

CAPÍTULO 3. OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA, OPCIÓN DE ABANDONAR Y RENTABILIDAD EXIGIDA EN UN HORIZONTE PERPETUO

3.1 INTRODUCCIÓN

El objetivo de este capítulo consiste en ampliar el análisis del capítulo 2 introduciendo un nuevo concepto: la opción de abandonar.

En este capítulo, la decisión de continuar o cesar la actividad de la empresa se estudia a partir de la opción de abandonar, que conduce a comparar el valor de la empresa en funcionamiento con el valor de venta del activo en el mercado, es decir, el valor que se obtiene vendiendo el activo y liquidando, pues, la empresa.

La opción de abandonar permite distinguir entre la quiebra, que en sí misma no supone el cese de la actividad de la empresa sino la sustitución de los accionistas por los acreedores en su propiedad, y el cese, estudiado aquí a partir del valor de venta del activo en el mercado.

3.2 LA OPCIÓN DE ABANDONAR: CONCEPTO Y VALORACIÓN

Como hemos visto en el capítulo 2, la opción de responsabilidad limitada conduce a relacionar el valor de mercado del activo, es decir, el valor del activo en funcionamiento, con la cifra de endeudamiento. No debemos, sin embargo, olvidar que el activo tiene, asimismo, un valor de liquidación que consiste en la cifra que puede obtenerse vendiendo en el mercado los elementos que integran dicho activo¹. La incidencia del valor de liquidación del activo en la opción de responsabilidad limitada y, por ende, en el coste del endeudamiento puede introducirse por medio de la opción de abandonar.

Entendemos por opción de abandonar la capacidad que tienen los accionistas para decidir el cese de las actividades de la empresa y vender los elementos de su activo en el mercado procediendo con su importe a liquidar la deuda y distribuir, a continuación, el remanente.

Suponiendo que el valor de liquidación se mantiene constante a lo largo del tiempo, la opción de abandonar puede concebirse como *una opción de venta americana perpetua* cuyo activo subyacente es el activo de la empresa y cuyo precio de ejercicio es el valor de liquidación del negocio.

¹ Se supone, en nuestro planteamiento, renovación constante del inmovilizado y reinversión de los recursos generados por la amortización económica.

Proponemos valorar esta opción de abandonar, OA , mediante la fórmula de Merton (1973), que anteriormente hemos aplicado a la opción de responsabilidad limitada. Designando el valor de liquidación por VL , podemos escribir:

$$OA = \frac{VL}{1+\gamma} \frac{A (1+\gamma)^{-\gamma}}{\gamma VL} \quad (3.1)$$

Denominando v a la relación entre el valor de liquidación y el valor del activo

$$v = \frac{VL}{A} \quad (3.2)$$

y, normalizando para $A=1$, podemos escribir:

$$oa = \frac{v}{1+\gamma} \frac{1+\gamma}{\gamma v}^{-\gamma} \quad (3.3)$$

3.3 LA OPCIÓN DE ABANDONAR EN LA EMPRESA FINANCIADA EXCLUSIVAMENTE CON FONDOS PROPIOS

Consideramos, en primer lugar, el caso en que la empresa se financia exclusivamente con fondos propios. Aplicando nuevamente los resultados de Merton (1973), obtenemos A^{**} como valor máximo del activo de la empresa que justifica el ejercicio de la opción de abandonar:

$$A^{**} = \frac{\gamma VL}{1+\gamma} \quad (3.4)$$

Siendo el valor de la opción de abandonar en este caso:

$$OA^{**} = \frac{VL}{1 + \gamma} \quad (3.5)$$

A partir de estas ecuaciones (3.4) y (3.5), se demuestra que en caso de ejercicio de la opción de abandonar, es decir, cuando $A = A^{**}$ y $OA = OA^{**}$, el valor de liquidación coincide con la suma del valor de mercado del activo y el valor de esta opción.

$$VL^{**} = A^{**} + OA^{**} \quad (3.6)$$

La posición de los accionistas, se concreta en:

1. ser propietarios del activo; y
2. ser propietarios de una opción de venta perpetua que recoge la posibilidad de abandonar la empresa (opción de abandonar).

