

# Capítulo 7

## Modulación compleja sumando pantallas de transmisión.

### Configuración de Mach-Zehnder

En los capítulos anteriores se ha mostrado la posibilidad de usar la combinación de dos pantallas de cristal líquido para representar información compleja, primero multiplicando la información separada en la amplitud y la fase (capítulo 5) y luego sumando la información separada en parte real y parte imaginaria (capítulo 6). Estos métodos son realizables cuando las pantallas que se utilizan presentan unas características de modulación que permiten representar las distintas partes de la función compleja que han de mostrarse. A continuación estudiamos la utilización de distintas configuraciones de las pantallas para la obtención de modulación compleja completa mediante la suma de dos pantallas.

#### 7.1. Números complejos como combinación de dos fases

Como hemos visto, un número complejo se puede representar de distintas formas, habitualmente se presenta como suma de las partes real e imaginaria o como el producto de amplitud y fase:

$$z = a + ib = Ae^{i\theta} \quad (7.1)$$

Un modo alternativo de representar un número complejo es como la suma de dos fases, esto es posible si se cumple que el módulo del número complejo es menor que dos (ya que se realiza mediante la suma de dos números con módulo uno), así tene-

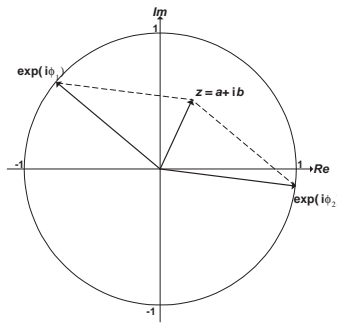


Figura 7.1: Ejemplo gráfico de la suma de dos fases para obtener un número en el plano complejo

mos:

$$z = e^{i\phi_1} + e^{i\phi_2} \tag{7.2}$$

Podemos comprobar la posibilidad de esta relación mediante la relación para un número complejo  $z$  entre las dos fases  $\phi_1$  y  $\phi_2$  de la ecuación (7.2) y la parte real e imaginaria de la ecuación (7.1), para ello desarrollamos la expresión (7.2) como una suma de senos y cosenos,

$$z = (\cos \phi_1 + \cos \phi_2) + i(\sin \phi_1 + \sin \phi_2) \tag{7.3}$$

si separamos y desarrollamos las partes real e imaginaria obtenemos,

$$\begin{aligned} a &= \cos \phi_1 + \cos \phi_2 = 2 \cos\left(\frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\right) \\ b &= \sin \phi_1 + \sin \phi_2 = 2 \sin\left(\frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\right) \end{aligned} \tag{7.4}$$

y dividiendo la parte imaginaria entre la parte real,

$$\frac{b}{a} = \tan\left(\frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right) \tag{7.5}$$

Por otra parte si elevamos al cuadrado las partes real e imaginaria y las sumamos obtenemos,

$$\begin{aligned} a^2 &= \cos^2 \phi_1 + \cos^2 \phi_2 + 2 \cos \phi_1 \cos \phi_2 \\ b^2 &= \sin^2 \phi_1 + \sin^2 \phi_2 + 2 \sin \phi_1 \sin \phi_2 \end{aligned} \tag{7.6}$$

$$\begin{aligned}
 a^2 + b^2 &= 2 + 2(\cos \phi_1 \cos \phi_2 + \sin \phi_1 \sin \phi_2) = \\
 &= 2 + 2 \cos(\phi_1 - \phi_2) = 4 \cos^2\left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\right)
 \end{aligned}
 \tag{7.7}$$

Finalmente de la combinación de las ecuaciones (7.5) y (7.7) podemos obtener las relaciones para calcular las fases que sumadas dan el número complejo, a partir de sus partes real e imaginaria:

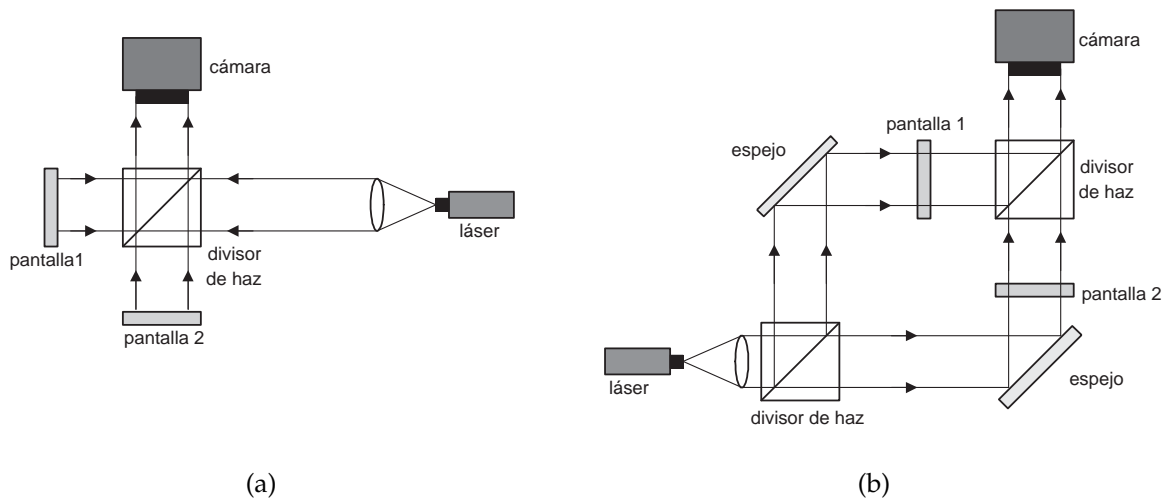
$$\begin{aligned}
 \phi_1 &= \arctan \frac{b}{a} + \arccos \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{4}} \\
 \phi_2 &= \arctan \frac{b}{a} - \arccos \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{4}}
 \end{aligned}
 \tag{7.8}$$

Estas fases también se pueden expresar en función de la amplitud y la fase del número complejo a representar:

$$\begin{aligned}
 \phi_1 &= \theta + \arccos \frac{A}{2} \\
 \phi_2 &= \theta - \arccos \frac{A}{2}
 \end{aligned}
 \tag{7.9}$$

## 7.2. Suma de las ditribuciones mostradas en dos pantallas de cristal líquido

Así, una función compleja puede ser representada como la suma de dos funciones de solo fase. Esto permite presentar información compleja, como los hologramas de Fresnel, mediante la suma de fases, en lugar de utilizar las partes real e imaginaria. Por tanto, se puede obtener modulación compleja mediante la suma de las modulaciones de dos pantallas. Dependiendo del modo de funcionamiento de las pantallas el montaje será diferente. Para pantallas de reflexión el montaje es como el del capítulo anterior, una configuración similar al interferómetro de Michelson, que obtiene la suma de los frentes de onda representados en las dos pantallas mediante un divisor de haz, como se muestra en el esquema de la figura 7.2(a). En el caso de pantallas de transmisión se debe utilizar una arquitectura diferente, similar a la de un interferómetro de Mach-Zehnder, con dos divisores de haz y dos espejos para realizar la suma de los dos frentes de onda, como se muestra en el esquema de la figura 7.2(b). Con estos montajes se obtiene la suma de la propagación de los frentes de onda mostrados en las dos pantallas, si lo que se desea obtener es la suma de la información



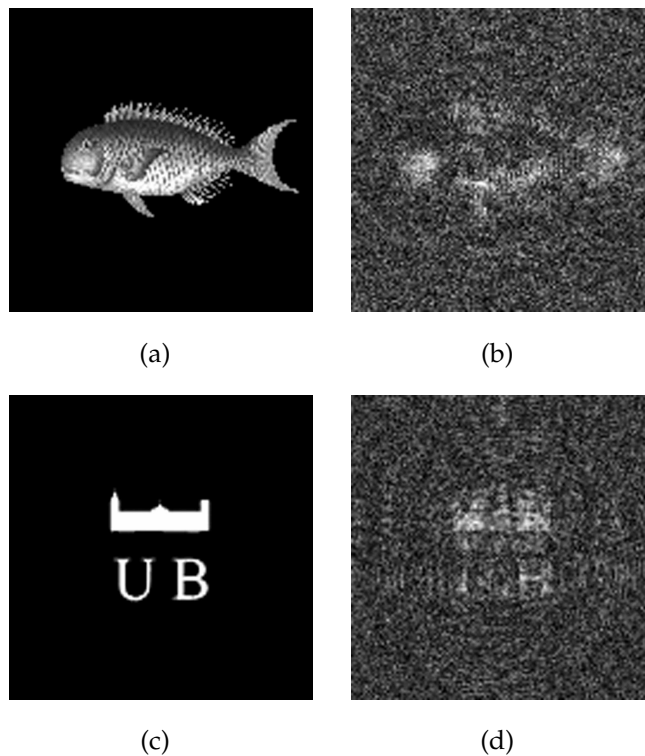
**Figura 7.2:** Esquemas de montaje para obtener la suma de dos pantallas (a) de reflexión (b) de transmisión

directamente representada en los moduladores hay que utilizar un sistema de lentes, antes de la cámara, para formar la imagen, por ejemplo un sistema  $4f$ .

