

FACULTAD DE PSICOLOGIA  
UNIVERSIDAD DE BARCELONA

MICRO-ANALISIS DE LA CONDUCTA INTERACTIVA :  
UNA APLICACION A LA INTERACCION  
MATERNO-FILIAL EN CHIMPANCES

Vol. I

Tesis Doctoral presentada por:  
VICENÇ QUERA JORDANA

Dirigida por:

Dra. D<sup>a</sup>. Maria Teresa Anguera Argilaga  
y  
Dr. D. Jordi Sabater Pi

MAYO, 1986

2. UNA AMPLIACIÓN DEL ANÁLISIS SECUENCIAL  
DE RETARDO PARA EL ESTUDIO DE LA CONDUCTA  
INTERACTIVA

## 2. UNA AMPLIACION DEL ANALISIS SECUENCIAL DE RETARDO PARA EL ESTUDIO DE LA CONDUCTA INTERACTIVA

### 2.1. El tratamiento de la conducta concurrente en el método de Sackett

El método de retardos de Sackett es aplicable a cualquier secuencia de datos tipo I o de datos tipo III (Bakeman, 1978). La procedencia de los datos es irrelevante para el método, aunque, evidentemente, no para la interpretación de los resultados que el método proporciona. Con ello queremos decir que las secuencias de datos pueden proceder de la observación de la conducta de un único individuo o de dos o más individuos observados simultáneamente. Las únicas condiciones que han de cumplir las secuencias son la exhaustividad y la mutua exclusividad (EME) de las conductas; es decir, en todo momento el individuo o individuos están realizando una y solamente una de las conductas del repertorio.

Sin embargo, la propiedad o condición EME no siempre es fácil que se cumpla. Veamos cómo es resuelto el problema desde la óptica del método de retardos de Sackett:

#### a) Un único individuo

Supongamos que el repertorio de un individuo en un contexto concreto está compuesto por las conductas A,B,C,D,E,F. Si el repertorio tiene la propiedad EME, entonces no existe ningún problema en obtener un registro de datos tipo I como:

B C A D B F A E C ...

o un registro de datos tipo III como:

Conducta:	B	C	A	D	B	F	A	E	C	...
Duración:	2	5	20	2	11	30	3	8	5	...

En embargo, si, por ejemplo, la conducta F puede ocurrir conjuntamente con la conducta A y con la conducta C, entonces el repertorio no cumple la condición EME, y cabe la posibilidad de obtener registros como:

A C CF D E A AF F CF F AF A ...

La cual es una secuencia de datos tipo II (Bakeman, 1978), bien:

A	C	CF	D	E	A	AF	F	CF	F	AF	A	...
5	5	6	30	2	10	8	2	10	4	13	2	

La cual es una secuencia de datos tipo IV. Estos tipos de secuencias serían posibles si las conductas fueran, por ejemplo:

- A = estar sentado,
- B = caminar,
- C = estar echado,
- D = correr,
- E = saltar,
- F = dormir,

Repertorio en el que pueden darse combinaciones simultáneas de A y CF, pero no las restantes. El problema se plantea, claramente, porque al especificar el repertorio se han incluido conductas de "niveles" distintos; o, en otras palabras, porque este repertorio no tiene una "finura de grano" o molaridad homogénea (Sackett, Ruppenthal y Gluck, 1978). En este ejemplo, un estado del organismo de larga duración (dormir) puede ocurrir simultáneamente con estados o conductas posicionales del organismo, más rápidamente cambiantes. Algo parecido ocurre al observar la conducta no verbal, en la que se integran movimientos faciales, gesturales y posturales que muy bien pueden co-ocurrir (Anguera, 1983).

La solución es sencilla en este ejemplo; basta definir las ocurrencias simultáneas AF y CF como dos nuevas conductas del repertorio (en realidad como dos modalidades de la conducta F). Sin embargo, si el repertorio consta de un gran número de categorías y son factibles las ocurrencias simultáneas, el número de categorías nuevas que han de establecerse será posiblemente también grande, y poco manejable (Sackett, 1979). Otra solución es el establecimiento de prioridades, de forma que si A y F ocurren simultáneamente, se considera que sólo ocurre A porque entonces F es irrelevante, o viceversa. Adoptando una u otra solución, reducimos los datos tipo IV a datos tipo III, o los datos tipo II a datos tipo I, lo que permite aplicarles el método de retardos.

Si la reducción no es posible, o no es deseable, la alternativa es entonces el análisis de patrones concurrentes, pero no secuenciales (Bakeman, 1978; Anguera, 1983), es decir, un simple análisis de la simultaneidad de las conductas pero no de sus contingencias de retardo.

#### b) Varios individuos

Si observamos simultáneamente la conducta de dos o más individuos, es muy posible que nos veamos en la necesidad de registrar co-ocurrencias de conductas, a no ser que los individuos interactúen ordenadamente y sin solaparse. En el trabajo ya citado de Sackett (1980) se estudiaron las intervenciones de un grupo de personas en una mesa redonda. La conducta de cada persona se conceptualizó como "intervenir" o "no intervenir". Puesto que las intervenciones no se solaparon (o no se solaparon con demasiada frecuencia), se consideró que el "repertorio" era el conjunto de personas, las cuales se comportaban con la propiedad EME. Los datos registrados fueron entonces datos tipo I (no interesaron las duraciones de las intervenciones).

Otra investigación a considerar en este contexto es la de Altmann (1965); este autor estudió los actos comunicativos en Macaca mulatta, obteniendo un registro de datos tipo I. El repertorio de actos comunicativos que se estableció era EME: un individuo, en un momento determinado sólo realiza uno de los actos. Sin embargo, por tratarse de actos comunicativos (es decir, que se supone afectan la conducta de otros individuos), los realizados por un individuo podían ocurrir, y de hecho ocurrían en parte, simultáneamente con los realizados por el individuo supuestamente receptor de la comunicación. Altmann registraba entonces el orden de inicio de los actos y las identidades del emisor y del receptor; en una misma secuencia se mezclaban actos de individuos distintos. La naturaleza de los datos obtenidos impide en este estudio analizar patrones de co-ocurrencia, que se estiman interesantes en la comunicación (p.e., Argyle, 1972, en el contexto del diálogo). No obstante permiten, como en el trabajo de Sackett, analizar contingencias secuenciales.

En conclusión, el método de retardos de Sackett (o métodos de retardo 1, como el de Altmann) sólo es aplicable a repertorios conductuales con la propiedad EME. Si nos proponemos estudiar la conducta interactiva o comunicativa entre individuos, o incluso las conductas no-verbales simultáneas de un único individuo, nos encontramos en la imposibilidad de utilizar el análisis secuencial de retardo cuando los repertorios, no EME, dan lugar a secuencias de datos concurrentes. La transformación de éstos en datos tipo I o tipo III puede ser incómodo o no deseable y, en cualquier caso, posibilitaría el análisis de contingencias secuenciales a expensas de la imposibilidad de un análisis de co-ocurrencias. Según Sackett (1979 p. 632), "... En conclusión, parece que el método de retardos puede aplicarse a sistemas de datos concurrentes efectuando las transformaciones necesarias o estableciendo prioridades entre las conductas, aunque este tema debería ser objeto de una mayor atención que la que aquí se le ha dedicado". Recogiendo este deseo, nuestro propósito

es desarrollar una ampliación del método de Sackett para secuencias concurrentes y, en suma, para la conducta interactiva, la cual será definida de forma precisa en un marco de referencia basado en la Teoría General de los Sistemas.

Hasta el momento, el análisis secuencial de retardo de datos concurrentes solamente ha sido aplicado en un estudio de la interacción materno-filial humana (Marton, Minde y Ogilvie, 1981). Estos autores analizaban en primer lugar qué pares de conductas de la madre y del hijo co-ocurrían con frecuencias significativamente superiores a las esperadas en el caso de independencia, y a continuación procedían a un análisis secuencial de retardo de tiempo-base tomando una de ellas como criterio y la otra como apareada, y viceversa. Dicho trabajo puede considerarse pues pionero en la metodología de análisis secuencial de datos concurrentes. Sin embargo, aspectos como el procedimiento de obtención de las frecuencias de retardo, el cálculo de estadísticos derivados de ellas, las posibles restricciones en las frecuencias esperadas de retardo, etc., no están suficientemente desarrollados; los autores tampoco ponen énfasis especial en el hecho de que su método es distinto del desarrollado por Sackett, cuando en realidad las características que deben poseer los datos en uno y otro caso son muy diferentes. En los apartados siguientes tratamos de organizar y formalizar un método general de análisis secuencial de retardo, tanto para datos concurrentes como no concurrentes. Puesto que el tipo de datos condiciona el método de análisis, el primer paso consistirá en crear un marco de referencia que generalice las situaciones en las que son registrados los datos secuenciales.

## 2.2. Marco conceptual de referencia para el estudio de conducta interactiva

Desde el punto de vista de la Teoría General de los Sistemas, un sistema se define como un conjunto de elementos que

interactúan (von Bertalanffy, 1976). La interacción es, en este contexto, un fenómeno de cambio en el comportamiento de un elemento del sistema cuando cambia su relación con otros elementos. Por consiguiente, el concepto de interacción o conducta interactiva de los organismos puede ser integrado en dicha teoría general. De hecho las definiciones de "comunicación" (Wilson, 1980), de "dominancia en la interacción" (Gottman, 1979a), etc., son formulaciones paralelas, o a veces derivaciones, de la definición de "interacción" en la Teoría General de los Sistemas.

En este apartado nos interesa referirnos fundamentalmente a la estructura de un sistema; sin embargo, esta estructura no puede ser desligada por completo de sus aspectos funcionales y estudiada en el vacío, puesto que el sistema se define por el comportamiento de sus elementos. En la Teoría General de los Sistemas, los elementos son subunidades organizadas jerárquicamente y relacionadas entre sí, de modo que su comportamiento es interdependiente; además, la organización global del sistema no puede deducirse a partir de un conocimiento aislado del funcionamiento de que sus componentes (von Bertalanffy, 1976; Thoman, Becker y Freese, 1977).

La estructuración de un sistema en elementos interdependientes que se comportan simultáneamente proporciona un marco de referencia idóneo para una conceptualización de las secuencias de conductas concurrentes. De forma general, consideraremos que cada una de las conductas que el investigador categoriza y observa es un elemento del sistema. Los términos "elemento" y "sistema" son aplicables a una variedad de entidades, según la naturaleza del problema que se estudia; por ejemplo, como veremos detalladamente, en ciertos casos un elemento podrá ser una persona y, en otros, un sistema será una persona. En concreto, en el apartado anterior se comentó como en el trabajo de Sackett (1980) cada conducta registrada era realmente la intervención de una persona distinta en una mesa redonda. Por consiguiente, consideraremos que "conducta" es un caso particular (aunque el más corriente) de "elemento". El común denominador

dor de los problemas reales a los que podrá ajustarse el marco de referencia que aquí desarrollamos es la naturaleza de los datos secuenciales que un observador registra en todos ellos.

Un conjunto de elementos que posean la propiedad de ser categorías exhaustivas y mutuamente excluyentes (EME) recibe el nombre de subsistema. Un repertorio conductual o etograma es un caso particular (aunque el más corriente) de subsistema, donde cada uno de sus elementos es una conducta. La conducta se entiende aquí "...esencialmente como un cambio de las características espaciales de un organismo a través del tiempo, y una pauta de conducta, como una localización específica en el dominio del espacio y el tiempo" (Schleidt, 1982; y también Schleidt y Crawley, 1980)<sup>1</sup>.

Nuestra intención es que el marco de referencia sea lo más amplio posible (no estrictamente etológico); sin embargo, usaremos el término "pauta de conducta", o, para abreviar, "conducta", y el término "elemento" de forma indistinta. McFarland y Houston (1981) denominan "actividad" a una categoría de conducta que es incompatible con otras categorías; es decir, una actividad es un caso particular de elemento en el sentido definido aquí.

Puesto que los elementos de un subsistema son EME, podemos considerar que el subsistema se manifiesta en un punto concreto del tiempo como un conjunto de valores numéricos binarios. Sea  $\underline{S}$  un vector que denota un subsistema. Cada componente del vector simboliza un elemento, conducta o actividad:

---

<sup>1</sup> Además, desde la perspectiva etológica, este cambio tiene un significado evolutivo y adaptativo (p.e., Charlesworth, 1977) y está gobernado por mecanismos causales y funcionales (p.e., McFarland y Houston, 1981).

$$s_{\sim} = \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_m \end{pmatrix}$$

Cuando el elemento  $i$ -ésimo del subsistema es registrado en un punto concreto del tiempo:

$$\begin{aligned} s_i &= 1 \\ s_j &= 0 \quad \text{para } j \neq i, \end{aligned}$$

y el estado del subsistema en este tiempo  $t$  es:

$$s_{\sim t} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \leftarrow \text{elemento } i\text{-ésimo}$$

Llamamos sistema a un conjunto de subsistemas que se encuentran cada uno en un estado respectivo en el tiempo  $t$ ; es decir, los estados de subsistemas diferentes pueden co-ocurrir. Consideraremos además que un sistema es cerrado (von Bertalanffy, 1976), esto es, que el "comportamiento" de uno de sus subsistemas se explica de forma suficiente a partir del "comportamiento" de los restantes; en definitiva, ello implica que no existen subsistemas "exteriores" (de otros sistemas) necesarios para completar el sistema. Un sistema puede simbolizarse mediante:

$$S_{\sim} = \{ s_{\sim p} \} \quad \begin{aligned} p &= 1, \dots, q \\ q &= \text{número total de} \\ &\text{subsistemas} \end{aligned}$$

y, desarrollando:

$$\mathcal{Q} = \left\{ \begin{pmatrix} s_{11} \\ s_{12} \\ \vdots \\ s_{1m_1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} s_{21} \\ s_{22} \\ \vdots \\ s_{2m_2} \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} s_{q1} \\ s_{q2} \\ \vdots \\ s_{qm_q} \end{pmatrix} \right\}$$

Un sistema no posee pues la propiedad EME, pero sí cada uno de sus subsistemas por separado. Si  $q = 3$ ,  $m_1=5$ ,  $m_2=6$ ,  $m_3=4$ , en el tiempo  $t$  el sistema podrá adoptar, por ejemplo, valores como:

$$\mathcal{Q}_t = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Es decir, en  $t$  ocurren los elementos  $s_{13}$  (del subsistema  $S_{\sim 1}$ ),  $s_{21}$  (del subsistema  $S_{\sim 2}$ ), y  $s_{34}$  (del subsistema  $S_{\sim 3}$ ). Si observamos un sistema  $\mathcal{Q}$  durante un intervalo de tiempo, entonces los datos obtenidos serán secuencias con la propiedad EME para cada subsistema (es decir, datos tipo I o tipo III), mientras que, considerados en conjunto, los datos de todos los subsistemas de  $\mathcal{Q}$  serán secuencias concurrentes en el tiempo (datos tipo II o, preferentemente, tipo IV). Aunque en una observación simultánea es posible recoger datos secuenciales de evento base (tipo II), resulta imposible analizar las contingencias secuenciales entre ambos subsistemas si no se dispone de información en tiempo-base y, por lo tanto, no consideraremos los datos tipo II.

Cromwell y Peterson (1981) desarrollan un marco conceptual análogo a éste para la evaluación familiar y marital: el individuo, la díada conyugal, y la familia son considerados co-

mo niveles o subsistemas distintos e interdependientes de un sistema familiar global.

En este contexto la interacción o conducta interactiva se definirá como el cambio en el estado de un subsistema como resultado de un cambio en el estado de otro subsistema. O, en otras palabras, si el "comportamiento" de un subsistema es realmente dependiente del "comportamiento" de otro subsistema, entonces diremos que existe interacción entre ambos. Pero hablar del estado de un subsistema es hablar de la ocurrencia o no ocurrencia de cada uno de sus elementos; por lo tanto, la definición se operativiza haciendo referencia a la interacción entre elementos. Existe interacción entre dos elementos de subsistemas distintos si la probabilidad de que ocurra uno de ellos varía como consecuencia de la ocurrencia o no ocurrencia del otro (Wilson, 1980, aplica una definición similar a la comunicación). Cabe extender esta definición incluso a elementos de un mismo subsistema pero, como se explicará más adelante, las probabilidades de ocurrencia correspondientes a un elemento están "constrañidas" por las probabilidades de los otros elementos del mismo subsistema, aspecto que enmascara las contingencias temporales entre ellos, y que hace preferible mantener la definición de interacción entre elementos de distintos subsistemas.

Veamos cómo pueden aplicarse estos conceptos al tratamiento de la conducta concurrente; en concreto, revisaremos los casos expuestos en el apartado anterior:

a) Un único individuo

Un repertorio que incluya "niveles" distintos de la conducta de un individuo, como "dormir", por una parte, y un conjunto de pautas posicionales, por otra, se conceptualiza como dos subsistemas:  $S_1$  (posicional) y  $S_2$  (dormir), con los elementos:

$$\begin{array}{l}
 \tilde{S}_1: \left\{ \begin{array}{l} s_{11}: \text{"estar sentado"} \\ s_{12}: \text{"caminar"} \\ s_{13}: \text{"estar echado"} \\ s_{14}: \text{"correr"} \\ s_{15}: \text{"saltar"} \end{array} \right. \\
 \\
 \tilde{S}_2: \left\{ \begin{array}{l} s_{21}: \text{"dormir"} \\ s_{22}: \text{"estar despierto"} \end{array} \right.
 \end{array}$$

de forma que cada subsistema es EME, y los dos subsistemas co-ocurren. También al observar la conducta no verbal, las pautas faciales, gesturales y posturales pueden considerarse tres subsistemas, siempre que cada uno de ellos sea realmente EME. En estos dos ejemplos el sistema es el individuo, los subsistemas son áreas o niveles de comportamiento, y los elementos son pautas de conductas propias de cada nivel.

b) Varios individuos

Cada individuo se considera ahora un subconjunto de subsistemas; el sistema se compone entonces por todos los individuos que son observados simultáneamente:

$$\tilde{Q} = \left\{ \left\{ \tilde{S}_1, \dots, \tilde{S}_j \right\}, \left\{ \tilde{S}_{j+1}, \dots, \tilde{S}_k \right\}, \dots \right\}$$

organismo individual
organismo individual

Por ejemplo, dos personas que dialogan producen expresión verbal y no verbal simultánea. Si el flujo conductual de una persona por separado se categoriza de forma exhaustiva y mutuamente excluyente, ese flujo son los estados de un subsistema  $\tilde{S}_1$  en el que cada elemento es una conducta verbal o no verbal. Análogamente, si el flujo conductual de la otra persona se categoriza de forma EME, ese flujo son los estados de otro subsistema  $\tilde{S}_2$  en el que cada elemento es una conducta verbal o no verbal de la segunda persona. Los elementos de  $\tilde{S}_1$  pueden ocurrir simultáneamente con los de  $\tilde{S}_2$ , esto es, las dos personas pueden realizar

conductas al mismo tiempo y, por lo tanto, las secuencias de estados de  $S_{\sim 1}$  y las secuencias de estados de  $S_{\sim 2}$  serán concurrentes. El número de elementos de  $S_{\sim 1}$  no ha de ser necesariamente igual al de  $S_{\sim 2}$ ; tampoco es necesario que los dos subsistemas tengan los mismos elementos. La pareja dialogante constituye pues un sistema.

En el ejemplo anterior supongamos que el flujo conductual de cada miembro de la pareja se considera producto de los estados co-ocurrentes de dos subsistemas:

Persona 1: Subsistemas  $S_{\sim 1}$  (verbal) y  $S_{\sim 2}$  (no verbal)  
 Persona 2: Subsistemas  $S_{\sim 3}$  (verbal) y  $S_{\sim 4}$  (no verbal);

en tal caso la pareja es un sistema compuesto por cuatro subsistemas, y puede hablarse de interacción entre cualquier par de ellos, incluidos los subsistemas de un mismo individuo.

Un planteamiento totalmente distinto cabe hacer para el estudio ya citado de las intervenciones en una mesa redonda; tal como fueron categorizadas las intervenciones, el sistema (la mesa redonda) consta de un único subsistema, cuyos elementos son las intervenciones de cada participante. Por lo tanto, la observación de la conducta de varios individuos puede dar lugar, de acuerdo con las necesidades y las conveniencias del investigador, a distintas asignaciones de los conceptos definidos aquí. El sistema será en general el conjunto de individuos, a cada individuo corresponderán uno o varios subsistemas o, alternatively, los individuos serán desglosados en subgrupos y cada subgrupo será considerado un subsistema. El marco propuesto es generalizable a cualquier entidad (sistema) que se manifiesta en el tiempo en forma de estados discretos no necesariamente excluyentes (estados de los subsistemas).

La relación entre los subsistemas puede ser de dos tipos:

- a) Jerárquica: cada subsistema se halla integrado en otro de un orden o nivel superior (p.e., Cromwell y Peterson, 1981). Es

Antes hemos concluído que, si la reducción de las secuenc cias de datos concurrentes no era posible o deseable, no podrían efectuarse análisis de las contingencias secuenciales. No obstante, de acuerdo con este nuevo marco conceptual, los registros de un conjunto de subsistemas observados simultáneamente pueden someterse a tres análisis distintos:

- a) Análisis de las contingencias secuenciales dentro de un subsistema (método de Sackett).
- b) Análisis de patrones co-ocurrentes entre subsistemas.
- c) Análisis de contingencias secuenciales entre subsistemas.

En apartados subsiguientes se sistematizará el análisis c) y se mostrará que a) y b) son casos particulares de c).

### 2.3. Diseño de observación de un conjunto de sistemas

La observación del "comportamiento" de un sistema (p.e., una pareja madre-hijo, un grupo de niños en la escuela, un individuo que realiza una tarea, etc.) se reduce pues a la obser vación de los distintos estados que toman sus subsistemas (en ciertos casos el sistema solamente constará de un subsistema) a través del tiempo. Cada período durante el cual el sistema se observa de forma continuada es una sesión, y las sesiones de un mismo sistema pueden repetirse un cierto número de veces. Por otra parte, el investigador puede estar interesado en estudiar sistemas comparables. Llamaremos sistemas comparables a los sistemas que constan de los mismos subsistemas, y, en éstos, de los mismos elementos. Por lo tanto, el diseño de obser vación más general posible es: sistemas X sesiones. (Ver Gráfica 2.1). El término "diseño" se utiliza aquí para designar el plan u organización de las sesiones de observación y de los sis temas que se incluyen en la investigación; sistemas y sesiones son variables que el investigador controla (por ejemplo, selec ción diversa de sistemas comparables que se diferencian por cier tas características).

el caso de los subsistemas  $S_{\sim 1}$  (posicional) y  $S_{\sim 2}$  (dormir) y, en general, de todo sistema en el que estén presentes distintos niveles de resolución (de niveles molares a niveles moleculares de la conducta; Anguera, 1983). Puesto que en estos casos es de esperar que existan estados de un subsistema incompatibles con estados de otro subsistema, la presencia de una relación jerárquica entre los subsistemas dará lugar a una relación de exclusividad mutua entre uno o varios estados de un subsistema y uno o varios estados de otro subsistema. Por ejemplo, si en un estudio de la comunicación no verbal establecemos un subsistema  $S_{\sim 1}$  (gestual) (Anguera, 1983) que incluye el elemento "gesto de perplejidad", el cual se supone definido objetivamente como "cejas levantadas, boca abierta, ojos muy abiertos, etc.", y otro subsistema  $S_{\sim 2}$  (movimiento y posición de la boca), que incluye el elemento "boca cerrada y labios protuberantes", ambos elementos son excluyentes a pesar de formar parte de subsistemas distintos y, por tanto simultáneos por definición. Esta incompatibilidad es debida a que  $S_{\sim 1}$  consta de categorías molares en comparación con  $S_{\sim 2}$ , y además, elementos o categorías de  $S_{\sim 2}$  están incluidos jerárquicamente en la definición de los elementos  $S_{\sim 1}$ .

- b) No jerárquica: los subsistemas no se hallan integrados unos en otros. Esto ocurrirá, por ejemplo, cuando los subsistemas corresponden a organismos individuales distintos y no existe incompatibilidad entre conductas de uno y de otro. También puede darse en subsistemas de un mismo individuo cuyos elementos hayan sido categorizados en un mismo nivel de resolución molar/molecular (por ejemplo, subsistemas verbal y no verbal). Sin embargo, en este segundo caso es posible que existan estados incompatibles; por ejemplo, es incompatible un movimiento de la boca como "morderse los labios" con una expresión verbal consistente en la emisión de fonemas que contengan vocales; si bien ambas actividades pueden pertenecer a aquellos dos subsistemas presumiblemente concurrentes y constituidos por elementos categorizados en un nivel de resolución semejante.

