



Universitat Autònoma de Barcelona

Facultat de Ciències

Departament de Física

Control de la respuesta de un sistema óptico mediante pupilas de transmisión no uniforme y lentes multiplexadas

Octavi López Coronado

Memòria presentada per optar al grau de
Doctor en Ciències Físiques

Cerdanyola del Vallès, Juliol de 2007



Don Juan Campos Coloma, Catedrático de Óptica de la Universitat Autònoma de Barcelona

CERTIFICA

que Don Octavi López Coronado, Licenciado en Ciencias Físicas ha realizado bajo su dirección, y en el Departamento de Física de la Universitat Autònoma de Barcelona, el trabajo “Control de la respuesta de un sistema óptico mediante pupilas de transmisión no uniforme y lentes multiplexadas”, que se recoge en esta memoria para optar al grado de Doctor en Ciencias Físicas.

Y para que conste, de acuerdo con la legislación vigente, firma este certificado en Bellaterra, Cerdanyola del Vallès, a 5 de junio de 2007.

Prof. J. Campos Coloma

Agradecimientos

Deseo expresar mi sincero agradecimiento a todas aquellas personas que han estado vinculadas al desarrollo de esta Tesis, en especial:

A la Dra. Maria Josefa Yzuel por la calurosa acogida que me ha ofrecido desde el inicio en el grupo de investigación, por su implicación en este trabajo y por ser una fuente incombustible de ánimo.

Al Dr. Juan Campos, también por su acogida en el grupo de investigación y por haber dirigido este trabajo de manera excelente.

A Roger Gimeno, Juan Carlos Escalera, Claudio Iemmi y Jeffrey Davis, porque este trabajo también les pertenece a ellos.

A todos los compañeros del Grupo de Óptica, por hacer de lo más agradable mi trabajo en los últimos meses: Àngel, Manel, Rocío, Stefan, Verónica, Sonia, Georgina, Miquel...

A los compañeros “de siempre” con los que inicié esta andadura: Nacho, Andrés, Nico, Marc, Alfons, Silvia, Asticio, Aziz, Esmail...

A Jordi Mompart, por sus comentarios que me animaron para continuar y por los ratos agradables de desconexión que ha compartido conmigo.

A mis padres.

Y en especial a Eva, Ana y David, porque están detrás de todas y cada una de las letras y de los píxeles de este trabajo, y de todo el resto de cosas que hago en la vida.

Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología,
proyecto FIS2006-13037-C02-01

*Dedicado a la memoria de
Joaquín Vilas Solano.*

Índice

Capítulo 1. Introducción	pág. 1
1.1 Óptica Difractiva	1
1.2 Elementos Ópticos Difractivos	2
1.2.1 Modificación de la respuesta de sistemas ópticos mediante DOE	2
1.2.2 Producción de elementos ópticos difractivos	4
1.2.3 Implementación de DOE mediante Moduladores Espaciales de Luz	5
1.2.4 Codificación de los CGH	6
1.2.5 Diseño de DOE mediante algoritmos iterativos	8
1.3 Motivación y objetivo de la Tesis	9
1.4 Esquema de la Tesis	10
Capítulo 2. Moduladores espaciales de luz de cristal líquido	pág. 13
2.1 Descripción física del funcionamiento de un modulador LCSLM	16
2.2 Configuraciones de modulación de un LCSLM	18
2.3 Caracterización del modulador	26

Capítulo 3. Formación de imágenes con un sistema óptico	pág. 37
3.1 PSF en el plano imagen de un sistema convergente con pupila de transmisión no uniforme	38
3.2 PSF en puntos fuera del plano imagen en un sistema convergente para una pupila no uniforme	40
3.3 Intensidad a lo largo del eje óptico para una pupila con simetría axial en un sistema convergente	42
3.4 Cálculo de la PSF para pupilas arbitrarias	46
3.5 Función de transferencia	47
3.6 Apodización, hiperresolución y profundidad de foco	49

Capítulo 4. Control de la respuesta axial mediante pupilas complejas	pág. 53
4.1 Diseño de las funciones pupila	54
4.1.1 Método iterativo de cálculo	54
4.1.2 Interpolación para el cambio de variable de $q(s)$ a $f(r)$	57
4.1.3 Ejemplo de cálculo	60
4.1.4 Relación entre las distancias numéricas y experimentales	63
4.2 Codificación de funciones complejas en fase	65
4.3 Resultados experimentales para una fuente puntual	69
4.3.1 Pupila uniforme	71
4.3.2 Perfiles rectangulares de diferentes anchuras	73
4.3.3 Efecto de la variación del coeficiente de fase lineal en la codificación	86
4.3.4 Dos rectángulos de la misma altura	93
4.3.5 Perfil asimétrico: dos rectángulos de diferente altura	96
4.3.6 Perfil triangular	98

Capítulo 5. Lentes multiplexadas	pág.101
5.1 Métodos de multiplexado	105
5.1.1 Método de multiplexado por sectores	105
5.1.2 Método de multiplexado por anillos	106
5.1.3 Método de multiplexado aleatorio	108
5.2 Diseño experimental para el estudio de la PSF	109
5.3 Resultados para una lente sencilla	110
5.4 Resultados del multiplexado por sectores	112
5.5 Resultados del multiplexado por anillos	115
5.6 Resultados del multiplexado aleatorio	131
5.7 Resultados para objetos extensos	142
5.7.1 Cálculo de la MFT	142
5.7.2 Resultados experimentales	146
Capítulo 6. Conclusiones	pág.151
Referencias	pág.157
Anexo. Artículos publicados	pág.169

Capítulo 1 Introducción

1.1 *Óptica Difractiva*

El presente trabajo se enmarca en el campo de la Óptica de Difractiva. Uno de los primeros estudios sobre el comportamiento de la luz al atravesar obstáculos y pequeñas aberturas fue llevado a cabo en 1665 por el científico italiano Francesco M. Grimaldi, quien acuñó el término “difracción”. Un cuarto de siglo más tarde, Christiaan Huygens propuso la interpretación ondulatoria de la naturaleza de la luz en su *Traite de Lumière* [Huy1690] y desarrolló el concepto de frente de onda. Pero no fue hasta el siglo XIX cuando se comenzó a relacionar de manera rigurosa el fenómeno de la difracción con la teoría ondulatoria. Alrededor de 1805 Thomas S. Young realizó la famosa experiencia de la difracción de la luz al atravesar una doble rendija, que confirmó la naturaleza ondulatoria de la luz, y en 1816 Augustin Jean Fresnel propuso un tratamiento riguroso de los fenómenos de difracción e interferencia de la luz en términos ondulatorios. Con el descubrimiento de las propiedades de onda y partícula de la radiación electromagnética a principios del siglo XX la Óptica Difractiva se ha mantenido plenamente válida y precisa para estudiar los sistemas y experimentos ópticos en que la luz exhibe un comportamiento ondulatorio, e incluso se aplica en contextos puramente cuánticos [Ars01].

Ya en pleno siglo XX, el físico francés P. M. Duffieux introdujo en la Óptica el análisis de Fourier [Duf46], hasta el momento utilizado para las funciones unidimensionales del tiempo. Ello simplificó la interpretación de los fenómenos de difracción para sistemas ópticos y dinamizó el desarrollo de la Óptica Difractiva para inaugurar el campo de la Óptica de Fourier.

Desde finales del siglo XX, esta rama de la óptica ha protagonizado un gran auge impulsado por las nuevas tecnologías de la información, que manipulan haces de luz láser para la lectura de dispositivos de almacenamiento óptico, como los CD y los DVD, o para la transmisión y manipulación de señales ópticas en los sistemas optoelectrónicos de telecomunicaciones.

1.2 Elementos ópticos difractivos (DOE)

Los elementos ópticos difractivos (DOE, del inglés *Diffraction Optical Elements*) son elementos de un sistema óptico que manipulan y transforman el frente de onda por medio de fenómenos difractivos. Este tipo de elementos presenta ventajas frente a los elementos ópticos que se basan en la refracción y en la reflexión de la luz, debido a que son en general más ligeros y pequeños; se pueden fabricar con mayor facilidad; y ofrecen la posibilidad de producir comportamientos ópticos muy difíciles de obtener con aquéllos [Goo04, Tur97]. Algunos ejemplos de estos comportamientos son la implementación de diferentes elementos ópticos en un solo dispositivo, como lentes de diferentes focales, o filtros y lentes simultáneamente.

1.2.1 Modificación de la respuesta de sistemas ópticos mediante DOE

Los DOE se han utilizado ampliamente para modificar las propiedades de sistemas ópticos. Una de sus aplicaciones es incrementar la profundidad de foco (DOF, del inglés *Depth of Focus*) en sistemas utilizados para microlitografía [Fuk92, Hil97], o para el registro de información óptica de alta densidad, que requiere aperturas numéricas elevadas y longitudes de onda muy cortas, (lo cual acorta la DOF), pero que necesitan al mismo tiempo DOF aceptables que permitan mantener el haz enfocado en la superficie de grabación [Yan99, Wan01].

Parar incrementar la DOF se han utilizado diferentes métodos, como el empleo de pupilas anulares [Wel60, Heg85, Esc95], que también mejoran la resolución

transversal a costa de un incremento de la intensidad de los lóbulos laterales de la imagen de un punto y de una pérdida de eficiencia luminosa. Otra aproximación ha sido el uso de filtros de transmisión no uniforme para modificar la respuesta axial [Shep88, Chu88, Oje85, Oje86, Oje89], ya sea con iluminación monocromática o policromática [Yzu88, Yzu90]. En esta línea, con el fin de incrementar la DOF, se han propuesto placas zonales con un número predeterminado de focos [Oje90], separados axialmente por el límite de resolución de Rayleigh, así como pupilas consistentes en zonas de Fresnel [Ind84].

Otra aproximación para conseguir un incremento de la profundidad de foco es la propuesta por Dowski y Cathey [Dow95], y descrita en más detalle en [Cat02], que consiste en la modificación del frente de onda con el fin de que la función de transferencia óptica (OTF, ver Capítulo 3.5) no tenga valores nulos y que la *point-spread-function* (PSF, ver Capítulo 3.1) se mantenga invariante a lo largo de un margen determinado de distancias de desenfoco. Con este método la imagen sufre una pérdida importante de calidad, pero al no existir valores nulos en la OTF se puede recuperar una calidad satisfactoria mediante un post-procesado digital de aquella. En la misma línea, Saucedo y Ojeda-Castañeda [Sau04] proponen la modificación del frente de onda para incrementar la profundidad de foco mediante funciones de fase con potencias fraccionarias.

También con el objetivo de incrementar la DOF, en [Ben03] se propone el empleo de una lente y una máscara de fase compuesta (CPM) consistente en varias lentes de Fresnel multiplexadas espacialmente.

Otra de las aplicaciones de los DOE es obtener apodización: la reducción de los lóbulos secundarios de la imagen difraccional de un punto. Straubel [Str35] y Hopkins [Hop49] estudiaron el cambio de la respuesta de un sistema óptico con la introducción de DOE consistentes en filtros de transmisión no uniforme en la pupila. Sin embargo, esta técnica también tiene como efecto un incremento en el tamaño del máximo central y, por lo tanto, una disminución en la resolución.

Mediante el uso de elementos ópticos difractivos también es posible conseguir un incremento de la resolución, esta vez a costa de aumentar la intensidad de los máximos secundarios. En este caso el efecto se denomina hiperresolución o superresolución. Uno de los primeros estudios en este sentido fue llevado a cabo por Toraldo di Francia con pupilas anulares [Tor52]. En [Led05] se ha estudiado la respuesta transversal en los planos desenfocados producida por filtros complejos con gran DOF.

Con el fin de mejorar la eficiencia luminosa, diferentes trabajos han estudiado el empleo de funciones pupila sólo de fase. En algunos casos, el principal objetivo es obtener superresolución transversal [Sal97], mientras que en otros trabajos se ha estudiado la posibilidad de mejorar la DOF [Wan01]. El diseño de filtros de transmisión no uniforme apodizantes e hiperresolventes ha sido revisado en detalle en [Mil96].

1.2.2 Producción de elementos ópticos difractivos

Existen diferentes tipos de tecnologías para producir DOE. Una posibilidad es la utilización de técnicas holográficas para generar patrones que quedan registrados en placas holográficas [Sto91, Pas92]. En [She88, Hee 75, Mil86] se generaron filtros de transmisión no uniforme con perfiles continuos directamente sobre emulsiones fotográficas. Jacquinet y Roizen-Dossier [Jac64] propusieron técnicas de deposición en vacío mediante el uso de máscaras rotantes situadas entre una fuente de partículas de evaporación y el substrato.

Otra opción es la generación de patrones holográficos por ordenador (CGH, del inglés *Computer Generated Holograms*) y su posterior registro mediante litografía de electrones, litografía óptica, escritura por haz láser o grabado mecánico mediante punta de diamante [Her96]. También se han propuesto diferentes técnicas para registrar CGH a bajo coste mediante dispositivos gráficos de alta resolución, ya sea mediante impresoras láser, mediante impresión de alta resolución sobre fotolitos o mediante técnicas de litografía [Mor95a, Pas00, Mar00a].

1.2.3 Implementación de DOE mediante Moduladores Espaciales de Luz

Los métodos expuestos para implementar DOE, aunque más fáciles de llevar a cabo que la fabricación de elementos basados en la refracción y en la reflexión, son algo costosos y tienen la limitación de que el registro se produce en un medio estático y no puede ser cambiado con facilidad. A causa de estas dificultades el estudio de la respuesta de DOE en sistemas ópticos ha sido predominantemente teórico. Sin embargo, estos inconvenientes se solventan mediante el uso de moduladores espaciales de luz (SLM, del inglés *Spatial Light Modulators*), dispositivos capaces de cambiar espacialmente las propiedades físicas del frente de onda que incide en ellos.

Los moduladores de luz modifican la amplitud, la fase o el estado de polarización de la luz incidente, en función de un parámetro controlado externamente [Efr95, Ser99]. Cuando los elementos moduladores de luz se disponen formando una matriz bidimensional, el dispositivo recibe el nombre de modulador espacial de luz (SLM). La tecnología de los moduladores espaciales de luz está recibiendo mucho interés debido a sus numerosas aplicaciones. En el ámbito del procesado de señales los moduladores proporcionan un medio para cambiar entre diferentes canales [Löf00]. En el campo de la óptica adaptativa, se emplean como elemento activo para compensar las aberraciones inducidas por la atmósfera en el frente de onda [Dou95, Kud97, Lov97]. También se utilizan en los dispositivos de memorias holográficas, para mostrar los datos de modo que un haz incidente quede modulado según estos datos y permita el registro de ellos a modo de holograma en el material fotosensible, para su posterior recuperación [Ren05]. También se utilizan SLM en el área de la óptica cuántica, para crear distribuciones de luz que actúan como trampas ópticas para atrapar átomos [Ber04].

En óptica difractiva, los SLM se emplean como dispositivos de alta resolución que redirigen el haz de luz emulando elementos ópticos como lentes o prismas [Lau98, Ser99]; como filtros para el procesado óptico de imágenes [Liu85]; para experiencias de correlación óptica [Lop97, Yar97, Gre86, Cam00]; e incluso como lentes de potencia variable con aplicaciones oftálmicas [Li06]. Davis

[Dav99a] y Márquez [Mar05a] han implementado filtros apodizantes e hiperresolventes en LCSLM operando en modo de modulación de amplitud, mientras que en [Mar01a] se han empleado LCSLM en modo de modulación sólo de fase para implementar lentes de Fresnel con efecto apodizante.

La implementación de DOE consistentes en varias funciones multiplexadas en un solo LCSLM ha sido estudiada en varios trabajos. En [Mar06, Mil06] se ha estudiado la implementación de lentes multiplexadas en LCSLM con el objeto de proporcionar simultáneamente una única distancia focal para diferentes longitudes de onda. En [Dav94] se han implementado varios filtros de fase mediante multiplexado aleatorio. En [Mon06] se propone este tipo de multiplexado para generar trampas ópticas mediante LCSLM que pueden variar rápidamente.

En todos estos casos, el uso de SLM presenta la ventaja de poder modificar en el tiempo, a la velocidad de refresco del modulador, el elemento difractivo que se desea implementar.

1.2.4 Codificación de los CGH

Las funciones que representan los CGH tienen en general valores de transmisión complejos. Sin embargo, los medios físicos para implementarlas tienen limitaciones en la transmisión y, por consiguiente, es necesario un proceso de codificación.

Para clasificar los métodos de codificación de los CGH, Yaroslavsky [Yar86] propuso hacerlo según la representación de la amplitud compleja que se utilice: exponencial o aditiva. En la representación exponencial los valores complejos se representan mediante el módulo y la fase. Históricamente, los primeros trabajos en hologramas generados sintéticamente fueron realizados por Lohmann [Loh67] y Brown [Bro69] siguiendo esta representación. En este método se utilizan aberturas rectangulares en un medio binario, cada abertura representando el módulo y la fase de un valor numérico complejo del holograma matemático. El módulo se representa por el tamaño de la abertura y la fase por su posición. Esta codificación se conoce como método de fase de desvío.

Chu [Chu73] propuso un método de codificación de hologramas en medios combinados mediante el uso de películas fotográficas con distintas capas de emulsión sensibles a la luz de diferente longitud de onda. En una de las capas se registra la información de la amplitud mientras que en otra se registra la información de la fase, y posteriormente se realiza el proceso de blanqueado de esta capa.

Lesem [Les69] sugirió utilizar sólo la fase para registrar los hologramas, que entonces reciben el nombre de *kinofoms*, lo que permite la utilización de medios sólo de fase. Por el contrario, Yaroslavsky [Yar86] propuso un método, denominado de simetrización, que permite la utilización de medios de amplitud. Este método consiste en simetrizar previamente la función cuya transformada de Fourier se va registrar en el holograma, de tal modo que ésta sólo consista en valores reales.

En el segundo tipo de representación propuesto por Yaroslavsky para clasificar los CGH [Yar86], la representación aditiva, el número complejo se interpreta como un vector \vec{A} del plano complejo y se descompone en suma de vectores. La forma más sencilla de hacerlo es en su parte real y su parte imaginaria, sobre una base de vectores unitarios ortonormales.

$$\vec{A} = A_0 \hat{e}_0 + A_{\frac{\pi}{2}} \hat{e}_{\frac{\pi}{2}}$$

Las componentes A_0 y $A_{\pi/2}$ son las que se registran sobre un medio de amplitud, mediante aberturas cuya posición está fijada según la fase de desvío correspondiente al vector unitario. El tamaño de cada abertura es proporcional al valor de la componente. Para poder registrar los valores negativos que pueden tomar las componentes se añade un valor constante a todas las componentes de forma que resulten positivas. Para evitar los valores negativos y obtener mayor eficiencia energética, Lee [Lee70] propuso utilizar cuatro aberturas para cada vector. En este caso la descomposición se lleva a cabo sobre una base biortonormal de cuatro vectores correspondientes a los ángulos 0 , $\pi/2$, π y $3\pi/2$.

Con esta representación se evitan los valores negativos, pero a su vez se producen siempre dos componentes nulas. Burckhardt [Bur70] propuso una modificación del método de Lee utilizando una base de 3 vectores unitarios correspondientes a los ángulos 0 , $2\pi/3$, y $4\pi/3$. Con esta modificación el vector complejo sólo tiene dos componentes positivas y una nula.

Los métodos anteriores permiten registrar hologramas con la representación aditiva sobre medios de amplitud. Si se trata de medios de fase, la versión más simple fue presentada por Brown y Lohmann [Bro66], en la cual el vector se descompone en una suma de dos vectores de la misma longitud y de diferente fase.

$$\vec{A} = A_0 e^{i\phi_1} + A_0 e^{i\phi_2}$$

Hsueh y Sawchuck [Hsu78] propusieron una adaptación de este método para poder ser utilizado con medios de fase binarios. Shmaryov [Shm76] propuso un método consistente en registrar las dos componentes en dos hologramas diferentes, y sumar sus imágenes reconstruidas. El método fue generalizado a una descomposición multifase en k componentes por Merzlyakov [Mer82].

En [Tud02] y [Tud03] se propone la implementación de hologramas complejos en medios de fase y de amplitud, mediante el uso de dos moduladores espaciales de luz, uno actuando en modo de fase y el otro en modo de amplitud.

1.2.5 Diseño de DOE mediante algoritmos iterativos

Una de las técnicas que se han empleado para el diseño de elementos ópticos difractivos teniendo en consideración la respuesta que se desea obtener y las restricciones en la implementación del DOE, es el uso de los llamados Algoritmos de Transformada de Fourier Iterativa con proyección al conjunto de restricciones. Se trata de un conjunto de algoritmos utilizados tradicionalmente en el campo del procesamiento de señal, y que se ha extendido al diseño de CGH [All88] y a la generación de funciones sintéticas discriminantes para su uso en correlación

óptica [Ros91]. Consisten en procesos iterativos que transfieren una función compleja del dominio directo al dominio de Fourier, y a la inversa. En cada dominio, la función se proyecta sobre un conjunto de restricciones. El proceso iterativo converge cuando la función satisface todas las restricciones en ambos dominios simultáneamente. Las condiciones que han de cumplir las restricciones para garantizar la convergencia del proceso se describen en la referencia [You82].

1.3 Motivación y objetivo de la Tesis

El uso de moduladores espaciales de luz de cristal líquido (LCSLM) como elementos ópticos difractivos para modificar la respuesta a lo largo del eje de un sistema óptico y para modificar las propiedades de apodización e hiperresolución transversales, es un campo de investigación relativamente poco explorado y con aplicaciones interesantes.

El objetivo de este trabajo es investigar diferentes técnicas para generar elementos ópticos difractivos que modifican el perfil de intensidad a lo largo del eje y las propiedades de apodización e hiperresolución transversales de un sistema óptico, e implementarlos mediante un LCSLM.

En primer lugar se han diseñado e implementado pupilas complejas de transmisión no uniforme, con el objeto de modificar el perfil de la intensidad en las proximidades del plano imagen de un sistema convergente y lograr perfiles arbitrarios con características de interés, como por ejemplo diferentes perfiles rectangulares que incrementan la DOF o que proporcionan una respuesta bifocal del sistema óptico. Las pupilas se han implementado en un modulador espacial de luz en configuración sólo de fase mediante el método de codificación en fase de funciones complejas descrito en la referencia [Dav99b]. Se ha evaluado numérica y experimentalmente el resultado de estas pupilas comparando el perfil de intensidad deseado con el perfil obtenido a lo largo del eje, y se han analizado las respuestas para la imagen de un punto con iluminación coherente en los diferentes planos transversales.

En la segunda parte de este trabajo se han propuesto diferentes métodos para implementar lentes difractivas de focales distintas en un solo LCSLM en configuración de modulación sólo de fase, y se ha evaluado su respuesta en relación al incremento de la DOF y al comportamiento hiperresolvente o apodizante en los planos transversales. Se han obtenido resultados experimentales tanto para la imagen de un punto con iluminación coherente como para imágenes de objetos extensos con iluminación incoherente.

1.4 Esquema de la Tesis

A continuación se describen de modo esquemático los diferentes capítulos que componen este trabajo.

En el Capítulo 2 se introducen los moduladores espaciales de luz de cristal líquido. Se describe su funcionamiento físico y las configuraciones de modulación que puede adoptar un modulador de este tipo. A continuación se describe en detalle el modulador concreto utilizado en este trabajo y el modelo físico que se ha aplicado para obtener la configuración del modulador deseada, en nuestro caso en modo sólo de fase. Se muestran las curvas de modulación obtenidas en función del nivel de gris enviado para la configuración escogida.

En el Capítulo 3 se describe la formulación matemática a partir de la teoría escalar de la difracción en la aproximación de Fresnel, para calcular la imagen de un punto de un sistema óptico con una pupila de salida de transmisión no uniforme, tanto en el plano de mejor imagen como en planos desenfocados. También se obtiene la relación entre la función de pupila y la intensidad a lo largo del eje óptico para pupilas con simetría axial. Esta relación se aprovechará en el siguiente capítulo para el diseño de funciones pupila que permiten obtener perfiles de intensidad arbitrarios. Se introducen en este mismo capítulo las nociones de función de transferencia de modulación (MTF), que es de gran utilidad para evaluar la calidad de un sistema óptico para formar imágenes de objetos extensos. La MTF se utilizará más adelante, en el Capítulo 5, para evaluar la calidad de un sistema óptico con diferentes pupilas consistentes en lentes multiplexadas, a la

hora de formar imágenes de objetos extensos con iluminación incoherente. Para terminar, se describen los efectos de las pupilas de transmisión no uniforme sobre las propiedades del sistema óptico que se considerarán a lo largo de este trabajo: la apodización y la hiperresolución tanto transversales como a lo largo del eje (modificación de la profundidad de foco).

En el Capítulo 4 se propone un método para diseñar pupilas de transmisión no uniforme basado en la relación de Transformada de Fourier que existe entre la función compleja radial de una pupila con simetría axial y la función del perfil de intensidad a lo largo del eje óptico, según se muestra en el Capítulo 3. Se describe el método iterativo utilizado para obtener la función de pupila compleja a partir de un perfil de intensidad deseado, que tiene en cuenta las restricciones de resolución y de tamaño del modulador. Como la función de pupila a implementar en el LCSLM es compleja y el modulador está en configuración sólo de fase, se utiliza un método de codificación en fase de funciones complejas basado en la difracción, que también se describe en este capítulo. Se ha realizado un montaje experimental para implementar las pupilas en un modulador espacial de luz y obtener resultados experimentales de la intensidad a lo largo del eje y de la PSF en planos transversales al eje óptico a diferentes distancias del modulador. Por último, se muestran y se valoran los resultados experimentales correspondientes a las pupilas generadas por el método descrito en este capítulo, para obtener diferentes perfiles de intensidad: perfiles rectangulares de diferentes anchuras, dos rectángulos de la misma altura, dos rectángulos de alturas diferentes y un perfil triangular.

El Capítulo 5 presenta el estudio de diferentes métodos para multiplexar lentes de diferentes potencias en un mismo LCSLM, con el objeto de conseguir un incremento de la distancia focal mediante el solapamiento de los máximos de intensidad a lo largo del eje. Se proponen tres métodos: el multiplexado por anillos, el multiplexado por sectores y el multiplexado aleatorio. Por último, se muestran los resultados experimentales con los diferentes métodos de multiplexado para la imagen de un punto en el plano de mejor imagen y a lo largo del eje en diferentes planos desenfocados. Una vez identificado el multiplexado aleatorio como el método que ofrece los resultados más satisfactorios, se estudia la respuesta de este método para la obtención de imágenes extensas con

iluminación incoherente. Se evalúa numéricamente la MTF en el plano de mejor imagen y en planos desenfocados para diferentes opciones del multiplexado aleatorio. Por último, se obtienen los resultados experimentales para la imagen de objetos extensos a diferentes distancias de desenfoco mediante el multiplexado aleatorio y se comparan con el resultado para una lente de Fresnel de una sola focal.

Finalmente, en el Capítulo 6 se exponen las conclusiones del presente trabajo y en el Anexo se muestran los artículos publicados en los que ha participado el autor en relación al trabajo presentado en esta Tesis.

Capítulo 2 Moduladores espaciales de luz de cristal líquido

Los moduladores espaciales de luz (SLM), como se ha mencionado en el capítulo anterior, son matrices bidimensionales que permiten cambiar espacialmente las propiedades físicas del frente de onda que incide en ellos, como son la amplitud, la fase o el estado de polarización, en función de un parámetro controlado externamente.

El comportamiento de un SLM se caracteriza principalmente por dos parámetros: la resolución espacial -el número de elementos de imagen (o píxeles) por unidad de área-, y la velocidad de refresco -la frecuencia con que se puede actualizar el patrón mostrado en el modulador-.

Existen diferentes tipos de SLM [Efr95], según el fenómeno físico implicado en la modulación de las propiedades del haz de luz incidente:

- Moduladores espaciales de luz de cristal líquido (LCSLM, del inglés *Liquid Crystal Spatial Light Modulators*). El eje óptico de una celda de cristal líquido se reorienta mediante la aplicación de un campo eléctrico. El cristal líquido actúa como un material uniaxial anisótropo, de modo que se modifican las propiedades de fase y polarización de la luz incidente en función del campo aplicado.
- Moduladores magnetoópticos (MOSLM, del inglés *Magneto Optic Spatial Light Modulators*). Utilizan el efecto Faraday, la rotación del plano de polarización de la luz en función del campo magnético aplicado, para modular esta propiedad.

- Dispositivos de espejos deformables (DMD, del inglés *Deformable Mirror Devices*). La luz incidente se refleja en diferentes direcciones en las diferentes partes del modulador, ya sea mediante una variación discreta (mediante píxeles) o continua en la curvatura de la superficie reflectante.
- Moduladores de pozos cuánticos múltiples (MQW, del inglés *Multiple Quantum Well*). Consisten en numerosas capas extremadamente delgadas, del orden de los 10 nm, de diferentes materiales semiconductores que producen picos de absorción para determinadas frecuencias. Estos picos pueden desplazarse en función del voltaje aplicado.
- Moduladores electroópticos (EOSLM, del inglés *Electro-Optical Spatial Light Modulators*). Están basados en el efecto Pockels o en el efecto Kerr, en los cuales el índice de refracción del material cambia según el campo eléctrico aplicado.
- Moduladores acustoópticos (AOSLM, del inglés *Acousto-Optical Spatial Light Modulators*). Se basan en el efecto elastoóptico, es decir, en la variación del índice de refracción en función de la presión aplicada al material. En estos moduladores, la presión se modifica mediante ondas de sonido.

Los moduladores empleados para las experiencias de esta tesis son del tipo LCSLM. Este tipo de moduladores se fabrican hoy en día en grandes cantidades y con una buena calidad óptica, debido al auge de los dispositivos de visualización que se basan en ellos, como las pantallas planas de televisión LCD (del inglés *Liquid Crystal Display*) y los proyectores de vídeo.

Los moduladores espaciales de luz tienen rangos de modulación restringidos. La Figura 2.1 muestra diversos rangos de modulación representados en el plano complejo.

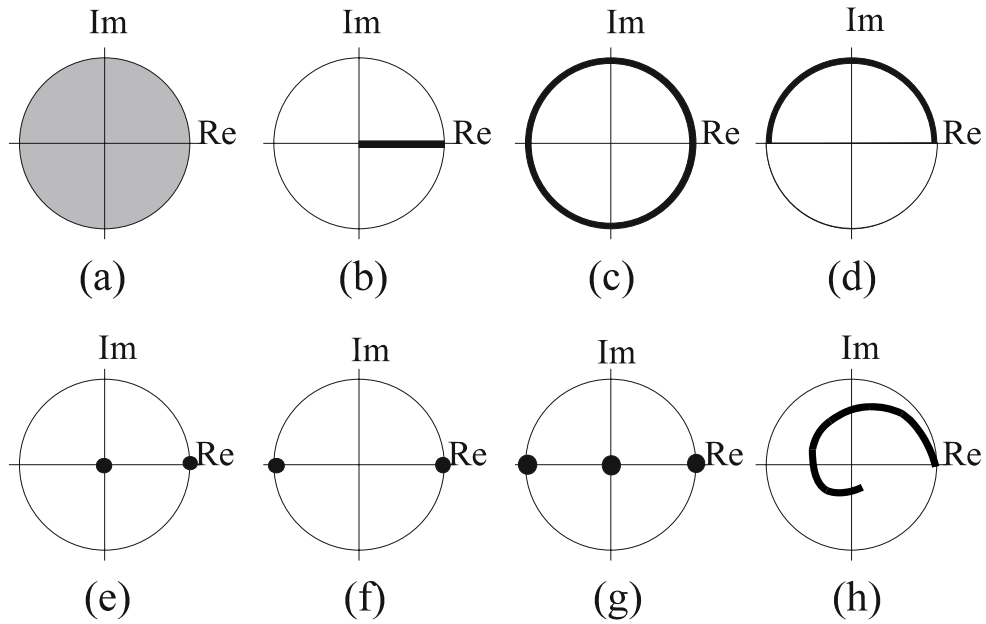


Figura 2.1. Diversos rangos posibles de modulación en el plano complejo en un modulador espacial de luz. (a) Modulación completa; (b) modulación pura de amplitud; (c) modulación pura de fase con profundidad 2π ; (d) modulación pura de fase con profundidad π ; (e) modulación binaria de amplitud; (f) modulación binaria de fase; (g) modulación ternaria; y (h) modulación acoplada de amplitud y fase.

