

Universitat de Barcelona

Departament de Didàctica i Organització Educativa

Programa de Doctorat
Innovació Educativa i Formació del Professorat

Bienni 1990-1992

*Anàlisi del tractament de la geometria al currículum de
l'educació primària. Una proposta didàctica i un estudi de cas
sobre les transformacions geomètriques*

Per optar al títol de doctor en
Filosofia i Ciències de l'Educació

Doctorant: Jordi Quintana Albalat

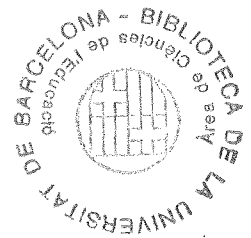
Director: Dr. Claudi Alsina Català

Tutora: Dra. Juana María Sancho Gil

Barcelona, 1996

- 44 -

0555-25760



TD

369



Comentaris a la qüestió 2 relatives a les simetries

En aquest cas el canvi s'associa majoritàriament a "al revés", tot mantenint "la figura" (25%) i de manera igual (17%) a "la posició" i a "res". També cal ressaltar el "canvi de lloc" i "la inversa", ambdós amb el 13%.

En aquest punt el grup B (13%) té uns resultats superiors a l'A (4%) quant a la posició.

c)

Translació	A	B	Total
el lloc	4	7	11
la distància	1	1	2
canvia de lloc en línia recta	0	2	2
es desplaça	0	1	1
es trasllada un tros	1	0	1
està mogut	1	0	1
es mou de lloc	1	0	1
la posició i direcció	0	1	1
la posició	0	1	1
que es trasllada	1	0	1
no responen	2	0	2
Total	12	12	24

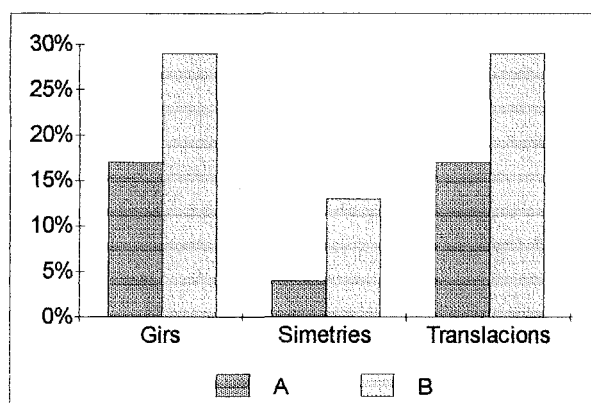
Comentaris a la qüestió 2 relatives a les translacions

En aquest cas el canvi està associat al lloc (46%), tot i que el grup B (29%) té més percentatge que l'A (17%).

En aquest punt el grup B (8%) fa referència a la línia recta.

Comentaris a la qüestió 2 comparant els grups A i B

Grup	Girs	Simetries	Translacions
A	17%	4%	17%
B	29%	13%	29%



Tant en la taula com el gràfic es pot observar el nivell de correcció superior que el grup B, que va visualitzar el video abans, té sobre el grup A.

3) Explica també què creus que no canvia en aplicar a una figura: un gir, una simetria, una translació

a)	Gir	A	B	Total
	la forma	1	5	6
	res	3	0	3
	la figura	1	2	3
	la posició	1	1	2
	res, només es capgira	1	0	1
	el moviment	1	0	1
	forma i lloc	0	1	1
	forma i mides	0	1	1
	lloc	0	1	1
	no responen	4	1	5

Comentaris a la qüestió 2 relatives als girs

La resposta majoritària (25%) relativa a allò que no varia, és la forma. El 21% és del grup B, i el 4% de l'A.

b)

Simetria	A	B	Total
la forma	2	6	8
res	3	1	4
és la mateixa figura	2	0	2
el contorn	1	0	1
la manera com està	0	1	1
la imatge	0	1	1
posició	0	1	1
forma i mides	0	1	1
no responen	4	1	5

Comentaris a la qüestió 2 relatives a les simetries

La resposta majoritària (33%) relativa a allò que no varia, també és la forma. El 25% és del grup B, i el 8% de l'A.

c)

Translació	A	B	Total
no canvia res	3	2	5
posició	3	1	4
forma	1	2	3
posició i forma	0	3	3
forma i figura	0	1	1
direcció	0	1	1
forma i mides	0	1	1
és la mateixa figura	1	0	1
no responen	4	1	5

Comentaris a la qüestió 2 relatives a les translacions

Les respostes majoritàries són les relatives a que no canvia res (21%) i a la posició (17%). En aquest cas és el grup A el que té un percentatge superior en ambdós casos (13%), ja que el grup B respon més en la posició i la forma (21%).

6.2 Proves Finals

Les proves finals, són del tot diferents a les inicials i van ser creades per identificar el coneixement i el reconeixement formal de les isometries i dels seus invariants. En alguns casos es van realitzar entrevistes i comentaris a l'alumnat per recollir més informació sobre el significat i el contingut de les seves respostes, així com per demanar-los justificacions i exemples, o posar-los en dubte les seves conclusions.

6.2.1 Prova Final 1

Objectius i continguts de les qüestions plantejades

Qüestió	Objectius	Continguts
1	Reconèixer els invariants de les transformacions geomètriques.	Invariants de les transformacions geomètriques. La variació de la posició.
2	Conèixer i reconèixer girs, simetries i translacions.	Concepte de gir, de simetria i translació.
3	Identificar invariants i particularitats de les transformacions geomètriques	Invariants i particularitats de les transformacions geomètriques.

Qüestions de la prova

FULLS DE RESUM I CONCLUSIONS FINALS DE ISOMETRIES

1) Completa aquesta taula:

Elements i propietats de les figures	Canvien en aplicar-los-hi una TG?	N. Al.	%	Canvien en aplicar-los-hi una TG?	N. Al.	%
a) Forma	Sí	0	0%	No	24	100%
b) Posició	No	0	0%	Sí	24	100%
c) Nombre de costats	Sí	0	0%	No	24	100%
d) Longitud costats	Sí	1	4%	No	23	96%
e) Nombre d'angles	Sí	0	0%	No	24	100%
f) Amplitud dels angles	Sí	1	4%	No	23	96%
g) Nom de la figura	Sí	2	8%	No	22	92%

Completa: Les transformacions geomètriques són accions que s'apliquen a les figures, que fan que aquestes canviïn només la seva

Comentaris a la qüestió 1

Respostes a la pregunta:

- Posició: 23 alumnes; 96%
- En blanc: 1 alumne; 4%

Tant en la taula com en la pregunta a respondre, la majoria dels alumnes posen en evidència que, encara que sigui de manera intuïtiva i informal, tenen consciència que hi ha propietats invariants en les transformacions, en aquest cas les relatives a la forma, al nombre i la longitud dels costats, i al nombre i l'amplitud dels angles.

En l'error (g), un dels alumnes, en ser interrogat va dir: "sí, perquè tu un dia vas girar un quadrat i va sortir un rombe". Aquest alumne es refereix a l'experiència comentada en la nota 5 de l'apartat 3, que va ser realitzada a classe el dia 28 de febrer de 1996, i la prova la va resoldre el 17 d'abril.

Considerem els errors (d) i (f) com a no significatius. Comentant-los amb els dos alumnes, un va dir que "sí es mou canvia", i l'altre que "de vegades s'allarga". D'altra banda també s'evidencia la consciència que allò que canvia en fer aquestes transformacions és només la posició.

En un comentari posterior, alguns alumnes parlaven de manera indistinta de posició i de situació. De fet en el llenguatge col·loquial hi ha força confusió entre ambdós termes. Així, si la posició es sempre "en relació a", i per tant és un referent de lloc, i la situació "és la manera d'estar", en general la posició s'associa a "manera d'estar" i la situació "en relació a".

Així mateix es constata que el 96% reconeixen la conservació de la longitud en les isometries en general, però que quan es parla de girs, simetries i translacions (qüestió 3) el resultat és del 88%.

2) Escriu el nom dels tres tipus de transformacions geomètriques, explica amb paraules teves en què consisteix o què és, i posa un exemple de la vida de cada dia i un exemple geomètric.

Dels 24 alumnes, 22 (92%) especifiquen gir, simetria i translació a la columna Transformació, i 2 (8%) la deixen en blanc, així com totes les altres columnes.

Transformació: Gir

- Taula de respostes al concepte de gir de la qüestió 2

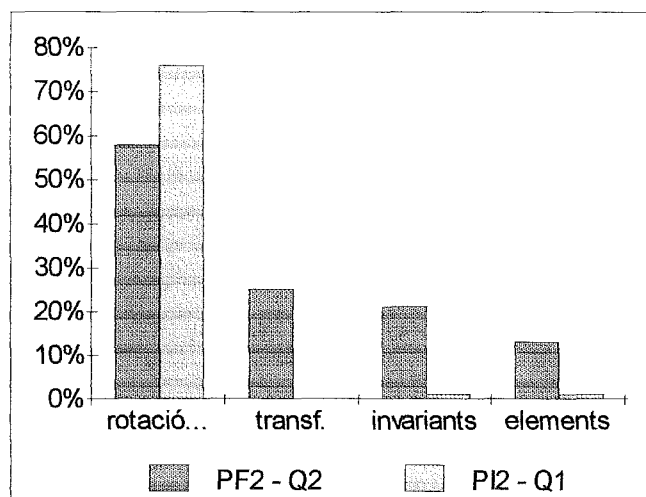
Què és?	Nombre d'alumnes
transformació que canvia la posició	4
moviment de rotació	4
desplaçament en forma de circumferència	2
transformació que es fa segons angle, sentit i centre	2
canvia la posició però no la forma	1
fa "rotar" una cosa	1
fa girs per un "eix"	1
fa graus de volta	1
figura que gira	1
moviment que fa voltes	1
moviment rotatori	1
una translació	1
en blanc	4
Total	24

Comentaris a la qüestió 2 relativa al concepte de gir

Taula resum del concepte de gir de la qüestió 2

Conceptes	Nombre d'alumnes	%	PI2 - Q1
moviment de rotació, gir...	14	58%	76%
transformació	6	25%	0%
prop. que varien / invariants	5	21%	1%
elements del gir	3	13%	1%

Nota: Alguns alumnes han respost més d'un concepte



En aquesta taula i gràfic, en els quals hem inclòs la comparança amb la qüestió 1 de la Prova Inicial 2 (PI2 - Q1), és posa de manifest la majoritària relació entre el concepte de gir amb conceptes sinònims (moviment rotatori, "rotar", fer voltes...).

Així mateix cal remarcar la consideració del gir com a transformació geomètrica (25%), i la consciència de l'existència d'elements propis dels girs (centre, sentit i amplitud), bé de manera total (centre, sentit i angle), bé de manera incompleta o aproximada (graus i eix) (13%). Aquests elements fins no havien aparegut fins al moment. D'altra banda també cal remarcar que hi ha referències a les propietats invariants i a la modificació de la posició de la figura, com a única propietat que varia (21%).

Si es fa una comparança entre els resultat d'aquesta qüestió en aquesta prova i els de PI2 - Q1, s'observa tant una diversificació en les respostes, com una important formalització d'aquestes, en el sentit que si les de la PI1 - Q2 d'alguna manera representaven coneixements previs, alguns d'ells informals, les d'aquesta, PF1 - Q2, expliciten els coneixements formals apresos al llarg de la intervenció didàctica.

- Taula de respostes als exemples de gir de la qüestió 2

Exemple de la vida de cada dia	Nombre d'alumnes	PI2 - Q12	PI2 - Q3
cotxe que gira	3	1	3 (cotxe)
maneta d'una porta	3		
agulles d'un rellotge	2	3	6
obrir una aixeta	2	2 (aixeta)	
obrir una porta	2		
rodes d'un cotxe	2	1 (roda)	12 (roda)
roda de bici	1		
compàs que fa una rodona	2		
cavallets de fira	1	0	1
girar al carrer	1	2 (girar/WLogo)	
plat de microones	1		
rentadora	1		
tancar amb clau	1		
ventilador	1		
volant de cotxe	1	2 (volant)	0
Total	24		

Comentaris a la qüestió 2 relativa a exemples de girs

En aquesta taula hem inclòs la comparança amb respostes de la qüestió 12 de la Prova Inicial 2 (PI2 - Q12) i de la qüestió 3 de la mateixa Prova Inicial 2 (PI2 - Q3), totes elles relatives a posar exemples de girs. En aquesta qüestió s'observa un increment de l'especificació i concreció dels casos (cotxe que gira, girar al carrer, obrir..., rodes de...), els quals tenen el gir com a propietat intrínseca, i per tant desapareix el concepte "es pot girar". Els casos es mantenen en l'àmbit dels objectes, accions i situacions quotidianes a l'espai.

- Taula de respostes als exemples geomètrics de gir de la qüestió 2

Exemple geomètric	Nombre d'alumnes
fan un gràfic correctament	5
un compàs	3
els polígons poden girar	3
resposta errònia que no té res a veure	3
escriuen instruccions de l'acció	2
una rodona	1
una rodona girant	1
il·lustren l'exemple	1
en blanc	5
Total	24

Comentaris a la qüestió 2 relativa a exemples geomètrics de girs

En la taula es posa de manifest que força alumnes (33%) interpreten la qüestió fent un dibuix o gràfic d'una situació exemplificadora o donant instruccions per fer-lo.

Alguns alumnes (21%), com en la qüestió 2 de la Prova Inicial 2 (13%) han indicat eines de construcció geomètrica.

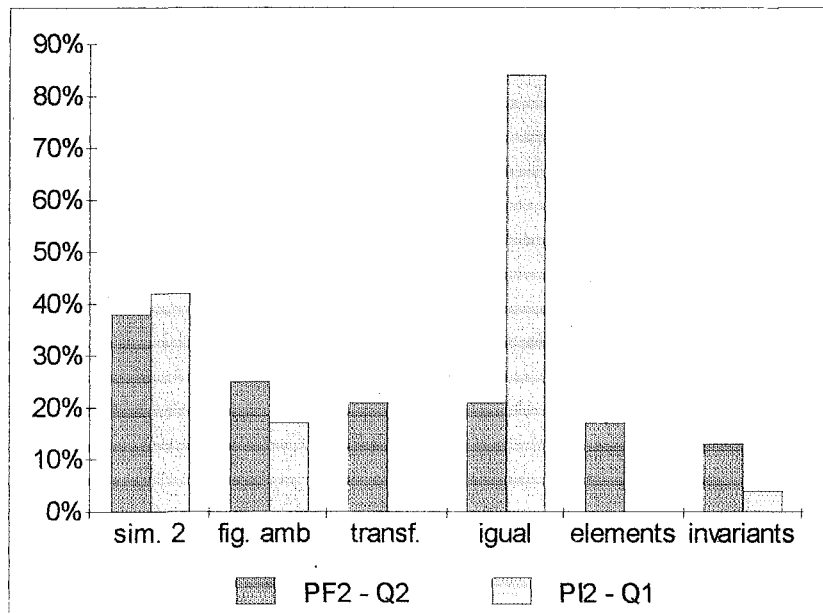
Transformació: simetria

- Taula de respostes al concepte de simetria de la qüestió 2

Què és?	Nombre d'alumnes
dues coses iguals	3
transformació que canvia la posició	2
acció que passa una figura a l'altra banda	1
desdoblament	1
dues parts d'una cosa que es pleguen	1
dues parts o objectes iguals	1
eix que parteix una figura per la seva meitat	1
eix que pot ser interior o exterior	1
figura la revés amb eix al mig	1
figura que es repeteix	1
reflex d'un objecte	1
transformació	1
transformació amb coses iguals a les dues bandes	1
transformació amb eix de simetria	1
una figura que es pot desplegar	1
en blanc	6
Total	24

Taula resum del concepte de simetria de la qüestió 2.

Conceptes	Nombre d'alumnes	%	PI2 - Q4
simetria entre figures	9	38%	42%
figures amb simetria	6	25%	17%
transformació	5	21%	0%
igual	5	21%	84%
elements de la simetria (eix)	4	17%	0%
prop. que varien / invariants	3	13%	4%



Comentaris a la qüestió 2 relativa al concepte de simetria

En aquesta taula i gràfic, en els qual hem inclòs la comparança amb la qüestió 4 de la Prova Inicial 2 (PI2 - Q4), és posa de manifest que el concepte de simetria es diversifica i equilibra més entre “figures simètriques entre si” (de 42% a 38%) i “figures amb simetria” (de 17% a 25%).

Així mateix cal remarcar la consideració de la simetria com a transformació geomètrica (21%), i la consciència de l'existència d'elements fonamental de les simetries, l'eix (17%). D'altra banda també cal remarcar que hi ha referències als invariants i a la modificació de la posició de la figura (13%), com a única propietat que varia.

Comparant els resultat d'aquesta qüestió en aquesta prova i els de PI2 - Q4, s'observa una important formalització d'aquestes, en el sentit que, com hem dit en els girs, si les de la PI1 - Q4 d'alguna manera representaven coneixements previs, alguns d'ells informals, les d'aquesta, PF1 - Q2, expliciten els coneixements formals apresos al llarg de la intervenció didàctica.

- Taula de respostes als exemples de simetria de la qüestió 2

Exemple de la vida de cada dia	Nombre d'alumnes	PI2 - Q12	PI2 - Q6
mirar-te al mirall	9	2 (mirall)	3 (mirall)
mans	3	3	2
portes del metro	3		
papallona	2	4	6
el cos	1		1 (persona)
fàbrica de carrosseries de cotxe	1		
tisores	1		2
en blanc	4		
Total	24		

Comentaris a la qüestió 2 relativa a exemples de simetries

En aquesta taula hem inclòs la comparança amb respostes de la qüestió 12 de la Prova Inicial 2 (PI2 - Q12) i de la qüestió 6 de la mateixa Prova Inicial 2 (PI2 - Q6), totes elles relatives a posar exemples de simetries.

En aquesta qüestió també s'observa un important increment de l'especificació i concreció dels casos, que es mantenen en l'àmbit dels objectes, accions i situacions quotidianes a l'espai.

De mica en mica, el mirall va esdevenint l'objecte representatiu de les simetries.

- Taula de respostes als exemples geomètrics de simetria de la qüestió 2

Exemple geomètric	Nombre d'alumnes
escriuen exemples reals amb un mirall	4
fan un gràfic correctament	3
resposta errònia que no té res a veure	3
dos triangles	1
escriuen instruccions de l'acció	1
il·lustren l'exemple	1
en blanc	11
Total	24

Comentaris a la qüestió 2 relativa a exemples geomètrics de simetries

En la taula es posa de manifest que alguns alumnes (21%) interpreten la qüestió fent un dibuix o gràfic d'una situació exemplificadora o donant instruccions per fer-lo.

La majoria d'alumnes però (46%) no entenen el significat de la pregunta.

Transformació: translació

- Taula de respostes al concepte de translació de la qüestió 2

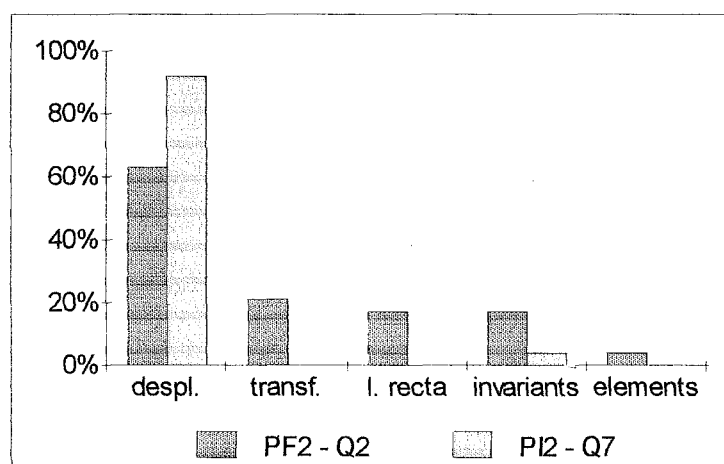
Què és?	Nombre d'alumnes
transformació que canvia de posició	4
desplaçament	3
desplaçament en línia recta	3
traslladar quelcom a un altre lloc	3
desplaçar en una direcció	1
es mou cap a un lloc	1
canviar d'un lloc a un altre	1
moviment de dreta a esquerra o viceversa	1
traslladar el línia recta	1
figura transportada a un altre lloc	1
transformació que té sentit, direcció i longitud	1
en blanc	4
Total	24

Comentaris a la qüestió 2 relativa al concepte de translació

Taula resum del concepte de translació de la qüestió 2.

Conceptes	Nombre d'alumnes	%	PI2 - Q7
desplaçament	15	63%	92%
transformació	5	21%	0%
línia recta	4	17%	0%
prop. que varien / invariants	4	17%	4%
elements de la translació	1	4%	0%

Nota: Alguns alumnes han respost més d'un concepte.



En la taula i el gràfic, en els quals hem inclòs la comparança amb la qüestió 7 de la Prova Inicial 2 (PI2 - Q7), és posa de manifest que el concepte de translació es focalitza en el desplaçament.

D'altra banda cal remarcar la consideració de la translació com a transformació geomètrica (21), la consciència de l'existència d'elements

propis de les translacions (4%) i les referències als invariants i la modificació de la posició de la figura, com a única propietat que varia (17%).

Fent una comparança entre els resultat d'aquesta qüestió en aquesta prova i els de PI2 - Q7, s'observa una important formalització d'aquestes, en el sentit que, com hem dit en els girs i les simetries, si les de la PI1 - Q7 d'alguna manera representaven coneixements previs, alguns d'ells informals, les d'aquesta, PF1 - Q2, expliciten els coneixements formals apresos al llarg de la intervenció didàctica.

- Taula de respostes als exemples de translació de la qüestió 2

Exemple de la vida de cada dia	Nombre d'alumnes	PI2 - Q12	PI2 - Q9
pujar amb ascensor	6	4(ascensor)	1(ascensor)
cotxe	4	3	12
cotxe en línia recta	1		
portes del metro	3		
de casa a l'escola i viceversa	2		
anar a comprar el pa	1		
avió	1	0	4
fer una línia amb regle	1		
funicular	1		
quan caminem	1	1 (senyor c.)	1 (caminar)
en blanc	3		
Total	24		

Comentaris a la qüestió 2 relativa a exemples de translacions

En aquesta taula hem inclòs la comparança amb respostes de la qüestió 12 de la Prova Inicial 2 (PI2 - Q12) i de la qüestió 6 de la mateixa Prova Inicial 2 (PI2 - Q9), totes elles relatives a posar exemples de translacions

En aquesta qüestió també s'observa una important associació entre translació i desplaçament, concretat en l'àmbit dels objectes, accions i situacions quotidianes a l'espai.

Així mateix s'evidencia la importància del desplaçament en línia recta.

- Taula de respostes als exemples geomètrics de translació de la qüestió 2

Exemple geomètric	Nombre d'alumnes
fan un gràfic correctament	3
il·lustren l'exemple	3
escriuen instruccions de l'acció	2
moure una figura	1
fer a l'ordinador	1
resposta errònia que no té res a veure	3
en blanc	11
Total	24

Comentaris a la qüestió 2 relativa a exemples geomètrics de translacions

En la taula es posa de manifest que alguns alumnes (33%) interpreten la qüestió fent un dibuix o gràfic d'una situació exemplificadora o donant instruccions per fer-lo.

La majoria d'alumnes però (46%) no entenen el significat de la pregunta.

