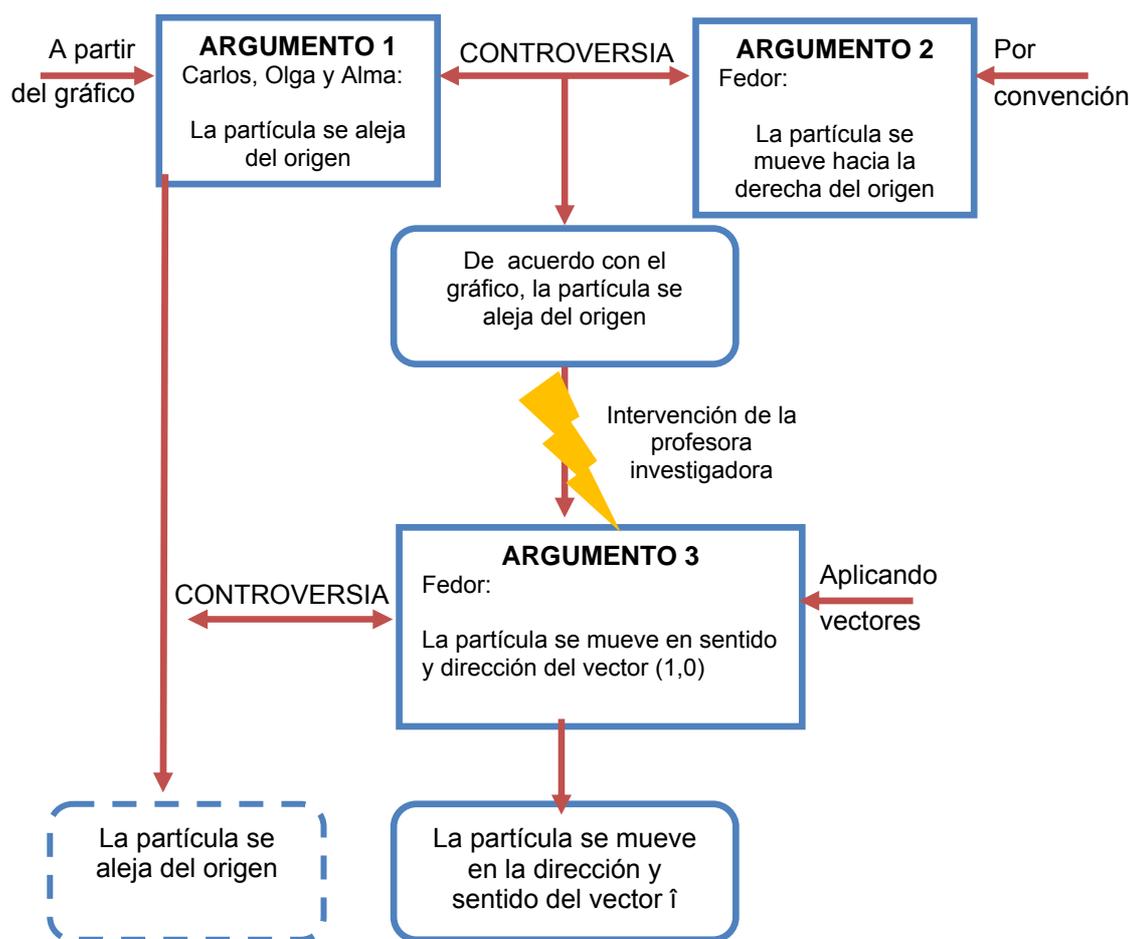


Figura 4.11. Esquema argumentativo del Episodio 3.

Para seguir profundizando, en el reconocimiento de lo que ocurre cuando los estudiantes trabajan con gráficos cartesianos para representar el movimiento rectilíneo y la producción de significados matemáticos, desarrollamos el análisis de la Tarea 3, en la cual los estudiantes, a través de secuencias de dibujos y del accionar de sus propios cuerpos representaron el movimiento en un gráfico posición/ tiempo.

Una tarea más abierta, que pretendíamos que pudiera desplegar una serie de posibilidades para que los estudiantes se expresarán, discutieran y reflejaran su pensamiento, para que no sólo reprodujeran los textos que circulan en los distintos espacios de la clase. De este análisis, surgieron dos episodios. A continuación, describimos la Tarea 3 y los episodios analizados.

### 4.3 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LOS EPISODIOS: IMPLEMENTACIÓN DE LA TAREA 3 Y CAMBIOS EN LA TAREA 6

#### 4.3.1 Descripción implementación y análisis de la Tarea 3

En esta tarea nos planteamos proponer a los estudiantes varios ejercicios interrelacionados para representar el movimiento, que no fuesen como los que habitualmente les muestra la profesora en clases de física y que pudieran ser resueltos de varias formas.

Esto con el fin de estimular a los estudiantes a hablar y a dialogar entre ellos, con ideas, argumentos para llegar a negociaciones, que nos permitieran encontrar indicios acerca de sus formas de pensar y particularmente sobre la producción de significado matemático para la representación del movimiento rectilíneo en gráficos cartesianos posición/ tiempo.

En la Tarea 3, basada en el artículo de Speiser (2003) y en ejercicios de Belmonte (1993), presentamos una secuencia de dibujos (Ver Figura 4.12), en los que se muestra a un niño inicialmente sosteniendo un balón y luego haciéndolo desplazar en cada uno de los cuadros numerados del 1 al 5 de la secuencia.

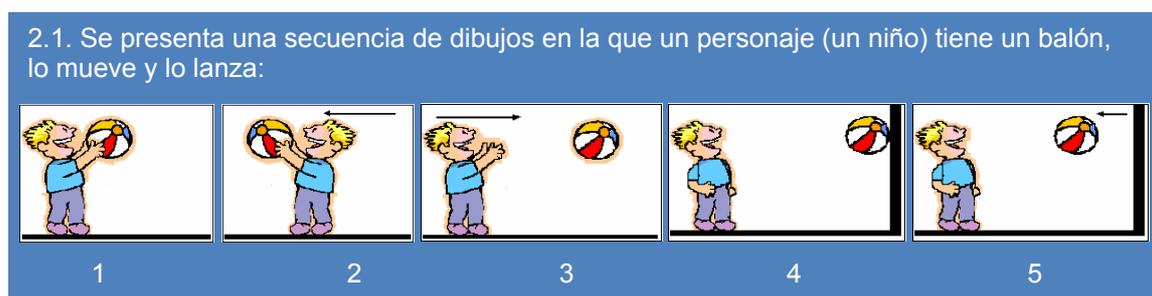


Figura 4.12. Secuencia de dibujos de la Tarea 3

La secuencia de dibujos, es para nosotros el elemento provocativo, inusual, que pensamos puede generar diálogos entre el profesor y los estudiantes, entre ellos mismos y respuestas más abiertas, que permitan reconocer si están

comprendiendo y produciendo significados y no sólo reproduciendo información, que es parte de los objetivos de este estudio.

Se les explicó a los estudiantes que realizarían cuatro actividades en las que iban a escribir, hablar, accionar sobre movimiento y a representar gráficos cartesianos posición /tiempo.

Con la secuencia de dibujos y las diversas formas de interpretar el movimiento del balón allí representado, pretendíamos encaminar al estudiante en la compleja tarea de graficar el movimiento, ya que como lo señalan Tortora e Iannece (2004):

*“... the Cartesian plane, far from being just a tool for geometrical visualization of algebraic formulas, can be viewed as the visual-operative structure that allows and promotes the construction of the concept of relation between two variables”. (Tortora, R. & Iannece, 2004. p.1)*

Así, bajo los fundamentos anteriores, a través de una serie de ejercicios propuestos en la Tarea 3, intentamos llevar a los estudiantes por varios caminos, que los hagan converger hacia la acción de la representación gráfica del movimiento en dos dimensiones. Tomando en cuenta que existe la imprecisión de que lo que se percibe al observar el movimiento *en físico* (o por experiencia propia) es la trayectoria del movimiento, al concebir al *plano cartesiano* como una “estructura lingüística” (Tortora y Iannece, 2004), es posible percibir cognitivamente la relación entre las variables espacio-tiempo.

Resaltamos que el objetivo final de esta tarea no se reduce a observar deficiencias, dificultades o “malentendidos”, en la forma como los estudiantes representan sus gráficos, lo que queremos es crear *une ambiance* en el que los estudiantes puedan expresarse en su lenguaje natural, para reconocer su propio conocimiento sobre el movimiento y la producción de significado matemático que se genera.

Pero, al mismo tiempo, intentamos mirar cuál es el alcance que el género del habla de la profesora de física consigue ejercer en la comprensión de la representación del movimiento en gráficas cartesianas posición /tiempo.

Nuestra hipótesis, al proponer esta tarea, es conseguir que los estudiantes tengan la posibilidad de ir más allá de responder con el género del habla de la profesora en la clase, al darles la posibilidad de tener una diversidad de modalidades para explicar sus respuestas, para poder reconocer evidencias de los conocimientos que poseen sobre lo tratado.

En relación con el contenido y los objetivos de la Tarea 3, las partes se organizaron de manera tal que los estudiantes:

- En el primer ejercicio (2.1.a) describieran por escrito el movimiento del balón.
- En el segundo ejercicio (2.1.b) representaran el movimiento ellos mismos con un balón.
- En el tercer ejercicio (2.1.d) representaran el movimiento del balón en un gráfico posición/ tiempo.
- En el cuarto ejercicio (2.1.e) explicaran lo que sucedía en sus gráficos y comentarán, discutirán o señalarán al grupo y a la profesora sus observaciones.

En la Figura 4.13, presentamos la Tarea 3 y a continuación, en la Figura 4.14, resumimos su composición y objetivos.

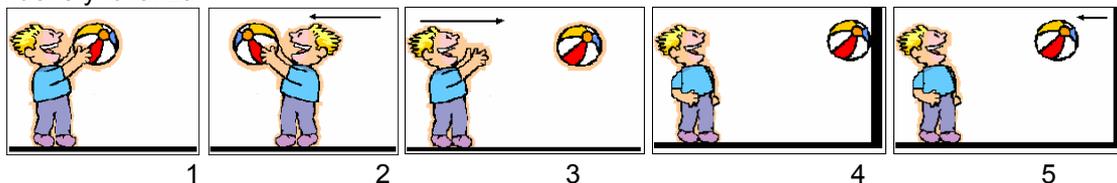
UNIVERSIDAD DE CARABOBO- FACULTAD DE INGENIERÍA  
GRUPO N°: \_\_\_\_\_

FÍSICA I - SECCIÓN: \_\_\_\_\_  
FECHA: \_\_\_\_\_

INTEGRANTES: \_\_\_\_\_

TAREA 3 - (ACTIVIDAD GRUPAL 2)

2.1. Se presenta una secuencia de dibujos en la que un personaje (un niño) tiene un balón, lo mueve y lo lanza:



a) Individualmente, observen cada una de las figuras por separado, en relación con el movimiento que realiza el balón, analicen cada figura y describan el movimiento del niño y el balón

- Figura 1 \_\_\_\_\_
- Figura 2 \_\_\_\_\_
- Figura 3 \_\_\_\_\_
- Figura 4 \_\_\_\_\_
- Figura 5 \_\_\_\_\_

b) Siguiendo las observaciones dadas en (a), un integrante del grupo debe actuar como el personaje de los dibujos y hacer que mueva un objeto, lo más aproximado posible, a lo que muestra la secuencia de dibujos. Describan los movimientos realizados por el alumno seleccionado y el balón, a continuación:

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

d) Representen en un gráfico cualitativo posición /tiempo el movimiento del balón de acuerdo a la descripción que han hecho sobre la secuencia de dibujos en (a). Consideren a cada figura como un intervalo o etapa del movimiento.