La Figura 2.1 (a) corresponde al caso de una modulación compleja completa dentro del círculo de radio unidad. Una modulación de este tipo sería necesaria para poder implementar funciones complejas en general. Sin embargo, las tecnologías de moduladores espaciales de luz actuales no permiten producir modulación en todo el plano complejo con un solo SLM. La Figura 2.1(b) muestra una modulación pura de amplitud. La Figura 2.1(c) corresponde a una modulación pura de fase que alcanza una profundidad máxima de 2π . Esta modulación puede conseguirse con moduladores de cristal líquido nemático alineados paralelamente (PAL-SLM). La Figura 2.1(d) corresponde a una modulación pura de fase que alcanza una profundidad de fase igual a π . La Figura 2.1(e) y Figura 2.1(f) muestran modulaciones binarias de amplitud $[0,1]$ y de fase $[0, \pi]$. La Figura 2.1(g) muestra una modulación ternaria $[-1,0,+1]$, que se utiliza para producir filtros ternarios. Es posible conseguir este tipo de modulación mediante moduladores magnetoópticos. Finalmente la Figura 2.1(h) muestra una curva de modulación en que la fase y la amplitud están acopladas, característica de un modulador de cristal líquido nemático con estructura de hélice, como los que se utilizan en este trabajo.

2.1 Descripción física del funcionamiento de un modulador LCSLM

Los moduladores del tipo LCSLM utilizados en este trabajo se basan en el comportamiento óptico de las moléculas de cristal líquido. Los cristales líquidos son materiales con propiedades físicas que se encuentran entre los sólidos y los fluidos. Sus moléculas se encuentran ordenadas espacialmente con estructura cristalina, pero sus orientaciones pueden variar en el tiempo al igual que ocurre en los líquidos, aunque con menos grados de libertad. Los cristales líquidos más utilizados para la elaboración de celdas para moduladores son los termotrópicos calamíticos, cuyas moléculas son de forma aproximadamente cilíndrica y cuyas características físicas tales como el índice de refracción, las constantes dieléctricas y elásticas, y su viscosidad dependen de la temperatura. Pueden existir en tres fases diferentes: la esméctica, la colestérica y la nemática. En la fase esméctica las moléculas se encuentran dispuestas en capas que se deslizan unas sobre otras, con todas las moléculas alineadas perpendicularmente a los planos de las capas. En la fase colestérica la dirección de alineación de las moléculas está contenida en el plano de la capa, pero describe una rápida hélice conforme cambiamos de plano. En la fase nemática las moléculas se encuentran alineadas a lo largo de una determinada dirección, pero no están separadas en capas. Esta dirección recibe el nombre de eje director del cristal líquido.

Se puede conseguir que las moléculas de un cristal líquido nemático tengan su eje director paralelo a una de las caras de la celda mientras que, en la otra cara, este eje esté girado un cierto ángulo respecto al primero. Las moléculas describen entonces un giro en forma de hélice. Las pantallas de este tipo se denominan moduladores espaciales de luz de cristal líquido nemático de estructura helicoidal (TN-LCSLM, del inglés *Twisted Nematic Liquid Cristal Spatial Light Modulator*). Para producir estas pantallas, el cristal líquido se sitúa entre dos sustratos planos transparentes. Sobre estos sustratos se colocan dos electrodos también transparentes de modo que se pueda establecer un campo eléctrico en

dirección perpendicular a las caras. En general, las pantallas de cristal líquido se diseñan de modo que el ángulo de giro total α del eje director es de aproximadamente 90° desde la superficie de entrada hasta la de salida.

El eje director del cristal líquido introduce una anisotropía en el material que da lugar a un comportamiento birrefringente, siendo el eje óptico el propio eje director. La dirección del eje director puede ser reorientada mediante un campo eléctrico exterior.

Existen diferentes métodos que pueden utilizarse para conseguir la modulación de la luz mediante un cristal líquido [Efr95]. En algunos casos, la modulación se basa en la diferencia de transmisión según el material esté o no en estado de cristal líquido. Si las moléculas están ordenadas el modulador deja pasar la luz, mientras que si no lo están el material dispersa la luz incidente y se vuelve opaco. El cambio en el estado del material se consigue elevando la temperatura en zonas muy localizadas mediante, por ejemplo, un láser de infrarrojos, o bien aplicando un campo eléctrico muy intenso a la celda de cristal líquido.

Otra forma de conseguir modulación de la luz es cambiar la orientación de las moléculas de cristal líquido. En el caso de los moduladores utilizados para este trabajo, nemáticos de estructura helicoidal, es posible conseguir tanto modulación de amplitud como de fase sobre un haz incidente polarizado inclinando el eje director de las moléculas hacia la posición perpendicular a las caras del modulador. Para ello, a diferencia de los casos anteriores, es necesario considerar, además de la celda de cristal líquido, un analizador situado detrás de la celda.

En estos moduladores, al aplicar un voltaje entre las paredes de la celda de cristal líquido las moléculas se inclinan un cierto ángulo θ (*tilt angle* en inglés) hacia el eje z (ver Figura 2.2) que cambia las propiedades ópticas de la celda. Al ángulo de giro (en inglés *twist angle*) lo denominaremos por la letra griega χ .

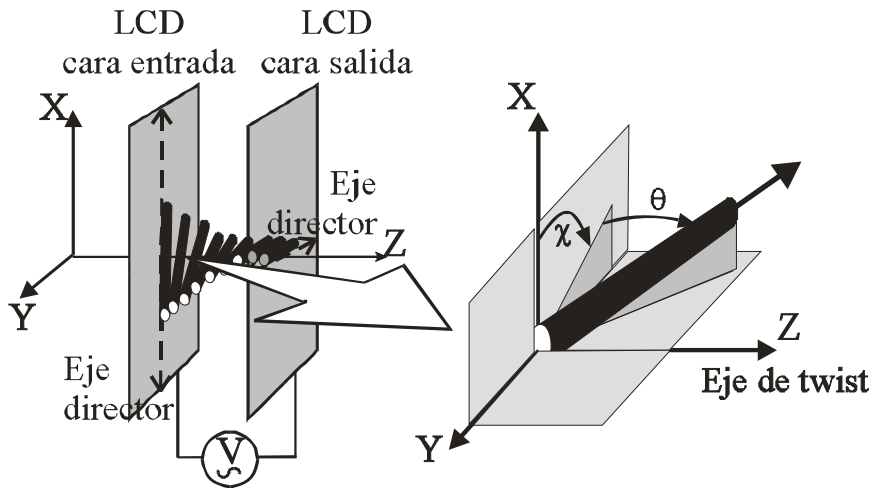


Figura 2.2. Esquema de una celda de cristal líquido donde se muestra el criterio utilizado para designar los ángulos de giro o twist (χ) y de inclinación o tilt (θ). En la figura, los ejes directores de las moléculas de cristal líquido en la superficie de entrada y de salida coinciden con los ejes X e Y.

Para las experiencias de este trabajo se utiliza un modulador de cristal líquido extraído de un videoprojector SONY VPL-V500. Las pantallas de cristal líquido de este videoprojector han sido utilizadas como moduladores espaciales de luz en numerosos trabajos y sus propiedades de modulación han sido también descritas ampliamente [Mar05a y Mar05b].

2.2 Configuraciones de modulación de un LCSLM

Las pantallas de cristal líquido nemático de estructura helicoidal producen la modulación del haz que las atraviesa debido a la reorientación de las moléculas en presencia de un campo eléctrico. La Figura 2.3 muestra un esquema transversal de una celda para tres situaciones de voltaje aplicado, según el modelo más simple, propuesto por Lu et al. [Lu90]. La Figura 2.3a corresponde al caso en que no hay voltaje aplicado, y el director del cristal líquido describe una giro desde la superficie de entrada hasta la de salida. Cuando se aplica un voltaje entre los electrodos de la celda aparece un campo eléctrico en dirección z, que es la dirección de propagación de la luz (Figura 2.3b). Las moléculas de cristal líquido tienden a orientarse en la dirección de este campo eléctrico. Cuando el campo es suficientemente intenso, las moléculas quedan completamente alineadas en dirección z y desaparece la estructura de hélice del material (Figura 2.3c).

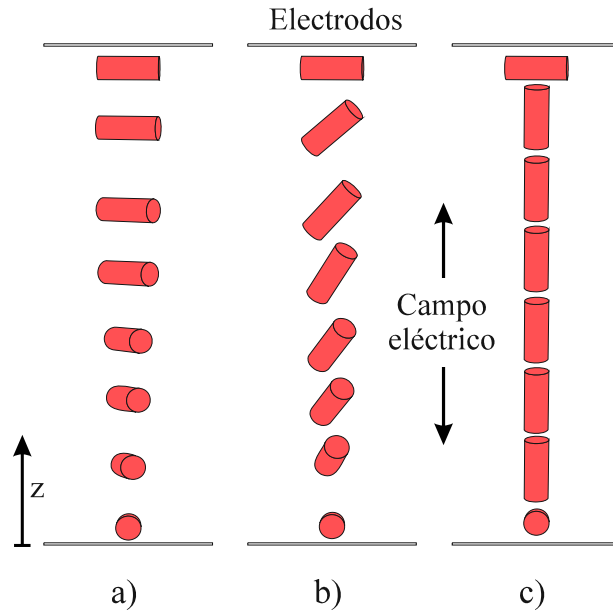


Figura 2.3. Esquema transversal de una celda de cristal líquido para tres situaciones de voltaje aplicado, según el modelo de Lu et al. a) Sin voltaje aplicado las moléculas mantienen su estructura helicoidal, b) con voltaje aplicado las moléculas tienden a orientarse con el campo eléctrico, c) a partir de un cierto voltaje las moléculas se encuentran totalmente alineadas con el campo eléctrico.

Estas pantallas permiten producir diferentes niveles de transmisión. La luz incidente se propaga por la celda describiendo un giro en su plano de vibración análogo al que describe el director del cristal líquido, de modo que al salir se encuentra polarizada en una orientación diferente. Si situamos un polarizador a la salida de manera que su eje de transmisión esté perpendicular a la orientación de la luz emergente de la pantalla, la transmisión será nula. Al aplicar un voltaje entre los electrodos de la celda y desaparecer la estructura de hélice la luz deja de sufrir un giro del plano de polarización. Por lo tanto atraviesa el polarizador y se obtiene una transmisión alta. Para voltajes intermedios la estructura de hélice de la celda solo desaparece parcialmente, pudiéndose producir de esta manera diferentes niveles de transmisión.

Este tipo de pantallas también puede utilizarse para producir modulación de fase. Debido a las propiedades birrefringentes del material, al producirse una inclinación del director (eje óptico del material) hacia la dirección de propagación de la luz, se produce una variación en el índice de refracción extraordinario en esta dirección. Estas diferencias en el índice de refracción se traducen en diferentes niveles de fase.

En el presente trabajo se ha optado por una configuración de modulación sólo de fase, con el fin de estudiar la posibilidad de implementar DOE complejos en moduladores con esta configuración mediante un método de codificación descrito en el apartado 4.2, así como con la finalidad de implementar diferentes tipos de lentes multiplexadas sólo de fase descritas en el capítulo 5.

En general, ambas modulaciones de amplitud y fase están acopladas, es decir, se producen simultáneamente variaciones de la transmisión y de la fase al enviar diferentes niveles de voltaje. Sin embargo es posible encontrar determinadas orientaciones de los polarizadores y rangos de voltajes que permiten reducir el acoplamiento y obtener modulación prácticamente de fase.

Si la luz incidente se selecciona linealmente polarizada y con el plano de polarización paralelo a la orientación del director en la superficie de entrada de la celda, tal como se muestra en la Figura 2.4, los cambios en el índice de refracción extraordinario son muy apreciables y da lugar a una gran modulación de fase. El desfase máximo que puede producirse está en función de los índices ordinario (n_o) y extraordinario (n_e) del material, la longitud de onda de la luz y el espesor de la celda. En general la modulación en fase irá acompañada de modulación en amplitud ya que también se produce la destrucción de la estructura de hélice de la pantalla. Sin embargo, cuando los valores de voltaje son pequeños las moléculas del cristal líquido comienzan a inclinarse sobre la dirección Z, pero aún no desaparece la estructura helicoidal [Bar89]. La modulación de amplitud resulta en este caso muy pequeña produciéndose prácticamente modulación pura de fase.

En moduladores de suficiente grosor se puede encontrar experimentalmente la configuración de modulación de amplitud o de fase localizando primero el eje director o su dirección perpendicular. Si se hace incidir luz polarizada plana sin aplicar ningún voltaje al modulador, sólo se podrá conseguir extinción prácticamente total en el caso en que la luz polarizada de entrada tenga su plano de vibración paralelo o perpendicular al eje director, puesto que sólo en estos casos la luz emergente es también polarizada plana. Colocando a la salida un analizador cuyo eje de transmisión esté perpendicular al plano de vibración del haz emergente se obtiene la extinción del haz. Se puede controlar la inclinación

del plano de polarización del haz incidente mediante una lámina de media onda situada entre el láser (de luz polarizada plana) y el modulador.

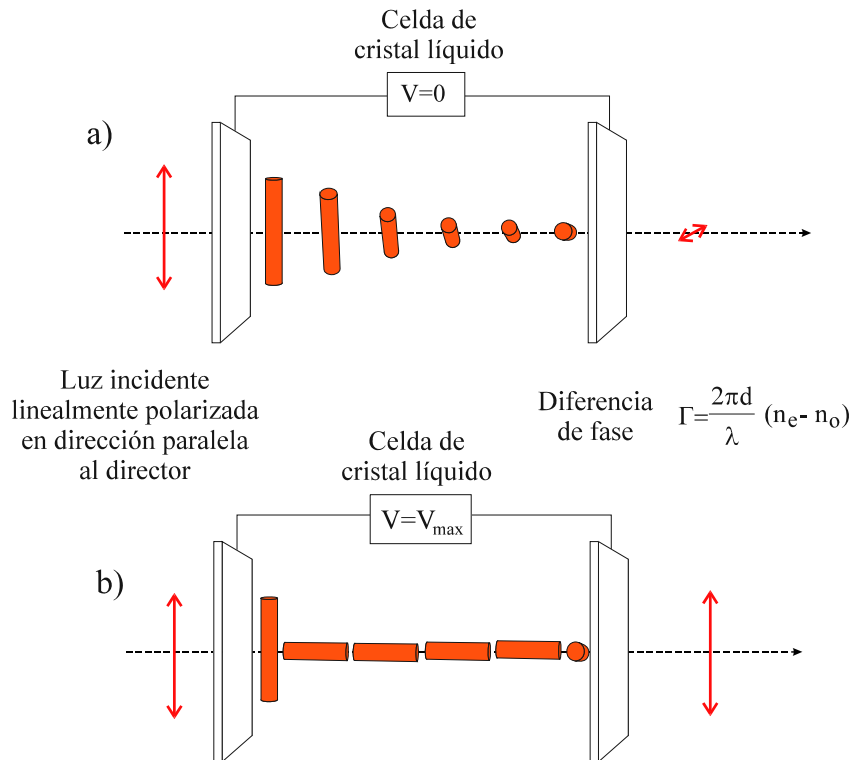


Figura 2.4. Configuración de fase según el modelo de Lu et al. La luz incidente se selecciona paralela a la orientación del director en la superficie de entrada. (a) Sin voltaje aplicado la luz sufre una rotación del plano de vibración y una gran variación en la fase. (b) Al aplicar un voltaje la luz ya no gira y la variación en la fase es muy pequeña. Para voltajes pequeños se pueden obtener variaciones pequeñas en el giro del plano de polarización acompañadas de una modulación de fase.

Girando la lámina y, a su vez, girando el analizador se puede localizar una posición para la cual haya extinción prácticamente total. En ese caso se estará bien en configuración de modulación de amplitud o bien en configuración de modulación de fase. Para determinar en cuál de ellas está el montaje se puede enviar la imagen de una red binaria a la pantalla. La figura de difracción producida consistirá en diferentes órdenes. Cuando la red es de fase puede ocurrir que el orden central sea de menor intensidad que los órdenes superiores, mientras que si la red es de amplitud esto no puede ocurrir. Bastará por tanto observar el patrón de difracción para conocer la configuración del montaje.

El rango de fase obtenido mediante éste método puede llegar a los 2π radianes para moduladores suficientemente gruesos que obedecen al modelo descrito, que responde al modelo propuesto por Lu et al. [Lu90].

Sin embargo, los moduladores de última generación, tales como los utilizados en el presente trabajo, no obedecen exactamente al modelo descrito. En este tipo de moduladores el grosor de las celdas es más reducido para incrementar la velocidad de respuesta ante los cambios de voltaje, con el fin de mejorar el rendimiento de las pantallas cuando son empleadas para la visualización de imágenes de vídeo. En este caso, para describir físicamente el modulador es más conveniente considerar la existencia de tres capas en el interior del modulador: una capa central en que las moléculas giran linealmente con el voltaje aplicado, y dos capas cercanas a las paredes del modulador en las que las moléculas no giran al aplicar un voltaje [Coy96].

Márquez et al. proponen en [Mar00b] un modelo más preciso para describir el comportamiento de los moduladores LCSLM teniendo en cuenta el efecto cercano a las paredes. En concreto, en el modelo propuesto los grosores de las tres capas dependen del voltaje aplicado (Figura 2.5).

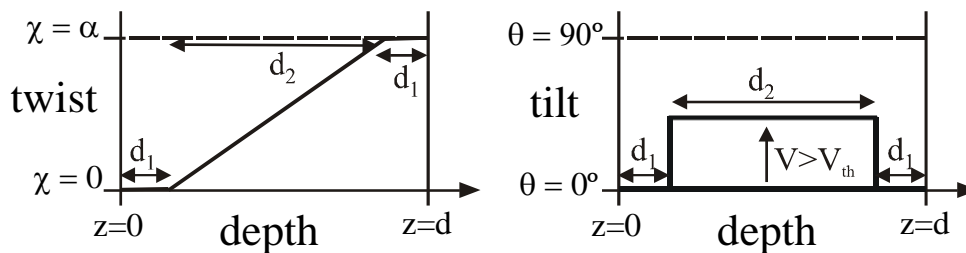


Figura 2.5. Ángulos de giro (twist) y de inclinación (tilt) de las moléculas en función de la distancia z a la superficie de entrada del modulador, según el modelo propuesto por Márquez et al. Los grosores d_1 y d_2 dependen del voltaje aplicado. El ángulo de inclinación crece con el voltaje a partir de un cierto valor umbral V_{th} para las moléculas dentro de la zona central d_2 .

Este modelo permite predecir cuantitativamente con mucha precisión la modulación compleja de un LCSLM para cada configuración del estado de polarización de la luz a la entrada y a la salida del modulador.

Para obtener las expresiones que este modelo proporciona para la modulación de amplitud y fase de un modulador, calcularemos la matriz de Jones

correspondiente. Si consideramos el modelo más sencillo para describir un modulador espacial de luz del tipo TN-LCSLM, el modelo de Lu et al., la celda se reduce a la parte central del modelo de Márquez et al. (zona d_2), es decir, el ángulo de giro de las moléculas crece linealmente con la distancia a la pared de entrada y el ángulo de inclinación es constante en toda la celda y aumenta con el voltaje. La matriz de Jones asociada a un modulador según este modelo simplificado viene dada [Bou97] por la expresión:

$$M_{LCSLM}(\alpha, \beta) = \exp(-i\beta)R(-\alpha)M(\alpha, \beta) \quad (2-1)$$

con α el ángulo de giro total de las moléculas entre las dos caras de la celda, β la birrefringencia total de la celda, R la matriz 2x2 de rotación para un ángulo genérico ϖ

$$R(\varpi) = \begin{pmatrix} \cos \varpi & \text{sen } \varpi \\ -\text{sen } \varpi & \cos \varpi \end{pmatrix} \quad (2-2)$$

y M la matriz

$$M(\alpha, \beta) = \begin{pmatrix} X - iY & Z \\ -Z & X + iY \end{pmatrix} \quad (2-3)$$

donde

$$X = \cos \gamma$$

$$Y = \frac{\beta}{\gamma} \text{sen } \gamma$$

$$Z = \frac{\alpha}{\gamma} \text{sen } \gamma$$

$$\gamma = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$$

La birrefringencia β está relacionada con el grosor d de la celda, la longitud de onda de la luz incidente λ , y la diferencia Δn entre los índices ordinario y extraordinario de refracción, por la relación

$$\beta = \pi d \Delta n / \lambda .$$

Aplicando el modelo de Márquez et al., la birrefringencia $\beta(V)$ de la zona de las moléculas de cristal líquido que sí pueden girar al aplicar un voltaje, localizadas en la capa central de la celda, es

$$\beta(V) = \pi d_2(V) \Delta n(V) / \lambda, \quad (2-4)$$

con $d_2(V)$ el grosor de la capa central, $\Delta n(V)$ la diferencia entre el índice de refracción extraordinario n_e y el ordinario n_o en esa capa, y λ la longitud de onda de la luz.

La birrefringencia $\delta(V)$ de las capas cercanas a las paredes que no pueden girar al aplicar un voltaje es

$$\delta(V) = \pi d_1(V) \Delta n_{max}(V) / \lambda, \quad (2-5)$$

con $d_1(V)$ el grosor de cada una de estas capas, y $\Delta n_{max}(V)$ la diferencia máxima en los índices de refracción a causa de que en estas dos zonas todas las moléculas están orientadas paralelas al plano de las caras de la celda y no hay ángulo de inclinación.

Teniendo en cuenta estas expresiones para las birrefringencias, la matriz de Jones del TN-LCSLM según el modelo de Márquez et al. viene dada por

$$M'_{LCSLM}(\alpha, \beta, \delta) = \exp(-i(\beta + 2\delta)) R(-\alpha) \begin{pmatrix} X' - iY' & Z \\ -Z & X' + iY' \end{pmatrix} \quad (2-6)$$

donde

$$X' = X \cos 2\delta - Y \sin 2\delta,$$

$$Y' = X \sin 2\delta + Y \cos 2\delta.$$

Los valores de las birrefringencias $\beta(V)$ y $\delta(V)$ se obtienen experimentalmente mediante medidas de la intensidad a la salida del SLM para diferentes configuraciones de los polarizadores y láminas retardadoras en la entrada y la salida del modulador, según está descrito en [Mar00b] y se menciona en el apartado 2.3.

Para tener en cuenta el efecto del estado general de polarización elíptica de la luz, se puede insertar el modulador entre dos polarizadores lineales, P1 y P2, y dos láminas retardadoras WP1 y WP2 que introducen retardos $2\phi_1$ y $2\phi_2$ respectivamente, según la Figura 2.6.

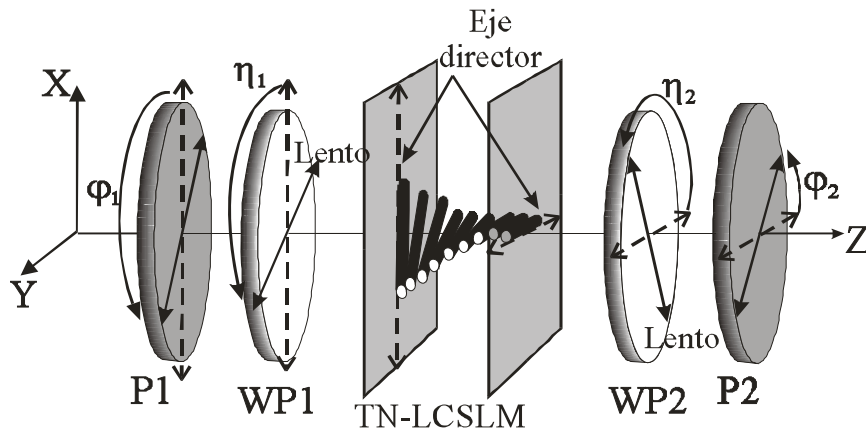


Figura 2.6. Esquema del montaje utilizado para la generación de diferentes configuraciones de modulación. El modulador se sitúa entre dos polarizadores P1 y P2, y dos láminas retardadoras de media onda WP1 y WP2. Los ángulos ϕ_1 , ϕ_2 , η_1 y η_2 determinan las posiciones de los ejes de transmisión de los polarizadores y de los ejes lentos de las láminas, respectivamente.

Los ángulos ϕ_1 y ϕ_2 de la figura determinan las posiciones de los polarizadores, y los ángulos η_1 y η_2 determinan los ejes lentos de las láminas retardadoras. Para los elementos situados antes del modulador (en el sentido del recorrido de la luz), los ángulos tienen como referencia el ángulo de orientación Ψ_D del eje director de las moléculas respecto al eje X en la superficie de entrada (que en la ilustración coincide con el eje X), mientras que para los elementos a la salida, los ángulos tienen como referencia eje director en la superficie de salida (rotado un ángulo α respecto de Ψ_D , con $\alpha=90^\circ$ en la figura). En ese caso, la transmisión en intensidad T y la modulación de fase ψ en función de las posiciones de los polarizadores y de

las láminas, y del ángulo α de giro (*twist*) de las moléculas, vendrán dados por las expresiones:

$$T = A_{RE}^2 + A_{IM}^2 \quad (2-7)$$

$$\psi = -\beta - 2\delta + \text{atan}\left(\frac{A_{IM}}{A_{RE}}\right) \quad (2-8)$$

con

$$\begin{aligned} A_{RE} = & X' [\cos \phi_1 \cos \phi_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - \text{sen} \phi_1 \text{sen} \phi_2 \cos(2(\eta_1 - \eta_2) - \varphi_1 + \varphi_2)] \\ & + Y' [-\cos \phi_1 \text{sen} \phi_2 \cos(2\eta_2 + \varphi_1 - \varphi_2) - \text{sen} \phi_1 \cos \phi_2 \cos(2\eta_1 - \varphi_1 + \varphi_2)] \\ & + Z [\cos \phi_1 \cos \phi_2 \text{sen}(\varphi_1 - \varphi_2) - \text{sen} \phi_1 \text{sen} \phi_2 \text{sen}(2(\eta_1 - \eta_2) - \varphi_1 + \varphi_2)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{IM} = & X' [-\cos \phi_1 \text{sen} \phi_2 \cos(2\eta_2 - \varphi_1 - \varphi_2) - \text{sen} \phi_1 \cos \phi_2 \cos(2\eta_1 - \varphi_1 - \varphi_2)] \\ & + Y' [-\cos \phi_1 \cos \phi_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2) + \text{sen} \phi_1 \text{sen} \phi_2 \cos(2(\eta_1 + \eta_2) - \varphi_1 + \varphi_2)] \\ & + Z [\cos \phi_1 \text{sen} \phi_2 \text{sen}(2\eta_2 - \varphi_1 - \varphi_2) - \text{sen} \phi_1 \cos \phi_2 \text{sen}(2\eta_1 - \varphi_1 - \varphi_2)] \end{aligned}$$

De este modo, una vez obtenidos experimentalmente Ψ_D , las curvas $\beta(V)$ y $\delta(V)$, y el ángulo α de giro (*twist*) de las moléculas, según el método descrito en detalle en [Mar01c] y que se expone en el siguiente apartado, es posible averiguar computacionalmente la posición necesaria de los polarizadores en la entrada y la salida del SLM con el fin de obtener un comportamiento determinado de modulación.

2.3 Caracterización del modulador

Las diferentes funciones complejas que constituyen los DOE se implementan en un modulador mediante el envío de niveles de voltaje a cada una de sus celdas, utilizando la electrónica de control, generalmente la propia del proyector del que se ha extraído el LCSLM. La función compleja se traduce en una función espacial de diferentes niveles de gris que una tarjeta gráfica traduce en las señales de voltaje que se envían a las celdas. La caracterización de un modulador consiste en

obtener las curvas de modulación en función de los voltajes enviados, para conocer así cual será su comportamiento cuando se implemente la función compleja. El conocimiento de la modulación tanto de amplitud como de fase del modulador permite modificar la función compleja correspondiente al DOE con el fin de que la función mostrada efectivamente por el modulador se corresponda lo máximo posible con la función deseada.

La caracterización de la respuesta en amplitud de un LCSLM se obtiene mediante la medida directa de la transmisión de intensidad. Para caracterizar la respuesta de fase se han propuesto diferentes métodos tanto interferométricos [Kir92, Mor95b, Yam00, Yam95b] como difractivos [Zha94].

En la memoria presentada como trabajo de investigación [Lop97, Lop98] por el autor de la presente tesis, se propuso un método de caracterización de amplitud y de fase *in situ* para los moduladores espaciales de luz de un correlador óptico convergente [Van64], de tal modo que el resultado de la caracterización correspondiese al comportamiento posterior de los moduladores en una experiencia de correlación. Las pantallas utilizadas en el trabajo se habían extraído de un videoprojector Epson VP-100PS. Se obtuvieron las curvas de caracterización para diferentes posiciones de los potenciómetros de control del videoprojector (brillo, contraste y color). En un correlador convergente el haz llega expandido al primer modulador, mientras que focaliza sobre el segundo, lo cual hizo necesario emplear métodos de caracterización diferentes para cada uno de los moduladores. Una vez obtenidas las curvas de modulación de ambos moduladores, se llevó a cabo una adaptación del filtro con el fin de mejorar la respuesta del correlador.

El modulador utilizado en el presente trabajo es una pantalla extraída de un videoprojector SONY modelo VPL-V500.

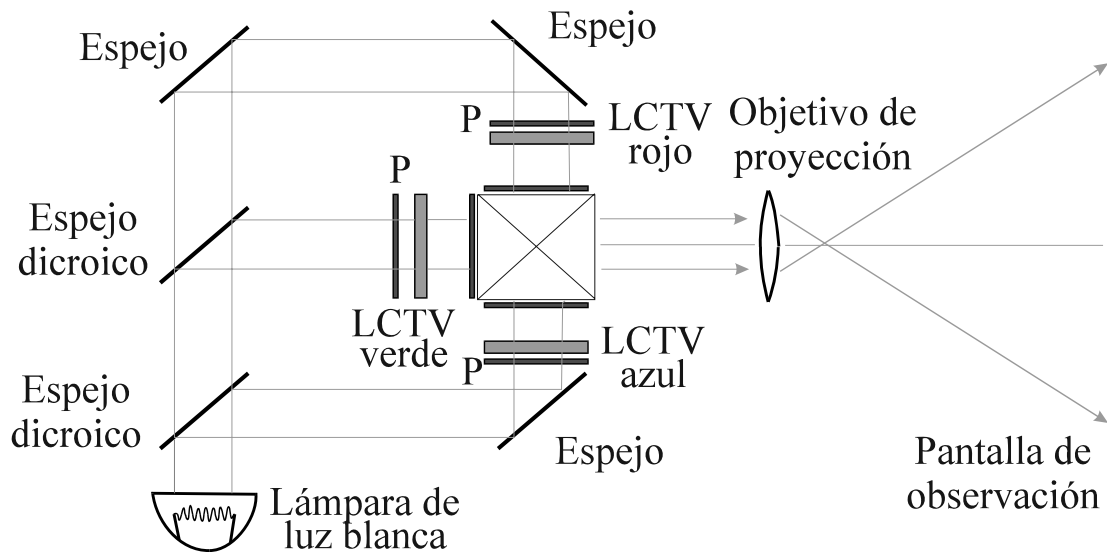


Figura 2.7. Esquema del sistema de iluminación y proyección en color del videoprojector SONY VPL-V500.

Estas pantallas están constituidas por celdas de cristal líquido nemático con estructura helicoidal. Debido a su bajo coste las pantallas de este videoprojector han recibido una considerable atención en los últimos años y existen diferentes trabajos en los que se describen sus propiedades ópticas [Mar05b]. A continuación se describen sus principales características.

El videoprojector es un sistema de proyección de imágenes en color que consta de tres componentes principales: una lámpara de luz blanca; un sistema óptico consistente en tres pantallas de cristal líquido, correspondientes a los tres canales de color RGB; dos espejos dicróicos; un cubo sintetizador; un objetivo óptico de proyección; y la electrónica de control.

La Figura 2.7 muestra un esquema del sistema óptico que utiliza el videoprojector para la proyección de una imagen en color. La iluminación procede de una fuente de luz blanca y, mediante dos espejos dicróicos, se divide el haz original en tres haces (rojo, verde y azul), de modo que cada haz ilumina una pantalla de cristal líquido. La electrónica de control del dispositivo separa las tres componentes de color (RGB) de la imagen VGA que se desea proyectar y envía las correspondientes señales a cada una de las pantallas asociadas a las iluminaciones roja, verde y azul. Posteriormente los tres haces, una vez modulados, se reagrupan mediante un cubo sintetizador para dar la imagen final en color. El objetivo óptico

proyecta la imagen final sobre una pantalla.

El videoprojector emplea pantallas del modelo SONY LCX012BL, de 3,3 cm de diagonal. Consisten en una matriz activa de 644x484 celdas LCD, cada una de ellas controlada mediante un transistor de capa delgada (TFT, del inglés *Thin Film Transistor*). Cada uno de los 311.696 elementos de imagen es cuadrado, con una distancia de centro a centro de $41\ \mu\text{m}$, y con una anchura de $34\ \mu\text{m}$.