3) Omple aquesta taula

Transformació	a) Canvia la forma?	b) Canvia les mides dels costats?	c) Canvia la mesura dels angles?	d) Canvia la posició?	e) Particularitat
Gir	No	No	No	Sí	
Simetria	No	No	No	Sí	
Translació	No	No	No	Sí	

Comentaris a la qüestió 3

Taula resum de les respostes dels apartats a), b), c) i d) de la qüestió 3

Respostes	Nombre d'alumnes	%
Taula correcta columnes a), b) c) i d)	21	88%
Taula en blanc	2	8%
Taula amb errors	1	4%
Total	24	100%

Taula resum de les respostes a l'apartat e) de la qüestió 3

Gir	Al.	Simetria	Al.	Translació	Al.
En blanc	16	En blanc	16	En blanc	17
En totes direccions	1	2 coses idèntiques	1	Es trasllada	3
Molts G són un G	1	Té un eix	1	Va en línia recta	2
Giren	1	Portes del metro	1	Moltes T són una T	1
No sempre són de 360°	1	Pot ser en una figura o entre	1	Només canvia posició	1
No es mou de lloc	1	Es pot doblegar	1	Total	24
Hi ha centres interior i exteriors	1	Simètric és igual, però iguals no sempre és simètric	1		
Fan voltes	1	És una reflexió	1		
Es fan servir graus	1	Es repeteix	1		
Total	24	Total	24		

Tot i l'elevat nombre de respostes en blanc de la columna e) (girs, 67%; simetries, 67%; i translació 71%), relativa a alguna particularitat de les transformacions, la bona majoria d'elles responen alguna de les seves propietats.

El percentatge de reconeixement de la conservació de la longitud és, en els tres casos, del 88%, i per tant, $G = S = T$. Aquesta conclusió no es pot contrastar ni amb la de Thomas (1978), ni la de Pearman (1990), ja que si el primer deia que amb alumnes de 6 a 10 anys, $G = S > T$, i el segon que amb alumnes de 6 i 7 anys, $S > T > G$. En el nostre cas l'alumnat tenia 12 i 13 anys.

Ara bé, coincidim amb Thomas (1978) quan diu que a partir dels 12 anys no apareixen dificultats significatives en el treball amb les isometries, així com amb Kidder (1978) que afirma que a l'estadi piagetia de les operacions formals (d'11 a 15 anys) l'alumnat ja no té problemes ni de conservació, ni comprensió del concepte d'imatge, ni de realització de les operacions fonamentals de les isometries.

En les Proves Inicials, els exercicis de la Unitat de Programació, les observacions i entrevistes, s'ha anat constatant que totes les isometries son copsades com a moviments locals, fet que queda confirmat en aquesta Prova Final 1. Pels nois i noies d'aquesta edat no és possible entendre el primer fonament de les isometries, o sigui, el fet que són aplicacions del pla en si mateix, i per tant globals que afecten a tots els punts.

Aquesta conclusió coincideix amb les de Cornu-Wells, Dionnet i Vitale (1985), Dionnet, Martí, Vitale i Wells (1985), Martí (1984b) i Piaget (1986), en el sentit de la impossibilitat d'estructuració del l'espai del moviment en termes globals.

6.2.2 Prova Final 2

Objectius i continguts de les qüestions plantejades

Qüestió	Objectius	Continguts
1	Reconèixer els punts invariants de les transformacions geomètriques.	Punts invariants dels girs, de les simetries i de les translacions.
2	Reconèixer els invariants de les transformacions geomètriques.	Invariants dels girs, de les simetries i de les translacions.
3	Reconèixer variants de les transformacions geomètriques.	Variants dels girs, de les simetries i de les translacions.
4	Identificar els elements de les transformacions geomètriques.	Elements dels girs, de les simetries i de les translacions.
5	Reconèixer transformacions inverses	Transformacions inverses.
6	Comprendre la composició de les transformacions geomètriques.	Composició de girs, de simetries i de translacions
7	Relacionar la regularitat en polígons i les transformacions geomètriques.	Regularitat dels polígons i transformacions geomètriques.
8	Reflexionar sobre allò que s'ha après dels girs.	Concepte, elements i propietats dels girs.
9	Reflexionar sobre allò que s'ha après de les simetries.	Concepte, elements i propietats de les simetries.
10	Reflexionar sobre allò que s'ha après de les translacions.	Concepte, elements i propietats de les translacions.

Qüestions de les proves

FULLS DE RESUM I CONCLUSIONS FINALS DELS GIRS, DE LES SIMETRIES I DE LES TRANSLACIONS

1) En un gir/una simetria/una translació, l'única cosa que no es mou és...

Gir	Nombre d'alumnes	%
Centre	9	37%
Posició	5	21%
Forma	3	13%
Figura	3	13%
Eix	2	8%
Angles	1	4%
En blanc	1	4%
Total	24	100%

Comentaris a la qüestió 1 relativa als girs

En la taula s'observa que com a punt invariant el 39% reconeix el centre de gir, però que un 21% l'associa a la posició i un 26% a la forma o figura. En consultes amb l'alumnat es va constatar la confusió entre posició i situació.

Simetria	Nombre d'alumnes	%
Eix	10	41%
Posició	5	21%
Forma	3	13%
Figura	3	13%
Centre	1	4%
Angles	1	4%
En blanc	1	4%
Total	24	100%

Comentaris a la qüestió 1 relativa a les simetries

En la aquesta taula s'observa que com a punts invariants el 41% reconeix els de l'eix de simetria, però com en els girs, un 21% l'associen a la posició i un 26% al manteniment de la forma o de la figura.

Translació	Nombre d'alumnes	%
Posició	5	21%
Figura	4	16%
Forma	3	13%
Vector	3	13%
Vèrtex	1	4%
Direcció	1	4%
Centre	1	4%
Eix	1	4%
Angles	1	4%
En blanc	4	17%
Total	24	100%

Comentaris a la qüestió 1 relativa a les translacions

En la aquesta taula s'observa que només el 13% reconeix com a punts invariants els del vector, tot i que en comentaris amb l'alumnat, tant el que va dir vèrtex com el que va dir direcció, es referien al vector.

Com en els altres casos, un 21% l'associen a la posició i un 29% al manteniment de la forma o de la figura.

Gir / Simetria / Translació	Nombre d'alumnes	%
Posició / Posició / Posició	5	21%
Forma / Forma / Forma	3	13%
Figura / Figura / Figura	3	13%
Centre / Eix / En blanc	3	13%
Centre / Eix / Vector	2	8%
Centre / Eix / Vèrtex	1	4%
Centre / Eix / Figura	1	4%
Centre / Eix / Direcció	1	4%
Eix / Eix / Vector	1	4%
Centre / Centre / Centre	1	4%
Eix / Eix / Eix	1	4%
Angles / Angles / Angles	1	4%
En blanc	1	4%
Total	24	100%

Comentaris a la qüestió 1 relativa a les isometries

En la taula s'observa que només el 8% reconeix alhora com a punts invariants de les isometries els del centre, l'eix i el vector. Com en els casos anterior, un 21% l'associen a la posició i un 26% a la forma o la figura.

- 2) En fer un gir/una simetria/una translació: **Varia la forma? Varien els angles? Varien les longituds dels costats?**

Comentaris a la qüestió 2

El 100% de l'alumnat respon **No** en els nou casos presentats. Aquesta resposta posa de manifest la consciència dels invariants. De tota manera, en converses amb l'alumnat es va posar de manifest una confusió entre "es mou" i "varia", i "no es mou" i "no varia".

3) En fer un gir/una simetria/una translació, d'una figura l'única cosa que canvia és...

Comentaris a la qüestió 3

El 100% de l'alumnat respon **la posició** en els tres casos. En aquesta qüestió s'observa una contradicció amb la principal resposta global de la qüestió 1: el 21% diuen que el que no varia és precisament la posició.

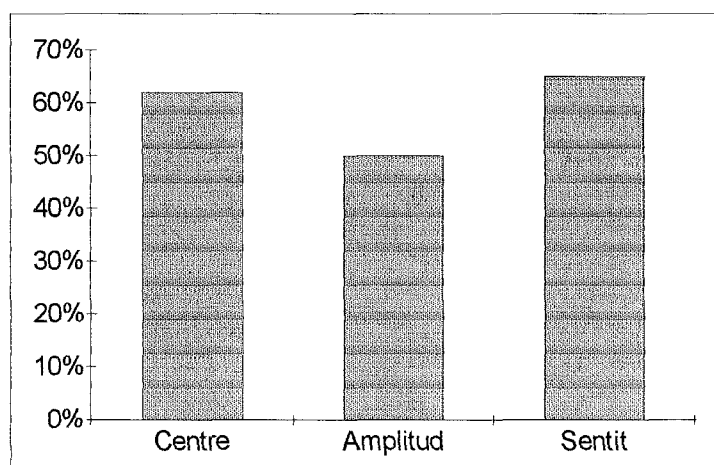
4) Per fer un gir/una simetria/una translació, necessitem...

Gir

Centre	Nombre d'alumnes	%
Centre	13	54%
Costat	3	13%
Sobre que / Al voltant de	2	8%
En blanc	6	25%
Total	24	100%

Amplitud	Nombre d'alumnes	%
Angle	10	42%
Amplitud	2	8%
En blanc	12	50%
Total	24	100%

Sentit	Nombre d'alumnes	%
Sentit	10	42%
Direcció	5	21%
Cap a on	2	8%
En blanc	7	29%
Total	24	100%



Comentaris a la qüestió 4 relativa als girs

En les taules i el gràfic anteriors s'observa que el reconeixement dels elements dels girs, és força elevat, tenint en compte la situació i l'edat de l'alumnat.

Quant al centre el resultat global, incloent encertes i aproximacions, és del 62%, quant a l'amplitud, del 50%, i quant al sentit, del 65%.

Simetria

Eix	Nombre d'alumnes	%
Eix	29	79%
En blanc	5	21%
Total	24	100%

Comentaris a la qüestió 4 relativa a les simetries

En la taula anterior el percentatge de reconeixement de l'eix com a element fonamental de la simetria, un d'un 79%, resultat que podem considerar molt acceptable.

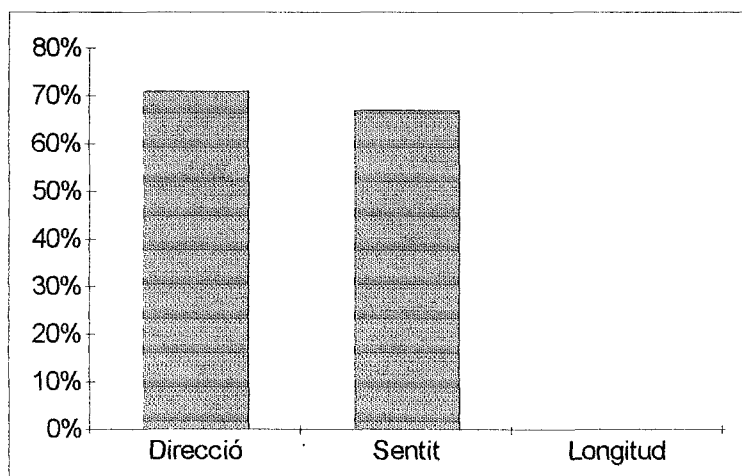
Translació

Vector	Nombre d'alumnes	%
Vector	7	29%
Vèrtex	2	8%
Longitud	1	4%
En blanc	14	59%
Total	24	100%

Direcció	Nombre d'alumnes	%
Direcció	17	71%
En blanc	7	29%
Total	24	100%

Sentit	Nombre d'alumnes	%
Sentit	16	67%
En blanc	8	33%
Total	24	100%

Longitud	Nombre d'alumnes	%
Longitud	0	100%
Total	24	100%



Comentaris a la qüestió 4 relativa a les translacions

En les taules i el gràfic s'observen dificultats en el concepte de vector, ja que si globalment el 37% diuen que aquest és necessari, els seus tres elements no són totalment identificats, ja que el 71% parla de la direcció, i el 67% del sentit, però cap parla de la distància o longitud del vector.

Això posa de manifest que, si bé sembla que es diferencia entre direcció i sentit, s'ha confós el fet que hi hagi tres elements en tota translació, que són els del vector, amb dir: vector, direcció i sentit, que també són tres coses.

5) Què és una transformació inversa?

	Nombre d'alumnes
que torna al lloc d'on ha sortit	5
que torna a la posició inicial	5
que torna al lloc inicial	2
que torna al mateix lloc	1
que torna a casa	1
que torna al punt inicial	1
que torna al lloc	1
que torna a la figura inicial	1
que torna al punt de partida	1
que és al revés	1
en blanc	5
Total	24

Comentaris a la qüestió 5

De la taula anterior es desprèn que el 79% de l'alumnat, sap què és una transformació inversa, tot i que majoritàriament ho expressen amb llenguatge col·loquial.

- 6) a) Si a una figura li fem diversos girs amb el mateix centre el resultat és...
- b) Si a una figura li fem un nombre parell de simetries d'eixos paral·lels el resultat és...
- c) Si a una figura li fem un nombre senar de simetries d'eixos paral·lels el resultat és...
- d) Si a una figura li fem un nombre parell simetries d'eixos concurrents el resultat és...
- e) Si a una figura li fem un nombre senar de simetries d'eixos concurrents el resultat és...
- f) Si a una figura li fem diverses translacions seguides el resultat és...

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	%
	G	S	S	S	S	T	38%
	G	S	S	-	-	T	4%
	G	S	S	S	-	T	4%
	G	-	S	-	S	T	4%
	G	S	No S	S	S	T	4%
	G	S	No S	S	No S	T	4%
	G	T	S	T	S	T	4%
	G	T	S	G	G T	T	4%
	G	T	S	S	T	T	4%
	G	S	T	S	T	T	4%
	G	T	S	G	T	T	4%
	G	G	S	-	-	T	4%
En blanc	-	-	-	-	-	-	18%
Correcte	100%	17%	38%	8%	0%	100%	100%
Solució	G	T	S	G	G	T	

Comentaris a la qüestió 6

En la taula s'observa que el resultat de la composició de girs i la composició de translacions, és molt conegut per l'alumnat (100%), però que hi ha

serioses dificultat en la composició de simetries, tant d'eixos paral·lels com d'eixos concurrents. Comentant el fet amb l'alumnat, algunes de les expressions que vam recollir foren: "Era molt complicat!", "No s'entén (la pregunta)", "És un «lio»". Possiblement l'enunciat era massa complicat.

7) Com podem saber per mitjà dels girs/de les simetries/de les translacions que un polígon és regular?

Girs	Nombre d'alumnes	%
Coincideix tantes vegades com costats	8	33%
Coincideix més de dues vegades	5	21%
Coincideix més d'una vegada	4	17%
Error	2	8%
En blanc	5	21%
Total	24	100%

Comentaris a la qüestió 7 sobre els girs

Si la bé majoria de l'alumnat (33%) reconeix la propietat, un 21% aplica el mètode de localització del centre d'una figura, i en 17% intueix la propietat.

Simetries	Nombre d'alumnes	%
Si té tants eixos com costats	2	8%
Si té centre	1	4%
Si té més d'un eix	1	4%
Error	5	21%
En blanc	15	63%
Total	24	100%

Comentaris a la qüestió 7 sobre les simetries

En aquest cas la majoria de l'alumnat (63%) no reconeix la propietat, ja que només el 8% la identifica i el 4% la intueix.

Translacions	Nombre d'alumnes	%
No es pot saber	4	17%
Error	1	4%
En blanc	19	79%
Total	24	100%

Comentaris a la qüestió 7 sobre les translacions

Com en el cas anterior la majoria de l'alumnat (79%) no reconeix que no hi ha propietat, ja que només el 17% ho explicita.

7

Resum final i conclusions



7 RESUM FINAL I CONCLUSIONS

La present tesi s'ha realitzat amb l'objectiu d'analitzar la problemàtica de l'ensenyament de les transformacions isomètriques a l'etapa escolar, tot tenint en compte la situació, els plantejaments, les tendències i les recerques existent sobre el tema, i fent una proposta original per al seu ensenyament i aprenentatge a final de l'educació primària, que és alhora una revisió crítica dels coneixements previs informals i de les intuïcions personals de l'alumnat, una cloenda de processos escolars anteriors, i un pas més en el seu coneixement, conceptualització i apropiació.

Per tant, el problema que ens vam plantejar i volíem resoldre des de l'inici del treball que ha donat lloc a aquesta memòria estava centrat en conèixer quines eren les preconcepcions i els coneixements previs informals i formals sobre les isometries de l'alumnat del cicle superior d'educació primària; com l'ensenyament i l'aprenentatge d'aquestes es podia incorporar al currículum de matemàtiques d'un centre de primària; i com els alumnes anaven fent seus els continguts associats a partir de l'atribució de significats.

Aquesta memòria consta fonamentalment de tres grans parts temàtiques que agrupen diferents apartats.

La **primera part** inclou una presa de posició de l'autor sobre els referents psicopedagògics de la didàctica de les matemàtiques, que es concreten en el model constructivista d'ensenyament i d'aprenentatge, exposat a l'apartat 1; i un estudi sobre l'enfocament epistemològic i conceptual, i el tractament educatiu que es dona a la geometria, així com, i de manera més específica, a les isometries, en els currículums d'educació primària de diversos països, emfasitzant els de l'Estat Espanyol, i més concretament els del Ministeri

d'Educació i Ciència, i els del Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya, que configura l'apartat 2.

Aquest estudi s'ha complementat amb un recull detallat de diverses propostes de programació i de seqüenciació de les isometries a l'educació primària, també incloses a l'apartat 2, i amb una anàlisi exhaustiva d'un ampli ventall d'investigacions sobre l'ensenyament i l'aprenentatge de les isometries, que conformen l'apartat 3.

La **segona part**, inclou a l'apartat 4 i als annexos 1 i 3, un conjunt de proves orientades a l'aflorament i posterior anàlisi de les preconcepcions i els coneixements previs bé informals, bé formals d'origen social, escolar o intuïtiu, dels nois i les noies del cicle superior d'educació primària, en relació a les isometries, així com una aportació específica per a l'ensenyament i l'aprenentatge de les isometries a finals de l'etapa d'educació primària, que es concreta en una Unitat de Programació estructurada en tres blocs temàtics: els giris, les simetries i les translacions. Aquesta Unitat de programació, que es mostra a l'annex 2, està degudament fonamentada, dissenyada, concretada i planificada als apartats 4 i 5.

A la **tercera part**, formada per l'apartat 6 i els annexos 4 i 5, es presenten i analitzen els resultats de les proves dissenyades per la detecció de les preconcepcions; els de la pròpia Unitat de Programació sobre les isometries, que ha estat experimentada en un entorn d'ensenyament i d'aprenentatge constructivista; i els de les proves dissenyades per mostrar els aprenentatges aconseguits.

El desenvolupament d'aquestes tres parts esmentades que acabem de resumir, i que estan especificades de forma detallada al llarg de la present memòria, ens porta a poder sintetitzar de manera detallada una sèrie de conclusions i avalar

un conjunt de propostes que a continuació passem a descriure apartat per apartat.

Així, al **primer apartat** hem explicat que el model constructivista d'ensenyament i d'aprenentatge és el nostre referent psicopedagògic de la didàctica de les matemàtiques i de la intervenció educativa, i que aquest ha de partir del continguts matemàtics, dels coneixements previs formals i informals de l'alumnat i de les seves capacitats, els seus interessos, neguits i curiositats, per proposar situacions didàctiques contextualitzades i significatives, amb un alt contingut motivacional, funcional i afectiu, que, sense oblidar les exigències cognitives de l'aprenentatge de les matemàtiques, permetin la construcció personal dels coneixements matemàtics.

En el **segon apartat**, en el qual s'ha realitzat una anàlisi i comparança educativa i epistemològica de les propostes curriculars de matemàtiques del Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya, del Ministeri d'Educació i Ciència, així com els d'Andalusia, Euskadi, Galícia i País Valencià, pel que fa a l'Estat Espanyol; els d'Anglaterra, França i Itàlia a nivell Europeu, i els del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) dels Estats Units d'Amèrica, s'ha posat en evidència que la incorporació de la geometria als currículums de matemàtiques de l'educació primària des dels anys setanta fins a l'actualitat, continua essent molt minsa, tant per la omnipresència de l'aritmètica, com per la poca importància que es dona a la pròpia geometria i a la relació existent entre les matemàtiques i la realitat.

S'ha observat una predominància de l'enfocament axiomàtic clàssic, que estudia de forma descontextualitzada i estàtica les figures planes i els seus elements, lligat a una important rêmora euclidiana, amb algunes pinzellades piagetianes i dienesianes, però sense referències explícites als plantejaments kleinians en relació a les isometries i als invariants, o sigui ignorant la tendència

kleiniana de no posar tant l'èmfasi en les formes geomètriques sinó en les propietats que romanen invariables després de l'aplicació d'algun tipus de transformació.

Quant al seu enfocament i tractament, hem de dir que a l'Estat Espanyol, llevat del cas de Catalunya, és força incoherent, ja que només en aquesta comunitat, a més de recollir-se el concepte genèric de transformació geomètrica relatiu a les isometries, com també ho fa Andalusia, es concreta de manera detallada en els girs, les simetries i les translacions, proposant un coneixement alhora descontextualitzat amb l'estudi dels corresponents elements, propietats i invariants, i alhora contextualitzat en la seva aplicació al coneixement de les figures i de l'espai

A les altres comunitats de l'estat, no es fa cap esment ni a les transformacions ni a les isometries, malgrat totes esmenten explícitament les simetries, algunes els girs, generalment associats a la noció d'angle, i cap parla de translacions, i encara menys d'invariants o composicions.

A nivell europeu, la proposta curricular anglesa és força coherent, ja que recull les tres isometries tant al pla com a l'espai; la francesa, tot i incloure les isometries, ho fa des d'una perspectiva euclidiana i dóna molta a la simetria i al dibuix geomètric; la italiana recull els tres tipus d'isometries, però se centra molt en la simetria i en els conceptes de posició i de situació. Quant a la proposta del NCTM dels EUA, només es fa referència a la simetria, ja que suggereix que les isometries es treballin a l'educació secundària.

En relació a les propostes de programació i de seqüenciació de les isometries, també incloses en el segon apartat, hem mostrat que totes elles proposen un treball simultani de reconeixement en experiències i manipulacions en entorns quotidians i geomètrics, d'estudi descontextualitzat, i d'estudi contextualitzat en

el món geomètric i en la resolució de situacions i problemes, que inclou la seva identificació i realització o execució, amb independència del seu caràcter, bé sigui de tipus un estructuralista i formal propi de Z. P. Dienes, bé postdienesia de caràcter actiu, operacional/transformacional i matematitzador propi de M. A. Canals, bé més heterodox, experiencial, dinàmic i obert com el de C. Burgués, o bé més vanhielià i centrat en fases d'aprenentatge com el de A. Jaime i A. Gutiérrez.

Al **tercer apartat** s'ha realitzat una anàlisi d'un ample ventall d'investigacions sobre l'ensenyament i l'aprenentatge de les isometries, tant de les específiques com de més genèriques, que ha permès concloure que: entre el concepte piagetia de conservació de la longitud i el d'invariància hi ha una estreta relació de dependència; l'aprenentatge de les isometries té certs nivells de dificultats que poden ser graduades, en el sentit que les translacions són més fàcils de reconèixer i de fer que les simetries, i aquestes que els girs; que les orientacions de les isometries també són elements de dificultat creixent en el sentit que les transformacions amb elements horitzontals són més fàcils que les relatives amb elements verticals, i aquestes que les que inclouen elements inclinats; així mateix, i també quant a nivell de dificultats de posicions relatives entre la figura inicial i la transformada, les exteriors són més fàcils que les interiors, aquestes que les tangent, i aquestes que les secants; i que, d'altra banda, les isometries que involucren mesures petites (angles, vectors...) són més fàcils de reconèixer i de fer que les que tenen mesures més grans.

Al **quart apartat** s'ha presentat una Unitat de Programació original per a l'ensenyament i l'aprenentatge de les isometries al cicle superior de l'educació primària, fonamentada en: el model constructivista d'ensenyament i d'aprenentatge, exposat al primer apartat; els resultats de les anàlisis de les propostes curriculars i de programació incloses al segon apartat; les conclusions de les investigacions prèvies ressenyades i analitzades al tercer

apartat; els fonaments matemàtics de les isometries presentats a l'apèndix mateix apartat; i la nostra experiència en l'ensenyament d'aquest tema a l'educació primària i a la formació permanent del professorat.