En nuestro caso utilizaremos las pantallas de transmisión VGA que vimos en el capítulo 4. Estas pantallas no cuentan con una configuración solo de fase ideal, con una modulación continua entre  $0$  y  $2\pi$  y amplitud  $1$ , por tanto a la hora de representar las dos fases que sumadas dan la información compleja surge un problema, ya que los valores de fase obtenidos se deben ajustar a los valores que los dispositivos pueden representar. Así, los valores mostrados en las dos pantallas no se corresponden exactamente con los valores de fase que sumados dan la función compleja que se quiere representar y la información que se obtiene será ruidosa e inexacta. Esto se puede ver si utilizamos la configuración de casi fase PM de las pantallas de transmisión VGA (figura 4.7) para ajustar las dos fases que representan la información compleja de un holograma de Fresnel que reconstruye la imagen de  $128 \times 128$  del pez o del logo de la UB (figura 6.4) a  $849$  mm. Para ello primero retropropagamos la imagen con el objeto original mediante la transformada de Fresnel y la distribución compleja que se obtiene se separa en la suma de dos fases mediante la ecuación 7.8. Cada fase es ajustada a la curva PM por mínima distancia euclídea, los valores de entrada son normalizados entre los valores de amplitud máxima y mínima de la curva, y a estos valores normalizados se les busca el valor de la configuración más cercano, obteniendo así los niveles de gris que han de ser mostrados en las pantallas y la distribución compleja



que se obtiene con esta configuración. En la figura 7.3 se muestran las reconstrucciones de la amplitud para el pez y el logo de la UB utilizando la suma de las dos fases sin ajustar (figuras 7.3(a) y (c)) y ajustadas a la curva PM (figuras 7.3(b) y (d)). Al usar la suma de dos fases, las reconstrucciones que se obtienen son prácticamente indistinguibles de las ideales, con un error RMS entre la imagen original y la obtenida sumando la propagación de las dos fases de solo 0.37 en el caso del pez y 0.21 en el del logo. En cambio al realizar el ajuste a la curva PM, que no tiene una modulación de fase de  $2\pi$  e introduce valores de amplitud, las reconstrucciones que se obtienen son muy ruidosas con un error RMS de 72.49 para el pez y 67.55 para el logo, ya que los valores de fase que representan el holograma se ven alterados al realizar el ajuste a la curva.



**Figura 7.3:** Imágenes de las amplitudes reconstruidas a 849 mm usando la suma de dos fases: (a) del pez ideales, (b) del pez ajustadas a la curva PM, (c) del logo ideales y (d) del logo ajustadas a la curva PM

Dado que al ajustar las fases a la configuración de casi fase los valores complejos que se obtienen tras efectuar la suma son distintos de los que permiten una reconstrucción correcta del holograma hay que plantearse otro método para ajustar los valores a las pantallas que tenga en cuenta las características de modulación de los dispositivos que se van a emplear. Una alternativa es la de considerar directamente los valores

complejos de la distribución que se quiere representar y ajustarlos a la suma de las configuraciones de las dos pantallas, sin separarlos antes en la suma de dos fases, de forma similar a como se hizo en el capítulo 5 en el caso de la amplitud y la fase. De esta forma se mantiene la idea de conseguir un número complejo como combinación de otros dos números complejos usando la suma que se obtiene de las dos pantallas, pero en este caso los números complejos que se suman deben pertenecer a las curvas de modulación ( $CM$ ) de las pantallas en la configuración que se haya seleccionado:

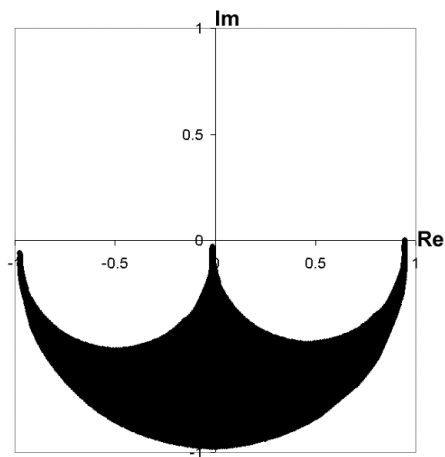
$$z \simeq z_1 + z_2 \quad \text{donde} \quad z_1 \in CM_1 \quad \text{y} \quad z_2 \in CM_2 \quad (7.10)$$

Así cada pantalla puede trabajar en una configuración determinada, de forma que si se suman las curvas de las dos configuraciones (todos los puntos con todos los puntos) se obtiene una nueva curva, que cubre más zona del plano complejo que las anteriores por separado. Entonces los valores de entrada se ajustan con el método de mínima distancia euclídea a esta nueva configuración densa.

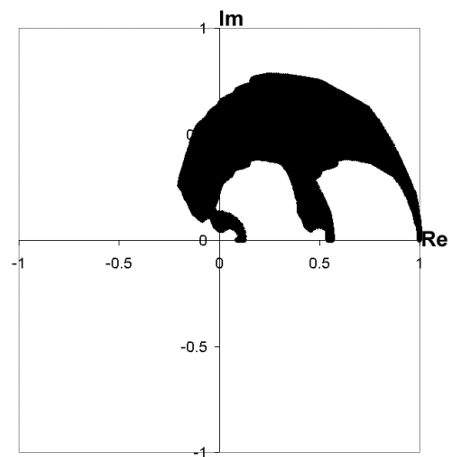
### 7.3. Ajuste a la suma de configuraciones

Para comparar las dos técnicas, el ajuste por separado de las dos fases o el ajuste de la distribución compleja a la suma de las configuraciones de los dos moduladores, utilizaremos las curvas de las pantallas de transmisión VGA que vimos en el capítulo 4, la curva HC de alto contraste (figura 4.6), la curva PM de casi fase (figura 4.7) y la curva SP de casi fase  $0 - \pi$  (figura 4.9). Combinando estas tres curvas podemos obtener las seis configuraciones densas que se muestran en la figura 7.4, que se obtienen sumando dos de las curvas, de forma que cada punto de la primera curva se suma uno a uno con todos los de la segunda curva.

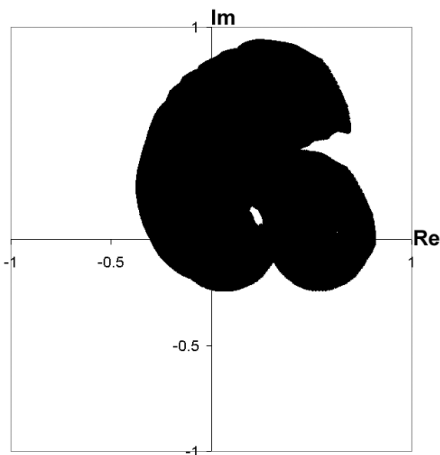
Para probar el ajuste utilizando estas curvas utilizamos de nuevo la distribución test que representa el plano complejo unidad (figura 5.10(a)). Esta distribución se ajusta a cada una de las curvas densas de la figura 7.4, obtenidas sumando dos curvas de las pantallas VGA. En las figuras 7.5 y 7.6 se muestran las imágenes de la amplitud, la fase, la parte real y la parte imaginaria de la distribución ajustada con las distintas configuraciones. Los resultados más alejados de la distribución ideal se obtienen con las curvas HC+HC y SP+SP, que son las curvas que cubren menos zona del plano complejo y de forma menos uniforme. Las otras curvas combinadas dan resultados más próximos a la distribución ideal, desde la curva PM+HC, que cubre el plano