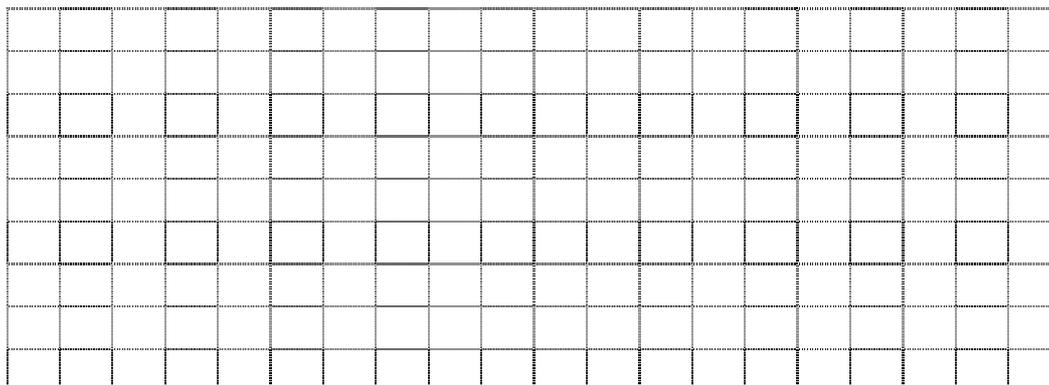


Figura 4.13. La Tarea 3

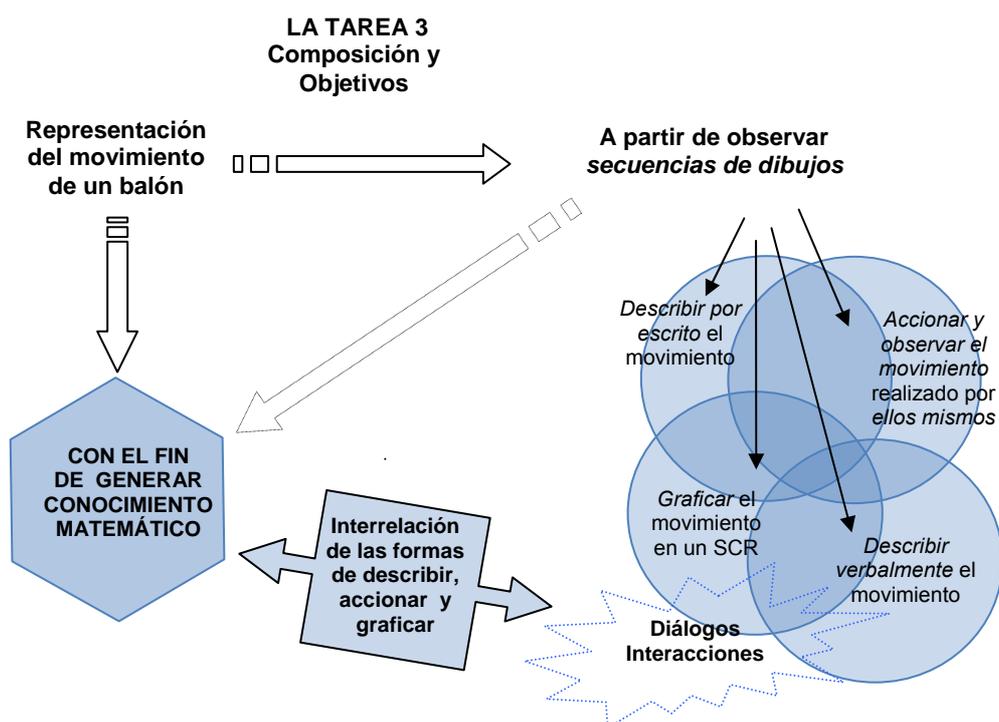


Figura 4.14. La composición y los objetivos de la Tarea 3.

Es necesario puntualizar y hemos tratado de hacerlo visible en el diagrama anterior cual es el recorrido que queremos hacer seguir a los estudiantes para llegar a representar el movimiento (en este caso de un balón) en un gráfico posición/tiempo. Ellos van a estar expuestos a textos que pertenecen a una diversidad de géneros del habla, que se relacionan a su vez en los distintos espacios de comunicación y de actividad humana (académicos, literarios, musicales, cotidianos, del aula de clase, publicidad, medios de comunicación impresos, radio, TV, telefonía celular, cine, videos-games, entre otros), con los cuales, los estudiantes puedan tener contacto.

Pero, también asumimos, que puede ocurrir que los estudiantes para representar el movimiento a partir de la secuencia hagan el recorrido directo, que observamos en el diagrama, o también, que como los dibujos se prestan a diversas interpretaciones, a menos que se limiten las posibilidades, no necesariamente los estudiantes van a reconocer un movimiento rectilíneo del balón en la secuencia de dibujos, o en sentido más amplio un movimiento de traslación.

Es debido a esto que hemos organizado secuencialmente esta tarea, para que en las dos primeras actividades (describir por escrito el movimiento del balón y representar el movimiento ellos mismos) no nos limitáramos a hablar de movimiento rectilíneo y así tratar de abrir posibilidades de comunicación.

Para cumplir con este fin, la Tarea 3 fue grabada en video desde el momento en que los estudiantes fueron convocados para realizar el primer ejercicio, donde debían describir por escrito el movimiento del balón. Aunque los datos generados por este ejercicio se consideraron para compararlos con las respuestas físicas, verbales y gráficas de los estudiantes, se generaron diálogos entre los estudiantes y la profesora que fueron transcritos y forman parte de la data de los análisis de los episodios críticos que presentaremos para este período de la investigación. En las dos actividades siguientes (representar el movimiento del balón en un gráfico posición/tiempo e interpretarlo verbalmente) les indicamos a los estudiantes que íbamos a considerar que el balón se movía en forma rectilínea, para así tener un mismo referente en relación al tipo de gráfico posición/ tiempo que dibujarían.

El esquema de la Figura 4.15 ilustra los procedimientos seguidos por los estudiantes durante la ejecución de la Tarea 3. A partir de la secuencia de dibujos, los estudiantes deben escribir, hablar, accionar y graficar acerca del movimiento descrito por el balón y el niño. De estas actividades surge una primera versión de gráficos cartesianos sobre el movimiento de cada uno de los estudiantes participantes. Luego, hay una etapa de confrontación de resultados, los estudiantes deben hablar sobre las actividades ya realizadas, sus propios gráficos y los gráficos de los demás, esta interrelación produce controversias y cambios en las formas de representación en los participantes. Finalmente los estudiantes, vuelven a graficar, hablan sobre sus representaciones, comparten y negocian, lo que hace que se produzcan nuevas versiones de los gráficos, llegando todos a un acuerdo sobre la forma e interpretación del movimiento y su representación en un gráfico cartesiano.

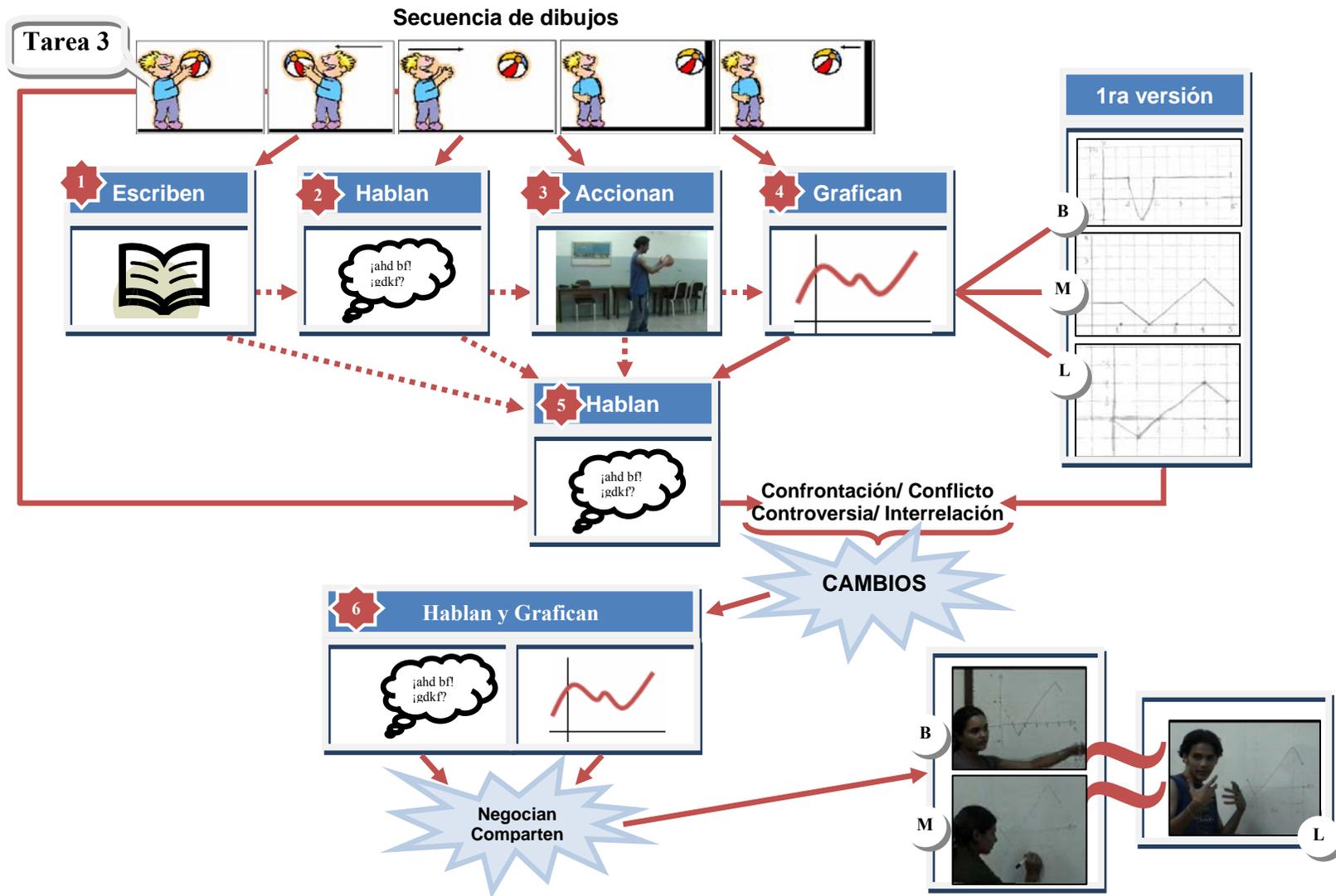


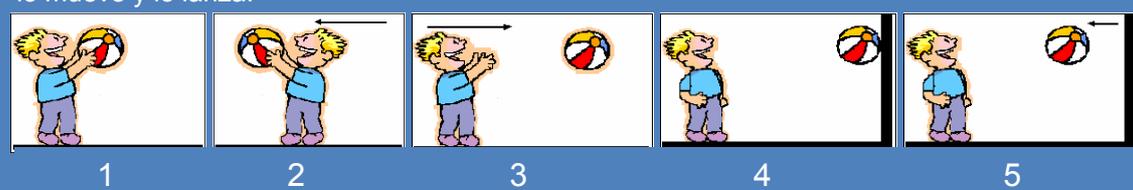
Figura 4.15. Esquema procedimental de la Tarea 3.

### 4.3.1.1 Episodio 4. Del dibujo a la acción

Los estudiantes vienen de resolver el ejercicio anterior donde debían describir por escrito el movimiento del balón, a partir de la misma secuencia, se encuentran en un salón del departamento de Física, acondicionado para hacer las tareas de la investigación, sentados alrededor de la mesa donde habían escrito en hojas individuales sus respectivas descripciones, preparándose para seguir con esta actividad.

En este episodio, los estudiantes participantes: Marta; Leoncio y Belkis, estudiantes de Física I (2do semestre), trabajan para resolver la pregunta 2.1 (b) de la Tarea 3, que se muestra en la Figura 4.16:

2.1. Se presenta una secuencia de dibujos en la que un personaje (un niño) tiene un balón, lo mueve y lo lanza:



b) Siguiendo las observaciones dadas en (a), un integrante del grupo debe actuar como el personaje de los dibujos y hacer que mueva un balón, lo más aproximado posible, a lo que muestra la secuencia de dibujos. Describan los movimientos realizados por el alumno seleccionado y el balón, a continuación:

Figura 4.16. Ejercicio 2.1 de la Tarea 3.