En ella s'ha concretat tant la seqüenciació de continguts marc relativa a tota l'educació primària, com els continguts procedimentals, conceptuals i actitudinals, els objectius didàctics i les activitats de la pròpia Unitat de Programació, la qual s'ha inclòs a l'**annex 2**. Així mateix s'han explicat els materials i recursos manipulatius, els informàtics, entre els qual hem destacat el *Logo* i el *Cabri Géomètre* com a programes més idoni per la visualització, la manipulació i la transformació de figures, i els videogràfics, destacant el vídeo *Alicia al país de les transformacions geomètriques*, l'elaboració del qual forma part de la present tesi, i que s'ha descrit i valorat adequadament a l'**annex 4**.

Així mateix s'han detallat conjunt de proves orientades a fer aflorar les preconcepcions i els coneixements previs informals i formals dels nois i les noies del cicle superior d'educació primària, en relació a les isometries, i a mostrar els aprenentatges realitzats, en les quals s'han detallat els objectius i continguts de cada qüestió. Aquestes proves es mostren als **annexos 1 i 3**.

Al **cinquè apartat** s'ha concretat el programa, la planificació i el desenvolupament de la intervenció educativa; la seva concreció pràctica; i l'enfocament del seguiment i valoració realitzades, tot explicitant i justificant la selecció del paradigma qualitatiu o naturalista d'investigació i de la metodologia dels estudis de cas, tot especificant-ne els instruments aplicats. Com a complement, a l'**annex 5**, s'inclouen les anotacions de les observacions realitzades durant les sessions de treball de la Unitat de Programació a l'aula.

Al **sisè apartat** es presenten les anàlisis, les interpretacions i els comentaris a la realització de les proves inicials, de la Unitat de Programació i de les proves

finals, segons els objectius exposats al quart apartat, i al programa d'investigació previst, especificat i relatat al cinquè apartat. També es mostren els resultats dels contrastos realitzats en les conclusions arribades en la nostra intervenció, i les de les investigacions recollides al tercer apartat.

Les conclusions a les qual s'ha arribat en la present memòria representen una important i àmplia aportació sobre les preconcepcions, els coneixements previs informals i formals d'origen personal, espontani i intuïtiu, social o escolar, i el que hem anomenat "model" de gir, de simetria o de translació.

Així, i pel que fa a les **transformacions** i les **isometries**, podem concloure que aquestes majoritàriament s'associen a fenòmens de la natura i a accions quotidianes o extraordinàries, generalment lligades als canvis d'estat i al pas del temps, tot i que no hi ha un reconeixement explícit de girs, simetries i translacions en les accions i fenòmens específics que els incorporen. D'altra banda, l'ordre de dificultats de les isometries constatat majoritàriament en situacions reals és que les translacions són més fàcils que les simetries, i aquestes que els gir, i que en relació a l'orientació, les isometries horitzontals són més fàcils que les verticals, i aquestes que les inclinades.

Tanmateix, a aquesta edat la forma és la propietat invariant més reconeguda, i la posició la més variant, tot i que s'és conscient de la conservació del nombre de costats, de la longitud dels costats i de l'amplitud dels angles en les isometries. Ara bé, s'ha constatat la impossibilitat per part de l'alumnat d'aquestes edats de poder estructurar l'espai del moviment en termes globals.

En funció d'aquesta anàlisi feta a les transformacions i a les isometries en general, ens va semblar adequat aprofundir en quins eren els diferents nivells de comprensió dels conceptes, així com els principals errors que apareixen en

l'aprenentatge dels girs, les simetries i les translacions que, com acabem de veure, no tenen un grau homogeni de dificultat.

En relació als **girs**, hem comprovat que aquests s'associen i s'expliquen preferentment amb sinònims propers a l'entorn i la cultura dels nois i noies, i que generalment es representen amb objectes que tenen el gir com a propietat intrínseca. Ara bé, en l'entorn de dibuix, el gir model és el gir de centre exterior, situat indistintament a la dreta o a l'esquerra de la figura, i amb sentit cap a l'esquerra, tot i que els girs de centre exterior i els de sentit cap a l'esquerra es mostren com a més espontanis que els de centre no exterior i els de sentit cap a la dreta. Quant a la composició de girs de centre interior, podem concloure que aquesta és entesa i reconeguda.

En relació a les **simetries**, hem comprovat que preferentment s'associen al concepte igual, cosa que fa concloure que no es veuen tant com una transformació, sinó com una identificació. Ara bé, si en un primer moment es representen amb objectes que tenen algun eix, a poc a poc s'equilibren amb objectes que tenen simetria entre si, tot i que en l'entorn de dibuix, la simetria model és la d'eix vertical situat a la dreta de la figura i indistintament exterior o tangent a ella. Tanmateix les simetries d'eix vertical es manifesten més espontànies que les d'eix horitzontal i aquestes que les d'eix inclinat, i les simetries en figures amb simetria més que les simetries entre figures amb eix exterior o tangent, essent les d'eix secant les menys espontànies. Quant a la composició de simetries, podem concloure que aquesta no és entesa ni reconeguda.

D'altra banda volem deixar constància que la importància social de la simetria quant a valor estètic, artístic, d'equilibri i uniformitat, mediatitza tant la seva importància matemàtica com el seu aprenentatge.

En relació a les **translacions**, hem comprovat que preferentment s'associen al concepte de desplaçament i que generalment es representen amb objectes que tenen el moviment o el desplaçament com a propietats intrínseques, tot i que en l'entorn de dibuix, la translació model és la de vector de direcció horitzontal i sentit a la dreta, i que les de vector horitzontal o vertical es manifesten més espontànies que les de vector inclinat. Quant a la composició de translacions, podem concloure que aquesta és entesa i reconeguda.

En un altre ordre de qüestions hem constatat una confusió important entre els conceptes direcció i sentit, posició i situació, i moviment i desplaçament. D'altra banda, l'alumnat que va visualitzar el vídeo *Alícia al país de les transformacions geomètriques* abans de la realització de la prova inicial 3, va respondre amb més correcció les qüestions plantejades relatives als invariants que el grup d'alumnes que el visualitzà després, fet que ens permet afirmar la seva validesa en aquest aspecte.

D'altra banda, al llarg de la realització de l'experiència i en l'anàlisi i la interpretació de les situacions i dels resultats, han anat sorgint un conjunt més global i transversal de reflexions i conclusions que exposem tot seguit.

La incorporació dels continguts relatius a les isometries a les classes de matemàtiques, depèn en primer lloc del convenciment i de la iniciativa del professorat, en segon de les propostes que sorgeixen dels àmbits renovadors de la didàctica de la matemàtica, i en darrer cas de la seva prescripció per part dels currículums oficials i de la seva inclusió als llibres de text.

El treball de les isometries, com proposa M. A. Canals, pot esdevenir un eix vertebrador de l'ensenyament i de l'aprenentatge de la geometria, que permeti

donar una visió global i coherent dels seus elements, figures, propietats, relacions i dinamisme.

La utilització de materials elaborats expressament pel propi professorat o provinents d'entorns quotidians, així com l'ús de videogrames i de programari, afavoreix una actitud positiva per a l'aprenentatge i la seva major significativitat.

L'adquisició dels conceptes de les transformacions geomètriques depèn de la construcció dels coneixements que els alumnes van realitzant i del sentit i dels significats que els hi donen.

Al nostre nivell hem constatat que l'estructuració d'una intervenció educativa no és adequat fer-la en fases o passos, sinó en etapes de durada variable, lligades a l'aprenentatge de l'alumnat.

En el nostre cas hem tingut en compte: la vivència directa i la connexió amb la realitat; la manipulació i l'experimentació; la reflexió i explicitació, tant de forma verbal com gràfica, d'allò fet i del seu significat; i la formalització matemàtica més simbòlica.

També hem constatat que la formalització simbòlica està molt lligada amb la creació per part del professorat de zones de desenvolupament pròxim, que permetin avançar a l'alumnat, a entendre les coses de maneres diferents, i a atribuir nous significats als aprenentatges

L'alumnat té ganes d'aplicar, de fer servir allò que va aprenent, en contextos diferents dels escolars i formals. En el nostre cas, el Transjoc, va ser una eina adequada de caràcter lúdic.

Tot i acceptant que el constructivisme ni és ni va acompanyat de cap metodologia específica, volem manifestar que portar el constructivisme a les aules és fonamentalment una qüestió de convicció i d'actitud del professorat.

Un plantejament constructivista de la didàctica de la geometria ha de partir, des d'un nivell d'igualtat, dels continguts matemàtics, dels coneixements previs formals i informals de l'alumnat, de les seves capacitats i dels seus interessos, neguits i curiositats; amb l'objectiu de proposar situacions didàctiques contextualitzades variades i significatives, que tinguin un alt contingut motivacional i funcional, i que permetin la construcció personal dels coneixements matemàtics en un àmbit que faciliti la transformació de la informació en saber, a partir de la seva apropiació i atribució de significats.

Resumint el que hem dit fins aquí, opinem que en aquesta tesi doctoral es presenten idees i propostes originals que poden facilitar l'ensenyament i l'aprenentatge de les isometries a l'educació primària, en un marc constructivista, fet que suposa un pas endavant en l'aportació d'anàlisis, reflexions, propostes d'intervenció didàctica, materials i recursos, com a eines teoricopràctiques per a la millora de l'educació matemàtica.

Futures línies de recerca

Com en tots els treballs de recerca, fer aquesta memòria ens ha obert nous camins i noves qüestions a les quals voldríem dedicar una especial atenció en el futur immediat.

Creiem important aprofundir en els aspectes pedagògics que envolten l'ús de materials multimèdia per a la visualització dinàmica i la modelització de les transformacions geomètriques en l'etapa de primària. També pot merèixer especial atenció l'ampliació del marc de les transformacions isomètriques a

altres transformacions -com les semblances-, que actualment són esmentades en alguns currículums oficials.

També els aspectes de l'adaptació curricular pel que fa a l'aprenentatge de les transformacions geomètriques per part d'alumnes amb discapacitats visuals o motrius, mereixeria, sense cap dubte, una anàlisi específica ben acurada.

Amb més ambició també ens plantejem un estudi acurat de l'evolució de la formació dels conceptes relatius a les transformacions, al llarg de tot el procés formatiu a l'educació primària i a la secundària obligatòria, i de com aquest es veu afectat per l'ús multimedial al qual ens hem referit abans, tot elaborant material adequat al servei de professorat i de l'alumnat.

D'altra banda, l'anàlisi dels referencials quotidians com a suport a l'aprenentatge de les transformacions, també mereix el degut aprofundiment quan a les seves aportacions.

Els aspectes del tractament local o global de les transformacions i el sempre difícil diàleg pla-espai, també ens plantegen importants interrogants a analitzar i a respondre.

Amb tots aquests punts que aquí hem apuntat com a propostes per a futures recerques, volem reafirmar el nostre interès per seguir aprofundint en un tema que ens ha interessat profundament com a motor de l'imprescindible interès científic personal, i com a desig d'uns constat millora de l'ensenyament de les matemàtiques.

Bibliografia

BIBLIOGRAFIA

ALONSO, F.; et al. (1987) *Aportaciones al debate sobre las matemáticas en los 90*. València: Mestral.

ALSINA, C. (1994a) "Apología de la utilidad y el realismo". *Suma*, núm. 18, pp. 4-9.

ALSINA, C. (1994b) "La educación matemática, hoy". *Signos*, núm. 11, pp. 52-55.

ALSINA, C. (1994c) "¿Para qué aspectos concretos de la vida deben preparar las matemáticas?". *UNO*, núm. 1, pp. 37-43.

ALSINA, C.; BURGUÉS, C.; FORTUNY, J. M. (1988) *Materiales para construir la geometría*. Madrid: Síntesis.

ALSINA, C.; BURGUÉS, C.; FORTUNY, J. M. (1989) *Invitación a la didáctica de la geometría*. Madrid: Síntesis.

ALSINA, C.; et alt. (1995) *Ensenyar matemàtiques*. Barcelona: Graó

ALSINA, C.; FORTUNY, J. M.; GIMÉNEZ, J. (1994) *Projecte Curricular de l'Àrea de Matemàtiques. "Bon dia, Mates". Primer cicle. Material per al professorat*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament.

ALSINA, C.; GARCIA-ROIG, J. LL. (1988) "Funciones, simetrías y frisos". *Suma*, núm. 1, pp. 13-16.

ALSINA, C.; PÉREZ, R.; RUIZ, C. (1989) *Simetría dinámica*. Madrid: Síntesis.

- ALSINA, C.; TRILLAS, E. (1984) *Lecciones de Álgebra y Geometría. Curso para estudiantes de Arquitectura*. Barcelona: Gustavo Gili.
- ÁLVAREZ, J. M. (1993) "El alumnado. La evaluación como actividad crítica del aprendizaje". *Cuadernos de Pedagogía*, núm. 219, pp. 28-32.
- ANDERSON, L. W.; BURNS, R. B. (1989) *Research in Classrooms. The Study of Teachers, Teaching and Instruction*. New York: Pergamon Press.
- ANN ARBOR PUBLIC SCHOOLS. (1993) *Alternative Assesment. Evaluating Student Performace in Elementary Mathematics*. Palo Alto: Dale Seymour.
- ANTÚNEZ, S.; DEL CARMEN, L.; IMBERNON, F.; PARCERISA, A.; ZABALA, A. (1991) *Del Projecte Educatiu a la Programació d'Aula*. Barcelona: Graó.
- APMEP (1983) *Du matériel pour les mathématiques*. París: Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (A.P.M.E.P.).
- APPLE, M. W. (1986) *Ideología y currículo*. Madrid: Akal.
- ARÉVALO, J.; et al. (1992) "Simetrías". A: JUNTA DE ANDALUCÍA. *Módulos Didácticos: 5. Aplicaciones informáticas para el primer ciclo de educación primaria*. Sevilla: Junta de Andalucía, Consejería de Educación y Ciencia.
- ARMENDÁRIZ, M. V.; AZCÁRATE, C.; DEULOFEU, J. (1993) "Didáctica de las Matemáticas y Psicología". *Infancia y Aprendizaje*, núm. 62-63, pp. 77-99.
- ASTOLFI, J. P (1993) "Trois paradigmes pour les recherches en didactique". *Revue Française de Pédagogie*, núm. 103, pp. 5-18.
- AZCÁRATE, C. (1994) "El contracte didàctic". *Crònica d'Ensenyament*, núm. 70, pp. 24-26.

- AZCÁRATE, P.; CARDEÑOSO, J. M. (1994) "La naturaleza de la matemática escolar: problemas fundamental de la didáctica de la matemática". *Investigación en la Escuela*, núm. 24, pp. 79-88.
- BAKER, D. (1989) *Facts and figures. A Practical Approach to Statistics*. London: Stanley Thornes.
- BALDRICH, J.; QUINTANA, J. (1987) *Treu profit al teu ordinador*. Barcelona: Onda.
- BALDRICH, J.; QUINTANA, J. (1988) *Un pas més amb el teu ordinador*. Barcelona: Onda.
- BALL, D. (1990) "What is the role of IT with in the National Mathematics Curriculum?". *Journal of Computer Assisted Learning*, núm. 6, pp. 239-145.
- BALOSI, B.; DE MARON, S.; PONZIANI, B. (1995) "Transformazioni Geometriche". A: BALOSI, B. et al. *Per un Insegnamento della Geometria*. Milano: Nucleo di Ricerca Didattica, C.N.R.
- BALZANO, E.; SASSI, E. (1989) "TRANSFORM: An Open Environment to Study Affine Geometric Transformations on the Plane". *ETTI*, vol. 27, núm. 1, pp. 92-109.
- BARBERINI, G.; BARTOLINI, M. G. (1993a) "A proposito di trasformazioni geometriche nella scuola elementare (1)". *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, vol. 16, núms. 7, pp. 643-660.
- BARBERINI, G.; BARTOLINI, M. G. (1993b) "A proposito di trasformazioni geometriche nella scuola elementare (2)". *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, vol. 16, núms. 9, pp. 787-820.
- BAROODY, A. J. (1988) *El pensamiento matemático de los niños*. Madrid: MEC-Visor.

- BARRAGÁN, I.; M. V. SÁNCHEZ, M. V.; LLINARES, S. (1986) "Estudio de los invariantes en las transformaciones geométricas" A: SCPM "ISAAC NEWTON". *Informes de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas - IV JAEM*. Tenerife: SCPM "ISAAC NEWTON".
- BARTOLINI, M. G. (1993) "Tre esperienze in chiave costruttivita". *Scuolaviva*, núm. 2, pp. 28-31.
- BARTOLINI, M. G.; MARIOTTI, M. A. (1996) "Geometrical Reasoning in the Mathematics Classroom". A: MALARA, N. A; MENGHINI, M.; REGGIANI, M. (Eds.) *Italian Research in Mathematics Education, 1988-1995*. Roma: Consiglio Nazionali delle Ricerche.
- BARTOLOMÉ, A. R. (1989) *Nuevas tecnologías y enseñanza*. Barcelona: GRAÓ-ICE Universitat de Barcelona.
- BARTOLOMÉ, A. R. (1994) "Sistemas multimedia". A: SANCHO, J. M. (Coord). *Para una tecnología educativa*. Barcelona: Horsori.
- BARTOLOMÉ, A. R. (1995) "Los ordenadores en la enseñanza están cambiando". *Aula de Innovación Educativa*, núm. 40-41, pp. 5-9.
- BARTOLOMÉ, A. R. (1996) "Investigación en medios y recursos tecnológicos". A: GALLEGO, D. J.; ALONSO, C. M.; CANTÓN, I. (Coords.) *Integración curricular de los recursos tecnológicos*. Barcelona: Oikos-Tau.
- BATLLE, T.; SERRA, T.; TORRA, M. (1995) *Matemàtiques a la carta. Etapa Primària, Cicle Superior*. Barcelona: ICE Universitat Autònoma de Barcelona.
- BAUTISTA, A. (1989) "El uso de los medios desde los modelos del currículum". *Comunicación, Lenguaje y Educación*, núm. 3-4, pp. 39-52.
- BAUTISTA, A. (1994) *Las nuevas tecnologías en la capacitación docente*. Madrid: Visor.

- BELL, A. W. (1971) "Proof in Transformation Geometry". *Mathematics Teaching*, núm. 57, pp. 14-19.
- BELL, A. W. (1972a) "Proof in Transformation Geometry (II)". *Mathematics Teaching*, núm. 58, pp. 49-55.
- BELL, A. W. (1972b) "Proof in Transformation Geometry (III)". *Mathematics Teaching*, núm. 61, pp. 52-56.
- BELL, A. W. (1973) "Proof in Transformation Geometry (IV)". *Mathematics Teaching*, núm. 63, pp. 68-73.
- BELL, A. W. (1974) "Proof in Transformation Geometry. Discussion". *Mathematics Teaching*, núm. 66, pp. 44-45.
- BELLEMAIN, F.; CAPPONI, B. (1992) "Specificité de l'organisation d'une sequence d'enseignement lors de l'utilisation de l'ordinateur". *Educational Studies in Mathematics*, vol. 3, núm. 1, pp. 59-97.
- BENAVENTE, J. M. et al. (1985) "Tres escritos de Puig Adam: El decálogo del profesor de Matemáticas". *Nueva Revista de Enseñanzas Medias*, núm. 7, pp. 42-46.
- BENEDITO, V. (1987a) *Aproximación a la Didáctica*. Barcelona: PPU.
- BENEDITO, V. (1987b) *Introducción a la Didáctica. Fundamentación teórica y diseño curricular*. Barcelona: Barcanova.
- BENEDITO, V. (1989) "Consideracions sobre el currículum en el Projecte de Reforma de l'Ensenyament". *Temps d'Educació*, núm. 1, pp. 141-151.
- BERNARDI, C.; et al. (1990) *La matematica nella scuola elementare: Geometria*. Firenze: La Nuova Italia.

Jordi Quintana. La Geometria a Primària - Un cas: les transformacions

BIEHLER, R.; et al. (1994) *Didactic of Mathematics as a Scientific Discipline*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

BLOMEREY, R. L.; MARTIN, C. D. (1991) *Case Studies in Computer Aided Learning*. London: The Falmer Press.

BO, I.; QUINTANA, J. (1994) *Alícia al país de les transformacions geomètriques. Guia didàctica*. Barcelona: Serveis de Cultura Popular.

BORDAS, I. (1985) "Evaluación con respecto al criterio en matemáticas". *Revista de Investigación Educativa*, vol. 3, núm. 6, pp. 155-169.

BORDAS, I.; et al. (1986) "Logo i aprenentatge. Didàctica". A: ASOCIACIÓN LOGO. *Actas IV Seminario Logo*. Barcelona: ICE Universitat Autònoma de Barcelona.

BOULTER, D. R.; KIRBY, J. R. (1994) "Identification of Strategies Used in Solving Transformational Geometry Problems". *The Journal of Educational Research*, vol. 87, núm. 5, pp. 298-303.

BRISSIAUD, R. (1993) *El aprendizaje del cálculo. Más allá de Piaget y de la teoría de conjuntos*. Madrid: Visor.

BROUSSEAU, G. (1983) "Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques". *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 4, núm. 2, pp. 164-198.

BROUSSEAU, G. (1986) "Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques". *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 7, núm. 2, pp. 33-115.

BROUSSEAU, G. (1989) "Utilidad e interés de la didáctica para un profesor (1ª parte)". *Suma*, núm. 4, pp. 5-12.

- BROUSSEAU, G. (1990a) "Utilidad e interés de la didáctica para un profesor (2ª parte). *Suma*, núm. 5, pp. 5-12.
- BROUSSEAU, G. (1990b) "¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas? (Primera parte)". *Enseñanza de las Ciencias*, vol. 8, núm. 3, pp. 259-267.
- BROUSSEAU, G. (1991) "¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas? (Segunda parte)". *Enseñanza de las Ciencias*, vol. 9, núm. 1, pp. 10-21.
- BROWN, R. G. (1973) *Transformational Geometry*. Palo Alto: Dale Seymour
- BRUNER, G. (1972) *Hacia una teoría de la instrucción*. México: UTEHA.
- BUNGE, M. (1980) *Epistemología*. Barcelona: Ariel.
- BURGUÉS, C. (1987) "El material matemàtic com a motor educatiu". *Butlletí dels Mestres*, núm. 217, pp. 12-18.
- BURGUÉS, C. (1992a) "Disseny Curricular Base de l'Etapa. Àrea de Matemàtiques". A: DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT (1992g) *Formació Bàsica per a la Reforma. Educació Primària*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament.
- BURGUÉS, C. (1992b) "Endavant amb la geometria". A: DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT (1992f) *Exemples d'unitats de programació 2. L'Educació Primària*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament.
- BURN, B. (1995a) "Rotations and Logo: Two investigations". *Micromath*, vol 2, núm. 2, pp. 16.
- BURN, B. (1995b) "Rotations and Logo: Two investigations". *Micromath*, vol. 2, núm. 3, pp. 6-8.

Jordi Quintana. La Geometria a Primària - Un cas: les transformacions

BURTON, G. et al. (1992a) *Fifth-Grade Book*. Reston: NCTM (Addenda Series, Grades K-6).

BURTON, G. et al. (1992b) *Fourth-Grade Book*. Reston: NCTM (Addenda Series, Grades K-6).

BURTON, G. et al. (1992c) *Sixth-Grade Book*. Reston: NCTM (Addenda Series, Grades K-6).

CALLEJO, M. L.; LEBRON, M. T. (1986) *La geometría en el aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Narcea (Apuntes I.E.P.S.).

CANALS, M. A. (1981a) *Geometria*. Barcelona: A. M. Rosa Sensat (Apunts del curs impartit a la 16a Escola d'Estiu).

CANALS, M. A. (1981b) *La matemática en el parvulario*. Madrid: Nuestra Cultura.

CANALS, M. A. (1989a) "La geometría en Preescolar, Ciclo Inicial y Ciclo Medio". A: SAPM THALES. *Actas de las III Jornadas Andaluzas sobre Didáctica de las Matemáticas (Un encuentro con Iberoamérica)*. Huelva: SAPM THALES.