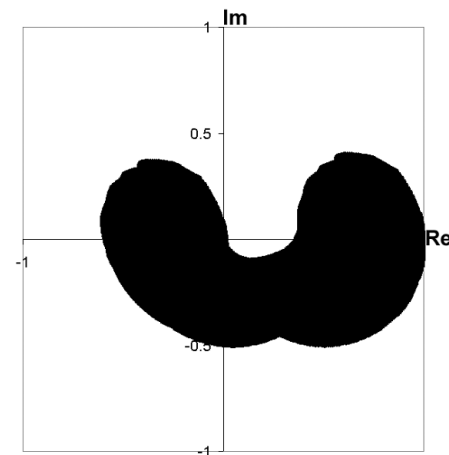
(a) SP+SP



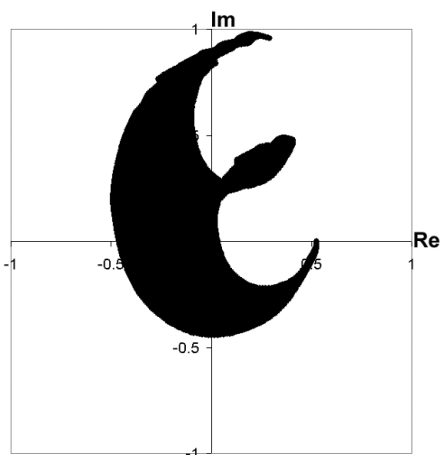
(b) HC+HC



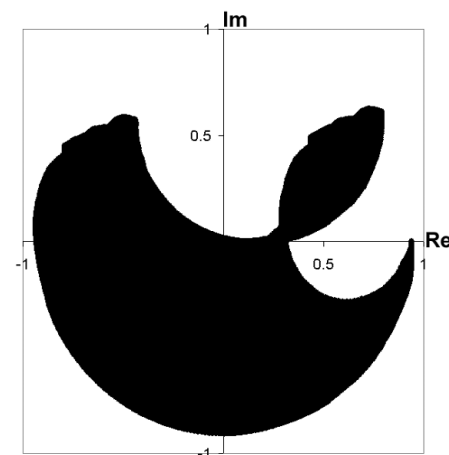
(c) PM+HC



(d) SP+HC

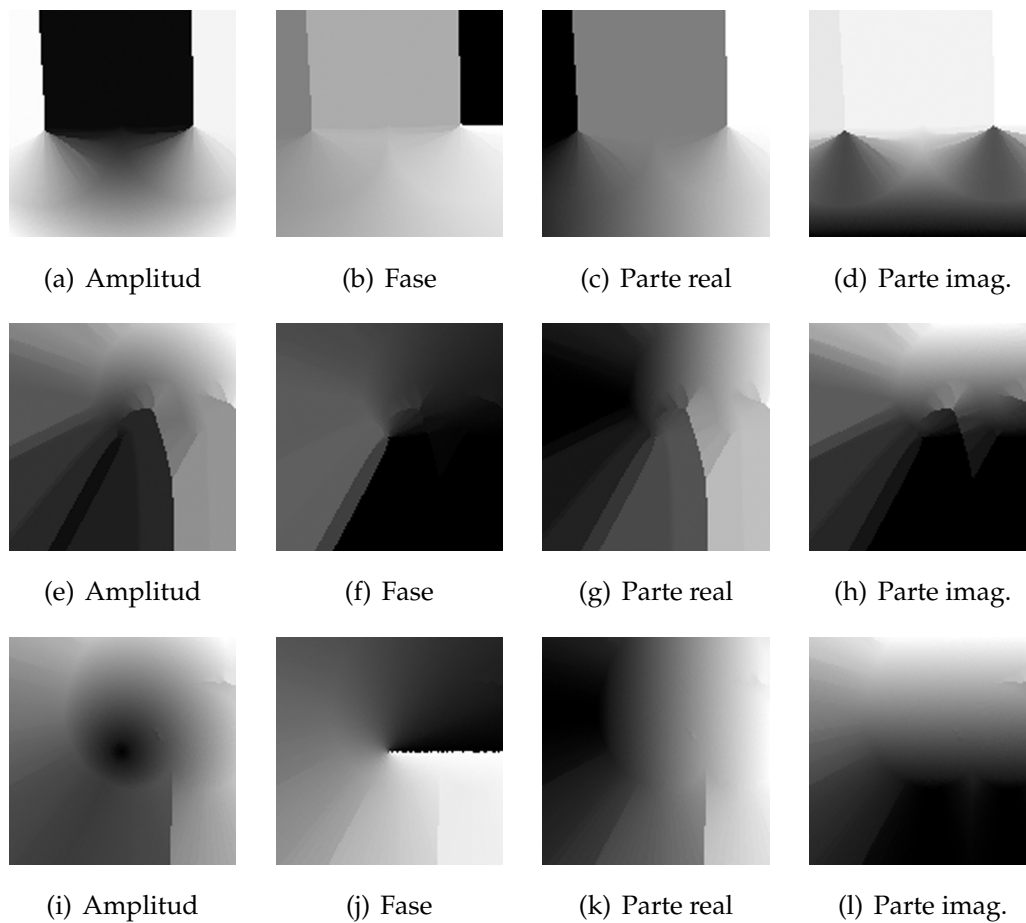


(e) PM+PM



(f) PM+SP

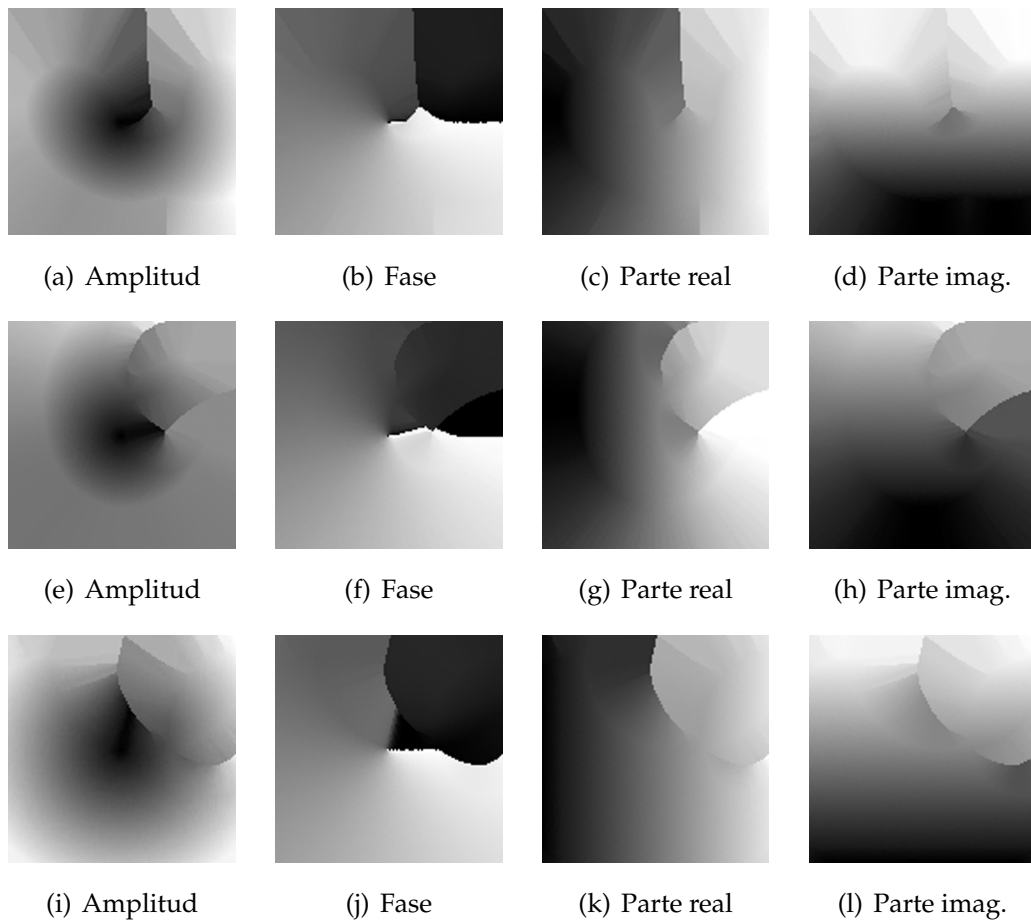
**Figura 7.4:** Curvas densas con los valores accesibles obtenidos al sumar dos configuraciones de las pantallas de transmisión



**Figura 7.5:** Imágenes de la distribución del plano complejo unidad ajustadas a una curva suma de dos pantallas: (a)-(d) SP+SP, (e)-(h) HC+HC y (i)-(l) PM+HC

densamente pero solo en una zona, hasta la curva PM+SP, que es la que más zona del plano complejo cubre, dejando solo un espacio en el primer cuadrante sin representar, como se puede apreciar en las imágenes del plano unidad ajustado.

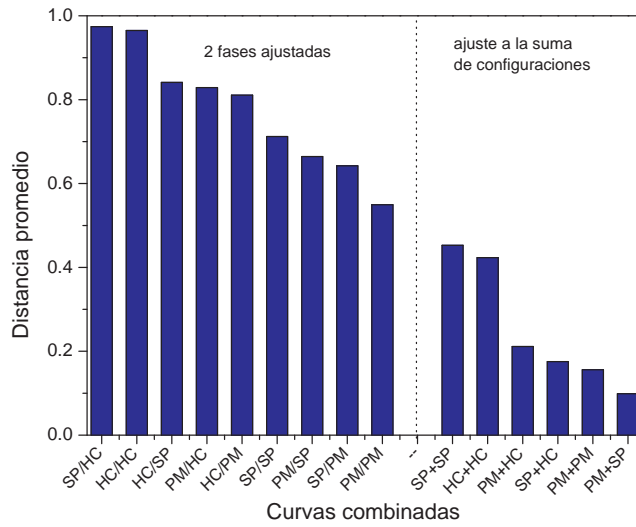
Un resumen de estos resultados se puede ver en los gráficos de la figura 7.7. En el gráfico (a) se muestran la distancia promedio entre los puntos del plano complejo unidad ideal y el ajustado con las distintas curvas y en la gráfica (b) los errores RMS entre las imágenes de las distintas partes de la distribución ideal y las imágenes de las partes ajustadas. Los resultados para los ajustes a las curvas combinadas se muestran en la parte derecha de los gráficos, en la parte izquierda se muestran los resultados de representar el plano complejo mediante la suma de las dos fases en las que éste se puede separar. Para ello primero se calculan estas dos fases para el plano complejo mediante la fórmula de la ecuación 7.8 y cada fase es ajustada a una de las tres curvas



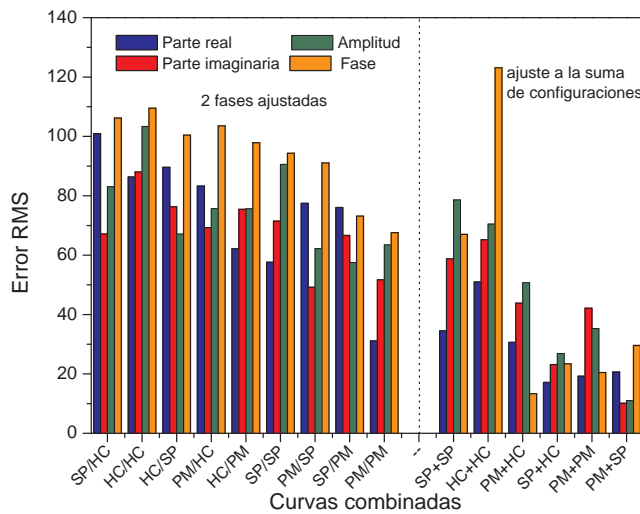
**Figura 7.6:** Imágenes de la distribución del plano complejo unidad ajustadas a una curva suma de dos pantallas: (a)-(d) SP+HC, (e)-(h) PM+PM y (i)-(l) PM+SP

de las pantallas de transmisión (PM, SP y HC). Sumando las dos fases ajustadas tenemos nueve combinaciones posibles, cuyos resultados para la distancia promedio y el error RMS entre las imágenes de las distintas partes se muestran a la izquierda de los gráficos de la figura 7.7, donde en el eje de ordenadas se indica primero la curva de ajuste de la primera fase y después la curva de ajuste de la segunda fase.