A continuación, la profesora/investigadora les dio las instrucciones a los estudiantes para comenzar el nuevo ejercicio de la Tarea 3, así que se retiraron las mesas para poder realizar los movimientos a lo largo del salón. Los estudiantes seleccionaron a Leoncio para que realizara los movimientos que el niño le imparte al balón, mientras Belkis y Marta se encargarían de observar y anotar lo que él haría.

Al comenzar, Leoncio, se paró a la derecha del espacio para moverse (se ubicó para desplazarse de derecha a izquierda), con el balón a la altura del pecho; luego, cuando hay un cambio de la posición del balón en la etapa de 1 a 2, bajó los brazos formando un semicírculo con el balón y los subió hacia el otro

lado, mientras daba medio giro con el cuerpo; y luego lanzó el balón como para encestarlo. Estos movimientos se muestran en la Figura 4.17.



Figura 4.17. Movimientos de Leoncio con el balón

Cuando Leoncio terminó de realizar los movimientos, Belkis pidió hacerlos ella también, se paró de lado izquierdo y realizó movimientos diferentes a los realizados por Leoncio en la etapa de 1 a 2. Ella dio medio giro, saltando con el balón, dejando los brazos siempre a la altura del pecho, mientras cambiaba la posición del balón. Luego lanzó el balón, empujándolo con los brazos. (Ver Figura 4.18).



Figura 4.18. Movimientos de Belkis con el balón

Cuando comparamos el accionar de ambos estudiantes, con lo que escribieron en su descripción del movimiento y lo que comentaron después de hacerlo, observamos que Leoncio trata de coincidir con lo que escribió en su descripción anterior (*H-L: Tarea 3. Ej: 2.1.b/ p. 384*), en relación con la trayectoria que sigue el balón: *“la pelota hace un movimiento parabólico y el niño de rotación”* al voltearse de un lado a otro en la etapa de 1 a 2 y luego *“lanza la pelota en forma de parábola”*.

Belkis por su parte, escribió: *“Un niño tiene una pelota a la altura de su rostro cambiando de sentido en dos oportunidades... aplica una fuerza para impulsar el balón y soltarlo describiendo... un movimiento rectilíneo, a la misma altura... choca y cambia su sentido de orientación”*. (H-B: Tarea 3. Ej: 2.1.b/ p. 385).

Para Marta que no realizó los movimientos y se le pidió que los comentará, ambas representaciones están bien: *“Para mí los dos son iguales al dibujo...”* (L.15. p. 335. Transcripción Tarea 3). Ella escribió en su descripción que el niño realiza *“...un movimiento de rotación al dar media vuelta con la pelota, la cual a su vez realiza un movimiento de traslación. El niño lanza la pelota la cual describe un movimiento rectilíneo hasta una pared en la que rebota tomando nuevamente un movimiento rectilíneo hacia el niño”* (H-M: Tarea 3. Ej: 2.1.b/ p. 386).

Podemos notar que ellos han tratado en lo posible de representar lo que las imágenes de los dibujos les indicaban. Pensamos que las flechas en los dibujos que indican el movimiento y que tienen dirección horizontal, son símbolos que pueden inducirlos a pensar en movimiento rectilíneo ya que su representación gráfica en una dimensión es una recta con las mismas características.

Notamos también que no hacen referencia a lo que sucede cuando el niño y el balón cambian el sentido del movimiento en la etapa de 1 y 2, *-¿qué tipo de movimiento hace la pelota?-*, no parece claro para los estudiantes cuando tratan de decirlo. Marta generaliza y dice que es un movimiento de traslación, Leoncio dice que hace un movimiento parabólico y mueve el balón de arriba - abajo-arriba. Por su parte, Belkis puso su atención en el niño, cuando hizo su descripción por escrito, viéndolo que cambiaba de posición en dos oportunidades. Luego, cuando ella misma acciona los movimientos, hace que el balón siga una trayectoria circular, trasladándolo al girar su cuerpo y manteniendo los brazos extendidos y fijos.

Trataremos ahora de observar si esas diferencias y ambigüedades al describir por escrito, hablando y representando ellos mismos el movimiento, pueden

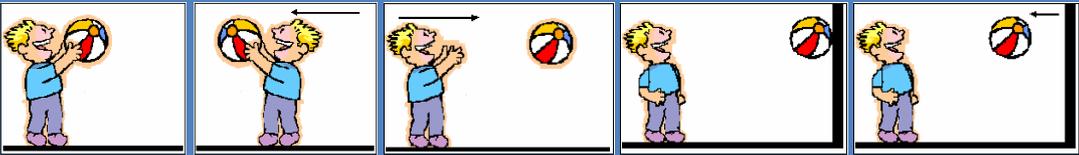
explicarse con el análisis del siguiente episodio, particularmente en relación con lo que sucede al iniciarse el movimiento (el origen del movimiento) y los cambios de sentido.

En esta oportunidad los estudiantes deben dibujar gráficos cartesianos de posición/ tiempo para después interpretarlos hablando y discutiendo con sus compañeros y la profesora /investigadora.

#### 4.3.1.2 Episodio 5. Del dibujo al gráfico posición/ tiempo

En este quinto episodio los estudiantes participantes: Marta; Leoncio y Belkis, continúan trabajando, ahora para resolver la pregunta 2.1.d de la Tarea 3, que mostramos a continuación, en la Figura 4.19:

2.1. Se presenta una secuencia de dibujos en la que un personaje (un niño) tiene un balón, lo mueve y lo lanza:



d) Representen en un gráfico cualitativo posición /tiempo el movimiento del balón de acuerdo a la descripción que han hecho sobre la secuencia de dibujos en (a). Consideren a cada figura como un intervalo o etapa del movimiento

Figura 4.19. Ejercicio 2.1.d de la Tarea 3

Los estudiantes de nuevo se encuentran sentados alrededor de una mesa, se les repartió a cada uno la hoja impresa con el ejercicio de la Tarea 3, allí se les indicó que observaran la secuencia de dibujos y que representaran en un gráfico cartesiano posición/tiempo el movimiento de la pelota, estimando que cada dibujo era una etapa del movimiento, numerada de 1 a 5.

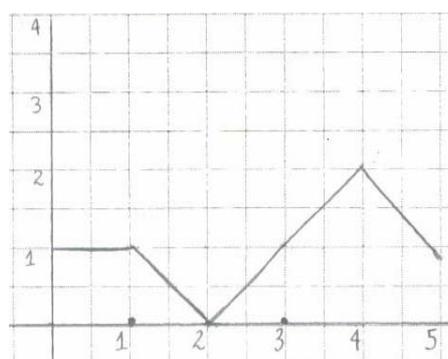
Se les indicó que para hacer el gráfico consideraran que el balón al cambiar de posición se movía en forma rectilínea, pero que si querían explorar otras posibilidades podían además hacer otros gráficos que podían adecuarse a lo

que mostraba la secuencia. También se les señaló que resolvieran individualmente la pregunta 2.1.d, para luego explicar cada uno su respuesta al grupo y a la profesora/investigadora. Los estudiantes comenzaron a trabajar y luego de cierto tiempo, terminaron de realizar sus gráficos por separado.

Después, cada uno de ellos explicó al grupo y a la profesora su respectivo gráfico. Observamos gracias a la visualización atenta y repetida del video que Marta cambió su grafico unos instantes antes de empezar a intercambiar los diálogos, ella vio el grafico de Leoncio cuando estábamos ordenando la mesa y hay un momento en el video, cuando habla sobre su grafico, en el que señala hacia Leoncio para decir algo. Luego, se produce una intervención de la profesora/investigadora que la interrumpe. La nueva versión de su gráfico es la que ella describe en la discusión final.

A continuación, mostramos parte de las enunciaciones que expusieron los estudiantes, al hacer las descripciones e interpretaciones de sus gráficos, tomadas de la transcripción de la Tarea 3,

■ Marta describe su gráfico:



*Marta- Cuando yo lo digo que de cero a uno es constante, yo lo digo es porque el muñequito esta quieto, no tiene ningún movimiento, esta o sea, no, no, el muñequito no, el balón, no tiene ningún movimiento, esta en las manos del niño y no, no presenta ningún movimiento, okey, ...de uno a dos yo lo represento con una recta con tangente, con pendiente negativa ¿por qué?, porque yo veo que la pelota retrocede, retrocede, entonces va hacia abajo, okey, de 2 a 4, ... es cuando el niño, ehhh, voltea otra vez, lanza la pelota hacia la pared ahí yo digo que hay una recta con pendiente positiva hacia arriba, ... porque*

se desplaza, la pelota se desplaza, igualmente aquí de 4 a 5 es una... recta con pendiente negativa porque hay un retroceso, realmente de la pelota...

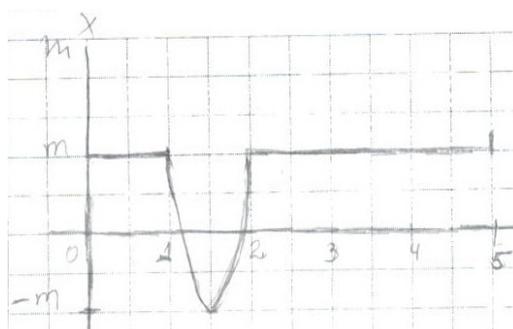
(L.21-33. p.352. Transcripción Tarea 3).

En el siguiente Cuadro 4.6, mostramos un resumen de la interpretación que hace Marta del movimiento del balón.

Marta y su interpretación del movimiento del balón	Verbalmente ¿Cómo lo denomina?	Accionar ¿Cómo lo visualiza?	Graficar ¿Cómo lo representa en un SCR?
De 0-1	Constante	No hay movimiento	Segmento de recta paralela al eje de las abscisas, en el primer cuadrante
De 1-2	.....	◦ Retrocede ◦ Va hacia abajo	Segmento de recta con pendiente negativa, en el primer cuadrante
De 2-3	.....	Se desplaza	Segmento de recta con pendiente positiva, en el primer cuadrante
De 3-4	.....	Se desplaza	Segmento de recta con pendiente positiva, en el primer cuadrante
De 4-5	.....	Retrocede	Segmento de recta con pendiente negativa, en el primer cuadrante

Cuadro 4.6. Marta y su interpretación del movimiento del balón.

- Belkis describe su gráfico:



Belkis- En mi gráfico lo que yo puedo observar del balón, es que el tiene una altura M, ¿verdad?, hasta... en el intervalo de cero a uno, de ahí en adelante la pelota pierde su dirección y su sentido, o sea, que tiene que estar describiendo un

movimiento ya bien sea de curva, ¿verdad? así, o rectilíneo, como no sé cual es el movimiento yo lo identifique con una curva, ¿verdad? donde él desde una posición M, que está del inicio baja a una posición, pierde altura y vuelve a subir verdad? si hago este movimiento, a una posición -M, cuando llega al intervalo de 2 a 3 lo que puedo observar es que él recupera su altura, o sea su condición inicial vuelve a la misma dirección y vuelve al mismo sentido que estaba en el inicio, es lo que puedo observar del dibujo, él (la pelota, el balón) mantiene la altura de la cabeza del niño y mantiene la dirección, mantiene el sentido de las manos del niño al inicio, de ahí del intervalo 3 hasta el intervalo 5 la pelota conserva su, su igual dirección...

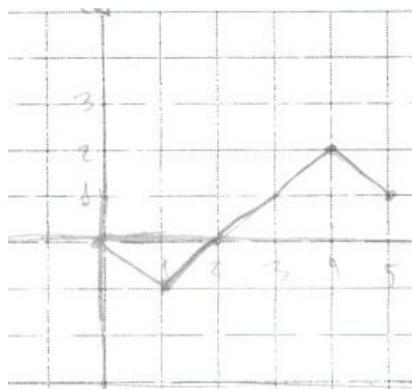
L. 42-55. p. 352/ L.1-2. p. 353. Transcripción Tarea 3).