CANALS, M. A. (1989b) *Per una didàctica de la matemàtica a l'escola. I, Parvulari*. Vic: EUMO.

CANALS, M. A.; DALMAU, S.; QUINTANA, J. (1994a) *Actimates, C. S. 1*. Barcelona: Onda.

CANALS, M. A.; DALMAU, S.; QUINTANA, J. (1994b) *Llibre del mestre, cicle superior. Actimates, C. S. 1*. Barcelona: Onda.

CANALS, M. A.; DALMAU, S.; QUINTANA, J. (1995a) *Actimates, C. S. 2*. Barcelona: Onda.

- CANALS, M. A.; DALMAU, S.; QUINTANA, J. (1995b) *Llibre del mestre, cicle superior. Actimates, C. S. 2*. Barcelona: Onda.
- CANALS, M. A.; FERNÁNDEZ, J.; VALLÈS, J. (1991a) *Maticlik, C. M. 1*. Barcelona: Onda.
- CANALS, M. A.; FERNÁNDEZ, J.; VALLÈS, J. (1991b) *Maticlick, C. M. 2*. Barcelona: Onda.
- CANALS, M. A.; FERNÁNDEZ, J.; VALLÈS, J. (1993) *Llibre del mestre, cicle mitjà. Maticlik 1, Maticlick 2*. Barcelona: Onda.
- CANALS, M. A.; QUINTANA, J.; ROIG, P.; SALES, P. (1983) *Matematitzem*. Barcelona: Onda.
- CANALS, M. A.; VALLÈS, J. (1990a) *Papiro, C. I. 1*. Barcelona: Onda.
- CANALS, M. A.; VALLÈS, J. (1990b) *Tuturèll, C. I. 2*. Barcelona: Onda.
- CANALS, M. A.; VALLÈS, J. (1992) *Llibre del mestre, cicle inicial. Papiro, Tuturèll*. Barcelona: Onda.
- CAPONI, B. (1995a) "Rotations and Polygons with Cabri-Géomètre". *Micromath*, vol. 2, núm. 1, pp. 29-31.
- CAPONI, B. (1995b) "Utilizar un programa de ordenador para enseñar la geometría. Ejemplo de Cabri-Géomètre en Francia". A: *Actes del Congrés Edumac'95, Informàtica i Educació, Tom II*. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona, Departament de Didàctica de les Matemàtiques i Ciències Experimentals.
- CARR, W.; KEMMIS, S. (1988) *Teoría crítica de la enseñanza*. Barcelona: Martínez Roca.

Jordi Quintana. La Geometria a Primària - Un cas: les transformacions

CASTELLSAGUER, J. (1986) "La informàtica a l'ensenyament de les matemàtiques". *Butlletí del Col·legi Oficial de Doctors i Llicenciats*, núm. 60, pp. 22-23.

CASTELLSAGUER, J. (1995) "Geometria Euclidiana amb Ordinador". A: *Sinera en disc, edició 95*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament, Programa d'Informàtica Educativa (Material en suport CD ROM).

CASTELNUOVO, E. (1977) *La matematica nella realtà*. Torino: Boringhieri.

CASTELNUOVO, E. (1980) *Didáctica de la matemática moderna*. México: Trillas.

CASTELNUOVO, E. (1981) *La Geometría*. Barcelona: Ketres

CHAMORRO, C. (1991) *El aprendizaje significativo en el área de las matemáticas*. Madrid: Alhambra-Longman.

CHARNAY, R (1994) "Aprender (por medio de) la resolución de problemas". A: PARRA, C.; SAINZ, I. (Comp.) *Didáctica de las matemáticas*. Buenos Aires: Paidós.

CHEVALLARD, Y. (1991) *La transposition didactique*. Grenoble: La Pensée Sauvage.

CLARIANA, M.; DOMÈNECH, M.; MONEREO, C. (1991) "Aprendizaje y ordenador: una aproximación desde la psicología constructivista". *Novática*, núm. 90, pp. 13-17.

CLEMENTS, D. H.; BATTISTA, M. T. (1994) "Computer Environments for Learning Geometry". *Journal Educational Computing Research*, vol. 10, núm. 2, pp. 173-197.

- COCKCROFT, W.; et al. (1985) *Las matemáticas sí cuentan. Informe Cockcroft*. Madrid: MEC.
- CODINA, R.; ENFEDAQUE, J.; MUMBRÚ, P.; SEGARRA, L. (1992) *Fer matemàtiques*. Vic: Eumo.
- COHEN, L.; MANION, L. (1990) *Métodos de investigación educativa*. Madrid: La Muralla.
- COLL, C. (1986) *Marc curricular per a l'ensenyament obligatori*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament.
- COLL, C. (1988) "Significado y sentido en el aprendizaje escolar. Reflexiones en torno al concepto de aprendizaje significativo". *Infancia y Aprendizaje*, núm. 41, pp. 131-142.
- COLL, C. (1990a) *Aprendizaje escolar y construcción del conocimiento*. Barcelona: Paidós.
- COLL, C. (1990b) "Un marco de referencia psicológico para la educación escolar: la concepción constructivista del aprendizaje y de la enseñanza". A: COLL, C.; PALACIOS, J.; MARCHESI, A. (Comp.) *Desarrollo psicológico y educación, II. Psicología de la Educación*. Madrid: Alianza.
- COLL, C. (1992a) "Constructivismo e intervención educativa ¿Cómo enseñar lo que ha de construirse? 1". *Aula de Innovación Educativa*, núm. 2, pp. 79-82.
- COLL, C. (1992b) "Constructivismo e intervención educativa ¿Cómo enseñar lo que ha de construirse? 2". *Aula de Innovación Educativa*, núm. 3, pp. 79-85.
- COLL, C.; et al. (1992) "Interacció, influència educativa i formes d'organització de l'activitat conjunta". *Temps d'Educació*, núm. 7, pp. 11-86.
- COLL, C.; et al. (1993) *El constructivismo en el aula*. Barcelona: Graó.

- COLL, C.; MARTÍN, E. (1993) "La evaluación del aprendizaje en el currículum escolar: Una perspectiva constructivista". A: COLL, C.; et al. *El constructivismo en el aula*. Barcelona: Graó.
- COLL, C.; POZO, J. I.; SARABIA, B.; VALLS, E. (1992) *Los contenidos en la Reforma. Enseñanza y aprendizaje de conceptos, procedimientos y actitudes*. Madrid: Santillana.
- COLL, C.; SOLÉ, I. (1992) "Aprentatge significatiu i ajut pedagògic". *Cuadernos de Pedagogía*, Monogràfic, "Reforma Educativa: Reflexió i propostes", pp. 14-18.
- COLLETTE, J. P. (1973) *Histoire des mathématiques 1*. Montreal: Éditions du renouveau pédagogique.
- COLLETTE, J. P. (1979) *Histoire des mathématiques 2*. Montreal: Éditions du renouveau pédagogique.
- CONTRERAS, A. (1994) "Los movimientos del plano y el lenguaje Logo". *UNO*, núm. 2, pp. 81-90.
- CONTRERAS, I. (1989) "Transformaciones en el plano. Simetrías". A: SAPM THALES. *Actas de las IV Jornadas Andaluzas de Educación Matemática Thales*. Benalmádena: SAPM THALES.
- CONTRERAS, J. (1990) *Enseñanza, Currículum y Profesorado*. Madrid: Akal.
- COOK, T. D.; REICHARD, C. S. (1986) *Métodos cualitativos y cuantitativos en investigación evaluativa*. Madrid: Morata.
- COOPER, M. (1992) "Three-dimensional Symmetry". *Educational Studies in Mathematics*, vol. 23, pp. 179-202.
- CORBERÁN, et al. (1989) *Didáctica de la geometría: el modelo Van Hiele*. València: Universitat de València.

- CORNU-WELLS, A.; DIONNET, S.; VITALE, B. (1985) "Figuration du mouvement de rotation: forme et symétrie". *Archives de Psychologie*, vol. 53, núm. 205, pp. 255-272.
- COROMINAS, M. (1994) "La pràctica de l'avaluació a l'àrea de matemàtiques". A: *Actes de les 2 Jornades de Didàctica de les matemàtiques. Mostra d'experiències per a l'aula*. Reus: Associació de Professors de Matemàtiques de les Comarques Meridionals.
- COXFORD, A. F. et al. (1991) *Geometry from multiple perspectives*. Reston: NCTM (Addenda Series, Grades 9-12).
- CROWLEY, M. L. (1987) "The van Hiele Model of the Development of Geometric Thought". A: MONTGOMERY, M.; SHULTE, A. P. (Eds.) *Learning and Teaching Geometry, K-12*. Reston: NCTM.
- CUBERO, M. (1994) "Una visió socio-cultural de la educació". *Comunicación, Lenguaje y Educación*, núm. 24, pp. 14-16.
- D'AMORE, B. (Comp.) (1987) *La matematica e la sua didattica*. Roma: Armando.
- DALMAU, S.; QUINTANA, J. (1993) "El ordenador en el aula". *Cuadernos de Pedagogía*, núm. 212, pp. 73-76.
- DALMAU, S.; QUINTANA, J. (En premsa) "Les transformacions mètriques al cicle superior de l'ensenyament primari, una proposta de treball amb l'ús de la tecnologia de la informació". A: *Sinera en disc, edició 97*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament, Programa d'Informàtica Educativa (Material en suport CD ROM).
- DARKE, I. (1982) "A review of research related to the topological primacy thesis". *Educational Studies en Mathematics*, vol. 13, pp. 119-142.

- DAVIS, R. B.; MAHER, C. A.; NODDINGS, N. (Eds.) (1990) *Constructivist Views of the Teaching and Learning Mathematics*. Reston: Journal for Research in Mathematics Education-NCTM (Monografia).
- DE LANGE, J. (1984) "Geometría para todos o ninguna Geometría". *Thales*, núm. extraordinari "Simposium internacional sobre la renovación en la enseñanza de las matemáticas", pp. 9-28.
- DEL CARMEN, L. (1992) *Elaboració del currículum escolar. Del disseny curricular a la programació d'aula*. Barcelona: ICE Universitat de Barcelona-Graó.
- DEL CARMEN, L. (1993) *La planificació del cicle i curs*. Barcelona: ICE Universitat de Barcelona-Graó.
- DEL GRANDE, J.; MORROW, L.; et al. (1993) *Geometry and spatial sense*. Reston: NCTM (Addenda Series, Grades K-6).
- DEL LUNGO, M. G. (1986) "Topologia: una moda o una geometria". *Scuola Viva*, núm. 2/3, pp. 15-19.
- DEL RINCÓN, D. (Coord.) (1995) "Monografia: Recerca Etnogràfica", *Temps d'Educació*, núm. 14, pp. 7-168.
- DEL RÍO, P. (1991) "'Pásame la brújula!', Un ejemplo de metodología histórico-cultural en la enseñanza de las matemáticas". *Comunicación, Lenguaje y Educación*, núm. 11/12, pp. 27-54.
- DENIS, L. P. (1994) "Relaciones entre la etapa de desarrollo cognitivo del adolescente y sus niveles de Van Hiele de pensamiento geométrico". *UNO*, núm. 2, pp. 5-13.

- DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT (1982) *Orientacions i programes. Parvulari i Cicle Inicial d'Educació General Bàsica*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament.
- DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT (1983) *Orientacions i programes. Cicle Mitjà d'Educació General Bàsica*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament.
- DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT (1991) *Els sistemes educatius a Europa. Elements per a una descripció*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament.
- DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT (1992a) "Decret 95/1992, de 28 d'abril, pel qual s'estableix l'ordenació curricular de l'educació primària". *DOGC*, núm. 1593 (13.5.1992).
- DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT (1992b) *Educació infantil i educació primària. Ordenació Curricular*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament.
- DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT (1992c) *Educació infantil. Currículum*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament.
- DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT (1992d) *Educació primària. Currículum*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament.
- DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT (1992e) *El projecte curricular i la programació*. Barcelona: Departament d'Ensenyament, Generalitat de Catalunya.
- DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT (1992f) *Exemples d'unitats de programació 2. L'Educació Primària*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament.

Jordi Quintana. La Geometria a Primària - Un cas: les transformacions

DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT (1992g) *Formació Bàsica per a la Reforma. Educació Primària*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament.

DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT (1994a) *Exemples d'unitats de programació 5. Parvulari i Cicle Inicial*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament.

DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT (1994b) *L'avaluació a l'Educació Primària*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament.

DES (1991) *Mathematics in the National Curriculum*. London: HMSO.

DICKSON, L.; BROWN, M.; GIBSON, O. (1984) *Children Learning Mathematics: A Teacher's Guide to recent Research*. London: Casell.

DIENES, Z. P. (1970) *La construcción de las matemáticas*. Barcelona: Vicens-Vives.

DIENES, Z. P. (1975) *Enseñanza y aprendizaje de la matemática en la escuela primaria*. Buenos Aires: Paidós.

DIENES, Z. P. (1981) *Las seis etapas del aprendizaje en matemática*. Barcelona: Teide.

DIENES, Z. P. (1986) "Percorsi dal concreto all'astratto". *Riforma della scuola*, núm. 31, pp. 21-27.

DIENES, Z. P. (1987) "Quelcom d'insòlit". *Infància*, núm. 34, pp. 4-11.

DIENES, Z. P.; GOLDING, E. W. (1969a) *La geometría a través de las transformaciones. 1: Topología. Geometría proyectiva y afin*. Barcelona: Teide.

- DIENES, Z. P.; GOLDING, E. W. (1969b) *La geometría a través de las transformaciones. 2: Geometría euclidiana*. Barcelona: Teide.
- DIENES, Z. P.; GOLDING, E. W. (1969c) *La geometría a través de las transformaciones. 3: Grupos y coordenadas*. Barcelona: Teide.
- DIENES, Z. P.; GOLDING, E. W. (1982) *Los primeros pasos en matemática. 3: Exploración del espacio y práctica de la medida*. Barcelona: Teide.
- DIENES, Z. P.; MEZARD, S. (1972) *Trimat/Cruadrimat. Lógica, conjuntos y simetría*. Barcelona: Teide.
- DIONNET, S.; MARTÍ, E.; VITALE, B. WELLS; A. (1985) "Représentation et contrôle local-global du mouvement chez l'enfant dans la programmation LOGO". *Revue Française de Pédagogie*, núm. 72, pp. 13-23.
- DOSI, G.; GAZZOLA, G. (1988) "Le trasformazioni geometriche". *I diritti della scuola*, núm. 2, pp. 64-68.
- DOWLING, P.; NOSS, R. (1990) *Mathematics versus the National Curriculum*. Hampshire: The Falmer Press.
- EDDINS, S. K.; et al. (1994a) "Geometric Transformations - Part 1". *The Mathematics Teacher*, vol. 87, núm. 3, pp. 177-181 i 187.
- EDDINS, S. K.; et al. (1994b) "Geometric Transformations - Part 2". *The Mathematics Teacher*, vol. 87, núm. 4, pp. 258-261 i 268.
- EDWARDS, L. (1991) "Children's learning in a computer microworld for transformation geometry". *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 22, núm. 2, pp. 122-137.
- EDWARDS, L. (1992) "A Logo Microworld for Transformation Geometry". A: HOYLES, C.; NOSS, R. *Learning Mathematics and Logo*. MIT: London.

EDWARDS, L.; ZAZKIS, R. (1993) "Transformation Geometry: Naive Ideas and Formal Embodiments". *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, vol. 12, núm. 2, pp. 121-145.

ELLIOT, J. (1988) "Teachers as researchers". A: *International Encyclopedia of Education Database*. London: Pergamon Orbit InfoLine Ltd.

ELLIOT, J. (1989) *Pràctica, recerca y teoria en educació*. Vic: Eumo.

ERNEST, P. (1986) "Computer gaming for the practice of transformation geometry skills". *Educational Studies in Mathematics*, vol. 17, pp. 205-207.

ERNEST, P. (1989) "The role of the microcomputers in Primary Mathematics". *Micro-Scope*, núm. 26, pp. 7-14.

FERRARI, M. (1987a) "Le isometrie piane" A: D'AMORE, B. (Comp.) *La matematica e la sua didattica*. Roma: Armando Editore.

FERRARI, M. (1987b) "Geometria e misura nei nuovi programmi di matematica per la scuola elementare". *L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, vol. 10, núm. 1, pp. 31-75.

FERRÉS, J. (1992) *Video y educación*. Barcelona: Paidós.

FERRÉS, J.; BARTOLOMÉ, A. R. (1991) *El vídeo. Enseñar vídeo, enseñar con el vídeo*. Barcelona: Gustavo Gili.

FISHER, N. (1978) "Visual Influences of Figure Orientation on Concept Formation in Geometry". A: LESCH, R.; MIERKIEWICZ, D. (Eds.) *Recent Research Concerning the Development of Spatial and Geometric Concepts*. Ohio: ERIC.

FORTUNY, J. M. (1990) "Información y control en educación matemática". A: LLINARES, S.; SÁNCHEZ, M. V. (Eds.) *Teoría y práctica en educación matemática*. Sevilla: Alfar.

- FORTUNY, J. M. (1992) "Mirando la educación matemática". *Suma*, núm. 11/12, pp. 4-8.
- FORTUNY, J. M.; GIMÉNEZ, J.; ALSINA, C. (1993) "Sistemática para la evaluación de las matemáticas 12/16". *Aula de Innovación Educativa*, núm. 21, pp. 55-60.
- FREUDENTHAL, H. (1984) "En todos los niveles: ¡Geometría!". A: *Actas de las III Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas - III JAEM*. Zaragoza: ICE Universidad de Zaragoza.
- FUSON, K. C. (1978) "An Analysis of Research Needs in Projective, Affine, and Similarity Geometries, Including An Evaluation of Piaget's Results in These Areas". A: LESCH, R.; MIERKIEWICZ, D. (Eds.) *Recent Research Concerning the Development of Spatial and Geometric Concepts*. Ohio: ERIC.
- FUYS, D.; GEDDES, D.; TISCHLER, R. (1988) "The Van Hiele model of thinking in geometry among adolescents". *Journal for Research in Mathematics Education-NCTM* (Monografía, núm. 3).
- GALLEGO, D. J.; ALONSO, C. M.; CANTÓN, I. (Coords.) (1996) *Integración curricular de los recursos tecnológicos*. Barcelona: Oikos-Tau.
- GALLO, E. (1986) "Lo spazio dei sensi, dell'immaginazione, della ragione". *Suolaviva*, núm. 2/3, pp. 12-15.
- GALLOU, E.; MARKA, E. (1989) "Activités pour les classes de sixième et de cinquième sur la symétrie centrale et la symétrie orthogonale". *Butlletin de l'EPI*, núm. 53, pp. 87-99.
- GALLOU-DUMIEL, E. (1988) "Symétrie orthogonale et micro-ordinateur". *Recherche en didactiques des mathématiques*, vol. 8, núm. 1-2, pp. 5-60.

Jordi Quintana. La Geometria a Primària - Un cas: les transformacions

- GÁLVEZ, G. (1994a) "La didáctica de las matemáticas". A: PARRA, C.; SAINZ, I. (Comp.) *Didáctica de las matemáticas*. Buenos Aires: Paidós.
- GÁLVEZ, G. (1994b) "La geometría, la psicogénesis de las nociones espaciales y la enseñanza de la geometría en la escuela elemental". A: PARRA, C.; SAINZ, I. (Comp.) *Didáctica de las matemáticas*. Buenos Aires: Paidós.
- GARCÍA, J.; BERTRÁN, C. (1987) *Geometría y experiencias*. Madrid: Alhambra.
- GARCÍA, M. V. (1990) "Diseño de una unidad". *Cuadernos de Pedagogía*, núm. 182, pp. 22-25.
- GATTEGNO, C. (1967) *¡Al fin puede Pepito aprender aritmética!* Madrid: Cuisenaire España.
- GATTEGNO, C.; et al. (1967) *El material para la enseñanza de las matemáticas*. Madrid: Aguilar.
- GAULIN, C. (1986) "Actividades geométrica en la E.G.B". A: SCPM "ISAAC NEWTON". *Informes de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas - IV JAEM*. Tenerife: SCPM "ISAAC NEWTON".
- GAULIN, C. (1996) *Cuestiones prioritarias en la investigación y la enseñanza de geometría a nivel escolar*. Sevilla: ICME- 8 (Conferència impartida en el 8è Congrés Internacional d'Educació Matemàtica).
- GEDDES, D.; et al. (1992) *Geometry in the middle grades*. Reston: NCTM (Addenda Series, Grades 5-8).
- GENERALITAT VALENCIANA (1992) *Educació Primària. Decret pel qual s'estableix el currículum per a la Comunitat Valenciana*. València: Generalitat Valenciana, Conselleria de Cultura, Educació i Ciència.

- GERVILLA, A. (Comp.) (1988) *El Currículum: Fundamentación y Modelos. El Modelo Ecológico*. Málaga: Innovare.
- GIMENO, J.; PÉREZ, A. (1989) *La enseñanza: su teoría y su práctica*. Madrid: Akal.
- GIMENO, J.; PÉREZ, A. I. (1992) *Comprender y transformar la enseñanza*. Madrid: Morata.
- GOBIERNO VASCO (1992) *Diseño Curricular Base de la Comunidad Autónoma Vasca. Educación Primaria. Conocimiento del Medio, Matemáticas, Educación Física, Educación Artística*. Vitòria-Gateiz: Gobierno Vasco, Departamento de Educación, Universidades e Investigación.
- GODEAUX, L. (1988) "Geometría". A: *Historia general de las ciencias. El siglo XX. Las matemáticas*. Barcelona: Orbis.
- GODINO, J. D. (1984) "Sobre la enseñanza-aprendizaje de la `Didáctica de las Matemáticas`". A: *Actas de las III Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas - III JAEM*. Zaragoza: ICE Universidad de Zaragoza.
- GODINO, J. D. (1991) "Hacia una teoría de la Didáctica de la Matemática". A: GUTIÉRREZ, A. (Ed.) *Área de conocimiento. Didáctica de la matemática*. Madrid: Síntesis.
- GOETZ, J. P.; LECOMPTE, M. D. (1988) *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Morata.
- GOLBY, M.; GREENWALD, J.; WEST, R. (Eds.) (1985) *Curriculum Design*. London: Croom Helm-The Open University Press.
- GÓMEZ-GRANELL, C. (1990) "Estrategias de aprendizaje en la psicopedagogía de las matemáticas". A: MONEREO, C. (Comp.) *Enseñar a aprender y a pensar en la escuela*. Madrid: Infancia y Aprendizaje.

- GÓMEZ-GRANELL, C. (1991) "Cognición, contexto y enseñanza de las matemáticas". *Comunicación, Lenguaje y Educación*, núm. 11/12, 11-26.
- GÓMEZ-GRANELL, C. (1994) "Las matemáticas en primera persona". *Cuadernos de Pedagogía*, núm. 221, pp. 17-18.
- GÓMEZ-GRANELL, C.; COLL, C. (1994) "De qué hablamos cuando hablamos de constructivismo". *Cuadernos de Pedagogía*, núm. 221, pp. 8-10.
- GÓMEZ-GRANELL, C.; FRAILE, J. (1993) "Psicología y Didáctica de las matemáticas". *Infancia y Aprendizaje*, núm. 62-63, pp. 101-113.
- GONZÁLEZ, F. M.; NOVAK, J. D. (1993) *Aprendizaje significativo. Técnicas y aplicaciones*. Madrid: Cincel.
- GOÑI, J. M. (1992) "Los procedimientos en el área de matemática". *Aula de Innovación Educativa*, núm. 3, pp. 28-35.
- GOÑI, J. M. (1993) "La secuenciación de contenidos en el área de Matemáticas". *Aula de Innovación Educativa*, núm. 10, pp. 23-27.
- GRAYSON, R. (1995) "Using Geometer's Sketchpad to explore combined transformations". *Micromath*, vol. 2, núm. 2, pp. 713.
- GRENIER, D. (1989) "Construction et étude d'un processus d'enseignement de la symétrie orthogonale: éléments d'analyse du fonctionnement de la théorie de situations". *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 10, núm. 1, pp. 5-60.
- GROS, B. (1987) *Aprender mediante el ordenador. Posibilidades pedagógicas de la informática en la escuela*. Barcelona: PPU.
- GRUNDY, S. (1991) *Producto o praxis del currículum*. Madrid: Morata.