Los accionistas se pueden hallar en uno de los tres siguientes escenarios:

(I) El valor del activo de la empresa es **superior** al valor del activo que justifica el ejercicio de la opción de abandonar: $A_t > A^{**}$

(II) El valor del activo de la empresa es **igual** al valor del activo que justifica el ejercicio de la opción de abandonar: $A_t = A^{**}$

(III) El valor del activo de la empresa es **inferior** al valor del activo que justifica el ejercicio de la opción de abandonar: $A_t < A^{**}$

Los resultados que se obtienen en cada escenario están expuestos en el cuadro nº1.

CUADRO n°1: VALOR DE LAS ACCIONES

	(I)	(II)	(III)
	$A_t > \frac{\gamma VL}{1+\gamma}$	$A_t = \frac{\gamma VL}{1+\gamma}$	$A_t < \frac{\gamma VL}{1+\gamma}$
ACTIVO	A_t	$\frac{\gamma VL}{1+\gamma}$	A_t
+OPCIÓN DE ABANDONAR	$+OA$	$\frac{VL}{1+\gamma}$	$VL - A_t$
VALOR ACCIONES	$A_t + OA$	VL	VL

En el escenario (I), la empresa sigue en funcionamiento. Los accionistas no ejercitan su opción de venta y mantienen su posición, es decir, son propietarios del activo y de la opción de abandonar.

En el escenario (II), los accionistas deciden que es más rentable vender los elementos del activos en el mercado que seguir en funcionamiento. Es decir, ejercitan la opción de abandonar, venden el activo y reciben el valor de liquidación.

El escenario (III) nunca debería darse en un contexto de eficiencia, puesto que la opción de abandonar ya se habrá ejercido en la situación (II).

3.4 OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA Y OPCIÓN DE ABANDONAR

Consideramos, en este apartado, el caso en que la empresa se financia con fondos propios y endeudamiento. La opción de abandonar forma parte de la opción de responsabilidad limitada, es decir, el derecho de responsabilidad limitada de los accionistas consiste en una *opción de venta americana de horizonte perpetuo* con un activo subyacente formado por la suma del activo de la empresa y la opción de abandonar, pues ambos pasarán a ser propiedad de los acreedores si los accionistas ejercitan su derecho de responsabilidad limitada. El precio de ejercicio continúa siendo igual al pago prometido a los acreedores.

Podemos hallarnos en dos de los siguientes casos:

- 1) Valor de liquidación superior al valor de la deuda nominal ($VL \geq DN$)
- 2) Valor de liquidación inferior al valor de la deuda nominal ($VL < DN$)

A continuación desarrollamos los dos casos.

3.4.1 VALOR DE LIQUIDACIÓN SUPERIOR AL VALOR DE LA DEUDA NOMINAL ($VL \geq DN$)

Si el valor de liquidación es superior al valor de la deuda nominal, entonces el valor del activo que justifica ejercitar la opción de abandonar es superior al valor del activo que justifica la quiebra. Es decir, los accionistas ejercitarán la opción de abandonar antes de que se llegue a la situación de quiebra.

La cifra que los accionistas obtienen por la venta del activo en el mercado es superior al valor de la deuda nominal. Se trata de una situación con endeudamiento sin

riesgo, pues vendiendo los activos puede obtenerse la cifra necesaria para pagar la deuda. Recuérdese que, en este modelo, el pago de intereses es constante.

Como consecuencia del endeudamiento sin riesgo, el valor de la opción de responsabilidad limitada es igual a cero ($ORL=0$).

Dentro de este caso, los accionistas a su vez se pueden hallar en uno de estos tres escenarios:

(I) Valor real del activo **superior** al valor del activo que justifica el ejercicio de la opción de abandonar. ($A_t > A^{**}$)

(II) Valor real del activo **igual** al valor del activo que justifica el ejercicio de la opción de abandonar. ($A_t = A^{**}$)

(III) Valor real del activo **inferior** al valor del activo que justifica el ejercicio de la opción de abandonar. ($A_t < A^{**}$)

En el cuadro n°2, observamos el valor de las acciones en los tres escenarios que acabamos de señalar.