Como se puede observar, los resultados obtenidos cuando se ajustan las fases por separado son peores que cuando se ajusta directamente la distribución compleja a una curva combinada, ya que los valores que pueden ser modulados por las pantallas difieren de los valores de las fases calculadas teóricamente. De los resultados de la parte izquierda de los gráficos vemos que los peores ajustes se obtienen al utilizar las curvas HC y SP, que son las que menos modulación de fase proporcionan. Mejores resultados se obtienen si las fases se ajustan a la curva PM, que proporciona



(a)



(b)

**Figura 7.7:** Gráficos para la distribución del plano complejo unidad: (a) de la distancia media entre la distribución ideal y la ajustada con las distintas combinaciones de curvas y (b) error RMS entre las imágenes de amplitud, fase, parte real y parte imaginaria ideales y las ajustadas con los distintos métodos

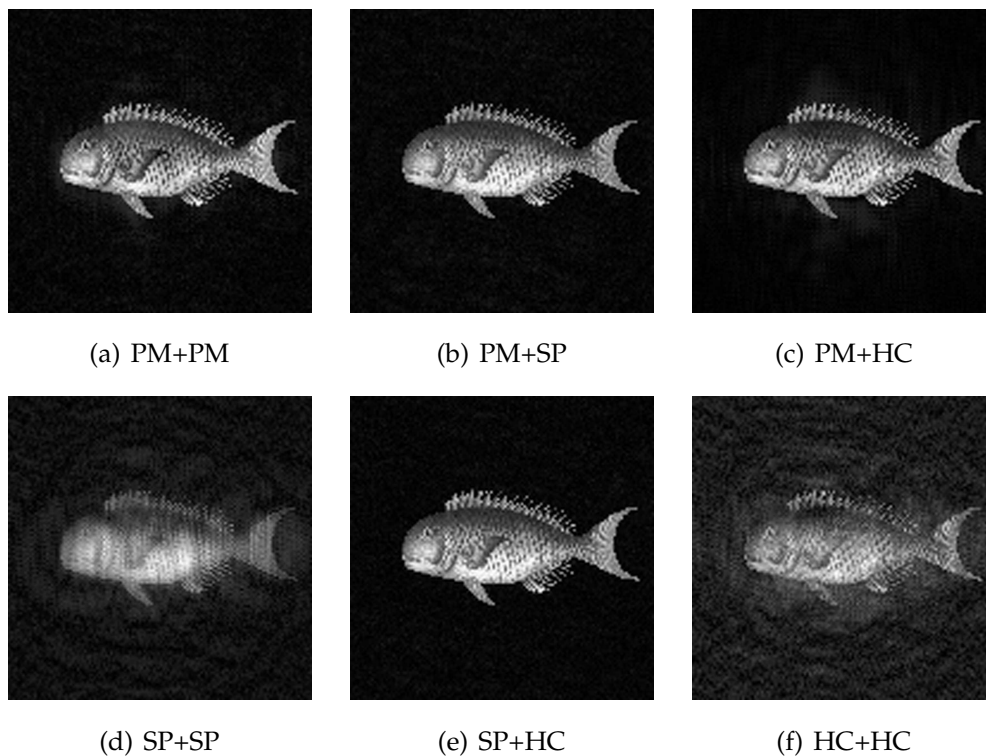
mayor modulación de fase con menos variación en la amplitud. Utilizando la curva PM junto a la HC se tienen peores ajustes que usando la PM junto a la SP, ya que la

configuración HC introduce más modulación en la amplitud que la configuración SP, aunque ambas tienen una modulación de fase similar. En cuanto al uso de las curvas combinadas, como hemos dicho anteriormente, los errores más bajos se obtienen para las curvas PM+PM y PM+SP, cuyos valores se distribuyen más uniformemente sobre el plano complejo, mientras que los valores de error más alto son los que se obtienen al utilizar las curvas SP+SP y HC+HC, en la que los puntos accesibles se hallan concentrados en una zona reducida del plano.

El método de ajustar la distribución compleja a una curva obtenida de la suma de las configuraciones de dos pantallas también es aplicable en el caso de los dispositivos ferroeléctricos BNS y las curvas real e imaginaria, que vimos en el capítulo anterior. En este caso la curva densa representa todo el plano complejo, ya que las configuraciones para la parte real y la parte imaginaria cubren perfectamente los dos ejes, que al ser sumados, todos los puntos con todos los puntos, componen el plano complejo. Así los resultados del ajuste que se obtienen son prácticamente ideales. muy similares a los que se obtiene al sumar las partes real e imaginaria ajustadas por separado a sus correspondientes curvas. Así que en el caso de las pantallas de reflexión el usar el ajuste a la curva sumada no tiene mucho interés, ya que se obtienen resultados similares, pero el tiempo de cálculo aumenta considerablemente, ya que se pasa de ajustar por separado las partes real e imaginaria de la distribución compleja a una curva con 256 valores a ajustar la misma distribución a una curva, en este caso con  $256^2$  valores.

## 7.4. Resultados simulados

Como hemos visto, el método que emplea el ajuste a las curvas combinadas, obtenidas mediante la suma de las configuraciones de dos pantallas, da mejores resultados que el método que ajusta las fases por separado. Por tanto utilizaremos estas curvas combinadas para realizar las simulaciones de la reconstrucción de hologramas de Fresnel utilizando la suma de dos pantallas con configuraciones diferentes de la solo real o solo imaginaria, que se vieron en el capítulo anterior. Los objetos que utilizamos para realizar las simulaciones vuelven a ser el pez y la imagen del logo de la UB (figura 6.4), estos objetos se retropropagan con la transformada de Fresnel una distancia de 849 mm, considerando una longitud de onda de 632.8 nm y un tamaño de píxel de  $42 \mu\text{m}$ . De esta forma obtenemos la distribución compleja del holograma, que ajustamos a las distintas curvas combinadas, y finalmente propagando de nuevo

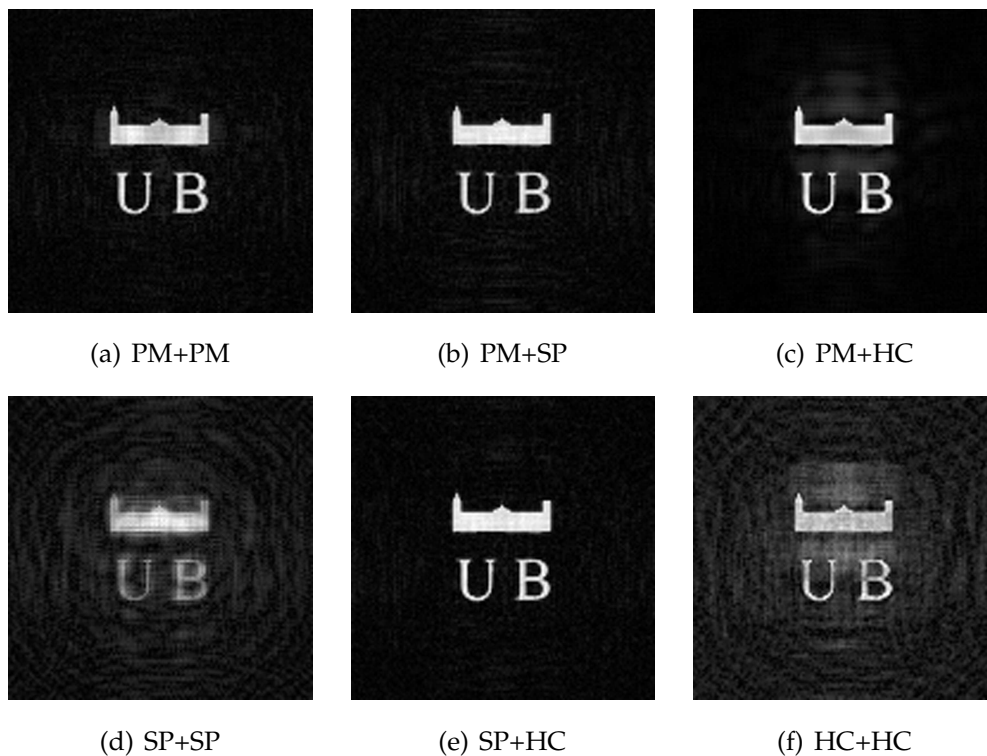


**Figura 7.8:** Imágenes de la amplitud del pez reconstruido a 849 mm utilizando el ajuste a una de las curvas combinadas

este resultado una distancia de 849 mm obtenemos las reconstrucciones de los objetos.

En las figuras 7.8 y 7.9 se pueden ver las amplitudes reconstruidas del pez y del logo utilizando las distintas curvas combinadas para realizar el ajuste. Como era de esperar la mejor reconstrucción se obtiene con la curva PM+SP, que es la que más densamente cubre el plano complejo. Utilizando las curvas SP+HC y PM+PM también se obtienen unas reconstrucciones muy similares al objeto original, ya que estas curvas, aunque menos densas, tienen los valores distribuidos en una zona amplia, representando valores en todos los cuadrantes del plano complejo. Algo similar ocurre con la curva PM+HC, que también da una reconstrucción aceptable, aunque algo más ruidosa, ya que los valores de la curva cubren una zona densa pero más localizada dentro del plano complejo. Por último, las reconstrucciones más ruidosas se obtienen al utilizar las curvas HC+HC y SP+SP, que son las que cubren el plano complejo menos densamente, limitando los puntos a solo dos cuadrantes, para la parte imaginaria positiva en el caso de la configuración HC+HC y para la parte imaginaria negativa en el caso de la SP+SP. Estos resultados se pueden ver resumidos en la figura 7.10, don-



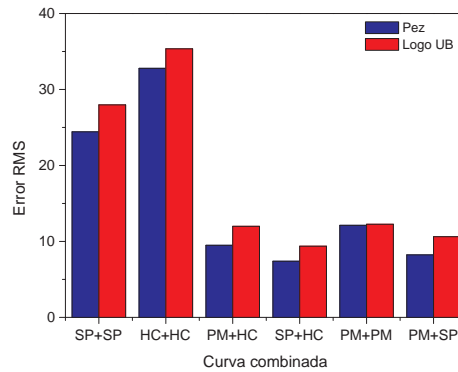


**Figura 7.9:** Imágenes de la amplitud del logo de la UB reconstruido a 849 mm utilizando el ajuste a una de las curvas combinadas

de se presenta un gráfico con los errores RMS entre las imágenes de las amplitudes reconstruidas, usando el ajuste a las diferentes curvas combinadas, y las imágenes del objeto ideal. De todas formas se puede observar que estas reconstrucciones son menos ruidosas que las que se obtenían utilizando solo una de las pantallas de transmisión, como se vio en el capítulo 5 (figura 5.4).