- GRUP ALMOSTA (1988) *Més de 7 materials per a l'Aprenentatge de la Matemàtica*. Barcelona: A. M. Rosa Sensat.
- GRUP ALMOSTA (1993) "Les matemàtiques de la Reforma". *Perspectiva Escolar*, núm. 174, pp. 12-21.
- GUBA, E. (1983) "Criterios de credibilidad en la investigación naturalista". A: GIMENO, J.; PEREZ, A. *La enseñanza: su teoría y su práctica*. Madrid: Akal.
- GUBA, E. (1988) "Methodology of Naturalistic Inquiry in Educational Evaluation". A: *International Encyclopedia of Education Database*. London: Pergamon Orbit InfoLine Ltd.
- GUTIÉRREZ, A. (Coord.) (1994) *Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en la enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento Van Hiele*. Madrid: MEC-CIDE.
- GUTIÉRREZ, A. (Ed.) (1991) *Área de conocimiento. Didáctica de la matemática*. Madrid: Síntesis.
- GUTIÉRREZ, A.; JAIME, A. (1985) "Una experiencia sobre la introducción de las isometrías del plano en la E. de Magisterio". A: *Actas de las II Jornadas Andaluzas de Educación Matemática Thales*. Almería: SAPM THALES.
- HABERMAS, J. (1986) *Conocimiento e interés*. Madrid: Tecnos.
- HAMILTON, D. (1989) "Contraste de supuestos entre el análisis de muestras y el estudio de casos en la investigación". A: GIMENO, J.; PÉREZ, A. *La enseñanza: su teoría y su práctica*. Madrid: Akal.
- HANSEN, M. (1993) "What is Geometry?". *Mathematics in School*, núm. setembre, pp. 9-11.
- HARGREAVES, J.; WYVILL, R. (1989) *Challengers C. Encounters with shape*. Chelsea: Nuffield Maths; Essex: Longman.

HARGREAVES, J.; WYVILL, R. (1992) *Challengers C. Encounters with shape. Pupils' Book*. Chelsea: Nuffield Maths; Essex: Longman.

HAYLOCK, D.; COCKBURN, A. (1989) *Understanding Early Years Mathematics*. London: Paul Chapman.

HAYMAN, J. L. (1991) *Investigación y educación*. Barcelona: Paidós.

HERNÁN, F.; CARRILLO, E. (1989) *Recursos en el aula de matemáticas*. Madrid: Síntesis.

HERSHKOWITZ, R. (1990) "Psychological Aspects of Learning Geometry". A: NESHER, P.; KILPATRICK, J. (Eds.) *Mathematics and Cognition*. Cambridge: Cambridge University Press.

HERSHKOWITZ, R.; BRUCKHEIM, M.; SHLOMO, S. (1987) "Activities with Teachers Based on Cognitive Research". A: MONTGOMERY, M.; SHULTE, A. P. (Eds.) *Learning and Teaching Geometry, K-12*. Reston: NCTM.

HILL, J. M. (1987) *Geometry for grades K-6. Reading from the Arithmetic Teacher*. Reston: NCTM.

HODGSON, M. J. (1995) "Transformations usig LOGO". *Mathematics in School*, vol. 24, núm. 4, pp. 4-7.

HOLLOWAY, G. E. T. (1986) *Concepción de la geometría en el niño según Piaget*. Barcelona: Paidós.

HOPKINS, D. (1989) *Investigación en el aula. Guía del profesor*. Barcelona. PPU.

HOWSON, G.; KEITEL, C.; KILPATRICK, J. (1981) *Curriculum development in mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.

- HOWSON, G.; NEBRES, B.; WILSON, B. (1991) "Las matemáticas en primaria y secundaria en la década de los 90". *Comunicación, Lenguaje y Educación*, núm. 11-12, pp. 95-112.
- HOYLES, C.; NOSS, R. (1988) "Estructurando el entorno matemático: La dialéctica proceso-contenido". A: AGUIRREGABIRÍA, M. (Coord.) *Tecnología y Educación*. Madrid: Narcea.
- HOYLES, C.; NOSS, R. (1992) *Learning Mathematics and Logo*. MIT: London.
- HUSEN, T. (1988) "Research paradigms in education". A: *International Encyclopedia of Education Database*. London: Pergamon Orbit InfoLine Ltd.
- I.E.P.S. (1979) *El juego y el material didáctico en el aprendizaje de la matemática*. Madrid: Narcea.
- ICMI (1987) *Las matemáticas en primaria y secundaria en la década de los 90. Kuwait 1986*. Valencia: Mestral.
- IRRSAE PIEMONT (1993a) *Matemàtiques. Actualització Científica*. Vic: EUMO.
- IRRSAE PIEMONT (1993b) *Matemàtiques. Propostes Didàctiques*. Vic: EUMO.
- JAIME, A. (1993) *Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo Van Hiele: la enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento*. València: Universitat de València, Departament de Didàctica de la Matemàtica (Tesi doctoral no publicada).
- JAIME, A. (1994) "La enseñanza de las isometrías del plano desde la perspectiva del modelo Van Hiele". *UNO*, núm. 1, pp. 85-94.
- JAIME, A. et al. (1989) "Introduciendo los giros del plano en EGB". *Suma*, núm. 2, pp. 55-59.

- JAIME, A.; GUTIÉRREZ, A. (1985) "Semejanzas del plano". *Epsilon*, núm. 4, pp. 67-74.
- JAIME, A.; GUTIÉRREZ, A. (1990) "Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la Geometría: el Modelo Van Hiele". A: LLINARES, S.; SÁNCHEZ, M. V. (Eds.) *Teoría y práctica en educación matemática*. Sevilla: Alfar.
- JAIME, A.; GUTIÉRREZ, A. (1994) "Analizando las reacciones de los estudiantes en clase de geometría. El modelo de Van Hiele". *Aula de Innovación Educativa*, núm. 22, pp. 5-10.
- JAIME, A.; GUTIÉRREZ, A. (1995) "Guidelines for Teaching Plane Isometries in Secondary School". *The Mathematics Teacher*, vol. 88, núm. 7, pp. 591-597.
- JAIME, A.; GUTIÉRREZ, A. (1996) *El Grupo de las Isometrías del Plano*. Madrid: Síntesis.
- JAIME, A.; GUTIÉRREZ, A.; CÁCERES, M. (1989) "Un programa para la enseñanza progresiva de las isometrías del plano en EGB". *Enseñanza de las Ciencias*, núm. extraordinari III Congrés Internacional sobre Investigació en la Didàctica de les Ciències i de les Matemàtiques, tom II, pp. 377-380.
- JOHNSON, J.; HEID, K. (1991) "Introducing Point Symmetry With a LogoWriter Game". *Computers in Education*, vol. 19, núm. 3, pp. 33-36.
- JORBA, J.; SANMARTÍ, N. (1993a) "La evaluación formativa y la autorregulación de los aprendizajes" A: MONEREO, C. (Comp.) *Las estrategias de aprendizaje. Procesos, contenidos e interacción*. Barcelona: Domènech.
- JORBA, J.; SANMARTÍ, N. (1993b) "La función pedagógica de la evaluación". *Aula de Innovación Educativa*, núm. 20, pp. 20-30.

- JUNTA DE ANDALUCÍA (1992a) *Decreto de Educación Primaria*. Sevilla: Junta de Andalucía, Consejería de Educación y Ciencia.
- JUNTA DE ANDALUCÍA (1992b) *Orientaciones para la secuenciación de contenidos, 1*. Sevilla: Junta de Andalucía, Consejería de Educación y Ciencia.
- KAPADIA, R. (1974) "A critical examination of Piaget and Inhelder's view of topology". *Educational Studies en Mathematics*, vol. 5, pp. 419-424.
- KEMMIS, S. (1988) *El currículum: más allá de la teoría de la reproducción*. Madrid: Morata.
- KIDDER, F. R. (1978) "Conservation of Length: A Function of the Mental Operation Involved". A: LESCH, R.; MIERKIEWICZ, D. (Eds.) *Recent Research Concerning the Development of Spatial and Geometric Concepts*. Ohio: ERIC.
- KILPATRICK, J. (1990) "Lo que el constructivismo puede ser para la educación matemática". *Educar*, núm. 17, pp. 37-52.
- KILPATRICK, J.; RICO, L.; SIERRA, M. (1994) *Educación matemática e investigación*. Madrid: Síntesis.
- KING, D. (1986) "Programas abiertos". *Cuadernos de Pedagogía*, núm., 135, pp. 52-56.
- KING, D.; QUINTANA, J.; VIVANCOS, J. (1992) *L'ordinador a la Renovació Pedagògica*. Barcelona: ATI-Espiral-PIE.
- KLINE, M. (1992) *El pensamiento matemático de la Antigüedad a nuestros días, III*. Madrid: Alianza.
- KRONER, L. R. (1994) *Slides, Flips and Turns*. Palo Alto: Dale Seymour.

- LABORDE, C. (1988) "L'enseignement de la géométrie en tant que terrain d'exploration de phénomènes didactiques". *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, vol. 9, núm. 3, pp. 337-364.
- LACHAUSSÉE, D. (1991) *Géométrie au Cycle des Approfondissements*. París: MEN-CNDP.
- LAKATOS, I. (1986) *Pruebas y refutaciones. La lógica del descubrimiento matemático*. Madrid: Alianza.
- LAMSON, F. (1986) *Elementos de investigación*. Barcelona: Omega.
- LEÓNTIEV, A. N. (1991) "Artículo de introducción sobre la labor creadora de L. S. Vygotski". A: VYGOTSKI, L. S. *Obras escogidas I*. Madrid: MEC-Visor.
- LERON, U.; ZAZKIS, R. (1989) "A Turtle View on Geometrical Transformations (and Vice Versa)". *Logo Exchange*, vol. 7, núm. 7, pp. 20-22.
- LESCH, R. (1976) "Transformation Geometry in Elementary School: Some Research Issues". A: MARTIN, J. L.; BRADBARD, D. A. (Eds.) *Space and Geometry*. Ohio: ERIC.
- LESCH, R.; MIERKIEWICZ, D. (Eds.) (1978) *Recent Research Concerning the Development of Spatial and Geometric Concepts*. Ohio: ERIC.
- LESH, R.; LANDAU, M. (1983) *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. London: Academic Press.
- Ley orgánica 1/1990 de 3 de octubre, de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE)*, B.O.E. del 3 d'octubre de 1990.
- LIGHT, R. (1993) "Which shape, which space?". *Mathematics Teaching*, núm. 145, pp. 30-33.

- LLINARES, S. (1994) "Los aprendices y las matemáticas: el proceso de aprendizaje matemático". A: SANTALÓ, L. A.; LLINARES, S.; SÁNCHEZ, V.; et al. *La enseñanza de las matemáticas en la educación intermedia*. Madrid: RIALP.
- LLINARES, S.; et al. (1985) "Geometría en la E.G.B.: Técnicas alternativas de actuación en clase". *Enseñanza de las Ciencias*, núm. extraordinari, pp. 99.
- LLINARES, S.; SÁNCHEZ, M. V. (Eds.) (1990) *Teoría y práctica en educación matemática*. Sevilla: Alfar.
- LOMPSCHER, J. (1994) "The sociohistorical school and the acquisition of mathematics". A: BIEHLER, R.; et al. *Didactic of Mathematics as a Scientific Discipline*. Dordrecht: Kluwer.
- LOVELL, K. (1982) *Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños*. Madrid: Morata.
- MACK, I.; LOTT, J. W. (1977) *Geometry: Constructions and Transformations*. Palo Alto: Dale Seymour (Activities with the Mira).
- MALARA, N. A.; MENGHINI, M.; REGGIANI, M. (Eds.) (1996) *Italian Research in Mathematics Education, 1988-1995*. Roma: Consiglio Nazionali delle Ricerche.
- MARASTONI, G. (1980) *Hagamos geometría*. Barcelona: Fontanella.
- MARCHI, M.; MORELLI, A.; TORTORA, R. (1996) "Geometry: the Rational Aspect" A: MALARA, N. A.; MENGHINI, M.; REGGIANI, M. (Eds.) *Italian Research in Mathematics Education, 1988-1995*. Roma: Consiglio Nazionali delle Ricerche.
- MARTÍ, E. (1984a) "El ordenador como metáfora: las posibilidades educativas del Logo". *Infancia y Aprendizaje*, núm. 26, pp. 47-64.

- MARTÍ, E. (1984b) "Représentation du mouvement par l'enfant: Forme et trajectoire". *Archives de Psychologie*, núm. 52, pp. 195-208.
- MARTÍ, E. (1990) "Resolución de problemas en la interacción con el ordenador". A: MONEREO, C. (Comp.) *Enseñar a aprender y a pensar en la escuela*. Madrid: Infancia y Aprendizaje.
- MARTÍ, E. (1991a) "Aprender matemáticas con ordenadores". *Comunicación, Lenguaje y Educación*, núm. 11-12, pp. 63-76.
- MARTÍ, E. (1991b) *Psicología Evolutiva. Teorías y ámbitos de investigación*. Barcelona: Anthropos.
- MARTÍ, E. (1992) *Aprender con ordenadores en la escuela*. Barcelona: ICE Universitat de Barcelona-Horsori.
- MARTÍ, E. (1993) *Utilitzar l'ordinador a l'escola: una altra manera d'aprendre*. Tarragona: Associació Si..., entonces... (Ponencia presentada al VII Seminari de Psicologia: Investigació i aplicació de la informàtica a l'aprenentatge).
- MARTÍ, E. (1994) "La construcción del pensamiento matemático dentro y fuera de la escuela". A: *Actes de les Jornades sobre la construcció del pensament matemàtic*. Barcelona: A. M. Rosa Sensat.
- MARTIN, G. E. (1994) *Transformation Geometry. An Introduction to Symmetry*. New York: Springer-Verlag.
- MARTIN, J. L. (1978) "The Child's Concept of Ratio of Distances". A: LESCH, R.; MIERKIEWICZ, D. (Eds.) *Recent Research Concerning the Development of Spatial and Geometric Concepts*. Ohio: ERIC.
- MARTIN, J. L.; BRADBARD, D. A. (Eds.) (1976) *Space and Geometry*. Ohio: ERIC.

- MARTÍNEZ, A.; JUAN, F. (Coord.) (1989) *Una metodología activa y lúdica para la enseñanza de la geometría*. Madrid: Síntesis.
- MARTÍNEZ, J. (1990a) "El estudio de casos en la investigación educativa". A: MARTÍNEZ, J. B. *Hacia un enfoque interpretativo de la enseñanza*. Granada: Universidad de Granada.
- MARTÍNEZ, J. (1992) "¿Cómo analizar los materiales?". *Cuadernos de Pedagogía*, núm. 203, pp. 14-18.
- MARTÍNEZ, J. B. (1990b) *Hacia un enfoque interpretativo de la enseñanza*. Granada: Universidad de Granada.
- MASSONI, R.; PÉREZ, P. (Coords.) (1992) *Educació Primària. Orientacions metodològiques, per a l'avaluació i la seqüenciació de continguts*. València: Generalitat Valenciana, Conselleria de Cultura, Educació i Ciència.
- MATEO, J. (1992) "L'Avaluació com a 'Feed-Back' de l'aprendre a l'ensenyar. Reforma Educativa i Avaluació". A: DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT (1992e) *Formació Bàsica per a la Reforma. Educació Primària*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament.
- MAURI, T.; SOLÉ, I.; DEL CARMEN, L.; ZABALA, A. (1990) *El currículum en el centro educativo*. Barcelona: ICE Universitat de Barcelona-Horsori.
- MAYER, R. (1986) *Pensamiento, resolución de problemas y cognición*. Barcelona: Paidós.
- McCOY, L. P. (1991) "The Effect of Geometry Tool Software on High School Geometry Achievement". *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, vol. 10, núm. 3, pp. 51-57.
- MEC (1971) *Educación General Básica: Nuevas orientaciones. Primera Etapa*. Madrid: Magisterio Español.

- MEC (1976) *Educación General Básica: Nuevas orientaciones. Segunda Etapa*. Madrid: Magisterio Español.
- MEC (1985) *La enseñanza de la matemática a debate*. Madrid: MEC.
- MEC (1989) *Evaluación de la enseñanzas mínimas del ciclo medio de la E.G.B.* Madrid: MEC.
- MEC (1992a) *Primaria. Área de Matemáticas*. Madrid: MEC (Cajas rojas).
- MEC (1992b) *Primària. Decret de Currículum*. Madrid: MEC (Cajas rojas).
- MEC (1993) "Orden de 9 de septiembre de 1993". *B.O.E.* núm. 226 (21-9-1993).
- MEDICI, D.; SPERANZA, F.; VIGHI, P. (1986) "Sobre la formación de los conceptos geométricos y sobre el léxico geométrico". *Enseñanza de las Ciencias*, vol. 4, núm. 1, pp. 16-22.
- MEN (1987) *Classe de sixième. Programmes et compléments*. París: CNDP.
- MENJS (1990) *École Élémentaire. Programmes et instructions*. París: CNDP.
- MESU (1988) *Power for Young Mathematicians*. Coventry: MESU-NCET.
- MIALARET, G. (1984) *Las matemáticas: cómo se aprenden, cómo se enseñan*. Madrid: Visor.
- MONEREO, C. (1993) *L'ordinador com a mediador en la construcció del coneixement i del metaconeixent*. Girona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament, Programa d'Informàtica Educativa (Conferència impartida en la cloenda dels cursos del Programa d'Informàtica Educativa).
- MONEREO, C. (1995) "Informàtica i educació especial, I i II". *Crònica d'Ensenyament*, núms. 74 i 78-79, pp. 4-7 i 4-7.

- MONÉS, J. (1988) "Maria Montessori. La influència als Països Catalans". A: *Catalunya. Europa. Una mirada pedagògica*. Vic: Eumo.
- MONTESSORI, M. (1984) *La descoberta de l'infant*. Vic: Eumo-Diputació de Barcelona.
- MONTGOMERY, M. (Ed.) (1990) *Results from the Fourth Mathematics Assessment of the National Assessment of Educational Progress*. Reston: NCTM.
- MORA, J. A., et al. (1990) "Materiales". *Cuadernos de Pedagogía*, núm. 182, pp. 36-37.
- MORRIS, J. P. (1991) "Investigating Symmetry in the Primary Grades". A: HILL, J. M. (Ed.) *Geometry for Grades K-6*. Reston: NCTM.
- MOYER, H. C. (1978) "Cognitive Studies Using Euclidean Transformations". A: LESCH, R.; MIERKIEWICZ, D. (Eds.) *Recent Research Concerning the Development of Spatial and Geometric Concepts*. Ohio: ERIC.
- NCET (1989) *The Impact of New Technology on the Primary Mathematics Curriculum*. Coventry: National Council for Educational Technology.
- NCTM (1991) *Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática*. Sevilla: SAEM THALES.
- NESHER, P.; KILPATRICK, J. (Eds.) (1990) *Mathematics and Cognition*. Cambridge: Cambridge University Press.
- NEWMAN, D.; GRIFFIN, P.; COLE, M. (1991) *La zona de construcción del conocimiento*. Madrid: MEC-Morata.
- NICC (1989) *Information Technology: a cross curricular theme*. Belfast: DENI.

- NICKERSON, R. S.; PERKINS, D. N.; SMITH, E. E. (1987) *Enseñar a pensar. Aspectos de aptitud intelectual*. Madrid: MEC; Barcelona: Paidós.
- NISS, M. L. (1988) "Logo Learning Tools and Motion Geometry". *Computers in Mathematics and Science Teaching*, vol. 8, núm. 1, pp.17-24.
- NODDINGS, N. (1990) "Constructivism in Mathematics Education". A: DAVIS, R. B.; MAHER, C. A.; NODDINGS, N. (Eds.) (1990) *Constructivist Views of the Teaching and Learning Mathematics*. Reston: Journal for Research in Mathematics Education-NCTM (Monografia).
- NOVAK, J. D.; GOWIN, D. B. (1988) *Aprendiendo a aprender*. Barcelona: Martínez Roca.
- O. C. D. E. (1987) *Technologies de l'information et apprentissages de base. Lecture, écriture, sciences et mathématiques*. París: OCDE-CERI.
- OKOLICA, S.; MACRINA, G. (1992) "Integrating Transformation Geometry into Traditional High School Geometry". *The Mathematics Teacher*, vol. 85, núm. 9, pp. 716-719.
- OLIVIERI, G. (1984) *Lavorando con gli specchi. Introduzioni alla geometria delle trasformazioni*. Firenze: La Nuova Italia.
- OLSON, D. R. (1989) "El ordenador como instrumento de la mente". *Comunicación, Lenguaje y Educación*, núm. 2, pp. 51-57.
- ONRUBIA, J. (1991) "Bases psicopedagògiques de la nova ordenació". A: DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT (1991) *Formació Bàsica per a la Reforma. Educació Secundària, Etapa Secundària Obligatòria. Formació General*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament.
- ONRUBIA, J. (1993) "Enseñar: crear Zonas de Desarrollo Próximo e intervenir en ellas". A: COLL, C.; et al. *El constructivismo en el aula*. Barcelona: Graó.

- ORTON, A. (1990) *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: MEC-Morata.
- ORTON, R. E. (1990) "Exploring Geometric Transformations Using Apple II Graphics". *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, vol. 9, núm. 42, pp. 45-53.
- PALAU, R.; QUINTANA, J. (1994) *Fem mates amb el Logo*. Barcelona: Onda.
- PAPERT, S. (1983) "Enseñar a los niños a ser matemáticos versus enseñar matemáticas a los niños". A: COLL, C. *Psicología genética y aprendizajes escolares*. Madrid: Siglo XXI.
- PAPERT, S. (1987) *Desafío a la mente. Computadoras y educación*. Buenos Aires: Galápagos.
- PARRA, C.; SAINZ, I. (Comp.) (1994) *Didáctica de las matemáticas*. Buenos Aires: Paidós.
- PEARMAN, D. (1990) "Transformation Geometry and young Children". *Currículum*, vol. 1, núm. 1, pp. 16-26.
- PELLERY, M. (1992) "Tendenze nella ricerca in didattica e in psicologia dell'insegnamento della matematica". *Annali della Pubblica Istruzione*, núm. 5-6, pp. 532-552.
- PÉREZ, A. I. (1992) "La función y formación del profesor/a en la enseñanza para la comprensión: diferentes perspectivas". A: GIMENO, J.; PÉREZ, A. I. *Comprender y transformar la enseñanza*. Madrid: Morata.
- PÉREZ, P. (1993) "Matemàtiques". A: ZABALA, A. (Coord.) *Com treballar els continguts procedimentals a l'aula*. Barcelona: Graó.
- PÉREZ, R. (1994) "Construir la Geometría". *UNO*, núm. 2, pp. 65-80.