Sesiones

Sistemas comparables	1			2			L																																						
	Subsistemas			Subsistemas			Subsistemas																																						
	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>q</sub>	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>q</sub>	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>q</sub>																																				
1	<table border="1"><tr><td>C</td><td>D</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	C	D			<table border="1"><tr><td>C</td><td>D</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	C	D			<table border="1"><tr><td>C</td><td>D</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	C	D			<table border="1"><tr><td>C</td><td>D</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	C	D			<table border="1"><tr><td>C</td><td>D</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	C	D			<table border="1"><tr><td>C</td><td>D</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	C	D			<table border="1"><tr><td>C</td><td>D</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	C	D			<table border="1"><tr><td>C</td><td>D</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	C	D			<table border="1"><tr><td>C</td><td>D</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	C	D		
C	D																																												
C	D																																												
C	D																																												
C	D																																												
C	D																																												
C	D																																												
C	D																																												
C	D																																												
C	D																																												
...																																													
K	<table border="1"><tr><td>C</td><td>D</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	C	D			<table border="1"><tr><td>C</td><td>D</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	C	D			<table border="1"><tr><td>C</td><td>D</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	C	D			<table border="1"><tr><td>C</td><td>D</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	C	D			<table border="1"><tr><td>C</td><td>D</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	C	D			<table border="1"><tr><td>C</td><td>D</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	C	D			<table border="1"><tr><td>C</td><td>D</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	C	D			<table border="1"><tr><td>C</td><td>D</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	C	D							
C	D																																												
C	D																																												
C	D																																												
C	D																																												
C	D																																												
C	D																																												
C	D																																												
C	D																																												

Gráfica 2.1. Esquema de un diseño de observación completo de K sistemas comparables observados en L sesiones. Cada sistema consta de los mismos q subsistemas, de cada uno de los cuales se obtienen datos tipo III (C = conductas; D = duraciones).

tas características cuyo efecto sobre las contingencias secu  
en ciales se desea evaluar; y/o los observa en diferentes sesio-  
nes en cada una de las cuales está presente un valor de una va  
riable ambiental cuyo efecto también se desea evaluar).

El diseño propuesto se considera completo cuando todos los sistemas han sido observados el mismo número de sesiones. Los sistemas distintos no se supone que se observen simultánea  
mente, ya que en tal caso cabría establecer hipótesis sobre las interacciones de subsistemas de uno y otro sistema. La definición de sistema que hemos planteado lleva consigo el carácter de cerrado; sin embargo, si existen razones para suponer que un sistema es abierto (es decir, que existen otros sistemas cu  
yos subsistemas interaccionan con los del primero), entonces la inclusión de todos los subsistemas interactuantes en un único y nuevo sistema dota a éste del carácter de cerrado. En defini  
tiva, los sistemas que entran a formar parte del diseño deben ser comparables pero no simultáneos. Por consiguiente, las sesiones realizadas con uno de ellos no tienen por qué guardar ninguna relación temporal con las realizadas con los restantes.

Lo anterior abre una posibilidad de manipulación de varia  
bles ambientales. En efecto, cada sesión puede diferenciarse de las restantes porque en ella está presente una cierta condición de una variable ambiental. Por ejemplo, Deni, McLaughlin, Drake y Nicolich (1982) registraron secuencias conductuales (datos ti  
po I) de la interacción materno-filial en cuatro parejas de mo  
nos rhesus a lo largo de 20 días. El diseño incluía en ese caso 4 sistemas (las cuatro parejas) con 1 subsistema cada uno (repertorio EME porque solamente se registraron los inicios de las conductas, al modo de Altmann, 1965), observados en 3 sesi  
ones diarias (en total, 60 sesiones por sistema); la variable ma  
nipulada era la alimentación de la madre, con tres condiciones: antes de recibir la comida (sesión de 30 minutos), mientras co  
me (sesión de 30 minutos), y después de comer (sesión de 30 minutos). Se compararon entonces las contingencias de retardo de cada condición, sumando los resultados de las cuatro parejas.

Cabe la posibilidad también de especificar diseños de observación en los que no todos los sistemas sean comparables. Llamamos sistemas cuasi-comparables a aquellos que, teniendo los mismos subsistemas, difieren en algunos de sus elementos o en la definición de los mismos. Supongamos que una misma pareja madre-hijo es observada en sesiones que abarcan un período de meses o años; los elementos definidos en cada subsistema, esto es, las conductas de la pareja, pueden sufrir variaciones sustanciales a lo largo de ese tiempo, tanto mayores cuanto menor edad tenga el hijo, pues es de esperar que en el curso de su desarrollo su repertorio conductual cambie y aumente. En ese caso es el propio sistema el que es distinto (no una condición experimental externa). Las contingencias secuenciales del sistema en una época determinada se compararán con las de otra época, teniendo en cuenta que la aparición de elementos nuevos en los subsistemas alterará dichas contingencias; por tanto, ciertas contingencias entre ciertas conductas no serán comparables en épocas distintas.

Las "casillas" del diseño contienen pues secuencias de datos tipo III (o su caso particular, tipo I). El análisis secuencial de las contingencias entre subsistemas exigirá, como veremos, que se conozcan las duraciones de cada ocurrencia de conducta. Los estadísticos a obtener en cada casilla son muy variados, como puede suponerse: probabilidades condicionadas de retardo k, variando k de 1 á M; zetas de retardo k; z-sumas; etc. El investigador deberá decidir qué estadísticos son los más adecuados para actuar como variables dependientes en el diseño; los análisis posteriores que se lleven a cabo en el mismo no son ya análisis secuenciales sino análisis de varianza o de regresión, con las variables independientes Sistema y Sesión, y la variable o variables dependientes procedentes del análisis secuencial (véase en Sackett, 1980, la utilización de ANOVAS para el análisis de un diseño como el propuesto).

En mucho casos, sin embargo, las sesiones no se diferenciarán unas de otras por la presencia de condiciones experimenta

tales diferentes, y los sistemas comparables se condiserarán un mismo sistema observado en distintas ocasiones. El diseño no contiene entonces variables independientes y los resultados de los análisis secuenciales en cada casilla pueden considerarse homogéneos con los de las casillas restantes.

#### 2.4. Sistematización del análisis secuencial de retardo para conducta concurrente y no concurrente

Paralelamente al diseño de observación que establezcamos para un sistema o un conjunto de sistemas, es necesario especificar una estrategia de análisis concreta para las secuencias de datos que obtenemos en cada casilla del diseño. El método de retardos de Sackett permitía plantear diseños de análisis que combinan algunas de las siguientes dimensiones:

- a) Conductas del repertorio consideradas criterio
- b) Conductas del repertorio consideradas apareadas
- c) Retardos
- d) Tipos de análisis: evento-base, o variedades de tiempo-base.

El "diseño de análisis" es un plan específico de tratamiento de datos secuenciales. A diferencia del "diseño de observación", referido a la estrategia de recogida de estos datos, en el diseño de análisis se especifican los valores que toman un conjunto de dimensiones como el anterior. Para unos datos concretos es posible especificar (con algunas restricciones, como se verá) una diversidad de diseños de análisis.

Tal como se ha indicado, según el método de Sackett, en un diseño de análisis específico se incluyen todas las conductas apareadas y un conjunto de retardos (de 1 a M, retardo máximo), fijando una conducta criterio y un tipo de análisis. Por otra parte, cuando además incluimos todas las conductas como criterio, denominamos la estrategia "análisis secuencial completo" porque posibilita una reducción importante de la información en forma de z-sumas u otros indicadores globales.

Por referencia al marco conceptual que hemos propuesto, las posibilidades aumentan porque el registro simultáneo de los estados de varios subsistemas introduce la opción de investigar su comportamiento interactivo. Además, desde la publicación de los trabajos de Sackett, o paralelamente a la misma, otros autores han venido desarrollando variedades del análisis de retardo no contempladas con anterioridad, principalmente orientadas a investigar efectos causales en la conducta interactiva de varios individuos (p.e., Martin, Maccoby, Baran y Jacklin, 1981). Dichas nuevas variedades no han sido objeto, hasta el momento, de un estudio sistemático que ponga de manifiesto sus propiedades (por ejemplo, sus limitaciones o ventajas de tipo estadístico).

A nuestro juicio, en un par de subsistemas observados simultáneamente cabe proceder a estrategias de análisis secuencial de retardo basadas en las siguientes dimensiones:

- a) conductas o elementos de uno u otro subsistema consideradas criterios,
- b) conductas o elementos de uno u otro subsistema consideradas apareadas,
- c) retardos,
- d) número de subsistemas,
- e) tipos y variedades de análisis, y
- f) signo del retardo.

Estas seis dimensiones configuran un diseño de análisis secuencial, que puede simplificarse por conveniencia manteniendo fijas las condiciones de varias dimensiones. A continuación explicitamos las características de las dimensiones que introducen novedades en relación a los diseños de análisis propios del método de Sackett.

### 2.4.1. Clases de análisis

La clase de análisis está determinada por el número de subsistemas que queremos relacionar (uno o dos subsistemas). La clase es concurrente, interactiva, o entre subsistemas cuando investigamos las contingencias de retardos de las conductas o elementos de un subsistema respecto a una conducta o elemento criterio perteneciente al otro subsistema. Por extensión, el primero es el subsistema apareado, endógeno, o dependiente, y el segundo es el subsistema criterio, exógeno, o independiente.

Por otra parte, decimos que la clase de análisis es excluyente, no interactiva, o intra subsistema cuando las contingencias de retardo que evaluamos son contingencias entre conductas de un mismo subsistema, el cual es apareado y criterio al mismo tiempo. El método de Sackett opera solamente en esta clase no interactiva.

En términos del diseño de análisis, los  $q$  sistemas de un sistema determinado pueden someterse, en principio, a  $q^2$  combinaciones de clases de análisis. La tabla siguiente resume estas posibilidades:

subsistemas apareados

	$S_{\sim 1}$	$S_{\sim 2}$	$S_{\sim 3}$	...	$S_{\sim q}$
$S_{\sim 1}$	1	2	2		2
$S_{\sim 2}$	2	1	2		2
$S_{\sim 3}$	2	2	1		2
⋮					
$S_{\sim q}$	2	2	2		1

donde 2 significa clase interactiva, y 1, clase no interactiva. La clase 2 es entonces bidireccional, es decir, existe la posi-

bilidad de considerar a  $\tilde{S}_i$  como criterio y a  $\tilde{S}_j$  como apareado, o viceversa. La bidireccionalidad no implica simetría: las contingencias de retardo de las conductas de  $\tilde{S}_j$  respecto a las de  $\tilde{S}_i$  no son necesariamente las mismas que las de  $\tilde{S}_i$  respecto a  $\tilde{S}_j$ <sup>1</sup>.

#### 2.4.2. Tipos de análisis

Designamos con el término "tipo de análisis" a cada una de las variedades de retardo utilizadas por Sackett:

- Tipo 0: Retardos de evento-base; cada retardo desde la conducta criterio es la ocurrencia de una conducta.
- Tipo 1: Retardos de tiempo-base desde cada unidad de tiempo o sub-ocurrencia de la conducta criterio ("level triggered").
- Tipo 2: Retardos de tiempo base únicamente desde la última unidad de tiempo de cada ocurrencia de la conducta criterio ("trailing edge triggered").
- Tipo 3: Retardos de tiempo-base únicamente desde la primera unidad de tiempo de cada ocurrencia de la conducta criterio ("leading edge triggered").

Los cuatro tipo de análisis fueron pensados, evidentemente, para la clase no interactiva, pero son también aplicables cuando la clase es interactiva, a excepción del tipo 0; por razones que expondremos a continuación.

---

1 No obstante, sí puede hablarse de simetría en la contingencia de retardo cuando entran en juego el signo del retardo y los tipos y variedades de análisis, tanto en clase interactiva como no interactiva (véase más adelante).

Como ejemplo ilustrativo de la aplicabilidad de los tipos de análisis 1,2 y 3 a la clase interactiva, supongamos que un sistema consta de dos subsistemas  $S_{\sim 1}$  y  $S_{\sim 2}$  con los elementos:

$$S_{\sim 1} = \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{pmatrix} \quad S_{\sim 2} = \begin{pmatrix} M \\ N \\ O \\ P \end{pmatrix}$$

y sus comportamientos son observados simultáneamente a lo largo de una sesión de 63 unidades de tiempo, obteniéndose las dos secuencias de datos tipo III:

Subsistema  $S_{\sim 1}$ :

Conducta:	B	D	A	B	E	C	D	B	A	E	B	D	C	A
Duración:	5	2	5	3	8	6	11	3	7	2	2	3	4	2

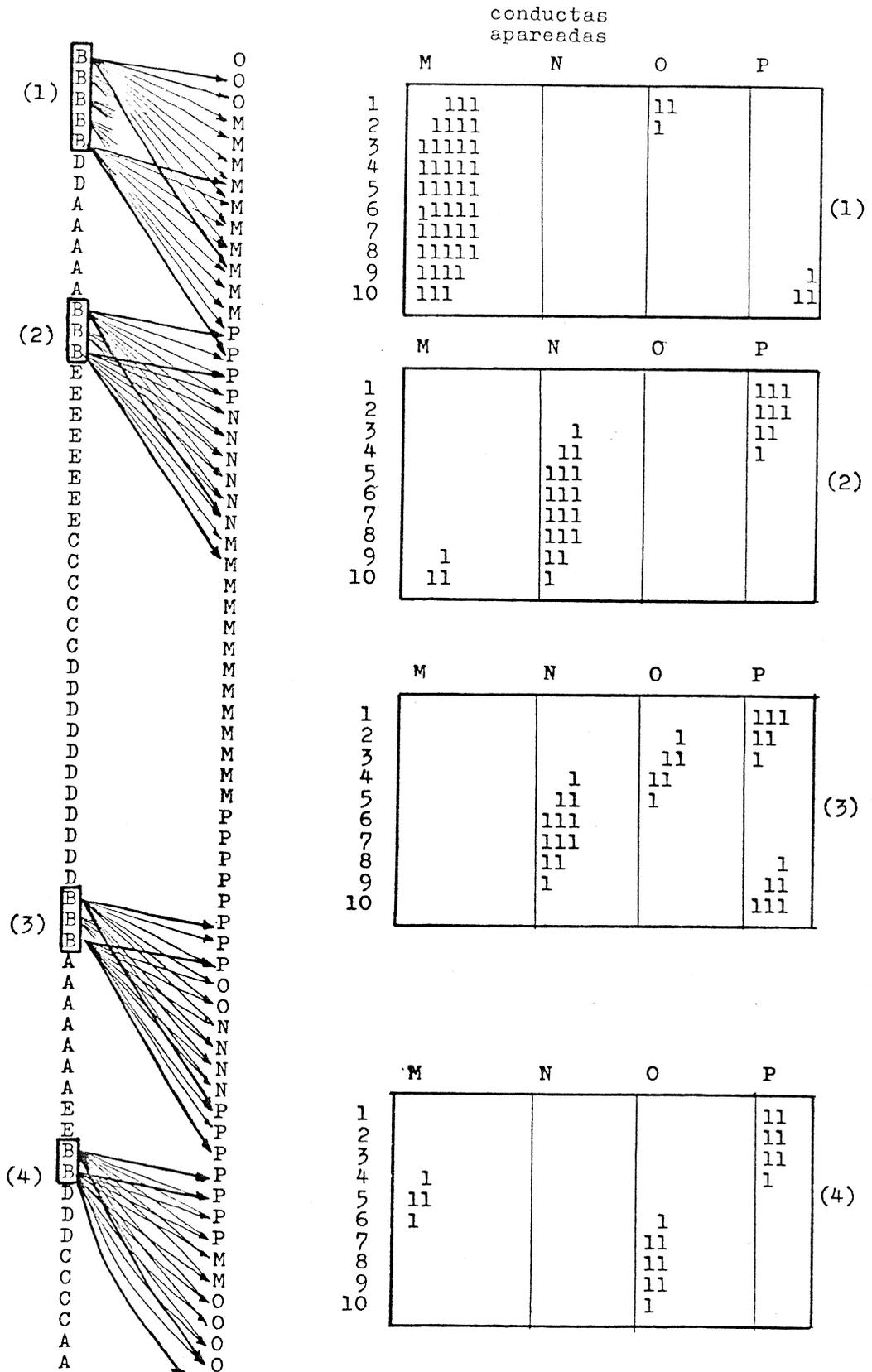
Subsistema  $S_{\sim 2}$ :

Conducta:	O	M	P	N	M	P	O	N	P	M	O
Duración:	3	10	4	6	13	8	2	4	7	2	4

En la Gráfica 2.2 se muestra esquemáticamente el proceso de obtención de la matriz de frecuencias de retardo para un análisis con las características siguientes:

- Clase interactiva,
- subsistema criterio:  $S_{\sim 1}$ ; conducta criterio B,
- tipo 1,
- retardo máximo: 10

En dicha Gráfica cada ocurrencia de la conducta criterio aparece numerada (4 ocurrencias en la secuencia). Las flechas indican los apareos de las sub-ocurrencias de la conducta B con sub-ocurrencias de las conductas del subsistema  $S_{\sim 2}$ . Para mayor claridad, solamente se muestran los apareos de la primera y de



Gráfica 2.2. Esquema del procedimiento de obtención de las frecuencias de retardo en un análisis en clase interactiva, tipo 1. Conducta criterio: B; retardo máximo: 10. Cada tabla muestra desglosadas las frecuencias de apareo con una ocurrencia de B.

## Matriz de frecuencias de retardo

Conductas apareadas					
	M	N	O	P	(a)
1	3	0	2	8	13
2	4	0	2	7	13
3	5	1	2	5	13
4	6	3	2	2	13
5	7	5	1	0	13
6	6	6	1	0	13
7	5	6	2	0	13
8	5	5	2	1	13
9	5	3	2	3	13
10	5	1	1	5	12

(a) Frecuencia total de apareo

## Matriz de probabilidades de retardo

Conductas apareadas				
	M	N	O	P
1	.231	.000	.154	.615
2	.308	.000	.154	.538
3	.385	.077	.154	.385
4	.461	.231	.154	.154
5	.538	.385	.077	.000
6	.461	.461	.077	.000
7	.385	.461	.154	.000
8	.385	.385	.154	.231
9	.385	.231	.154	.231
10	.417	.083	.083	.417

Tabla 2.1. Matrices de frecuencias y probabilidades de retardo que resumen el procedimiento indicado en la Gráfica 2.2.

la última unidad de tiempo de cada ocurrencia de B, pero, al ser un análisis tipo 1, los apareos se contabilizan de hecho desde cada unidad de tiempo. Las cuatro tablas de la derecha corresponden a cada una de las ocurrencias de B, de manera que la matriz de frecuencias de retardo de esta secuencia se obtiene sumándolas (Tabla 2.1).

#### 2.4.2.1. Características del tipo 1

En las tablas de la Gráfica 2.2 se constata que un análisis tipo 1 proporciona unas frecuencias de retardos que poseen una cierta regularidad. La regularidad deja de ser evidente cuando sumamos las tablas correspondientes a todas las ocurrencias de la conducta criterio. Vamos a referirnos, por lo tanto, a las frecuencias de apareo entre una ocurrencia de la conducta criterio y una ocurrencia de la conducta apareada. Analicemos, por ejemplo, el contenido de la columna encabezada por M en la tabla correspondiente a la primera ocurrencia de B. El valor 1 indica apareo y, en este caso, apareo de la conducta M con B en los retardos posibles 1 a 10. Sumando dichas frecuencias unitarias obtenemos:

ret.	M
1	3
2	4
3	5
4	5
5	5
6	5
7	5
8	5
9	4
10	3

La frecuencia máxima (5) es igual a la duración de la ocurrencia de la conducta criterio B porque todas las sub-ocurrencias de B han podido ser apareadas con sub-ocurrencias de M en algún retardo. En la columna encabezada por 0, sin embargo, la suma de las frecuencias unitarias es:

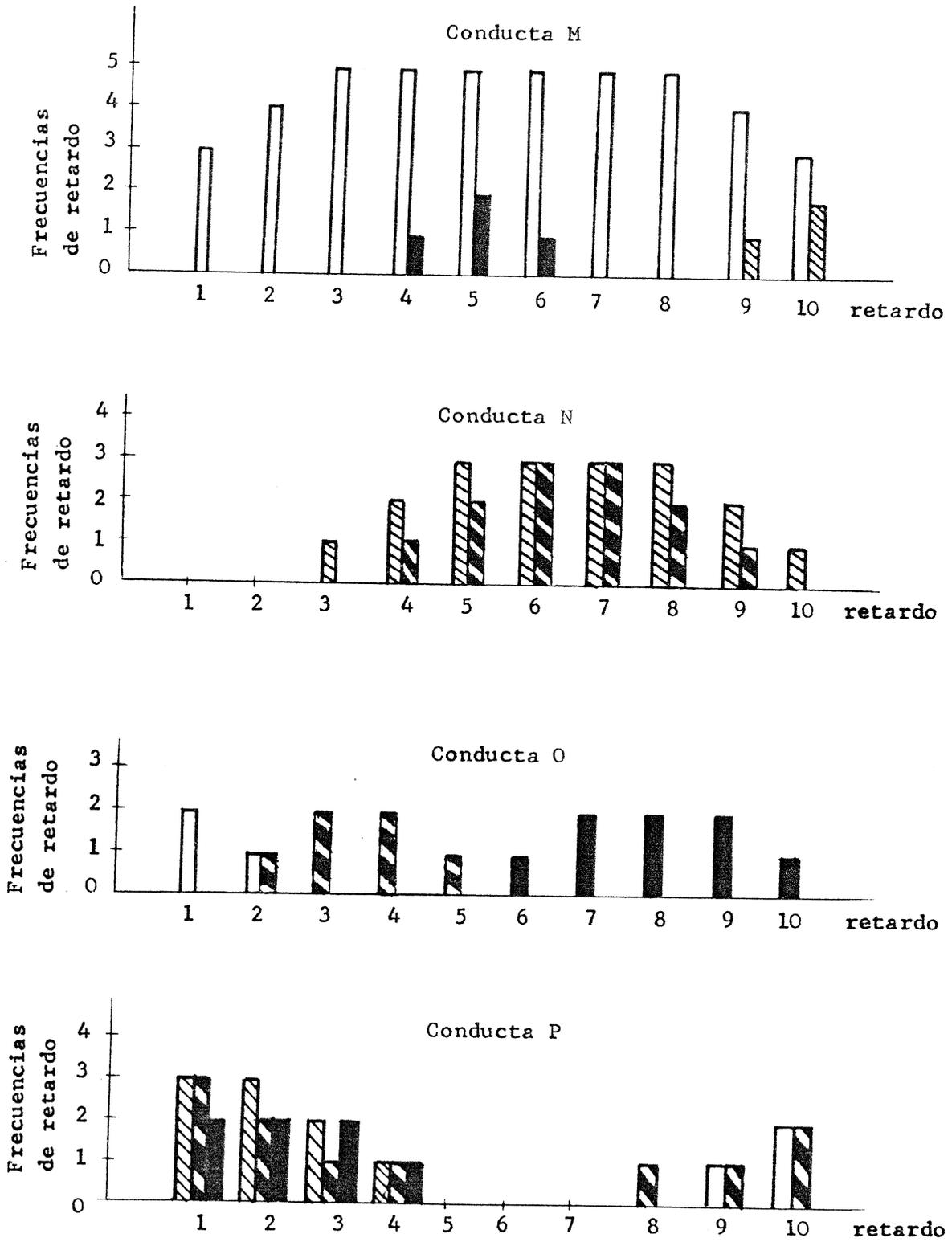
ret.	0
1	2
2	1
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	0
9	0
10	0

La frecuencia máxima en este caso no es 5 sino 2, que son precisamente las sub-ocurrencias de 0 que pueden ser apareadas con sub-ocurrencias de B en algún retardo. La frecuencia máxima que puede obtenerse en una de dichas columnas depende de las duraciones de las ocurrencias de las conductas criterio y apareada, y de la relación temporal de los inicios de ambas. Por otra parte, las frecuencias no nulas de estas tablas se agrupan en unos retardos consecutivos. El número de retardos consecutivos con frecuencia no nula depende también de las duraciones de ambas conductas, de la relación temporal de sus inicios y de su simultaneidad o co-ocurrencia. En la Gráfica 2.3 pueden verse los diagramas de barras en función del retardo de las frecuencias obtenidas para las conductas M, N, O, P en cada una de las tablas de la Gráfica 2.2.