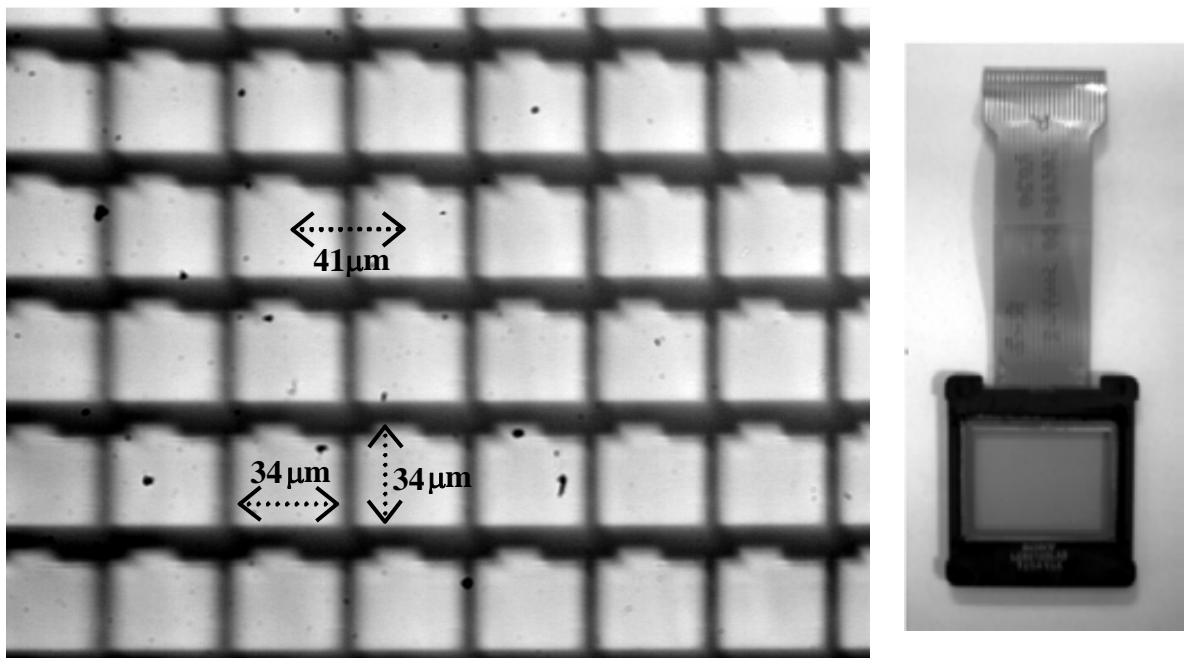


Figura 2.8. Imagen frontal ampliada de las celdas de cristal líquido del modulador SONY LCX012BL utilizado en este trabajo (izquierda). A la derecha, el modulador extraído del videoprojector.

En el montaje experimental de este trabajo la señal se envía al videoprojector mediante una tarjeta gráfica en modo VGA (640x480 píxeles). Esta tarjeta gráfica visualiza una imagen en color mediante tres imágenes en tonos de gris correspondientes a la descomposición RGB. La información que procesa la tarjeta para cada píxel es de 8 bits en cada componente, con lo cual a cada modulador se pueden enviar $2^8 = 256$ valores diferentes de voltaje que dan lugar a 256 niveles de gris posibles para cada píxel (nivel de gris = 0 para el negro, nivel de gris = 255 para el blanco). En el caso de la electrónica del videoprojector SONY VPL-V500, los incrementos de voltaje corresponden a decrementos en el nivel de gris.

La determinación de la orientación ψ_D del eje director a la entrada, el ángulo total de giro α (*twist*) de las moléculas de cristal líquido de las celdas, y las

birrefringencias $\beta(V)$ y $\delta(V)$, así como los procedimientos utilizados para la caracterización de la modulación de amplitud y fase de los moduladores de este videoprojector, se describen en detalle en la memoria de Tesis doctoral de Márquez [Mar01c] y los sintetizamos a continuación.

Para determinar la orientación Ψ_D del eje director a la entrada de la celda y el ángulo total de giro α (*twist*) de las moléculas de cristal líquido, magnitudes independientes del voltaje, se ha seguido el método propuesto por Soutar y Lu [Sou94]. Se ha colocado el modulador entre dos polarizadores lineales, sin láminas retardadoras, según la configuración de la figura:

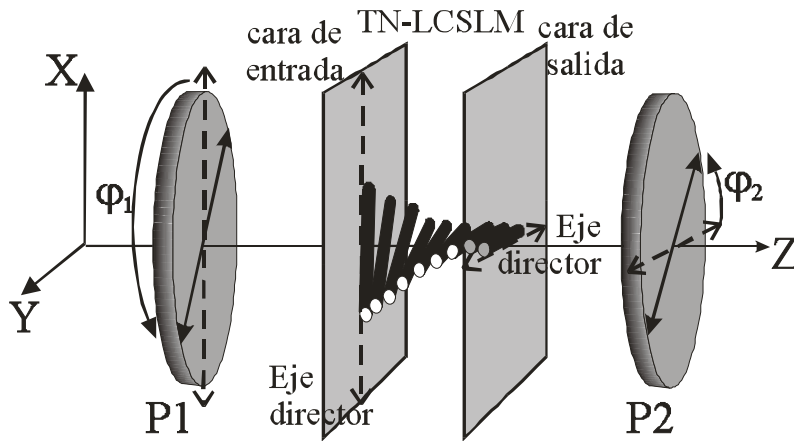


Figura 2.9. Esquema del montaje utilizado para la determinación de las magnitudes independientes del voltaje, Ψ_D y α según el método propuesto por Soutar y Lu [Sou94]. El modulador se sitúa entre dos polarizadores lineales. En la figura, $\Psi_D=0$ y $\alpha=90^\circ$.

En este caso la transmitancia compleja es:

$$T = [X' \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + Z \text{sen}(\varphi_1 - \varphi_2)]^2 + [Y' \cos(\varphi_1 + \varphi_2)]^2 \quad (2-9)$$

$$\psi = -\beta - 2\delta - \text{atan} \left(\frac{Y' \cos(\varphi_1 + \varphi_2)}{X' \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + Z \text{sen}(\varphi_1 - \varphi_2)} \right) \quad (2-10)$$

Si el eje director a la entrada está girado un ángulo Ψ_D respecto al eje vertical del laboratorio y el eje director a la salida está girado un ángulo α respecto de Ψ_D , y los ejes de transmisión de los polarizadores están orientados según los ángulos ζ_1 y ζ_2 respecto al eje vertical del laboratorio, entonces se cumplen las relaciones:

$$\zeta_1 = \varphi_1 + \psi_D \quad (2-11)$$

$$\zeta_2 = \varphi_2 + \alpha + \psi_D \quad (2-12)$$

Si introducimos un factor N que da cuenta de las pérdidas de transmisión en los polarizadores y en las interfícies del modulador, y consideramos la situación sin voltaje aplicado ($\delta=0$) la transmisión de amplitud se podrá expresar como

$$T = N \left[X \cos(\zeta_1 - \zeta_2 + \alpha) + Z \operatorname{sen}(\zeta_1 - \zeta_2 + \alpha) \right]^2 + \left[Y \cos(\zeta_1 + \zeta_2 - \alpha - 2\psi_D) \right]^2 \quad (2-13)$$

En esta ecuación aparecen explícitamente las magnitudes desconocidas ψ_D y α , e implícitamente la magnitud desconocida $\beta_{\text{máx}}$ correspondiente a la birrefringencia máxima sin voltaje aplicado. Si se mide la transmitancia en amplitud (a partir de las medidas de transmisión de intensidad) para dos configuraciones distintas de los polarizadores, cruzados ($\zeta_1 = \zeta_2 + \pi/2$) y paralelos ($\zeta_1 = \zeta_2$), entonces las magnitudes desconocidas se pueden determinar mediante el ajuste polinomial de la expresión (2-13) a las curvas de T en función de ζ_1 .

Para el modulador utilizado en este trabajo el resultado para las magnitudes independientes del voltaje es de $\psi_D = 46^\circ$ y $\alpha = -92^\circ$.

El procedimiento propuesto por Márquez et al. [Mar01c] para obtener las magnitudes dependientes del voltaje $\beta(V)$ y $\delta(V)$ consiste en enviar diferentes niveles de gris al TN-LCSLM colocado entre dos polarizadores, y medir la transmisión de intensidad para las siguientes configuraciones de los polarizadores: $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = 90$; $\varphi_1 = 45$, $\varphi_2 = -45$; $\varphi_1 = 22,5$, $\varphi_2 = 112,5$. Ajustando las diferentes curvas a la expresión (2-13) se obtienen los valores de las birrefringencias β y δ en función del nivel de gris, proporcional al voltaje aplicado.

Para las experiencias de este trabajo se ha optado por una configuración de modulación sólo de fase, de modo que se han utilizado las curvas $\beta(V)$ y $\delta(V)$ obtenidas para configurar la posición de los polarizadores y de las láminas

retardadoras en la entrada y la salida del SLM con el fin de obtener este tipo de modulación, según se describe a continuación.

La configuración de modulación sólo de fase debe producir una modulación plana de amplitud con una profundidad de fase de 2π radianes. El criterio seguido ha sido minimizar la diferencia entre el máximo y el mínimo en la intensidad transmitida a lo largo de todo el rango de voltaje. En este caso la intensidad transmitida puede no ser la mayor posible, pero permanece constante. La configuración obtenida computacionalmente para cumplir esos requisitos para una longitud de onda de $\lambda=458\text{nm}$ es

$$\varphi_1=+26$$

$$\varphi_2=-16$$

$$\eta_1=0$$

$$\eta_2=+11$$

con la cual se obtiene una diferencia teórica de transmisión de intensidad ($T_{\text{máx}}-T_{\text{mín}}$) del 4% y una profundidad de modulación de fase $\Delta\psi$ teórica de 360° .

Una vez configurados los polarizadores y láminas para una modulación sólo de fase, se midió la respuesta real de la modulación compleja para los diferentes valores de voltaje enviados.

Para la caracterización de la modulación de la transmisión de amplitud se midió la intensidad del haz de luz emergente mediante un fotómetro, para los diferentes valores de voltaje (nivel de gris) uniforme enviados a la pantalla. La medida de intensidad se normalizaba mediante la comparación entre las dos posiciones ortogonales del analizador, dándole el valor 1 a la suma de las intensidades obtenidas para estas dos posiciones. El módulo de la transmisión de amplitud se obtiene entonces haciendo la raíz cuadrada de los valores de intensidad.

Para la medida de la fase correspondiente a cada nivel de gris se utilizó un método interferométrico. El haz láser atravesaba una red de difracción, de tal modo que los órdenes 1 y -1 incidían en dos zonas diferentes del modulador (y el orden

central era obstruido). Estos dos haces se superponían de nuevo mediante una lente convergente a la salida del modulador, sobre una cámara de sensor CCD. Al enviar diferentes niveles de gris a cada una de las zonas por las que pasaban los haces correspondientes a los dos órdenes de difracción se producía un patrón de franjas de interferencia en la CCD cuyo desplazamiento es proporcional al desfase entre los dos haces.

Las curvas de intensidad y fase obtenidas por Márquez et al. para los diferentes valores del nivel de gris en la configuración sólo de fase, para $\lambda=458\text{nm}$, se muestran en la Figura 2.10. En ella aparece la modulación compleja obtenida utilizando polarizadores y láminas retardadoras para conseguir la configuración sólo de fase, tal y como está explicado en este trabajo, pero también aparece la modulación compleja para conseguir una configuración sólo de fase utilizando solamente polarizadores (curvas etiquetadas como *only polarizers*), que no corresponden a la configuración utilizada en este trabajo.

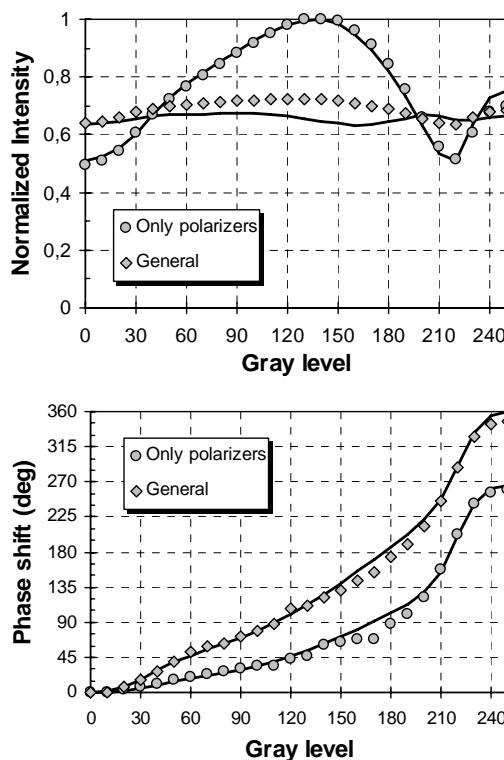


Figura 2.10. Curvas de intensidad y fase obtenidas por Márquez et al. en función del nivel de gris, para la pantalla SONY LCX012BL en la configuración sólo de fase, utilizando luz láser monocromática de $\lambda=458\text{nm}$. Las curvas etiquetadas como "Only polarizers" corresponden al montaje utilizando sólo polarizadores lineales. Las curvas etiquetadas como "General" corresponden al montaje utilizado en este trabajo, con polarizadores lineales y láminas retardadoras.

En la Figura 2.11 se puede observar la modulación obtenida en el plano complejo para la configuración sólo de fase, utilizando láminas retardadoras y polarizadores en las configuraciones comentadas en el trabajo.

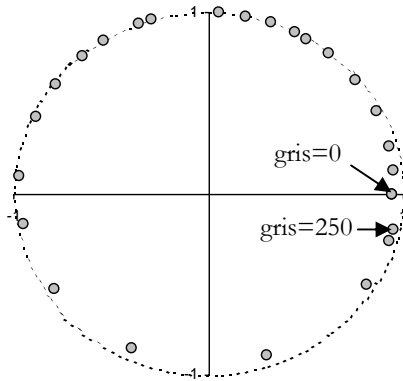


Figura 2.11. Representación en el plano complejo de la modulación de la pantalla SONY LCX012BL en modo de fase para $\lambda=458\text{nm}$.

El valor experimental obtenido para la diferencia de transmisión de intensidad ($T_{\text{máx}}-T_{\text{mín}}$) es del 9%, y para la profundidad de modulación de fase $\Delta\psi$ es de 348° . Los resultados experimentales concuerdan de manera sobresaliente con la predicción teórica que ofrece el modelo.

Estas curvas han permitido obtener una *look up table*, es decir, un polinomio de ajuste que asigna cada valor de la modulación compleja deseada a un nivel de gris para $\lambda=458\text{nm}$ (Figura 2.12). Esto permite adaptar a la respuesta del modulador las funciones complejas (en nuestro caso funciones sólo de fase) que se desean implementar en el sistema óptico. Para valores de fase superiores a 348° se ha asignado el nivel de gris 250 o el nivel de gris 0, según si la fase deseada tuviese un valor más cercano a 348° o a 360° (equivalente a 0°).

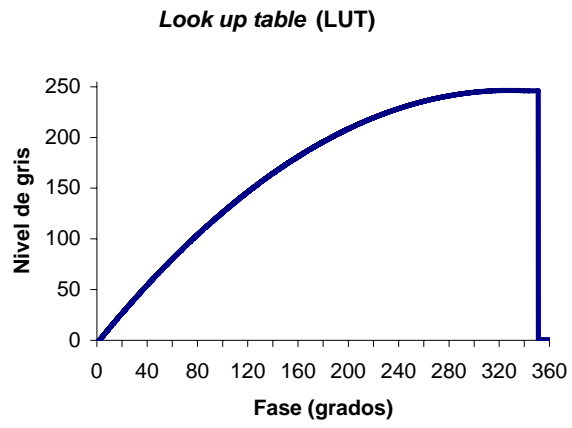


Figura 2.12. Look up Table (LUT) correspondiente al modulador SONY LCX012BL en modo de fase para $\lambda=458\text{nm}$.

Capítulo 3 Formación de imágenes con un sistema óptico

La imagen de un punto a través de un sistema óptico convergente es una distribución de intensidad cuya semejanza con un punto viene limitada por la apertura del sistema, a causa de la difracción producida, y por la existencia de aberraciones. Si, además, existen elementos ópticos difractivos de transmisión no uniforme -que se pueden reducir a considerar una pupila de salida con transmisión no uniforme- la difracción causada por estos elementos también modificará la distribución de intensidad a la salida.

En el presente capítulo se describe la formulación matemática a partir de la teoría escalar de la difracción en la aproximación de Fresnel para calcular la imagen de un punto de un sistema óptico con una pupila de salida de transmisión no uniforme, tanto en el plano de mejor imagen como en planos desenfocados. También se obtendrá la relación entre la función de pupila y la intensidad a lo largo del eje óptico para pupilas con simetría axial. Al final del capítulo se introduce la función de transferencia de modulación (MTF), de gran utilidad para evaluar la calidad de un sistema óptico para formar imágenes de objetos extensos, así como los conceptos de apodización e hiperresolución. En los capítulos posteriores propondremos algunos tipos de pupilas como elementos ópticos difractivos, con el fin de modificar la respuesta axial y transversal del sistema.

3.1 PSF en el plano imagen de un sistema convergente con pupila de transmisión no uniforme

Consideraremos el caso de un punto objeto sobre el eje óptico emitiendo luz monocromática y nos basaremos en la teoría escalar de la difracción para calcular la distribución de intensidad en el plano imagen, la PSF (del inglés *Point-Spread Function*), a través de un sistema óptico convergente, según el esquema de la Figura 3.1.

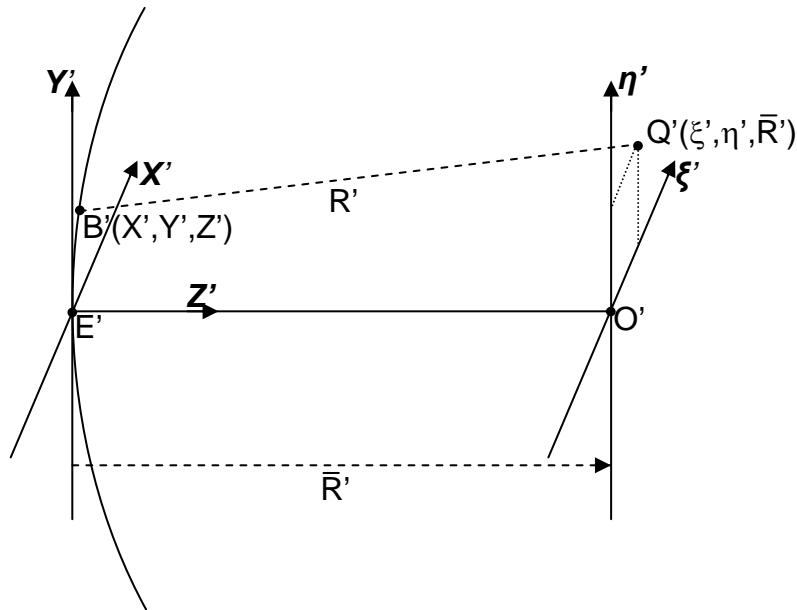


Figura 3.1. Representación esquemática de un sistema óptico convergente que forma la imagen de un punto objeto situado sobre el eje en un punto imagen O'.

En el caso ideal, el sistema producirá a la salida un frente de onda esférico concéntrico con el punto imagen O', situado sobre el eje óptico. La superficie esférica sobre la que está definido este frente de onda, y que pasa por el punto del eje E' común a la pupila de salida del sistema, la denominaremos superficie esférica de referencia E'B', con B'(X', Y', Z') un punto sobre esa superficie. Si la apertura es limitada, hay aberraciones, o hemos introducido un elemento óptico difractivo (DOF), la amplitud compleja del campo electromagnético en cada punto de la superficie esférica de referencia será una función compleja de las coordenadas (X', Y') del punto, a la que denominamos función pupila, definida dentro del área A' de la pupila como

$$f(X', Y') = \begin{cases} \tau(X', Y') \exp[i2\pi W(X', Y')] & \text{dentro de } A' \\ 0 & \text{fuera de } A' \end{cases} \quad (3-1)$$

con $\tau(X', Y')$ la transmisión de amplitud en la superficie esférica de referencia, $W(X', Y')$ la transmisión de fase, o función de aberración de onda. La amplitud compleja en un punto cualquiera Q' del plano imagen viene dada, considerando la aproximación de Kirchhoff, por la expresión:

$$U_{Q'} = \frac{i}{\lambda} \iint_{A'} f(X', Y') \frac{\exp(-ikR')}{R'} dA \quad (3-2)$$

con $k = 2\pi / \lambda$, siendo λ la longitud de onda de la luz.

Con las aproximaciones habituales [Hop70], la amplitud compleja en Q' es

$$U_{Q'} = \frac{i \exp[-i\varepsilon(\xi', \eta')]}{\lambda R'} \exp[-ikR'] F(\xi', \eta') \quad (3-3)$$

donde

$$\varepsilon(\xi', \eta') = \frac{2\pi}{\lambda} \left[\frac{\xi'^2 + \eta'^2}{2R'} \right] \quad (3-4)$$

y

$$F(\xi', \eta') = \iint_{A'} f(X', Y') \exp\left[i2\pi \frac{\xi' X' + \eta' Y'}{\lambda R'} \right] dX' dY' \quad (3-5)$$

es decir, $F(\xi', \eta')$ es la transformada de Fourier de $f(X', Y')$, con $\left(\frac{\xi'}{\lambda R'}, \frac{\eta'}{\lambda R'} \right)$ las coordenadas en el espacio de frecuencias.

De este modo, la intensidad en un punto Q' del plano imagen, es decir, la PSF en ese punto de coordenadas (ξ', η') , viene dada por

$$G(\xi', \eta') = |U_{Q'}|^2 = \left(\frac{1}{\lambda R'} \right)^2 |F(\xi', \eta')|^2 \quad (3-6)$$

Como $\left(\frac{1}{\lambda R'}\right)^2$ es una constante, la intensidad en Q' es proporcional al módulo al cuadrado de la transformada de Fourier de la función de pupila en ese punto.

Si utilizamos las coordenadas polares r, ϕ para el radio y el azimut en el plano X', Y' ; y ρ, ψ para el plano ξ', η' , entonces la ecuación (3-5) se expresará como:

$$F(\rho, \psi) = \int_0^a \int_0^{2\pi} f(r, \phi) \exp\left[i2\pi \frac{\rho r \cos(\phi - \psi)}{\lambda R'}\right] r dr d\phi \quad (3-7)$$

con a el radio de la pupila.

3.2 PSF en puntos fuera del plano imagen en un sistema convergente para una pupila no uniforme

Para calcular numéricamente la imagen proporcionada por un sistema óptico, Hopkins e Yzuel [Hop70] propusieron un método de evaluación de la imagen difraccional para una apertura circular que tiene en consideración la presencia de aberraciones. Yzuel y Arlegui [Yzu80], y posteriormente Yzuel y Calvo [Yzu83] propusieron una extensión del método numérico de Hopkins e Yzuel para sistemas con pupilas de transmisión no uniforme.

Para evaluar la PSF en planos diferentes al plano de mejor imagen aprovecharemos el tratamiento de Hopkins e Yzuel e introduciremos un término de desenfoque en la función pupila, según se explica a continuación.

La función de aberración de onda se puede expandir en serie [Hop50] como el polinomio

$$W(r, \phi) = \sum_m \sum_n W_{mn} r^m \cos^n \phi \quad (3-8)$$

Debido a la simetría axial y a la condición de que el objeto está sobre el eje, la dependencia con ϕ desaparece y sólo deberán aparecer los términos de m par. Obviando el término de fase constante W_{00} , la expresión se reduce a

$$W(r, \phi) = W_{20}r^2 + W_{40}r^4 + W_{60}r^6 + \dots \quad (3-9)$$

El coeficiente W_{20} determina el desenfoque, es decir, implica que la PSF se está evaluando en un plano que no corresponde al plano imagen, mientras que el resto de términos corresponden a otras aberraciones esféricas de diferentes órdenes.

De este modo, la introducción de un término adicional de desenfoque en la función pupila nos permitirá evaluar la PSF en planos diferentes al plano imagen, al margen de la existencia o no de aberración de onda.

Efectivamente, si añadimos a la función pupila un término de desenfoque, la ecuación (3-7) se podrá expresar como:

$$F(\rho, \psi, W_{20}) = \int_0^a \int_0^{2\pi} f(r, \phi) \exp(i2\pi W_{20}r^2) \exp\left[i2\pi \frac{\rho r \cos(\phi - \psi)}{\lambda R'}\right] r dr d\phi \quad (3-10)$$

o en coordenadas cartesianas, la ecuación (3-5) se expresará como:

$$F(\xi', \eta', W_{20}) = \iint_{A'} f(X', Y') \exp[i2\pi W_{20}(X'^2 + Y'^2)] \exp\left[i2\pi \frac{\xi' X' + \eta' Y'}{\lambda R'}\right] dX' dY' \quad (3-11)$$

El coeficiente W_{20} está relacionado con el desplazamiento z respecto al plano de mejor imagen por la expresión:

$$z = W_{20} \frac{2\lambda}{\text{sen}^2 \alpha}, \quad (3-12)$$

expresando z y λ en las mismas unidades, y con $\text{sen} \alpha$ la apertura numérica del sistema, de tal modo que α es el semiángulo que abarca la pupila desde el eje óptico en el plano imagen, es decir:

$$\tan \alpha = \frac{R_{pupila}}{R'} \quad (3-13)$$

con R_{pupila} el radio de la pupila.

El término de la derecha de la ecuación (3-11) es proporcional a la transformada de Fourier de la función

$$\tilde{f}(X', Y') = f(X', Y') \exp[i2\pi W_{20}(X'^2 + Y'^2)] \quad (3-14)$$

Por tanto, el valor de la PSF en cualquier punto de coordenadas ξ', η' en el plano de observación, situado a una distancia W_{20} del plano de mejor imagen, vendrá dada por

$$G(\xi', \eta', W_{20}) = |F(\xi', \eta', W_{20})|^2 = |FT[\tilde{f}(X', Y')]|^2 \quad (3-15)$$

3.3 Intensidad a lo largo del eje óptico para una pupila con simetría axial en un sistema convergente

Si nos limitamos a calcular el valor de la PSF en el eje para una pupila con simetría axial (sin dependencia de ϕ), entonces $\rho=0$ y la ecuación (3-10) se reduce a la expresión

$$F(W_{20}) = 2\pi \int_0^a f(r) \exp(i2\pi W_{20}r^2) r dr \quad (3-16)$$

Haciendo el cambio de variable

$$t=r^2$$

$$dt=2rdr$$

obtenemos la expresión

$$F(W_{20}) = 2\pi \int_0^a f'(t) \exp(i2\pi W_{20}t) dt \quad (3-17)$$

siendo f' la función pupila f expresada en función de la nueva variable t .

El valor de la PSF en el eje a la distancia z del plano de mejor imagen, relacionada con W_{20} por la expresión (3-12), vendrá dada por

$$G(W_{20}) = |F(W_{20})|^2 = |FT[f'(t)]|^2 \quad (3-18)$$

es decir, por el módulo al cuadrado de la transformada de Fourier de la función pupila a lo largo del radio, en coordenadas de r^2 .

De este modo, vemos que el perfil de intensidad a lo largo del eje, para puntos cercanos al plano de mejor imagen, está determinado por la transformada de Fourier de la distribución radial de la función pupila. Esta característica será utilizada en este trabajo, según se describe en el próximo capítulo, para modular la respuesta axial de un sistema óptico mediante el diseño de pupilas de transmisión no uniforme.

Podemos llegar a los mismos resultados partiendo directamente de la integral de difracción de Fresnel para el producto de la función pupila $f(r, \phi)$ y la función de fase cuadrática correspondiente al sistema convergente de focal f :

$$F(\rho, \psi, z') = \frac{\exp(ikz')}{i\lambda z'} \exp\left(i\frac{k}{2z'}\rho^2\right) \int_0^a \int_0^{2\pi} f(r, \phi) \exp\left(\frac{-ikr^2}{2f}\right) \exp\left(\frac{ikr^2}{2z'}\right) \exp\left(\frac{ik}{z'}\rho r \cos(\phi - \psi)\right) r dr d\phi \quad (3-19)$$

Si hay simetría axial, la amplitud compleja F en función de la distancia a la lente z' para puntos en el eje ($\rho=0$) cercanos al punto focal imagen, obviando los términos de fase fuera de la integral, viene dada por

$$F(\rho = 0, z') = \frac{i}{\lambda z'} \int_0^a f(r) \exp\left(\frac{-ikr^2}{2f}\right) \exp\left(\frac{ikr^2}{2z'}\right) 2\pi r dr \quad (3-20)$$

Definimos las coordenadas normalizadas

$$u = a^2 / 2\lambda z'$$

$$u_0 = a^2 / 2\lambda f$$

y una nueva variable s como

$$s = r^2 / a^2 - 0.5$$

de modo que su valor varía entre -0.5 y 0.5. Con los cambios de variables se cumple que

$$\frac{kr^2}{2z'} = 2\pi u s + \pi u$$

y entonces la expresión (3-20) puede ser reescrita como

$$F'(\rho = 0, u) = i2\pi u \exp(i2\pi(u - u_0)) \int_{-0.5}^{0.5} f(a\sqrt{s+0.5}) \exp(i2\pi s(u - u_0)) ds \quad (3-21)$$

Introduciendo la función $q(s)$ siguiente

$$q(s) = \begin{cases} f(a\sqrt{s+0.5}) & |s| \leq 0.5 \\ 0 & |s| > 0.5 \end{cases}$$

tenemos

$$F'(\rho = 0, u) = i2\pi u \exp(i\pi(u - u_0)) \int_{-\infty}^{\infty} q(s) \exp(i2\pi s(u - u_0)) ds \quad (3-22)$$

La integral es la transformada de Fourier de la función $q(s)$. Como la magnitud que nos interesa es la intensidad a lo largo del eje, se puede prescindir del término de fase $\exp(i\pi(u - u_0))$. Además, al limitarnos a la zona cerca del foco ($z' \cong f$) el término $i2\pi u$ fuera de la integral se puede aproximar por el valor constante $i2\pi u_0$. Por lo tanto

$$F'(u) \propto Q(u) = TF[q(s)]. \quad (3-23)$$

La PSF será la intensidad en ese punto, es decir, el módulo al cuadrado de la transformada de Fourier de $q(s)$.

Si no aproximamos el término $i2\pi u$ fuera de la integral de la expresión (3-22) por el valor constante $i2\pi u_0$, la razón entre el valor aproximado de $F'(u)$ y su valor exacto será de $u_0/u = f/z'$. Para la PSF, esa razón será de f^2/z'^2 . La diferencia entre esa razón y la unidad nos dará una indicación de la validez de la aproximación y del error que implica en los resultados de la PSF a medida que nos alejamos del punto focal. Veremos en el siguiente capítulo que para los casos estudiados, en los cuales la diferencia $z' - f$ es a lo sumo de 4 cm, el error máximo en la intensidad calculada debido a esta aproximación es de un 8% para los puntos más alejados del plano de mejor imagen.

3.4 Cálculo de la PSF para pupilas arbitrarias

En el capítulo 5 estudiaremos el diseño de pupilas consistentes en lentes multiplexadas de diferentes focales con el fin de producir largas profundidades de foco. Estas pupilas reciben un haz de luz colimado y en general no tienen simetría axial.

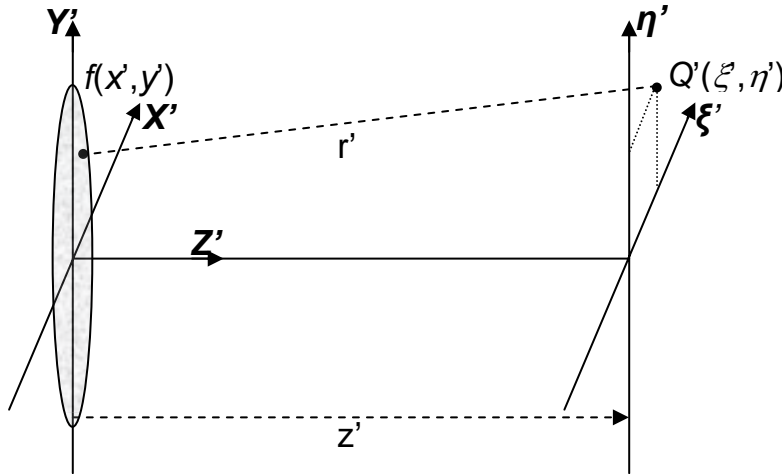


Figura 3.2. Representación esquemática de un sistema óptico con una pupila de salida de amplitud no uniforme $f(x', y')$.