#### 7.4.1. Evaluación del método al propagar el holograma

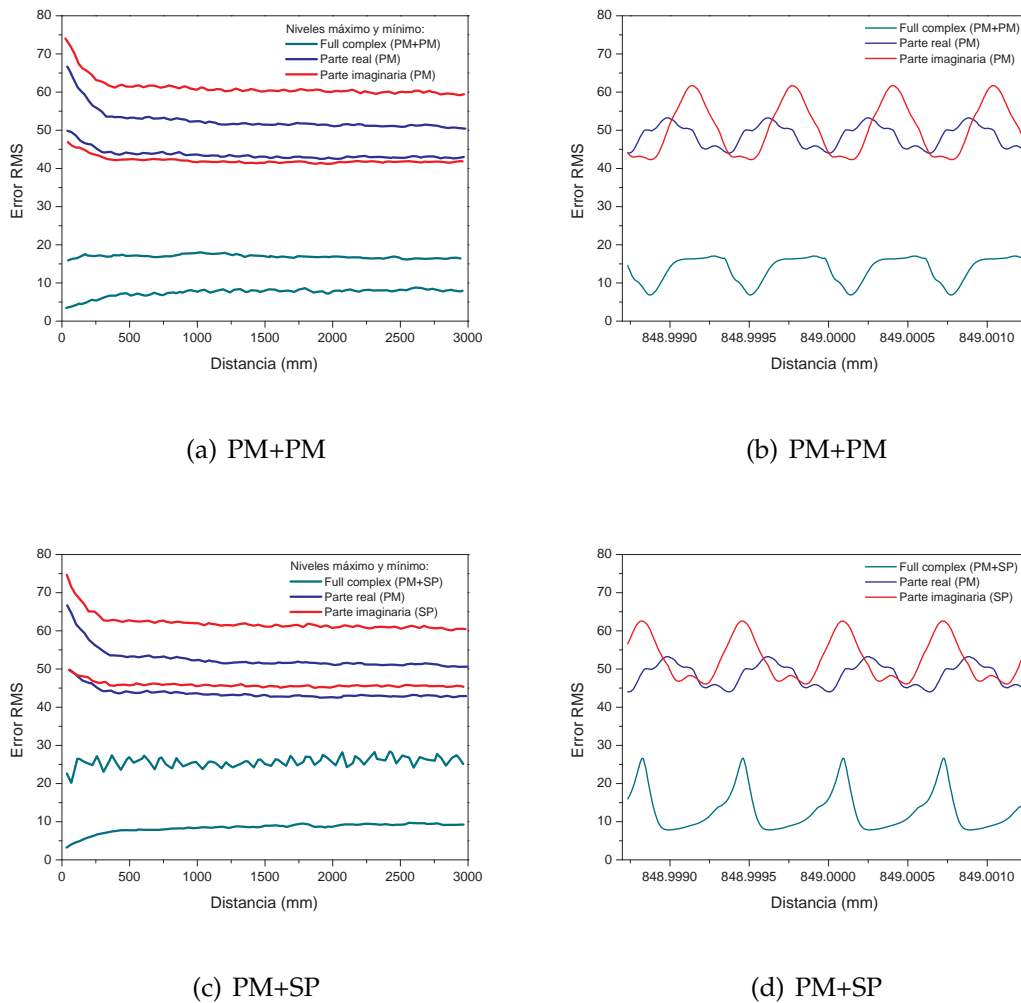
Para analizar la modulación compleja completa utilizando el ajuste a las distintas curvas combinadas, obtenidas con la suma de dos pantallas, de nuevo calculamos los errores RMS entre las amplitudes reconstruidas y las ideales. En este caso solo se muestran los resultados para las reconstrucciones de la imagen del pez, ya que la relación con los resultados para la imagen del logo de la UB es similar a la que se ha visto en los capítulos anteriores. En las figuras 7.11, 7.12 y 7.13 se muestran los resultados obtenidos primero variando la distancia de reconstrucción  $d$  entre 0 y 3000 mm (2000 puntos) y luego para distancias en una zona  $2\lambda$  alrededor de los 849 mm (500 puntos),



**Figura 7.10:** Gráfico del error RMS entre las imágenes de amplitud del pez y del logo ideales y las de las reconstrucciones a 849 mm ajustadas con las curvas combinadas

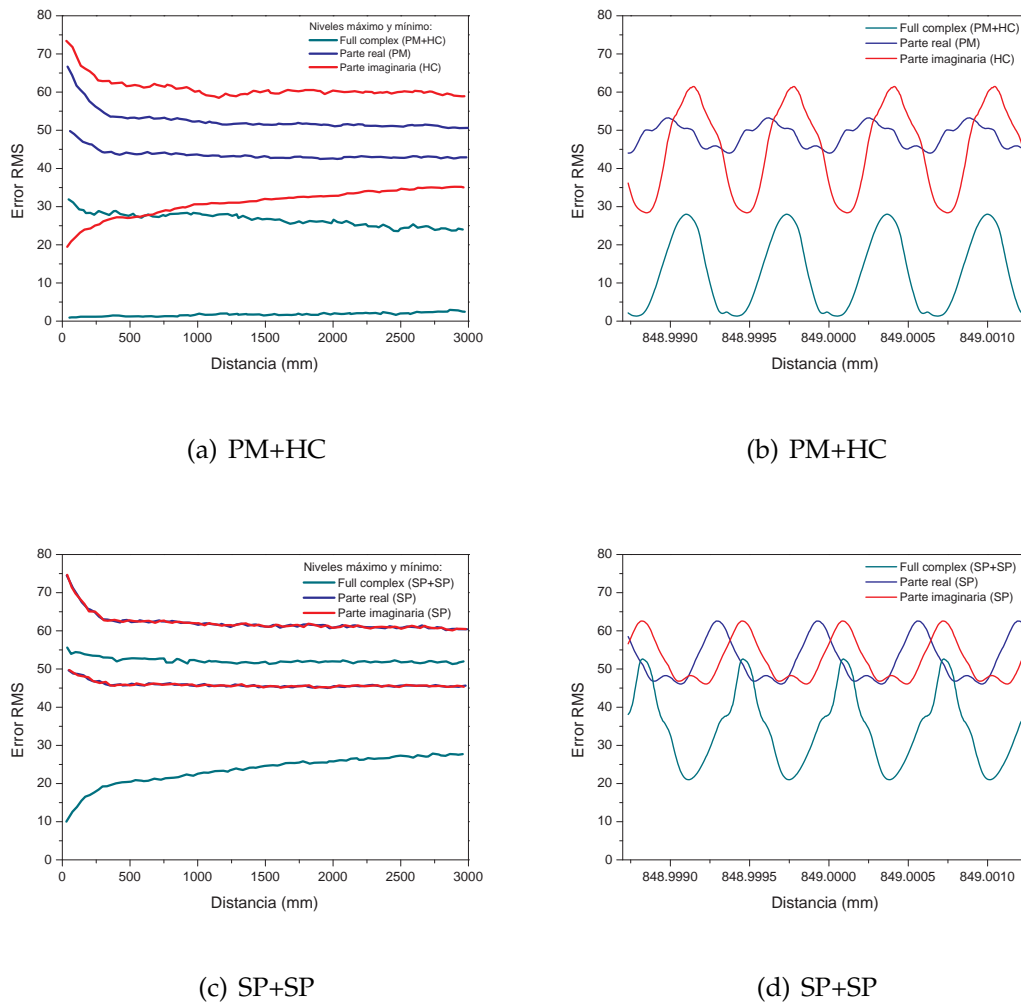
que es la distancia de reconstrucción utilizada en este capítulo. La imagen utilizada es de  $128 \times 128$  píxeles de  $42 \mu\text{m}$  de tamaño y la longitud de onda de 632.8 nm. En este caso primero se retropropaga el objeto a una distancia  $-d$  y la distribución compleja que se obtiene se ajusta a una de las curvas combinadas. Esta distribución ajustada se propaga de nuevo una distancia  $d$ , con lo que se obtiene la amplitud reconstruida que se compara con la del objeto original. También se muestran los resultados de ajustar solo la parte real o la parte imaginaria a una de las configuraciones de las pantallas que se utilizan para realizar la suma, que muestran como estas pantallas no son adecuadas para representar la información real o imaginaria, y por tanto no permiten realizar una representación compleja completa correcta utilizando el mismo método que en el capítulo anterior.