La regularidad en las frecuencias de retardos de un análisis tipo 1 ocurre tanto en clase interactiva como en clase no interactiva. En la Gráfica 2.4 se muestra esquemáticamente el proceso de obtención de las frecuencias de retardo (que ya se había detallado en el capítulo anterior) en un análisis tipo 1 intra subsistema  $\tilde{S}_1$ :

- Clase no interactiva,
- subsistema:  $\tilde{S}_1$ ; conducta criterio: B,
- tipo 1,
- retardo máximo: 10

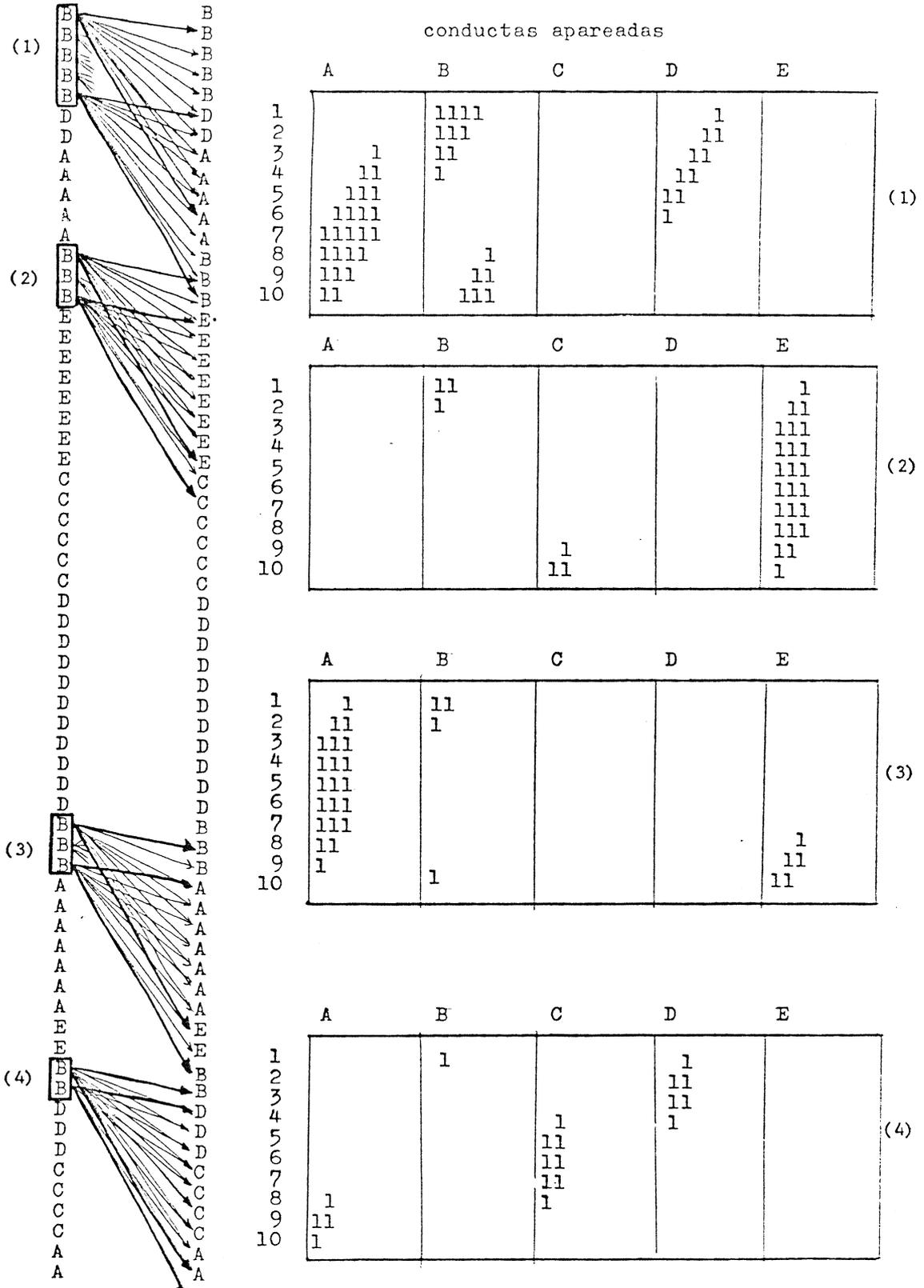
En esta Gráfica la secuencia del subsistema  $\tilde{S}_1$  se ha repetido en dos columnas contiguas para mayor claridad, y también para



Ocurrencias de B (criterio)

- (1)
- (2)
- (3)
- (4)

Gráfica 2.3. Contribuciones de cada ocurrencia de la conducta criterio B a las frecuencias de retardo de las conductas apareadas M, N, O, P, en un análisis tipo 1 en clase interactiva.



Gráfica 2.4. Esquema del procedimiento de obtención de las frecuencias de retardo en un análisis en clase no interactiva, tipo 1. Conducta criterio: B; retardo máximo: 10. Cada tabla muestra desglosadas las frecuencias de apareo con una ocurrencia de B.

## Matriz de frecuencias de retardo

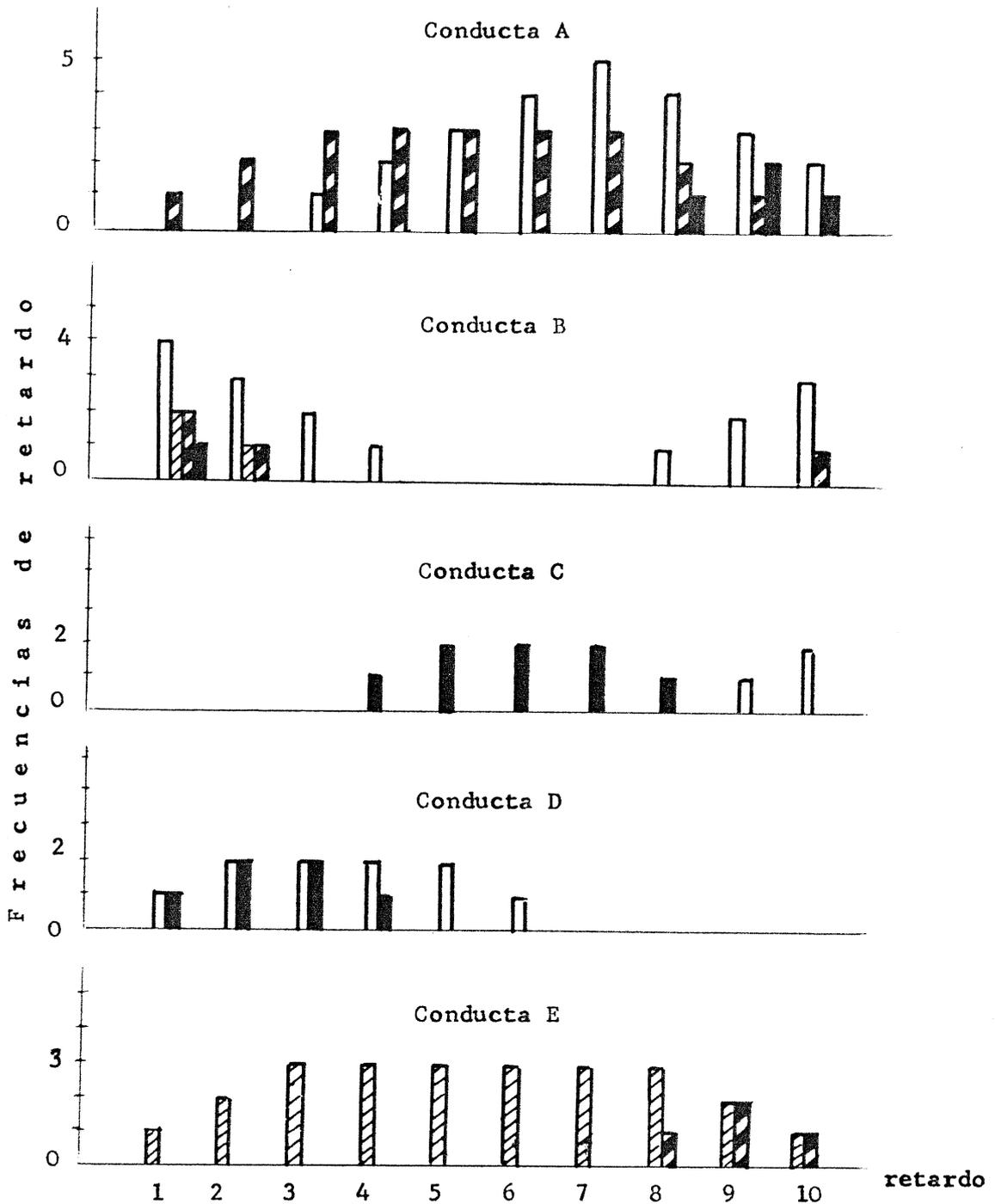
		Conductas apareadas					
		A	B	C	D	E	(a)
1	1	9	0	2	1	13	
2	2	5	0	4	2	13	
3	4	2	0	4	3	13	
4	5	1	1	3	3	13	
5	6	0	2	2	3	13	
6	7	0	2	1	3	13	
7	8	0	2	0	3	13	
8	7	1	1	0	4	13	
9	6	2	1	0	4	13	
10	3	4	2	0	3	12	

(a) Frecuencia total de apareo

## Matriz de probabilidades de retardo

		Conductas apareadas				
		A	B	C	D	E
1	.077	.692	.000	.154	.077	
2	.154	.385	.000	.308	.154	
3	.308	.154	.000	.308	.231	
4	.385	.077	.077	.231	.231	
5	.461	.000	.154	.154	.231	
6	.538	.000	.154	.077	.231	
7	.615	.000	.154	.000	.231	
8	.538	.077	.077	.000	.308	
9	.461	.154	.077	.000	.308	
10	.250	.333	.167	.000	.250	

Tabla 2.2. Matrices de frecuencias y de probabilidades de retardo que resumen el procedimiento indicado en la Gráfica 2.4.



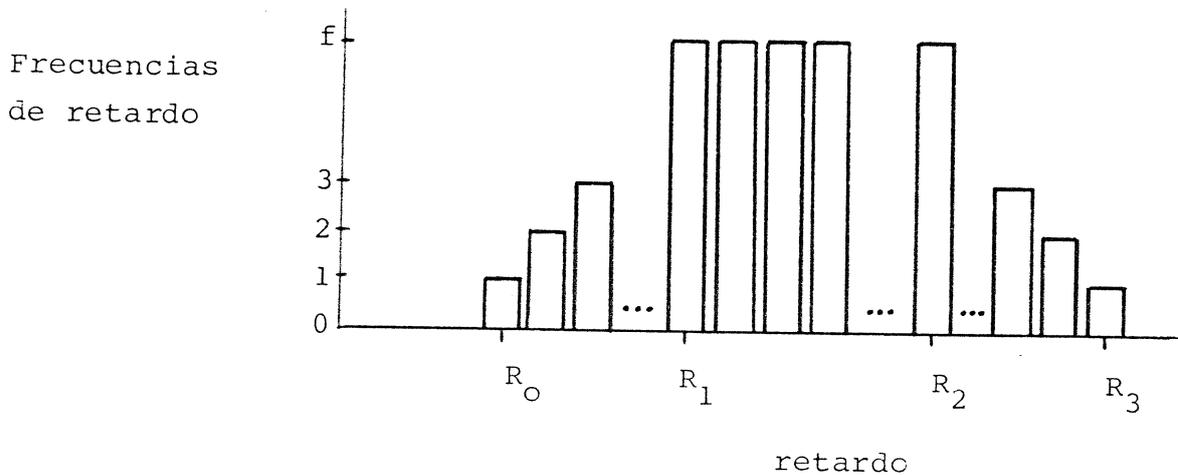
Ocurrencias de B (criterio)

- (1)
- (2)
- (3)
- (4)

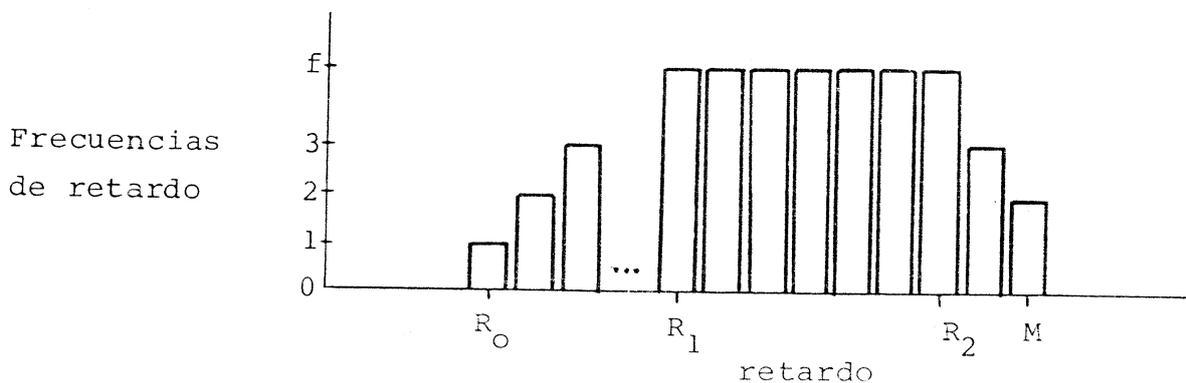
Gráfica 2.5. Contribuciones de cada ocurrencia de la conducta criterio B a las frecuencias de retardo de las conductas apareadas A, B, C, D, E, en un análisis tipo I en clase no interactiva

resaltar el hecho de que, en cuanto a procedimiento de contabilización de frecuencias, es irrelevante la clase de análisis. Como en la Gráfica 2.2, en ésta sólo se indican con flechas los apareos de la primera y de la última unidad de tiempo de cada ocurrencia de la conducta B, pero las frecuencias se han obtenido contabilizándolos desde cada unidad de tiempo de B. En la Gráfica 2.5 pueden verse los diagramas de barras correspondientes a este análisis intra subsistema  $\tilde{S}_1$ , y en la Tabla 2.2 la tabla de frecuencias de retardo global.

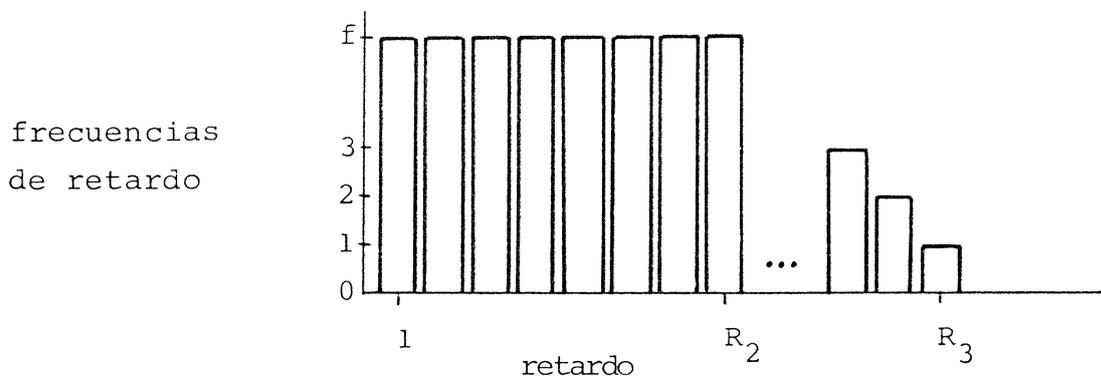
En general, los diagramas de barras que representan las frecuencias de retardos de una ocurrencia de la conducta apareada respecto a una ocurrencia de la conducta criterio tienen esta forma:



donde  $f$ ,  $R_0$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_3$  son funciones de las duraciones de ambas ocurrencias. El diagrama presentará un truncamiento en su parte derecha cuando  $R_3$  sea superior al retardos máximo escogido; por ejemplo:



y un truncamiento en su parte izquierda cuando ambas conductas co-ocurren en parte o totalmente (clase interactiva), o en el caso de autocontingencia de la conducta criterio (clase no interactiva); por ejemplo:



Sean  $d_c$  = duración de la ocurrencia de la conducta criterio;  
 $d_a$  = duración de la ocurrencia de la conducta apareada;  
 $d_e$  = duración efectiva de la conducta apareada, o número de unidades de tiempo de la ocurrencia de esta conducta que pueden ser apareadas con la conducta criterio en algún retardo; si la conducta apareada se inicia después de la primera unidad de tiempo de la criterio,  $d_e = d_a$ ; en clase no interactiva, siempre  $d_e = d_a$ ;  
 $d_m = \text{mín}(d_c, d_a)$ ;

entonces:

$$f = d_m$$

$$R_0 = 2 - d_c + \sum d_e$$

$$R_1 = R_0 + d_m - 1$$

$$R_2 = R_0 + d_c + d_e - d_m - 1$$

$$R_3 = R_0 + d_c + d_e - 2$$

donde  $\sum d_e$  significa las duraciones efectivas acumuladas de todas las ocurrencias de las conductas apareadas anteriormente con la misma ocurrencia de la conducta criterio.

El número de retardos consecutivos con frecuencia no nula es entonces:

$$R_3 - R_0 + 1 = d_c + d_e - 1$$

Las ecuaciones que expresan las frecuencias de retardo del diagrama son ( $F_t$  = frecuencia de retardo  $t$ ;  $t$  = retardo):

$$\left\{ \begin{array}{ll} F_t = (t - R_0) + 1 & \text{para } R_0 \leq t \leq R_1 \\ F_t = d_m & \text{para } R_1 < t < R_2 \\ F_t = d_c + d_e - (t - R_0) - 1 & \text{para } R_2 \leq t \leq R_3 \end{array} \right.$$

En resumen, conociendo las duraciones  $d_c$ ,  $d_a$  y  $d_e$  podemos obtener la matriz de frecuencias de retardo de un análisis tipo 1 sin necesidad de proceder al conteo de las frecuencias.

Por ejemplo, volviendo al ejemplo de la Gráfica 2.2., las frecuencias  $F_t$  de apareo entre la primera ocurrencia de B y la primera ocurrencia de M pueden calcularse sabiendo que:

$$\begin{aligned} d_c &= 5 \\ d_e &= 10 \quad (= d_a) \\ d_m &= 5 \end{aligned}$$

$$d_e = 2 \quad (\text{antes de M, la duración efectiva que es posible aparear con B son 2 unidades de 0})$$

Entonces:

$$\begin{aligned} f &= 5 \\ R_0 &= -1; R_1 = 3; R_2 = 8; R_3 = 12 \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} F_t = t - 2 & \text{para } -1 \leq t \leq 3 \\ F_t = 5 & \text{para } 3 < t < 8 \\ F_t = 13 - t & \text{para } 8 \leq t \leq 12 \end{array} \right.$$

lo cual se cumple en el diagrama de la Gráfica 2.3. Como puede verse, el diagrama está truncado por la derecha (porque  $R_3$  es superior al retardo máximo 10) y por la izquierda (porque  $R_0$  es inferior a 1, debido a que las ocurrencias de ambas conductas son simultáneas en unas unidades de tiempo).

Para completar el ejemplo, veamos la aplicación de las ecuaciones anteriores cuando la clase es no interactiva. En la Gráfica 2.4. consideremos las frecuencias de retardo que corresponden a la segunda ocurrencia de la conducta criterio B y a la primera ocurrencia de E. Las duraciones son:

$$\begin{aligned} d_c &= 3 \\ d_e &= 8 \quad (= d_a) \\ d_m &= 3 \\ \sum d_e &= 2 \quad (\text{antes de E, la duración efectiva que es posible aparear con B son 2 unidades de B}) \end{aligned}$$

El resultado es:

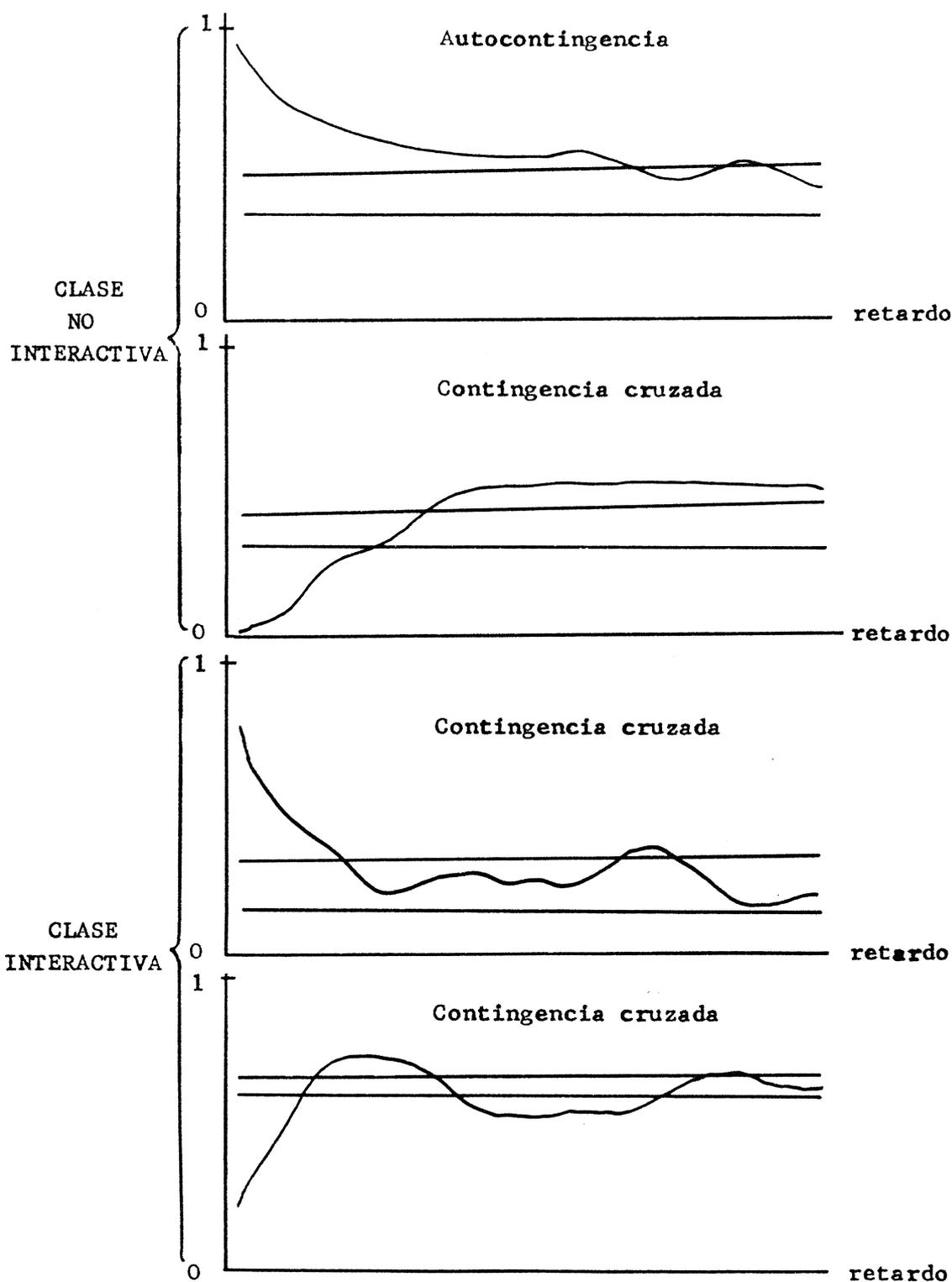
$$\begin{aligned} f &= 3 \\ R_0 &= 1; R_1 = 3; R_2 = 8; R_3 = 10 \\ \left\{ \begin{array}{ll} F_t = t & \text{para } 1 \leq t \leq 3 \\ F_t = 3 & \text{para } 3 < t < 8 \\ F_t = 11 - t & \text{para } 8 \leq t \leq 10 \end{array} \right. \end{aligned}$$

como se comprueba en la columna correspondiente a la conducta E de la segunda tabla de dicha Figura.

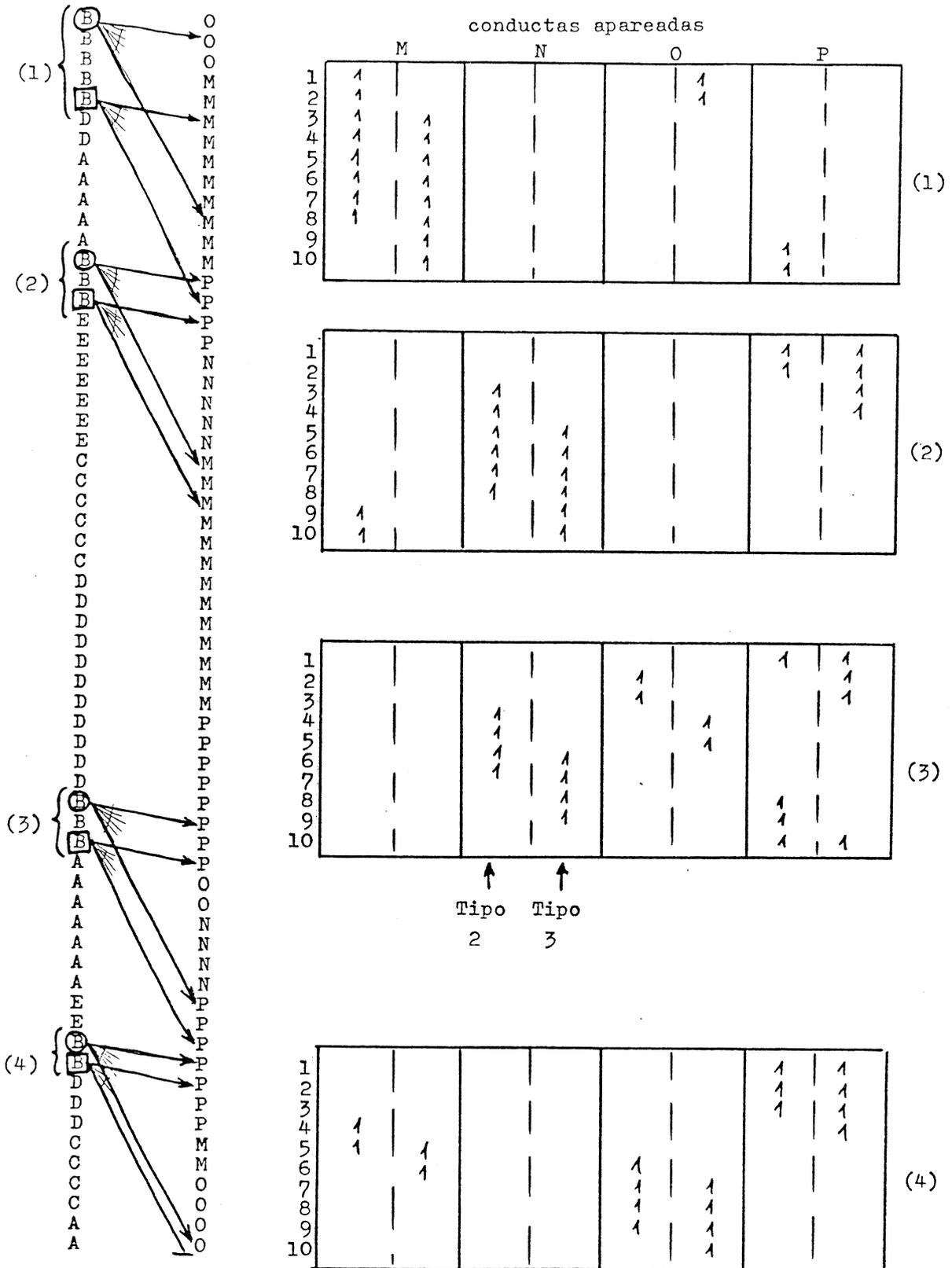
Otra característica diferencial del análisis tipo 1 son los perfiles de retardo (de probabilidades o de zetas). Para la clase no interactiva, los perfiles de retardo correspondientes a contingencias cruzadas presentan valores bajos (e inhibidos) durante los primeros retardos, mientras que el perfil de autocontingencia (de la conducta criterio consigo misma) presenta

valores altos (o activados) durante los primeros retardos. La forma del perfil de autocontingencia de un análisis tipo 1 en clase no interactiva es en general semejante a una rama de una hipérbola equilátera. En la Gráfica 2.6. pueden verse perfiles de retardo típicos del análisis tipo 1. Puesto que en este tipo de análisis todas las unidades de tiempo en que ocurre la conducta criterio son tomadas como criterio, la probabilidad de que puedan ser apareadas con otras unidades de tiempo de la misma ocurrencia de la conducta criterio (en clase no interactiva) es alta durante los primeros retardos; el número de retardos en los cuales esta probabilidad se mantiene alta será mayor cuanto mayor sea la duración media de la conducta criterio. En un análisis de clase no interactiva, para un retardo dado, la suma de las probabilidades de retardo de todas las conductas del subsistema (incluida la criterio) es forzosamente 1; ello implica que, junto con una autocontingencia elevada para retardos bajos, cabrá esperar contingencias cruzadas bajas para los mismos retardos. Sin embargo, las probabilidades no se encuentran "constreñidas" del mismo modo en un análisis de clase interactiva. En este caso la conducta criterio no pertenece al mismo subsistema que las conductas apareadas, y aunque su autocontingencia es alta para retardos bajos, las probabilidades de retardo de las conductas apareadas suman 1 para un retardo dado pero esta suma no incluye la probabilidad de retardo de la propia conducta criterio. Esta "libertad" de las probabilidades de retardo de las conductas del subsistema apareado:

- a) Permite que el análisis ponga de relieve contingencias cruzadas entre subsistemas que posiblemente quedarían "apagadas" si las conductas se hubieran categorizado de forma EME en un único subsistema;
- b) subsana el problema de "probabilidades que suman más de 1" (Sackett, 1979) cuando se pretende analizar datos tipo IV reducidos a datos tipo III.