Para calcular la PSF producida por este tipo de pupilas consideramos el caso general de la difracción producida por una pupila en un punto Q' de coordenadas (ξ', η') situado en un plano a una distancia z' de la pupila (ver Figura 3.2), que en la aproximación de Fresnel viene dada por la expresión

$$U(\xi', \eta') = \frac{\exp ikz'}{i\lambda z'} \exp\left(ik \frac{\xi'^2 + \eta'^2}{2z'}\right) \iint f(x', y') \exp\left(ik \frac{x'^2 + y'^2}{2z'}\right) \exp\left(-ik \frac{x'\xi' + y'\eta'}{z'}\right) dx' dy' \quad (3-24)$$

Según esta expresión, la amplitud en el punto (ξ', η') es la transformada de Fourier de la función

$$\tilde{f}(x', y') = f(x', y') \exp\left(ik \frac{x'^2 + y'^2}{2z'}\right)$$

multiplicada por el factor de fase cuadrática

$$\exp\left(ik\frac{\xi'^2+\eta'^2}{2z'}\right)$$

y por una constante.

La PSF en ese punto será el módulo al cuadrado de $U(\xi', \eta')$, es decir, la función $G(\xi', \eta')$

$$G(\xi', \eta') = \left| FT \left[f(x', y') \exp\left(ik\frac{x'^2+y'^2}{2z'}\right) \right] \right|^2 \quad (3-25)$$

3.5 Función de transferencia

Cuando se obtienen imágenes de objetos extensos con iluminación incoherente, la función de transferencia óptica (OTF) del sistema permite evaluar su comportamiento con las frecuencias de la función de intensidad del objeto. El sistema tendrá una transferencia compleja para cada frecuencia espacial del objeto que determinará la respuesta en el plano imagen.

La OTF del sistema viene dada por la transformada de Fourier de la PSF:

$$OTF = FT[PSF] \quad (3-26)$$

De este modo, si la convolución de la PSF con la función espacial de la intensidad del objeto proporciona la distribución de intensidad en el plano imagen (la respuesta impulsional), por el teorema de convolución el producto de la OTF por el espectro de frecuencias de la distribución de intensidad del objeto proporciona el espectro de frecuencias de la distribución de intensidad en la imagen.

La OTF es una función compleja cuyo módulo es la función de transferencia de modulación (MTF, *modulation transfer function*). La MTF proporciona la

modulación del sistema para cada frecuencia espacial de la distribución de intensidad del objeto, generalmente con valores menores que 1, excepto para la frecuencia cero.

Si consideramos una sola componente de frecuencia espacial para la intensidad del objeto, y la respuesta del sistema óptico representada por la función de la Figura 3.3, el cociente β/α nos da la modulación de esa componente por el sistema óptico, que coincide con la visibilidad o el contraste que tendría la imagen de un patrón de franjas de intensidad de esa frecuencia a través del sistema.

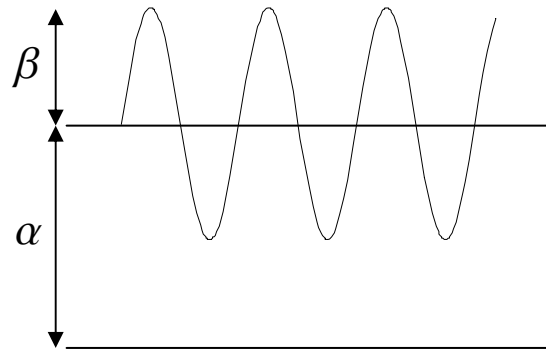


Figura 3.3. La modulación para una determinada componente de frecuencia viene dada por β/α .

Para obtener la MTF teórica del sistema óptico se calcula la PSF a una distancia z' de la pupila, a partir de la propagación de la función pupila por difracción de Fresnel y de la expresión (3-25).

De este modo, la MTF vendrá dada por la función $M(\mu, \nu)$

$$M(\mu, \nu) = |FT[G(\xi', \eta')]|. \tag{3-27}$$

En el capítulo 5 de este trabajo calcularemos numéricamente la función MTF para evaluar la eficiencia de las pupilas diseñadas respecto a las frecuencias espaciales, para objetos extensos con iluminación incoherente.

3.6 Apodización, hiperresolución y profundidad de foco

La PSF en el plano de mejor imagen correspondiente a una función pupila con simetría axial $f(r, \phi)$ viene dada por la expresión

$$G(\rho, \psi) = |F(\rho, \psi)|^2 = |FT[f(r, \phi)]|^2 \quad (3-28)$$

es decir, el módulo al cuadrado de la transformada de Fourier de la función pupila.

En el caso de una apertura circular de radio unidad y de transmisión constante igual a la unidad, $f(r, \phi)$ es la función apertura circular definida como

$$circ(r) = \begin{cases} 1 & \text{si } r \leq 1 \\ \frac{1}{2} & \text{si } r = 1 \\ 0 & \text{si } r > 1 \end{cases}$$

La transformada de Fourier de esta función es

$$FT[circ(r)] = \frac{J_1(2\pi\rho)}{\rho} \quad (3-29)$$

con J_1 la función de Bessel de primer orden. La PSF en el plano de mejor imagen vendrá dada por

$$G(\rho) = \left| \frac{J_1(2\pi\rho)}{\rho} \right|^2 \quad (3-30)$$

Es una función con simetría axial que conduce al patrón de difracción de Airy de una apertura circular, consistente en un lóbulo central y una serie de anillos concéntricos de amplitud decreciente (ver Figura 3.4).

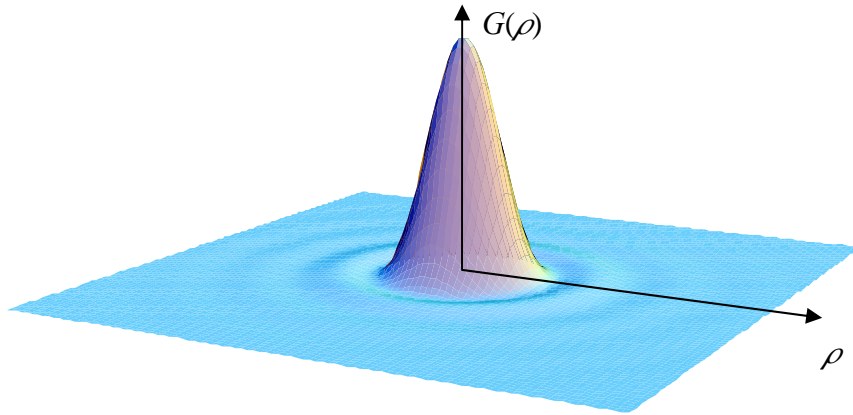


Figura 3.4. Función $G(\rho)$, correspondiente a la imagen difraccional de un punto (PSF) dada por un sistema sin aberraciones con apertura circular.

Si se introducen pupilas de transmisión no uniforme con funciones de transmisión adecuadas es posible reducir la altura de los lóbulos laterales a costa de incrementar la anchura del máximo central. Este tipo de pupilas reciben el nombre de filtros apodizantes.

También es posible disminuir la anchura del máximo central para conseguir una mayor resolución en la imagen e incrementar el poder resolutivo del sistema, aunque en este caso a costa de incrementar la intensidad de los lóbulos laterales. Los filtros que consiguen este efecto reciben el nombre de hiperresolventes.

En el apartado 3.3 hemos visto que los valores de la PSF a lo largo del eje óptico para puntos cercanos al plano focal imagen en sistemas convergentes para pupilas con simetría axial están relacionados con la función pupila $q(s)$ en coordenadas $s = r^2 / a^2 - 0.5$ por

$$F'(u) \propto Q(u) = TF[q(s)]. \quad (3-23)$$

En este caso, si consideramos una función pupila $q(s)$ rectangular (correspondiente a una apertura circular de transmisión uniforme), la PSF a lo largo del eje vendrá determinada por una función $sinc^2$ centrada en el punto focal de la lente (Figura 3.5).

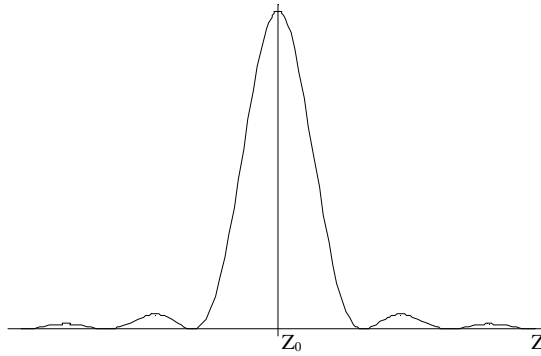


Figura 3.5. Función $\text{sinc}^2(z-z_0)$, correspondiente a la intensidad a lo largo del eje de un sistema óptico sin aberraciones con apertura circular.

Introducir pupilas de transmisión no uniforme con filtros apodizantes e hiperresolventes también tendrá efecto, por tanto, en el comportamiento óptico a lo largo del eje. En este caso, la apodización y la hiperresolución a lo largo del eje óptico se traducirá en un incremento o disminución de la profundidad de foco.

En los capítulos 4 y 5 estudiaremos el efecto apodizante de diferentes diseños de pupilas de transmisión no uniforme tanto en planos transversales como a lo largo del eje óptico.

Capítulo 4 Control de la respuesta axial mediante pupilas complejas

Mediante el empleo de pupilas de transmisión compleja no uniforme se puede modificar la distribución de la intensidad de la luz en el espacio imagen de un sistema óptico. En general este tipo de pupilas se emplean para corregir aberraciones e incrementar la resolución del sistema modificando la distribución de la intensidad en el plano imagen, transversal al eje óptico.

Tal y como se mostró en el apartado 3.3, la transmisión compleja de una pupila con simetría axial está relacionada con la intensidad de la luz a lo largo del eje, de modo que también es posible diseñar pupilas que permitan obtener diferentes perfiles de intensidad a lo largo del eje. Para puntos cercanos al plano de mejor imagen ($z' \cong f$), la intensidad a lo largo del eje viene dada por el módulo al cuadrado de la transformada de Fourier unidimensional de la función radial de la pupila expresada en coordenadas r^2 .

La respuesta de este tipo de pupilas ha sido estudiada ampliamente mediante simulaciones numéricas [Oje85, Oje89 y Oje90], pero los resultados experimentales todavía son escasos a causa de la dificultad para implementarlas como elementos ópticos difractivos.

En este trabajo se han diseñado e implementado pupilas complejas de transmisión no uniforme en un modulador espacial de luz en configuración sólo de fase, con el objeto de modificar el perfil de la intensidad en las proximidades del plano imagen de un sistema convergente. El método numérico que se ha utilizado para obtener las funciones de pupila se describe en el apartado 4.1. En el apartado siguiente se describe el método de codificación empleado para implementar las

funciones complejas en un modulador sólo de fase, método propuesto por Davis et al. [Dav99b].

Se han obtenido experimentalmente diferentes perfiles de intensidad a lo largo del eje para un objeto puntual. Los resultados experimentales se muestran en el apartado 4.3.

4.1 Diseño de las funciones pupila

4.1.1 Método iterativo de cálculo

Como se ha explicado en el capítulo anterior, el perfil de intensidad cerca del plano de mejor imagen de un sistema convergente con una pupila de simetría axial viene dado por el módulo al cuadrado de la transformada de Fourier de la función de pupila a lo largo del radio, expresada en coordenadas r^2 . Esto implica que la transformada de Fourier inversa de la amplitud del perfil deseado a lo largo del eje proporciona los valores de la pupila compleja a lo largo del radio.

Dado que el modulador limita las dimensiones de las pupilas que se pueden implementar, para evaluar la función pupila se propone el método iterativo esquematizado en la Figura 4.1, que se enmarca en los denominados “Algoritmos iterativos de transformada de Fourier con proyección a las restricciones en ambos dominios” [Ros91, You82].

En primer lugar se especifica el perfil de intensidad deseado $I_d(u)$ asignando valores a un conjunto de m puntos sobre una matriz unidimensional de N_1 puntos, en nuestro caso $N_1=256$ puntos, con un valor máximo de I_d arbitrario, y se asigna el valor cero al resto de puntos de la matriz. De este modo se obtiene una función unidimensional discreta. El punto $u = N_1/2$ corresponde al punto sobre el eje óptico donde se encuentra el plano de mejor imagen del sistema convergente.

A continuación se evalúa numéricamente la transformada de Fourier de la función $\sqrt{I_d(u)}$ por el método de transformada de Fourier rápida (FFT). El resultado es una función compleja, que podemos denominar $J(v)$, sobre una matriz de N_1 puntos, centrada sobre $v=0$ y definida por tanto entre $-N_1/2$ y $+N_1/2$. Si se hace un mapeo de esta función a las coordenadas $s=r^2/a^2-0.5$ definidas en el apartado 3.3, entonces $J(v)$ corresponde a la función pupila $q(s)$ definida en el mismo apartado.

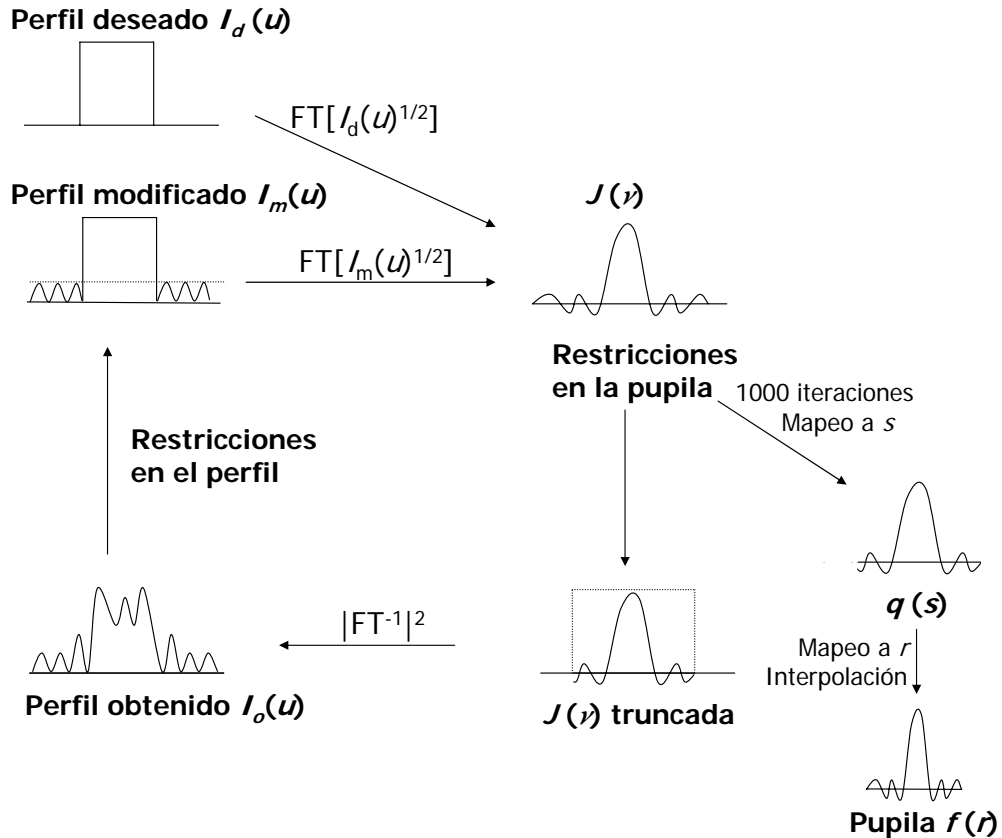


Figura 4.1. Esquema del algoritmo utilizado para generar las funciones pupila con el fin de obtener un determinado perfil deseado.

Sin embargo, la pupila se implementará en un modulador de dimensiones y resolución restringidas (311.696 píxeles y 3.3 cm de diagonal), por lo que es necesario truncar las dimensiones de la función $J(v)$ considerando solamente un intervalo de N_2 puntos que abarque la zona central de la función. Este truncado se lleva a cabo de modo que el muestreo en el modulador sea suficiente para poder representar las frecuencias espaciales de la pupila, teniendo en cuenta que la función que se representará finalmente en el modulador (en nuestro caso la pupila se representa sobre una matriz de 400×400 puntos) estará en función de r y no de r^2 , por lo que las variaciones en la pupila se acentuarán en los extremos.

También es posible imponer a la pupila las restricciones de modulación del SLM. En nuestro caso, el modulador utilizado actúa en configuración sólo de fase, por lo que se puede imponer esta restricción a la hora de construir la pupila. Sin embargo, los resultados obtenidos al imponer esta restricción no han sido satisfactorios y se ha optado por no imponer esta restricción y calcular la pupila con valores complejos, de amplitud y fase, para después codificarla en fase por el método expuesto en el apartado 4.2.

El siguiente paso consiste en evaluar la transformada de Fourier rápida inversa de esta función restringida para obtener el perfil de amplitud y el perfil de intensidad $I_o(u)$ que se obtendría a lo largo del eje con esa pupila. Ese perfil no coincide en general con el perfil deseado, debido a las restricciones que se imponen a $J(v)$. El método iterativo persigue minimizar el error cuadrático medio entre $I_o(u)$ e $I_d(u)$, definido como

$$e = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_j (I_d(u_j) - I_o(u_j))^2}, \quad (4-1)$$

con N el número de puntos considerados.

El perfil obtenido $I_o(u)$ se modifica teniendo en cuenta las siguientes restricciones: en la región de m puntos de la matriz unidimensional donde está definido $I_d(u)$, al perfil obtenido $I_o(u)$ se le asignan los valores de $I_d(u)$; fuera de esa región se truncan los valores de intensidad obtenidos por encima de un determinado porcentaje del valor máximo del perfil $I_d(u)$. En nuestro caso, este porcentaje se ha establecido en un 10%. Los valores correspondientes a la fase a lo largo del eje no se modifican, de manera que aportan más grados de libertad en la optimización. El nuevo perfil se introduce en el bucle y el proceso se repite hasta obtener un perfil satisfactorio.

El último paso consiste en obtener la función bidimensional compleja de la pupila a partir de la función $q(s)$ obtenida por el método iterativo. Como la pupila tiene simetría de revolución, la función bidimensional de la pupila estará determinada por la función radial $f(r)$ con la relación entre coordenadas $s=r^2/a^2-0.5$ definida en el apartado 3.3, y siendo a el radio de la pupila.

Este tipo de métodos iterativos no divergen si las restricciones impuestas pertenecen a un conjunto convexo, es decir, entre una iteración y la siguiente el error decrece o permanece constante [Ros91, You82]. En este trabajo se ha observado que antes de las 1000 iteraciones el error permanece constante y ya no se producen mejoras, por lo que se ha establecido un número fijo de 1000 iteraciones en todos los casos. El tiempo de cálculo con un PC con procesador Intel Pentium M es de apenas unos segundos y por lo tanto no es necesario optimizar el número de iteraciones.

4.1.2 Interpolación para el cambio de variable de $q(s)$ a $f(r)$

Como $q(s)$ es una función discreta, obtenida a partir de $J(v)$, cada valor de $q(s)$ corresponderá a un valor discreto de la función continua $f(r)$. Los valores intermedios desconocidos de $f(r)$ se han interpolado. En la Figura 4.2 se muestra gráficamente la relación entre el muestreo en las coordenadas s y los valores r_k . Un muestreo de 10 intervalos en la función $q(s)$ (en los valores $s = 0, 0.1, 0.2, \dots, 1$) correspondería a un muestreo de la función $f(r)$ en las coordenadas r_k correspondientes a los puntos del eje de abscisas donde cortan las líneas rojas (además del $r_k = 0$ y del $r_k = 1$).

Para calcular $f(r)$ en valores de r que están entre dos valores conocidos r_k y r_{k+1} se ha utilizado un tipo de interpolación llamada cúbica “natural a trozos” (en inglés *natural cubic splines*). Los valores interpolados de la función se obtienen evaluando el polinomio cúbico correspondiente en la coordenada r según la ecuación (4-2).

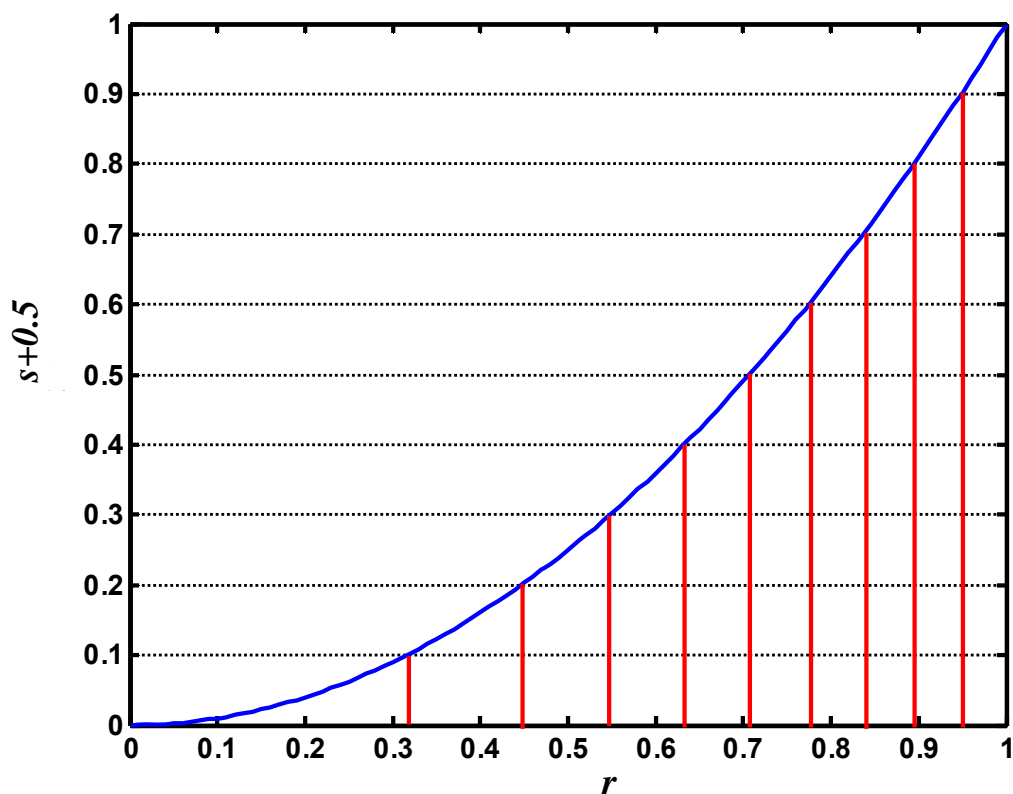


Figura 4.2 Relación entre el muestreo en las coordenadas s y los valores r_k . Un muestreo de 10 intervalos en el dominio s (en los valores $s = 0, 0.1, 0.2, \dots, 1$) correspondería a un muestreo en el dominio r en las coordenadas r_k correspondientes a los puntos del eje de abscisas donde cortan las líneas rojas. Para obtener el valor de $f(r)$ en los puntos r situados entre r_k y r_{k+1} es necesario un método de interpolación.

El método de interpolación utilizado se explica a continuación. Supongamos que tenemos $N+1$ puntos cuyas abscisas están ordenadas de manera creciente: $a \leq x_0 < x_1 < \dots < x_N \leq b$. Se dice que $S(x)$ es una *spline* cúbica interpoladora para dichos datos si existen N polinomios cúbicos

$$S_k(x) = s_{k,0} + s_{k,1}(x - x_k) + s_{k,2}(x - x_k)^2 + s_{k,3}(x - x_k)^3 \quad (4-2)$$

para $x \in [x_k, x_{k+1}]$, $k = 0, 1, \dots, N - 1$ que verifican las siguientes condiciones

- $S_k(x_k) = y_k$ para $k=0, 1, \dots, N$
- $S_k(x_{k+1}) = S_{k+1}(x_{k+1})$ para $k=0, 1, \dots, N-2$
- $S'_k(x_{k+1}) = S'_{k+1}(x_{k+1})$ para $k=0, 1, \dots, N-2$
- $S''_k(x_{k+1}) = S''_{k+1}(x_{k+1})$ para $k=0, 1, \dots, N-2$

con los símbolos ' y '' indicando respectivamente la primera y la segunda derivada de la función.

En total existen $4N$ coeficientes y $4N-2$ condiciones. Dependiendo de las otras dos condiciones que se impongan se tendrán diferentes *splines* cúbicas. Las soluciones son de la forma

$$s_{k,0} = y_k \quad s_{k,1} = d_k - \frac{h_k(2m_k + m_{k+1})}{6}$$

$$s_{k,2} = \frac{m_k}{2} \quad s_{k,3} = \frac{m_{k+1} - m_k}{6h_k}$$

donde

$$h_k = x_{k+1} - x_k$$

$$d_k = \frac{y_{k+1} - y_k}{x_{k+1} - x_k}$$

El coeficiente m_k se obtiene al resolver el siguiente sistema de ecuaciones

$$h_{k-1}m_{k-1} + 2(h_{k-1} + h_k)m_k + h_k m_{k+1} = 6(d_k + d_{k-1})$$

para $k=2, 3, \dots, N-2$.

Las ecuaciones para $k=1$ y $k=N-1$ dependen de las dos condiciones extras que se impongan. En el caso de la interpolación *spline* cúbica natural se imponen las restricciones $m_0=0$ y $m_N=0$, que equivalen a imponer que las segundas derivadas en los extremos son cero. Entonces la ecuación para $k=1$ es

$$2(h_0 + h_1)m_1 + h_1 m_2 = 6(d_1 - d_0)$$

y para $k=N$ es

$$h_{N-2}m_{N-2} + 2(h_{N-2} + h_{N-1})m_{N-1} = 6(d_{N-1} - d_{N-2})$$

4.1.3 Ejemplo de cálculo

En la Figura 4.3 se muestran los resultados del proceso iterativo para obtener un perfil rectangular de $m=5$ puntos. La Figura 4.3 (a) muestra el perfil de intensidad deseado a lo largo del eje, con una zona de $m=5$ puntos de intensidad constante igual a 1 alrededor del punto de mejor imagen, centrada sobre una línea de $N_1=256$ puntos. La Figura 4.3 (b) y (c) muestra los valores de amplitud y fase de la pupila en función de la coordenada radial s , obtenidos al cabo de 1000 iteraciones.

Tanto la amplitud como la fase se representarán en coordenadas r sobre un modulador de resolución limitada. Esto implica que las variaciones a lo largo de s de la función pupila se acentuarán para valores grandes de r al pasar a coordenadas r , y es posible que no se puedan representar en el modulador por las limitaciones en la resolución. Para evitarlo, el proceso para obtener las curvas (b) y (c) se ejecuta diversas veces hasta obtener funciones pupila en las que la variación en los extremos no sea muy acentuada.

La Figura 4.3 (d) y (e) muestra la amplitud y la fase (representada en niveles de gris) de la pupila bidimensional.

El perfil de intensidad numérico a lo largo del eje obtenido con esta pupila está representado en la Figura 4.3 (f). Las restricciones impuestas a la pupila a causa de las limitaciones físicas del modulador no permiten obtener la reproducción exacta del perfil de intensidad deseado $I_d(u)$, pero sí una muy buena aproximación.

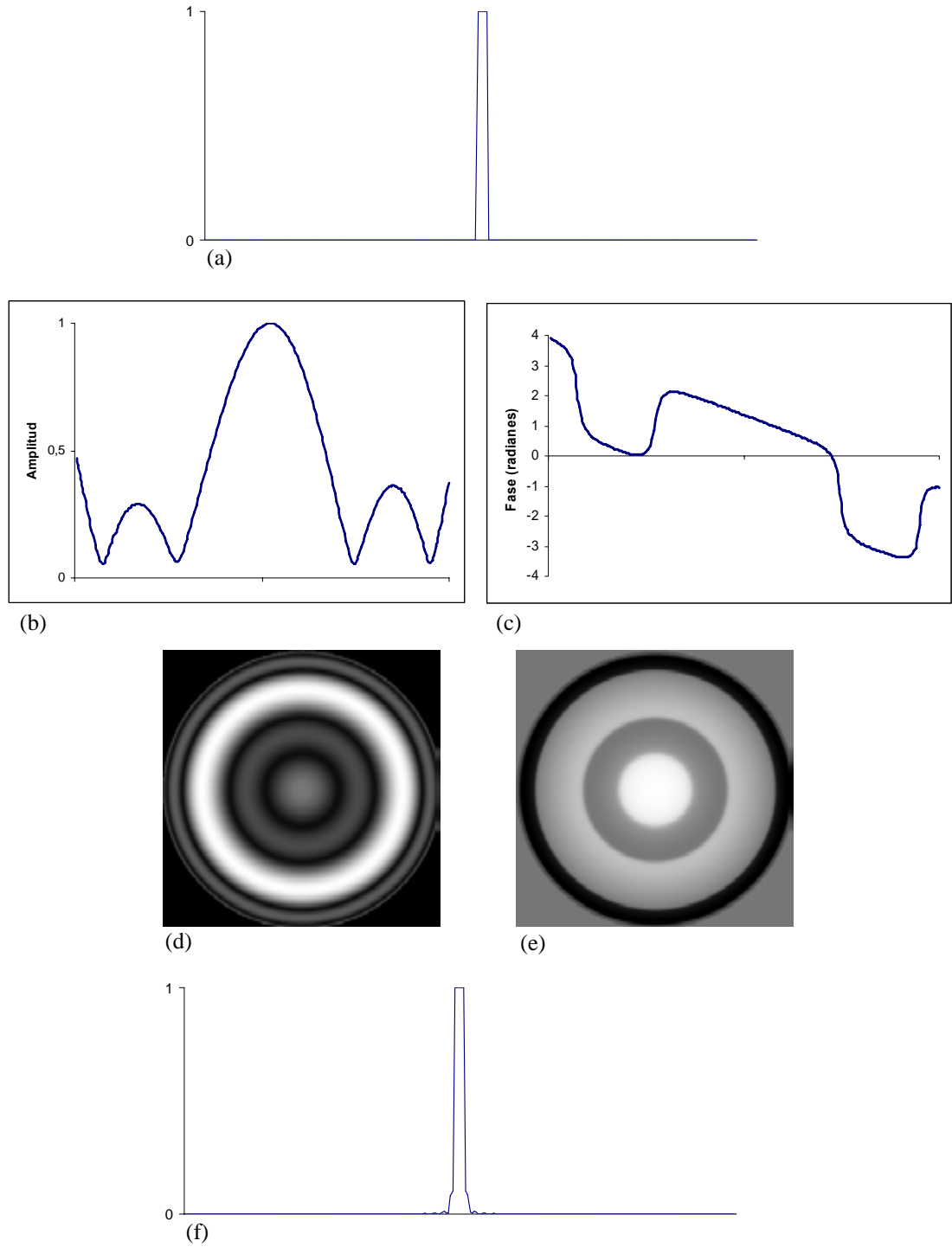


Figura 4.3. (a) Perfil deseado rectangular de $m=5$ puntos. Después de 1000 iteraciones: (b) amplitud y (c) fase de la pupila en función de la coordenada radial s ; (d) amplitud y (e) fase –representada con niveles de gris– de la función bidimensional de la pupila; (f) perfil de intensidad numérico obtenido con esta pupila.

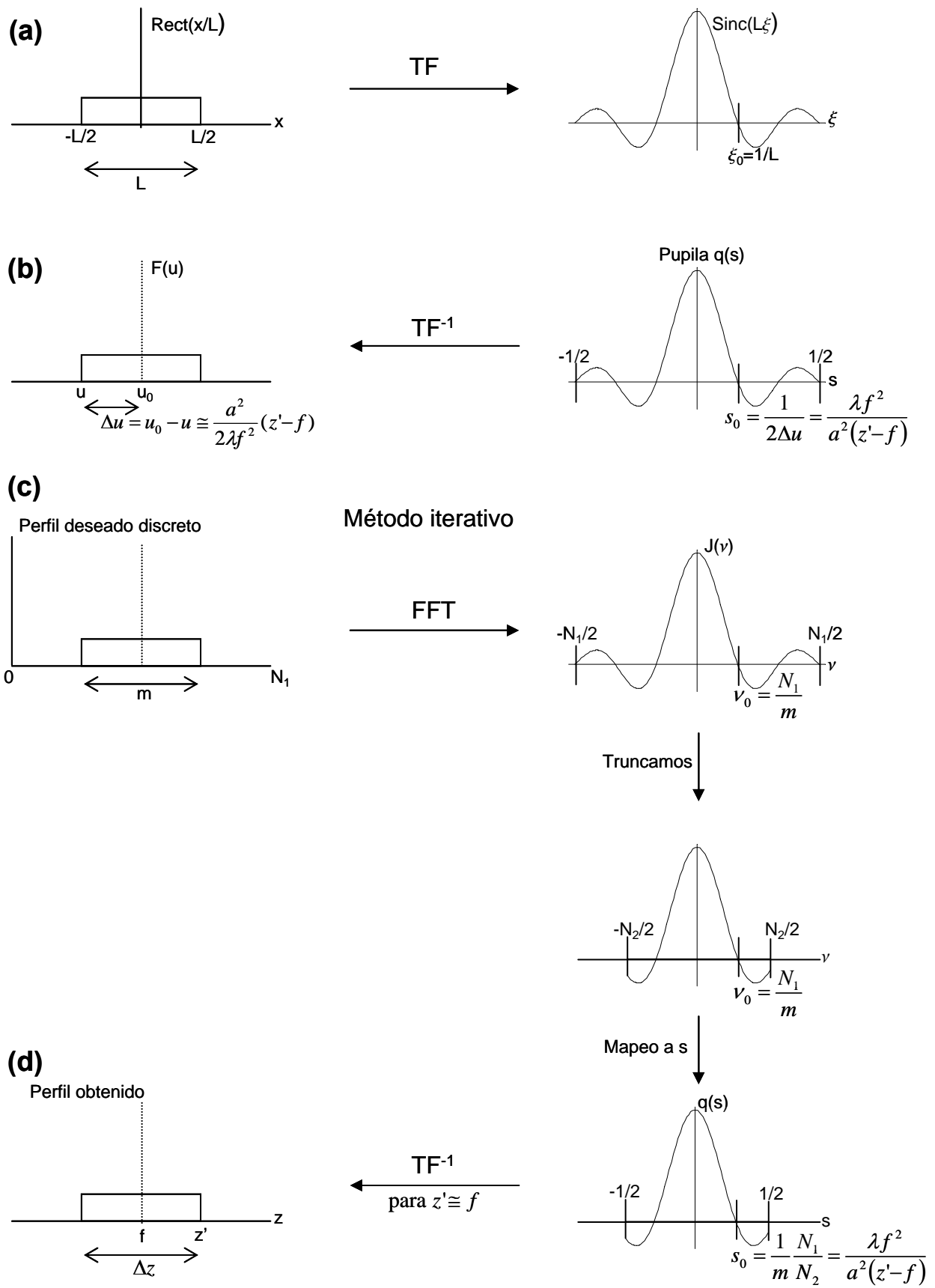


Figura 4.4. Esquema para el cálculo de la relación entre la dimensión numérica m del perfil deseado y la dimensión experimental Δz del perfil de intensidad obtenido en el eje óptico.