En todos los casos podemos ver que los errores de las reconstrucciones que se obtienen oscilan entre las dos zonas representadas en los gráficos. Para las curvas PM+SP, SP+HC y PM+PM el comportamiento es parecido, las zonas de mínimo y máximo error son similares para las distintas distancias. En el caso de la curva PM+HC se obtiene el menor error en las reconstrucciones, aunque la zona de máximo error es algo más alta que en los casos anteriores. Con las curvas HC+HC y SP+SP se obtienen los peores resultados, la zona del error mínimo es mayor que en los otros casos, y la zona de error máximo supera el error mínimo que se obtiene ajustando solo parte de la distribución compleja a una sola pantalla. Excepto en estos dos últimos casos, la zona de error máximo se mantiene por debajo de los errores que se obtienen utilizando solo una parte de la información compleja sin ajustar, que se mostraron para



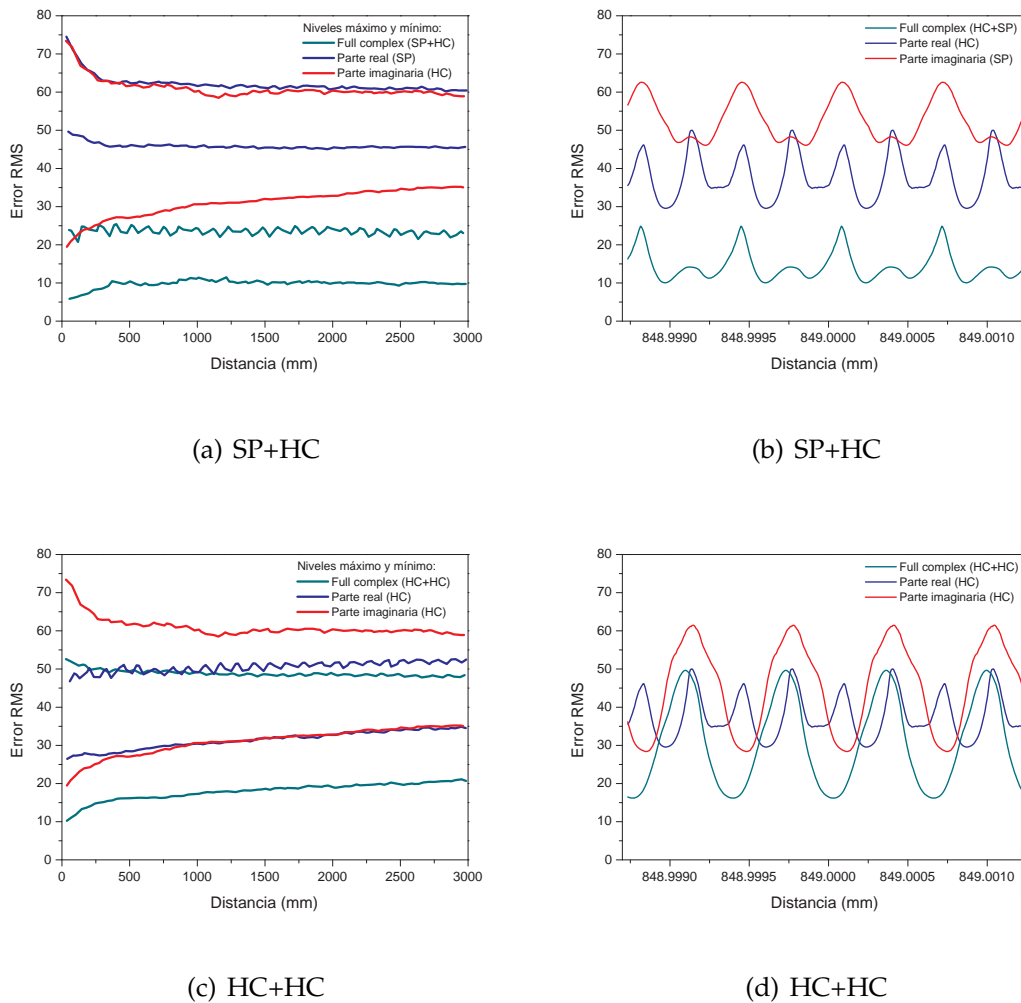
**Figura 7.11:** Gráficos del error RMS para las reconstrucciones del pez utilizando las curvas combinadas PM+PM y PM+SP: (a) y (c) de 0 a 3000 mm; (b) y (d) detalle distancia  $2\lambda$  alrededor de 849 mm

el caso ideal en el capítulo 2. En los gráficos para las distancias de reconstrucción en una zona  $2\lambda$  alrededor de los 849 mm se pueden observar en detalle las oscilaciones en el error de las reconstrucciones utilizando las distintas curvas. Estas oscilaciones ya aparecían al utilizar las pantallas de transmisión para representar el producto de la amplitud y la fase, como se vio en el capítulo 5. El periodo de estas oscilaciones se corresponde con la longitud de onda  $\lambda$  y son debidas al factor  $\exp(ikd) = \exp(i2\pi d/\lambda)$  de la transformada de Fresnel (ecuación 2.20), que introduce una fase global a todos los puntos de la distribución compleja una vez se ha calculado la integral. El valor de esta fase depende de la distancia de propagación, con un periodo  $\lambda$ , y hace rotar los puntos sobre el plano complejo. Al calcular el holograma que reconstruye el objeto partimos de una distribución de valores reales, que están representados en la



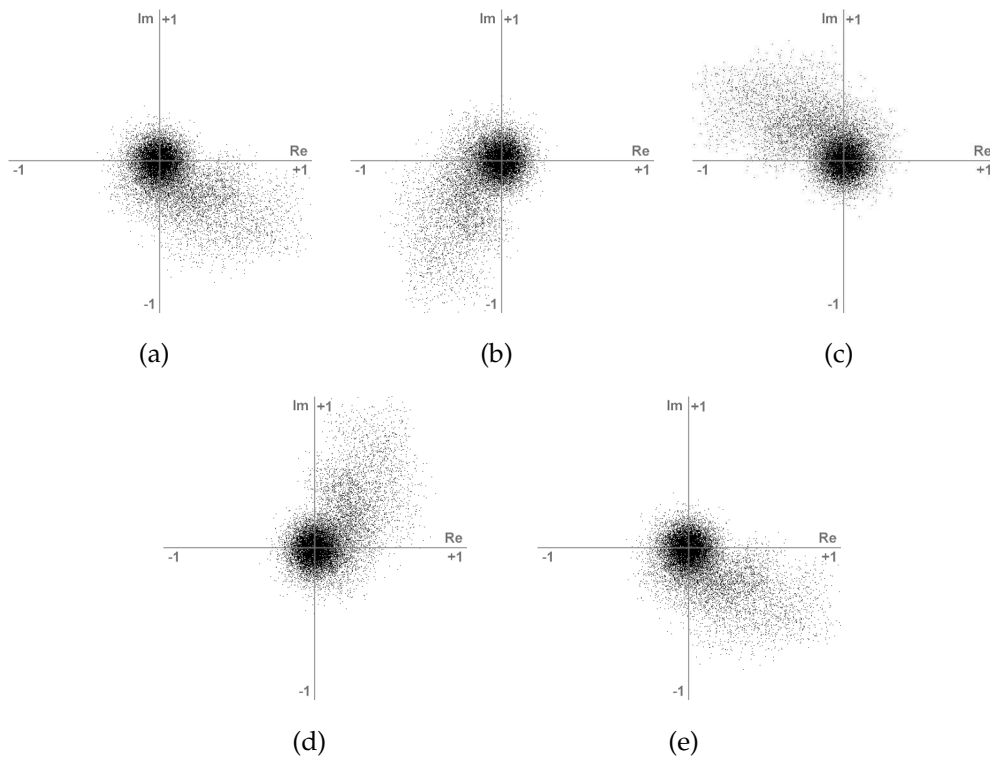
**Figura 7.12:** Gráficos del error RMS para las reconstrucciones del pez utilizando las curvas combinadas PM+HC y SP+SP: (a) y (c) de 0 a 3000 mm; (b) y (d) detalle distancia  $2\lambda$  alrededor de 849 mm

imagen que utilizamos, y por tanto están localizados en una zona concreta del plano complejo. Al retropropagar esta distribución mediante la transformada de Fresnel se conserva cierta localización en los puntos de la distribución compleja que se obtiene, aunque la zona del plano complejo donde se localizan depende de la fase  $\exp(ikd)$ . Esto se puede observar en la figura 7.14, donde se representan la distribución de los puntos en el plano complejo del holograma que reconstruye la imagen del pez para distintas distancias de retropropagación. En la figura 7.14(a) se representa la distribución retropropagada a  $d = -849$  mm, donde se ve una localización de los puntos en el cuarto cuadrante, en la figura 7.14(b) se representa la distribución a  $d = -(d + \lambda/4)$  mm, donde la distribución se ha desplazado al tercer cuadrante, en la 7.14(c) la distribución esta retropropagada a  $d = -(d + \lambda/2)$  y se localiza en el segundo cuadrante,



**Figura 7.13:** Gráficos del error RMS para las reconstrucciones del pez utilizando las curvas combinadas SP+HC y HC+HC: (a) y (c) de 0 a 3000 mm; (b) y (d) detalle distancia  $2\lambda$  alrededor de 849 mm

en la 7.14(d) la distancia es  $d = -(d + 3\lambda/4)$  mm y la distribución se halla en el primer cuadrante, finalmente en la figura 7.14(e) se completa un periodo, al retropropagar a  $d = -(d + \lambda)$  y la distribución se vuelve a localizar en el cuarto cuadrante. Así cuando la distribución compleja de puntos se halla localizada en una zona del plano complejo que no esta cubierta por una de las configuraciones que se utiliza para ajustarla, el error en la reconstrucción aumenta, y cuando la distribución se halla en una zona cubierta por la configuración, el error de la reconstrucción disminuye. Esto se puede observar en la forma de las oscilaciones en el gráfico de la figura 7.11(d), que corresponde a la curva PM+SP, que es la curva que más zona del plano complejo cubre, y por tanto es la que tiene una zona de error mínimo más amplia. En cambio para la curva HC+HC, que es la que menos zona del plano complejo cubre, se tiene una zona



**Figura 7.14:** Distribución en el plano complejo de los puntos del holograma del pez retropropagado: (a) 849 mm, (b)  $849+\lambda/4$  mm, (c)  $849+\lambda/2$  mm, (d)  $849+3\lambda/4$  mm y (e)  $849+\lambda$  mm

de errores altos más amplia, y la zona de mínimo error es más estrecha y con valores más altos, como se muestra en la figura 7.13(d).