Gráfica 2.6. Perfiles de probabilidades de retardo en el tipo de análisis 1. Cuando la clase es no interactiva la autocontingencia está activada en retardos bajos, pero la contingencia cruzada está inhibida. En clase interactiva la contingencia cruzada puede hallarse tanto activada como inhibida en retardos bajos, según sea el patrón de co-ocurrencia de la conducta criterio y la conducta apareada.



Gráfica 2.7. Esquema del procedimiento de obtención de las frecuencias de retardo en un análisis en clase interactiva, tipos 2 y 3. Conducta criterio: B; retardo máximo: 10. Cada tabla muestra desglosadas las frecuencias de apareo con cada finalización de B (tipo 2) y con cada inicio de B (tipo 3).

## Matrices de frecuencias de retardo

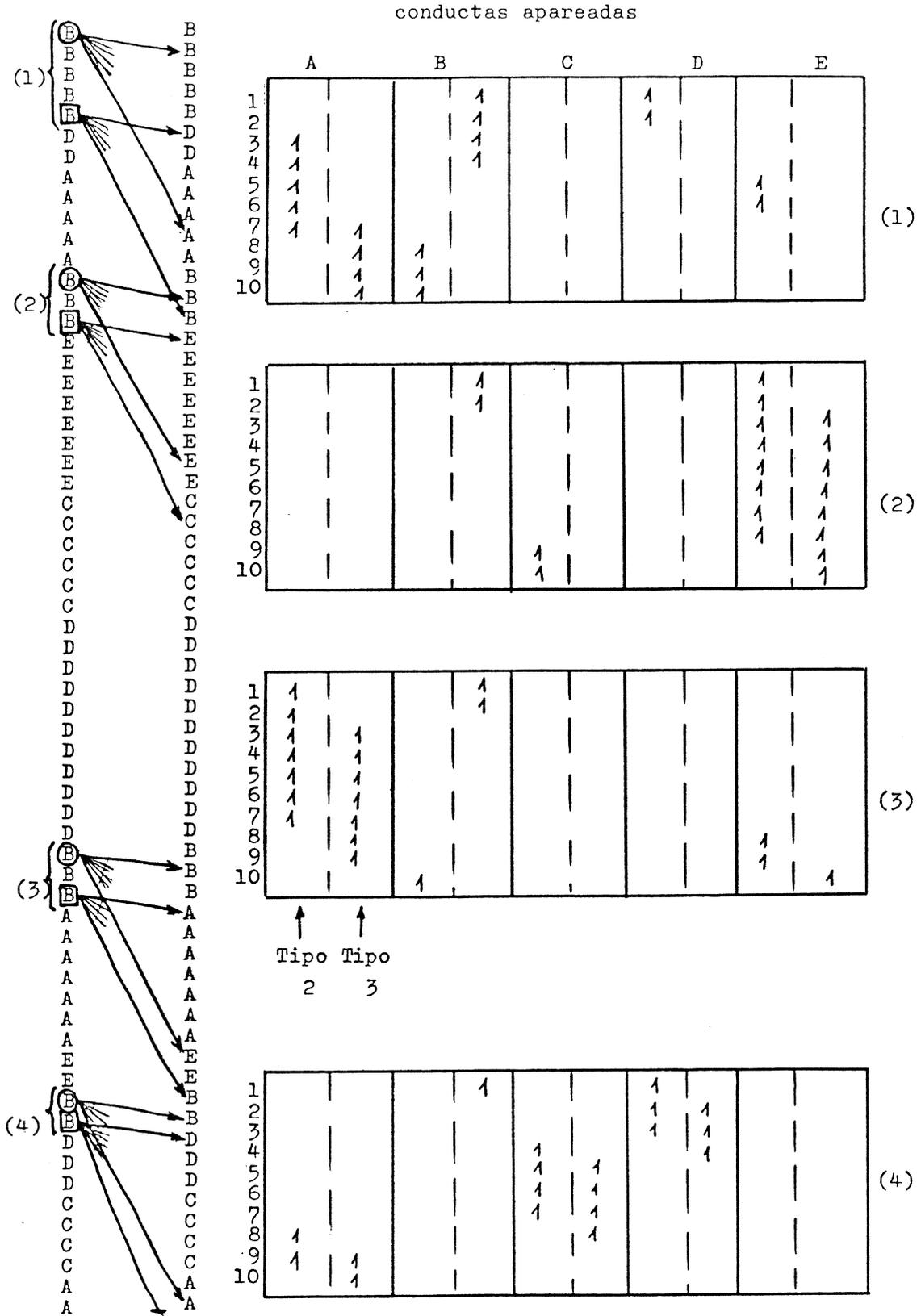
	Tipo 2					Tipo 3				
	Conductas apareadas					Conductas apareadas				
	M	N	O	P	(a)	M	N	O	P	(a)
1	1	0	0	3	4	0	0	1	3	4
2	1	0	1	2	4	0	0	1	3	4
3	1	1	1	1	4	1	0	0	3	4
4	2	2	0	0	4	1	0	1	2	4
5	2	2	0	0	4	2	1	1	0	4
6	1	2	1	0	4	2	2	0	0	4
7	1	2	1	0	4	1	2	1	0	4
8	1	1	1	1	4	1	2	1	0	4
9	1	0	1	2	4	1	2	1	0	4
10	1	0	0	2	3	1	1	1	1	4

(a) Frecuencias totales de apareo

## Matrices de probabilidades de retardo

	Tipo 2				Tipo 3			
	Conductas apareadas				Conductas apareadas			
	M	N	O	P	M	N	O	P
1	.25	.00	.00	.75	.00	.00	.25	.75
2	.25	.00	.25	.50	.00	.00	.25	.75
3	.25	.25	.25	.25	.25	.00	.00	.75
4	.50	.50	.00	.00	.25	.00	.25	.50
5	.50	.50	.00	.00	.50	.25	.25	.00
6	.25	.50	.25	.00	.50	.50	.00	.00
7	.25	.50	.25	.00	.25	.50	.25	.00
8	.25	.25	.25	.25	.25	.50	.25	.00
9	.25	.00	.25	.50	.25	.50	.25	.00
10	.33	.00	.00	.66	.25	.25	.25	.25

Tabla 2.3. Matrices de frecuencias y de probabilidades de retardo que resumen el procedimiento indicado en la Gráfica 2.7.



Gráfica 2.8. Esquema del procedimiento de obtención de las frecuencias de retardo en un análisis en clase no interactiva, tipos 2 y 3. Conducta criterio: B; retardo máximo: 10. Cada tabla muestra desglosadas las frecuencias de apareo con cada finalización de B (tipo 2) y con cada inicio de B (tipo 3).

## Matrices de frecuencias de retardo

	Tipo 2						Tipo 3					
	Conductas apareadas						Conductas apareadas					
	A	B	C	D	E	(a)	A	B	C	D	E	(a)
1	1	0	0	2	1	4	0	4	0	0	0	4
2	1	0	0	2	1	4	0	3	0	1	0	4
3	2	0	0	1	1	4	1	1	0	1	1	4
4	2	0	1	0	1	4	1	1	0	1	1	4
5	2	0	1	0	1	4	1	0	1	1	1	4
6	2	0	1	0	1	4	1	0	1	1	1	4
7	2	0	1	0	1	4	1	0	1	1	1	4
8	1	1	0	0	2	4	2	0	1	0	1	4
9	1	1	1	0	1	4	2	0	1	0	1	4
10	0	2	1	0	0	3	2	0	0	0	2	4

(a) Frecuencias totales de apareo

## Matrices de probabilidades de retardo

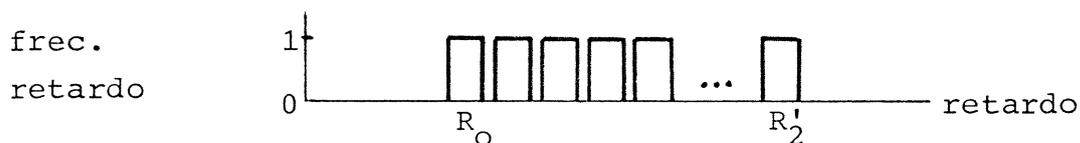
	Tipo 2					Tipo 3				
	Conductas apareadas					Conductas apareadas				
	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E
1	.25	.00	.00	.50	.25	.00	1.00	.00	.00	.00
2	.25	.00	.00	.50	.25	.00	.75	.00	.25	.00
3	.50	.00	.00	.25	.25	.25	.25	.00	.25	.25
4	.50	.00	.25	.00	.25	.25	.25	.00	.25	.25
5	.50	.00	.25	.00	.25	.25	.00	.25	.25	.25
6	.50	.00	.25	.00	.25	.25	.00	.25	.00	.25
7	.50	.00	.25	.00	.25	.50	.00	.25	.00	.25
8	.25	.25	.00	.00	.50	.50	.00	.25	.00	.25
9	.25	.25	.25	.00	.25	.75	.00	.00	.00	.25
10	.00	.66	.33	.00	.00	.50	.00	.00	.00	.50

Tabla 2.4. Matrices de frecuencias y probabilidades de retardo que resumen el procedimiento indicado en la Gráfica 2.8.

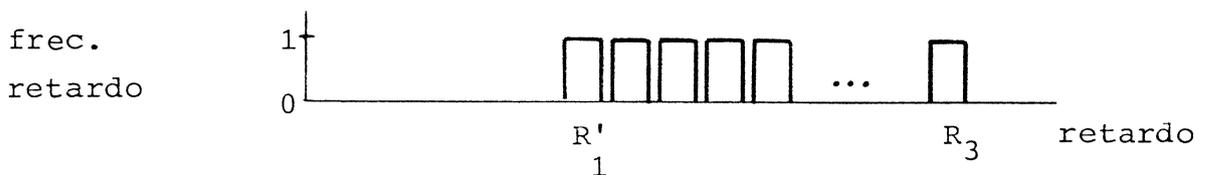
#### 2.4.2.2. Características de los tipos 2 y 3

Los mismos datos utilizados como ejemplo en las Figuras 2.2 y 2.5 han sido analizados tomando como criterio únicamente la primera unidad de tiempo de la conducta criterio B (tipo 3) y también, por separado, la última unidad de tiempo de B (tipo 2). Las tablas de frecuencias intermedias se exponen en las Gráficas 2.7 y 2.8 y las tablas respectivas de frecuencias de retardo globales, en las Tablas 2.3 y 2.4. Tanto en clase interactiva como no interactiva, las frecuencias obtenidas para cada ocurrencia de la conducta criterio son, en los análisis tipos 2 y 3, una parte de las obtenidas en análisis tipo 1. Como se comprueba en las Gráficas 2.7 y 2.8, la frecuencia máxima es siempre 1 (que equivale a una unidad de tiempo, primera o última, de la conducta criterio). Los diagramas de barras que representan las frecuencias de retardo correspondientes a una ocurrencia de la conducta apareada respecto a una ocurrencia de la conducta criterio son ahora:

a) Análisis tipo 2:



b) Análisis tipo 3:



donde  $R_0$ ,  $R'_2$ ,  $R'_1$  y  $R_3$  son retardos que dependen de las duraciones de ambas conductas y del lapso de tiempo que las separa;  $R_0$  y  $R_3$  se obtienen mediante las mismas ecuaciones propuestas para el tipo 1, y

$$R'_2 = R_0 + d_e - 1 \quad ,$$

$$R'_1 = R_3 - d_e + 1 \quad ;$$

cuando la ocurrencia de la conducta criterio dura menos que la de la conducta apareada,

$$d_m = \min (d_c, d_a) = d_c$$

y entonces,

$$R_2 = R_o + d_c + d_e - d_m - 1 = R_o + d_e - 1 = R'_2$$

$$R_1 = R_o + d_m - 1 = R_o + d_c - 1 + R_o + d_c + d_e - 2 - \\ - d_e + 1 = R_3 - d_e + 1 = R'_1$$

Pero, cuando la ocurrencia de la conducta criterio dura más que la ocurrencia de la conducta apareada entonces:

$$d_m = \min (d_c, d_a) = d_a$$

Supongamos que la conducta apareada se inicia después de la primera unidad de tiempo de la conducta criterio, o que nos encontramos en un análisis de clase no interactiva; en tal caso,  $d_e = d_a$ . Entonces,

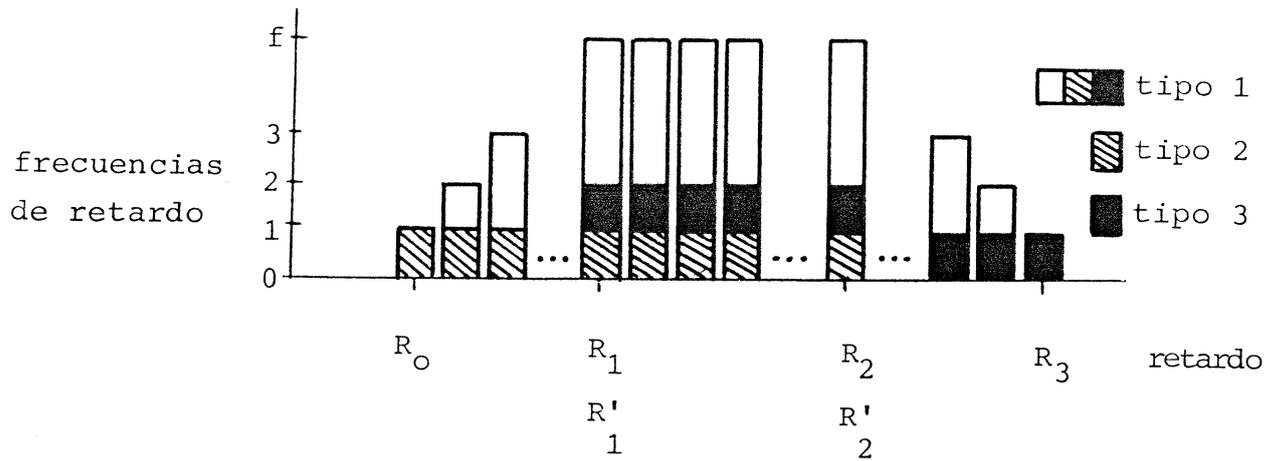
$$R_2 = R_o + d_c + d_e - d_m - 1 = R_o + d_c + d_e - 2 - d_m + 1 = \\ = R_3 - d_m + 1 = R_3 - d_e + 1 = R'_1$$

$$R_1 = R_o + d_m - 1 = R_o + d_e - 1 = R'_2$$

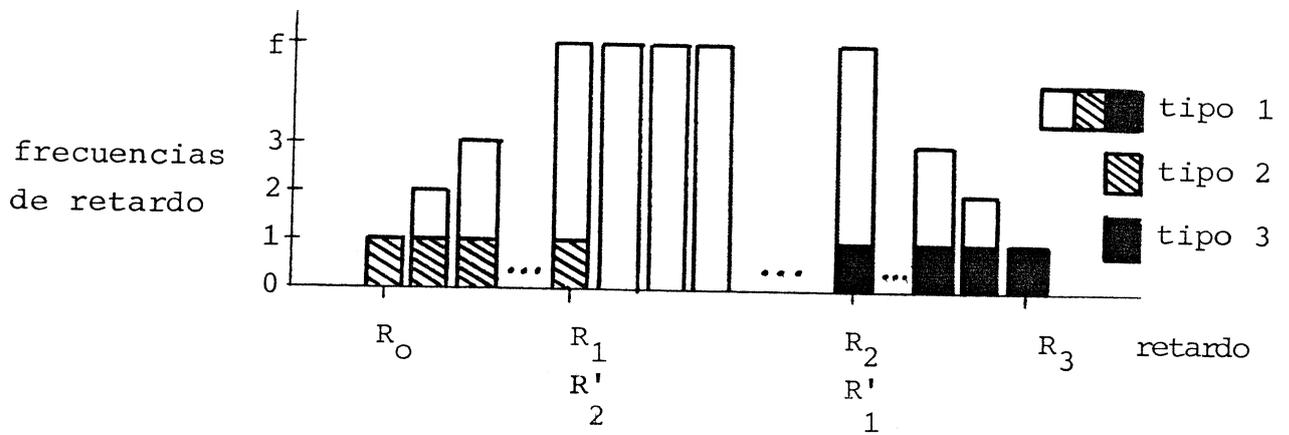
Si ambas ocurrencias tienen la misma duración,  $R_1 = R_2 = R'_1 = R'_2$ .

En los diagramas siguientes puede verse como las frecuencias de retardo de los tipos 2 y 3 son casos particulares de las frecuencias del tipo 1:

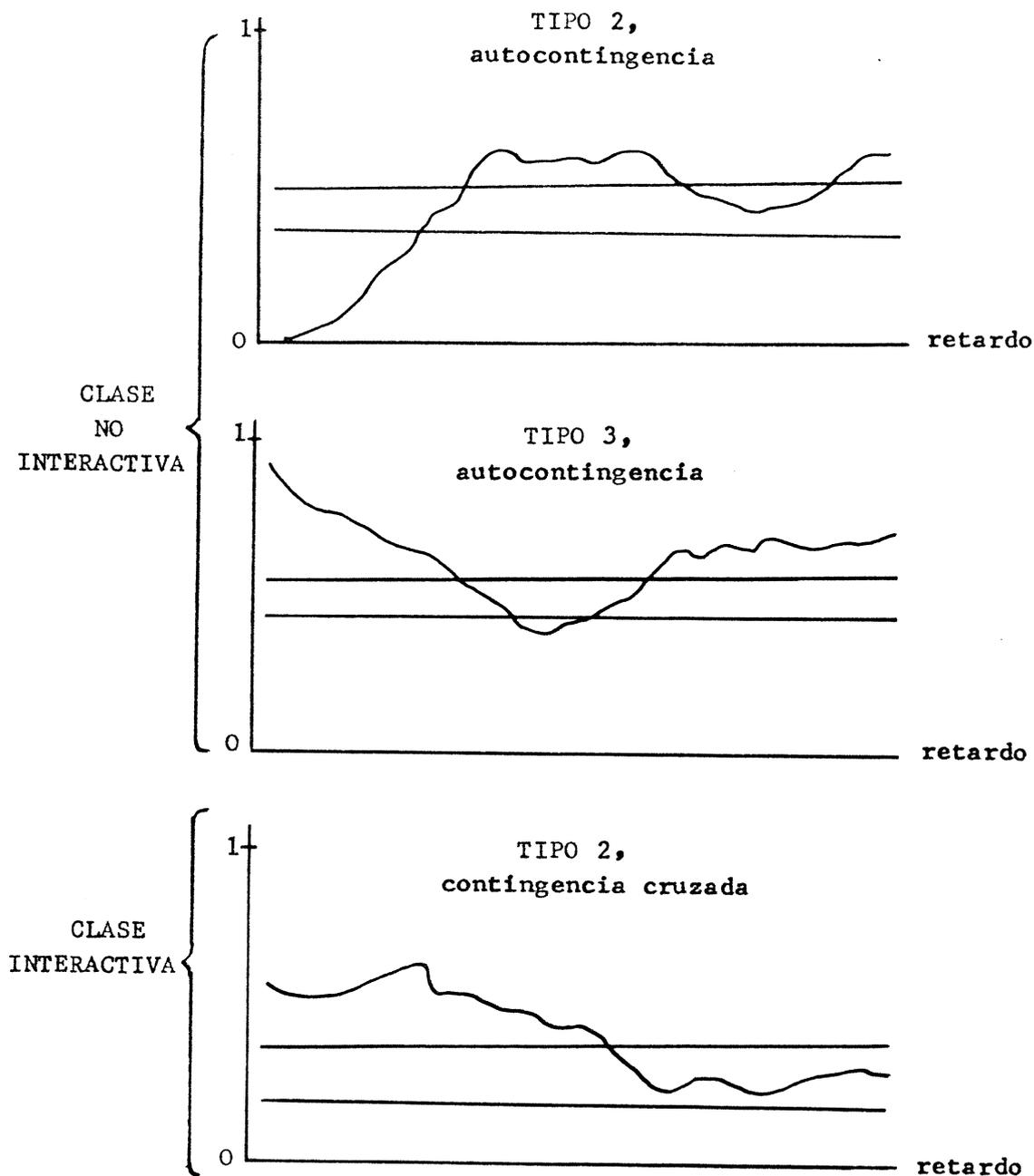
a) La ocurrencia de la conducta criterio dura menos que la de la conducta apareada:



b) La ocurrencia de la conducta criterio dura más que la de la conducta apareada:



Los perfiles de retardo de un análisis tipo 3 tienen características similares a los de un análisis tipo 1: puesto que la contingencia se evalúa desde la primera unidad de tiempo de la conducta criterio, en los retardos bajos se obtendrán perfiles de contingencia cruzada inhibidos si la clase de análisis es no interactiva, pues después del inicio de la conducta criterio es más probable que ocurra ella misma que cualquier otra conducta del subsistema; la restricción es obviada si la clase es interactiva, como en el análisis tipo 1. En los perfiles de retardo de un análisis tipo 2, la característica más sobresaliente es la inhibición de la autocontingencia para retardos bajos, ya que después de la finalización de la conducta criterio es más probable que ocurra cualquier otra conducta del subsistema que ella misma; tampoco existe tal propiedad en clase interactiva, pues en ella no se evalúa la autocontingencia. En



Gráfica 2.9. Perfiles de probabilidades de retardo en los tipos de análisis 2 y 3. Cuando la clase es no interactiva la autocontingencia está inhibida en retardos bajos si el tipo es 2, pero no si el tipo es 3. En clase interactiva el tipo 2 (y también el tipo 3) puede dar lugar a perfiles tanto activados como inhibidos en retardos bajos.

la Gráfica 2.9 se exponen algunos perfiles de retardo de análisis tipos 2 y 3. Para una misma secuencia de datos, los perfiles de los tipos 2 y 3 son menos suavizados que los perfiles del tipo 1, debido a que, como hemos visto, la estimación de las probabilidades de retardo se realiza a partir de frecuencias más bajas.

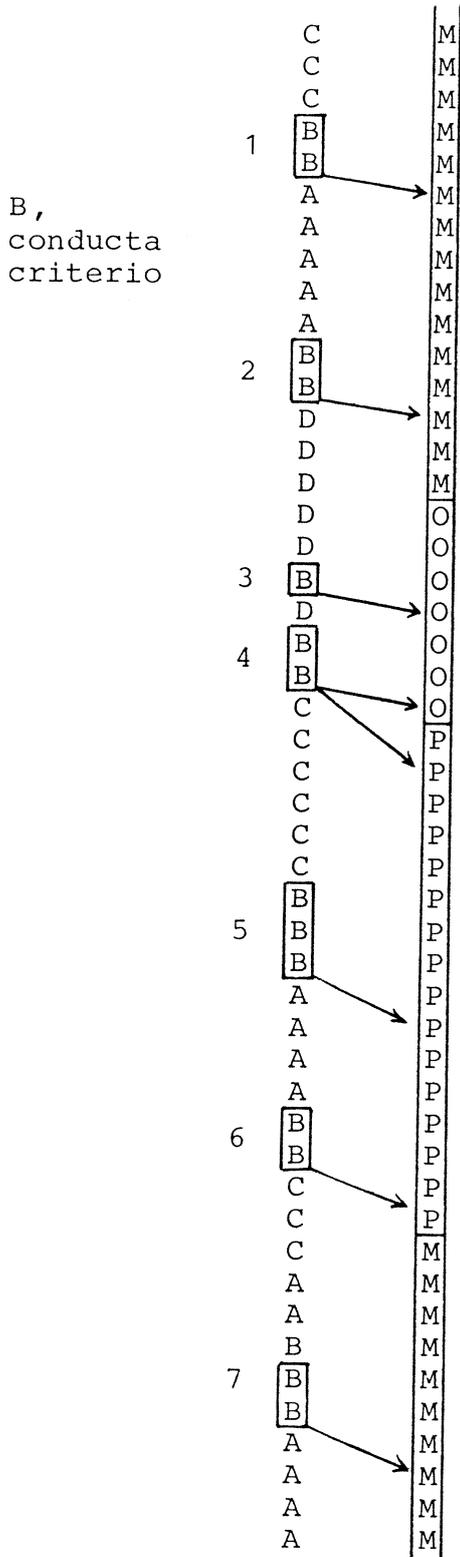
#### 2.4.2.3. El tipo 0 en clase interactiva

El análisis de retardos de evento-base presenta dificultades en clase interactiva y no sólo eso sino que, además trata secuencias de datos tipo IV sin aprovechar la información que aportan las duraciones de las conductas. A nuestro modo de ver, las ventajas de aplicar el tipo 0 en clase no interactiva, si es que existen, son sobrepasadas por los inconvenientes estadísticos y, en cualquier caso, cabe obtener mejores resultados con las estrategias nuevas de análisis secuencial que llamamos subtipos (véase el apartado siguiente).