4.1.4 Relación entre las distancias numéricas y experimentales

A continuación calcularemos la relación entre la longitud en número de puntos m de un perfil numérico de intensidad I_d y las dimensiones experimental Δz del perfil de intensidad que se obtendrá sobre el eje óptico. Para ello consideremos una función $rect(x/L)$ definida como

$$rect(x/L) = \begin{cases} 1 & |x| < \frac{L}{2} \\ \frac{1}{2} & |x| = \frac{L}{2} \\ 0 & |x| > \frac{L}{2} \end{cases} \quad (4-3)$$

La transformada de Fourier de esta función (ver Figura 4.4a) es la función $sinc(L\xi)$, que tendrá los primeros ceros en los puntos

$$\xi_0 = \pm \frac{1}{L}. \quad (4-4)$$

Consideremos ahora una función pupila $q(s)$ -en las coordenadas $s=r^2/a^2$ -0.5 (véase el capítulo 3.3)- para obtener por difracción una distribución de amplitud rectangular, es decir, constante a lo largo de una distancia Δz . Esta pupila corresponderá a una función $sinc$. La función $q(s)$ estará definida entre $-1/2$ y $+1/2$ y su transformada de Fourier inversa (véase la expresión (3-23) del capítulo 3.3) nos dará la amplitud $F(u)$ a lo largo del eje óptico en coordenadas normalizadas u (ver Figura 4.4b), es decir:

$$F(u) \propto \int_{-\infty}^{\infty} q(s) \exp[i2\pi s(u - u_0)] ds \quad (4-5)$$

con

$$\Delta u = u_0 - u = \frac{a^2}{2\lambda} \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{z'} \right) \cong \frac{a^2}{2\lambda f^2} (z' - f) \quad (4-6)$$

para $z' \cong f$, puntos cercanos al plano de mejor imagen; siendo a el radio de la pupila, λ la longitud de onda de la luz, f la distancia de la lente al plano de mejor imagen y z' la distancia a lo largo del eje óptico.

La longitud de la función rectángulo $F(u)$ será $2\Delta u = 2(u_0 - u)$ y los primeros ceros de la función $q(s)$ corresponderán a los puntos

$$s_0 = \pm \frac{1}{2\Delta u} = \pm \frac{\lambda f^2}{a^2(z' - f)} \quad (4-7)$$

En el método iterativo utilizado, la función $q(s)$ se obtiene a partir de efectuar un mapeo a las coordenadas s de una función discreta previa $J(v)$ obtenida a partir de la FFT de la distribución de amplitud discreta correspondiente a un rectángulo de m puntos sobre una matriz unidimensional de N_1 puntos (ver Figura 4.4c).

La FFT de esta función es una función *sinc* discreta centrada sobre $v=0$ y definida entre $-N_1/2$ y $+N_1/2$, cuyos primeros ceros estarán situados en los puntos $v_0 = \pm N_1/m$.

Al aplicar las restricciones de la pupila, la función $J(v)$ se trunca en N_2 puntos y pasa a estar definida entre $-N_2/2$ y $+N_2/2$. Como los límites $v = \pm N_2/2$ corresponden a los valores límite $s = \pm 1/2$ en coordenadas s , la relación entre ambas coordenadas es $s = v/N_2$.

Como los ceros de la función *sinc* continúan correspondiendo a $v_0 = \pm N_1/m$ (ya que el truncado no ha cambiado la escala), si hacemos un mapeo a las coordenadas s de la función $J(v)$ truncada tendremos que los ceros de la nueva función $q(s)$ corresponderán a los valores

$$s_0 = \frac{1}{m} \frac{N_1}{N_2} \quad (4-8)$$

Igualando con la expresión (4-7) obtenemos

$$(z'-f) = m \frac{N_2}{N_1} \frac{\lambda f^2}{a^2} \quad (4-9)$$

La pupila $q(s)$ producirá en el eje óptico, para valores de z' cercanos a f , un perfil de amplitud rectangular de longitud Δz (ver Figura 4.4d)

$$\Delta z = 2(z'-f) = m \frac{N_2}{N_1} \frac{2\lambda f^2}{a^2} \quad (4-10)$$

La expresión relaciona las dimensiones m del perfil numérico deseado I_d con las dimensiones Δz del perfil de amplitud que se obtendrá sobre el eje óptico, en función del radio a de la pupila, la distancia f del plano de mejor imagen, la longitud de onda de la luz λ , y la relación entre el número de puntos N_1 sobre los que está definida la función I_d y el número de puntos N_2 sobre el que se trunca la función.

4.2 Codificación de funciones complejas en fase

En general la capacidad de modulación de un SLM es limitada y no abarca todo el plano complejo, por lo que es necesario utilizar este tipo de dispositivos con restricciones en el rango de modulación. En el presente trabajo utilizamos el SLM en modo de modulación sólo de fase. En óptica difractiva esto resulta muy conveniente porque mejora la eficiencia luminosa a causa a la elevada transmisión de los moduladores de luz cuando trabajan en este modo.

Para implementar las funciones complejas en un SLM de fase es necesario codificar en fase la información de amplitud. Para ello utilizamos el método de codificación descrito en [Dav99b]. El método se puede visualizar intuitivamente en la Figura 4.5. En la Figura 4.5 (a), una red de fase con una profundidad de 2π difracta toda la luz incidente hacia el primer orden de difracción. Si la profundidad de fase es de π , entonces la intensidad queda repartida principalmente entre los órdenes de difracción 0 y 1 (Figura 4.5 (b)). Variando espacialmente la profundidad de fase en el plano de la red (Figura 4.5 (c) y (d))

se puede obtener una modulación de la amplitud enviada a los diferentes órdenes de difracción.

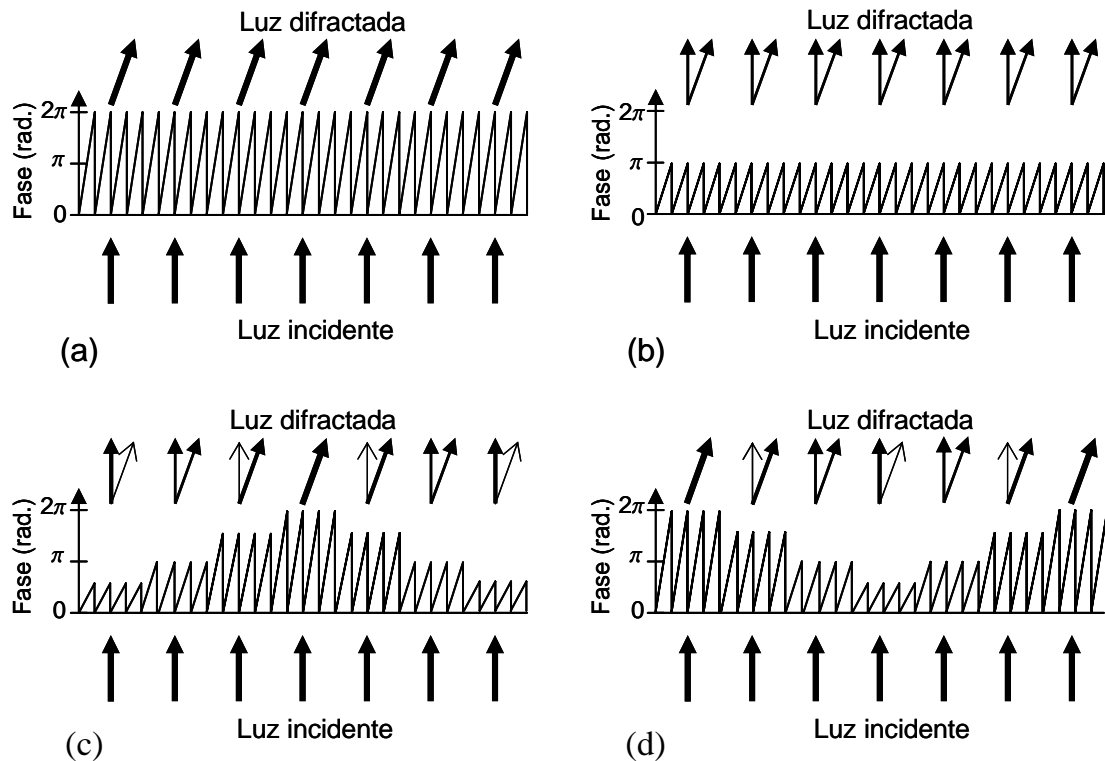


Figura 4.5 Esquema del método de codificación de la información de amplitud en un soporte de fase. Las diferentes profundidades de fase envían la luz incidente en diferente proporción hacia el orden central y hacia el primer orden de difracción. Las figuras representan redes de fase con diferentes profundidades de fase: en (a) es de 2π radianes; en (b) es de π radianes; en (c) se representa una modulación de 2π radianes en el centro y la fase decrece hacia los extremos; en (d) se representa una modulación de 2π radianes en los extremos con la fase decreciendo hacia el centro.

Consideremos que deseamos codificar en un modulador sólo de fase la función compleja

$$F(x, y) = M(x, y) \exp[i\Phi(x, y)], \quad (4-11)$$

donde $\Phi(x, y)$ representa la distribución de la fase en el plano del modulador y $M(x, y)$ representa la amplitud que deseamos codificar, con $-\pi \leq \Phi \leq \pi$ y $|M| \leq 1$.

Veremos que si generamos la siguiente función sólo de fase

$$G(x, y) = \exp[iM'(x, y)(\Phi(x, y) + \Phi_L(x, y))], \quad (4-12)$$

con $M'(x, y)$ tal que

$$\text{sinc}(M'(x, y) - 1) = M(x, y), \quad (4-13)$$

y con $-\pi \leq \Phi_L \leq \pi$, obtendremos un patrón de difracción en el plano de Fourier cuyo primer orden corresponderá a la transformada de Fourier de la función de transmisión compleja $F(x, y)$, con una separación respecto del orden central según el valor de los coeficientes de la función de fase lineal

$$\Phi_L(x, y) = ax + by \quad (4-14)$$

Efectivamente, si definimos la función

$$G(\varphi, M') = \exp(iM'\varphi), \quad (4-15)$$

con $-\pi \leq \varphi \leq \pi$ y $|M'| \leq 1$, y donde $\varphi = \Phi(x, y) + \Phi_L(x, y)$, podemos extenderla periódicamente en el rango $-\infty \leq \varphi \leq \infty$ y la función periódica resultante se podrá expandir en serie de Fourier según la expresión

$$G(\varphi, M') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_n \exp(in\varphi), \quad (4-16)$$

con

$$G_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} G \exp(-in\varphi) d\varphi = \text{sinc}(M'-n). \quad (4-17)$$

Si implementamos la función G en el modulador, la aportación para el orden 1 de difracción vendrá dada por la amplitud y la fase del término de la serie de Fourier para $n=1$, es decir:

$$G|_{n=1}(\varphi, M') = \text{sinc}(M'-1)\exp(i\varphi). \quad (4-18)$$

Si hemos definido M' de manera que

$$\text{sinc}(M'-1) = M \quad (4-19)$$

entonces el término $n=1$ corresponderá a la función compleja $F(x,y)$, salvo una fase lineal Φ_L :

$$G|_{n=1}(\varphi, M') = M(x, y) \exp[i(\Phi(x, y) + \Phi_L(x, y))] = F(x, y) \exp[i\Phi_L(x, y)] \quad (4-20)$$

La fase lineal provoca un desplazamiento lateral de la transformada de Fourier. En consecuencia, al incrementar el coeficiente de la fase lineal, el desplazamiento de los órdenes de difracción respecto al orden central aumenta y se puede conseguir que los diferentes órdenes aparezcan disjuntos.

Por consiguiente, en el orden 1 del plano de difracción, separado del orden central por una distancia proporcional al coeficiente de la fase lineal Φ_L , obtendremos la transformada de Fourier de la función compleja $F(x,y)$ que queríamos implementar.

El proceso completo de codificación en fase de pupilas complejas para su implementación en el modulador se muestra esquemáticamente en la Figura 4.6. Una vez obtenidas las funciones bidimensionales de amplitud y de fase de la pupila compleja por el método iterativo expuesto en el apartado 4.1, se representa la fase módulo 2π . A continuación se combinan amplitud y fase en una sola matriz de valores de fase, según el método explicado en el presente apartado. En la parte superior derecha de la Figura 4.6 se muestra el resultado de la codificación en fase para la pupila compleja. Una vez codificada en fase, la función se adapta a la respuesta del modulador según el polinomio de ajuste (*Look Up Table*) obtenido experimentalmente, descrito en el apartado 2.3. Mediante esta adaptación el valor de voltaje o nivel de gris enviado a cada celda del modulador se traduce en el valor de fase más cercano posible al valor deseado.

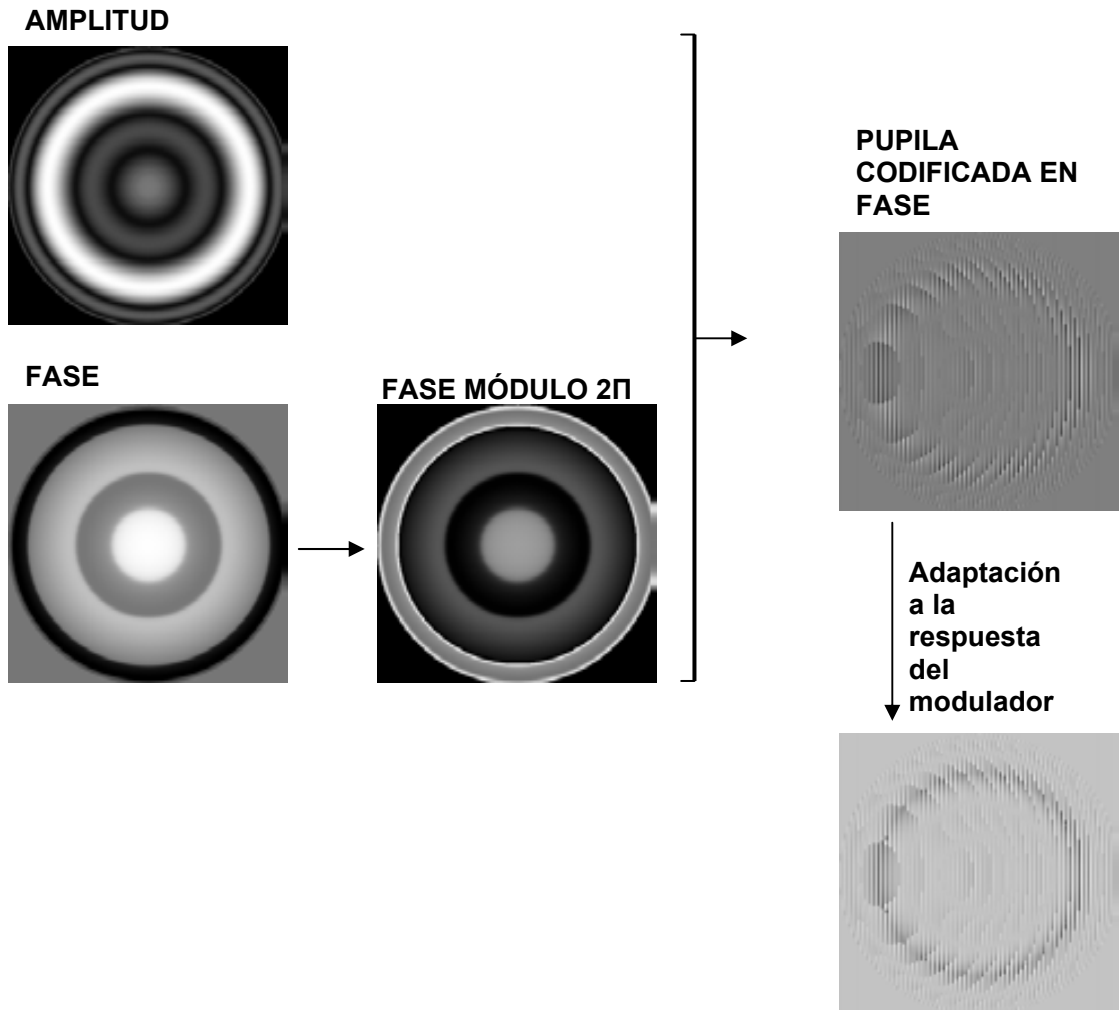


Figura 4.6. Esquema del proceso de codificación en fase de una pupila compleja para su implementación en el modulador. La fase de la pupila compleja se representa módulo 2π y se combina con la amplitud en una sola matriz de valores de fase según el método explicado en este apartado. Finalmente, los valores de fase se adaptan a la respuesta del modulador, según se describe en el apartado 2.3.

4.3 Resultados experimentales

Se ha realizado el montaje experimental de la Figura 4.7.

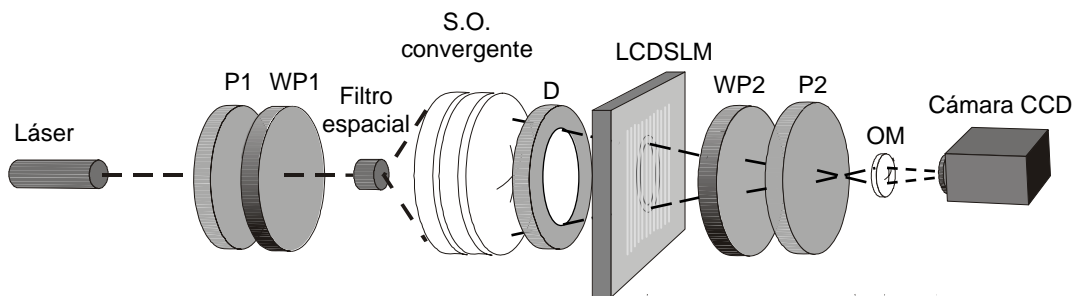


Figura 4.7. Montaje experimental utilizado para las experiencias con una fuente puntual y un sistema óptico convergente.

Un haz láser de 458nm incide de izquierda a derecha. Las posiciones de las láminas retardadoras (WP1 y WP2) y de los polarizadores lineales (P1 y P2) son las adecuadas para obtener una configuración de modulación sólo de fase en el modulador SONY LCX012BL (LCDSLM) según se expone en el apartado 2.3.

La luz atraviesa un sistema óptico convergente (SO), un objetivo fotográfico zoom Nikon, que forma la imagen del filtro espacial puntual a unos 100 cm de la última superficie del sistema ($f=75\text{cm}$) y aproximadamente a 73 cm del modulador. Un diafragma D establece una pupila de 16,5 mm de diámetro, equivalente a 400 píxeles del modulador. Un objetivo de microscopio (OM) proyecta la imagen de la zona de interés de un plano perpendicular al eje óptico sobre una cámara CCD modelo PCO 2000 que la registra digitalmente, con un rango de 16.384 niveles de gris (14 bits). Este rango de niveles de gris permite registrar variaciones muy pequeñas de intensidad respecto a la intensidad de fondo.

Se han codificado en fase, mediante el método expuesto en el apartado 4.2, las pupilas complejas obtenidas por el método iterativo descrito en el apartado 4.1. Las funciones de pupila codificadas se han adaptado a la curva de modulación del LCDSLM descrita en el apartado 2.3 y se han enviado al modulador.

Para obtener el perfil de intensidad se han capturado las imágenes proporcionadas por el objetivo de microscopio, tomadas a diferentes distancias de la lente desplazando el OM y la cámara a lo largo del eje correspondiente al orden 1 de difracción, y se ha medido el valor de la intensidad en la región central de cada imagen.

En el apartado 3.3 se mostró que la aproximación $z' \cong f$, considerar valores cercanos al plano de mejor imagen, introduce un error en la función $F'(u)$ de la amplitud obtenida a lo largo del eje de $1 - f/z$, que en la PSF se propaga como $1 - f^2/z'^2$. Para los valores de z' y f que se han tomado en las experiencias que se describen a continuación, el error máximo en la PSF debido a esta aproximación, para puntos alejados 4 cm de f , es de un 8%.

4.3.1 Pupila uniforme

En los siguientes subapartados se exponen los resultados experimentales obtenidos con diferentes pupilas que se han generado para obtener perfiles de intensidad a lo largo del eje. Con el fin de poder analizar esos resultados, se ha medido experimentalmente el perfil de intensidad a lo largo del eje para una pupila uniforme, es decir, para el caso en que no se introduce ninguna función de transmisión en la pupila y que correspondería a la PSF del sistema óptico convergente.

Como las pupilas de transmisión no uniforme se codifican en fase por el método descrito en el apartado 4.2, se ha codificado también en fase por el mismo método una pupila uniforme y se ha obtenido la PSF en la dirección del primer orden de difracción de la red de fase, con el fin de poder comparar su respuesta con la de las pupilas de transmisión no uniforme. En adelante, entenderemos por eje la dirección del primer orden de difracción que produce la fase lineal en la codificación de fase.

En la Figura 4.8 se muestra la pupila uniforme codificada en fase y enviada al modulador. Las líneas verticales corresponden a discontinuidades provocadas por la representación módulo 2π de una fase lineal que separa horizontalmente los órdenes de difracción. En este trabajo se ha utilizado un coeficiente para la fase lineal de modo que el período de la red de fase mostrada en la figura es de 6 píxeles en el modulador. La apertura cuadrada representada en la figura y enviada al modulador está limitada en el sistema óptico por la apertura circular del diafragma D de la Figura 4.7.

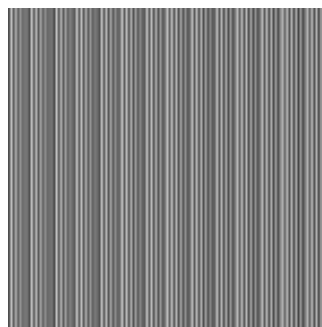


Figura 4.8. Pupila uniforme codificada en fase por el método de codificación descrito en el apartado 4.2.

La Figura 4.9 es una muestra del conjunto de PSF capturadas experimentalmente a diferentes distancias del modulador. El valor z representa la posición a lo largo del eje óptico respecto a la posición del plano de mejor imagen ($z=0$). Los valores positivos corresponden a posiciones más alejadas del sistema óptico que el plano de mejor imagen, y los valores negativos a las posiciones más cercanas que el plano de mejor imagen. Este criterio se mantendrá a lo largo de todos los resultados experimentales mostrados en este trabajo. Las imágenes han sido obtenidas mediante un objetivo de microscopio y tienen 0,3 mm de lado.

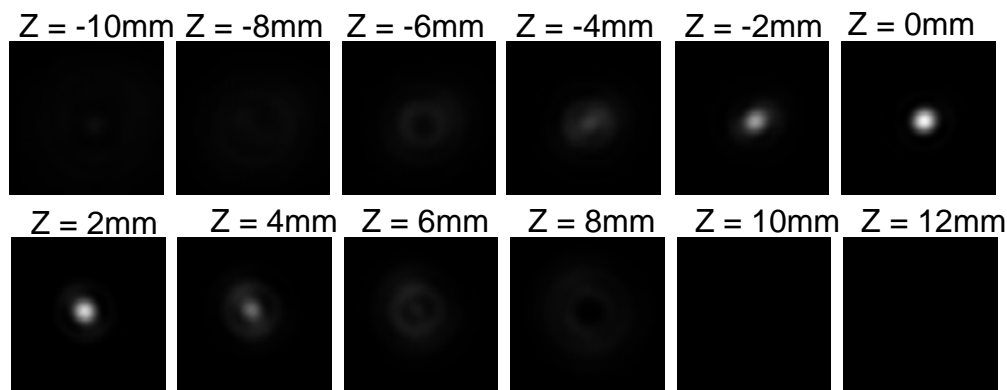


Figura 4.9. PSF capturadas experimentalmente a diferentes distancias del modulador para una pupila uniforme.

En la Figura 4.10 se muestra el perfil de intensidad a lo largo del eje. Los valores de intensidad se han normalizado respecto al valor máximo. Corresponde a una función $\text{sinc}^2(z)$ centrada en el punto de mejor imagen, que obedece al módulo al cuadrado de la transformada de Fourier de una función de pupila constante a lo largo del radio. La profundidad de foco, a partir de la medida de la anchura del pico a la mitad de la altura (FWHM, del inglés *Full Width at Half Maximum*), es de unos 8 mm.

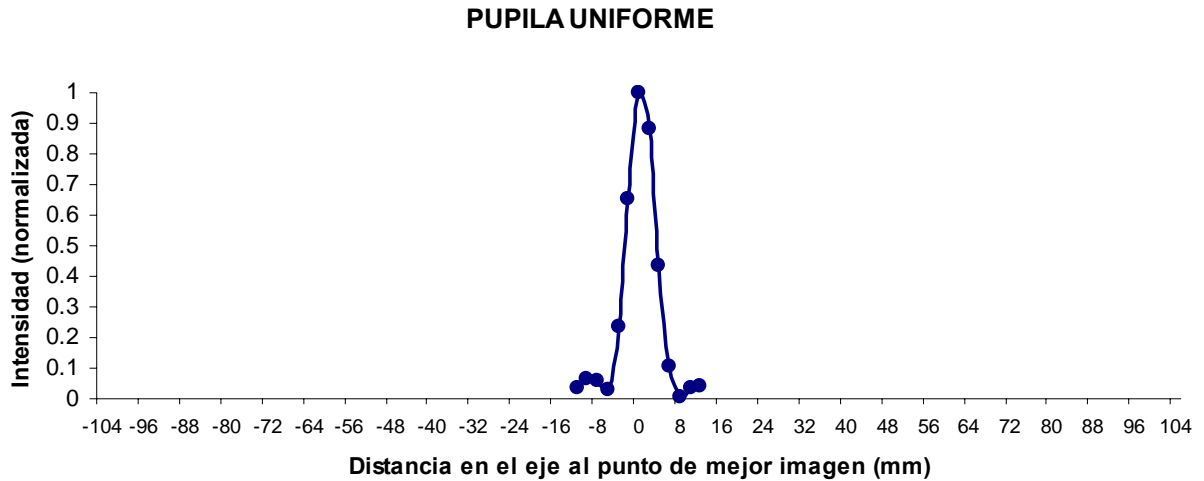


Figura 4.10. Valores experimentales de la intensidad a lo largo del eje del primer orden de difracción para una pupila uniforme codificada en fase.

4.3.2 Perfiles rectangulares de diferentes anchuras

Siguiendo los pasos explicados en los apartados 4.1 y 4.2 se han generado pupilas para obtener perfiles de intensidad rectangulares de anchuras cada vez menores a lo largo del eje ($m=15, 11, 7, 5, 3$ y 2 puntos). Esto tiene como resultado una reducción gradual de la profundidad de foco del sistema. En las siguientes figuras (Figura 4.11 a Figura 4.22) se muestran los resultados experimentales para cada uno de los perfiles rectangulares. En los apartados (a) se representan la amplitud y la fase de la función radial de cada pupila en coordenadas s , obtenidas después de 1000 iteraciones, según el método explicado en el apartado 4.1. El origen del eje de ordenadas corresponde al centro de la pupila. La representación bidimensional de la amplitud y la fase de cada pupila se muestra en los apartados (b) de las figuras. Los apartados (c) corresponden a las pupilas codificadas en fase por el método explicado en el apartado 4.2. El perfil de intensidad numérico obtenido con cada una de esas pupilas se muestra en los apartados (d) de las figuras. Como se verá en cada caso, las dimensiones experimentales de los perfiles a lo largo del eje obedecen a la ecuación (4-10), que relaciona las distancias del perfil experimental con las del perfil numérico. Para cada una de las pupilas también se presenta una muestra del conjunto de PSF capturadas experimentalmente a diferentes distancias del modulador, así como el perfil de intensidad experimental obtenido a lo largo del eje.

Rectángulo 15 puntos de anchura

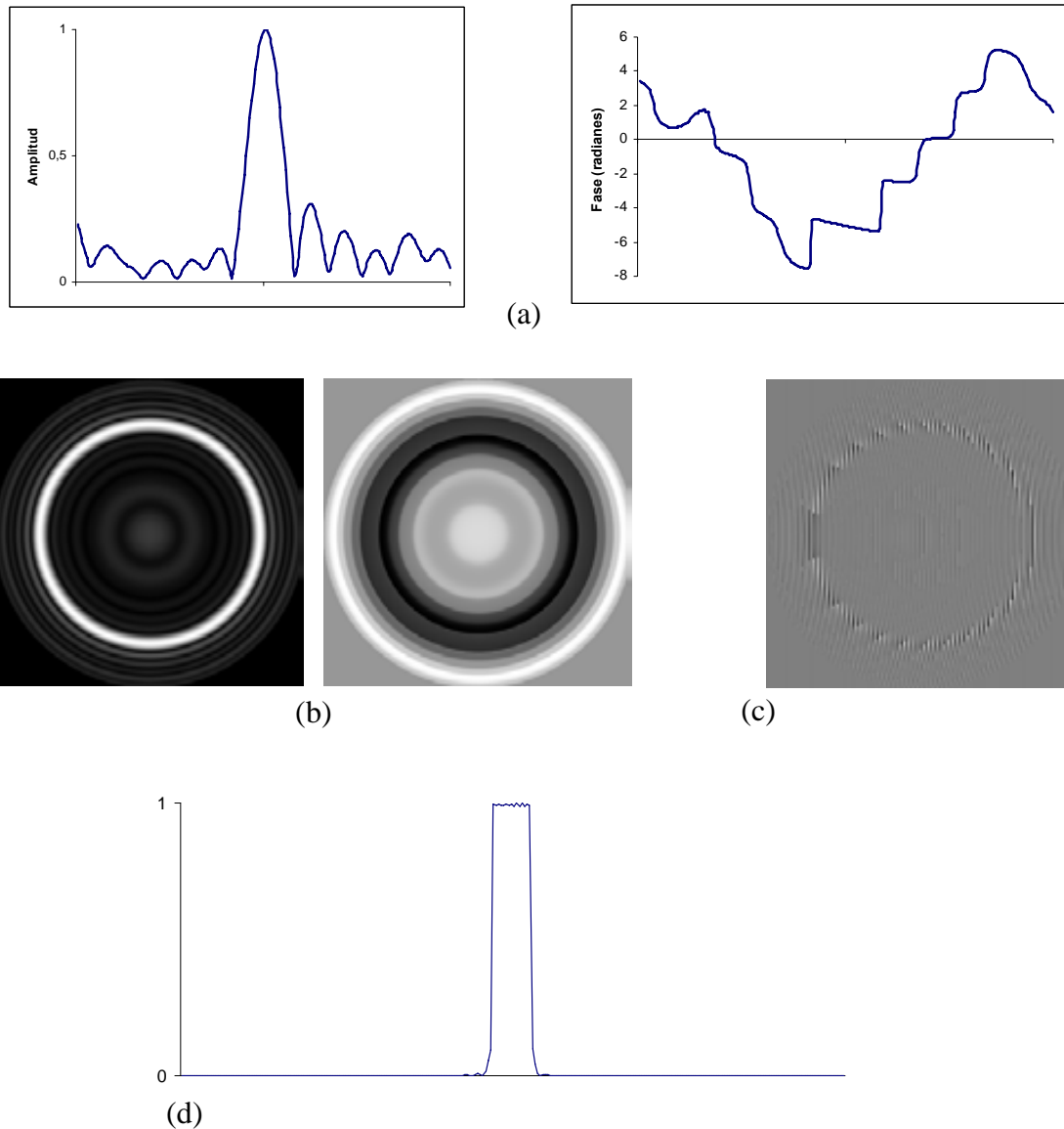


Figura 4.11. Generación de un perfil rectangular de $m=15$ puntos de anchura: (a) Amplitud y fase de la función de pupila $q(s)$; (b) representación bidimensional de la amplitud y de la fase de la pupila en coordenadas r ; (c) pupila codificada en fase; y (d) perfil de intensidad numérico obtenido con esa pupila.