Mostramos a continuación, en el Cuadro 4.7, un resumen de la interpretación que hace Belkis del movimiento del balón.

Belkis y su interpretación del movimiento del balón	Identificar ¿Como lo denomina?	Accionar ¿Cómo lo visualiza?	Graficar ¿Cómo lo representa en un SCR?
De 0-1	Tiene dirección y sentido	Tiene una altura M	Segmento de recta paralela al eje de las abscisas en el primer cuadrante
De 1-2	Sin dirección ni sentido	Desde la posición M pierde altura hasta la posición -M y vuelve a subir	Parábola vertical cóncava, con vértice en $(-M, \frac{3}{2})$
De 2-3	Vuelve a su dirección y sentido inicial	Tiene altura M	Segmento de recta paralela al eje de las abscisas, en el primer cuadrante
De 3-4	Conserva su dirección	Mantiene su altura (M)	Segmento de recta paralela al eje de las abscisas, en el primer cuadrante
De 4-5	Conserva su dirección	Mantiene su altura (M)	Segmento de recta paralela al eje de las abscisas, en el primer cuadrante

Cuadro 4.7. Belkis y su interpretación del movimiento del balón.

- Leoncio describe su gráfico:



L- Bueno, mi grafica, yo lo primero que tome en cuenta fue que como el muchacho esta en una posición inicial en la cual él no se mueve no hace nada, ... entonces yo dije que ese recuadro iba a ser el origen de coordenada porque hay una posición cero en un tiempo cero, o sea, ... no se ha efectuado ningún tipo de movimiento en ese instante....

(L.32-37. p. 353. Transcripción Tarea 3).

L- .... Mi eje de referencia es la pelota, ...entonces, ... comienza el movimiento, me dice que, el niño se esta moviendo en la posición contraria, por eso es que el movimiento lo estoy marcando por debajo del eje de coordenada porque esta haciendo un movimiento en el sentido negativo...

(L. 25-29. p. 354. Transcripción Tarea 3).

L- ... ¿ve?, entonces, luego vuelve hacia el lado contrario quiere decir que el desplazamiento se anula, ¿cierto?, entonces es cuando el vuelve desde una posición x hasta otra vez cero, porque se esta devolviendo el movimiento que se hizo al principio...

(L.31-35. p. 354. Transcripción Tarea 3).

L- ... entonces, aquí en el 3, en el mismo intervalo de, entre 2 al 3, el niño suelta la pelota, entonces la pelota se va a desplazar en sentido positivo, siempre hacia adelante,...

(L. 39-41. p. 354. Transcripción Tarea 3).

L- ... luego, entonces al final, ya cuando, entre 4 y 5, cuando la pelota llega hasta la pared, llega hasta este punto máximo y cuando choca contra la pared, se devuelve, ... hacia abajo otra vez...

(L.51-54. p. 354. Transcripción Tarea 3).

Un resumen de la interpretación que hace Leoncio del movimiento del balón, se muestra en el Cuadro 4.8.

Leoncio y su interpretación del movimiento del balón	Identificar ¿Cómo lo denomina?	Accionar ¿Cómo lo visualiza?	Graficar ¿Cómo lo representa en un SCR?
De 0-1	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ Posición inicial</li> <li>▫ Origen de coordenada</li> <li>▫ Posición cero, en tiempo cero</li> </ul>	No se mueve, no hace nada	Punto en el origen de coordenadas
De 1-2	Sentido negativo	Se mueve en posición contraria (a la inicial)	Segmento de recta con pendiente negativa, en el tercer cuadrante
De 2-3	<ul style="list-style-type: none"> <li>▫ Desplazamiento se anula</li> <li>▫ Vuelve desde una posición x hasta otra vez cero</li> </ul>	Vuelve hacia el lado contrario, se esta devolviendo el movimiento que hizo al principio	Segmento de recta con pendiente positiva, en el tercer cuadrante
De 3-4	Se desplaza en sentido positivo	Siempre hacia adelante	Segmento de recta con pendiente positiva, en el primer cuadrante
De 4-5	.....	Llega hasta la pared, llega hasta ese punto máximo y cuando choca contra la pared se devuelve hacia abajo otra vez	Segmento de recta con pendiente negativa, en el primer cuadrante

Cuadro 4.8. Leoncio y su interpretación del movimiento del balón

Una evaluación de los gráficos dibujados por los estudiantes, para colocar solamente una calificación numérica, se contentaría con rechazar el gráfico de Belkis y aceptar los gráficos de Marta y Leoncio, que aunque diferentes entre sí, pueden considerarse más adecuados a la situación.

De esta manera, se le daría una función académica a la tarea propuesta: aprobar o reprobar a los estudiantes. Pero al ir más allá y pedirles que nos describan e interpreten sus respectivos gráficos, en las enunciaciones utilizadas por cada uno de los estudiantes podemos distinguir algunas manifestaciones al porque ellos decidieron plasmar de cierta manera su gráfico posición/tiempo.

Observamos que los gráficos de Marta y Leoncio son semejantes en la forma, solo que el de Marta (en su primera versión) comenzaba en la etapa de 1 a 2, es decir, el inicio del movimiento no se correspondía con el del origen de coordenadas. Luego ella cambia su gráfico, dibujando una recta paralela al eje del tiempo de 0 a 1. Marta reafirma su última decisión, cuando luego afirma:

*“Cuando yo lo digo que de cero a uno es constante, yo lo digo es porque el muñequito está quieto, no tiene ningún movimiento, esta o sea, no, no, el muñequito no, el balón, no tiene ningún movimiento...”*

(L. 21-24. p. 352. Transcripción Tarea 3).

La forma del gráfico y la descripción de Belkis pueden indicar que ella está viendo el movimiento igual a la supuesta trayectoria que sigue la pelota según la secuencia de dibujos, está considerando al gráfico posición/tiempo, como un dibujo y no como forma de representar una relación entre ambas variables<sup>1</sup>:

*“... es lo que puedo observar del dibujo, él (la pelota, el balón) mantiene la altura de la cabeza del niño y mantiene la dirección, mantiene el sentido de las manos del niño al inicio, de ahí del intervalo 3 hasta el intervalo 5 la pelota conserva su, su igual dirección...”*

(L.53-55. p. 352 / L. 1-2. p. 353. Transcripción Tarea 3).

Notamos también que en el gráfico de Belkis, describe la trayectoria del movimiento que realizó Leoncio con la pelota al accionar y no el movimiento que ella misma realizó cuando accionó. En cuanto al gráfico de Leoncio distinguimos que hay coherencia entre lo que dibuja y lo que interpreta de su gráfico, en sus enunciaciones notamos que no hay duda acerca del origen del movimiento y su ubicación en el sistema de referencia. Leoncio describe cada una de las etapas, detallando y relacionando los movimientos del balón y el sentido del movimiento con la forma del gráfico.

*Leoncio- Mi eje de referencia es la pelota, entonces, comienza el movimiento, me dice que, el niño se está moviendo en la posición contraria, por eso es que el movimiento lo estoy*

<sup>1</sup> Estudiado por Mokros & Tinker (1987); Lapp & Moenk (1999); Hale (2000).

marcando por debajo del eje de coordenada porque esta haciendo un movimiento en el sentido negativo...

(L.25-29. p. 354. Transcripción Tarea 3).

Luego de que cada estudiante describió e interpretó su gráfico, se les propuso que opinaran sobre los gráficos en conjunto. Es a partir de la confrontación de los gráficos de cada uno de los estudiantes que surge una situación argumentativa, ahora los estudiantes comienzan a negociar sus soluciones.

Cuando les pedimos que opinen sobre los gráficos, Marta empieza a hablar del gráfico de Belkis, la profesora /investigadora le pide a Marta que opine sobre el suyo. Cuando se le pregunta a Belkis por su gráfico, al responder, parece estar conforme con lo que hizo en su gráfico, hasta que Leoncio interviene:

“..... Marta- Ella, por ejemplo ella, cuando hablan de posición creo que lo relacionó más que todo con la altura, con la altura de la pelota, yo creo que eso es un poquito erróneo porque también hay que ver, cuando la pelota cambia o no cambia de posición...para ese lado...

P- Aja, y pero que me puedes decir tú del tuyo, tú estas de acuerdo en que tu grafico esta perfecto

Marta- No, perfecto, no... Creo que...

(L.41-48. p. 355. Transcripción Tarea 3).

“.....Belkis- Profesora si yo analizo el movimiento, desde el intervalo 3 hasta el 5, o sea, solamente estas tres secuencias, yo lo veo como un movimiento rectilíneo uniforme, o sea, porque lo que dibuja, según lo que yo veo aquí, lo que dibuja, la trayectoria que dibuja el balón es una línea recta siempre, es algo constante...

P- Aja, ya va... cuándo tu me dibujas esta línea recta aquí, ¿que significa esa línea recta con respecto a la posición?

Belkis- Que mantiene siempre la misma posición

P- Uhmju. ¿Y el balón te parece que mantiene siempre la misma posición?

Belkis- Bueno, en este sentido sí, él se, el tiene el balón a la altura de...

P- ¿Él, él, él no estaaaaa...

Leoncio- Moviéndose, él está moviéndose

Marta-... él está moviéndose...

(L.15-30. p.356. Transcripción Tarea 3).

Leoncio- El gráfico me lo están pidiendo en posición, en función de posición -tiempo, ¿no?, entonces, si me lo piden en posición - tiempo, yo tengo que ver como se mueve el objeto en relación al tiempo que va pasando, si yo digo que en un segundo se movió algo en un tiempo, entonces, yo lo grafico, este por ejemplo, él como, suponiendo que él en su segundo se haya movido de acá para allá, entonces, yo lo que digo es que en ese segundo él lo que hizo fue cambiar su dirección...

(L.38-45. p. 356. Transcripción Tarea 3).

Los estudiantes continúan explicando y haciendo gestos para reforzar lo que dicen, entonces se les pidió que pasaran al pizarrón para que pudieran explicarse mejor. Marta dibuja su gráfico y observamos, que tiene una nueva versión (Ver Figura 4.20), ella borró el segmento de recta horizontal y traslado la curva verticalmente para que en la etapa de 1 a 2 los segmentos de recta quedaran por debajo del eje del tiempo.



Figura 4.20. Gráfico de Marta (y detalle) en su tercera versión.

Mientras Leoncio termina su dibujo (Ver Figura 4.21), que es similar al que hizo en la hoja de la tarea, y explica:

Leoncio- Ok. Entonces con respecto a eso yo digo: primero...valoro (o un valor) el movimiento con pendiente negativa, porque el objeto se esta moviendo en forma contraria, ¿ves?, esta yendo hacia atrás, entonces la pendiente debe ser negativa, después él... vuelve otra vez a la posición inicial, quiere decir que va a regresar hasta acá, ¿verdad?, después el llega, a lo que el niño lanza la pelota, la posición va a cambiar hasta aquí, la

*pendiente va a ser positiva y por último a lo que rebote contra la pared, se devuelve...*

*(L.52-55. p. 358/ L. 1-5. p. 359. Transcripción Tarea 3).*

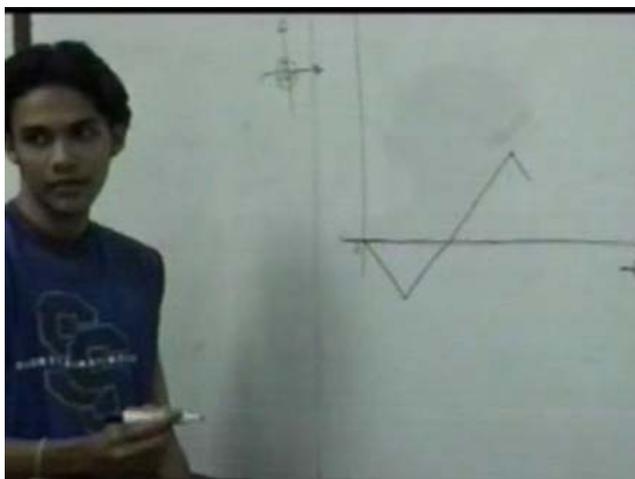


Figura 4.21. Gráfico de Leoncio, similar a su primera versión.