Supongamos que deseamos llevar a cabo un análisis tipo 0 en clase interactiva con las secuencias de la Gráfica 2.10, con la misma conducta B como criterio. La primera dificultad es definir qué significa que una conducta siga a otra cuando se encuentran en secuencias concurrentes. En el ejemplo que nos ocupa, ¿la primera ocurrencia de la conducta B está seguida por la conducta M o por la conducta 0 en el subsistema apareado? Depende de si "seguir" significa:

- a) "iniciarse después o al mismo tiempo que un inicio"; si es así, entonces 0 sigue a B;
- b) "iniciarse después de un inicio"; si es así, M sigue a B;
- c) "iniciarse después de una finalización"; en tal caso, no puede considerarse siquiera que M siga a B, y la conducta siguiente es P.

Aun en el supuesto de que adoptásemos una de dichas definiciones, la concurrencia de las secuencias daría lugar a otro



Si el análisis es tipo 0,  
la ocurrencia de M se aparee  
con retardo 1 con dos ocurren-  
cias distintas de la conducta  
criterio (ocurrencias 1 y 2)

la ocurrencia de O se aparee  
con retardo 1 con dos ocurren-  
cias distintas de la conducta  
criterio (ocurrencias 3 y 4),  
y con retardo 2 con dos ocu-  
rrencias distintas de la con-  
ducta criterio (ocurrencias 1  
y 2)

la ocurrencia de P se aparee  
con retardo 1 con tres ocu-  
rrencias distintas de la con-  
ducta criterio (ocurrencias  
4, 5, 6); con retardo 2 con  
las ocurrencias 4 y 5; con re-  
tardo 3, con las ocurrencias  
1 y 2.

Grafica 2.10: Un posible análisis tipo 0 en clase interactiva.

## Matriz de frecuencias de retardo

Clase interactiva, tipo 0

	Conductas apareadas				
	M	N	O	P	(a)
1	3	0	2	2	7
2	2	0	2	2	6
3	2	0	0	2	4
4	2	0	0	0	2

(a) Frecuencia total de apareo

Frecuencias absolutas de las conductas:

M	N	O	P	
2	0	1	1	4

Frecuencias esperadas de retardo

	M	N	O	P	(a)
1	3	0	2	2	7
2	2-3= -1	0	1-2= -1	1-2= -1	-3
3	2-2= 0	0	1-2= -1	1-2= -1	-2
4	2-2= 0	0	1-0= 1	1-2= -1	0

(a) Frecuencia total esperada

Tabla 2.5. Frecuencias observadas y esperadas de retardo obtenidas con el procedimiento indicado en la Gráfica 2.10.

problema. Si la conducta criterio ocurre con gran frecuencia y con larga duración, entonces una misma ocurrencia de una de estas conductas puede ser apareada más de una vez con distintas ocurrencias de la conducta criterio en un mismo retardo (Gráfica 2.10). Ello puede dar lugar a frecuencias esperadas negativas cuando se apliquen las restricciones de evento-base para las frecuencias de retardo. En la Tabla 2.5 se exponen las frecuencias de retardo y las frecuencias esperadas de retardo correspondientes al procedimiento esquematizado en la Gráfica 2.10. Las frecuencias esperadas de retardo no podrían calcularse entonces de la misma manera que en clase no interactiva, y sería necesario obtenerlas a través de una formulación estadística que tuviese en cuenta las duraciones de las conductas respectivas y sus tiempos de co-ocurrencia. Sin embargo, a nuestro juicio, el objetivo de un análisis tipo 0 (esto es, obtener cadenas de eventos) queda desdibujado en una clase interactiva, tal como la hemos definido nosotros; si el interés del investigador se centra en averiguar qué cadenas de eventos u ocurrencias se producen de forma significativa en la interacción de dos subsistemas, lo lógico es que reduzca los datos tipo IV a datos tipo III (prescinde de la concurrencia), y éstos a tipo I (prescinde de la duración), y en ellos efectúe un análisis tipo 0 en clase no interactiva.

#### 2.4.3. Subtipos de análisis

En el método de Sackett el elemento de referencia para el análisis secuencial es la conducta criterio como evento, o bien puntos temporales de ocurrencia de la conducta criterio (inicio, terminación, todas sus sub-ocurrencias). Martin, Macoby, Baran y Jacklin (1981) proponen desplazar el punto de referencia a la conducta apareada para así poder resolver problemas de direccionalidad de la contingencia. En un análisis tipo 1 de las conductas de un niño siendo criterios las conductas de la madre y viceversa (sobre secuencias de datos tipo IV reducidos a tipo III), argumentan, en sus propias palabras, que

"No es legítimo, sin embargo, concluir del resultado anterior que la conducta del niño está influida por la acción previa de la madre. La dificultad radica en la existencia de duración en la conducta, en cualquiera de los participantes... Un análisis secuencial nos diría que el lloro del niño era propiciado por la conducta de tocar/sostener de la madre, puesto que la mayoría de los intervalos<sup>2</sup> en los que el niño lloraba iban precedidos por un intervalo en el que la madre intentaba consolarle tomándolo en brazos... Parece más razonable concluir que el niño lloraba en respuesta a su propio lloro anterior, que ésta es una conducta que tiende a continuar una vez iniciada, y que la intervención de la madre era una consecuencia, no una causa, de la conducta del niño... Una manera de tratar este problema es seleccionar todas las ocurrencias criterio de uno de los miembros pero registrar sólo aquellas ocurrencias de la conducta consecuente del otro miembro que representan la iniciación de la conducta..." (el subrayado es nuestro). (Martín et al., 1981, p. 149-150).

En la misma publicación estos autores analizan también la dependencia de las terminaciones de la conducta apareada respecto a todas las sub-ocurrencias de la conducta criterio. Otros "puntos de referencia" utilizados son el mantenimiento de la conducta apareada y su ausencia. En concreto, muestran cómo ciertas conductas de la madre afectan fuertemente el inicio de ciertas conductas del niño, pero menos a su finalización, resultados imposibles de obtener si se utiliza el método de Sackett.

Del mismo modo que se distinguen cuatro tipos de análisis según la base de los retardos y según qué sub-ocurrencias de la

---

2 Los intervalos eran, aproximadamente, unidades de tiempo real de 10 segundos. El método de registro era, pues, de "muestreo de tiempo por intervalos" (Altmann, 1974; Anguera, 1983), aunque Sackett (1978a) afirma que este tipo de muestreo no proporciona datos tratables mediante análisis secuencial si los intervalos son demasiado grandes.

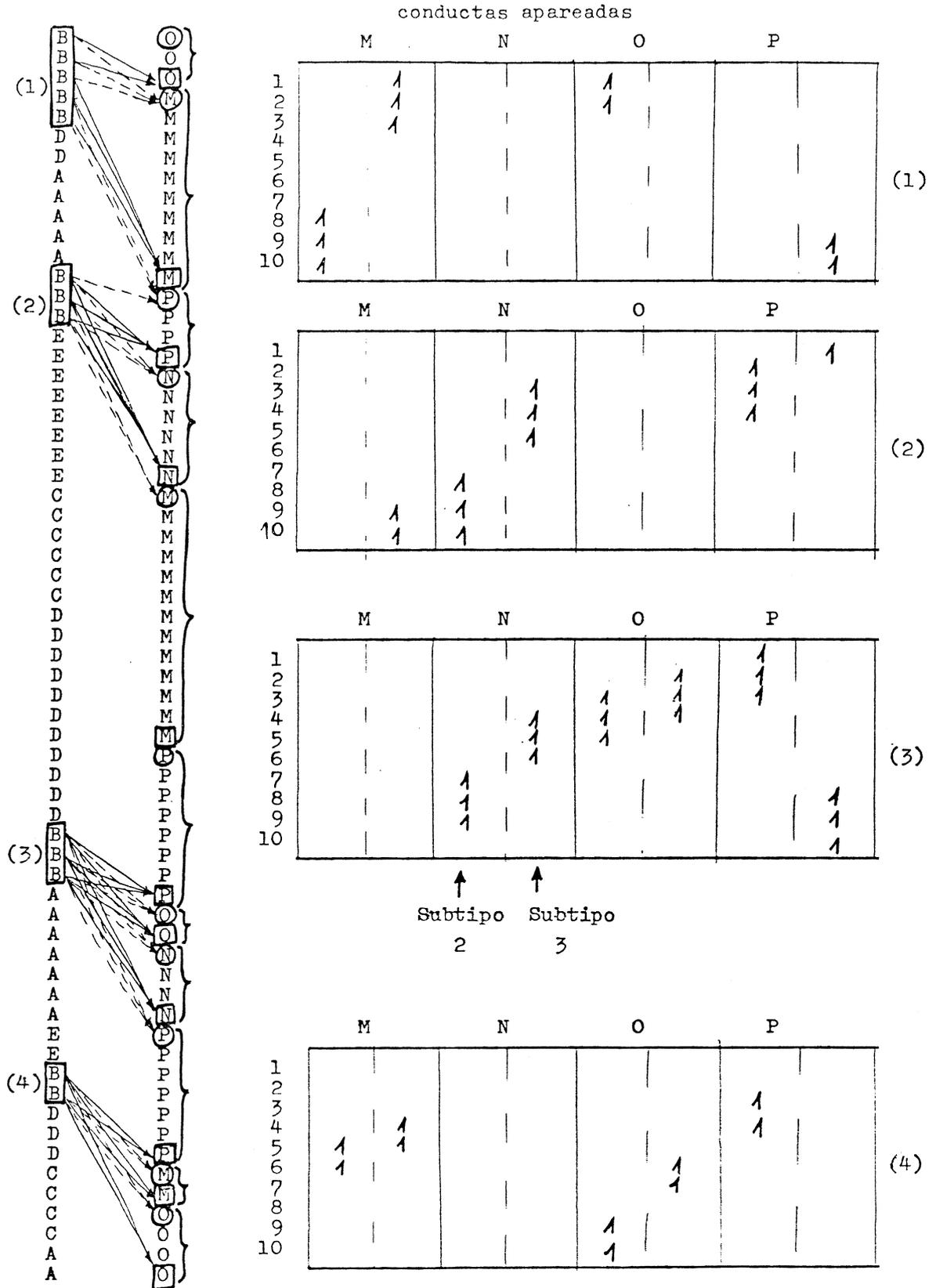
conducta criterio se toman realmente como criterios, cabe entonces la posibilidad de distinguir otras estrategias posibles de análisis que pueden combinarse con ellas. Llamamos subtipos a esas estrategias, que incumben a qué aspecto de las conductas apareadas se contabiliza como apareo:

- Subtipo 1: Los retardos de tiempo-base se contabilizan hasta cada unidad de tiempo de las conductas apareadas.
- Subtipo 2: Los retardos de tiempo-base sólo se contabilizan hasta la última unidad de tiempo de las conductas apareadas.
- Subtipo 3: Los retardos de tiempo base sólo se contabilizan hasta la primera unidad de tiempo de las conductas apareadas.

En términos de Martin et al., el subtipo 2 es un análisis de terminaciones, el subtipo 3 es un análisis de iniciaciones, y el subtipo 1 es un análisis de mantenimiento.

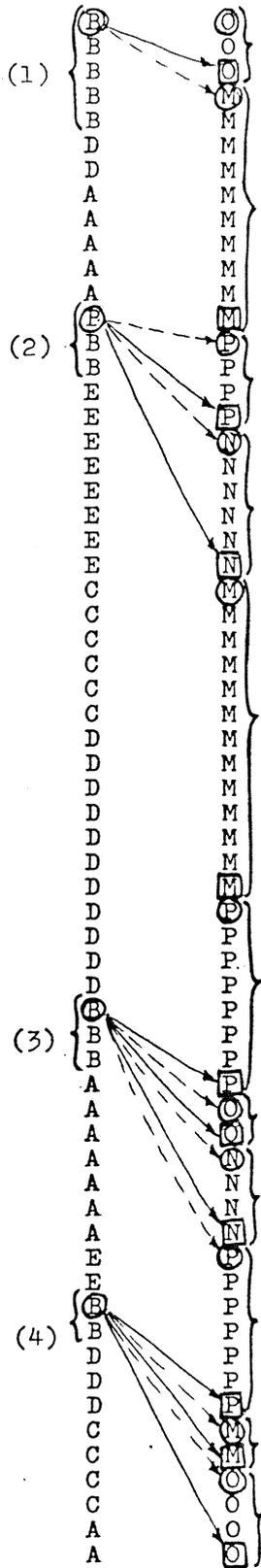
Evidentemente, nada impide que los subtipos puedan ser combinados con los tipos y las clases de análisis. Hay una excepción a esto: si los retardos son de evento-base, no existe un subtipo posible porque el aspecto de la conducta apareada que interesa en ese caso es solamente su ocurrencia o no ocurrencia, y no su duración, inicio o finalización.

Hasta aquí, por lo tanto, habíamos tratado análisis de retardos de tiempo-base subtipo 1 (véanse las Gráficas 2.2 y 2.4). En las Gráficas 2.11 a 2.16 se exponen esquemáticamente los procedimientos de obtención de las matrices de frecuencias de retardo para cada ocurrencia de la conducta criterio en las combinaciones de los tipos 1, 2 y 3 con los subtipos 2 y 3, tanto en clase interactiva como no interactiva. Las frecuencias de retardo globales de cada caso pueden verse en las Tablas 2.6. y 2.7.



Gráfica 2.11. Esquema del procedimiento de obtención de las frecuencias de retardo en un análisis en clase interactiva, tipo 1, subtipos 2 y 3. Conducta criterio: B; retardo máximo: 10. Cada tabla muestra desglosadas las frecuencias de apareo de cada finalización (subtipo 2) y de cada inicio (subtipo 3) con cada ocurrencia de B.





	M	N	O	P
1			1	
2				
3	1			
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

	M	N	O	P
1				1
2				
3				1
4				
5		1		
6				
7				
8				
9		1		
10				

	M	N	O	P
1				
2				1
3				
4			1	1
5				
6		1		
7				
8				
9		1		
10				1

↑ Subtipo 2      ↑ Subtipo 3

	M	N	O	P
1				
2				
3				1
4				
5	1	1		
6				
7				1
8				
9			1	
10				

Gráfica 2.13. Esquema del procedimiento de obtención de las frecuencias de retardo en un análisis en clase interactiva, tipo 3, subtipos 2 y 3. Conducta criterio: B; retardo máximo: 10. Cada tabla muestra desglosadas las frecuencias de apareo de cada finalización (subtipo 2) y de cada inicio (subtipo 3) con cada inicio de B (tipo 3).







## Matrices de frecuencias de retardo

## Tipo 1

	Subtipo 2					Subtipo 3				
	M	N	O	P	(a)	M	N	O	P	(a)
1	0	0	1	1	2	1	0	0	0	1
2	0	0	1	2	3	1	0	1	0	2
3	0	0	1	3	4	1	1	1	0	3
4	0	0	1	2	3	1	2	1	0	4
5	1	0	1	0	2	1	2	0	0	3
6	1	0	0	0	1	0	1	1	0	2
7	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
8	1	2	0	0	3	0	0	0	1	1
9	1	2	1	0	4	1	0	0	2	3
10	1	1	1	0	3	1	0	0	2	3

## Tipo 2

	Subtipo 2					Subtipo 3				
	M	N	O	P	(a)	M	N	O	P	(a)
1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	2	0	1	0	0	1
4	0	0	0	0	0	1	1	0	0	2
5	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
7	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
8	1	1	0	0	2	0	0	0	1	1
9	0	0	1	0	1	1	0	0	1	2
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

## Tipo 3

	Subtipo 2					Subtipo 3				
	M	N	O	P	(a)	M	N	O	P	(a)
1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1
4	0	0	0	2	2	0	0	1	0	1
5	0	0	1	0	1	1	1	0	0	2
6	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
9	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
10	0	1	1	0	2	0	0	0	1	1

(a) Frecuencia total de apareo

Tabla 2.6. Matrices de frecuencias de retardo que resumen el procedimiento indicado en las Gráficas 2.11, 2.12 y 2.13.

## Matrices de frecuencias de retardo

## Tipo 1

	Subtipo 2						Subtipo 3					
	A	B	C	D	E	(a)	A	B	C	D	E	(a)
1	0	4	0	0	0	4	1	0	0	2	1	4
2	0	3	0	1	0	4	1	0	0	2	1	4
3	0	1	0	2	0	3	2	0	0	1	1	4
4	0	1	0	2	0	3	1	0	1	1	0	3
5	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	3
6	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
7	2	0	1	0	0	3	1	0	0	0	0	1
8	2	0	1	0	1	4	1	1	0	0	1	3
9	3	0	0	0	2	5	1	1	1	0	1	4
10	2	1	0	0	2	5	0	2	1	0	1	4

## Tipo 2

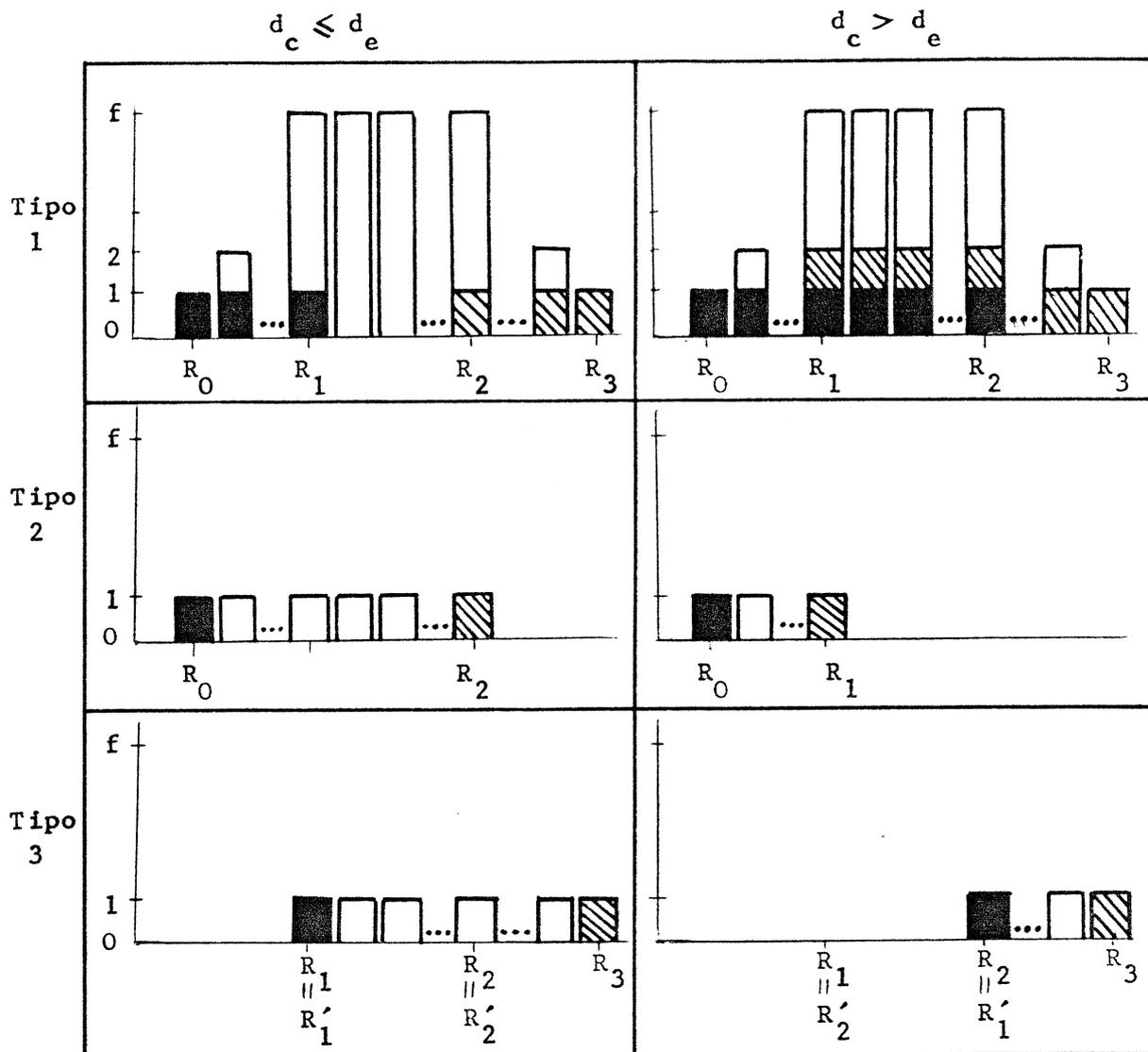
	Subtipo 2						Subtipo 3					
	A	B	C	D	E	(a)	A	B	C	D	E	(a)
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	2	1	4
2	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
4	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	2	0	1	0	1	4	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	3
9	1	0	0	0	1	2	0	0	1	0	0	1
10	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1

## Tipo 3

	Subtipo 2						Subtipo 3					
	A	B	C	D	E	(a)	A	B	C	D	E	(a)
1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
2	0	2	0	0	0	2	0	0	0	1	0	1
3	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	2
4	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	2
6	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
8	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
9	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
10	1	0	0	0	1	2	0	0	0	0	1	1

(a) Frecuencia total de apareo

Tabla 2.7. Matrices de frecuencias de retardo que resumen el procedimiento indicado en las Gráficas 2.14, 2.15 y 2.16.



Subtipo 1   
 Subtipo 2   
 Subtipo 3

Gráfica 2.17. Frecuencias de retardo para cada combinación de tipo y subtipo de análisis (clases interactiva o no interactiva), según los valores relativos de  $d_c$  (duración de la ocurrencia de la conducta criterio) y  $d_e$  (duración efectiva de la ocurrencia de la conducta apareada).

Las características principales de los análisis subtipos 2 y 3 pueden resumirse en:

- a) Las frecuencias totales de apareo de sus matrices de frecuencias de retardo presentan un "decaimiento hacia el final" no monotónico (Tablas 2.6 y 2.7). En dichas figuras puede apreciarse la ausencia de monotonicidad, pero no el decaimiento porque solamente se han analizado 10 retardos. Para retardos grandes en relación con la duración total de la secuencia, la frecuencia total de apareo acabaría por valer 0, como en el subtipo 1.
- b) Un análisis tipo 1 subtipos 2 ó 3 es un análisis de retardos de tiempo-base en el cual los valores de la matriz de frecuencias de retardo están determinados por las duraciones de las ocurrencias de la conducta criterio y por los lapsos temporales en que se sitúan las ocurrencias de las conductas apareadas (terminaciones o inicios); por otra parte, un análisis tipos 2 ó 3, subtipos 2 ó 3 es un análisis en el que, si bien los retardos de tiempo-base, los elementos que se aparean son ocurrencias o eventos (sus inicios y terminaciones) y, por lo tanto, estas combinaciones de tipos y subtipos pueden considerarse análisis de eventos en tiempo-base (Martin et al., 1981).
- c) Los diagramas de barras que representan las frecuencias de retardo correspondientes a una ocurrencia de la conducta criterio son, en los subtipos 2 y 3, casos particulares o porciones del diagrama de barras correspondiente al subtipo 1.
- d) Las probabilidades esperadas de retardo deben obtenerse teniendo en cuenta ciertas restricciones cuando el análisis es subtipo 2 ó 3, además de las restricciones propias del tipo, si las hay. Por ejemplo, si una conducta del subsistema apareado tiene una frecuencia de retardo  $F_{ki}$  y existen  $F_i$  ocurrencias de dicha conducta en la secuencia estudiada, el cálculo de la probabilidad esperada en el siguiente retardo

habrá de basarse en la frecuencia esperada  $F_i - F_{ki}$ , pues si la conducta finalizó en el retardo  $\underline{k}$  no puede finalizar en el retardo  $\underline{k}+1$  y si la conducta se inició en el retardo  $\underline{k}$  no puede iniciarse en el retardo  $\underline{k}+1$ .