- PERHAM, F. (1978) "An Investigation into the Effect of Instruction on the Acquisition of Transformation Geometry Concepts in First Grade Children and Subsequent Transfer to General Spatial Ability". A: LESCH, R.; MIERKIEWICZ, D. (Eds.) *Recent Research Concerning the Development of Spatial and Geometric Concepts*. Ohio: ERIC.
- PERRET-CLERMONT, A. N. (1984) *La construcción de la inteligencia en la interacción social*. Madrid: Visor.
- PHILLIPS, J. L. (1972) *Los orígenes del intelecto según Piaget*. Barcelona: Fontanella.
- PIAGET, J. (1975) "Como forman los niños los conceptos matemáticos". A: *Psicología Contemporánea*. Madrid: Blume (Selecciones de Scientifican American).
- PIAGET, J. (1986) *La epistemología genética*. Madrid: Debate.
- PIAGET, J. (1990) *La equilibración de las estructuras cognitivas*. Madrid: Siglo XXI.
- PIAGET, J.; INHELDER, B.; SZEMINSKA, A. (1948) *La géométrie spontanée de l'enfant*. Paris: PUF.
- PIE (1993) *Recursos informàtics per a l'ensenyament de les matemàtiques a Primària*. Barcelona: Departament d'Ensenyament, Programa d'Informàtica Educativa.
- PONS, R.; CANALS, M. A. (1982) "La didàctica de la geometria avui". *Perspectiva escolar*, núm. 67, pp. 2-10.
- POPKEWITZ, T. S. (1988) *Paradigma e Ideología en Educación*. Madrid: Mondadori.
- POZO, J. I. (1989) *Teorías cognitivas del aprendizaje*. Madrid: Morata.

- POZO, J. I. (Coord.) (1994) *La solución de problemas*. Madrid: Santillana.
- PUIG ADAM, P. (1980) *Curso de Geometría Métrica. Tomo I: Fundamentos*. Madrid: Gómez Puig.
- PUIGDELLÍVOL, I. (1992) *Programació d'aula i adequació curricular*. Barcelona: Graó.
- PUJOL, J. M.; SOLÀ, J. (1995) *Ortotipografia. Manual de l'autor, l'autoeditor i el dissenyador gràfic*. Barcelona: Columna.
- QUINTANA, J. (1982) "Una experiència de geometria a 5è: els quadrilàters i les ombres del sol". *Perspectiva Escolar*, núm. 67, pp. 21-25.
- QUINTANA, J. (1990) "Implicaciones curriculares de la integración de las nuevas tecnologías de la información en la educación matemática". Sevilla: I-CIBEM (Comunicació presentada al I. Congreso Iberoamericano de Educación Matemática).
- QUINTANA, J. (1992) "Projecte curricular de centre en relació a l'Àrea de Matemàtiques. La Seqüenciació dels continguts a l'Àrea de Matemàtiques". A: DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT (1992g) *Formació Bàsica per a la Reforma. Educació Primària*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament.
- QUINTANA, J. (1993) "De la escuadra y el compás a las herramientas informáticas: modificaciones conceptuales, metodológicas y de aprendizaje de la geometría". Barcelona: Enseñanza de las Ciencias (Pòster presentat al IV Congrès Internacional sobre Investigació en la Didàctica de les Ciències i de les Matemàtiques).
- QUINTANA, J. (1994) *Bibliografia sobre constructivisme i matemàtiques*. Barcelona: A. M. Rosa Sensat.
- QUINTANA, J. (1995a) "La dulce tecnología". *Novática*, núm. 117, pp. 3-5.

QUINTANA, J. (1995b) "Tecnología de la información y educación matemática. Ejemplo de algunas posibilidades de integración de la tecnología de la información en el currículum de matemáticas de la educación primaria". Madrid: SMPM Emma Castelnuovo (Comunicació presentada a les 7^{as} Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas - 7^{as} JAEM).

QUINTANA, J. (1996) "El professorat de matemàtiques s'agrupa". *Perspectiva Escolar*, núm. 207, pp. 69-75.

QUINTANA, J. (En premsa) "¿Qué tecnología educativa para el siglo XXI?". A: ALONSO, C. (Comp.) *La Tecnología Educativa a finales del siglo XX: concepciones, conexiones y límites con otras disciplinas*. Vic: EUMO.

QUINTANA, J.; RUIZ, F. (1993) "Currículum i tecnologia de la informació". *Crònica d'Ensenyament*, núm. 61, pp. 49-50.

QUINTANA, J.; RUIZ, F. (1995) "Interpreting internal school factors on the educational integration of IT". A: WATSON, D.; TINSLEY, D. *Integrating Information Technology into Education*. London: Chapman & Hall-IFIP.

QUINTANA, J.; VIVANCOS, J. (1992) "La Tecnologia de la Informació a l'Escola". A: DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT (1992e). *Formació bàsica per a la reforma. Educació Primària*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament.

QUINTANA, J.; VIVANCOS, J. (1993) "Reforma educativa y tecnología de la información". *Comunicación y Pedagogía*, núm. 119, pp. 10-14.

QUINTANA, J.; VIVANCOS, J. (1995) "Recull de referències a la tecnologia de la informació incloses als Decrets d'Ordenació del Sistema Educatiu de Catalunya". A: *Sinera en disc, edició 95*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament, Programa d'Informàtica Educativa (Material en suport CD ROM).

- Real Decreto 1006/1991* (1991) Madrid: Comunidad Escolar (Separata).
- Real Decreto 1440/1991 de 30 agosto*, B.O.E. del 11 de octubre de 1991.
- Real Decreto 2360/1984 de 12 diciembre*, B.O.E. del 14 de enero de 1985.
- Reforma educativa. Reflexió i propostes.* (1990) Barcelona: Cuadernos de Pedagogía (Monogràfic).
- RESKICK, L. B.; FORD, W. W. (1990) *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Madrid: MEC; Barcelona: Paidós.
- REY PASTOR, J.; PUIG ADAM, P. (1959) *Elementos de geometría*. Madrid: Colección Elemental Intuitiva.
- RICO, L. (1990) "Diseño curricular en Educación Matemática: Elementos y evaluación". A: LLINARES, S.; SÁNCHEZ, M. V. *Teoría y práctica en educación matemática*. Sevilla: Alfar.
- RICO, L.; SIERRA, M. (1991) "La comunidad de Educadores Matemáticos". A: GUTIÉRREZ, A. (Ed.) *Área de conocimiento. Didáctica de la matemática*. Madrid: Síntesis.
- RIVIÈRE, A. (1984) *La psicología de Vygotski*. Madrid: Visor.
- RIVIÈRE, A. (1987) "El concepto de conciencia en Vigotski y el origen de la psicología histórico-cultural". A: SIGUÁN, M. (Coord.) *Actualidad de Lev S. Vigotsky*. Barcelona: Anthropos.
- RIVIÈRE, A. (1990) "Problemas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva cognitiva". A: MARCHESI, A.; COLL. C.; PALACIOS, J. (Comps.) *Desarrollo Psicológico y Educación, III*. Madrid: Alianza.

- RIVIÈRE, V.; LUELMO, M. J. (1990) "Síntesis de la propuesta". *Cuadernos de Pedagogía*, núm. 182, pp. 8-12.
- ROANES M. E.; ROANES L. E. (1994) *Nuevas tecnologías en Geometría*. Madrid: Editorial Complutense .
- ROGALSKI, J. (1985) "Conservation: une formalisation mathématique de situations expérimentales, des propriétés des transformations et sa relation avec des hypothèses psychologiques sur l'acquisition des conservations". *Archives de Psychologie*, vol. 53, núm. 205, pp. 227-253.
- ROIG. P.; et al. (1992) "Decàleg del professor de matemàtica". *Crònica d'Ensenyament*, núm. 44, pp. 36.
- RÚBIAS, M. (1977) "El llibre de text en l'aprenentatge de la matemàtica a EGB". *Perspectiva Escolar*, núm. 12, pp. 16-17.
- RUÉ, J. (Coord.) (1989) *Portar la recerca a classe*. Barcelona: ICE Universitat de Barcelona.
- SALES, P. (1985) "Semblanza bibliogràfica de don Pedro Puig Adam". *Nueva Revista de Enseñanzas Medias*, núm. 7, pp. 47-56.
- SAN MARTÍN, R.; PARDO, A. (1989) *Psicoestadística. Contrastes paramétricos y no paramétricos*. Madrid: Pirámide.
- SANCHO, J. M. (1990) *Los profesores y el currículum*. Barcelona: ICE Universitat de Barcelona-HORSORI.
- SANCHO, J. M. (Coord.) (1994) *Para una tecnología educativa*. Barcelona: HORSORI.
- SANCHO, J. M.; MILLÁN, L. M. (Comp.) (1995) *Hoy ya es mañana. Tecnología y Educación: un diálogo necesario*. Sevilla: MCEP.

- SANDERS, W. (Ed.) (1993) "Manipulatives in Mathematics". *Contemporary Education*, vol. 65, núm. 1, pp. 4-28 (Monográfico).
- SANTALÓ, L. A. (1980) *Matemática y Sociedad*. Buenos Aires: Docencia.
- SANTALÓ, L. A. (1994) *La matemática: una filosofía y una técnica*. Barcelona: Ariel.
- SANTALÓ, L. A.; LLINARES, S.; SÁNCHEZ, V.; et al. (1994) *La enseñanza de las matemáticas en la educación intermedia*. Madrid: RIALP.
- SANTOS, M. A. (1990) *Hacer visible lo cotidiano. Teoría y práctica de la evaluación cualitativa de centros escolares*. Madrid: Akal.
- SANTOS, M. A. (1991) "¿Cómo evaluar los materiales?". *Cuadernos de Pedagogía*, núm. 194, pp. 29-31.
- SAUVY, J.; SAUVY, S. (1980) *Els niño ante el espacio: iniciación a la topología intuitiva. De la rayuela a los laberintos*. Madrid: Síntesis.
- SCHOENFELD, A. H. (Ed.) (1987) *Cognitive Science and Mathematics Education*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum.
- SCHULTZ, K. A. (1978) "Variables Influencing the Difficulty of Rigid Transformations During the Transition Between the Concrete and Formal Operational Stages of Cognitive Development". A: LESCH, R.; MIERKIEWICZ, D. (Eds.) *Recent Research Concerning the Development of Spatial and Geometric Concepts*. Ohio: ERIC.
- SCHUMANN, H. (1989) "The computer as a tool for geometric constructions". *Micromath*, vol. 5, núm. 3, pp. 53-56.
- SHAW, K. (1996) "Transformig with able primary students". *Micromath*, vol. 12, núm. 1, pp.17-19.

- SHIPPER, W. (1983) "The topological primacy thesis: genetic and didactic aspects". *Educational Studies en Mathematics*, vol. 14, pp. 285-296.
- SHUARD, H. (1986) *Primay Mathematics Today. Third edition for the age of the calculator*. Essex: Longman.
- SHUBAUER-LÉONI, M. L.; PERRET-CLERMONT, A. N. (1980) "Interactions sociales et représentations symboliques dans le cadre de problèmes additifs". *Recherches en Didactique des Mathématiques*, núm. 1, pp. 297-350.
- SKEMP, R. (1980) *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Morata.
- SMOCK, CH. D. (1976) "Piaget's Thinking about the Development of Space Concepts and Geometry". A: MARTIN, J. L.; BRADBARD, D. A. (Eds.) *Space and Geometry*. Ohio: ERIC.
- SOLÉ, I (1992) "Es pot ensenyar allò que s'ha de construir?". *Cuadernos de Pedagogía*, Monogràfic, "Reforma Educativa: Reflexió i propostes", pp. 22-24.
- SOLÉ, I. (1993) "Disponibilidad para el aprendizaje y sentido del aprendizaje". A: COLL, C.; et al. *El constructivismo en el aula*. Barcelona: Graó.
- SOLOMON, C. (1986) *Entornos de aprendizaje con ordenadores*. Barcelona: Paidós; Madrid: MEC.
- SOSNIAK, L. A.; ETHINGTON, C. A.; VARELAS, M. (1991) "Teaching mathematics without a coherent point of view: Findings from the IEA Second International Mathematics Study". *Journal Curriculum Studies*, vol. 23, núm. 2, pp. 119-131.

- STEFFE, L. P. (1994) "The Constructivist Teaching Experiment: Illustrations and Implications". A: VON GLASERFELD, E. (Ed.) *Radical Constructivism in Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- STENHOUSE, L. (1984) *La investigación y desarrollo del currículum*. Madrid: Morata.
- STENHOUSE, L. (1987) *La investigación como base de la enseñanza*. Madrid: Morata.
- STENHOUSE, L. (1988) "Case study methods". A: *International Encyclopedia of Education Database*. London: Pergamon Orbit InfoLine Ltd.
- STENHOUSE, L. (1990) "Conducción, Análisis y Presentación del Estudio de Casos en la investigación educacional y evaluación". A: MARTÍNEZ, J. B. *Hacia un enfoque interpretativo de la enseñanza*. Granada: Universidad de Granada.
- STEWART, I. (1975) *Conceptos de matemática moderna*. Madrid: Alianza.
- STRAKER, A. (1988) "Maths, people and computers". *Micromath*, vol. 4, núm. 1, pp. 7-9.
- STRAKER, A. (1991) "'Thought experiments' in mathematics and the impact of IT". *Micro-Scope*, núm. 32, pp. 1-13.
- TAYLOR, S. J.; BOGDAN, R. (1992) *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*. Barcelona: Paidós.
- THOMAS, D. (1978) "Students' Understanding of Selected Transformation Geometry Concepts". A: LESCH, R.; MIERKIEWICZ, D. (Eds.) *Recent Research Concerning the Development of Spatial and Geometric Concepts*. Ohio: ERIC.

- THOUIN, M. (1993) "L'évaluation des apprentissages en mathématiques: une perspective constructiviste". *Mesure et évaluation en éducation*, vol. 6, núm. 1 i 2, pp. 47-64.
- TORRA, M., QUINTANA, J. (1992) *Propuestas de Secuencia. Matemáticas*. Madrid: MEC-Escuela Española.
- TRAVERS, K. J.; WESTBURY, I. (1989) *The IEA Study of Mathematics I: Analysis os Mathematics Curricula*. Oxford: Pergamon Press.
- VALLÈS, J. (1991) "La reforma matemàtica a primària". *GUIX*, núm. 159, pp. 45-47.
- VERGNAUD, G. (1991) *El niño, las matemáticas y la realidad*. México: Trillas.
- VIDAL, E. (1990) "Crónica de dos encuentros de profesores". *Suma*, núm. 5, pp. 67-68.
- VIDAL, E.; DE LA TORRE, E. (1984) "Enseñanza de la topología y geometría en los niveles elementales". *Enseñanza de las Ciencias*, vol. 2, núm. 2, pp. 111-115.
- VIDAL, E.; DE LA TORRE, E. (1987) "Los movimientos en la E.G.B., una experiencia con el Logo". A: SCPM "ISAAC NEWTON". *Informes de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas - IV JAEM*. Tenerife: SCPM "ISAAC NEWTON".
- VILA, A. (1992) "Per què avaluem". *Biaix*, núm. 1, pp. 5-9.
- VINH-BANG; FLÜCKIGER, I. (1976) "Contribution a l'etude de la reversibilite operatoire. Etudes sur la symétrie". *Archives de psychologie*, vol. XLIV, núm. 171, pp. 1-17.
- VITALE, B. (1994) *La integración de la informática en el aula. Consideraciones generales para un enfoque transdisciplinar*. Madrid: Visor.

- VON GLASERFELD, E. (1993) "Introducción al constructivismo radical". A: WATZLAWICK, P. (Comp.) *La realidad inventada*. Barcelona: Gedisa.
- VON GLASERFELD, E. (Ed.) (1944) *Radical Constructivism in Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- VYGOTSKI, L. S. (1979) *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Crítica.
- WALKER, R. (1989) *Métodos de investigación para el profesorado*. Madrid: Morata.
- WALTER, M. (1985) *The Mirror Puzzle Book*. Norfolk: Tarquin.
- WERTCH, J. V. (1988) *Vygotski y la formación social de la mente*. Barcelona: Paidós.
- WILEY, D. E.; WOLFE, R. G. (1992) "Problemas que plantea la concepción del Tercer Estudio Internacional de la IEA sobre Matemáticas y Ciencias". *Perspectivas*, vol. XXII, núm. 3, pp. 319-316.
- WILLIAMS, E.; SHUARD, H. (1986) *Primary Mathematics Today. Third edition for the age of the calculator*. Essex: Longman.
- WITTGENSTEIN, L. (1987) *Observaciones sobre los fundamentos de la matemática*. Madrid: Alianza Universidad.
- WITTROK, M. C. (Ed.) (1989) *La investigación de la enseñanza* (3 vols.). Barcelona: Paidós-MEC.
- XUNTA DE GALICIA (1992a) "Decreto 245/1992, do 30 de xullo, polo que se establece o currículo da Educación Primaria na Comunidade Autónoma de Galicia". *DOG*, núm. 158 (Xunta de Galicia, Consellería de Educación e Ordenación Universitaria).

Jordi Quintana. La Geometria a Primària - Un cas: les transformacions

XUNTA DE GALICIA (1992b) *Desenvolupamento Curricular. Secuencias de obxetivos e contenidos e criterios de avaliación. Educación Primaria*. Santiago: Xunta de Galicia, Conselleria de Educación e Ordenación Universitaria.

YÁBAR, J. M. (1993) "El ordenador en el aula dentro de un enfoque constructivista del aprendizaje. Una aplicación en geometría: los triángulos y las rectas notables". A: SÉNECA (Ed.) *Experiencias y Proyectos con Apple Macintosh. Comunicacions presentades en el I Congrés Macintosh i Educació*. Barcelona: Séneca.

YÁBAR, J. M.; ESTEVE, E. (1996) "Integración curricular de los recursos tecnológicos en el área de matemáticas". A: GALLEGO, D. J.; ALONSO, C. M.; CANTÓN, I. (Coords.) *Integración curricular de los recursos tecnológicos*. Barcelona: Oikos-Tau.

ZABALA, A. (1995) *La práctica educativa. Com ensenyar*. Barcelona: Graó.

ZABALA, A. (Coord.) (1993) *Com treballar els continguts procedimentals a l'aula*. Barcelona: Graó.

Annexos

Annex 1

Proves Iniciais

PROVA INICIAL 2

- 1) Explica què és un gir.**

- 2) Quin elements geomètrics són necessaris per fer un gir?**

- 3) Escriu tres coses que girin.**

- 4) Explica què és una simetria.**

- 5) Quines elements geomètrics són necessaris per fer una simetria?**

- 6) Escriu tres coses que tinguin simetria.**

- 7) Explica què és una translació.**

- 8) Quines elements geomètrics són necessaris per fer una translació?**

- 9) Escriu tres coses que es traslladin.**

10) Escriu al costat si hi ha un gir, una simetria o una translació

un ascensor que puja i baixa	
obrir una porta	
rebobinar un vídeo	
calcar un dibuix	
baixar per un tobogan	
obrir una aixeta	
dues mans juntes	
la imatge del retrovisor d'un cotxe	
un telefèric	
unes tisores	
descargolar un tap de rosca	
un esquiador esquiant	
una piragüa navegant	
un ventilador funcionant	
cargolar un "tornillo"	

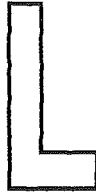
11) Relaciona la columna de la dreta amb la de l'esquerra. Pots deixar-ne sense fletxes.

	Créixer
Gir	Desplaçament
	Volta
Simetria	Relliscar
	Igual
Translació	Reflexió
	Rotació

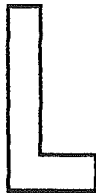
12) Escriu en cada cas algun objecte o situació més representativa per tu de:

- un gir:
- una simetria:
- una translació:

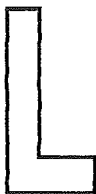
13) Dibuixa el resultat d'aplicar un gir a aquesta figura.



14) Dibuixa el resultat d'aplicar una simetria a aquesta figura.

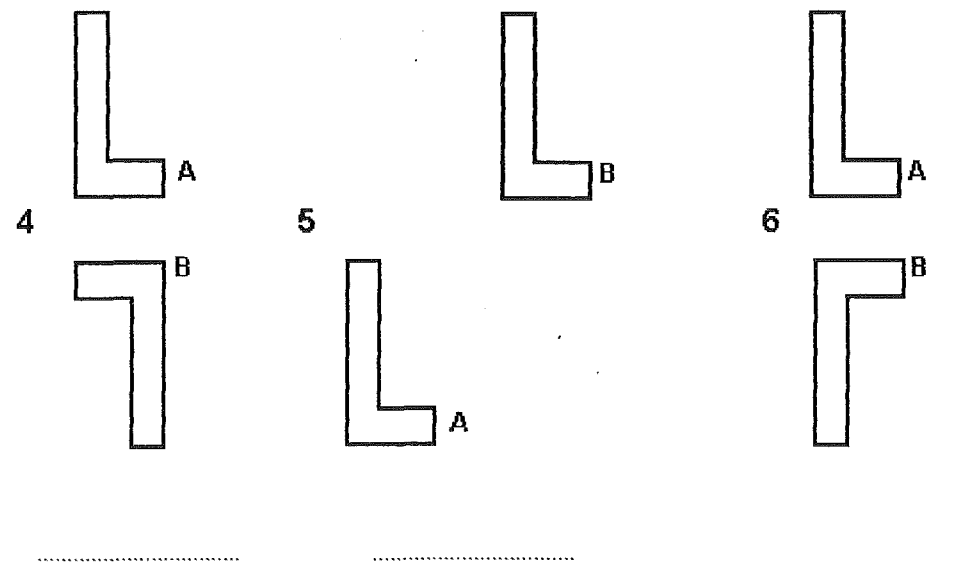
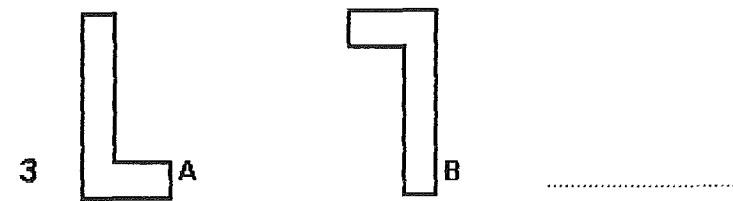
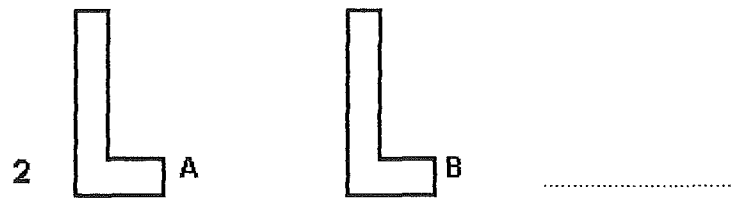
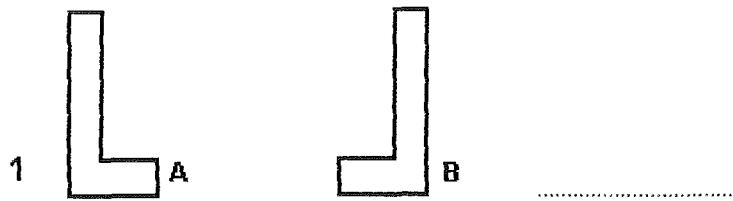


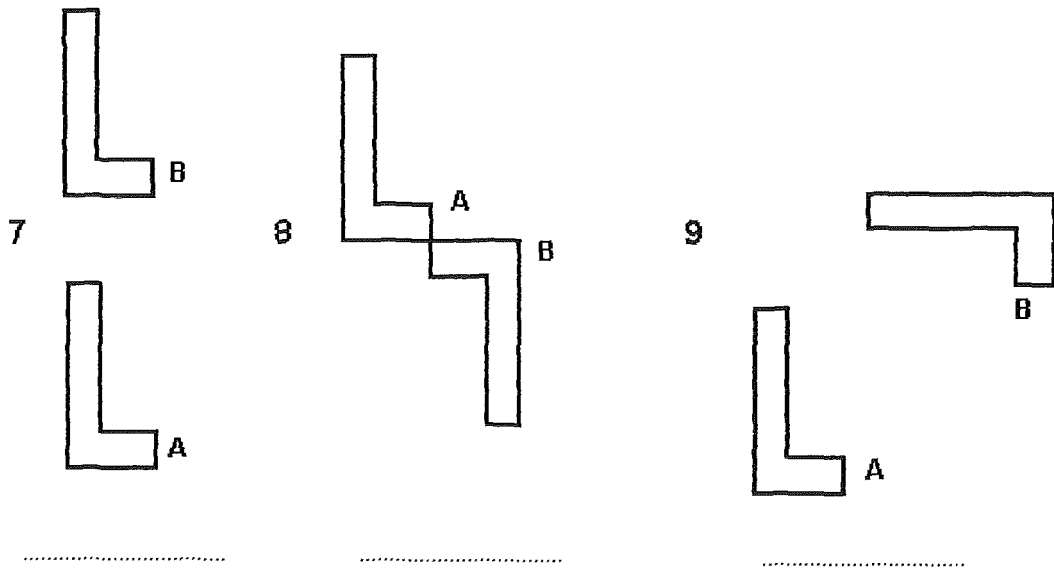
15) Dibuixa el resultat d'aplicar una translació a aquesta figura.