Y en cuanto a Belkis, luego de escuchar lo dicho por Leoncio, ella dibuja un gráfico distinto, que mostramos en la Figura 4.22, a la versión que hizo anteriormente:

*Belkis- Bueno yo corregí mi gráfico porque entendí lo que...el error que había cometido con respecto a las pendientes, yo estaba tomando mis ejes como, lo estaba realizando más como, no estaba tomando en cuenta el tiempo pues*

*(L.52-55. p. 359. Transcripción Tarea 3).*

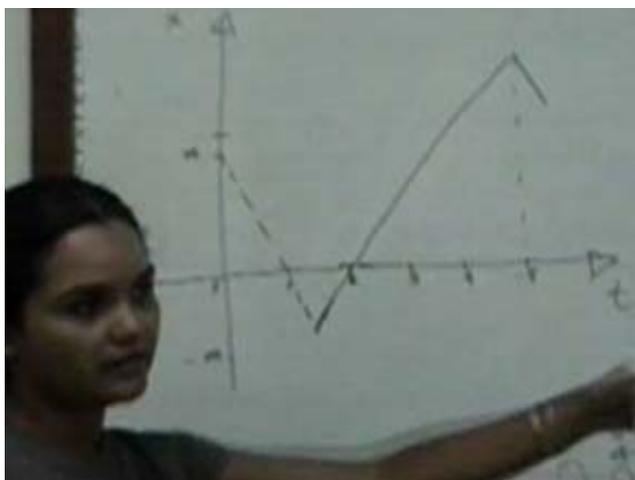


Figura 4.22. Gráfico de Belkis segunda versión.

En el siguiente esquema argumentativo, presentado en la Figura 4.23, podemos interpretar el intercambio de ideas que produjo la negociación de las soluciones entre Marta, Belkis y Leoncio. En un primer momento, luego de graficar en la hoja de la tarea y confrontar los dibujos; y en un segundo momento luego de describir, confrontar y generar cambios, mientras graficaban en el pizarrón:

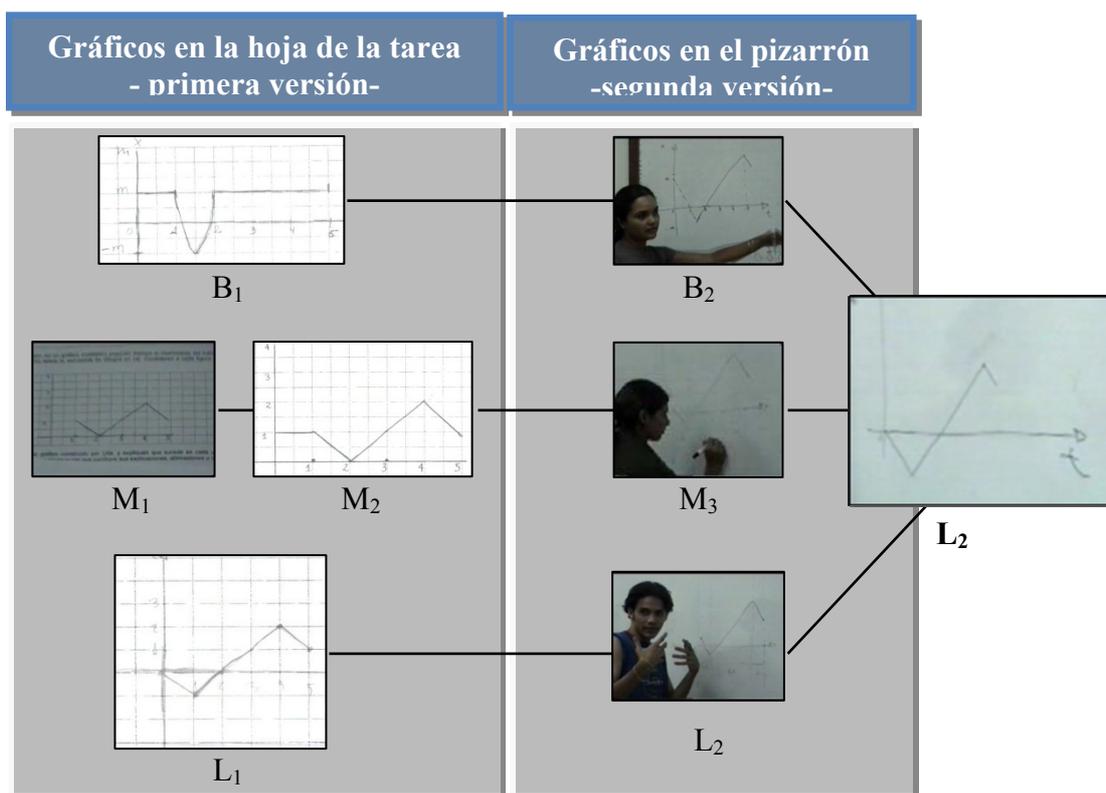


Figura 4.23. Esquema argumentativo general del episodio 5: del dibujo al gráfico

Si exploramos el desarrollo de este episodio en su totalidad es posible reconocer que aunque en esta oportunidad a los estudiantes se les presentó una tarea con actividades que presumimos podían generar diálogos, e interacciones, nos encontramos que la secuencia de dibujos a pesar de haber generado expectativas en los estudiantes y formas distintas de describir el movimiento, en sus explicaciones ellos no dejaron de expresarse como lo hacen en la clase.

Destacamos que el hecho de accionar el movimiento con sus propios cuerpos pudo haber conseguido que ellos lo vieran desde otras perspectivas y se arriesgaran a plantear inferencias y conjeturas de cómo podría ser ejecutado. Pero, al observar el discurso de Leoncio, desde el inicio de la actividad, encontramos que por ser el que más se aproxima al de la clase, lo convierte en la autoridad, y en consecuencia Marta y Belkis persuadidas por sus explicaciones, en el momento de la confrontación de las soluciones, deciden cambiar sus gráficos y tratar de hacerlos parecer al de Leoncio.

Además pensamos que aunque la situación dada era una actividad extra-clase, el ambiente que se originó mientras se desarrollaba la tarea, contribuyó a que los estudiantes se comportaran como usualmente lo hacen en el ámbito de una clase. Estos resultados nos llevaron considerar la propuesta de la Tarea 6, cuyas actividades pretendíamos que promovieran la intervención del grupo de estudiantes, a un mismo grado de participación. Y además, de que en su resolución, que ellos estuvieran más preocupados por hallar las soluciones a los problemas planteados en las actividades que en conseguir la aprobación de la profesora/investigadora. Seguidamente, la descripción y el análisis de la Tarea 6 y el análisis del episodio que surgió a partir del estudio de la ejecución de la tarea.

#### **4.4 FASE 3.- RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LOS EPISODIOS: IMPLEMENTACIÓN DE LA TAREA 6**

##### **4.4.1 Descripción, implementación y análisis de la Tarea 6**

En esta tarea los estudiantes Alma, Olga, Fedor y Carlos, trabajaron en forma grupal para realizar cuatro actividades en las que realizaron y analizaron gráficos posición/tiempo en sistemas de representación cartesiana, con la novedad de que se incorporó dentro de las actividades la manipulación de un programa de simulador de movimiento. La Tarea 6 (Ver Figura 4.24) fue diseñada para ser dividida en cuatro actividades.

UNIVERSIDAD DE CARABOBO- FACULTAD DE INGENIERÍA - FÍSICA I  
 SECCIÓN: \_\_\_\_\_ GRUPO N°: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

INTEGRANTES: \_\_\_\_\_

TAREA 6. ACTIVIDAD GRUPAL CON SIMULADOR

**Actividad 1**

Se les presenta un **software de simulación para computadoras (Pepo El Caminante<sup>2</sup>)** en el cual un niño se mueve a lo largo de un camino rectilíneo. A la vez que se simula el desplazamiento del niño, se construye el gráfico posición/tiempo que representa las características de sus movimientos.

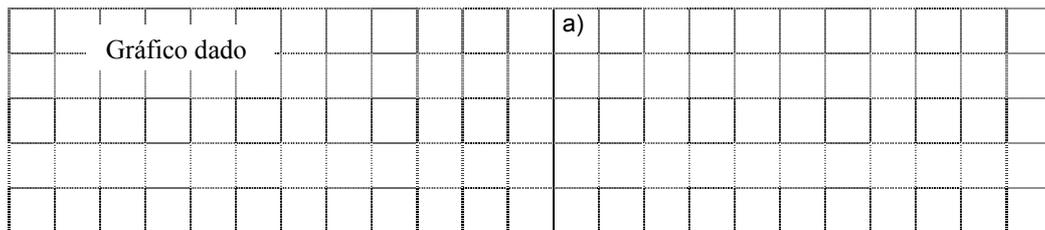
El simulador les permite a los usuarios:

- controlar la velocidad y el tiempo en los cuales el niño se desplaza
- observar el desplazamiento del niño
- observar la elaboración del gráfico posición/tiempo

En esta actividad les proponemos familiarizarse con el funcionamiento del software y con los controles del simulador para conseguir utilizarlo en la realización de las siguientes actividades.

**Actividad 2**

Se les presenta, en la pantalla del computador, un gráfico posición/ tiempo elaborado a partir de la **simulación** (software: **Caminante**) de la caminata del niño a lo largo de una vía recta. Ustedes deben intentar comandar los movimientos del niño para que su desplazamiento reproduzca el gráfico dado. Copien este gráfico en el espacio cuadrículado señalado y a continuación cada uno de los gráficos que Uds van realizando al hacer caminar al niño. Realicen la actividad hasta que consideren haber obtenido la mejor aproximación al gráfico dado.



**Actividad 3**

Intenten elaborar el gráfico posición/tiempo aproximado de los movimientos del niño a través del camino, descritos a continuación **Hacer esta actividad en el pizarrón y después realizarla con el simulador. Discutir las respuestas en forma grupal.**

"Colocado en la mitad del camino, el niño inicia su desplazamiento. Desde allí, avanza diez pasos, se voltea y regresa 3 pasos, e inmediatamente corre hacia adelante hasta casi el extremo del camino, se voltea, corre vigorosamente y se detiene justamente en el centro del camino,

**Actividad 4**

Trabajando con el simulador, hacer caminar al niño de manera tal que se mueva según la siguiente tabla de valores de la velocidad (en metros por segundo) y el tiempo en segundos.

V	0,5	-1,0	0,0	0,2	1,0	-1,5
T	50	100	200	300	400	500

Figura 4.24. La Tarea 6

<sup>2</sup> Elaborado por Víctor Barrios y Nadia González D. Profesores de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo. Venezuela, 2006.

- En la Actividad 1, se les proponía familiarizarse con el funcionamiento del programa *Pepo El Caminante*<sup>3</sup>, y con los controles del simulador para conseguir utilizarlo en la realización de las siguientes actividades.
- En la Actividad 2, se les presentaron dos gráficos posición/ tiempo distintos (ver Figura 4.25), por turnos, en la pantalla del computador elaborados antes de que se iniciara la actividad, a partir de la simulación de la caminata del niño. Se les propuso, a cada uno de los estudiantes, comandar los movimientos del niño para que su desplazamiento reprodujera los gráficos dados, tratando de obtener la mejor aproximación a éstos. Finalmente debían describir sus gráficos y compararlos con los gráficos dados.