Así como los diagramas de barras que representan las frecuencias de retardo de los tipos 2 y 3 son casos particulares de, o están incluidos en, el diagrama correspondiente al tipo 1, los diagramas de los subtipos 2 y 3 forman parte del diagrama del subtipo 1. Ello es lógico, pues la última unidad de tiempo de la ocurrencia de la conducta apareada (subtipo 2) y la primera unidad de tiempo de esa misma ocurrencia (subtipo 3) también se contabilizan en el subtipo 1 como unidades de tiempo en que ocurre la conducta. En la Gráfica 2.17 se muestra cómo los diagramas de barras que representan las frecuencias de retardo correspondientes a una ocurrencia de la conducta apareada respecto a una ocurrencia de la conducta criterio en un análisis tipo 1, subtipo 1, engloban a los diagramas que proporcionan el resto de combinaciones entre tipos y subtipos de análisis.

#### 2.4.4. Modos de análisis

El término "modo" se emplea aquí para indicar el signo de los retardos. Cuando los retardos son positivos y se evalúan las contingencias de 1 a M retardos, decimos que el modo de análisis es prospectivo, y cuando son negativos y se evalúan las contingencias de -1 a -M, que es retrospectivo (Quera y Estany, 1984). En otras palabras, el objetivo de un análisis en modo prospectivo es obtener índices de contingencia entre la conducta criterio y las conductas que ocurren después de ella (o después de algunas unidades de tiempo seleccionadas en que ocurre ella), mientras que en un análisis en modo retrospectivo el objetivo es obtener índices de contingencia entre la conducta criterio y las conductas que ocurren antes de ella.

En el análisis de series de tiempo el retardo es una variable que puede tomar valores entre  $-\infty$  y  $+\infty$ , y las funciones del retardo, como la covarianza, presentan propiedades de simetría; por ejemplo, si  $\underline{x}$  e  $\underline{y}$  son dos variables continuas que toman valores en el tiempo  $(x_t, y_t)$ , la covarianza cruzada de  $\underline{y}$  respecto a  $\underline{x}$  con retardo  $\underline{k}$  es igual a la covarianza cruzada de  $\underline{x}$  respecto a  $\underline{y}$  con retardo  $-\underline{k}$  (p.e., Chatfield, 1975). Como demostraremos, esta propiedad puede generalizarse el análisis secuencial de retardo.

La utilización de retardos negativos en el análisis secuencial ha sido propuesta como una estrategia para dilucidar la direccionalidad de la contingencia secuencial (es decir, si la conducta A es antecedente de B, o B es antecedente de A) (Bakeman, 1978). Combinando retardos negativos y positivos con una misma conducta criterio es posible obtener perfiles de retardo pre-post que pongan de relieve el efecto de dicha conducta sobre la probabilidad de la conducta apareada: un cambio brusco al pasar del retardo  $-1$  al retardo  $+1$  indicará que la ocurrencia de la conducta criterio altera la probabilidad de ocurrencia de la conducta apareada (Andersson, 1974; Douglas y Tweed, 1979).

El modo de análisis puede combinarse con la clase, el tipo y el subtipo según los intereses del investigador. Todas las propiedades y características de los tipos y subtipos descritos hasta aquí hacían referencia evidentemente al modo prospectivo. Sin embargo, no existe problema alguno en generalizarlas a ambos modos. Además, de forma análoga a como ocurre en el análisis de series temporales, los resultados de un análisis secuencial de retardo de un tipo, un subtipo y un modo determinados son idénticos a los de otro análisis secuencial en modo inverso sobre la secuencia inversa y en otros tipo y subtipo adecuados. El ejemplo siguiente es en clase interactiva, pero el resultado es aplicable también a clase no interactiva. Supongamos que queremos llevar a cabo un análisis tipo 1, subtipo 1, modo retrospectivo en las siguientes secuencias concurrentes, siendo A la conducta criterio:

A	P
A	P
A	P
B	P
B	P
B	P
C	M
C	M
C	M
A	M
A	O
A	O
B	O
B	M
B	M
D	M
D	P

Una manera de proceder es invertir las secuencias y realizar un análisis tipo 1, subtipo 1 en modo prospectivo:

D	P
D	M
B	M
B	M
B	O
A	O
A	O
A	M
C	M
C	M
B	M
B	P
B	P
A	P
A	P
A	P

(secuencias invertidas)

El número de veces que se obtendrá un apareo de una unidad de tiempo de A (tipo 1) con una unidad de tiempo de M, por ejemplo, (subtipo 1) con retardo 3 en las secuencias invertidas, sería exactamente el mismo número de veces que se obtendría un apareo del mismo estilo con retardo -3 en las secuencias originales. Sean I, J las secuencias originales, y sean  $I^{-1}$ ,  $J^{-1}$  las secuencias invertidas; si un análisis tipo T, subtipo S, modo M con una conducta criterio determinada se simboliza así<sup>3</sup>:

$$A_{TSM}(I, J)$$

3 En el apartado donde se desarrolla el operador matricial de análisis secuencial de retardo se presenta una formalización más adecuada.

entonces el análisis de las secuencias invertidas posee las siguientes propiedades ( $M = 1$ , prospectivo;  $M = 2$ , retrospectivo):

$$\begin{array}{l}
 A_{111}(I,J) = A_{112}(I^{-1}, J^{-1}) \\
 A_{121}(I,J) = A_{132}(I^{-1}, J^{-1}) \\
 A_{131}(I,J) = A_{122}(I^{-1}, J^{-1}) \\
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} A_{111}(I,J) \\ A_{121}(I,J) \\ A_{131}(I,J) \end{array}} \right\} \text{tipo 1} \\
 \\
 A_{211}(I,J) = A_{312}(I^{-1}, J^{-1}) \\
 A_{221}(I,J) = A_{332}(I^{-1}, J^{-1}) \\
 A_{231}(I,J) = A_{322}(I^{-1}, J^{-1}) \\
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} A_{211}(I,J) \\ A_{221}(I,J) \\ A_{231}(I,J) \end{array}} \right\} \text{tipo 2} \\
 \\
 A_{311}(I,J) = A_{212}(I^{-1}, J^{-1}) \\
 A_{321}(I,J) = A_{232}(I^{-1}, J^{-1}) \\
 A_{331}(I,J) = A_{222}(I^{-1}, J^{-1}) \\
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} A_{311}(I,J) \\ A_{321}(I,J) \\ A_{331}(I,J) \end{array}} \right\} \text{tipo 3}
 \end{array}$$

Si el análisis tipo 0 modo M lo simbolizamos así:

$$A_{OM}(I)$$

entonces,

$$A_{O1}(I) = A_{O2}(I^{-1})$$

Las nueve igualdades que corresponden a los tipos 1, 2, 3 pueden particularizarse para clase no interactiva incluyendo una sola secuencia I en el paréntesis, como en el caso del tipo 0.

Por consiguiente, el procedimiento de obtención de las frecuencias de retardo, los diagramas de barras, etc. en modo

retrospectivo son los mismos que en modo prospectivo si inver-  
timos las secuencias y cambiamos el tipo 2 por el tipo 3, y vi-  
ceversa, y el subtipo 2 por el subtipo 3, y viceversa, pues en  
la secuencia invertida un "inicio" es en realidad una finaliza-  
ción, y una "finalización" es un inicio. Más adelante, una vez  
desarrollado un operador matricial de análisis secuencial de  
retardo, expondremos otra propiedad del modo de análisis.

En los análisis de clase interactiva, cabe la posibili-  
dad de evaluar contingencias de retardo cero. El retardo 0 no  
está incluido en ningún modo de análisis, y proporciona direc-  
tamente frecuencias e indicadores de co-ocurrencia o simulta-  
neidad entre conductas de subsistemas distintos. El análisis de  
patrones concurrentes (Bakeman, 1978) puede verse entonces como  
un análisis secuencial de retardo 0 en clase interactiva.

#### 2.4.5. Frecuencias y probabilidades esperadas

Ciertos tipos de análisis llevaban consigo, en el método  
de Sackett, la necesidad de efectuar correcciones en las fre-  
cuencias de retardo para proceder al cálculo de las probabili-  
dades esperadas. Al introducir nuevas estrategias de análisis  
(clases, subtipos y modos), se hace necesario establecer en  
cuales de ellas existen "ceros lógicos" que obligan a realizar  
ajustes o correcciones en las frecuencias esperadas. En gene-  
ral, una frecuencia es un "cero lógico" cuando el método de ca-  
tegorización impide que la conducta apareada ocurra con un re-  
tardo determinado en relación a la conducta criterio (sobre los  
"ceros lógicos o estructurales", véase Bishop, Fienberg y Ho-  
lland, 1975; Colgan y Smith, 1978).

Pero antes hemos de hacer algunas clarificaciones sobre  
lo que venimos llamando "frecuencia". En general, hasta ahora  
hemos denominado  $F$  ó  $f$  a las frecuencias de retardo o a las fre-  
cuencias globales de las conductas en la secuencia. Sin embargo,  
es necesario distinguir entre:

- a) "Frecuencias discretas": llamaremos frecuencias discretas a las que resultan de contabilizar el número de ocurrencias de una conducta (con un retardo determinado, o simplemente en la totalidad de la secuencia). Por extensión, utilizaremos el adjetivo "discreto" para designar las probabilidades y los restantes indicadores de contingencia que se obtienen a partir de dichas frecuencias. Las frecuencias discretas no corresponden necesariamente a análisis en "tiempo discreto" (es decir, de retardos de evento-base); incluso en análisis de "tiempo continuo" o de retardos de tiempo-base como, por ejemplo, un análisis tipo 1, subtipo 3, las frecuencias de retardo son discretas porque reflejan sólo inicios de las conductas apareadas, y cada inicio corresponde a una ocurrencia. Las letras  $f$  y  $F$  designarán, respectivamente, las frecuencias discretas observadas y esperadas, de manera que

$f_{kij}$  es la frecuencia discreta observada de retardo  $k$  de la conducta apareada  $i$  respecto a la conducta criterio  $j$ , y

$F_{kij}$  es la frecuencia discreta esperada de retardo  $k$  de la conducta apareada  $i$  respecto a la conducta criterio  $j$ .

La matriz de frecuencias de retardo observadas que corresponde a una conducta criterio  $j_0$  contiene entonces los elementos  $f_{kij_0}$ . La frecuencia total de ocurrencia de una conducta en la secuencia es la frecuencia discreta  $f_i$ .

Las probabilidades de retardo observadas se estiman como:

$$p_{kij} = \frac{f_{kij}}{f_{k.j}}$$

y las probabilidades de retardo esperadas, como:

$$P_{kij} = \frac{F_{kij}}{F_{k.j}}$$

donde los puntos (.) indican sumación al índice ausente.

- b) "Frecuencias continuas": son las que resultan de contabilizar el número de unidades de tiempo real o número de subocurrencias de una conducta (con un retardo determinado, o en la totalidad de la secuencia). También por extensión hablaremos de probabilidades continuas. Las frecuencias continuas solamente son propias de análisis en "tiempo continuo" o de retardos de tiempo-base, pues en los retardos de evento-base se prescinde de las unidades de tiempo real. Las letras  $\phi$  y  $\Phi$  se emplearán para designar a las frecuencias continuas observadas y esperadas, respectivamente, de manera que

$\phi_{kij}$  es la frecuencia continua observada de retardo  $\underline{k}$  de la conducta apareada  $\underline{i}$  respecto a la conducta criterio  $\underline{j}$ , y

$\Phi_{kij}$  es la frecuencia continua esperada de retardo  $\underline{k}$  de la conducta apareada  $\underline{i}$  respecto a la conducta criterio  $\underline{j}$ .

Análogamente, la matriz de frecuencias de retardo observadas correspondiente a una conducta criterio  $\underline{j}_0$  contiene los elementos  $\phi_{kij_0}$ , y la frecuencia continua total de una conducta en la secuencia es su duración  $\phi_i$ .

Las probabilidades de retardo observadas se estiman como:

$$\pi_{kij} = \frac{\phi_{kij}}{\phi_{k.j}}$$

y las probabilidades de retardo esperadas, como:

$$\Pi_{kij} = \frac{\Phi_{kij}}{\Phi_{k.j}} \quad .$$

Para distinguir entre retardos de evento-base y de tiempo-base, el subíndice que indica retardo será  $\underline{k}$  en el primer caso y  $\underline{t}$  en el segundo. Las frecuencias discretas tienen,

por lo tanto, dos notaciones posibles:

<u>evento-base</u>	<u>tiempo-base</u>
$f_{kij}$	$f_{tij}$
$F_{kij}$	$F_{tij}$

En las frecuencias continuas la distinción no es necesaria, como se ha dicho, y en ellas el subíndice que indica retardo ha de ser en realidad  $\underline{t}$ :

<u>tiempo-base</u>
$\phi_{tij}$
$\Phi_{tij}$

Paralelamente a la distinción entre frecuencias discretas y continuas referida a las frecuencias de conductas apareadas, cabe distinguir también las dos cualidades en la frecuencia de la conducta criterio. Como se explicó en el capítulo anterior, la probabilidad incondicionada de la conducta criterio se utiliza para la obtención de las zetas de retardo mediante el estadístico  $z_1$  de Allison y Liker (1982). La cualidad discreta o continua de las frecuencias, tanto de conductas criterio como apareadas, depende de la combinación escogida de clase, tipo y subtipo de análisis. La tabla siguiente resume estas cualidades:

<u>Clase</u>	<u>Tipo</u>	<u>Subtipo</u>	<u>Retardos</u>	<u>C.Apareada</u>	<u>C.Criterio</u>	
1	0	-	k	F	F	
1 y 2	1	{	1	t	$\Phi$	$\Phi$
			2	t	F	$\Phi$
			3	t	F	$\Phi$
	2	{	1	t	$\Phi$	F
			2	t	F	F
			3	t	F	F
	3	{	1	t	$\Phi$	F
			2	t	F	F
			3	t	F	F

Las correcciones o ajustes a realizar en las frecuencias para obtener frecuencias esperadas dependen de la clase, el tipo, el subtipo y el modo de análisis llevado a cabo. En las Tablas 2.8 y 2.9 se muestran los valores de las frecuencias esperadas en cada caso. En la clase no interactiva las frecuencias esperadas continuas son siempre iguales a las frecuencias totales de las conductas excepto en:

- tipo 2, subtipo 1, modo 1: la conducta criterio tiene frecuencia esperada nula de retardo 1, pues después de finalizar (tipo 2) no puede ocurrir ella misma en la siguiente unidad de tiempo (subtipo 1);
- tipo 3, subtipo 1, modo 2: la conducta criterio tiene frecuencia esperada nula de retardo -1, ya que antes de iniciarse (tipo 3) no puede ocurrir ella misma en la unidad de tiempo anterior (subtipo 1).

En la misma clase no interactiva las frecuencias esperadas discretas de cualquier retardo distinto de 1 y -1 se obtienen restando a la frecuencia total de la conducta su frecuencia observada en el retardo anterior. En el tipo 0 ello obedece al hecho de que la ocurrencia de una conducta no puede seguir ni preceder a otra ocurrencia de la misma conducta (Sackett, 1979); en los tipos restantes, subtipos 2 y 3, a que la finalización de una conducta apareada no puede ir seguida (modo prospectivo) ni precedida (modo retrospectivo) por finalización de la misma conducta (subtipo 2), o a que el inicio de la conducta apareada no puede ir seguido ni precedido por inicio de la misma conducta (subtipo 3). Por lo tanto, en estos casos es de esperar una frecuencia de retardo igual a la frecuencia total de la conducta menos el número de veces que la misma conducta ha ocurrido (tipo 0), ha finalizado (subtipo 2) o se ha iniciado (subtipo 3) en el retardo inmediatamente precedente ( $k-1$  o  $t-1$  en modo prospectivo, y  $k+1$  o  $t+1$  en modo retrospectivo). Un caso especial es el retardo 1 ó -1 en clase no interactiva: todas las frecuencias esperadas discretas de conductas distintas de la conducta criterio son iguales a las frecuencias totales de las

		MODO PROSPECTIVO			MODO RETROSPECTIVO		
TIPO	SUBTIPO	RETARDOS > 1	RETARDO=1	RETARDO=1 (CONDUCTA CRITERIO)	RETARDOS < -1	RETARDO=-1	RETARDO=-1 (CONDUCTA CRITERIO)
0	-	$F_{kij} = f_i^{-f_{k-1,ij}}$	$F_{1ij} = f_i$	$F_{ijj} = 0$	$F_{kij} = f_i^{-f_{k+1,ij}}$	$F_{-1ij} = f_i$	$F_{-1jj} = 0$
	1	$\phi_{tij} = \phi_i$	$\phi_{1ij} = \phi_i$	$\phi_{1jj} = \phi_j$	$\phi_{tij} = \phi_i$	$\phi_{-1ij} = \phi_i$	$\phi_{-1jj} = \phi_j$
	2	$F_{tij} = f_i^{-f_{t-1,ij}}$	$F_{1ij} = f_i$	$F_{ijj} = f_j$	$F_{tij} = f_i^{-f_{t+1,ij}}$	$F_{-1ij} = f_i$	$F_{-1jj} = 0$
1	3	$F_{tij} = f_i^{-f_{t-1,ij}}$	$F_{1ij} = f_i$	$F_{ijj} = 0$	$F_{tij} = f_i^{-f_{t+1,ij}}$	$F_{-1ij} = f_i$	$F_{-1jj} = f_j$
	1	$\phi_{tij} = \phi_i$	$\phi_{1ij} = \phi_i$	$\phi_{1jj} = 0$	$\phi_{tij} = \phi_i$	$\phi_{-1ij} = \phi_i$	$\phi_{-1jj} = \phi_j$
	2	$F_{tij} = f_i^{-f_{t-1,ij}}$	$F_{1ij} = f_i$	$F_{ijj} = 0$	$F_{tij} = f_i^{-f_{t+1,ij}}$	$F_{-1ij} = f_i$	$F_{-1jj} = 0$
2	3	$F_{tij} = f_i^{-f_{t-1,ij}}$	$F_{1ij} = f_i$	$F_{1jj} = 0$	$F_{tij} = f_i^{-f_{t+1,ij}}$	$F_{-1ij} = f_i$	$F_{-1jj} = f_j$
	1	$\phi_{tij} = \phi_i$	$\phi_{1ij} = \phi_i$	$\phi_{1jj} = \phi_j$	$\phi_{tij} = \phi_i$	$\phi_{-1ij} = \phi_i$	$\phi_{-1jj} = 0$
	2	$F_{tij} = f_i^{-f_{t-1,ij}}$	$F_{1ij} = f_i$	$F_{1jj} = f_j$	$F_{tij} = f_i^{-f_{t+1,ij}}$	$F_{-1ij} = f_i$	$F_{-1jj} = 0$
3	3	$F_{tij} = f_i^{-f_{t-1,ij}}$	$F_{1ij} = f_i$	$F_{1jj} = 0$	$F_{tij} = f_i^{-f_{t+1,ij}}$	$F_{-1ij} = f_i$	$F_{-1jj} = 0$
	1	$\phi_{tij} = \phi_i$	$\phi_{1ij} = \phi_i$	$\phi_{1jj} = \phi_j$	$\phi_{tij} = \phi_i$	$\phi_{-1ij} = \phi_i$	$\phi_{-1jj} = 0$
	2	$F_{tij} = f_i^{-f_{t-1,ij}}$	$F_{1ij} = f_i$	$F_{1jj} = f_j$	$F_{tij} = f_i^{-f_{t+1,ij}}$	$F_{-1ij} = f_i$	$F_{-1jj} = 0$
	3	$F_{tij} = f_i^{-f_{t-1,ij}}$	$F_{1ij} = f_i$	$F_{1jj} = 0$	$F_{tij} = f_i^{-f_{t+1,ij}}$	$F_{-1ij} = f_i$	$F_{-1jj} = 0$

Tabla 2.8: Frecuencias esperadas en clase no interactiva

SUBTIPO	MODO PROSPECTIVO		MODO RETROSPECTIVO	
	RETARDOS > 1	RETARDO=1	RETARDOS < -1	RETARDO = -1
1	$\Phi_{tij} = \phi_i$	$\Phi_{1ij} = \phi_i$	$\Phi_{tij} = \phi_i$	$\Phi_{-1ij} = \phi_i$
2	$F_{tij} = f_i^{-f_{t-1,ij}}$	$F_{1ij} = f_i$	$F_{tij} = f_i^{-f_{t+1,ij}}$	$F_{-1ij} = f_i$
3	$F_{tij} = f_i^{-f_{t-1,ij}}$	$F_{1ij} = f_i$	$F_{tij} = f_i^{-f_{t+1,ij}}$	$F_{-1ij} = f_i$

Tabla 2.9: Frecuencias esperadas en clase interactiva, tipos 1, 2 y 3.

conductas; la frecuencia esperada de la conducta criterio es nula en:

- tipo 0: tanto en modo prospectivo como retrospectivo, puesto que la ocurrencia de una conducta no puede seguir ni preceder a otra ocurrencia de la misma conducta.
- tipos 1, 2 y 3, subtipo 3: en modo prospectivo, tanto si la conducta ocurría en la unidad de tiempo anterior, (tipo 1), como si finalizaba (tipo 2), como si se iniciaba (tipo 3), no puede iniciarse (subtipo 3) ella misma con retardo 1;
- tipos 1, 2 y 3, subtipo 2: en modo retrospectivo, tanto si la conducta ocurría en la unidad de tiempo siguiente (tipo 1), como si finalizaba (tipo 2), como si se iniciaba (tipo 3), no puede finalizar (subgrupo 2) ella misma con retardo -1;
- tipo 2, subtipo 2: en modo prospectivo, si la conducta finaliza en una unidad de tiempo (tipo 2), no puede finalizar en la unidad de tiempo siguiente (subtipo 2); y
- tipo 3, subtipo 3: en modo retrospectivo, si la conducta se inicia en una unidad de tiempo (tipo 3), no puede iniciarse en la unidad de tiempo anterior (subtipo 3).

En cuanto a la clase interactiva, las correcciones o ajustes son mucho más sencillos. No hay correcciones para los retardos 1 y -1, tanto en frecuencias continuas como discretas, puesto que la conducta criterio pertenece a un subsistema distinto del de las conductas apareadas y, por lo tanto, su propia frecuencia de retardo no es evaluada. Por otra parte, en todos los tipos de análisis las frecuencias esperadas discretas (esto es, en los subtipos 2 y 3) para retardos distintos de 1 y -1 deben obtenerse de la misma manera que en clase no interactiva: sustrayendo a la frecuencia total discreta de la conducta apareada su propia frecuencia de retardo observada en el retardo precedente ( $t-1$  en modo prospectivo, y  $t+1$  en modo

retrospectivo). La corrección se mantiene en clase interactiva porque los inicios y terminaciones de unas conductas apareadas (subtipos 3 y 2, respectivamente) no pueden ser consecutivos de inicios y terminaciones de la misma conducta.

Las zetas de retardo, obtenidas mediante la aplicación del estadístico  $z_1$  de Allison y Liker, por ejemplo, se obtienen entonces en base a las probabilidades, discretas o continuas, calculadas según las expresiones anteriormente expuestas. Las expresiones concretas para las zetas de retardo variarán también de acuerdo con la clase, tipo y subtipo de análisis:

a) Tipo 0:

$$z_{kij} = \frac{P_{kij} - P_{kij}}{\sqrt{\frac{P_{kij} \cdot (1 - P_{kij}) \cdot (1 - p_j)}{f'_{kj}}}}$$

b) Tipo 1, subtipo 1:

$$z_{tij} = \frac{\pi_{tij} - \Pi_{tij}}{\sqrt{\frac{\Pi_{tij} \cdot (1 - \Pi_{tij}) \cdot (1 - \pi_j)}{\phi'_{tj}}}}$$

c) Tipos 2 y 3, subtipo 1:

$$z_{tij} = \frac{\pi_{tij} - \Pi_{tij}}{\sqrt{\frac{\Pi_{tij} \cdot (1 - \Pi_{tij}) \cdot (1 - p_j)}{\phi'_{tj}}}}$$

d) Tipo 1, subtipos 2 y 3:

$$z_{tij} = \frac{P_{tij} - P_{tij}}{\sqrt{\frac{P_{tij} \cdot (1 - P_{tij}) \cdot (1 - \pi_j)}{f'_{tj}}}}$$

e) Tipos 2 y 3, subtipos 2 y 3:

$$z_{tij} = \frac{p_{tij} - P_{tij}}{\sqrt{\frac{P_{tij} \cdot (1 - P_{tij}) \cdot (1 - p_j)}{\phi'_{tj}}}}$$

donde:  $p_j$  = probabilidad incondicionada discreta de la conducta criterio.

$$p_j = \frac{f_j}{\sum_j f_j}$$

$\pi_j$  = probabilidad incondicionada continua de la conducta criterio.

$$\pi_j = \frac{\phi_j}{\sum_j \phi_j}$$

$f'_{kj}$ ,  $f'_{tj}$  = frecuencia discreta total de apareo observada (de retardo de evento-base  $k$ , o de tiempo-base  $t$ );

$$f'_{kj} = \sum_i f_{kij} \quad , \quad f'_{tj} = \sum_i f_{tij}$$

$\phi'_{tj}$  = frecuencia total de apareo observada de retardo  $t$ ;

$$\phi'_{tj} = \sum_i \phi_{tij}$$

En cada caso, como puede comprobarse, las expresiones para las zetas de retardo incorporan las cualidades discreta y continua de las frecuencias de las conductas apareadas y de la conducta criterio.

#### 2.4.6. Operador matricial del análisis secuencial de retardo

La obtención de los estadísticos de retardo es, desde luego, una tarea laboriosa. La necesidad de trabajar con muestras grandes para que las frecuencias totales de apareo permitan la aproximación normal al modelo binomial obliga a que las secuencias a analizar sean de gran longitud, tanto mayor cuanto más retardos se desee evaluar. Además, si en el análisis concreto intervienen frecuencias discretas, o los retardos son de evento-base, la longitud se medirá en ocurrencias de conductas, mucho menor en número que la longitud medida en unidades de tiempo real. Todo ello, combinado con el número de conductas o elementos definidos en el o los subsistemas, nos lleva a concluir que el análisis secuencial de retardo es virtualmente impracticable sin la ayuda de un procesador automático de los datos.