PROVA INICIAL 3

1) En cadascun dels 9 casos, quina transformació hem aplicat a la figura inicial A perquè ens doni com a resultat la figura final B?





2) Explica què creus que canvia en aplicar a una figura:

- un gir
- una simetria
- una translació

3) Explica també què creus que no canvia en aplicar a una figura:

- un gir
- una simetria
- una translació

Annex 2

La Unitat de Programació

LES TRANSFORMACIONS

1) Què creus vol dir transformació?

2) Informa't de quins són els tres moments o situacions d'una transformació?

-
-
-

3) Què fan canviar les **transformacions geomètriques**?

4) Completa:

Les transformacions són accions que s'apliquen a les figures, que fan que aquestes canviïn la seva p....., però no la seva f..... ni les seves m.....

5) Les **isometries** són un tipus de transformacions geomètriques, i poden ser:

-
-
-

6) Fixa't que hem escrit les **tres isometries** per ordre alfabètic. Escriu-les també segons els criteris que et diem a continuació:

Per ordre alfabètic	Per importància a la vida	Per difícil de reconèixer
Gir		
Simetria		
Translació		

7) Explica amb paraules teves que és:

- Un gir
- Una simetria
- Una translació

8) Completa aquesta taula

Estat inicial	Transformació	Estat final
7	sumar 2	9
	girar	
	fer una simetria	
	traslladar	
	multiplicar per 7	
	fregir	

LES ISOMETRIES: ELS GIRS

La terra gira.

Al voltant del sol.

Les agulles d'un rellotge giren.

Al voltant de...

Un ventilador gira.

Al voltant de...

Un disc o un CD giren.

Al voltant de...

El martell d'un atleta gira.

Al voltant de...

Una roda de bicicleta gira.

Al voltant de...

1) Escriu els casos que se t'acudin de coses giren, i digues al voltant de què.

Pots copiar-ne dels teus companys i companyes!

Cosa que gira	Al voltant de...	Cosa que gira	Al voltant de...

En tots els casos anteriors totes les coses giren.

Però, giren totes de la mateixa manera?

Què les diferencia?

--

La terra gira, les agulles de rellotge giren, una roda gira...

En tots els casos, però, les coses giren al voltant d'alguna cosa, molt o poc, i a la dreta o a l'esquerra.

O sigui:

- Giren al voltant d'una cosa, al voltant d'un punt, al voltant d'un **centre**.
- Giren molt o poc, giren un **angle** de molts o poc graus.
- Giren a la dreta o a l'esquerra, giren en un **sentit** determinat.

Així doncs, per girar una cosa ens cal respondre abans a tres preguntes:

- Al voltant de què?
- Quant?
- Cap a on?

2) Relaciona aquestes tres columnes:

Al voltant de què?	Angle	Dreta o esquerra
Quant?	Centre	Punt fix
Cap a on?	Sentit	Molt o poc

3) Escriu frases i expressions normals on surti alguna cosa relacionada amb els girs. Per exemple, "No hem giris la cara!", "Gira a la dreta"

Fitxa de pràctiques de girs PG1 - Girs amb la peça quadrada

Retalla la **Peça quadrada** dels **Fulls de materials**, enganxa-la en un cartró o en una cartolina i torna-la a dibuixar per darrera, en el cartró o la cartolina, com si es transparentés.

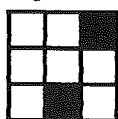
Quan l'hagis acabat, fes els exercicis que et proposem tot seguit.

Ah! I desa la peça, ja que la necessitaràs en altres fitxes de treball!

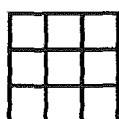
- 1) Pinta el resultat de girar la **peça inicial** pel seu centre, segons l'angle i la direcció indicada.

Si vols pot travessar la peça pel seu centre, amb una agulla de cap o la punta d'un compàs i anar-la girant per fer els exercicis.

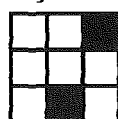
Peça inicial



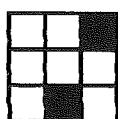
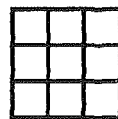
90° D



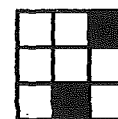
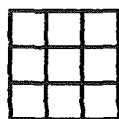
Peça inicial



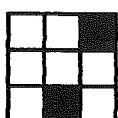
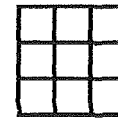
270° D



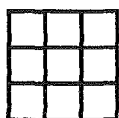
180° E



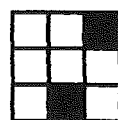
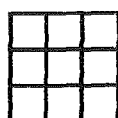
360° D



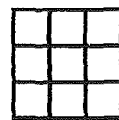
180° D



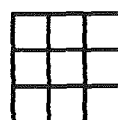
90° D



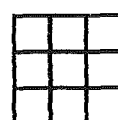
90° E



90° E



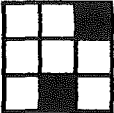
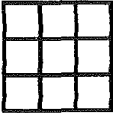
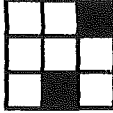
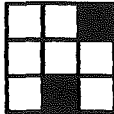
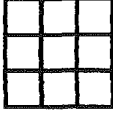
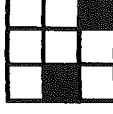
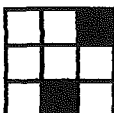
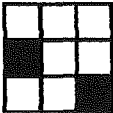




90°E



En els dos últims exercicis, pots passar de la posició inicial de la peça a la final fent un sol gir?

Escriu quin és en cada cas.

2) Fes aquests altres exercicis.

	90° D		
	180° E		
 D	 E	
 E	 D	

3) Saps resoldre les següents qüestions?

Girar primer 180° D i després 90° D és el mateix que girar...

Girar 90° E, després 90° E i després 90° E és el mateix que...

Girar 90° D és el mateix que girar...

Girar 180° E és el mateix que girar...

4) Completa:

180° dreta i 100° dreta equival a a la dreta a l'esquerra

90° dreta i 60° dreta equival a a la dreta a l'esquerra

90° esquerra i 90° esquerra = a la dreta a l'esquerra

180° dreta i 60° esquerra = a la dreta a l'esquerra

190° esquerra i 100° dreta = a la dreta a l'esquerra

Fitxa de pràctiques de girs PG2a - UNA BRÚIXOLA SOLAR

Enganxa el full de la **Brúixola solar** dels **Fulls de materials** en un cartró o una cartolina i retalla les dues peces. Fes un forat al centre de les dues, sobreposales i passa-hi un enquadernador.

Per fer aquests exercicis has de mantenir el cercle de la brúixola sempre fix i fer les accions que se't diguin amb el cercle petit de la ratlleta. Anota els resultats a **Vas a:**, i respon totes les qüestions que se't facin.

1) Surt de: 0°

Accions: Gira 60° D. Després 90° D.

Vas a:

Qüestions: Busca un sol gir que et faci anar de 0° a aquest resultat.

Quant has girat en total?

2) Surt de: 165°

Accions: Gira 45° D. Després 60° D.

Vas a:

Qüestions: Busca un sol gir que et faci anar de 165° a aquest resultat.

Quin és?

3)

A) Surt de: 0°

Accions: Gira 45° E. Després 30° E i després 60° E.

Vas a:

B) Surt de: 0°

Accions: Gira 60° E. Després 30° E i després 45° E.

Vas a:

C) Surt de: 0°

Accions: Gira 30° E. Després 45° E i després 60° E.

Vas a:

Qüestions: Quant sumen en cada cas tots els girs de

A)

B)

C)

4) Surt de: 0°

Accions: Busca quatre maneres diferents que et facin arribar sempre a 90° .
Pots fer més d'una acció.

A)

B)

C)

D)

5) Surt de: 90°

Accions: Busca quatre maneres diferents que et mantinguin o et facin tornar sempre a 90° . Pots fer més d'una acció.

•	•
•	•

Qüestions: Escribeu alguna conclusió d'aquestes accions

6) Surt de: 0°

Accions: Gira 30° D.

Vas a:

Qüestions: Busca un gir que et torni a 0°

Quin és?

7) Surt de: 210°

Accions: Gira 75° D.

Vas a:

Qüestions: Busca un gir que et torni a 210° Quin és?

8) Surt de: 225°

Accions: Gira 90° E.

Vas a:

Qüestions: Busca un gir que et torni a 225° Quin és?

Com en diries dels girs que a 6, 7 i 8 t'han fet tornar al lloc de sortida?

Conclusió:

9) Surt de: 180°

Accions: Busca dos girs de diferent sentit que et facin anar a 0°

Vas a: 0°

Qüestions: Quins girs has fet?

Com són aquests girs?

En què es diferencien?

10) Surt de: 120°

Accions: Busca dos girs de diferent sentit que et facin anar a 0°

Vas a: 0°

Qüestions: Quins girs has fet?

Com són aquests girs?

En què es diferencien?

11) Surt de: 120°

Accions: Busca dos girs de diferent sentit que et facin anar a 90°

Vas a: 90°

Qüestions: Quins girs has fet?

Com són aquests girs?

12) Surt de: 240°

Accions: Busca dos girs de diferent sentit que et facin anar a 75°

Vas a: 75°

Qüestions: Quins girs has fet?

En què es diferencien?

13) Qüestions: Què sumen les parelles de girs dels exercicis 9, 10, 11 i 12?

9:	10:	11:	12:
----	-----	-----	-----

En general sumen:

14) Experimenta i completa

$90^\circ D = \dots\dots E$

$180^\circ E = \dots\dots D$

$270^\circ D = \dots\dots E$

$225^\circ E = \dots\dots D$

$30^\circ D = \dots\dots E$

$45^\circ E = \dots\dots D$

$360^\circ D = \dots\dots E = \dots\dots$

$3/4 D = \dots\dots E$

$1/2 D = \dots\dots D$

15)

A) Surt de: 0°

Accions: Gira $120^\circ D$ i després $75^\circ D$.

Vas a:

B) Surt de: 0°

Accions: Gira $45^\circ D$, després $75^\circ D$ i després $75^\circ D$.

Vas a:

C) Surt de: 0°

Accions: Gira $30^\circ D$, després $90^\circ D$, després $30^\circ D$ i després $45^\circ D$.

Vas a:

Qüestions: Explica amb paraules teves què és el que passa.

Fitxes de pràctiques de girs PG2b - ELS GIRS DEL LOGO

Aquests exercicis els has de fer en el **Win-Logo**. En primer lloc has de recuperar el procediment **pg2b.log** fent **recupera "pg2b.log**. Si no el tens, escriu-lo tu mateix o tu mateixa i després desa'l fent **desa "pg2b [pg2b]**.

```
procediment pg2b.log
repeteix 24 [no.llapis av 70 llapis av 10 no.llapis re 80 gd 15 ] llapis
fi
```

Aquest procediment et dibuixa un cercle amb 24 ratlletes separades cada 15 graus. La primera ratlleta representa els 0° , la segona cap a la dreta els 15° , la tercera els 30° , la quarta els 45° , i així fins als 360° que coincideixen amb els 0° .

Ves experimentar tot el que et proposem, anota els resultats, i respon les qüestions que se't facin.

Tres aclariments:

- **orienta't** és una primitiva del Logo
- Les accions com *gira 60° D*, en el Logo es tradueixen per **gira.dreta 60**
- Per saber cap a on mira o apunta la tortuga, tecleja la primitiva **orientació** i el Logo t'informarà cap a quins graus apunta.

1) *orienta't 0°*

Accions: Gira 60° D. Després 90° D.

orientació final

Qüestions: Busca un sol gir que et faci anar de 0° a aquest resultat.

Quant has girat en total?

2) *orienta't 165°*

Accions: Gira 45° D. Després 60° D.

orientació final

Qüestions: Busca un sol gir que et faci anar de 165° a aquest resultat.

Quin és?

3)

A) *orienta't* 0°

Accions: Gira 45° E. Després 30° E i després 60° E.

orientació final

B) *orienta't* 0°

Accions: Gira 60° E, després 30° E i després 45° E.

orientació final

C) *orienta't* 0°

Accions: Gira 30° E, després 45° E i després 60° E.

orientació final

Qüestions: Quant sumen en cada cas tots els girs de

A)

B)

C)

4) *orienta't* 0°

Accions: Busca quatre maneres diferents que et facin arribar sempre a 90°.
Pots fer més d'una acció.

A)

B)

C)

D)

5) *orienta't 90°*

Accions: Busca quatre manera diferents que et mantinguin o et facin tornar sempre a 90°. Pots fer més d'una acció

<ul style="list-style-type: none">••••

Qüestions: Escribeu alguna conclusió d'aquestes accions

--

6) *orienta't 0°*

Accions: Gira 30° D.

orientació final

--

Qüestions: Busca un gir que et torni a 0°

Quin és?

--

7) *orienta't 210°*

Accions: Gira 75° D.

orientació final

--

Qüestions: Busca un gir que et torni a 210°

Quin és?

--

8) *orienta't* 225°

Accions: Gira 90° E.

orientació final

Qüestions: Busca un gir que et torni a 225°

Quin és?

Com en diries dels girs que a 6, 7 i 8 t'han fet tornar al lloc de sortida?

Conclusió:

9) *orienta't* 180°

Accions: Busca dos girs de diferent sentit que et facin anar a 0°

Qüestions: Quins girs has fet?

Com són aquests girs?

En què es diferencien?

10) *orienta't* 120°

Accions: Busca dos girs de diferent sentit que et facin anar a 0°

Qüestions: Quins girs has fet?

Com són aquests girs?

En què es diferencien?

11) *orienta't* 120°

Accions: Busca dos girs de diferent sentit que et facin anar a 90°

Qüestions: Quins girs has fet?

Com són aquests girs?

En què es diferencien?

12) *orienta't* 240°

Accions: Busca dos girs de diferent sentit que et facin anar a 75°

Qüestions: Quins girs has fet?

Com són aquests girs?

En què es diferencien?

13) Qüestions: Què sumen les parelles de girs dels exercicis 9, 10, 11 i 12?

9:	10:
11:	12:
En general sumen:	

14) Experimenta i completa:

$90^\circ D = \dots\dots E$

$180^\circ E = \dots\dots D$

$270^\circ D = \dots\dots E$

$225^\circ E = \dots\dots D$

$30^\circ D = \dots\dots E$

$45^\circ E = \dots\dots D$

$360^\circ D = \dots\dots E = \dots\dots$

$3/4 D = \dots\dots E$

$1/2 D = \dots\dots D$

15)

A) *orienta't* 0°

Accions: Gira 120° D i després 75° D.

orientació final

B) *orienta't* 0°

Accions: Gira 45° D, després 75° D i després 75° D.

orientació final

C) *orienta't* 0°

Accions: Gira 30° D, després 90° D, després 30° D i després 45° D.

orientació final

D) *orienta't* 0°

Accions: Gira 60° D, després 45° D, després 60° D i després 30° D.

orientació final

Qüestions: Explica amb paraules teves què és el que passa.

Fitxa de pràctiques de girs PG3 - ELS GIRS DELS POLÍGONS

Enganxa el **Full de polígons** dels **Fulls de materials** a sobre d'un cartró o d'una cartolina i retalla els divuit polígons. Escribeu al darrera el seu número.

Amb cadascun dels polígons has d'esbrinar i experimentar les qüestions que et diem a continuació, i anotar les respostes a la **Taula resum de girs dels polígons**. El full **Plantilla de polígons** et serà molt útil per estudiar els girs.

En primer lloc, però, has de recordar o d'esbrinar les següents coses. Pots fer servir la memòria, qualsevol llibre de mates o el Diccionari Júnior de l'editorial Onda.

Què és un **centre**?

--

Què és un **polígon**?

--

Què és un **polígon regular**?

--

Què s'ha de posar a la taula de la pàgina següent?

Columna 1-**Polígon número**: Ja està numerada.

Columna 2-**Nom del polígon**: Has d'escriure el nom de cada polígon.

Columna 3-**Tipus o cognom del polígon**: Recorda que hi ha set tipus de triangles! Quants quadrilàters coneixes?

Columna 4-**Número de costats**: Has d'escriure el número de costats que té cada polígon.

Columna 5-**Vegades que coincideix amb si mateix**: Has de posar quantes vegades coincideix cada polígon amb si mateix en fer un gir de 360 graus al voltant del punt que hem marcat a dins.

Columna 6-**Té centre?**: Has de dir si té centre de gir o no.

Columna 7-**És un polígon regular?**: Has de dir si ho és o no.

Columna 8-**Com has sabut el seu nom?**: Has de posar què has fet per omplir la columna 2.

Taula resum del girs dels polígons de la fitxa PG3

Polígon número	Nom del polígon	Tipus o cognom polígon	Número de costats	Vegades que coincideix amb si mateix	Té centre?	És un polígon regular?	Com has sabut el seu nom?
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							

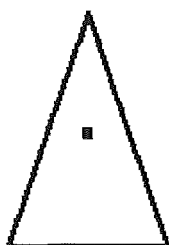
Quan acabis aquesta activitat desa bé els 18 polígons en un sobre, una bossa o una capsa perquè els necessitaràs més endavant.

PLANTILLA DELS POLÍGONS

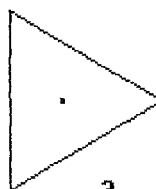
Fes servir aquesta plantilla per experimentar quantes vegades coincideix cada polígon retallat amb si mateix en fer-lo girar 360° al voltant del punt marcat.



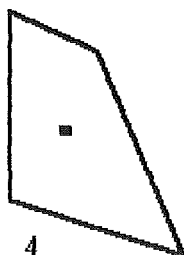
1



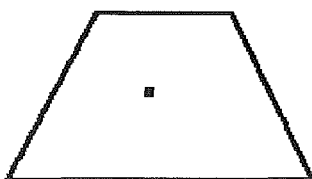
2



3



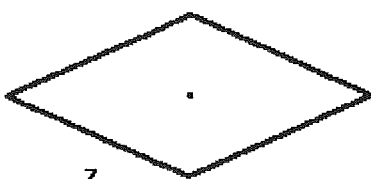
4



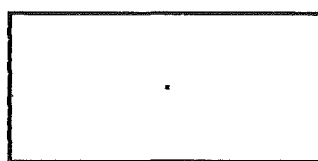
5



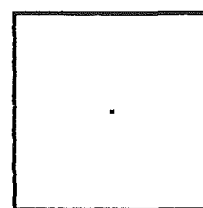
6



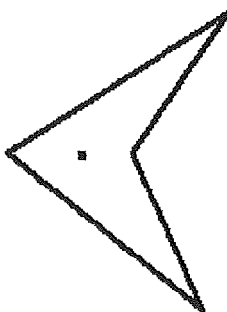
7



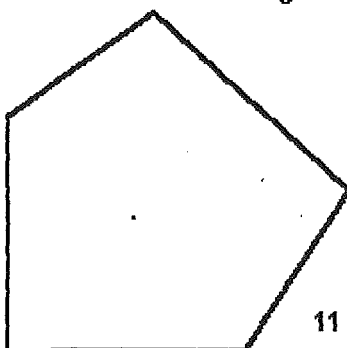
8



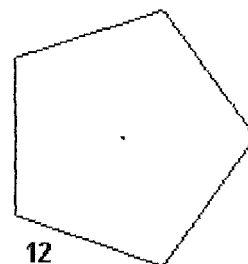
9



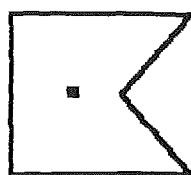
10



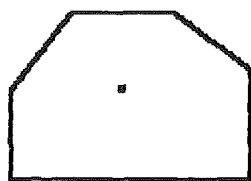
11



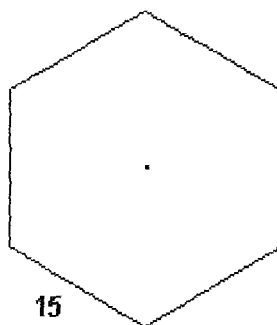
12



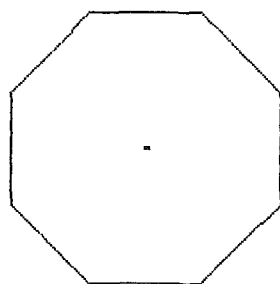
13



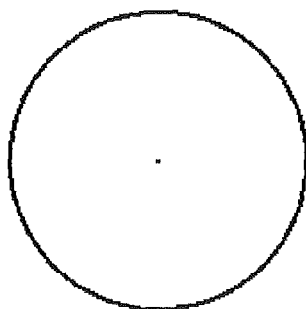
14



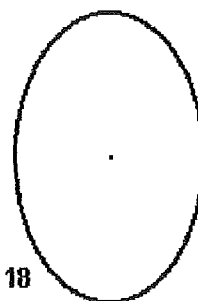
15



16



17



18

Fitxa de pràctiques de girs PG4 - GIRS DE FIGURES

Enganxa el **Full de figures** dels **Fulls de materials** a sobre d'un cartró o una cartolina i retalla les deu figures. Escriu al darrera el seu número.

Amb cadascuna d'aquestes figures has d'experimentar les següents qüestions i anotar les respostes a la **Taula resum de girs de figures**. El full **Plantilla de figures** et serà molt útil per experimentar i estudiar els girs.

Qüestions de la taula:

- 1) Columna 3: Has d'escriure quantes **vegades coincideix** cada figura amb si mateixa en fer un gir de 360 graus.
- 2) Columna 4: Has de dir si té **centre** de gir o no.
- 3) Columna 5: Has d'escriure què canvia en les figures quan les fem girar.