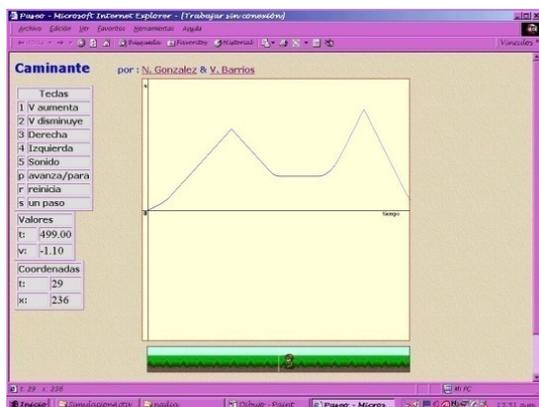


Gráfico 1

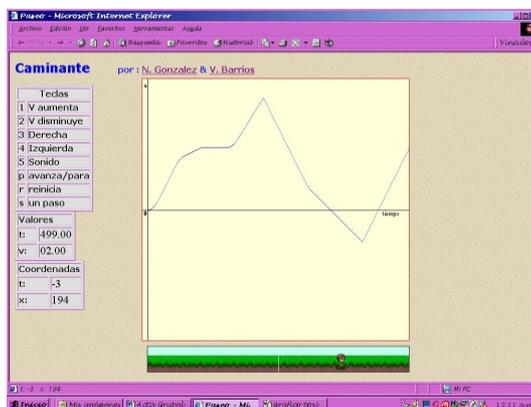


Gráfico 2

Figura 4.25. Gráficos posición/tiempo de la actividad 2.

- En la actividad 3: el grupo debía elaborar, un gráfico posición/ tiempo aproximado a partir del enunciado<sup>4</sup> presentado en la hoja de la tarea, en el se describen los desplazamientos de un niño por un camino recto. Luego, debían realizar ese gráfico con el simulador, para finalmente discutir entre todos y la profesora/ investigadora las respuestas para ambas situaciones.

<sup>3</sup> Elaborado por Víctor Barrios, y Nadia González D. Profesores de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo. Venezuela, 2006.

<sup>4</sup> "Colocado en la mitad del camino, el niño inicia su desplazamiento. Desde allí, avanza diez pasos, se voltea y regresa tres pasos, e inmediatamente, corre hacia adelante hasta casi llegar al extremo del camino..., se voltea, corre vigorosamente y se detiene justamente en el centro del camino"

- La actividad 4, consistía en trabajar con el simulador haciendo caminar al niño de manera tal que se moviera según una tabla de valores de la velocidad (en metros por segundo) y el tiempo (en segundos).

#### 4.4.2 El programa de simulación para computadoras

Luego de haber desarrollado la Tarea 3, que presentaba varias maneras de representar y percibir el movimiento, a partir de una secuencia de dibujos, y como nosotros estamos interesados en la representación cartesiana específicamente del movimiento rectilíneo notamos que como los dibujos se prestaban a diversas interpretaciones y las variables distancia y tiempo no están explícitamente dadas, la situación podía representarse de distintas maneras, donde podían mezclarse distintos tipos de movimiento, con la única condición de que fuese en un gráfico posición tiempo.

Aunque el análisis de la Tarea 3 produjo una variedad de datos (información) para nuestros propósitos, decidimos recrear una situación en la que el movimiento fuese accionado y enmarcado en un contexto familiar a los estudiantes. Además queríamos que los estudiantes pudieran dedicarse a resolver las cuestiones planteadas sin depender de la aprobación de la profesora/investigadora, como había ocurrido en las dos tareas anteriores. Pensamos entonces en diseñar una tarea con actividades que involucrasen tecnología, de manera que ellos pudieran trabajar en grupo, tener de inmediato las soluciones para comprobar sus respuestas y así poder concentrarse en encontrar las soluciones sin contar con la profesora/investigadora.

Compartiendo nuestras inquietudes con algunos profesores y profesoras de nuestro entorno, nos planteamos hacer una actividad utilizando un programa de simulación, en el cual también estuviera un niño pero que -sin lugar a dudas-, caminaría y hasta correría siguiendo un camino rectilíneo; y simultáneamente se dibujaría el gráfico cartesiano posición tiempo representando sus movimientos. Así que conseguimos la ayuda de un profesor que elaboró este

programa especialmente para ser aplicado en esta tarea, realizándose dos versiones antes de llegar a la definitiva.

Entre los trabajos relacionados con el uso de simuladores escogimos para revisar el *Trips software* desarrollado por Clements, Nemirovsky y Sarama (1996), un programa de simulación de un niño y una niña que corren a lo largo de caminos paralelos, en el cual se controlan la velocidad y la partida de los corredores, se observan la carrera y el gráfico de la relación distancia-versus-tiempo y el software *vrum-vrum* desarrollado por Teodoro y Clérigo<sup>5</sup> (2007, 3 de octubre) en las que se hace caminar a un personaje por un sendero rectilíneo y luego es posible ver el gráfico posición/tiempo o viceversa.

Pensamos que esos tipos de programas se adaptaban más a lo que nos proponíamos realizar. No queríamos que el programa fuese de gran complejidad y con múltiples aplicaciones pues nuestra atención no se centraba en las implicaciones del uso del programa por sí mismo, sino que éste nos sirviera de “incentivo” para provocar otros géneros de representación en los estudiantes, para que no se limitaran a caracterizar y a discutir sobre lo representado tal como lo hacen en el aula de clases.

El simulador presenta varios textos (en el sentido de Bakhtin, 1995) en la pantalla del computador (ver Figura 4.26). Texto 1: el movimiento del niño en el camino recto bordeado de arbustos; Texto2: el plano cartesiano con los ejes de las abscisas (*tiempo*) y de las ordenadas ( $x$ ); Texto 3: una tabla que indica los controles o teclas para manipular el simulador, con sus respectivas acciones; Texto 4: una tabla con los valores de la velocidad y el tiempo y Texto 5: otra tabla con los valores de las coordenadas posición  $x$  y tiempo  $t$ .

En el programa, a la vez que se simula el desplazamiento del niño, se construye el gráfico posición/ tiempo que representa las características geométricas de sus movimientos.

---

<sup>5</sup> <http://edumatec.mat.ufrgs/software/>

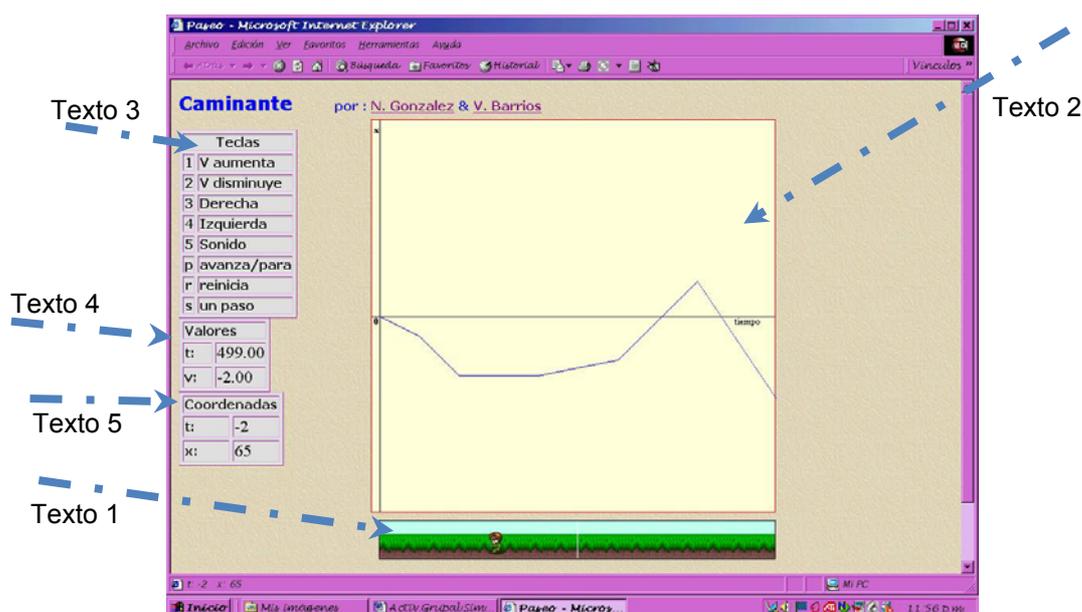


Figura 4.26. Textos que presenta el Simulador

Entre otras ejecuciones, el simulador permitía controlar la velocidad y el tiempo en los cuales el niño se desplazaba, observar el desplazamiento del niño y observar la elaboración del gráfico posición/ tiempo.

Para la Tarea 6, las actividades que se diseñaron se centraron en el trabajo con el movimiento del niño en el camino recto bordeado de arbustos (Texto 1) y el plano cartesiano con los ejes de las abscisas (*tiempo*) y de las ordenadas ( $x$ ) (Texto 2).

Esta tarea, también fue desarrollada en el salón de reuniones del Dpto. de Física, ya que para nuestras intenciones de conseguir que los estudiantes conversaran y dialogaran entre ellos, este espacio con mesas y sillas que podían ser desplazadas para juntarlas se prestaba más para conseguir el ambiente de comunicación que deseábamos. En este salón además de los recursos propios de una aula de clases (pizarrón, marcadores, papel, lápices, sillas y mesas), había un computador portátil con el programa de simulación para computadoras.

Las actividades de la Tarea 6 fueron grabadas en video y al mismo tiempo se tomaban notas de lo ocurrido, con la excepción de la actividad 4, que no fue posible grabarla por problemas técnicos ajenos a nuestra voluntad. En esta tarea ellos realizaron y discutieron las actividades propuestas en forma conjunta, para después discutir con la profesora/investigadora sus respuestas.

#### 4.4.3 Una mirada reflexiva a la elaboración de la Tarea 6

En la búsqueda de crear espacios para la participación natural de los estudiantes para conseguir sus discursos argumentativos durante las actividades de las tareas, habíamos decidido incorporar tecnología en la Tarea 6. Para esta tarea, como ya fue indicado, se diseñó y elaboró un programa de simulación *Pepo El Caminante*, basado principalmente en el software *vrum-vrum* (Teodoro y Clérigo<sup>6</sup> ; 2007, 3 de Octubre)

Estudios y proyectos realizados por grupos de investigadores sobre el tema (SIMCALC; TERC's; Noble et al., 1999, entre otros), nos señalaban que la adaptación del simulador, al proveer una representación interactiva de la realidad les permitiría a los estudiantes, analizar simultáneamente, las relaciones entre el gráfico posición/tiempo y la caminata del niño en el sendero rectilíneo. Además, de que la facilidad de manipular el entorno del programa y observar los cambios ocurridos, favorecería el trabajo en conjunto de los estudiantes.