Ya hemos citado diversos programas de computador que llevan a cabo análisis secuencial de retardo. No obstante, ninguno de ellos incorpora las posibilidades de subtipos de análisis (aunque sí, por ejemplo, los modos prospectivo y retrospectivo; Bakeman, 1983; Quera y Estany, 1984) ni de clases de análisis. Siendo nuestro objetivo proceder a un micro-análisis de la conducta interactiva, necesitamos un programa que permita trabajar con datos secuenciales concurrentes. A este fin hemos desarrollado el programa ASR (Analizador Secuencial de Retardo, Versión 1) que incorpora todas las posibilidades de diseño de análisis de retardo que se han propuesto en el presente capítulo; el programa ASR constituye la definición operacional del procedimiento de análisis secuencial de retardo de conducta concurrente y no concurrente e integra varios desarrollos previos (paquete ANSEC, Quera y Estany, 1984). Más adelante abordaremos sus características y utilización. Creemos, sin embargo, que el procedimiento de análisis que ha sido expuesto en ejemplos hipotéticos en este capítulo puede ser objeto de una formalización algebraica rigurosa. La formalización del método consistirá en obtener una expresión (matricial) que relacione las secuencias de datos con las matrices de estadísticos de retardo. Tal expresión

constituirá un operador matricial que, aplicado a datos tipo I, III o IV, proporcione matrices de retardo según el diseño de análisis escogido. Este operador (llamado, para abreviar, operador ASR) expresará de forma algebraica los procesos llevados a cabo por el programa ASR.

#### 2.4.6.1. Clase no interactiva

Sea  $\underset{\sim}{S}$  el vector que representa los elementos de un subsistema:

$$\underset{\sim}{S} = \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_m \end{pmatrix}$$

Los elementos o conductas se representan por valores nominales y, por lo tanto, pueden expresarse mediante cadenas alfa numéricas. Ejemplo:

$$\underset{\sim}{S} = \begin{pmatrix} A1 \\ ACX \\ B23 \\ AB23 \\ 5 \end{pmatrix} \quad m = 5$$

Si se observa el subsistema  $\underset{\sim}{S}$  durante un tiempo  $\underline{t}$ , se obtiene una secuencia de los elementos y sus duraciones en el orden en que se han ido produciendo. Esta secuencia constituye una matriz  $\underset{\sim}{X}$  de datos tipo III (Bakeman, 1978), en la cual la primera columna contiene elementos ordenados y la segunda, sus duraciones correspondientes:

$$\underset{\sim}{X} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \\ \vdots & \vdots \\ x_{\tau 1} & x_{\tau 2} \end{pmatrix}$$

donde  $x_{i1}$  es un valor alfanumérico que identifica la ocurrencia de un elemento concreto de  $\tilde{S}$ , y

$x_{i2}$  es un número entero que expresa la duración de dicha ocurrencia en unas unidades convenientes de tiempo real.

Los datos tipo I (Bakeman, 1978) pueden considerarse un caso particular de los anteriores; diremos que  $\tilde{X}$  contiene datos tipo I cuando, para todo  $\underline{i}$ ,  $s_{i2} = 1$ .

Las características de la matriz  $X$  son:

- a)  $x_{i1} \in \tilde{S}$ , o todo elemento en  $\tilde{X}$  (primera columna) ha sido definido como elemento de  $\tilde{S}$ ;
- b)  $x_{i1} \neq x_{i-1,1}$  y también  $x_{i1} \neq x_{i-1,1}$ , o ningún elemento de  $\tilde{X}$  (primera columna) puede precederse ni seguirse a sí mismo, por hallarse los elementos de  $\tilde{S}$  categorizados de forma EME.
- c) La duración total de la secuencia es:

$\tau$  en tiempo discreto (número total de ocurrencias)

$$t = \sum_{i=1}^{\tau} x_{i2} \quad \text{en tiempo continuo (número total de unidades de tiempo).}$$

Para datos tipo I, es evidente que  $\tau = \underline{t}$ .

A fin de obtener una expresión matricial manejable para el operador ASR que estamos buscando, es conveniente expresar los datos secuenciales de forma que sea  $\underline{t}$  y no  $\tau$  la dimensión temporal (si los datos son tipo I, entonces supondremos que  $\tau = \underline{t}$ , y cada ocurrencia de una conducta no se extiende más allá de una unidad de tiempo). Para ello transformamos la matriz original  $\tilde{X}$  en otra matriz  $\tilde{Y}$  de dimensiones  $(\underline{t}, 4)$ :

$$\tilde{Y} = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{t1} & Y_{t2} & Y_{t3} & Y_{t4} \end{pmatrix}$$

Esta matriz contendrá exclusivamente valores alfanuméricos, puesto que la información aportada por las duraciones de cada ocurrencia se conservará en el número de filas de  $\tilde{Y}$  que contengan el valor alfanumérico que identifica la ocurrencia. Así pues, cada fila de  $\tilde{Y}$  corresponde a una unidad de tiempo continuo, en la cual, por ser  $\tilde{S}$  un subsistema EME, solamente habrá ocurrido un elemento. Las cuatro columnas de  $\tilde{Y}$  se utilizan para codificar la condición de en curso, finalización, inicio, o iniciofinalización del elemento en la unidad de tiempo en cuestión.

Por convenio, si ACX es un elemento del subsistema y ha ocurrido en la unidad de tiempo 45, la fila 45<sup>a</sup> de la matriz  $\tilde{Y}$  contendrá:

- a)  $\{ACX \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset\}$  si ACX está en curso en esa unidad,
- b)  $\{ACX \quad ACX \quad \emptyset \quad \emptyset\}$  si ACX finaliza en esa unidad,
- c)  $\{ACX \quad ACX \quad ACX \quad \emptyset\}$  si ACX se inicia en esa unidad, o
- d)  $\{ACX \quad ACX \quad ACX \quad ACX\}$  si ACX se inicia y finaliza en esa unidad ( $\emptyset$  indica el valor alfanumérico nulo).

Por lo tanto, la primera fila de la matriz  $\tilde{X}$  se transformará en  $x_{12}$  filas de la matriz  $\tilde{Y}$  cuyos valores son:

$$\left. \begin{array}{l} Y_{11} = Y_{12} = Y_{13} = \\ Y_{21} = \\ Y_{31} = \\ \vdots \\ Y_{x_{12}-1,1} = \\ Y_{x_{12},1} = Y_{x_{12},2} \end{array} \right\} = x_{11} \left. \begin{array}{l} Y_{14} = \\ Y_{22} = Y_{23} = Y_{24} = \\ Y_{32} = Y_{33} = Y_{34} = \\ \vdots \\ Y_{x_{12}-1,2} = Y_{x_{12}-1,3} = Y_{x_{12}-1,4} \\ Y_{x_{12},3} = Y_{x_{12},4} = \end{array} \right\} = \emptyset$$

Siguiendo con el ejemplo, si la primera fila de  $\tilde{X}$  es:

$$[ACX \quad 6]$$

entonces las 6 primeras filas de  $\tilde{Y}$  son:

$$\begin{array}{cccc|l} ACX & ACX & ACX & \emptyset & \leftarrow & \text{(inicio)} \\ ACX & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \left. \vphantom{\begin{array}{c} \emptyset \\ \emptyset \\ \emptyset \end{array}} \right\} & \\ ACX & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \leftarrow & \text{(en curso)} \\ ACX & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \left. \vphantom{\begin{array}{c} \emptyset \\ \emptyset \\ \emptyset \end{array}} \right\} & \\ ACX & ACX & \emptyset & \emptyset & \leftarrow & \text{(finalización)} \\ \vdots & & & & & \end{array}$$

Con el mismo procedimiento se obtienen las restantes filas de  $\tilde{Y}$  a partir de las filas de  $\tilde{X}$ .<sup>4</sup>

Definimos a continuación la matriz  $\tilde{R}$  como el producto

$$\tilde{R} = \tilde{Y} * \tilde{N}^T,$$

donde  $*$  es el producto matricial de "igualdad lógica"; si  $\underline{a}$  y  $\underline{b}$  son elementos de una y otra matriz,

$$\begin{array}{ll} a * b = 0 & \text{si } a \neq b \\ a * b = 1 & \text{si } a = b \end{array}$$

$\tilde{N}^T$  es la transpuesta de la matriz  $\tilde{N}$  de dimensiones  $(\underline{m}, 4)$ :

$$\tilde{N} = \begin{pmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} & n_{14} \\ n_{21} & n_{22} & n_{23} & n_{24} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ n_{m1} & n_{m2} & n_{m3} & n_{m4} \end{pmatrix}$$

4 Si la primera ocurrencia registrada en  $\tilde{X}$  no fue observada desde su inicio,  $X_{12}$  no es su duración real, y, por lo tanto, la primera fila de  $\tilde{Y}$  solamente tendrá la primera casilla no nula. Del mismo modo, si la observación terminó antes de registrar la finalización de  $X_{\tau 1}$ ,  $X_{\tau 2}$  no es su duración real, y la última fila de  $\tilde{Y}$  solamente tendrá la primera casilla no nula.

en la cual,  $n_{i1} = n_{i2} = n_{i3} = n_{i4} = s_i$  (valores alfanuméricos). Si el subsistema es el definido en la página 158, entonces  $\tilde{N}$  es:

$$\tilde{N} = \begin{pmatrix} A1 & A1 & A1 & A1 \\ ACX & ACX & ACX & ACX \\ B23 & B23 & B23 & B23 \\ AB23 & AB23 & AB23 & AB23 \\ 5 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

Un elemento  $r_{ij}$  de la matriz  $\tilde{R}$  se obtendrá entonces así:

$$r_{ij} = \sum_{k=1}^4 y_{ik} * n_{jk} \quad \begin{array}{l} y_{ik} * n_{jk} = 0 \text{ si } y_{ik} \neq n_{jk} \\ y_{ik} * n_{jk} = 1 \text{ si } y_{ik} = n_{jk} \end{array}$$

de modo que los elementos de  $\tilde{R}$  serán valores numéricos enteros comprendidos entre 0 y 4 (inclusive). Por ejemplo, si la fila  $\underline{i}$  de  $\tilde{Y}$  es:

$$[ ACX \quad ACX \quad \emptyset \quad \emptyset ]$$

y la columna  $\underline{j}$  de  $\tilde{N}^T$  es:

$$\begin{pmatrix} ACX \\ ACX \\ ACX \\ ACX \end{pmatrix}$$

el valor correspondiente a  $r_{ij}$  será:

$$(ACX * ACX) + (ACX * ACX) + (\emptyset * ACX) + (\emptyset * ACX) = 2$$

En otros términos,  $r_{ij}$  contiene la condición de "en curso" (1), "finalización" (2), "inicio" (3), "inicio y finalización" (4) o "no ocurrencia" (0) del elemento  $\underline{j}$ -ésimo del subsistema  $\tilde{S}$  en la unidad de tiempo  $\underline{i}$ -ésima.

Como ejemplo ilustrativo, supongamos que el subsistema  $\tilde{S}$  es el de la página 158, y la matriz de datos  $\tilde{X}$  es la siguiente:

$$\tilde{X} = \begin{pmatrix} ACX & 6 \\ A1 & 4 \\ ACX & 1 \\ B23 & 3 \\ A1 & 5 \\ 5 & 11 \\ AB23 & 2 \\ B23 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \tau = 9 \\ t = 35 \end{matrix}$$

Según el procedimiento descrito, la matriz  $\tilde{Y}$  transformada será:

$$\tilde{Y} = \begin{pmatrix} ACX & ACX & ACX & \emptyset \\ ACX & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ ACX & ACX & \emptyset & \emptyset \\ A1 & A1 & A1 & \emptyset \\ A1 & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ A1 & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ A1 & A1 & \emptyset & \emptyset \\ ACX & ACX & ACX & ACX \\ B23 & B23 & B23 & \emptyset \\ B23 & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ B23 & B23 & \emptyset & \emptyset \\ A1 & A1 & A1 & \emptyset \\ A1 & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ A1 & A1 & \emptyset & \emptyset \\ 5 & 5 & 5 & \emptyset \\ 5 & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ AB23 & AB23 & AB23 & \emptyset \\ AB23 & AB23 & \emptyset & \emptyset \\ B23 & B23 & B23 & \emptyset \\ B23 & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ B23 & B23 & \emptyset & \emptyset \\ 5 & 5 & 5 & \emptyset \\ 5 & 5 & \emptyset & \emptyset \end{pmatrix}$$

Para obtener la matriz  $\tilde{R}$  de tiempo por elementos utilizamos la matriz  $\tilde{N}$ , que para el presente ejemplo ya se expuso en la página 161, de modo que  $\tilde{Y} * \tilde{N}^T$  da como resultado:

$$\tilde{R} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

La matriz  $\tilde{R}$  contiene en cada columna el curso temporal de cada uno de los elementos de  $S$ , en el mismo orden que en el que están definidos en  $S$ . Cada fila de la matriz representa una unidad de tiempo (en este ejemplo, 35 filas).

Definimos ahora tres nuevos elementos:

a) Vector selector de conducta criterio:

$$\underline{\tilde{c}} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_m \end{pmatrix}$$

El vector  $\underline{\tilde{c}}$  contiene valores numéricos enteros que pueden ser:

$$\begin{aligned} c_i &= 1 & \text{si } s_i & \text{es la conducta o elemento criterio,} \\ c_i &= 0 & \text{en caso contrario.} \end{aligned}$$

b) Operador de retardo:<sup>5</sup>

Si  $\underline{\tilde{A}}$  es una matriz de dimensiones  $(\underline{p}, \underline{q})$  y aplicamos el operador de retardo  $\Delta^k$ ,

$$\Delta^k(\underline{\tilde{A}}) = \underline{\tilde{A}}'$$

donde  $\underline{\tilde{A}}'$  es otra matriz  $(\underline{p}, \underline{q})$  retardada  $\underline{k}$  unidades respecto a  $\underline{\tilde{A}}$  ( $\underline{k}$  positivo o negativo), de modo que:

$$\text{si } k > 0: \quad a'_{ij} = 0 \quad \text{para } i \leq k$$

$$a'_{ij} = a_{i-k, j} \quad \text{para } i > k$$

$$\text{si } k < 0: \quad a'_{ij} = a_{i-k, j} \quad \text{para } i \leq p - k$$

$$a'_{ij} = 0 \quad \text{para } i > p - k$$

$$\text{si } k = 0: \quad a'_{ij} = a_{ij} \quad \text{para todo } i$$

---

<sup>5</sup> La letra  $\underline{k}$  significa aquí retardo en cualquier base.

Por ejemplo, si

$$\underset{\sim}{A} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

para  $\underline{k} = 2$ :

$$\underset{\sim}{A}' = \Delta^2(\underset{\sim}{A}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

y para  $\underline{k} = -1$ :

$$\underset{\sim}{A}' = \Delta^{-1}(\underset{\sim}{A}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

c) Matriz  $\underset{\sim}{R}$  ampliada:

Sea  $\underset{\sim}{B}$  un vector auxiliar de dimensión  $(\underline{m}+1)$ , y  $\underset{\sim}{P}$  una matriz auxiliar de dimensiones  $(\underline{m}+1, \underline{m})$  con los siguientes elementos:

$$\underset{\sim}{B} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underset{\sim}{P} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

La matriz  $\underset{\sim}{R}$  ampliada, a la que llamaremos matriz  $\underset{\sim}{Q}$ , ha de ser idéntica a la matriz  $\underset{\sim}{R}$  pero con una columna más. En esta otra columna se incluirá el curso temporal de la conducta seleccionada como criterio, pero retardado  $\underline{k}$  unidades, a fin que actúe efectivamente con retardo  $\underline{k}$  respecto a los cur

tos temporales de las restantes conductas. La matriz  $Q$  se obtiene así:

$$Q = \Delta^k (R.C_r) . B^T + R.P^T$$

donde  $.$  es la multiplicación matricial usual, y

$r$  indica el número de orden de la casilla de  $C$  que no es nula (es decir, el número de orden del elemento criterio dentro de  $S$ ).

En efecto, si  $R$  es  $(t, m)$  y  $C$  es  $(m, 1)$ , la casilla no nula de  $C$  "selecciona" la columna de  $R$  que contiene el curso temporal de la conducta criterio, de modo que  $R.C_r$  es una matriz  $(t, 1)$ . A continuación, el operador  $\Delta^k$  retarda esa columna  $k$  unidades de tiempo. Al multiplicar esa columna retardada (que sigue teniendo dimensiones  $(t, 1)$ ) por la matriz auxiliar  $B^T$ , obtenemos una matriz  $(t, m+1)$  nula excepto en su primera columna, que contiene la columna retardada en cuestión. Por otra parte, puesto que  $P$  es una matriz identidad salvo la primera fila, que es nula, al multiplicar  $R.P^T$  se obtiene una matriz idéntica a  $R$  pero con una columna más, consistente en ceros. La suma de ambas matrices de dimensiones  $(t, m+1)$  da como resultado la matriz  $R$  ampliada, o matriz  $Q$ . En esta última es donde, finalmente, tendrá lugar el análisis.

Volviendo al ejemplo expuesto anteriormente, si la conducta criterio seleccionada es ACX, entonces  $r = 2$ , y el selector  $C$  es:

$$C_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Los resultados de cada paso son los siguientes (p.e., con  $k = 10$ ):



po IV o "interactivos". Señalemos también que, en el caso particular de que  $\alpha=0$ , no existen subtipos de análisis. Las matrices  $\underline{Q}_{\alpha\beta}$  tienen dimensiones  $(\underline{m}+1, \underline{m})$  y, multiplicadas por  $\underline{Q}$ , proporcionan directamente frecuencias de retardo. Antes tengamos en cuenta que:

- a) Si los datos son tipo I, entonces, de acuerdo con este procedimiento, la matriz  $\underline{Q}$  sólo contiene valores 0 (no ocurrencia) y 4 (ocurrencia puntual en una unidad de tiempo).
- b) Para un análisis tipo 1 (es decir, todas las unidades en que ocurre la conducta criterio se toman como criterio), todos los valores distintos de 0 en la 1ª columna de  $\underline{Q}$  se consideran ocurrencias de la conducta criterio; y
- c) Para un análisis subtipo 1 (y: tipos 1, 2 ó 3) (es decir, todas las unidades en que ocurre la conducta apareada se toman como apareadas), todos los valores distintos de 0 en las columnas 2ª a  $\underline{m}+1$  de la matriz  $\underline{Q}$  se consideran ocurrencias de la conducta apareada.

Definimos tres parámetros  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ :

$$\lambda_1 = \{1 \mid 2 \mid 3 \mid 4\}$$

que significa  $\lambda_1 = 1 \text{ ó } 2 \text{ ó } 3 \text{ ó } 4$

$$\lambda_2 = \{2 \mid 4\}$$

que significa  $\lambda_2 = 2 \text{ ó } 4$ ,

$$\lambda_3 = \{3 \mid 4\}$$

que significa  $\lambda_3 = 3 \text{ ó } 4$

de manera que el producto de "igualdad lógica" entre uno de ellos y cualquier valor numérico  $\gamma$  es, por ejemplo para  $\lambda_1$ :

$$\lambda_1 * \gamma = 1 \quad \text{si} \quad \lambda_1 = \gamma, \text{ es decir, si } \gamma = 1 \text{ ó } 2 \text{ ó } 3 \text{ ó } 4$$

$$\lambda_1 * \gamma = 0 \quad \text{si} \quad \lambda_1 \neq \gamma, \text{ es decir, si } \gamma \neq 1 \text{ y } 2 \text{ y } 3 \text{ y } 4$$

Las matrices  $D_{\alpha\beta}$  son entonces las siguientes:

a) Análisis tipo 0 (caso especial, sin subtipo):

$$D_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & \dots & 4 \\ 4 & -1 & -1 & -1 & -1 & \dots & -1 \\ -1 & 4 & -1 & -1 & -1 & \dots & -1 \\ -1 & -1 & 4 & -1 & -1 & \dots & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 4 & -1 & \dots & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & \dots & 4 \end{pmatrix}$$

b) Análisis tipo  $\alpha$ , subtipo  $\beta$  ( $\alpha = 1, 2, 3$ ;  $\beta = 1, 2, 3$ )

$$D_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} \lambda_\alpha & \lambda_\alpha & \lambda_\alpha & \lambda_\alpha & \lambda_\alpha & \dots & \lambda_\alpha \\ \lambda_\beta & -1 & -1 & -1 & -1 & \dots & -1 \\ -1 & \lambda_\beta & -1 & -1 & -1 & \dots & -1 \\ -1 & -1 & \lambda_\beta & -1 & -1 & \dots & -1 \\ -1 & -1 & -1 & \lambda_\beta & -1 & \dots & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & \dots & \lambda_\beta \end{pmatrix}$$

Para la matriz  $Q$  del ejemplo anterior, un análisis tipo 1, subtipo 1 representa multiplicar  $Q * D_{\alpha\beta}$ . El producto es otra matriz, de dimensiones  $(\underline{t}, \underline{m})$ :

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \vdots & & & & \vdots \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

En esta nueva matriz existen dos tipos de filas:

- a) filas con valores 0 y 1: el valor 1 indica que la conducta o estado de la columna correspondiente ocurre en la unidad de tiempo representada por la fila, pero que la conducta criterio no ha ocurrido con retardo k respecto a esa unidad; el valor 0 indica que la conducta o estado de la columna correspondiente no ocurre en la unidad de tiempo representada por la fila.
- b) filas con valores 1 y 2: el valor 2 indica que la conducta o estado de la columna correspondiente ocurre en la unidad de tiempo representada por la fila, y además, que la conducta criterio ocurre con retardo k respecto a esa unidad (por lo tanto, existe contingencia de retardo k entre ambas conductas); el valor 1 indica que la conducta criterio ocurre con retardo k respecto a la unidad de tiempo representada por la fila, pero que la conducta o estado de la columna correspondiente no ocurre en esa unidad.

Es evidente que la información que nos interesa de esa ma-  
triz son los valores 2, puesto que indican contingencia. Si

sumamos el número de valores 2 que se obtienen en cada columna habremos calculado las frecuencias de retardo  $\underline{k}$  de cada una de las conductas del subsistema respecto a la conducta criterio. Esta operación puede simbolizarse mediante un vector "sumatorio"  $\underset{\sim}{U}$  de dimensión ( $\underline{t}$ ):

$$\underset{\sim}{U} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ \vdots \\ 2 \end{pmatrix}$$

tal que, multiplicado por la matriz obtenida, proporciona las frecuencias de retardo:

$$\underset{\sim}{U}^T * (\underset{\sim}{Q} * \underset{\sim}{D}_{\alpha\beta})$$

Para el ejemplo anterior,  $\underset{\sim}{U}$  tiene dimensión (35), y el producto indicado es:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} ,$$

que son las frecuencias de retardo 10 de cada uno de los estados tomando el estado ACX como criterio.

Por consiguiente, podemos simbolizar el operador ASR como:

$$\underset{\sim}{V}_{r\alpha\beta}^k (Y) = \underset{\sim}{F}_{r\alpha\beta}^k$$

donde  $\underset{\sim}{F}_{r\alpha\beta}^k$  representa el vector de frecuencias de retardo  $\underline{k}$ , siendo  $s_r$  la conducta criterio, y siendo  $\alpha$  y  $\beta$  el tipo y el subtipo de análisis, respectivamente.

(El operador se expresa aquí sobre la matriz de datos  $\underset{\sim}{Y}$ , y no la  $\underset{\sim}{X}$  original).

En conclusión, el operador ASR es un operador matricial que se aplica a una matriz  $\underset{\sim}{Y}$  de datos tipo III y proporciona un vector de frecuencias de retardo. La expresión desarrollada del operador es la siguiente:

$$\underset{\sim}{V}_{r\alpha\beta}^k(\underset{\sim}{Y}) = \underset{\sim}{U}^T * \left[ (\Delta^k((\underset{\sim}{Y} * \underset{\sim}{N}^T) \cdot \underset{\sim}{C}_r) \cdot \underset{\sim}{B}^T + (\underset{\sim}{Y} * \underset{\sim}{N}^T) \cdot \underset{\sim}{P}^T) * \underset{\sim}{D}_{\alpha\beta} \right]$$

donde los productos  $\cdot$  son multiplicaciones matriciales usuales, y los productos  $*$  son multiplicaciones de "igualdad lógica", tal como las hemos definido. Las matrices  $\underset{\sim}{Y}$ ,  $\underset{\sim}{N}$  son alfanuméricas, y las restantes, numéricas. La expresión anterior resume el procedimiento:

- 1) Los datos tipo III, expresados en la matriz  $\underset{\sim}{Y}$ , se transforman en una matriz numérica  $\underset{\sim}{R} = \underset{\sim}{Y} * \underset{\sim}{N}^T$  que contiene información sobre el curso temporal de cada conducta del subsistema.
- 2) Se selecciona una conducta criterio mediante la matriz  $\underset{\sim}{C}_r$ , y su curso temporal se retarda mediante el operador  $\Delta^k$ .
- 3) Se construye una matriz  $\underset{\sim}{R}$  ampliada (matriz  $\underset{\sim}{Q}$ ), que contiene la información de  $\underset{\sim}{R}$  más la información proporcionada en el paso anterior. Ello se logra efectuando productos matriciales con unas matrices auxiliares  $\underset{\sim}{B}$  y  $\underset{\sim}{P}$ .
- 4) La matriz ampliada se somete a un análisis secuencial de retardo mediante  $\underset{\sim}{D}_{\alpha\beta}$  y la posterior sumación con  $\underset{\sim}{U}$ .