En la Figura 4.11 (a) se observa cómo la función de pupila en coordenadas s corresponde a la transformada de Fourier del perfil rectangular que se muestra en el apartado (d). En este caso corresponde a una función *sinc*. Nótese que los pasos a valores negativos están representados por los saltos en π radianes en la fase.

Rectángulo 15 puntos de anchura

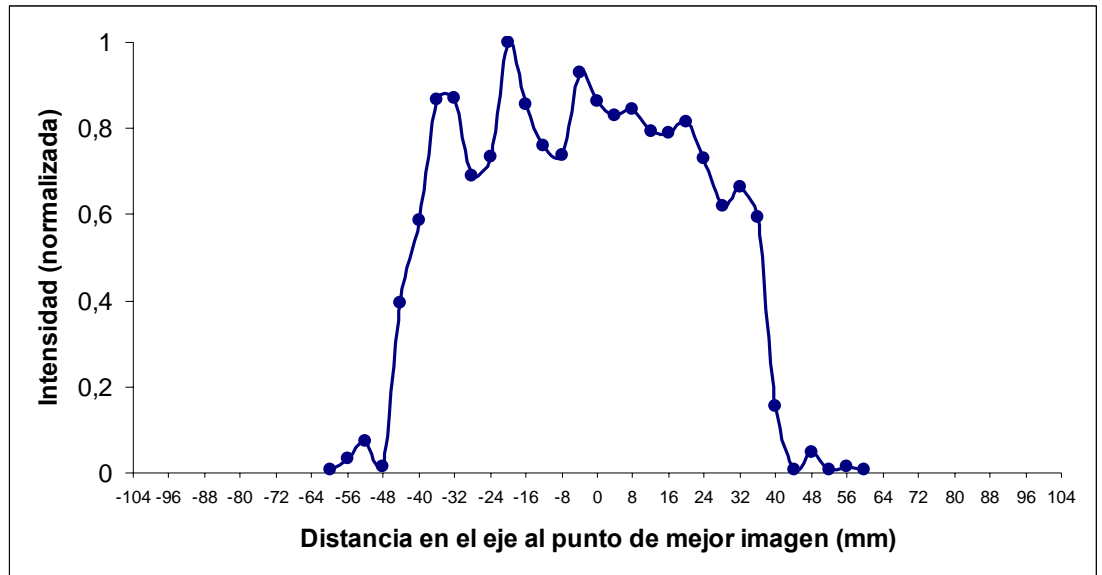
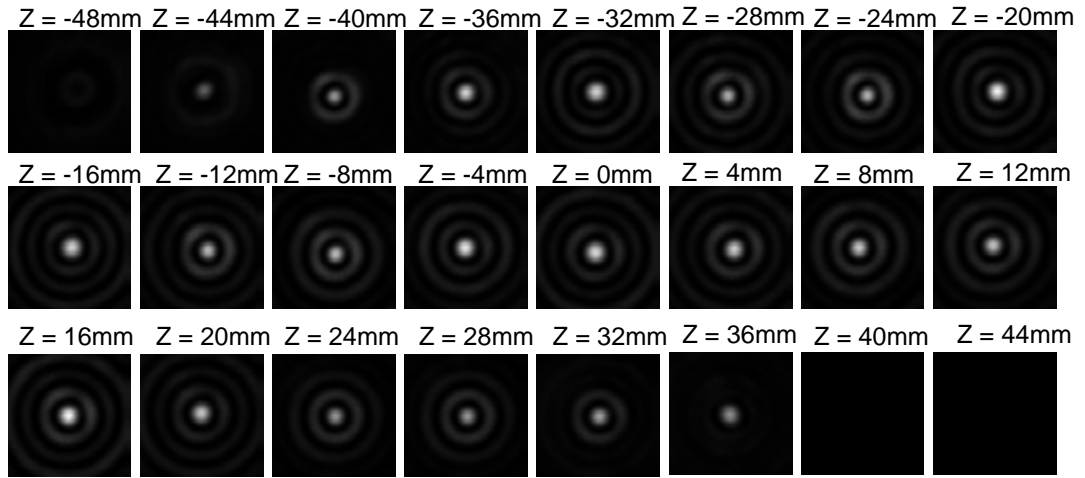


Figura 4.12. Perfil rectangular de $m=15$ puntos de anchura: PSF experimentales a diferentes distancias del plano de mejor imagen (arriba) y valores experimentales de la intensidad en el eje (abajo).

Las PSF experimentales a distintas distancias del plano de mejor imagen se muestran en la Figura 4.12. Se aprecia un efecto hiperresolvente en los planos transversales desenfocados donde se fuerza que la intensidad en el eje sea elevada, en comparación con las imágenes obtenidas para las PSF con la pupila uniforme. También se representa la distribución de intensidad a lo largo del eje. Se observa un perfil con un FWHM de 8cm. Aplicando la ecuación (4-10) obtenemos una anchura teórica de $\Delta z = 8,87$ cm, en concordancia con el valor experimental.

Rectángulo 11 puntos de anchura

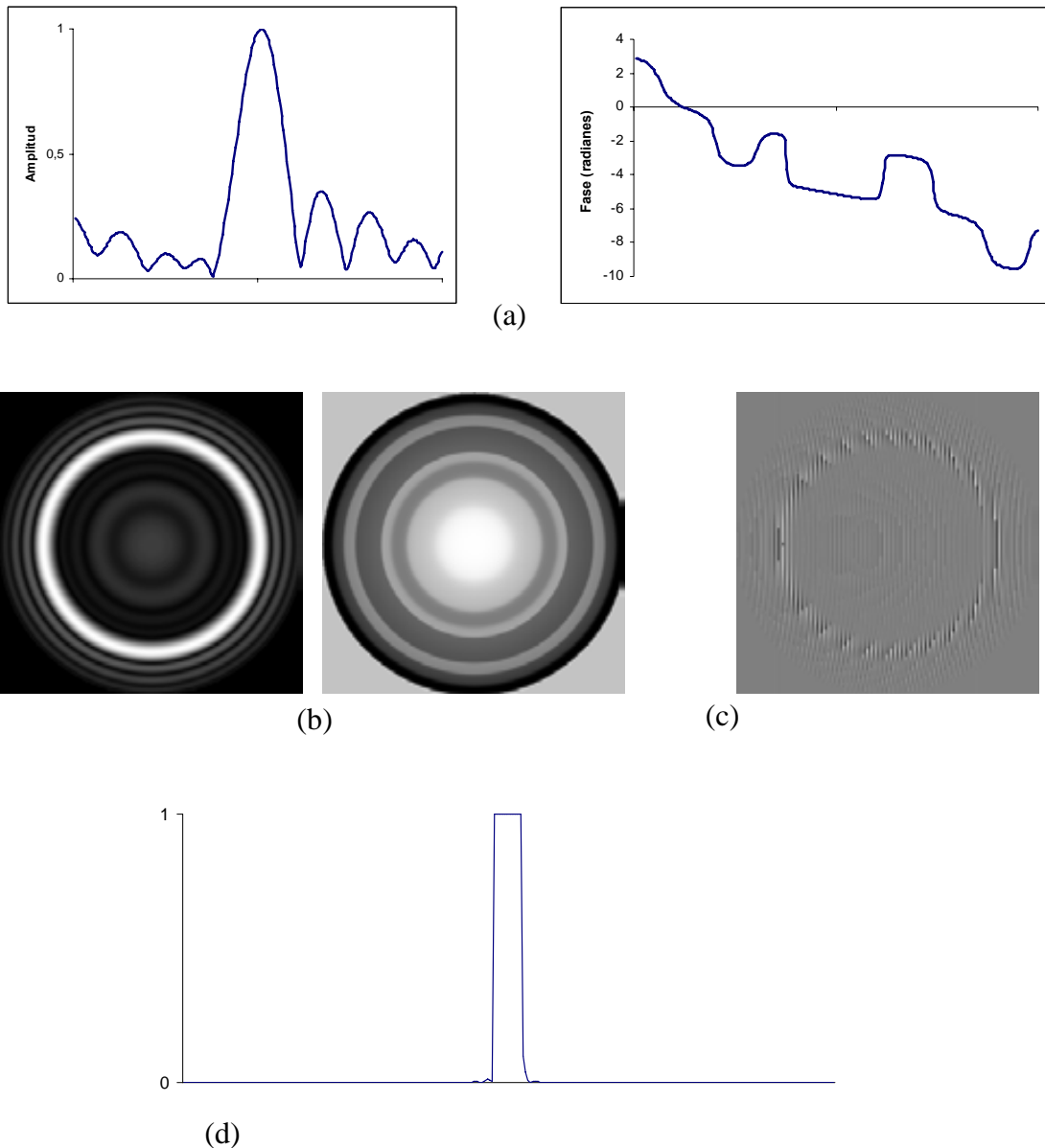


Figura 4.13. Generación de un perfil rectangular de $m=11$ puntos de anchura: (a) Amplitud y fase de la función de pupila $q(s)$; (b) representación bidimensional de la amplitud y de la fase de la pupila en coordenadas r ; (c) pupila codificada en fase; y (d) perfil de intensidad numérico obtenido con esa pupila.

En el caso del rectángulo de 11 puntos de anchura, la Figura 4.13 (a) y (d) muestra cómo, para estrechar la función rectángulo a lo largo del eje óptico disminuye el número de lóbulos de la función *sinc* en la pupila. La fase lineal que aparece en la fase representada en la Figura 4.13 (a) corresponde a un ligero descentrado del perfil rectangular. Comparando la Figura 4.14 con la Figura 4.12 se aprecia la disminución de la anchura del rectángulo a lo largo del eje. La anchura experimental es de 6 cm, para un valor teórico de $\Delta z=6,51$ cm.

Rectángulo 11 puntos de anchura

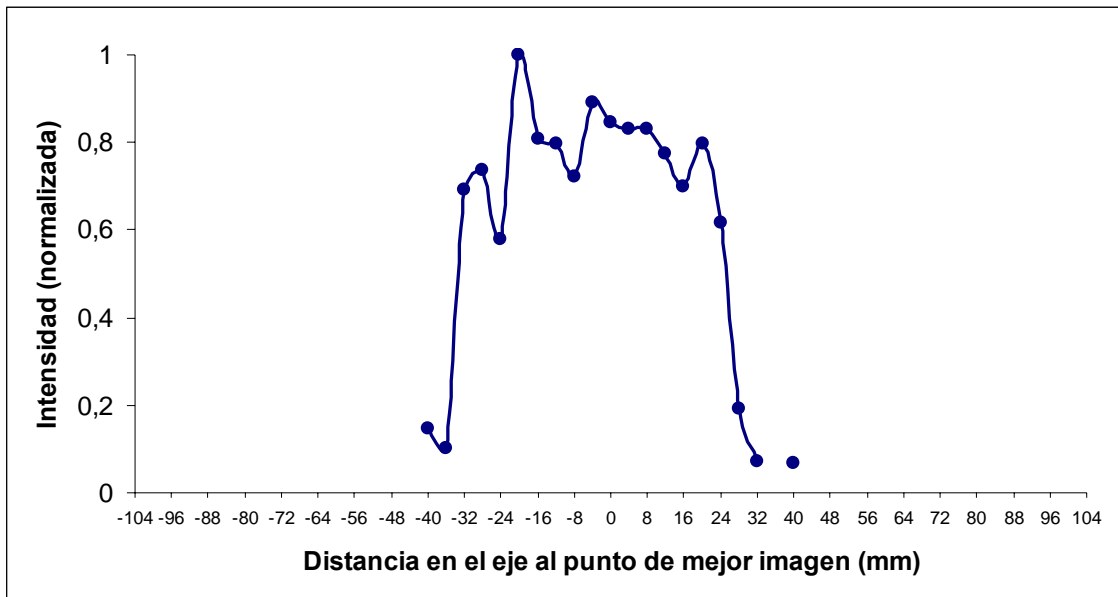
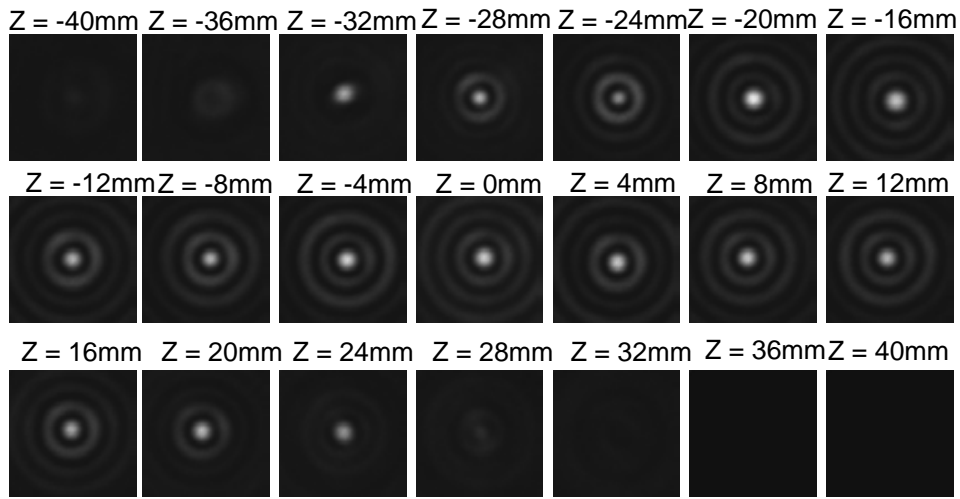


Figura 4.14. Perfil rectangular de $m=11$ puntos de anchura: PSF experimentales a diferentes distancias del plano de mejor imagen (arriba) y valores experimentales de la intensidad en el eje (abajo).

Para grandes profundidades de foco, como es el caso de los perfiles rectangulares de 11 y 15 puntos de anchura, se puede apreciar cómo la transmisión de la pupila en amplitud tiende a una apertura anular, un tipo de pupila que produce un incremento de la profundidad de foco (Figura 4.11(b) y Figura 4.13(b)). En estos casos se producen oscilaciones de intensidad a lo largo del eje de entre un 30% y un 40% (Figura 4.12 y Figura 4.14).

Rectángulo 7 puntos de anchura

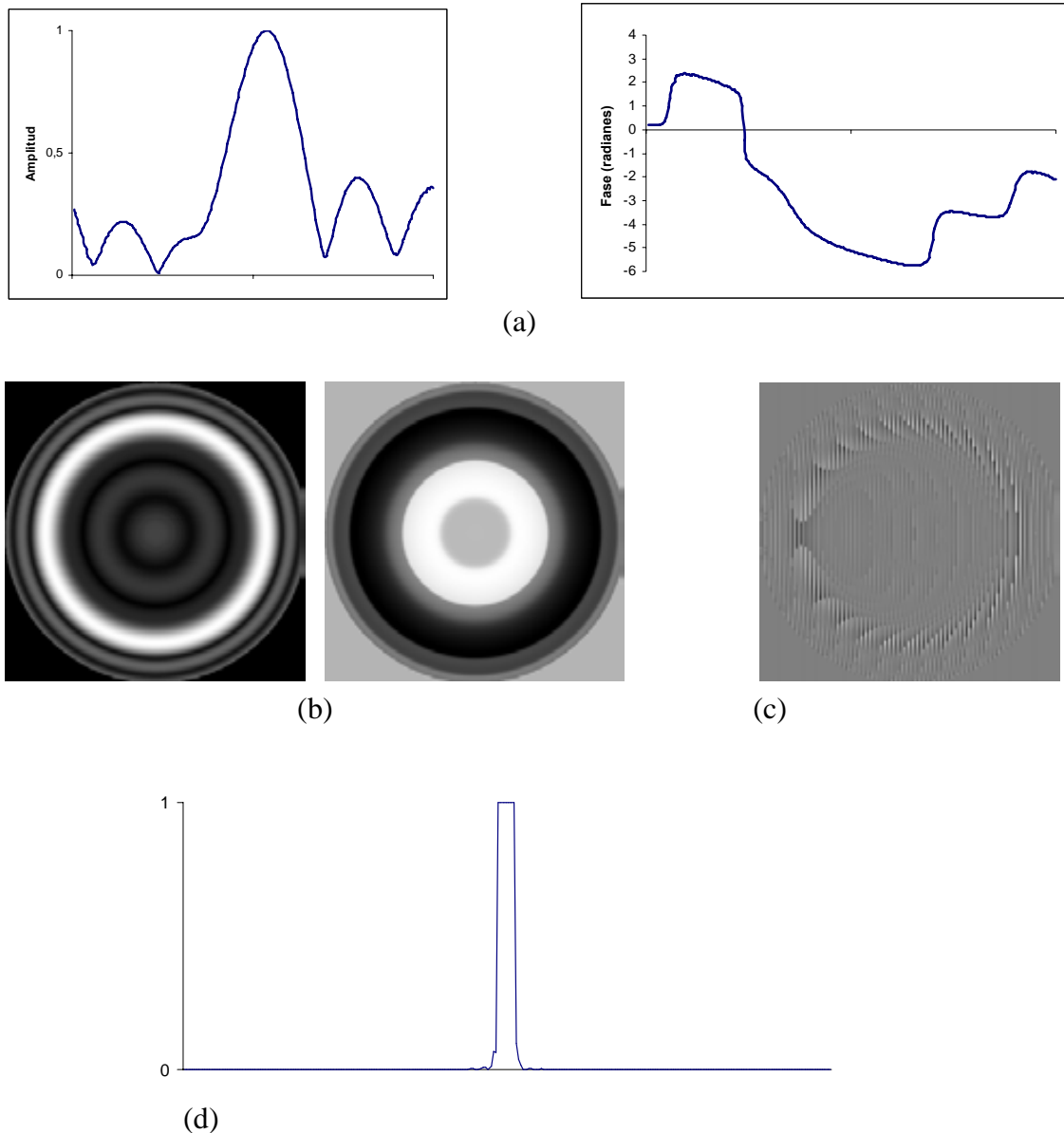


Figura 4.15. Generación de un perfil rectangular de $m=7$ puntos de anchura: (a) Amplitud y fase de la función de pupila $q(s)$; (b) representación bidimensional de la amplitud y de la fase de la pupila en coordenadas r ; (c) pupila codificada en fase; y (d) perfil de intensidad numérico obtenido con esa pupila.

En la Figura 4.15 (a) se muestran la amplitud y la fase de la función pupila para generar un perfil de intensidad que corresponde a un rectángulo de 7 puntos de anchura. A medida que disminuimos la anchura del perfil rectangular a lo largo del eje, la función *sinc* de la pupila tiene cada vez más espaciados los lóbulos laterales y, por lo tanto, el número de lóbulos que entran en las dimensiones de la pupila decrece.

Rectángulo 7 puntos de anchura

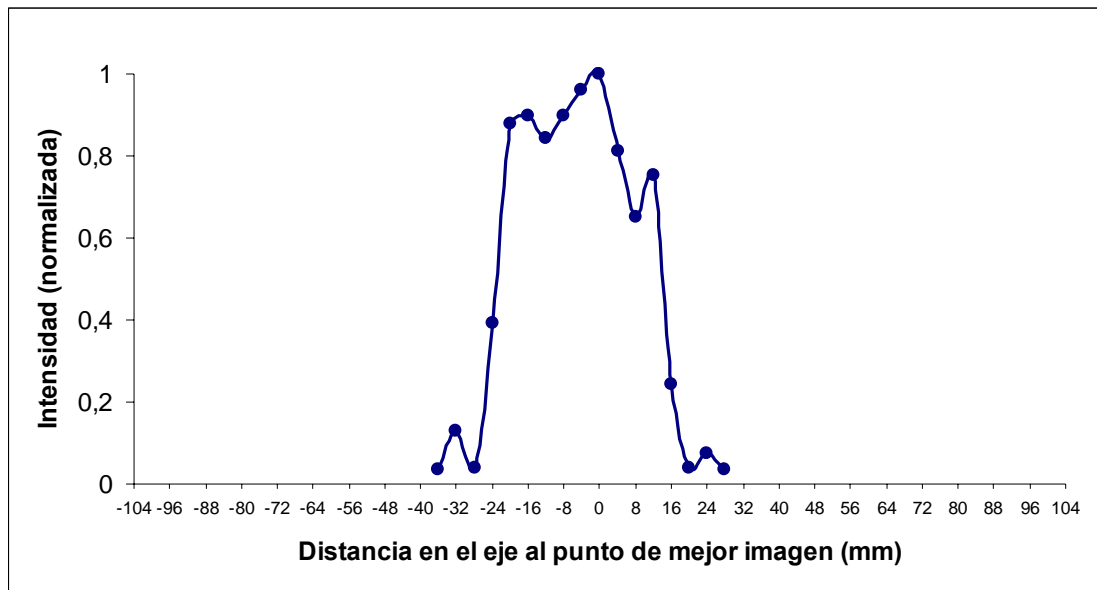
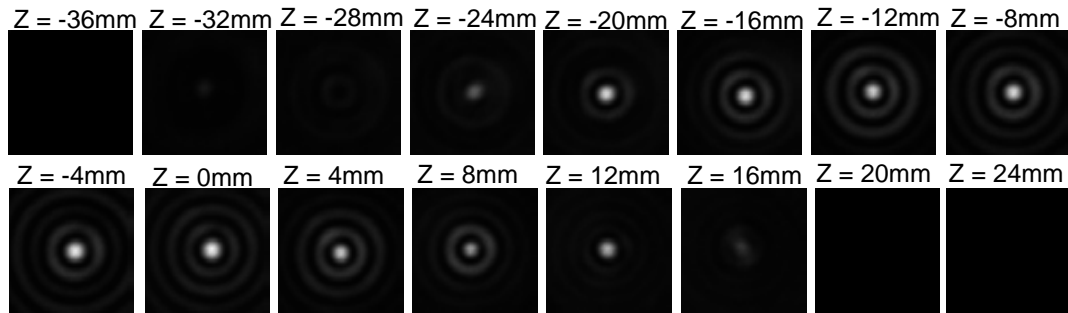


Figura 4.16. Perfil rectangular de $m=7$ puntos de anchura: PSF experimentales a diferentes distancias del plano de mejor imagen (arriba) y valores experimentales de la intensidad en el eje (abajo).

A medida que disminuye la profundidad de foco, conforme se reduce la longitud del perfil rectangular deseado, las oscilaciones en el perfil de intensidad a lo largo del eje se van atenuando. En el perfil de intensidad de la Figura 4.16 (en la parte inferior) todavía se aprecian oscilaciones, pero el resultado es más uniforme que el obtenido para un rectángulo de 11 puntos. El FWHM es de unos 4 cm, mientras que la anchura teórica es de $\Delta z=4,14$ cm. En la parte superior de la misma figura se muestran las PSF experimentales, y se observa el efecto hiperresolvente en los planos desenfocados.

Rectángulo 5 puntos de anchura

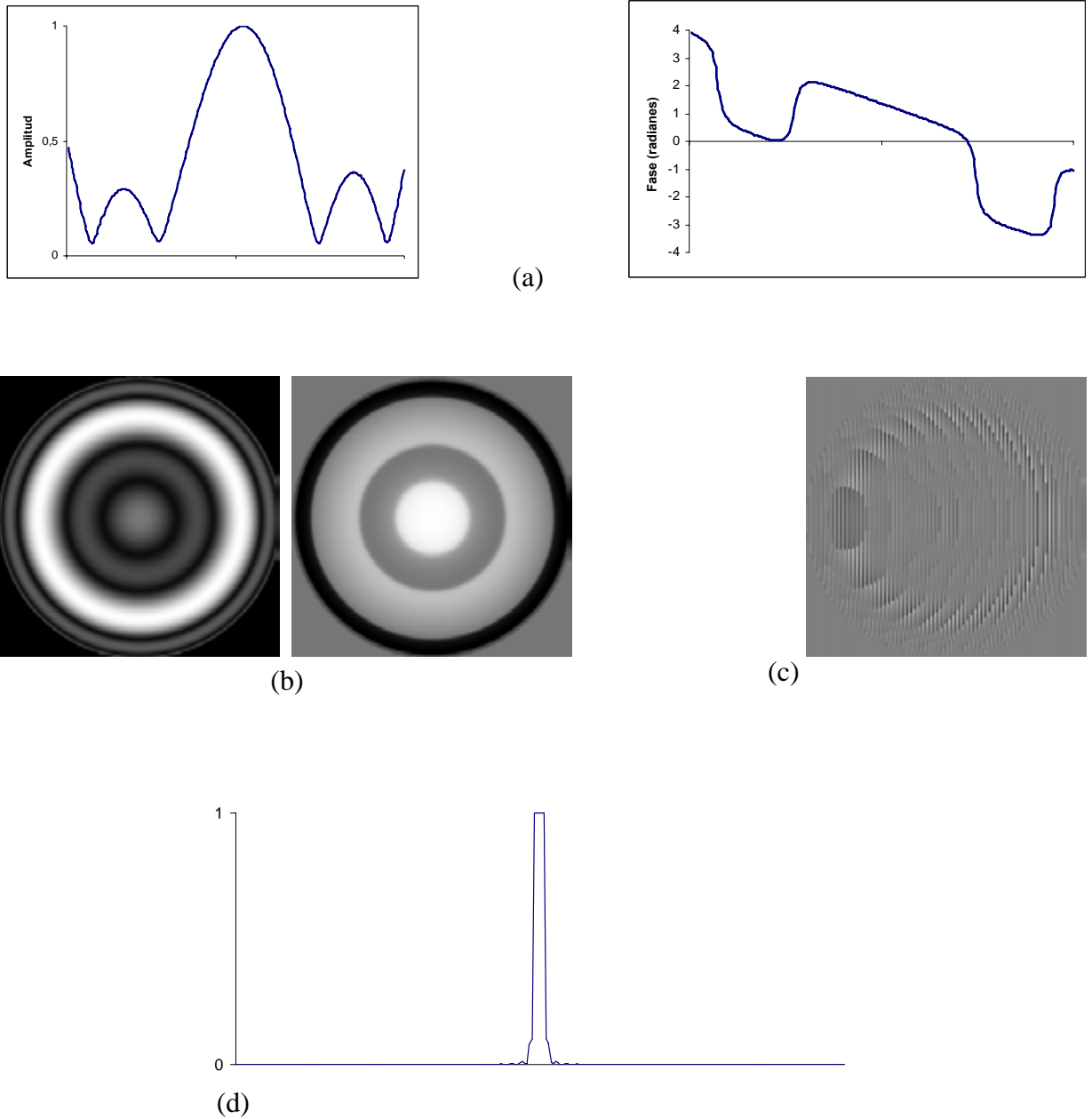


Figura 4.17. Generación de un perfil rectangular de $m=5$ puntos de anchura: (a) Amplitud y fase de la función de pupila $q(s)$; (b) representación bidimensional de la amplitud y de la fase de la pupila en coordenadas r ; (c) pupila codificada en fase; y (d) perfil de intensidad numérico obtenido con esa pupila.

En el caso del rectángulo de 5 puntos de anchura se observa un ligero incremento del espaciado de los lóbulos laterales en la función *sinc* correspondiente a la amplitud de la función pupila (Figura 4.17 (a)), respecto a las pupilas anteriores, que producen mayor profundidad de foco.

Rectángulo 5 puntos de anchura

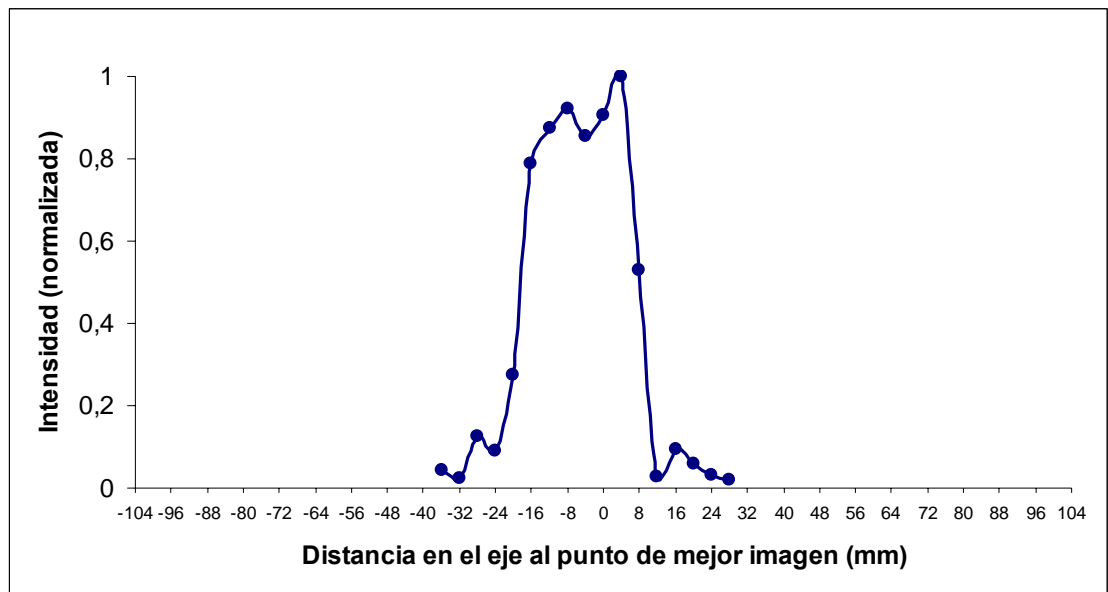
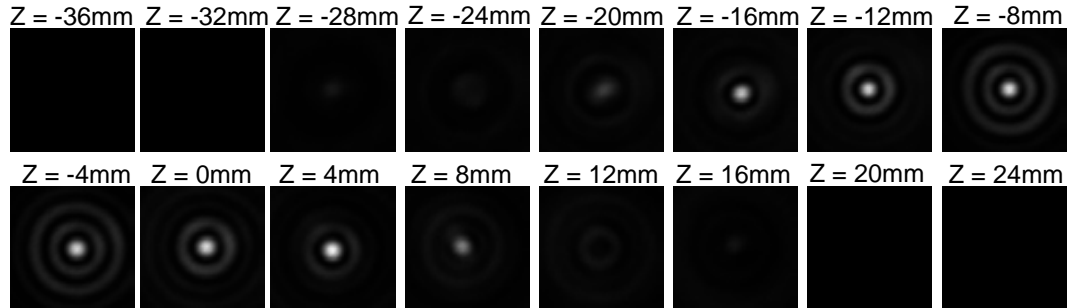


Figura 4.18. Perfil rectangular de $m=5$ puntos de anchura: PSF experimentales a diferentes distancias del plano de mejor imagen (arriba) y valores experimentales de la intensidad en el eje (abajo).

La disminución en la profundidad de foco que produce esta pupila se aprecia en el perfil de intensidad experimental que se muestra la parte inferior de la Figura 4.18. En este caso el FWHM es de 3cm y la anchura teórica es de $\Delta z=2,96\text{cm}$. La parte superior de la figura muestra las PSF experimentales obtenidas en planos transversales a diferentes distancias del plano de mejor imagen.