Con las actividades que proponíamos en la Tarea 6, queríamos asegurarnos de colocar a los estudiantes en la situación de atender más al movimiento simulado del niño (Texto 1) que al gráfico posición/tiempo (Texto 2) en el momento de realizar la actividad con el simulador (Ver Figura 4.27):

---

<sup>6</sup> <http://edumatec.mat.ufrgs/software/>

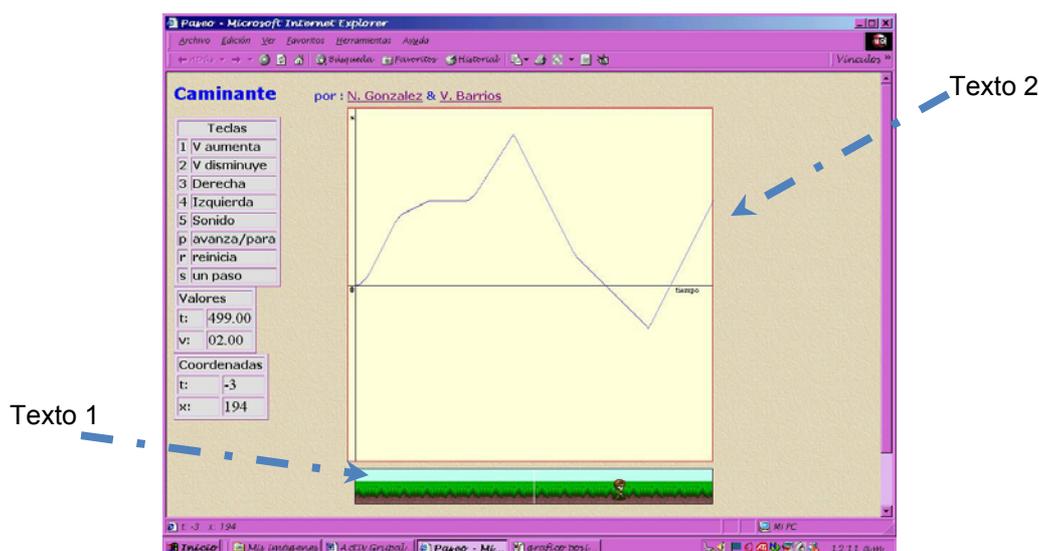


Figura 4.27. Textos del simulador relevantes para la investigación

En la implementación de la actividad 2 de la Tarea 6, esperábamos que los estudiantes se concentraran particularmente en el gráfico posición/ tiempo, ya que les presentábamos unos gráficos hechos por el simulador para que ellos los reprodujeran al controlando la caminata del niño. Previendo esta situación, elaboramos la actividad 3, en la que el grupo de estudiantes elaboraría un gráfico posición/ tiempo aproximado a partir del enunciado<sup>7</sup> presentado en la hoja de la tarea, en el se describen los desplazamientos de un niño por un camino recto.

Luego, debían realizar ese gráfico con el simulador, para finalmente discutir entre todos y la profesora/investigadora las respuestas para ambas situaciones. Cuando escribimos el enunciado pretendíamos que los términos utilizados los llevaran en la dirección de centrar la atención en la caminata del niño, es decir, alentarlos a que manipularan un modelo de la realidad para así lograr la comprensión de los efectos de su manipulación mediante un proceso de ensayo-error.

<sup>7</sup> "Colocado en la mitad del camino, el niño inicia su desplazamiento. Desde allí, avanza diez pasos, se voltea y regresa tres pasos, e inmediatamente, corre hacia adelante hasta casi llegar al extremo del camino..., se voltea, corre vigorosamente y se detiene justamente en el centro del camino"

Esta intención era debida a la necesidad que teníamos de crear el ambiente para asegurarnos de que cuando el estudiante explicara los movimientos del niño a través del gráfico posición/ tiempo ya terminado, se “desamarrara o desatara” de los términos escuchados en la clase de física y así encontrar -si fuese posible- que desarrollara ideas sobre funciones y su representación gráfica cartesiana, y las expresara en sus enunciaciones, con un discurso propio.

Entre las observaciones que podemos hacer a la aplicación de la tarea, encontramos:

- a) El niño del simulador, puede confundir al estudiante por el tono de sus colores que se confunde con los colores del camino
- b) El niño del simulador, es como un ornamento, puesto que su movimiento no es imprescindible. Los estudiantes mueven al niño para representar el gráfico posición/tiempo a través de la tabla con los controles o teclas para manipular el simulador, con sus respectivas acciones y la tabla numérica con los valores de la velocidad y el tiempo.

#### **4.4.4 Episodio 6. Del Simulador al gráfico posición/ tiempo**

Este episodio corresponde a las actividades 2 y 3 de la Tarea 6. En estas actividades el grupo de estudiantes, formando por Olga, Alma, Cesar y Fedor, trabajaron en forma grupal para realizar y analizaron gráficos posición/tiempo en sistemas de representación cartesiana, utilizando un programa de simulador de movimiento rectilíneo, que permitía, entre otras cosas, controlar la velocidad en la cual el niño se desplazaba, observar el desplazamiento del niño y observar la elaboración del gráfico posición/ tiempo. Los estudiantes realizaron y discutieron las actividades propuestas en forma conjunta, para después discutir con la profesora/investigadora sus respuestas.

Esta tarea, también fue desarrollada en el salón de reuniones del Dpto. de Física, en correspondencia con nuestras intenciones de conseguir que los

estudiantes conversaran y dialogaran entre ellos, en este espacio además de los recursos propios de una aula de clases (pizarrón, marcadores, papel, lápices, sillas y mesas), agrupamos dos mesas para colocar un computador portátil con el programa de simulación para computadoras. Antes de comenzar el episodio, la profesora/investigadora les había hecho entrega a todos de las hojas impresas con la Tarea 6, y los estudiantes ya se habían dedicado a familiarizarse con el funcionamiento del programa y con los controles del simulador.

Para realizar la actividad 2 deben, primero describir un gráfico presentado por la profesora/investigadora, realizado anteriormente con el simulador, luego intentar comandar los movimientos del niño para que su desplazamiento reproduzca ese gráfico (en este caso el gráfico1), luego deben copiar el gráfico que hicieron con el simulador en la hoja de la tarea, comparar ambos gráficos e interpretarlos de acuerdo a los movimientos del niño. Las ejecuciones estaban siendo grabadas en video.

Al inicio de este episodio, Carlos y Olga se sentaron frente al computador, frente a ellos, con la parte posterior de la pantalla del computador al frente (no estaban viendo la pantalla), se ubicaron Alma y Fedor (Ver Figura 4.28). Van a realizar la actividad 2. La profesora/ investigadora se ubicó detrás de Olga y Carlos.



Figura 4.28. El inicio de la Tarea 6.

Cada estudiante tiene la hoja con el gráfico 1 dibujado. Carlos fue el primero en manipular el computador y el simulador, Olga a su lado observa, interviene para ayudar a Carlos, pero rápidamente, Carlos consume el tiempo y no consigue el gráfico que esperaba.

Luego en el turno de Olga, ella comienza a revisar las teclas y a tocar la pantalla donde se ubican las tablas de velocidad y los controles, mientras Fedor y Alma hablan en voz baja, él está explicándole a Alma el gráfico en voz baja, no están prestando atención a Olga que los mira y comienza a escuchar a Fedor. La profesora/ investigadora, le dice entonces a Alma que describa el gráfico 1, ella lo hace repitiendo las palabras que le “sopla” Fedor al oído. Al terminar Alma, la profesora/ investigadora le pide a Olga a describir el gráfico 1. Ella comienza diciendo que el niño parte del origen, en ese momento la profesora/ investigadora interviene y les dice que traten de describir el gráfico, en términos de lo que hizo el niño al desplazarse, así que todos intervienen:

*P- ¿Parte de donde?*

*Alma- ¿De cero?*

*Olga- Síiii*

*Carlos- Parte de la mitad de la gráfica, donde hay un monte...*

*PI- ¿Ahí no hay un camino y hay un niño en un camino?*

*O- Sí, pero se supone que el t igual 0 y x igual 0 esta ubicado donde esta parado el niño ¿no?*

*A- ... en línea recta...*

*C- ...(no se entiende)... este es el eje de las x, porque según el movimiento...*

*O- Se supone que donde esta parado vale cero ¿no?*

*C- ¿Ah?...*

*F- Sí, vale cero...*

*O- ... se supone que donde esta parado vale cero ¿no?...*

*C- ...no se entiende... está igual a cero y...*

*P- Lo que quiero es que cuenten lo que esta pasando... como tienen un simulador, donde hay un niño y hay un camino...*

*A- Bueno, o sea... ah... okey*

*P-... ¿verdad?... entonces tenemos... tenemos algo como... que no es concreto... porque no es de verdad que tenemos el camino, ni es de verdad que tenemos el niño, pero lo tenemos ahí...*

*A- Bueno pero... ah, okey...él esta caminando en línea recta lo que pasa es que algunas veces aumenta la velocidad...*

*O- Algunas veces camina más rápido, disminuye su velocidad*

*F- Cambia de dirección...*

*C- Se devuelve...*

*O- ...cambia de dirección, se devuelve pero siempre está en su misma línea recta*

P- Aja, pero no tienen... no tienen un gráfico ahí para que me digan entonces ¿qué es lo que hace el niño?...

F- Sí...

O- Bueno el niño se va.....

P- Explíquemelo pues...

O- ...va caminando

C-.....yo no sé...

(L.21-55. p. 367 /L.1. p. 368. Transcripción Tarea 6).

En estos diálogos podemos observar que los estudiantes están describiendo el gráfico con términos semejantes a los que escucharon en la clase mientras la profesora/investigadora insiste para que hablen en términos de lo que hace el niño en el simulador, ella hace esto porque quiere que hablen sobre el movimiento rectilíneo en términos diferentes a los de la clase.

Olga entonces hace el gráfico 1 con el simulador, Carlos va diciendo que teclas debe pisar, pero ella no consigue hacer el gráfico que deseaba. Los estudiantes siguen pasando por el simulador, realizan el gráfico 2, ahora todos están de frente al computador y se van diciendo como manipular los controles. Ellos continúan pasando por turnos al simulador y los diálogos siguen refiriéndose al gráfico y no al niño, la profesora/investigadora se da por vencida y no interviene más. Esta actividad finalizó con la descripción de Carlos de su segundo gráfico, que mostramos a continuación:

Carlos- Lo hace (el niño) con un movimiento rectilíneo... rectilíneo... uniformemente acelerado ¿no?... comienza a caminar, un poquito más rápido un poquito más rápido, un poquito más rápido y llega a un tiempo, en que el niño comienza con una velocidad constante... mantiene su velocidad ¿no?... mantiene su velocidad.... hasta que llega en otro tiempo... un  $t$  sub 3... donde la... la... la aceleración comienza a... la aceleración es negativa y la velocidad es positiva por lo tanto la rapidez comienza a disminuir... hasta que llega a un tiempo  $t$  sub 4 donde... la velocidad se hace cero... la velocidad se hace cero y entonces el niño se mantiene en esa posición durante un tiempo determinado, un  $\Delta t$  determinado... y hay un  $t$  sub 6 donde... la velocidad... donde el niño comienza otra vez con un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado y comienza con una aceleración ¿no?... una aceleración donde comienza... la rapidez comienza a aumentar, hasta que llega a un tiempo donde se mantienen constante... luego el niño... y en un

*tiempo... en otro tiempo  $t$  sub 7 donde se devuelve con una rapidez constante también... y aquí.. con una rapidez constante, y luego llega un tiempo donde dismi-... no se... instantáneamente disminuye la rapidez... consta allí, y vuelve a ser constante el movimiento... entonces, vuelve a devolver... hasta que termina la... la gráfica...*

(L.46-55. p. 371 /L.1-13. p. 372. Transcripción Tarea 6).

Como podemos ver en sus enunciaciones, Carlos luego de usar el simulador para hacer lo que se pedía en la actividad 2, describió su gráfico en los términos físicos que oye en la clase, apenas en algunas oraciones hace mención de la forma como camina el niño. Para él lo más importante es el gráfico, tal como es interpretado en la clase, parece que casi no ha prestado atención a los movimientos del niño, sobre todo, porque no necesita manipularlo directamente a él para conseguir hacer el gráfico, los controles de la velocidad y de los movimientos del niño están en las tablas, es por eso que hay muy pocas referencias a lo que el niño hace para conseguir los trazos del gráfico. En la Figura 4.29, se muestra un esquema del montaje conceptual que realizan los estudiantes durante la ejecución de la actividad 2 de la Tarea 6.