Una expresión más resumida, que sólo contempla la fase de análisis y no las fases previas de transformación de datos, es la siguiente (aplicada a la matriz  $\underset{\sim}{R}$  ampliada, o matriz  $\underset{\sim}{Q}$ ):

$$\underset{\sim}{F}_{r\alpha\beta}^k = \underset{\sim}{U}^T * \left[ \underset{\sim}{Q} * \underset{\sim}{D}_{\alpha\beta} \right]$$

estando incorporados en  $\underset{\sim}{Q}$  la selección de la conducta criterio y su retardo.

#### 2.4.6.2. Clase interactiva

El desarrollo del operador ASR puede extenderse al caso de que interese estudiar las contingencias secuenciales de las conductas de un subsistema respecto a una conducta criterio perteneciente a un subsistema diferente que actúa simultáneamente. Se trata, pues, de obtener la forma del operador para análisis de clase interactiva.

Sean  $1\tilde{S}$  y  $2\tilde{S}$  los vectores que simbolizan los dos subsistemas que actúan simultáneamente:<sup>6</sup>

$$1\tilde{S} = \begin{pmatrix} 1^{s_1} \\ 1^{s_2} \\ \vdots \\ 1^{s_{m_1}} \end{pmatrix} \quad 2\tilde{S} = \begin{pmatrix} 2^{s_1} \\ 2^{s_2} \\ \vdots \\ 2^{s_{m_2}} \end{pmatrix}$$

Supongamos que ambos subsistemas se observan de forma sincronizada ; ello implica que en ambos las duraciones se contabilizan a partir de un inicio común. Puede ocurrir, sin embargo, que el inicio de la observación lo marque el inicio de ocurrencia de un cierto elemento en uno de los subsistemas, momento en el que puede hallarse en curso la ocurrencia de un elemento en el otro subsistema; si este es el caso, la duración registrada de este segundo elemento no es su duración real, y ello deberá quedar reflejado en los datos (concretamente, en la matriz  $\tilde{Y}$ ). Por convenio, llamaremos subsistema  $1\tilde{S}$  al subsistema criterio, es decir, aquél que contiene la conducta que vamos a utilizar como criterio, y subsistema  $2\tilde{S}$  al subsistema apareado, es decir, aquél que contiene las conductas que vamos a analizar como apa

---

6 En adelante emplearemos ante-subíndices para señalar el subsistema al que pertenece una conducta o categoría; así,  $p_i$  es la categoría  $i$ -ésima del subsistema  $\tilde{S}_p$ . Otros elementos relacionados con uno u otro subsistema llevarán también ante-subíndices, como las matrices  $1\tilde{X}$  y  $2\tilde{X}$ , etc.

readas con retardo  $k$  respecto a la criterio.

Las matrices de datos son en este caso:

$${}_{1\check{v}}^X = \begin{bmatrix} 1^{x_{11}} & 1^{x_{12}} \\ 1^{x_{21}} & 1^{x_{22}} \\ \vdots & \vdots \\ 1^{x_{\tau_1 1}} & 1^{x_{\tau_1 2}} \end{bmatrix} \quad {}_{2\check{v}}^X = \begin{bmatrix} 2^{x_{11}} & 2^{x_{12}} \\ 2^{x_{21}} & 2^{x_{22}} \\ \vdots & \vdots \\ 2^{x_{\tau_2 1}} & 2^{x_{\tau_2 2}} \end{bmatrix}$$

donde  ${}_{1\check{v}}^X$  contiene los datos tipo III resultantes de observar el subsistema  ${}_{1\check{v}}^S$ , y  ${}_{2\check{v}}^X$  contiene los datos tipo III resultantes de observar simultáneamente el subsistema  ${}_{2\check{v}}^S$ . En cada matriz, la primera columna es un conjunto de valores alfanuméricos que identifican las ocurrencias de elementos del subsistema correspondiente, y la segunda columna es un conjunto de números enteros que expresan las duraciones de dichas ocurrencias. Por la condición de simultaneidad,

$$t_1 = \sum_{i=1}^{\tau_1} 1^{x_{i2}} = t_2 = \sum_{i=1}^{\tau_2} 2^{x_{i2}} = t$$

Obtenemos también en este caso una matriz  ${}_{k\check{v}}^Y$  para cada subsistema, por el mismo procedimiento descrito cuando el análisis era de clase no-interactiva:

$${}_{k\check{v}}^Y = \begin{bmatrix} 1^{Y_{11}} & 1^{Y_{12}} & 1^{Y_{13}} & 1^{Y_{14}} \\ 1^{Y_{21}} & 1^{Y_{22}} & 1^{Y_{23}} & 1^{Y_{24}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1^{Y_{t1}} & 1^{Y_{t2}} & 1^{Y_{t3}} & 1^{Y_{t4}} \end{bmatrix} \quad {}_{2\check{v}}^Y = \begin{bmatrix} 2^{Y_{11}} & 2^{Y_{12}} & 2^{Y_{13}} & 2^{Y_{14}} \\ 2^{Y_{21}} & 2^{Y_{22}} & 2^{Y_{23}} & 2^{Y_{24}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 2^{Y_{t1}} & 2^{Y_{t2}} & 2^{Y_{t3}} & 2^{Y_{t4}} \end{bmatrix}$$

Análogamente, definimos dos matrices  $\tilde{R}$ , como los productos:

$${}_{1\tilde{N}}R = {}_{1\tilde{N}}Y^* {}_{1\tilde{N}}N^T$$

$${}_{2\tilde{N}}R = {}_{2\tilde{N}}Y^* {}_{2\tilde{N}}N^T$$

siendo los elementos de  ${}_{i\tilde{N}}N$  los mismos que los de  ${}_{i\tilde{S}}$ , repetidos en cuatro columnas:

$${}_{1\tilde{N}}N = \begin{bmatrix} {}_{1\tilde{S}}^1 & {}_{1\tilde{S}}^1 & {}_{1\tilde{S}}^1 & {}_{1\tilde{S}}^1 \\ {}_{1\tilde{S}}^2 & {}_{1\tilde{S}}^2 & {}_{1\tilde{S}}^2 & {}_{1\tilde{S}}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ {}_{1\tilde{S}}^m & {}_{1\tilde{S}}^m & {}_{1\tilde{S}}^m & {}_{1\tilde{S}}^m \end{bmatrix} \quad {}_{2\tilde{N}}N = \begin{bmatrix} {}_{2\tilde{S}}^1 & {}_{2\tilde{S}}^1 & {}_{2\tilde{S}}^1 & {}_{2\tilde{S}}^1 \\ {}_{2\tilde{S}}^2 & {}_{2\tilde{S}}^2 & {}_{2\tilde{S}}^2 & {}_{2\tilde{S}}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ {}_{2\tilde{S}}^m & {}_{2\tilde{S}}^m & {}_{2\tilde{S}}^m & {}_{2\tilde{S}}^m \end{bmatrix}$$

Por lo tanto,  ${}_{1\tilde{N}}R$  tendrá dimensiones  $(\underline{t}, \underline{m}_1)$  y contendrá los cursos temporales de las conductas de  ${}_{1\tilde{S}}$  expresados con las condiciones 0, 1, 2, 3 ó 4; y análogamente para  ${}_{2\tilde{N}}R$ , de dimensiones  $(\underline{t}, \underline{m}_2)$ .

La matriz de donde debe seleccionarse ahora un curso temporal que actúe como criterio es  ${}_{1\tilde{N}}R$ . La selección mediante el selector  $C_{\tilde{N}r}$  (siendo  ${}_{1\tilde{S}}^r$  la conducta criterio) y la aplicación del operador de retardo  $\Delta^k$  sobre esta selección proporcionan, como antes, un vector de dimensión  $(\underline{t})$ . La matriz  $Q_{\tilde{N}}$  será en este caso igual a la matriz  ${}_{2\tilde{N}}R$ , que contiene los cursos temporales de las conductas que se analizarán como apareadas, más esa columna retardada obtenida a partir de  ${}_{1\tilde{N}}R$ . La expresión para  $Q_{\tilde{N}}$  es:

$$Q_{\tilde{N}} = \Delta^k ({}_{1\tilde{N}}R \cdot C_{\tilde{N}r}) \cdot B_{\tilde{N}}^T + {}_{2\tilde{N}}R \cdot P_{\tilde{N}}^T$$

$B_{\tilde{N}}$  es ahora un vector auxiliar de dimensión  $(\underline{m}_1+1)$ , y  $P_{\tilde{N}}$  una matriz auxiliar de dimensiones  $(\underline{m}_2+1, \underline{m}_1)$ , con los mismos contenidos que los descritos cuando la clase de análisis era no-interactiva.

El conjunto de matrices  $D_{\alpha\beta}$  que especifican los tipos y subtipos de análisis es el mismo que antes, con la salvedad de que no definimos un tipo 0, y que sus dimensiones son ahora  $(\underline{m}_1 + 1, \underline{m}_2)$ . Finalmente, el sumatorio por el que obtenemos el vector de frecuencias de retardo  $\underline{k}$  es  $\underline{U}$ , de dimensión  $(\underline{t})$ . El operador ASR para análisis de clase interactiva es entonces:

$$\nabla_{r\alpha\beta}^k ({}^1\tilde{Y}, {}^2\tilde{Y}) = F_{\tilde{r}\alpha\beta}^k$$

y, en forma desarrollada:

$$\nabla_{r\alpha\beta}^k ({}^1\tilde{Y}, {}^2\tilde{Y}) = \underline{U}^T * \left[ (\Delta^k (({}^1\tilde{Y} * {}^1\tilde{N}^T) \cdot \underline{C}_{\tilde{r}}) \cdot \underline{B}_{\tilde{r}}^T + ({}^2\tilde{Y} * {}^2\tilde{N}^T) \cdot \underline{P}_{\tilde{r}}^T) * D_{\tilde{r}\alpha\beta} \right]$$

La expresión resumida es la misma que en clase no-interactiva aunque  $\underline{Q}$  se obtiene aquí a partir de dos matrices  $\underline{Y}$ :

$$F_{\tilde{r}\alpha\beta}^k = \underline{U}^T * \left[ \underline{Q} * D_{\tilde{r}\alpha\beta} \right]$$

$F_{\tilde{r}\alpha\beta}^k$  es en este caso un vector de dimensiones  $(1, \underline{m}_2)$  cuyas celdas contienen las frecuencias de retardo de las conductas del subsistema apareado  ${}^2\tilde{S}$ .

#### 2.4.6.3. Simetría del operador

Un elemento cualquiera del vector  $F_{\tilde{r}\alpha\beta}^k$  puede expresarse como

$$\left[ F_{\tilde{r}\alpha\beta}^k \right]_i \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, m \\ \text{para clase no interactiva} \\ i = 1, \dots, m_2 \\ \text{para clase interactiva} \end{array}$$

o, empleando el operador ASR:

$$\left[ \nabla_{r\alpha\beta}^k ({}^1\tilde{Y}) \right]_i \quad i = 1, \dots, m$$

$$\left[ \nabla_{r\alpha\beta}^k ({}^1\tilde{Y}, {}^2\tilde{Y}) \right]_i \quad i = 1, \dots, m_2$$

Una propiedad de este operador es la simetría de resultados que proporciona cuando los parámetros son simétricos, propiedad que podemos expresar así:

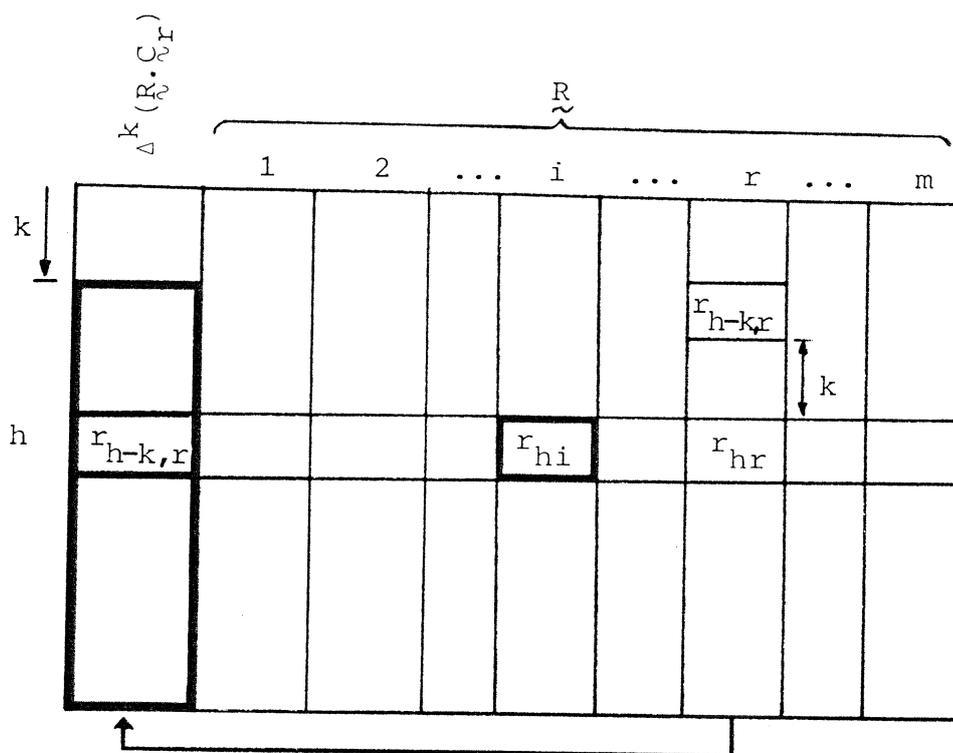
$$\left[ \nabla_{r\alpha\beta}^k (Y) \right]_i = \left[ \nabla_i^{-k} \beta\alpha(Y) \right]_r$$

y también

$$\left[ \nabla_{r\alpha\beta}^k (1Y, 2Y) \right]_i = \left[ \nabla_i^{-k} \beta\alpha(2Y, 1Y) \right]_r$$

Es decir, la frecuencia de retardo de una conducta apareada  $s_i$  con retardo  $k$  respecto a la conducta criterio  $s_r$  y con un análisis tipo  $\alpha$ , subtipo  $\beta$ , es igual a la frecuencia de retardo de la conducta apareada  $s_r$  con retardo  $-k$  respecto a la conducta  $s_i$  tomada como criterio y con un análisis tipo  $\beta$ , subtipo  $\alpha$  (para el análisis tipo 0, lo mismo es cierto omitiendo la referencia al subtipo). Este enunciado se refiere a la primera de las igualdades anteriores, pero es aplicable también a la segunda.

Sin pérdida de generalidad y refiriéndonos a un análisis de clase no interactiva, supongamos que hemos seleccionado la columna  $r$ , correspondiente a la conducta criterio  $s_r$  en una matriz  $R$ , la hemos retardado  $k$  unidades de tiempo, y hemos ampliado dicha matriz, obteniendo la matriz  $Q$ . Si nos ceñimos a una fila concreta de esta matriz, por ejemplo, la fila  $h$ , encontramos en la columna correspondiente a la conducta apareada  $s_i$  el valor  $r_{hi}$  (que puede ser 0, 1, 2, 3 ó 4). En esta misma fila pero en la columna  $1^a$ , esto es, la correspondiente a  $s_r$  retardada, el valor es  $r_{h-k,r}$ :



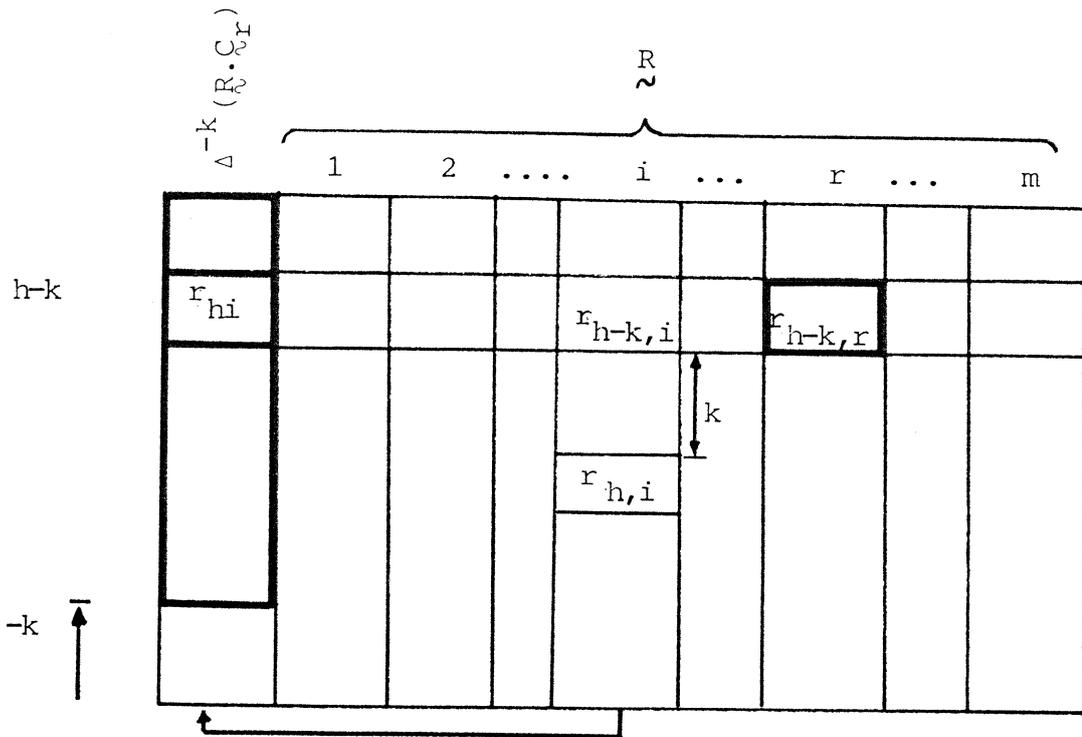
Al realizar un análisis tipo  $\alpha$ , subtipo 3, multiplicaremos  $Q \cdot D$  de modo que el elemento de la fila  $h$ , columna  $i$  de la matriz producto indicará (con los valores 0, 1, ó 2) si existe contingencia entre ambas conductas. El valor de la fila  $h$ , columna  $i$  de la matriz producto es precisamente:

$$r_{h-k,r} \cdot \lambda_{\alpha} + r_{h1} \cdot (-1) + r_{h2} \cdot (-1) + \dots + r_{hi} \cdot \lambda_{\beta} + \dots + r_{hm} \cdot (-1)$$

Puesto que los productos de "igualdad lógica" con el valor  $(-1)$  son todos nulos, el resultado es:

$$r_{h-k,r} \cdot \lambda_{\alpha} + r_{hi} \cdot \lambda_{\beta}$$

Supongamos ahora el caso simétrico: seleccionamos la conducta  $s_i$  como criterio en la misma matriz  $R$ , la retardamos  $-k$  unidades de tiempo, y ampliamos  $R$ , obteniendo  $Q$ . Consideremos la fila  $h-k$  de esta matriz: en su columna  $r$  contiene el valor  $r_{h-k,r}$  correspondiente a la conducta  $s_r$ , apareada en este caso; y en la columna  $1^a$ , es decir, la correspondiente a  $s_i$  retardada, el valor es  $r_{hi}$ :



En este caso, al realizar un análisis tipo  $\beta$ , subtipo  $\alpha$ , multiplicaremos  $\tilde{Q}^* \tilde{D}_{\beta\alpha}$ , y el elemento de la fila h-k, columna  $\underline{r}$  de dicho producto indicará si existe contingencia entre ambas con ductas. Este elemento es:

$$r_{hi} * \lambda_{\beta} + r_{h-k,1} * (-1) + r_{h-k,2} * (-1) + \dots + r_{h-k,r} * \lambda_{\alpha} + \dots + r_{h-k,m} * (-1)$$

lo cual se reduce a:

$$r_{hi} * \lambda_{\beta} + r_{h-k,r} * \lambda_{\alpha}$$

que es idéntico al valor hallado anteriormente para el caso si métrico a éste. Aunque los dos valores se encuentran en filas distintas de las matrices producto  $\tilde{Q}^* \tilde{D}_{\alpha\beta}$  (fila  $\underline{h}$ ) y  $\tilde{Q}^* \tilde{D}_{\beta\alpha}$  (fila h-k), ambos aportan un mismo valor al sumatorio efectuado a través del vector  $\tilde{U}$ , de modo que la frecuencia de retardo  $\underline{k}$  de  $s_i$  con  $s_r$  como criterio resulta coincidir con la frecuencia de retardo  $-\underline{k}$  de  $s_r$  con  $s_i$  como criterio (siendo simétricos los análisis). Esta propiedad del operador ASR será de utilidad para el análisis visual de los perfiles de retardo.

## 2.4.6.4. Derivaciones y casos especiales del operador

La matriz de frecuencias de retardo que hemos definido en apartados anteriores no es más que un conjunto de vectores  $F_{\sim r\alpha\beta}^k$  para  $\|k\| = 1, 2, \dots, M$ , siendo  $M$  el máximo retardo a analizar (MAXLAG). Cuando  $\underline{k} > 0$ , decimos que el análisis es de modo 1, o prospectivo; y cuando  $\underline{k} < 0$ , que es de modo 2, o retrospectivo. Por lo tanto, la matriz de frecuencias de retardo para una conducta criterio  $s_r$ , y un análisis tipo  $\alpha$ , subtipo 3 es:

$$F_{\sim r\alpha\beta} = \begin{pmatrix} F_{\sim r\alpha\beta}^1 \\ F_{\sim r\alpha\beta}^2 \\ F_{\sim r\alpha\beta}^3 \\ \vdots \\ F_{\sim r\alpha\beta}^M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nabla_{\sim r\alpha\beta}^1 (Y) \\ \nabla_{\sim r\alpha\beta}^2 (Y) \\ \nabla_{\sim r\alpha\beta}^3 (Y) \\ \vdots \\ \nabla_{\sim r\alpha\beta}^M (Y) \end{pmatrix}$$

que es la formulación que corresponde a un análisis prospectivo; para un análisis retrospectivo los supraíndices son negativos.

La matriz  $F_{\sim r\alpha\beta}$  contendrá frecuencias discretas o frecuencias continuas, según el diseño de análisis, y, por lo tanto, sus elementos deberán representarse mediante los símbolos  $f$  ó  $\phi$ , tal como se ha establecido en apartados anteriores. El cálculo de las frecuencias esperadas según las correcciones y ajustes que correspondan al diseño del análisis, de las probabilidades observadas y esperadas y, finalmente de las zetas de retardo, están basados en la matriz  $F_{\sim r\alpha\beta}$ . Además, como se ha visto, para estos cálculos se precisan conocer las frecuencias (discretas o continuas) totales de cada conducta en la secuencia. Para obtener estas frecuencias basta multiplicar la matriz  $R$  por un vector sumatorio  $V_{\sim}$ ,

$$F_{\sim} = V_{\sim}^T * R_{\sim}$$

donde  $\underset{\sim}{F}$  es un vector de dimensiones  $(1, \underline{m})$  cuyos elementos son frecuencias totales de cada conducta. El vector  $\underset{\sim}{V}$  tiene dimensiones  $(\underline{t}, 1)$  y, según el tipo de datos es:

$$\underset{\sim}{V} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \\ \vdots \\ 4 \end{pmatrix} \quad \delta \quad \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_1 \\ \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_1 \end{pmatrix} \quad \delta \quad \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \\ \vdots \\ 3 \end{pmatrix}$$

datos
datos
datos  
tipo I
tipo III
tipo III  
(a)
(b)
(c)

La primera de las opciones se aplicará a una matriz  $\underset{\sim}{R}$  transformada de datos tipo I, y proporcionará un vector  $\underset{\sim}{F}$  de frecuencias discretas. Para datos tipo III (o tipo IV), la opción (b) proporciona un vector  $\underset{\sim}{F}$  con frecuencias continuas, ya que  $\lambda_1$  significa 1, 2, 3, ó 4, esto es, cualquier unidad de tiempo en que ocurren las conductas; en este mismo tipo de datos, la opción (c) da lugar a un vector  $\underset{\sim}{F}$  con frecuencias discretas, pues 3 indica inicio de la conducta, y existen en  $\underset{\sim}{R}$  tantos inicios de conducta como ocurrencias.

Por otra parte, un caso especial del vector  $\underset{\sim}{F}_{r\alpha\beta}^k$  es  $\underset{\sim}{F}_{r11}^0$ , que contiene las frecuencias de co-ocurrencia o simultaneidad de la conducta criterio con las restantes; la expresión cuando  $\underline{k} = 0$  puede simplificarse, ya que  $\Delta^0(\underset{\sim}{A}) = \underset{\sim}{A}$ :

$$\underset{\sim}{V}_{r11}^0(\underset{\sim}{Y}_1, \underset{\sim}{Y}_2) = \underset{\sim}{U}^T * \left[ (\underset{\sim}{Y} * \underset{\sim}{N}^T) \cdot \underset{\sim}{C} \cdot \underset{\sim}{B}^T + (\underset{\sim}{Y} * \underset{\sim}{N}^T) \cdot \underset{\sim}{P}^T \right] * \underset{\sim}{D}_{11}$$

Aplicar el mismo operador a una única secuencia (clase no interactiva) no proporciona, evidentemente, frecuencias de co-ocurrencia, pues la conducta criterio no co-ocurre, por definición, con ninguna conducta de su propio subsistema.