Rectángulo 3 puntos de anchura

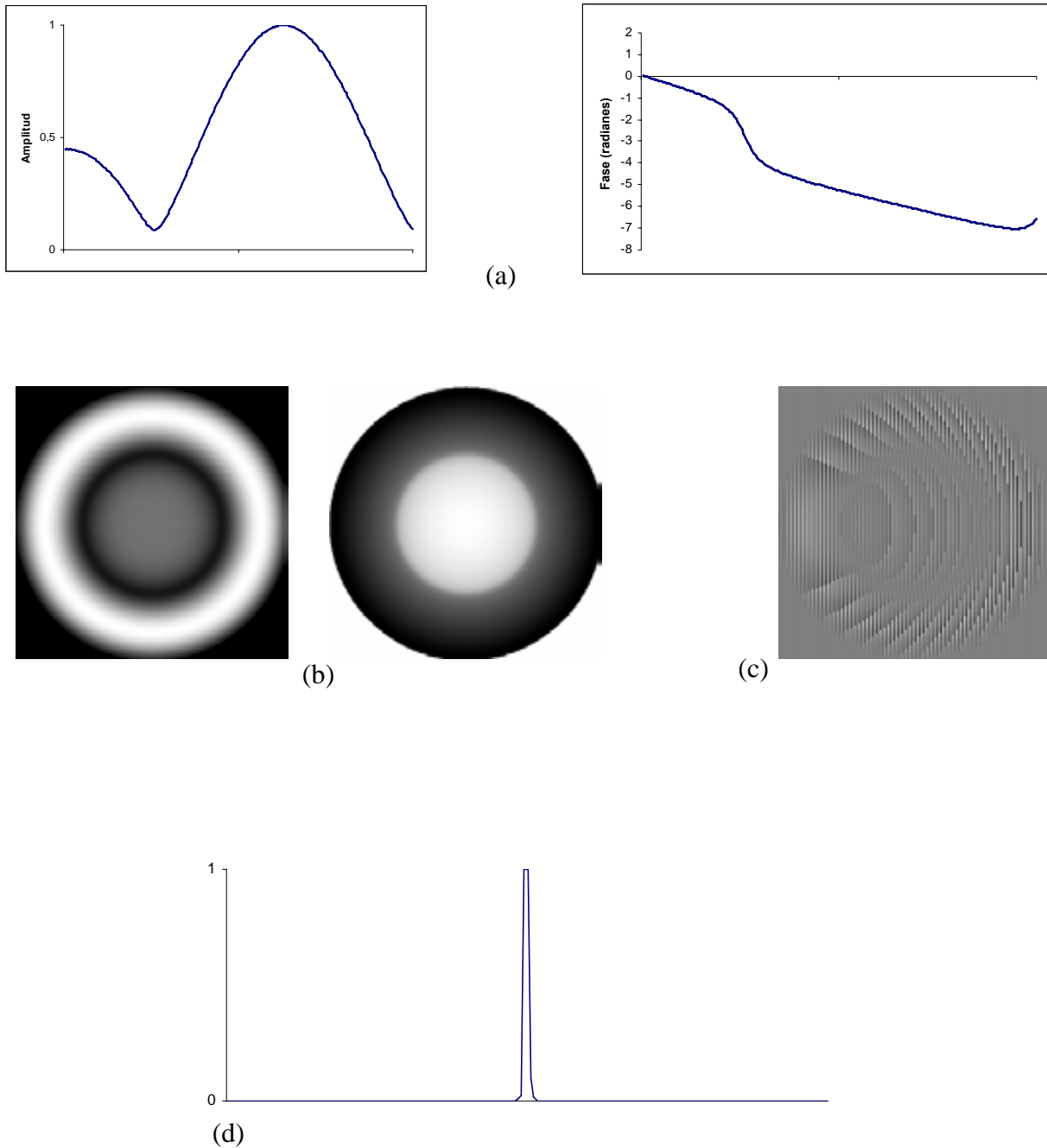


Figura 4.19. Generación de un perfil rectangular de $m=3$ puntos de anchura: (a) Amplitud y fase de la función de pupila $q(s)$; (b) representación bidimensional de la amplitud y de la fase de la pupila en coordenadas r ; (c) pupila codificada en fase; y (d) perfil de intensidad numérico obtenido con esa pupila.

La Figura 4.19 y la Figura 4.20 muestran respectivamente las funciones pupila y los resultados experimentales para el perfil rectangular de 3 puntos de anchura. En la Figura 4.19 (a) todavía se aprecia un lóbulo lateral de la función *sinc*, pero se

Rectángulo 3 puntos de anchura

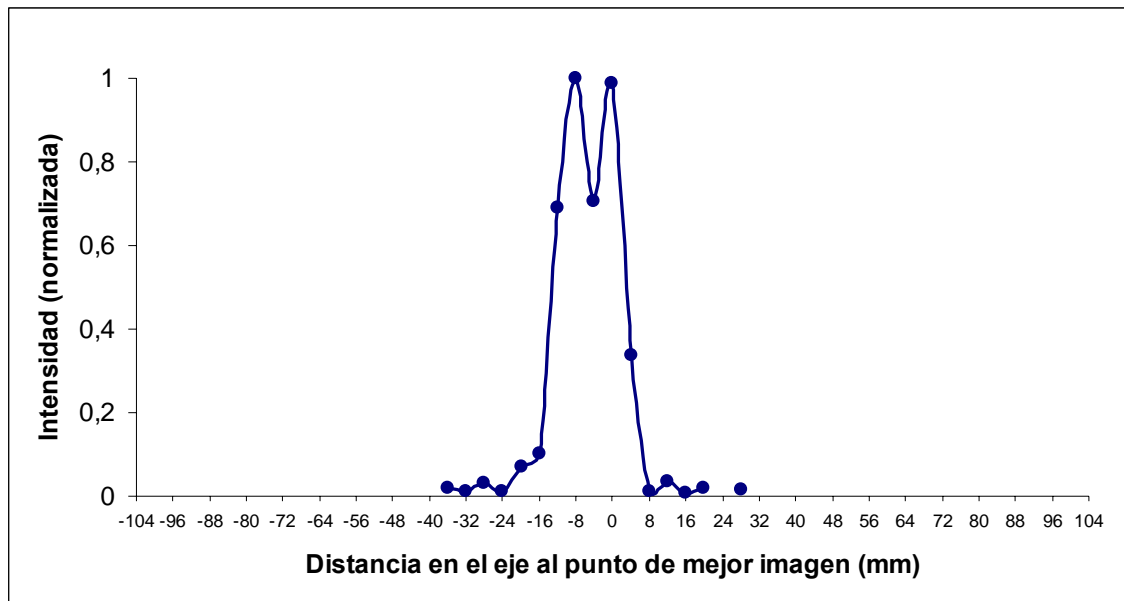
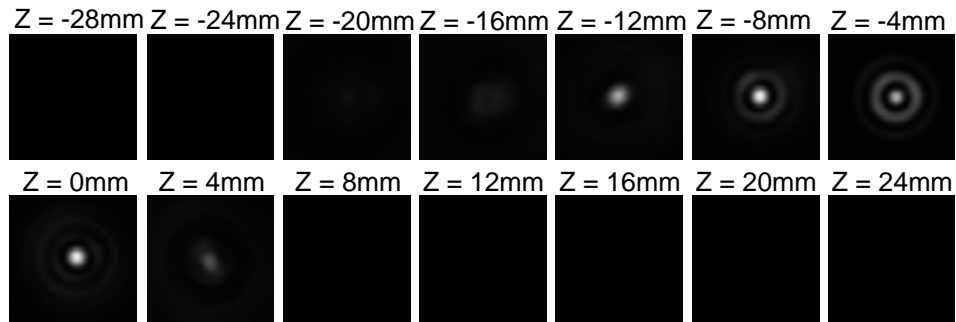


Figura 4.20. Perfil rectangular de $m=3$ puntos de anchura: PSF experimentales a diferentes distancias del plano de mejor imagen (arriba) y valores experimentales de la intensidad en el eje (abajo).

observa que las restricciones en las dimensiones de la pupila limitan claramente la función a implementar. Como es de esperar, el perfil de intensidad obtenido experimentalmente (Figura 4.20 inferior), es más estrecho que en los casos anteriores, para las pupilas diseñadas para obtener perfiles correspondientes a rectángulos de mayor longitud. El FWHM es de 1,6 cm y la anchura teórica correspondiente es de $\Delta z=1,77$ cm.

Rectángulo 2 puntos de anchura

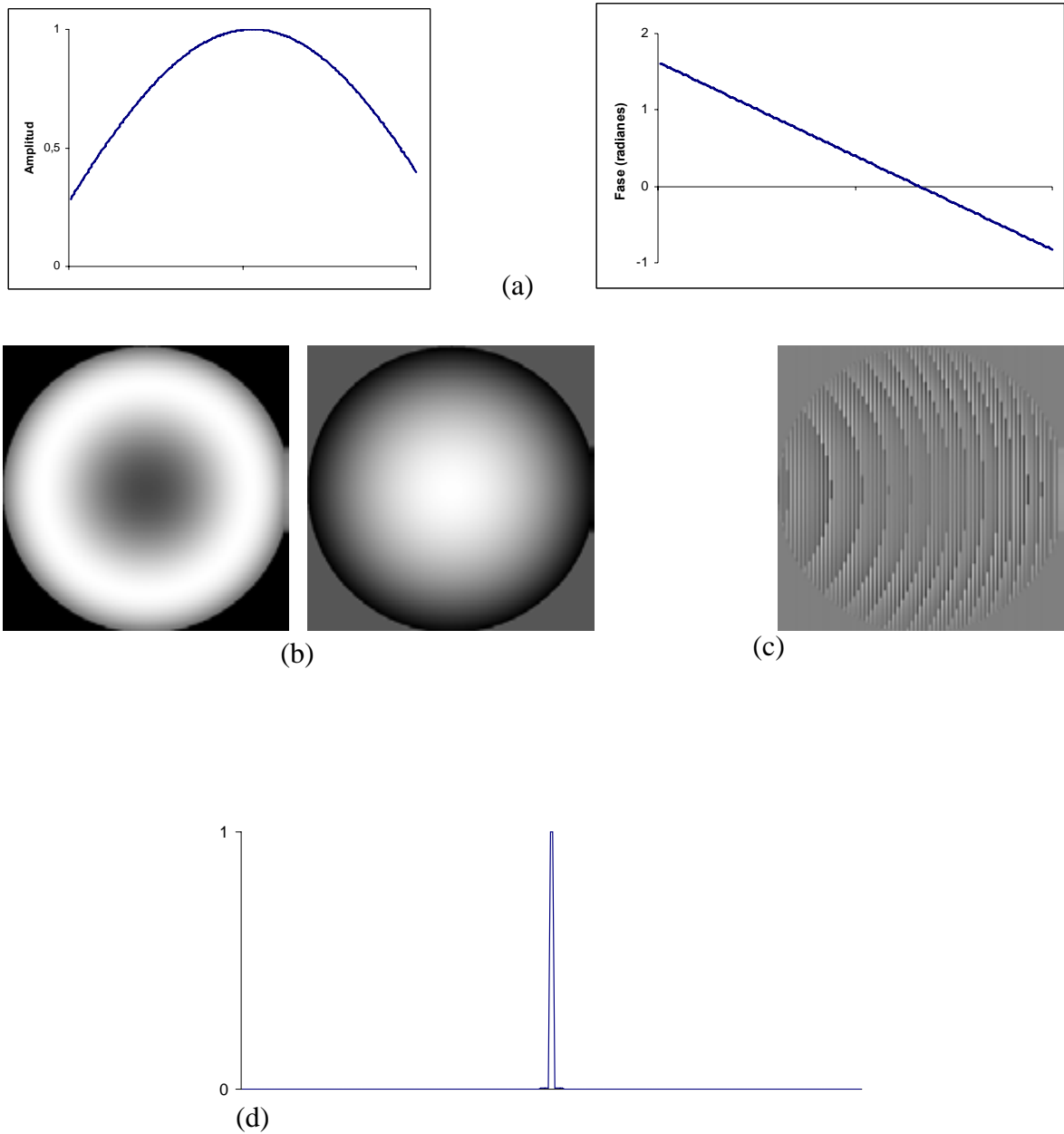


Figura 4.21. Generación de un perfil rectangular de $m=2$ puntos de anchura: (a) Amplitud y fase de la función de pupila $q(s)$; (b) representación bidimensional de la amplitud y de la fase de la pupila en coordenadas r ; (c) pupila codificada en fase; y (d) perfil de intensidad numérico obtenido con esa pupila.

El caso más extremo, el perfil rectangular de 2 puntos de anchura, corresponde prácticamente al resultado obtenido para la pupila uniforme. La función pupila que aparece en la Figura 4.21 (a) corresponde a una función *sinc*, igual que en los casos anteriores de perfiles rectangulares, pero truncada por las limitaciones en las

Rectángulo 2 puntos de anchura

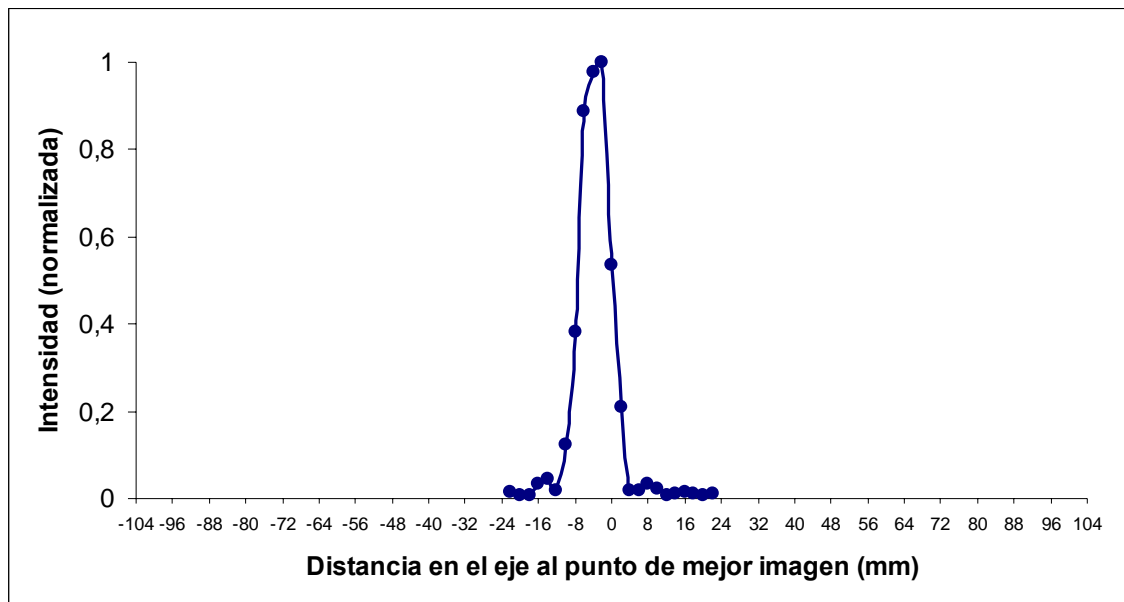
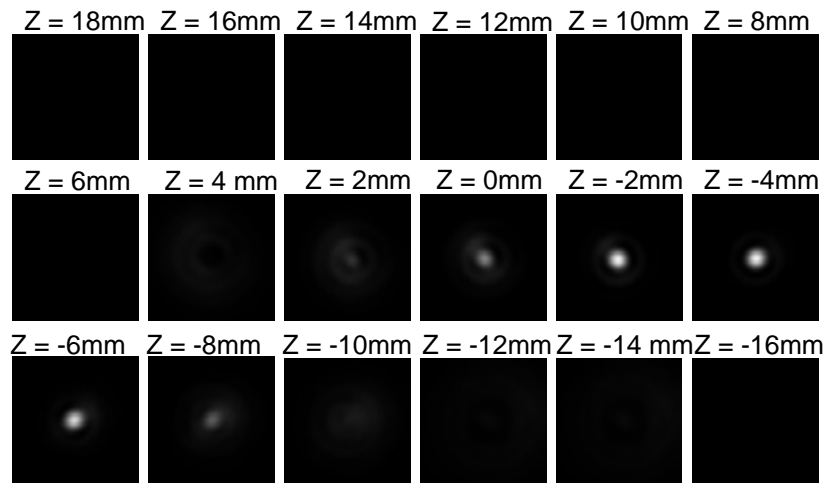


Figura 4.22. Perfil rectangular de $m=2$ puntos de anchura: PSF experimentales a diferentes distancias del plano de mejor imagen (arriba) y valores experimentales de la intensidad en el eje (abajo).

dimensiones de la pupila. En este caso, al no aparecer lóbulos laterales con valores negativos, no hay saltos en π en la función de fase de la pupila y se aprecia perfectamente que se trata de una fase lineal que desplaza el foco. El FWHM es, al igual que en la pupila uniforme, de 0,8 cm (Figura 4.22), con un valor teórico de $\Delta z=1,18$ cm. La técnica no nos ha permitido, por lo tanto, obtener hiperresolución a lo largo del eje.

4.3.3 Efecto de la variación del coeficiente de fase lineal en la codificación

En todos los casos anteriores se ha codificado la función compleja en fase, con una fase lineal que implica un período en el modulador de 6 píxeles. Esta fase lineal determina la separación de los órdenes de difracción. El primer orden de difracción, que es sobre el que realizamos las medidas, debe de estar suficientemente separado del orden central como para que la aportación de éste a la intensidad medida sea mínima. Sin embargo, una separación excesiva del orden central puede hacer que el solapamiento de otros órdenes de difracción debidos a la estructura pixelada del modulador interfiera en los resultados.

En las siguientes figuras se comparan los resultados experimentales obtenidos para perfiles rectangulares de 8 y 4 puntos de anchura, utilizando dos coeficientes de la fase lineal diferentes para cada uno de ellos que implican períodos de 6 y de 3 píxeles en la función del modulador.

La Figura 4.23 muestra la amplitud y la fase de la función radial de la pupila en coordenadas s , obtenidas después de 1000 iteraciones, según el método explicado en el apartado 4.1 para el perfil rectangular de 8 puntos de anchura.

Rectángulo 8 puntos de anchura

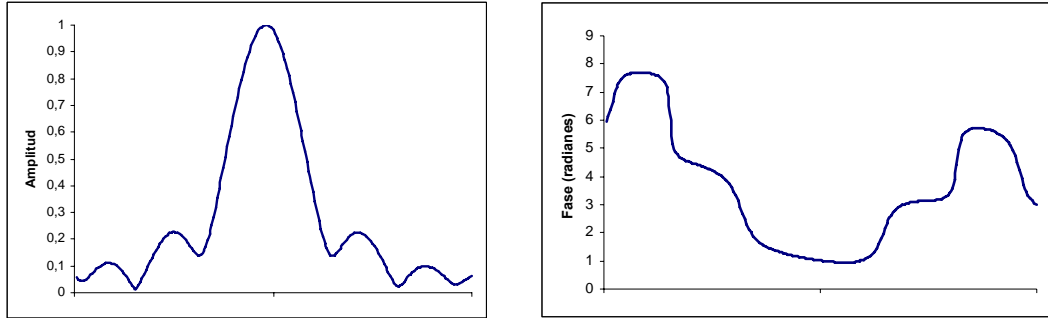


Figura 4.23. Amplitud y fase de la pupila en función de la coordenada radial s para obtener un perfil de intensidad rectangular de 8 puntos de anchura a lo largo del eje.

A partir de estas funciones se ha obtenido la función pupila bidimensional y se ha codificado en fase por el método explicado en el apartado 4.2, pero utilizando dos fases lineales con coeficientes diferentes, que corresponden a un período de 6 píxeles y a un período de 3 píxeles en la función que se implementa en el modulador.

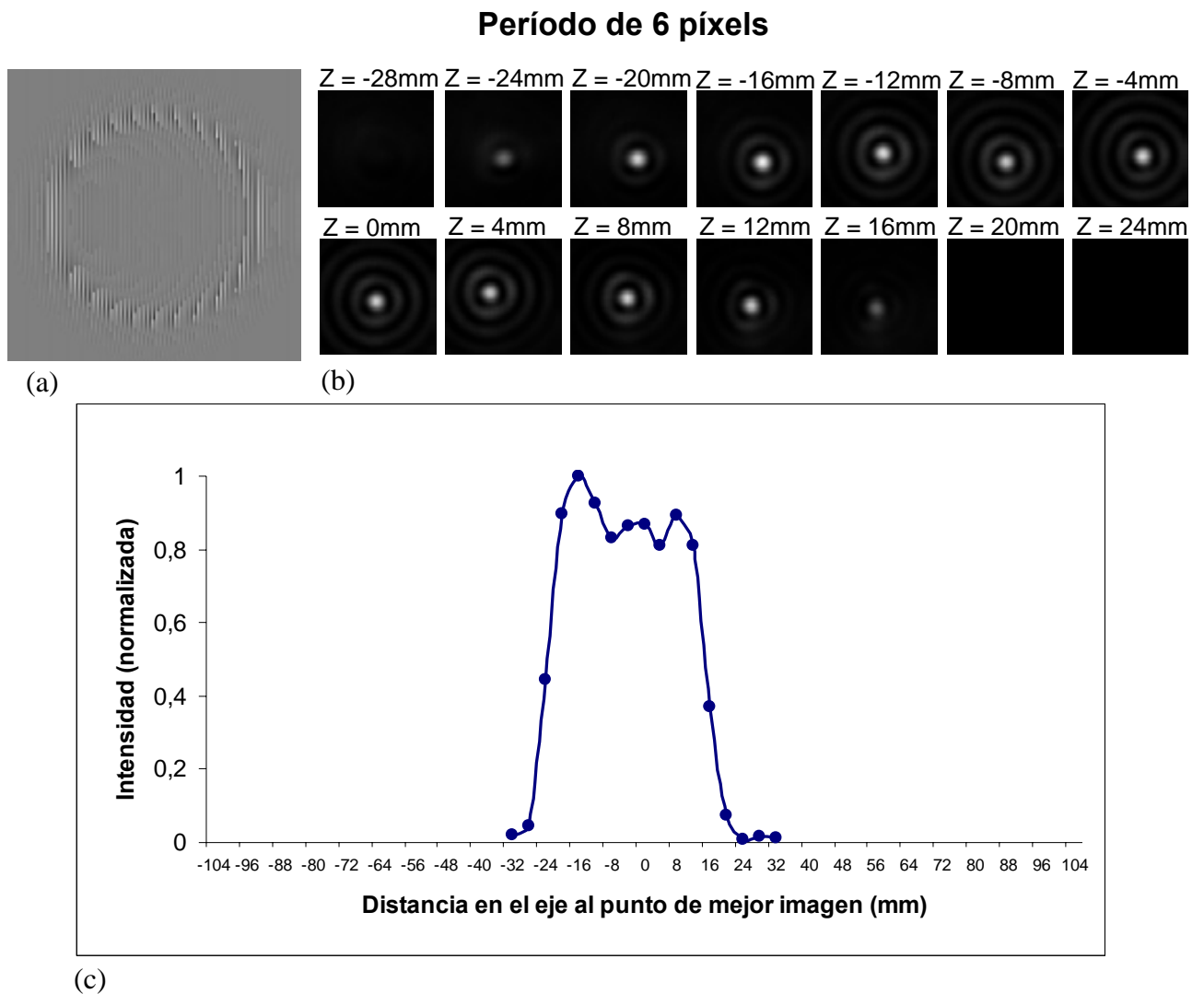
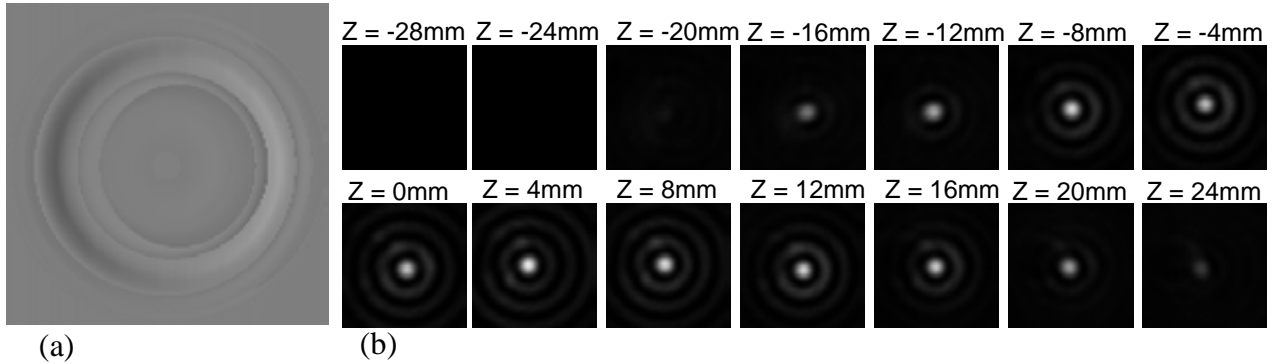


Figura 4.24. Perfil rectangular de $m=8$ puntos de anchura: (a) Pupila codificada en fase con un período de 6 píxeles; (b) PSF experimentales a diferentes distancias del plano de mejor imagen, y (c) valores experimentales de la intensidad en el eje.

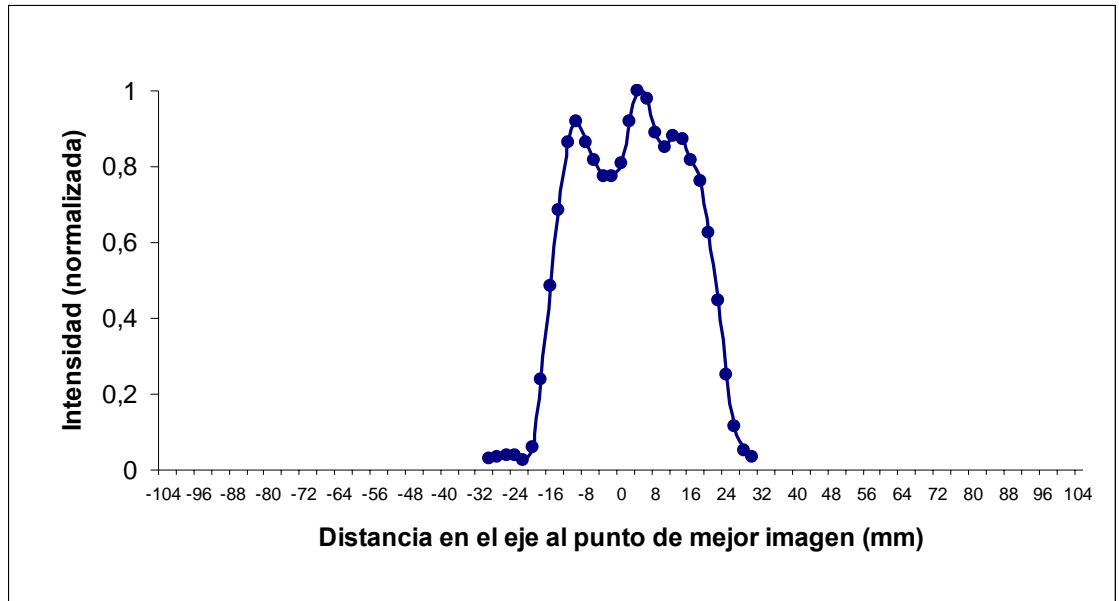
En la Figura 4.24(a) se muestra la pupila codificada en fase con un coeficiente lineal que implica un período de 6 píxeles en la función del modulador. La Figura 4.24(b) ofrece una muestra de las PSF experimentales obtenidas a diferentes distancias a lo largo del eje, mientras que la Figura 4.24(c) muestra el perfil experimental de la intensidad a lo largo del eje obtenida para esta pupila.

Período de 3 píxeles



(a)

(b)



(c)

Figura 4.25. Perfil rectangular de $m=8$ puntos de anchura:(a) Pupila codificada en fase con un período de 3 píxeles; (b) PSF experimentales a diferentes distancias del plano de mejor imagen, y (c) valores experimentales de la intensidad en el eje.

La Figura 4.25(a) corresponde a la pupila codificada en fase con un coeficiente lineal que implica un período de 3 píxeles en la función del modulador. La Figura 4.25(b) corresponde a las PSF experimentales y la Figura 4.25(c) al perfil de intensidad experimental a lo largo del eje para este caso.

Comparando la Figura 4.24(c) con la Figura 4.25(c) se puede apreciar que tanto las variaciones en la intensidad como la anchura del perfil rectangular son del mismo orden.

Lo mismo sucede si comparamos los resultados experimentales para un rectángulo de 4 puntos de anchura, utilizando ambos coeficientes lineales en la codificación de la pupila en fase.

En la Figura 4.26 se muestran la amplitud y la fase de la función radial de la pupila en coordenadas s , obtenidas después de 1000 iteraciones, según el método explicado en el apartado 4.1 para el perfil rectangular de 4 puntos de anchura.

Rectángulo 4 puntos de anchura

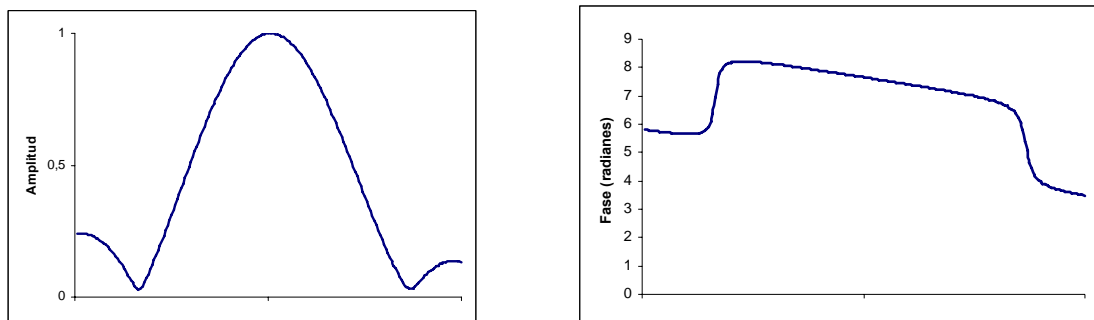
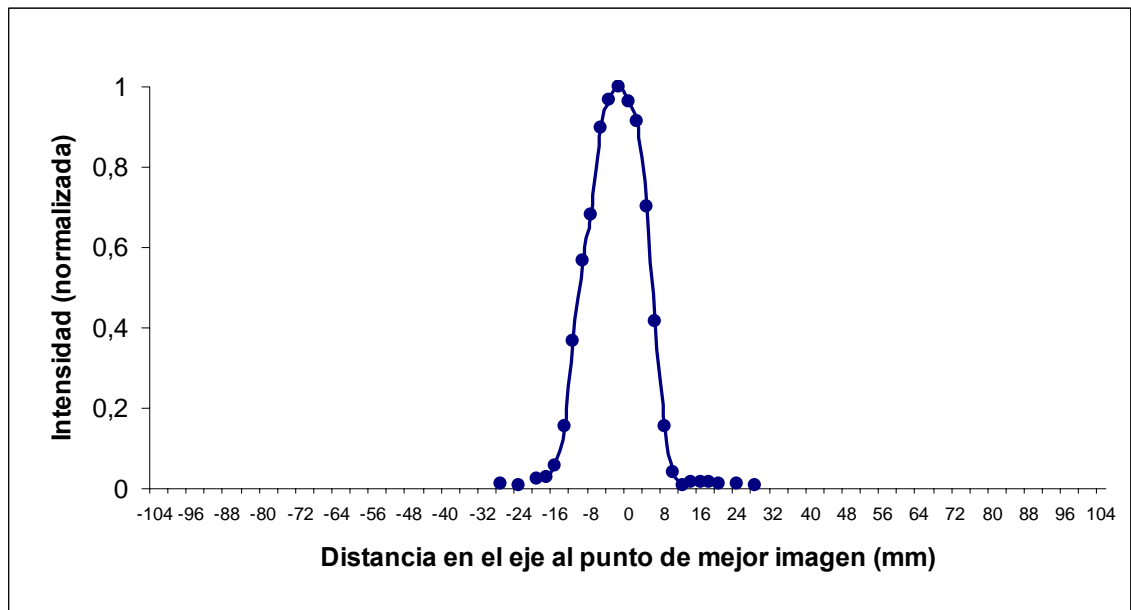
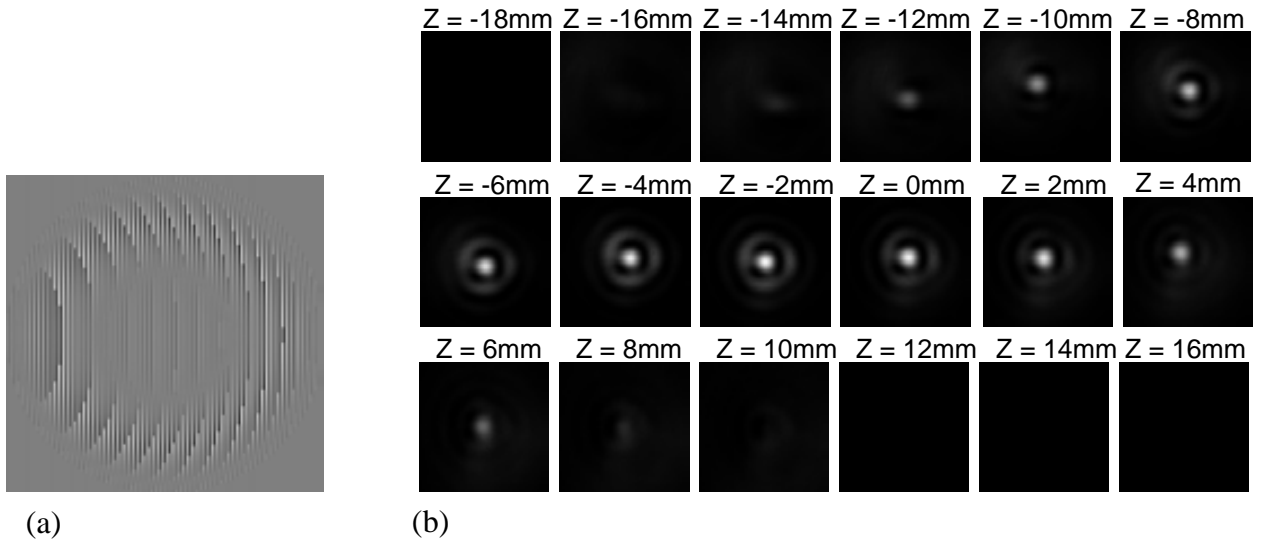


Figura 4.26. Amplitud y fase de la pupila en función de la coordenada radial s para obtener un perfil de intensidad rectangular de 4 puntos de anchura a lo largo del eje.