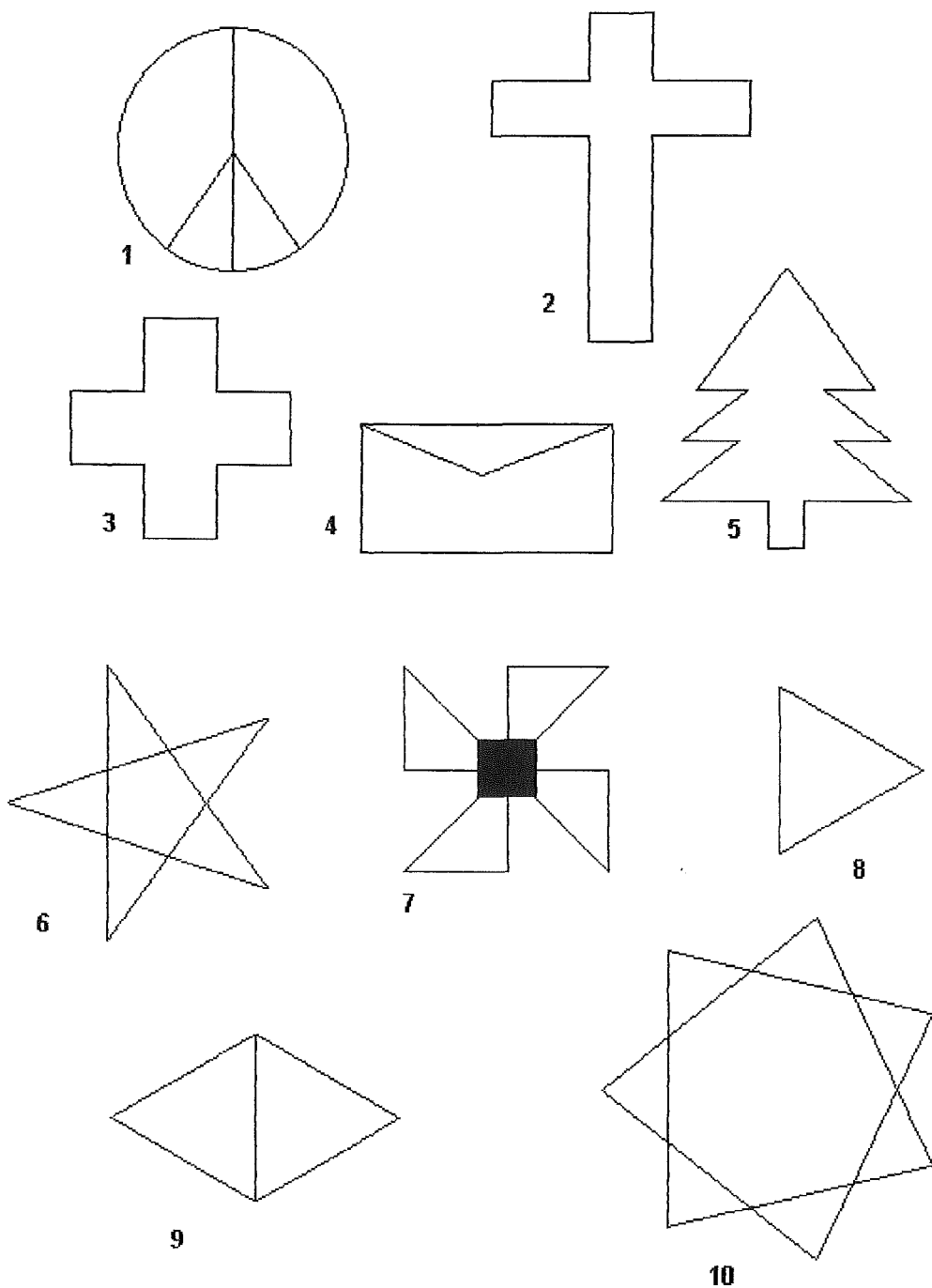
Escriu els resultats de la teva experimentació en aquesta:

Taula resum de girs de figures

Figura núm.	Nom de la figura	Vegades que coincideix	Te centre?	Observacions
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

PLANTILLA DE LES FIGURES

Fes servir aquesta plantilla per experimentar quantes vegades coincideix cada figura retallada amb si mateixa en fer-la girar 360° al voltant del seu centre, si en té.



Fitxa de pràctiques de girs PG5 - GIRS DE LES LLETRES

Fes un estudi de les lletres de l'abecedari que tenen **centre**, i quantes vegades coincideixen en girar-les 360°. Anota els resultats a la Taula resum.

A B C D E F G H I J K L M

N O P Q R S T U V W X Y Z

Taula resum de girs de les lletres

Lletra	Vegades que coincideix	Té centre?	Lletra	Vegades que coincideix	Té centre?
A			N		
B			O		
C			P		
D			Q		
E			R		
F			S		
G			T		
H			U		
I			V		
J			W		
K			X		
L			Y		
M			Z		

FULLS DE RESUM I DE CONCLUSIONS DELS GIRS

1) En un gir, l'única cosa que no gira és...

2) En girar una figura:

A) Varia la forma?

B) Varien els angles?

C) Varien les longituds dels costats?

3) En girar una figura l'única cosa que canvia és

Explica perquè creus que passa això.

4) Per fer un gir necessitem saber:

- Al voltant de què, o sigui el...
- Cap a on hem de girar, o sigui el...
- Quant hem de girar, quin angle, o sigui...

5) Completa aquests elements dels girs:

- Punt fix →
- Dreta o esquerra →
- Molt o poc →

6) Què és un gir invers?

--

7) Què passa quan girem una figura 360° ?

--

8) Si a una figura li fem diversos girs amb mateix centre, el resultat és...

--

9) Com podem saber que una figura té centre?

--

10) Com podem saber que un polígon és regular?

--

11) Escriu coses dels girs que hagis après i que no estiguin en aquests fulls de resum i conclusions.

12) Què és allò que has fet que t'ha permès aprendre més?

13) Què és el que t'ha interessat més dels girs?

14) Quina és la cosa que has fet que t'ha ajudat a entendre més els girs?

15) Quina utilitat creus que pot tenir el que has après sobre els girs en la vida de cada dia d'ara o quan siguis més gran?

LES ISOMETRIES: LES SIMETRIES

Les papallones són simètriques.	Simètriques respecte a...	
Quan et mires al mirall hi ha una simetria.	Simetria respecte a...	
Les teves dues mans són simètriques.	Simètriques respecte a...	
Un diàbolo és simètric.	Simètric respecte a...	
.....	Simètriques respecte a...	
.....	Simètriques respecte a...	
.....	Simètriques respecte a...	
.....	Simètriques respecte a...	
.....	Simètriques respecte a...	
.....	Simètriques respecte a...	
.....	Simètriques respecte a...	
.....	Simètriques respecte a...	
.....	Simètriques respecte a...	
.....	Simètriques respecte a...	

Afegeix al llistat anterior tots els casos que se t'acudin. També en pot posar alguns que tinguin els teus companys i companyes.

1) En tots els casos anteriors hi ha simetria, però:

Són totes les simetries del mateix tipus?

--

Què les diferencia?

--

Hi ha **figures que tenen simetria en elles mateixes**, com una papallona, unes tissors o unes ulleres, i **figures que són simètriques entre si**, com una cara i la seva imatge en un mirall, o les dues mans.

2) Completa aquestes dues llistes amb totes les coses que sàpigues:

Figures o coses amb simetria en elles mateixa	Figures o coses simètriques entre si
Papallona	Dues mans
Ulleres	Una cara i la seva imatge al mirall
Tisores	
Dibuix d'un avet	

3) La papallona, les ulleres, les tisores, les dues mans, la cara i la seva imatge al mirall... En tots els casos **hi ha simetria**.

Però sempre **les simetries són respecte a un eix**.

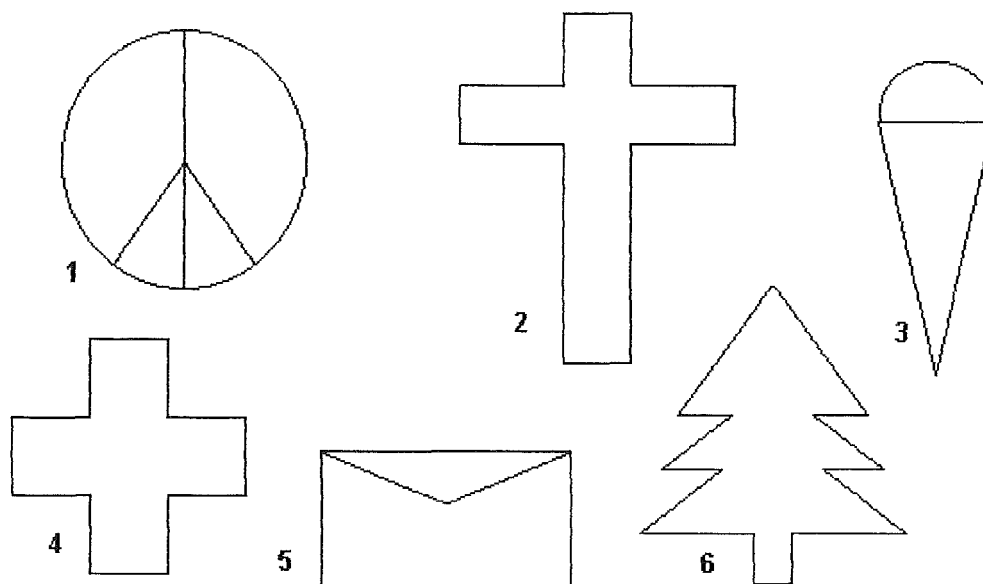
En les **figures que tenen simetria en elles mateixes**, l'eix passa per dintre d'elles.

En les **figures que són simètriques entre si**, l'eix passa per fora d'elles, passa entre elles.

Per això, per buscar o per fer una simetria, abans ens cal respondre a una pregunta:

- **Respecte a quin eix?**

4) Totes aquestes figures tenen simetries en si mateixes. Algunes fins i tot tenen més d'un eix! Pots localitzar els seus eixos de simetria? **No els dibuixis!**



Veus els eixos de simetria d'aquests dibuixos?

Existeixen els eixos?

Un **eix de simetria** no és una cosa, ni un dibuix, ni un plec, ni una línia, sinó que **és un lloc**, i per tant no és veu. De fet, els eixos de simetria no existeixen, són imaginaris.

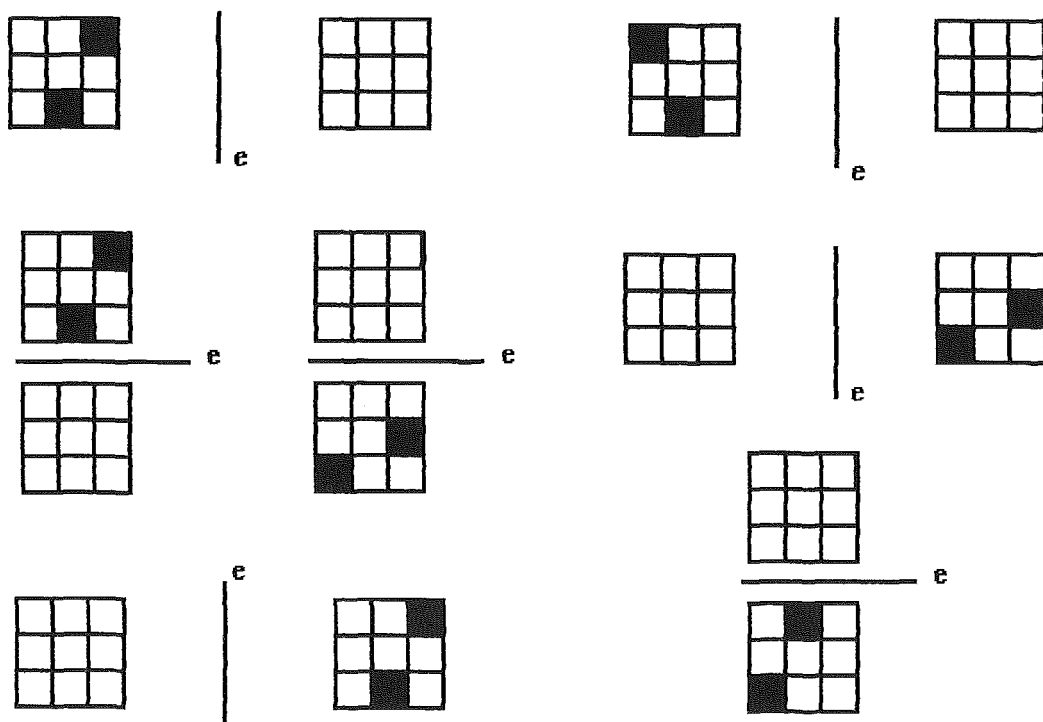
L'eix de simetria és el lloc per on pleguem les dues parts d'un dibuix, o dos dibuixos o coses, perquè coincideixin.

Ara bé, per entendre'ns, aquest lloc el representem amb una línia recta.

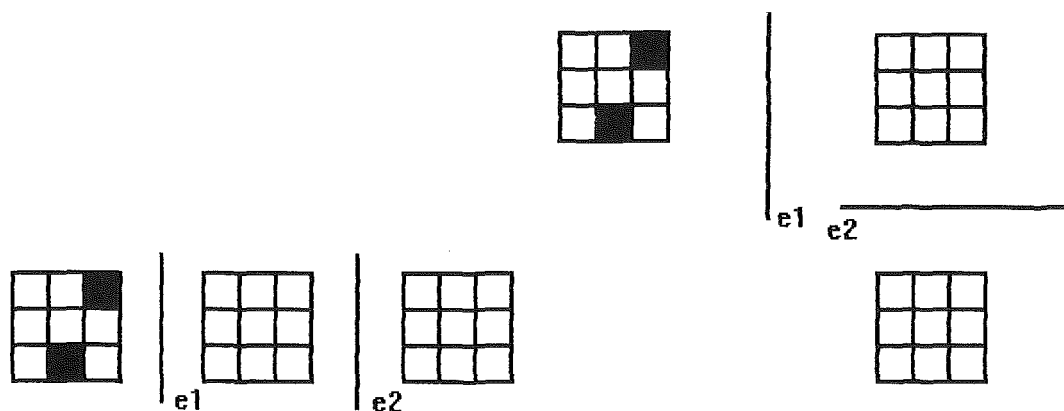
5) Busca els eixos de les figures anteriors i dibuixa les línies que els representen. Pots fer servir regla, compàs, un mirallet o el que vulguis.

Fitxa de pràctiques de simetries PS1 - Simetries amb la peça quadrada

1) Pinta el resultat d'aplicar una simetria a la **peça**, segons l'eix indicat, en els set casos següents:

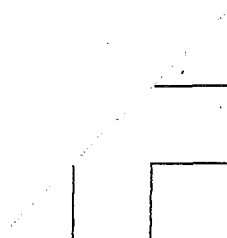
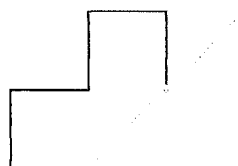
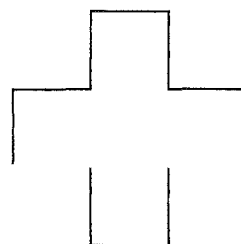
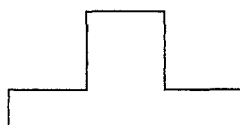
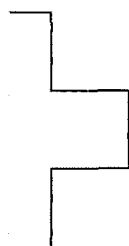
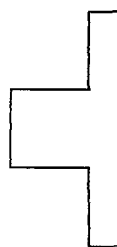
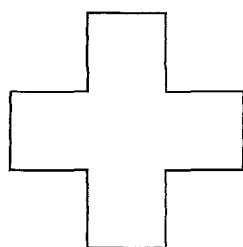
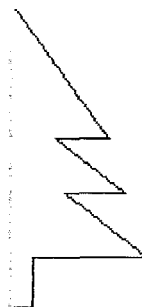
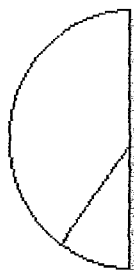


2) Pinta el resultat d'aplicar les simetries a la **peça**, segons els eixos indicats en els dos exercicis següents:



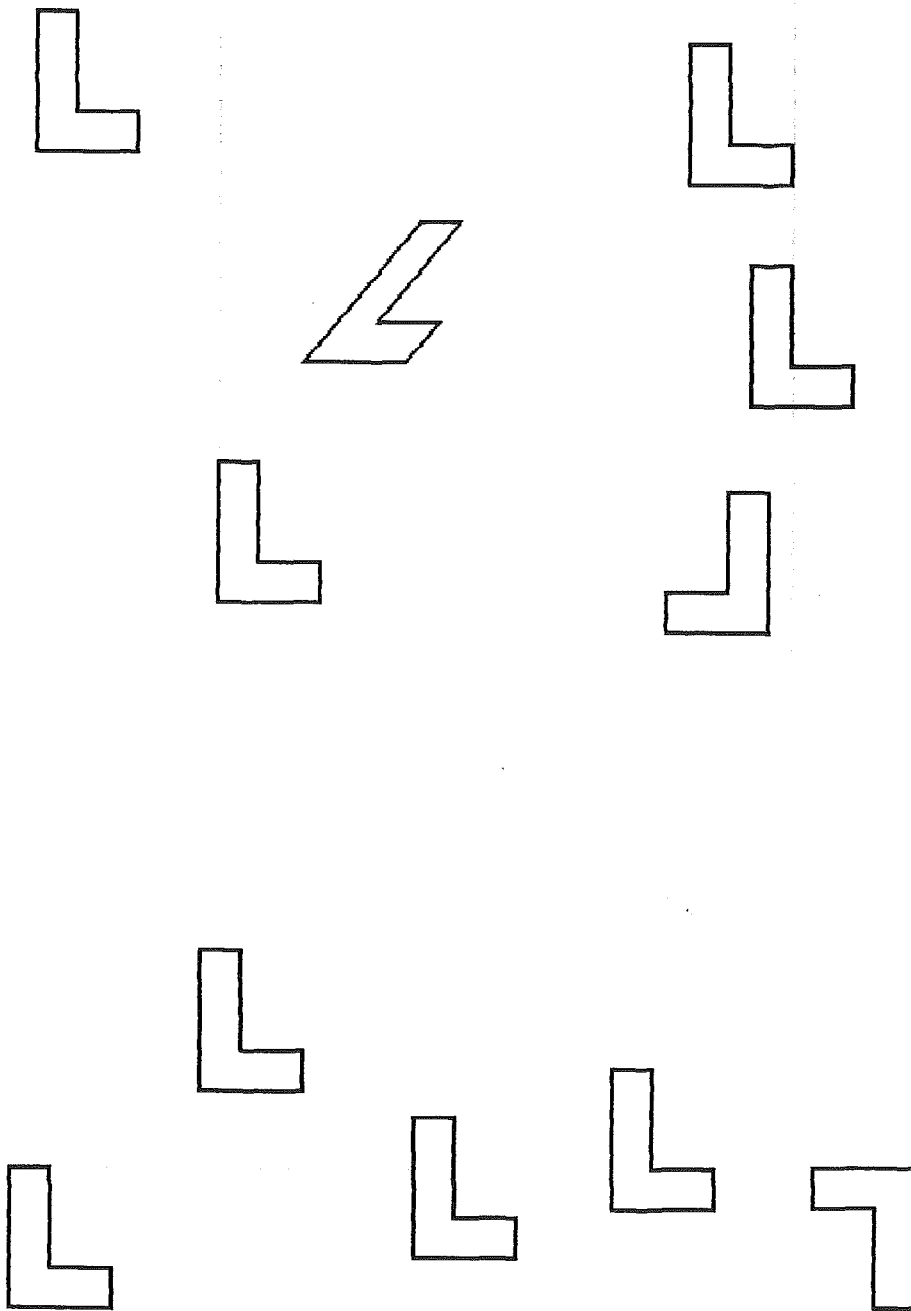
Fitxa de pràctiques de simetries PS2 - Simetries de figures

1) Dibuixa el resultat d'aplicar una simetria a cada figura segons els eixos assenyalats. Pots fer servir regle, escaire, compàs, un mirallet, un vidre per calcar, el plegat de paper, paper vegetal, paper carbó, o el que vulguis.

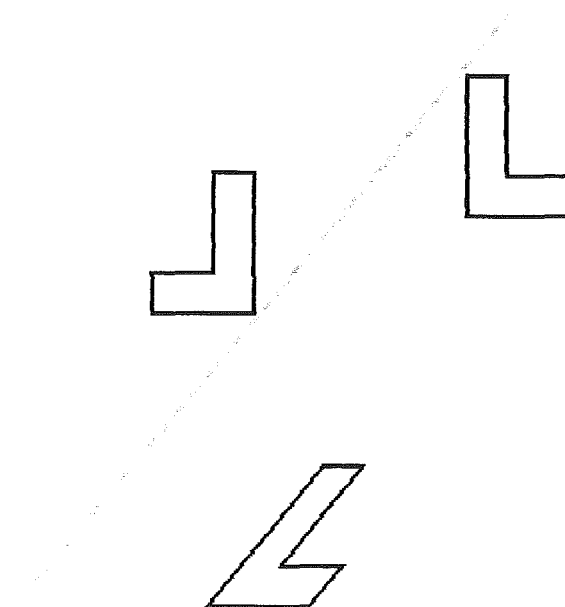


2) Les simetries d'aquestes figures t'aconsellem fer-les amb regla i escaire.

Una pista: La distància d'un punt d'una figura a l'eix de simetria ha de ser que la distància del punt simètric a l'eix.



En aquests casos et donem una pista: la distància d'un punt d'una figura a l'eix, sempre es calcula sobre un segment perpendicular a l'eix.



3) Respon:

En fer una simetria d'una figura:

- a) Canvia la forma?
- b) I els angles?
- c) I les longituds dels costats?
- d) Què canvia en fer una simetria?

4) Escriu alguna conclusió d'aquesta pràctica

--

Fitxa de pràctiques de simetries PS3 - Els eixos de simetria dels polígons

Agafa els 18 polígons que vas retallar en fer els exercicis de girs.

Amb cadascun d'ells has d'esbrinar i experimentar les següents qüestions i anotar les respostes a la **Taula resum de les simetries dels polígons**.

Pots fer servir llapis, regle, transportador, paper vegetal, paper carbó, paper quadriculat, vidre per calcar, un mirallet o el que tu vulguis.

Com s'ha d'omplir la taula?

Columna 1: Els polígons ja estan numerats.

Columna 2: Escriu el nom dels polígons. Pots mirar-los a la Taula resum dels girs dels polígons que vas omplir a la fitxa de pràctiques PG3.

Columna 3: Anota en número de costats.

Columna 4: Anota el nombre d'eixos de simetria té cada polígon. No te'n deixis cap!

Columna 5: Escriu si són polígons regulars o no

Columna 6: Anota les vegades que coincideix amb si mateix en girar 360° , segons vas experimentar a la fitxa PG3 i vas anotar a la **Taula resum dels girs dels polígons**.

Columna 7: Escriu si tenen centre o no.

Escriu els resultats de la teva experimentació a la **Taula resum de les simetries dels polígons**.

Recorda que algunes columnes les pots copiar de la **Taula resum dels girs dels polígons** que vas fer a la fitxa PG3.

Taula resum de les simetries dels polígons

Polígon núm.	Nom del polígon	Núm. de costats	Núm. d'eixos de simetria	És un polígon regular?	Vegades que coincideix	Té centre?
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						

En els polígons regulars, quina relació hi ha entre el nombre de costats, el d'eixos de simetria i el de vegades que coincideixen en girar 360°.

Com es diuen els eixos de simetria d'un cercle?

--

Fitxa de pràctiques de simetries PS4 - SIMETRIES AMB CABRI

1) Amb el menú **Creació** crea primer **dos punts** i després una **recta** que passi per ells.

Crea també un **triangle** assenyalant primer els seus vèrtexs amb el llapis a un costat de la recta dibuixada abans.

Amb l'opció **Anomenar** del menú **Modificació** anomena a la recta creada abans **e**, i als vèrtexs del triangle, **A**, **B** i **C**.

Amb l'opció **Punt simètric** del menú **Construcció**, construeix tres **punts simètrics** als vèrtexs A, B i C del triangle, respecte a la recta **e**.

Què representa aquesta recta **e**?

--

2) Crea tres segments que uneixin aquests tres nous punts formant un triangle.

Seguint el mateix procediment d'abans anomena aquests punts A', B' i C'. Al punt simètric d'A l'anomenem A', el de B, B' i al de C, C'.

Agafa el vèrtex A, mou-lo i respon a aquestes qüestions.

Què li passa al punt A'?

Què passa amb el punts B i C?

I amb els punts B' i C'?

Què li passa a l'eix **e**?

Què li passa al triangle A'B'C'?

Com són els triangles ABC i A'B'C'?

Respecte a què?

Fes proves i escriu alguna cosa que hakis descobert tu sol o sola.

3) Mou ara els vèrtex B i C per separat i observa què passa. Explica-ho aquí:

Fes que algun d'aquest vèrtex A, B o C, toqui a l'eix e i el travessi, o sigui, "passi a l'altre costat" i anota les conclusions:

Què passa si mous els vèrtexs A', B' i C'?

Perquè?

Mou l'eix e agafant un dels seus punts.

Què passa?

4) Amb l'opció **Mesurar** del menú **Altres**, mesura les **longituds** dels costats AB, BC, CA, A'B', B'C' i C'A', Dibuixa els **angles** CAB i C'A'B' amb l'opció **Determinar un angle** del menú **Altres**, i **mesura'ls**.

Analitza què passa quant mous el vèrtex A, el B, el C i l'eix e, i treu-ne conclusions