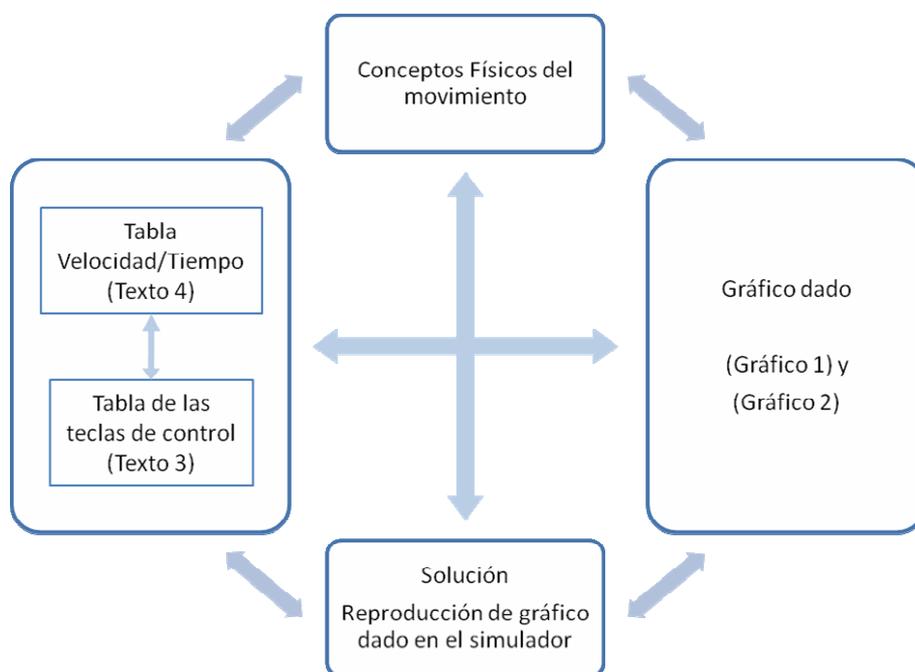


Figura 4.29. Montaje conceptual de los estudiantes para la actividad 2-Tarea 6.

Ahora, los estudiantes van a hacer la actividad 3, que consistía en intentar elaborar el gráfico posición/tiempo aproximado de los movimientos del niño a través del camino, descritos en un enunciado<sup>8</sup> (que estaba escrito en la hoja de la Tarea 6), en el pizarrón; para luego realizarlo con el simulador.

Esta actividad tenían que realizarla en forma grupal, discutiendo las respuestas, entre ellos y al final debían discutir con la profesora/investigadora las respuestas. Para comenzar se fueron todos al pizarrón y encomendaron a Alma hacer el gráfico, todos participan en la elaboración, al final, vemos algunos diálogos donde todos están describiendo el gráfico:

A- Bueno, aquí el niño, este... comienza a caminar con una rapidez  
 F- ...constante...  
 A- ...constante... aquí el cambia  
 F- ...su sentido...  
 A- O sea, se voltea, se voltea, da unos pasos hacia atrás  
 O- ...constantes  
 A- ...constante, luego... este... sigue su camino pero aquí aumenta la velocidad... llega al punto donde partió  
 C- ...la rapidez  
 A- ...bueno, aja, la rapidez  
 C- ...la rapidez porque estamos hablando de la magnitud  
 A- Aja, llega al punto donde partió... y sigue, sigue con su... aumentando la rapidez ¿no?  
 F- Hasta un extremo  
 C- Porque corrió ahí, en ese extremo empezó a correr  
 A- Aja, hasta un extremo del camino  
 C- ...empezó a correr  
 F- Aquí corrió  
 C- ...empezó a correr, y aquí se devolvió, y otra vez empezó a correr hasta llegar otra vez a donde salió  
 A- Aja, aquí se regresó  
 C- Pero, corriendo  
 A- Corriendo, por supuesto, corriendo y llego hasta... llego donde comenzó, pues

(L.5-29. p. 379. Transcripción Tarea 6).

<sup>8</sup> "Colocado en la mitad del camino, el niño inicia su desplazamiento. Desde allí, avanza diez pasos, se voltea y regresa tres pasos, e inmediatamente, corre hacia adelante hasta casi llegar al extremo del camino..., se voltea, corre vigorosamente y se detiene justamente en el centro del camino"

En la anterior secuencia de diálogos observamos que aunque los estudiantes estaban limitados por el enunciado que describía el movimiento con palabras que se refieran a la caminata del niño, ellos comienzan a describir el gráfico usando términos físicos, es casi a mitad de las enunciaciones que ellos describen en lenguaje natural o cotidiano lo que pasa en el gráfico al referirse a los movimientos del niño.

Luego cuando los estudiantes fueron al simulador, comenzaron por organizarse para realizar los gráficos, se agruparon frente al computador y se repartieron las tareas, notamos que Carlos en su hoja había subrayado y separado las etapas del enunciado y había colocado debajo los números 4, 1, 3, 1; esto nos indica que estaba preparándose para hacer el gráfico con el simulador, suponemos que él, en la división de las tareas que se estaba produciendo, era el que llevaría el control.

Así pues, Olga, que declino manipular los controles dejándoselos a Fedor, y Alma, se encargaban de ver el niño y/o el gráfico, Carlos fue encargado de indicarle a Fedor qué teclas pulsar, y Fedor, además de manipular el simulador, se encargó de ver al niño.

Los estudiantes realizaron seis intentos, en cada uno y dentro de la dinámica de la simulación se cambiaban y combinaban las tareas para lograr orientar al que manejaba el simulador (en cuatro oportunidades Fedor y en dos oportunidades Alma) y hasta la profesora/investigadora se dejó llevar por las acciones y participó con ellos tratando de orientar al estudiante que manejaba los controles, en cuatro oportunidades los estudiantes lograron dibujar el gráfico que habían realizado en el pizarrón.

Presentamos a continuación, en la Figura 4.30, el montaje conceptual que realizan los estudiantes cuando ejecutan la actividad 3 de la Tarea 6.

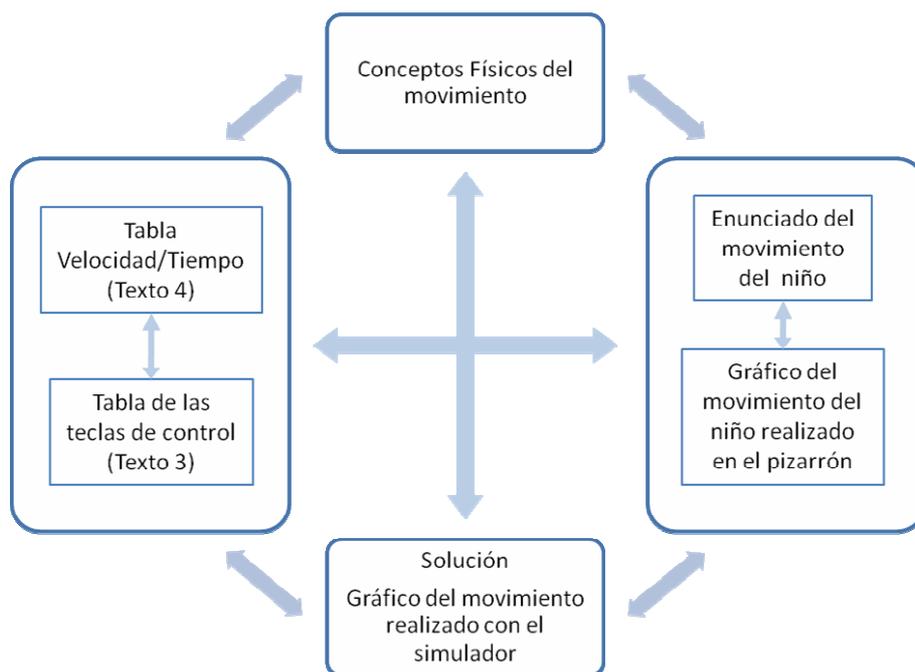


Figura 4.30. Montaje conceptual de los estudiantes para la actividad 3-Tarea 6.

En los diálogos siguientes podemos apreciar las distintas formas de orientar según el espacio de la pantalla que el estudiante observa en primer plano:

O- Camina, camina aquí... camina...devuélvete cuando este por aquí más o menos... todavía no... devuélvete, devuélvete...  
 C- Ahora comienza a acelerar  
 F- Acelera, acelera O- Corre, corre, corre, corre, corre, corre, corre, corre, corre  
 C- Ahí Alma, devuélvete y... noooo, mucho  
 F- Tres, tres...  
 O- ...devuélvete, devuélvete, devuélvete, devuélvete...  
 F- ...tres...  
 O- ...corre, corre, corre, corre, corre, corre, corre, corre... ya va, párate, párate  
 A-... Ja, ja, ja... bieeen!!... ja, ja, ja... (Risas)  
 F- ... estamos en grupo...

(L.45-55. p.381 /L.1-2. p. 382. Transcripción Tarea 6).

Resumiendo los acontecimientos en este episodio, podemos referir que, desde el inicio, los estudiantes (todos) están tratando de hablar sobre movimiento rectilíneo en los términos que ellos consideran más apropiados. Ellos están más atentos en ubicar la velocidad a la que va a caminar el niño para que el gráfico quede similar al dado.

Es por esto que cuando la investigadora interviene y les dice que observen el niño y su caminar para que cambien los términos de sus descripciones y diálogos, ellos mantienen su descripción en términos de velocidad negativa-positiva, aumento-disminución de la aceleración, origen de movimiento, rapidez constante, entre otros.

Y, aunque ellos tratan de hablar en términos del andar del niño, debido a la insistencia de la profesora /investigadora, los estudiantes al final retoman su género del habla, que es muy parecido entre todos y que se asemeja más al de la clase.

Un análisis posterior de la actividad, observando el video con la directora/ orientadora y otros investigadores en Brasil, notamos que de verdad el niño representaba para los estudiantes un ornamento del simulador. Para unos jóvenes que debían estar habituados a manipular *video-games*, los controles eran fundamentales y no el niño, puesto que la forma del gráfico dependía del uso dado a la tabla numérica de la velocidad /tiempo que variaba al pisar las teclas de la computadora y hacía caminar al niño.

Como la imagen del niño no es la que se manipula directamente para lograr el dibujo del gráfico de sus movimientos, esto no favorecía a un montaje conceptual entre ambos. Lo que favorecía el simulador es al montaje conceptual que realizaron los estudiantes entre la tabla numérica, la tabla de los controles y la forma del gráfico, ya que desarrollaron con éxito esta última actividad.

Esto nos indica que la actividad puede señalarse como un ejemplo donde la tabla numérica, es utilizada en forma distinta a la de una “muleta”, como sucede en el aula de clase cuando el profesor/a o en los libros escolares, donde, se utiliza la tabla numérica justo para hacer el gráfico de una función en dos dimensiones, a partir de su ecuación algebraica.

Para ilustrar y ampliar el significado de este ejemplo, en la Figura 4.31, se presenta un esquema en el que se reconocen interrelaciones entre las tareas de la investigación relacionadas con diferentes formas de representación de funciones reales de variable real.

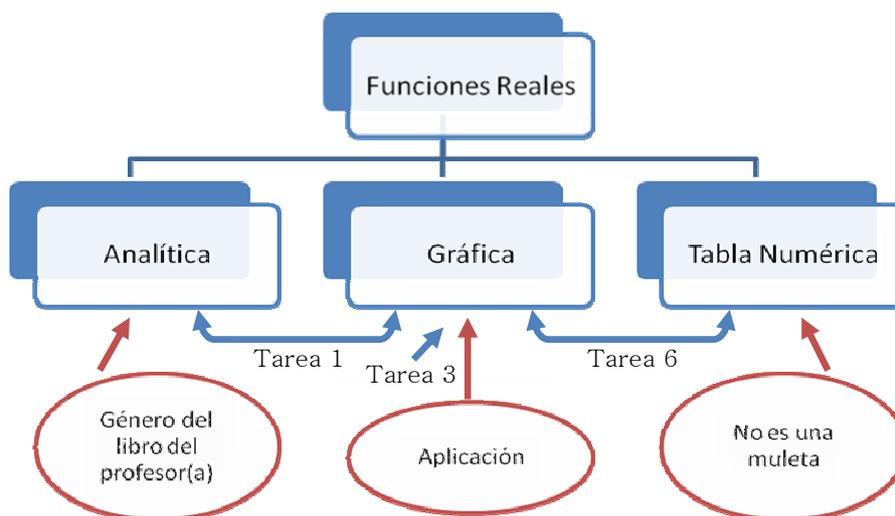


Figura 4.31. Interrelación entre las tareas de la investigación