Las funciones pupila para este perfil de intensidad codificadas en fase según los dos coeficientes lineales se muestran en las páginas siguientes, en la Figura 4.27(a) y en la Figura 4.28(a).

Período de 6 píxeles



(c)

Figura 4.27. Perfil rectangular de $m=4$ puntos de anchura: (a) Pupila codificada en fase con un período de 6 píxeles; (b) PSF experimentales a diferentes distancias del plano de mejor imagen, y (c) valores experimentales de la intensidad en el eje.

Período de 3 píxeles

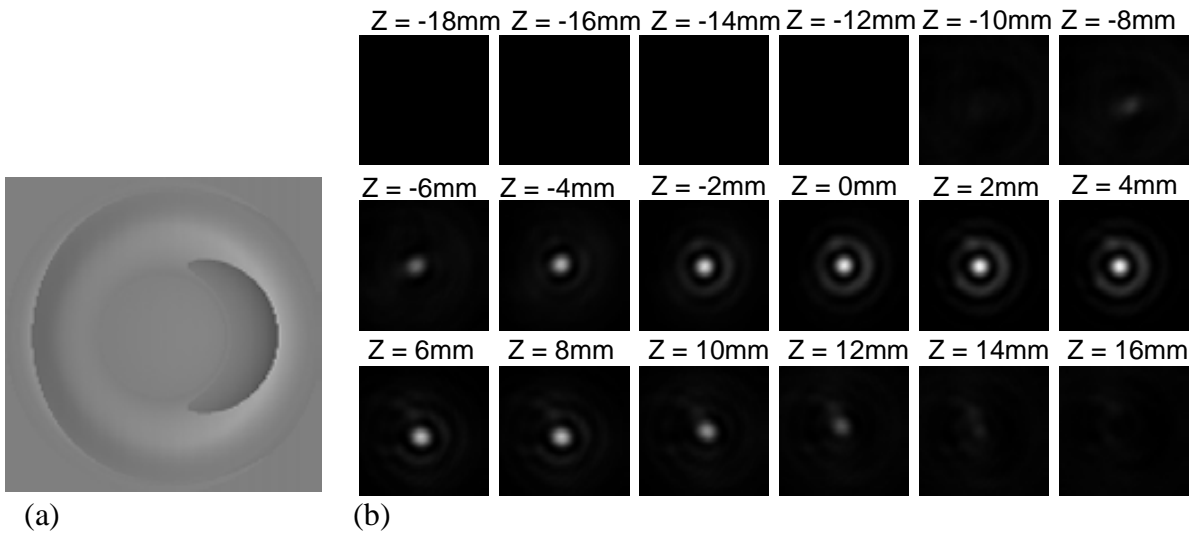


Figura 4.28. Perfil rectangular de $m=4$ puntos de anchura:(a) Pupila codificada en fase con un período de 3 píxeles; (b) PSF experimentales a diferentes distancias del plano de mejor imagen, y (c) valores experimentales de la intensidad en el eje.

Como se puede apreciar, la diferencia en los resultados para los dos coeficientes de fase lineal utilizados no es relevante. Los resultados experimentales para la intensidad a lo largo del eje (Figura 4.27(c) y Figura 4.28(c)) son prácticamente idénticos en ambos casos. Por ello que concluimos que el coeficiente utilizado en los experimentos para codificar la fase lineal ofrece resultados satisfactorios.

4.3.4 Dos rectángulos de la misma altura

Un perfil de intensidad interesante es el que correspondería a un sistema óptico con dos focales distintas simultáneamente. Esto se traduce en un perfil deseado en forma de dos rectángulos. Si en las dos focales se concentra la misma intensidad de luz y ambas tienen la misma profundidad de foco, entonces se trata de dos rectángulos iguales. Sin embargo, también es posible diseñar el sistema de manera que la luz no se reparta de manera equitativa entre ambas focales, lo que correspondería a un perfil de dos rectángulos de alturas diferentes.

En el presente apartado se muestran los resultados experimentales obtenidos al generar una pupila para obtener dos rectángulos de la misma altura. En la página siguiente, la Figura 4.29(a) muestra las funciones de amplitud y fase radiales de la pupila compleja, en coordenadas s , obtenidas después de 1000 iteraciones según el método explicado en el apartado 4.1, para obtener este perfil. En este caso, como la función de amplitud a lo largo del eje consiste en dos rectángulos iguales desplazados, su transformada de Fourier es la suma de dos funciones *sinc* centradas, pero desfasadas a causa del desplazamiento de las funciones rectangulares. Esto explica la existencia de los máximos secundarios de interferencia que aparecen en la Figura 4.29(a). La representación bidimensional de la amplitud y la fase de la pupila compleja se muestra en la Figura 4.29(b).

La Figura 4.29(c) corresponde a la pupila codificada en fase por el método explicado en el apartado 4.2. El perfil de intensidad numérico obtenido se muestra en la Figura 4.29(d).

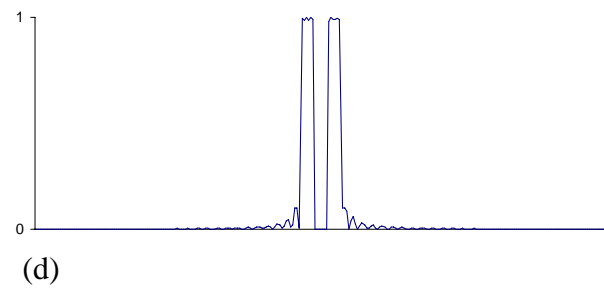
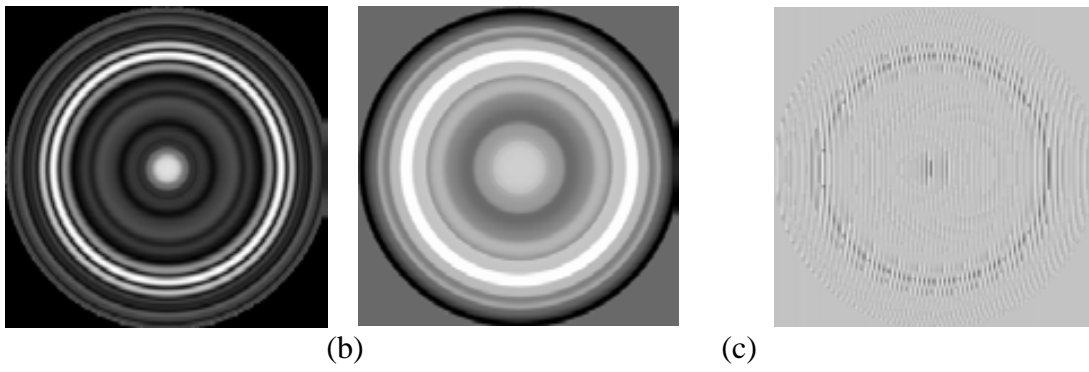
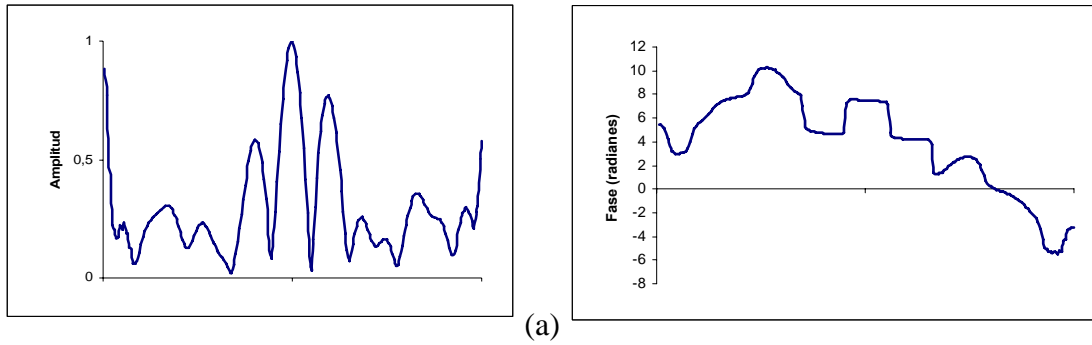


Figura 4.29. Generación de un perfil consistente en dos rectángulos de la misma altura: (a) amplitud y fase de la función de pupila $q(s)$; (b) representación bidimensional de la amplitud y de la fase de la pupila en coordenadas r ; (c) pupila codificada en fase; y (d) perfil de intensidad numérico obtenido con esa pupila.

La Figura 4.30 presenta una muestra del conjunto de PSF capturadas experimentalmente a diferentes distancias del modulador, así como el perfil de intensidad experimental obtenido a lo largo del eje. Como se puede apreciar en la parte inferior de la figura, el perfil experimental corresponde al perfil deseado de dos rectángulos de la misma altura, salvo las oscilaciones de intensidad que se producen en los máximos.

Dos rectángulos de la misma altura

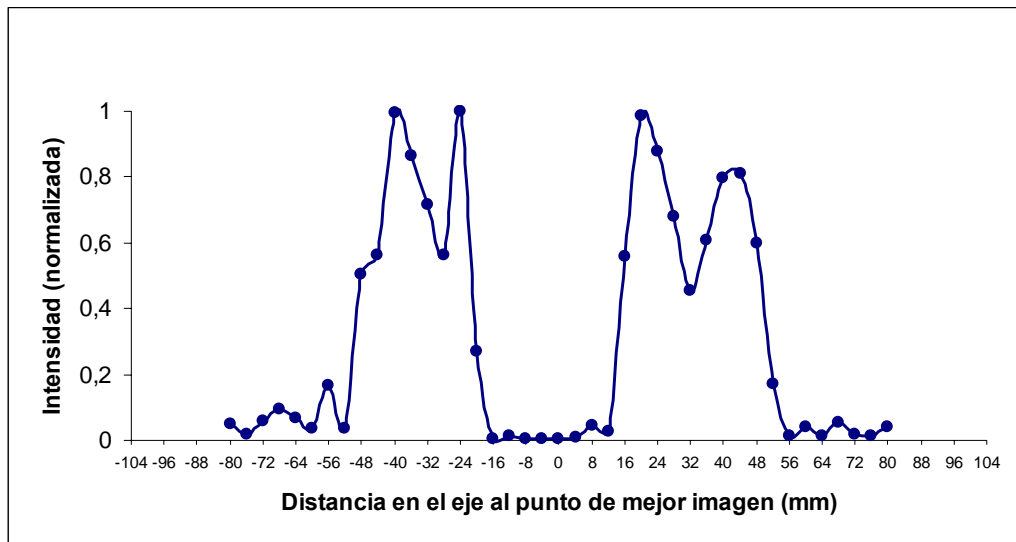
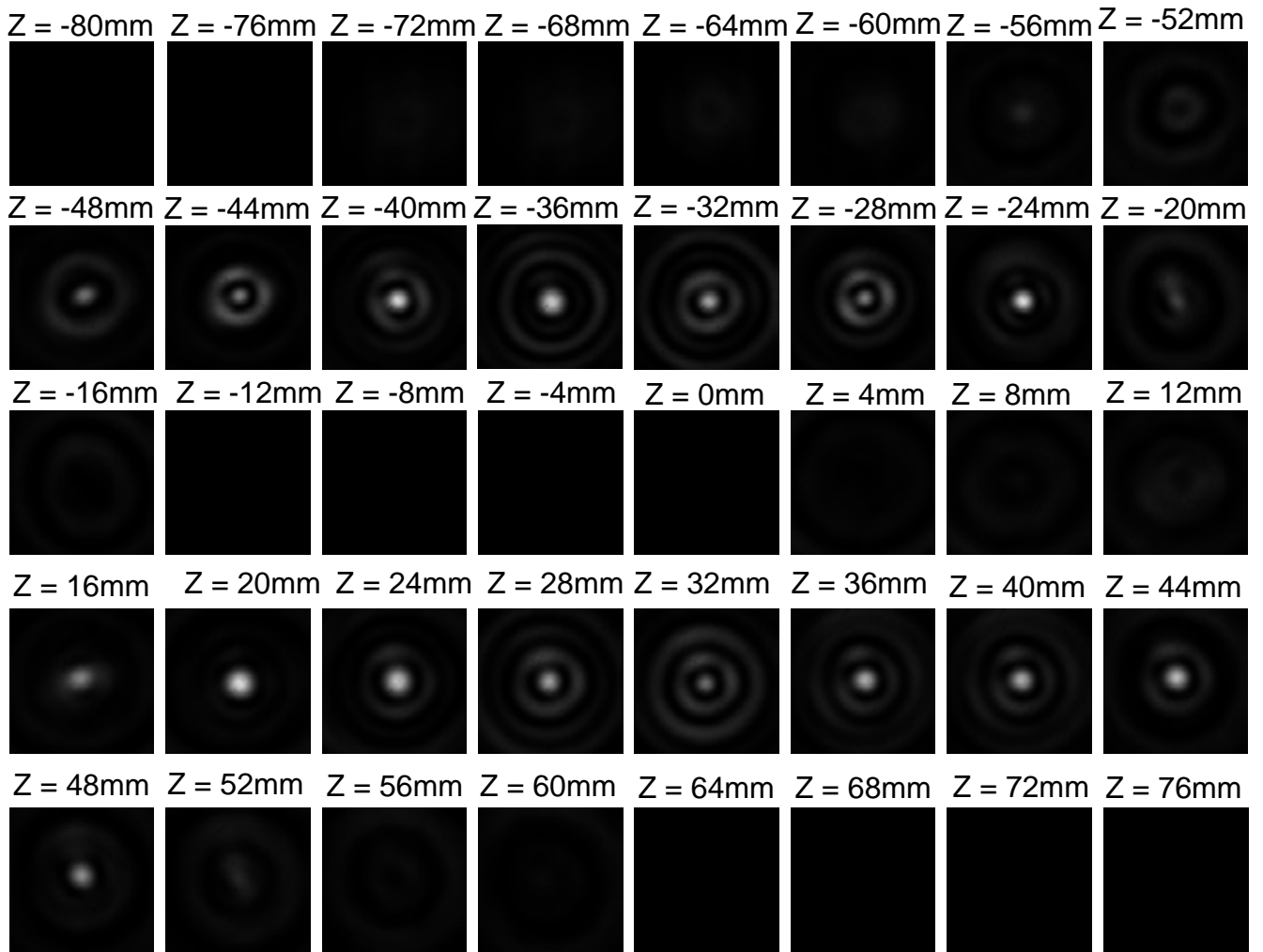


Figura 4.30. Perfil de dos rectángulos de la misma altura: PSF experimentales a diferentes distancias del plano de mejor imagen (arriba) y valores experimentales de la intensidad en el eje (abajo).

4.3.5 Perfil asimétrico: dos rectángulos de diferente altura

Otro perfil de intensidad interesante es el correspondiente a dos focales de diferente intensidad, lo que implica un perfil asimétrico de dos rectángulos de diferente altura. En este subapartado se presentan los resultados experimentales. La Figura 4.31(a) muestra las funciones de amplitud y fase radiales de la pupila compleja en coordenadas s . En este caso la función corresponde de nuevo a la suma de dos funciones *sinc* desfasadas, de amplitudes diferentes. La Figura 4.31(b) muestra la representación bidimensional de la pupila compleja. La Figura 4.31(c) corresponde a la pupila codificada en fase y la Figura 4.31(d) corresponde al perfil de intensidad numérico.

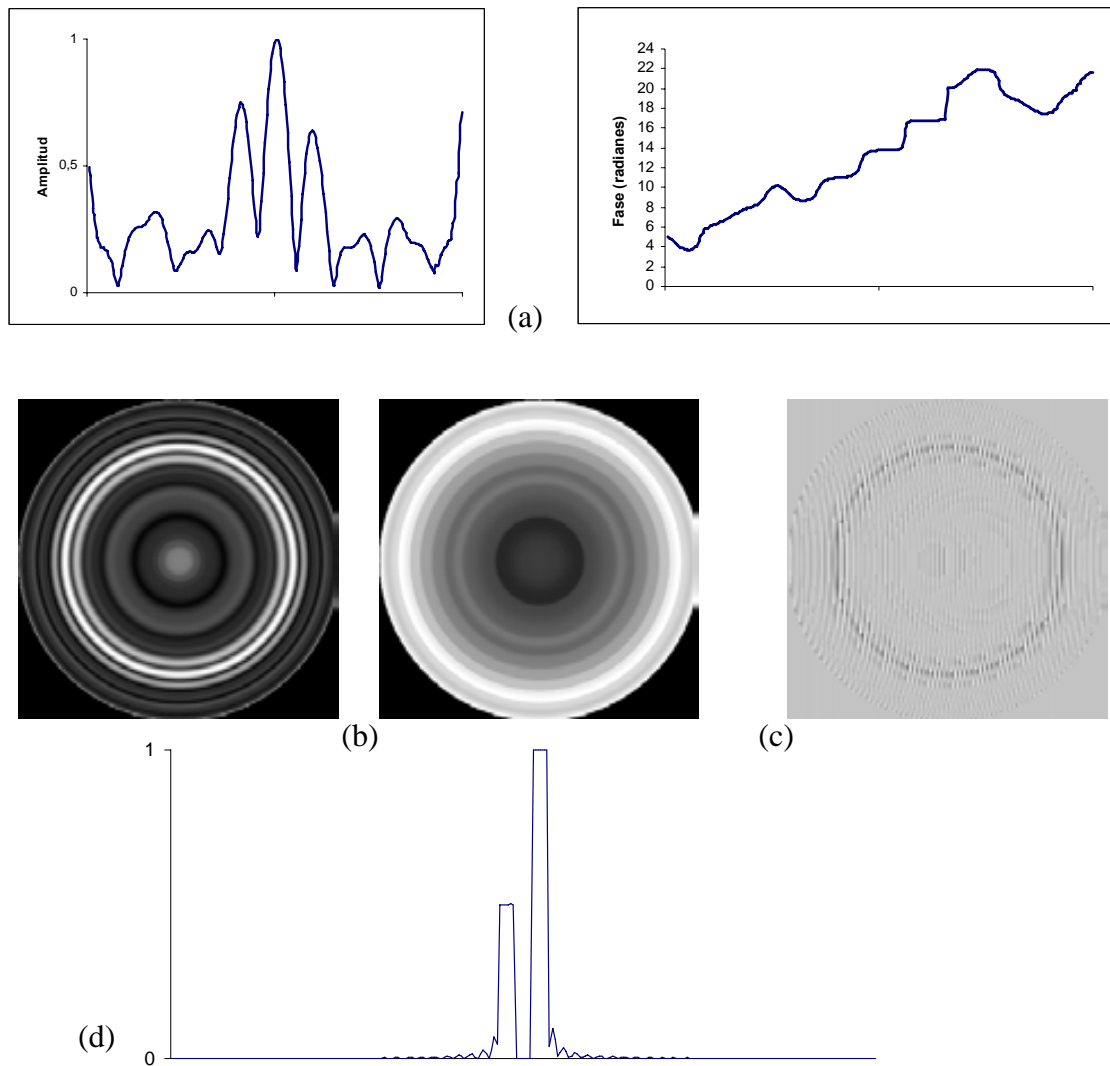


Figura 4.31. Generación de un perfil asimétrico consistente en dos rectángulos de diferente altura: (a) amplitud y fase de la función de pupila $q(s)$; (b) representación bidimensional de la amplitud y de la fase de la pupila en coordenadas r ; (c) pupila codificada en fase; y (d) perfil de intensidad numérico obtenido con esa pupila.

Dos rectángulos de diferente altura

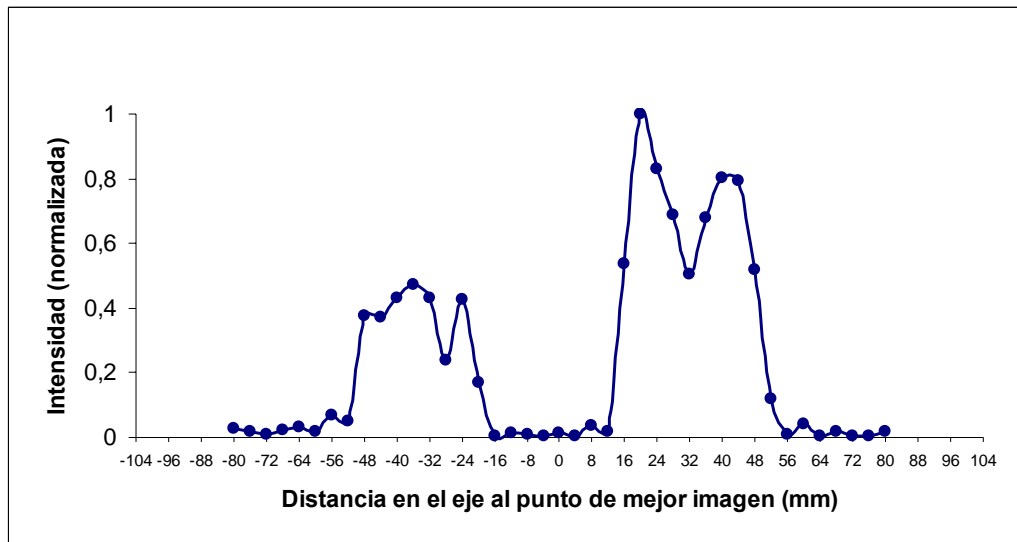
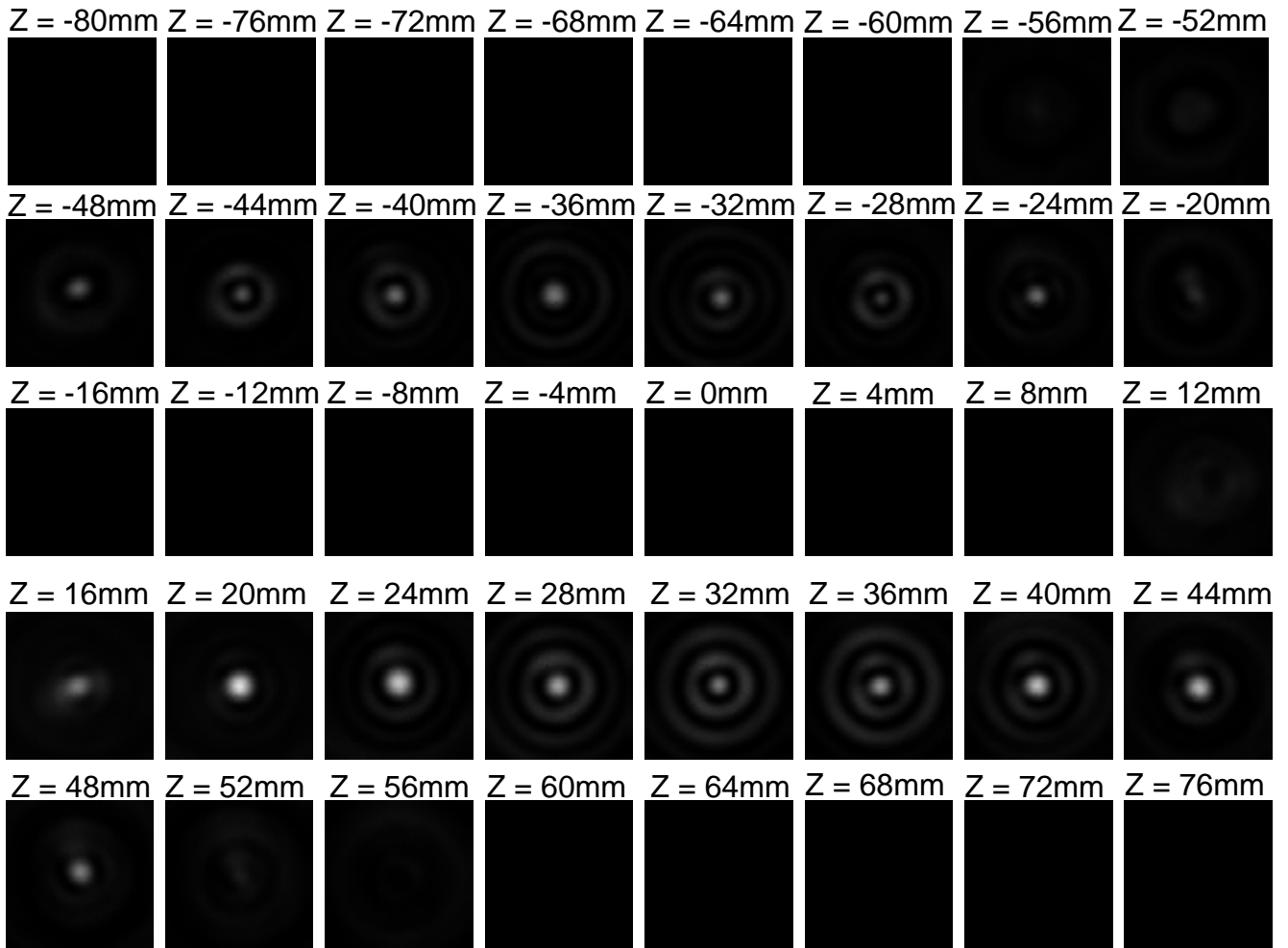


Figura 4.32. Perfil asimétrico consistente en dos rectángulos de diferente altura: PSF experimentales a diferentes distancias del plano de mejor imagen (arriba) y valores experimentales de la intensidad en el eje (abajo).

La Figura 4.32 presenta una muestra del conjunto de PSF capturadas experimentalmente a diferentes distancias del modulador, así como el perfil de intensidad experimental obtenido a lo largo del eje.

4.3.6 Perfil triangular

Por último, se ha generado una pupila compleja con el fin de obtener un perfil triangular a lo largo del eje, es decir, un máximo con un incremento y una disminución lineales de la intensidad. Las funciones radiales de amplitud y de fase de la pupila para este perfil se muestran en la Figura 4.33(a). La pupila es una función sinc^2 , ya que la función triángulo en el eje óptico corresponde a la convolución de dos funciones rectángulo. Por el teorema de convolución, la transformada de Fourier de la función triángulo será el producto de las transformadas de Fourier de dos funciones rectángulo, es decir, una función sinc^2 .

La Figura 4.33(b) muestra la representación bidimensional de la pupila compleja. La Figura 4.33(c) corresponde a la pupila codificada en fase y la Figura 4.33(d) corresponde al perfil de intensidad numérico obtenido con esa pupila.

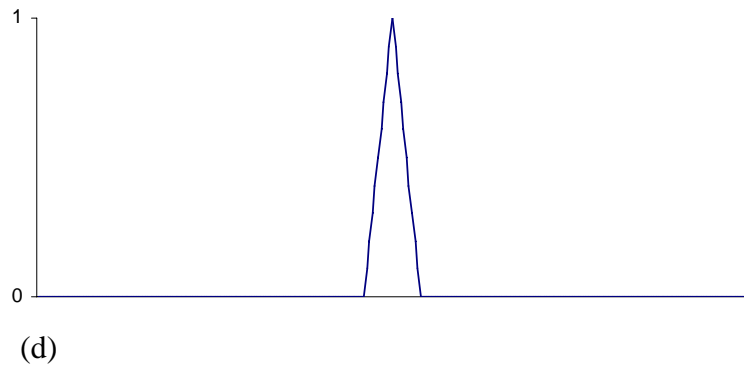
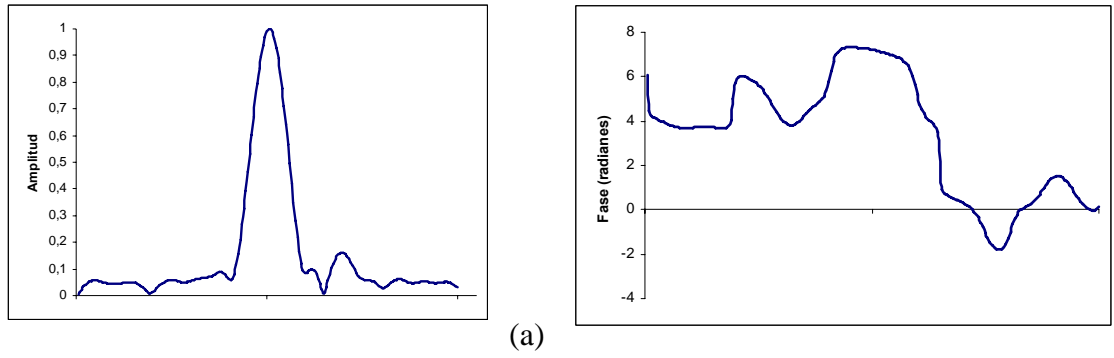


Figura 4.33. Generación de un perfil triangular: (a) Amplitud y fase de la función de pupila $q(s)$; (b) representación bidimensional de la amplitud y de la fase de la pupila en coordenadas r ; (c) pupila codificada en fase.

La Figura 4.34, en la página siguiente, presenta una muestra del conjunto de PSF capturadas experimentalmente a diferentes distancias del modulador, así como el perfil de intensidad experimental obtenido a lo largo del eje.

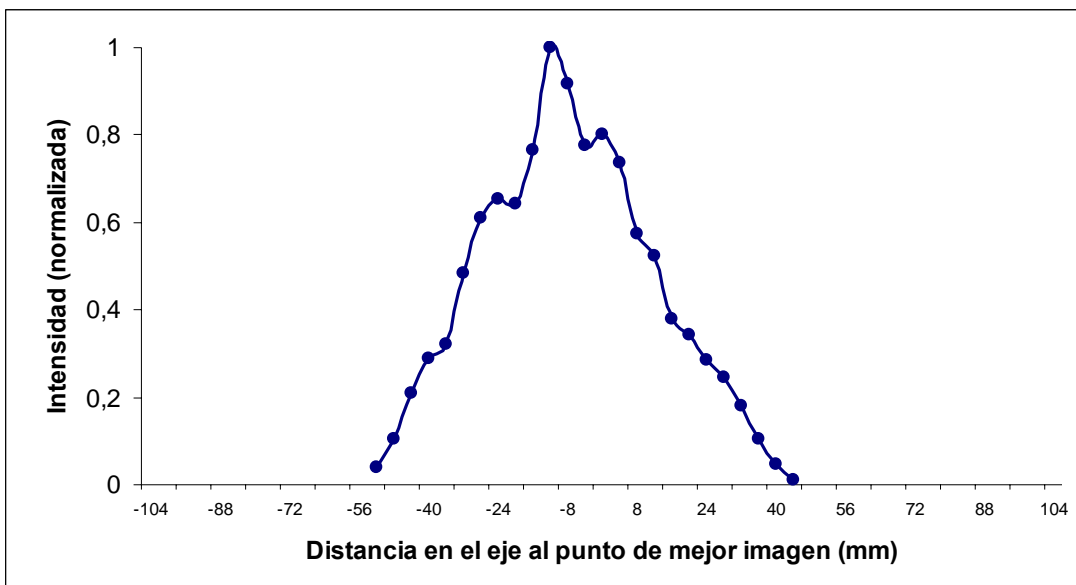
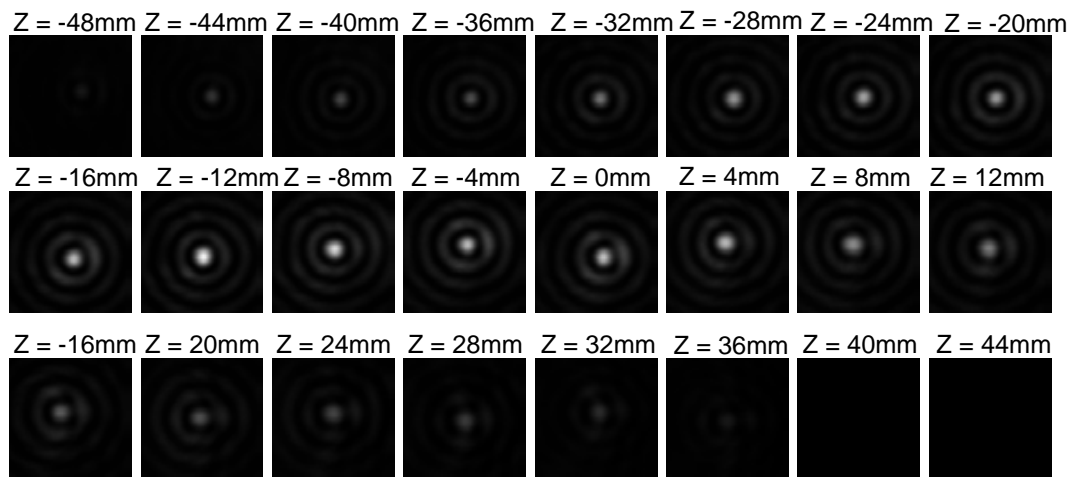


Figura 4.34. Perfil triangular: PSF experimentales a diferentes distancias del plano de mejor imagen (arriba) y valores experimentales de la intensidad en el eje (abajo).

Al igual que en los resultados experimentales mostrados hasta ahora, el perfil de intensidad obtenido experimentalmente se ajusta al perfil deseado de manera satisfactoria.