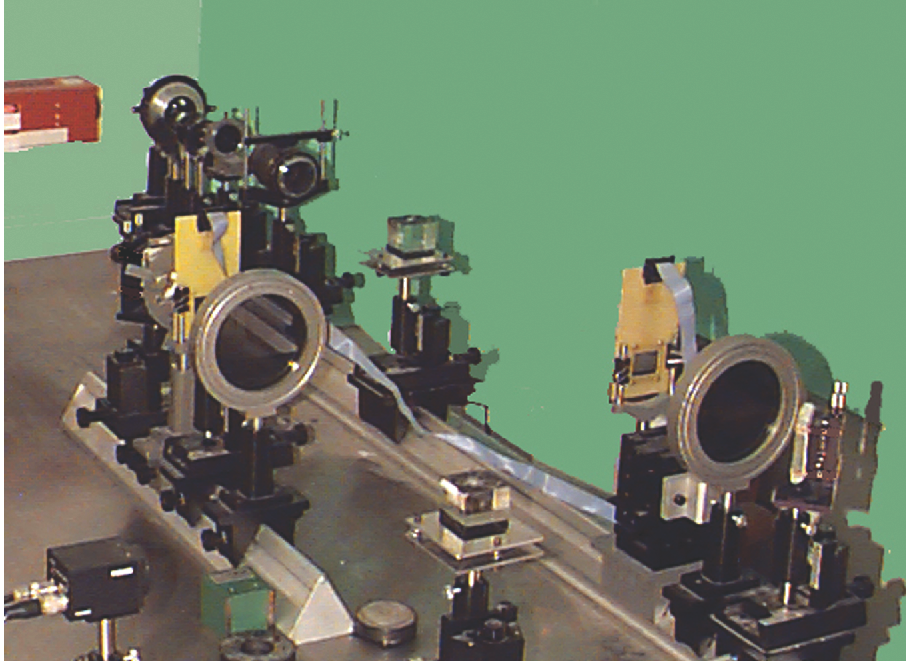
Si a la hora de realizar el ajuste de la distribución compleja solo se considera la parte de la integral de la transformada de Fresnel y solo se añade la contribución del término de fase global,  $\exp(ikd)$ , tras el ajuste, de forma que ésta se considera ideal, no hay oscilaciones en los errores RMS de las reconstrucciones, ya que el ajuste se realiza sobre una distribución que se mantiene sobre una misma zona del plano complejo para las distintas distancias, y después, al añadir la fase sin ajustar, se produce el giro de esta distribución ajustada sobre el plano. Así, si no se considera el término de la fase global el error se mantiene constante para las distintas distancias. Por tanto las oscilaciones en los errores de las reconstrucciones están relacionadas con este término de fase y la zona del plano complejo que cubren las curvas. Así estas oscilaciones se observan al utilizar las pantallas de transmisión VGA, que presentan unas configuraciones de modulación del plano complejo limitadas, como hemos visto con las curvas combinadas en este capítulo, o como se vio en los distintos métodos del capítulo 5. En el caso de las pantallas BNS utilizadas para sumar la parte real y la ima-

ginaria estas oscilaciones no aparecen, ya que las configuraciones utilizadas cubren el plano complejo completo, pero si se da alguno de los problemas que afectan a las configuraciones de las pantallas, mencionados en la sección 6.4.1, las curvas pueden dejar de cubrir todo el plano complejo y, por tanto, el error de las reconstrucciones puede oscilar en función de la distancia de propagación.

## 7.5. Montaje y resultados experimentales

Para llevar a cabo los experimentos para obtener modulación compleja completa mediante la suma de dos pantallas, con configuraciones distintas de la solo real o solo imaginaria, utilizamos las pantallas de transmisión VGA que se presentaron en el capítulo 4. Las pantallas trabajaran en las configuraciones de casi fase PM y de alto contraste HC y se disponen en una configuración similar a la de un interferómetro de Mach-Zehnder, siguiendo el esquema de la figura 7.2(b). En la figura 7.15 se muestra una imagen del montaje utilizado, en la parte superior izquierda de la imagen vemos el láser de He-Ne de 632.8 nm de longitud de onda, que da luz linealmente polarizada que se dirige al montaje mediante un espejo. Antes del primer divisor de haz, que separa la luz en los dos brazos del montaje, se coloca una lámina  $\lambda/2$  y una lente colimadora para tener una iluminación con onda plana. En cada uno de los brazos colocamos una de las pantallas y detrás un polarizador que actúa de analizador. En uno de los brazos se coloca además otra lámina  $\lambda/2$  delante de la pantalla, de esta forma se consiguen las dos configuraciones diferentes en cada brazo. Finalmente otro divisor de haz se encarga de realizar la suma de los frentes de onda, que se capta mediante una cámara CCD, que se puede desplazar a las distintas distancias donde se reconstruye la información de los hologramas. La posición de las pantallas debe controlarse con precisión, de forma que la distancia de ambas pantallas hasta la cámara sea la misma, y además la orientación de las pantallas se debe corregir para obtener la superposición píxel a píxel de las imágenes mostradas en los dos dispositivos. Para ello se emplea un sistema de microposición y la ayuda de un microscopio.

Las imágenes utilizadas para realizar los experimentos son la del pez y la del logo de la UB (figura 6.4) colocadas en el centro de una imagen de  $512 \times 512$  píxeles. Con estas imágenes se calculan los hologramas de Fresnel que reconstruyen el objeto a una distancia de 849 mm. De las combinaciones que se pueden realizar experimentalmente utilizamos la curva PM+HC para ajustar el holograma. Esta curva se obtiene al combinar las configuraciones de las pantallas de transmisión, PM para la del canal rojo y



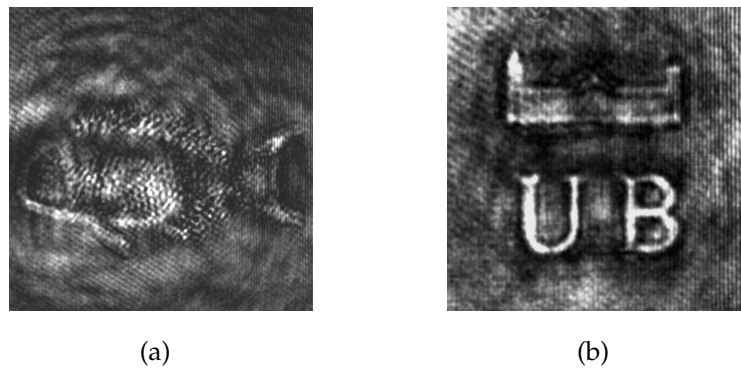
**Figura 7.15:** Montaje experimental para obtener la suma de las pantallas de transmisión

HC para la del canal azul. Utilizamos esta combinación ya que de las experimentalmente disponibles es con la que se tiene la zona con mínimo error en las reconstrucciones realizadas a esta distancia. En la figura 7.16 se muestran las reconstrucciones obtenidas para el pez y para el logo. Con este montaje también hemos realizado la reconstrucción de un holograma que focaliza dos objetos a distancias distintas. En este caso hemos utilizado las letras UB del logo como objeto colocadas en dos posiciones distintas en la imagen. En la figura 7.17(a) se muestra la reconstrucción a 849 mm, donde las letras de la parte inferior aparecen focalizadas mientras que las de la parte superior aparecen borrosas, en la figura 7.17(b) se muestra la reconstrucción a 867 mm donde se ve la situación inversa, las letras focalizadas son las de la parte inferior mientras que las de la parte inferior aparecen desenfocadas.

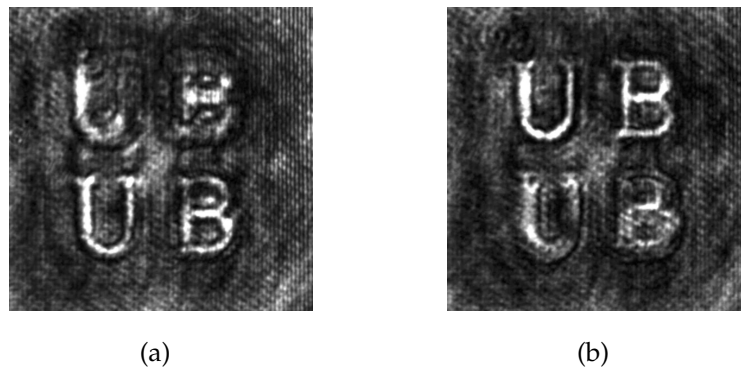
### **7.5.1. Factores de error en el montaje**

La pérdida de calidad en las imágenes reconstruidas de nuevo se debe a las dificultades experimentales, como la no uniformidad en la iluminación, el ruido introducido por los elementos polarizantes usados para obtener las distintas configuraciones de los moduladores o la falta de paralelismo en las pantallas y el desalineamiento de los elementos del montaje, que en este caso son mucho más difíciles de controlar que





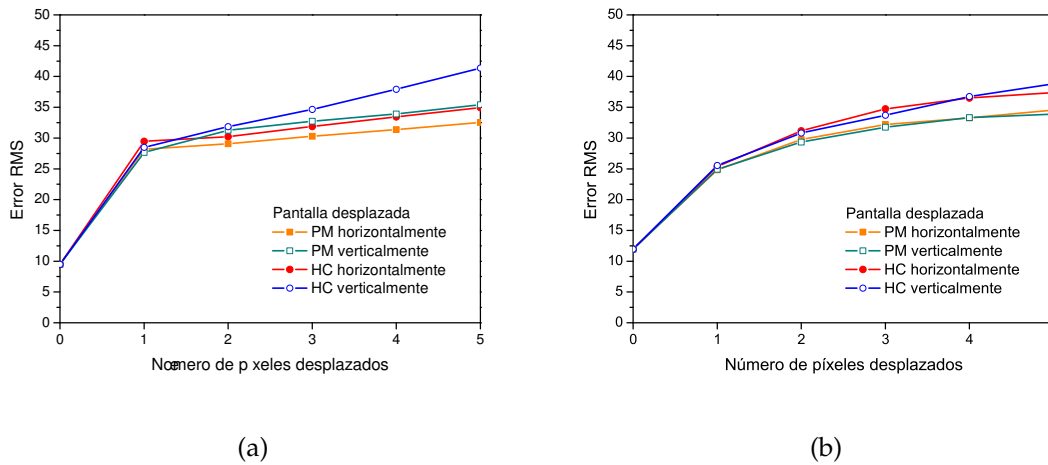
**Figura 7.16:** Imágenes experimentales de la reconstrucciones a 849 mm de: (a) el pez y (b) el logo de la UB, usando el ajuste a la curva PM+HC



**Figura 7.17:** Imágenes experimentales de la reconstrucciones de las letras UB usando el ajuste a la curva PM+HC: (a) a 849 mm donde focalizan las letras de la parte inferior y (b) a 867 mm donde focalizan las letras de la parte superior

en los montajes utilizados en los capítulos anteriores, debido al material del que se dispone.

A parte de los efectos que introducen ruido en las reconstrucciones experimentales y que se han comentado en capítulos anteriores. En este capítulo analizamos la importancia de tener las dos pantallas perfectamente alineadas para obtener la superposición píxel a píxel. Para ello hemos realizado el cálculo del error RMS entre las imágenes originales del pez y del logo de la UB y las amplitudes reconstruidas a 849 mm usando el ajuste a la curva combinada PM+HC, considerando que una de las pantallas se halla desplazada respecto a la otra un cierto número de píxeles en la dirección vertical o horizontal. En los gráficos de la figura 7.18 podemos ver como solo desplazando un píxel una de las pantallas el error en la reconstrucción aumenta considerablemente, dando una imagen más ruidosa, y después el error sigue cre-

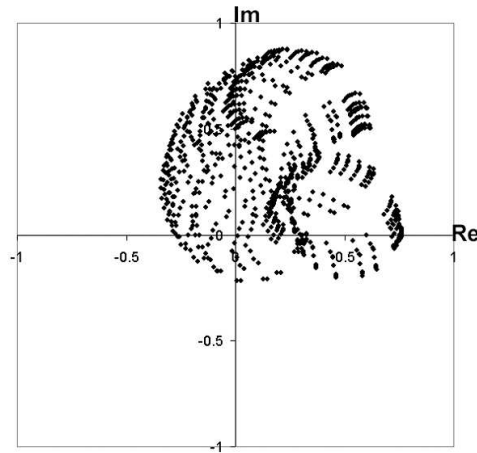


**Figura 7.18:** Error RMS de las imágenes de las amplitudes reconstruidas a 849 mm de: (a) el pez y (b) el logo de la UB, cuando una de las pantallas se desplaza respecto a la otra

ciendo uniformemente según aumenta el número de píxeles desplazados. Por tanto, controlar este factor reduce el ruido en la modulación compleja completa utilizando dos pantallas, no solo para este montaje sino también para los que hemos visto en los capítulos anteriores.

Otro factor a considerar con las pantallas de transmisión VGA es el hardware que se usa para controlarlas. En el caso que se utilice una sola tarjeta gráfica de ordenador de 16 bits para controlar simultáneamente las dos pantallas, puede surgir un problema, ya que al mostrar imágenes distintas en cada pantalla, para cada una solo se puede utilizar uno de los canales RGB y cada canal cuenta con solo 5 bits, esto conlleva una pérdida de niveles de gris representables en las pantallas. En lugar de curvas de 256 niveles de grises se tienen curvas con 32 valores representables [Lab00]. Esto puede hacer variar las representaciones que se obtienen y que han sido calculadas con los 256 niveles.

Para comprobar si el hecho de reducir los niveles de gris accesibles de las curvas afecta a la suma de las dos pantallas a la hora de realizar la modulación compleja completa hemos realizado las siguientes pruebas. Primero hemos considerado el caso de utilizar las curvas de 256 niveles, como hasta ahora, utilizando las configuraciones PM y HC para obtener la curva combinada PM+HC con la que se ajustan los hologramas que reconstruyen el pez y el logo de la UB a 849 mm, como hemos visto



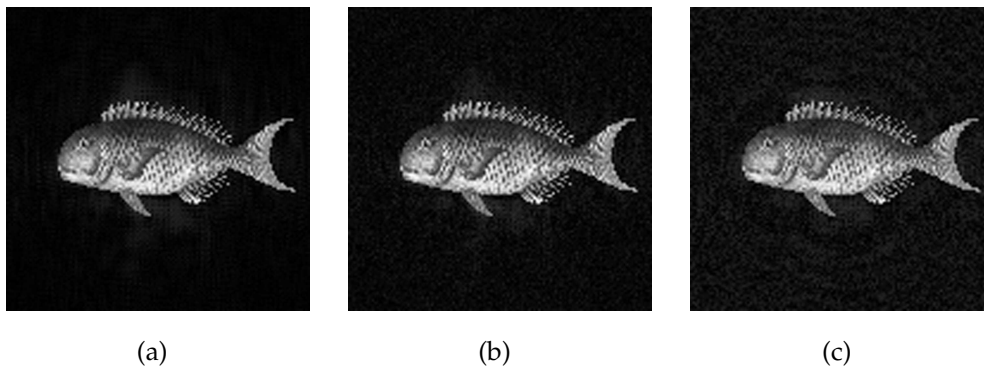
**Figura 7.19:** Curva combinada PM+HC, considerando las curvas PM32 y HC32 con solo 32 niveles de gris

anteriormente. La reconstrucción del pez usando este método se representa de nuevo en la figura 7.20(a).

Un segundo caso es considerar el ajuste a curvas de 32 niveles en lugar de 256 niveles, entonces los puntos representables utilizando la curva combinada, que se obtiene al sumar las configuraciones de las dos pantallas, se reducen a  $32^2 = 1024$ . Hemos calculado las curvas HC32 y PM32, que son similares a las HC y PM de 256 niveles (figuras 4.6 y 4.7), pero con solo 32 niveles, y de la suma de ambas obtenemos la curva combinada con menos puntos que se puede ver en la figura 7.19. Usamos esta curva para ajustar los hologramas y calculamos las reconstrucciones a 849 mm, en la figura 7.20(b) se muestra la imagen de la amplitud reconstruida del pez.

Por último hemos simulado lo que puede suceder al considerar las curvas con 256 niveles de gris pero luego utilizar las pantallas limitadas a 32 niveles. Es decir, en lugar de ajustar los valores a la curva combinada obtenida sumando las curvas con 32 puntos, se ajusta a la curva combinada PM+HC obtenida sumando las curvas de 256 valores. Una vez se ha realizado el ajuste, los valores que se obtienen se colapsan a los  $32 \times 32$  niveles accesibles de la curva que se obtiene sumando las configuraciones de 32 niveles, PM32 y HC32. En la figura 7.20(c) se puede ver la imagen de la amplitud de pez reconstruido a 849 mm después de realizar este ajuste.

Comparando las imágenes de las reconstrucciones de la figura 7.20 considerando los tres casos vemos que parece no afectar mucho el reducir a 32 niveles mientras la curva



**Figura 7.20:** Imágenes de la amplitud del pez reconstruido a 849 mm utilizando el ajuste a la curva combinada PM+HC: (a) usando las curvas de las pantallas con 256 valores, (b) usando las curvas de 32 valores y (c) colapsando el ajuste de las curvas de 256 valores a 32 valores

Curvas	Error RMS del pez	Error RMS del logo
PM+HC (256 × 256 puntos)	11.98	9.49
PM32+HC32 (32 × 32 puntos)	14.72	12.38
PM+HC (de 256 × 256 a 32 × 32 puntos)	16.82	15.54

**Tabla 7.1:** Errores RMS entre las imágenes de amplitud del pez y del logo de la UB y las reconstrucciones a 849 mm, realizando el ajuste a las curvas en las que se consideran los distintos niveles de gris accesibles

combinada que se obtiene mantenga una distribución de puntos en el plano complejo lo más amplia posible. Esto también se puede comprobar al calcular los errores RMS entre las imágenes de las amplitudes ideales y las reconstruidas a 849 mm para el pez y el logo de la UB, considerando los tres casos de ajuste. Estos resultados se muestran en la tabla 7.1, donde se ve que el error aumenta al considerar curvas de solo 32 niveles, y es mayor si se realiza el ajuste considerando curvas de 256 niveles y realizando después el colapso a curvas de 32 niveles. De todas formas este aumento del error no es muy importante y no hay mucha pérdida de calidad en las reconstrucciones que se obtienen.

Así hemos visto como es posible obtener modulación compleja completa utilizando la suma de dos pantallas con curvas diferentes a las de modulación solo real o solo imaginaria, realizando el ajuste a la suma de las configuraciones. De forma que es posible utilizar dispositivos que no son capaces de modular la amplitud y la fase de forma ideal, ya que cuentan con configuraciones limitadas en amplitud o en fase. Esto permite utilizar estos moduladores en un montaje alternativo al que emplea las

pantallas en una configuración en cascada, como el que se vio en el capítulo 5. De todas formas la calidad de las reconstrucciones depende de la zona del plano complejo que se puede cubrir con la suma de las configuraciones que se usan para ajustar los hologramas. Utilizando este método, por tanto, se puede obtener la representación de hologramas sin la necesidad de codificación, obteniendo unos resultados experimentales muy próximos a los simulados, si se tienen en cuenta las dificultades a la hora de implementar el montaje.