CUADRO n° 2: VALOR DE LAS ACCIONES DE UNA EMPRESA ENDEUDADA CON OPCIÓN DE ABANDONAR ($VL > DN$)

	(I)	(II)	(III)
	$A_t > \frac{\gamma VL}{1+\gamma}$	$A_t = \frac{\gamma VL}{1+\gamma}$	$A_t < \frac{\gamma VL}{1+\gamma}$
ACTIVO	A_t	$\frac{\gamma VL}{1+\gamma}$	A_t
- DEUDAS	$-DN$	$-DN$	$-DN$
+ OPCIÓN DE ABANDONAR	$+OA$	$\frac{VL}{1+\gamma}$	$VL - A_t$
VALOR ACCIONES	$A_t - DN + OA$	$VL - DN$	$VL - DN$

Si $A_t > \frac{\gamma VL}{1+\gamma}$, situación donde la empresa sigue una evolución normal, los accionistas continúan asumiendo el pago de los intereses de la deuda, mantienen la propiedad del activo y la opción de abandonar.

Si $A_t = \frac{\gamma VL}{1+\gamma}$, los accionistas ejercitan la opción de abandonar, venden los activos, pagan la deuda y perciben el resto.

El escenario III nunca se dará en un contexto eficiente, ya que se habrá ejercitado la opción de abandonar cuando el valor del activo sea máximo (escenario II).

En cualquiera de los tres escenarios, se puede comprobar que los acreedores no se ven perjudicados. En el primero de ellos continúan cobrando los intereses de la deuda perpetua, mientras que en la segunda y tercera recuperan el principal.

3.4.2 VALOR DE LIQUIDACIÓN INFERIOR AL VALOR DE LA DEUDA NOMINAL ($VL < DN$)

En este caso, sí tenemos un endeudamiento con riesgo, ya que, si se produce una situación de quiebra, el importe de la venta del activo es inferior al valor de la deuda nominal.

Si el valor de liquidación es inferior a la deuda nominal ($VL < DN$), entonces el valor del activo que induce la declaración de quiebra es superior al valor del activo que induce la liquidación ($A^* > A^{**}$). Se llega antes a la quiebra que al ejercicio de la opción de abandonar. O expresado de otra manera, se declara la quiebra y los acreedores reciben la opción de abandonar junto con el activo.

La posición de los accionistas es la siguiente:

1. poseen el activo y la opción de abandonar;
2. deben pagar la deuda nominal (que se concreta en el pago de intereses por el carácter perpetuo de la deuda); y
3. poseen la opción de responsabilidad limitada.

La empresa puede hallarse ante uno de los tres siguientes escenarios, cuyos resultados se reflejan en los cuadros nº 3 y nº 4:

(I) Valor real del activo más la opción de abandonar **superior** al valor máximo del activo para que la empresa se declare en quiebra ($A_t > A^*$).

(II) Valor real del activo más la opción de abandonar **igual** al valor máximo del activo para que la empresa se declare en quiebra ($A_t = A^*$).

(III) Valor real del activo más la opción de abandonar **inferior** al valor máximo del activo para que la empresa se declare en quiebra ($A_t < A^*$).

CUADRO n° 3: VALOR DE LAS ACCIONES DE UNA EMPRESA ENDEUDADA CON OPCIÓN DE ABANDONAR ($VL < DN$)

	(I)	(II)	(III)
	$A_t + OA_t > \frac{\gamma DN}{1 + \gamma}$	$A_t + OA_t = \frac{\gamma DN}{1 + \gamma}$	$A_t + OA_t < \frac{\gamma DN}{1 + \gamma}$
ACTIVO	$A_t + OA_t$	$\frac{\gamma DN}{1 + \gamma}$	$A_t + OA_t$
-DEUDAS	$-DN$	$-DN$	$-DN$
+ORL	$+ORL$	$\frac{DN}{1 + \gamma}$	$DN - A_t + OA_t$
VALOR ACCIONES	$A_t + OA_t - DN + ORL$	0	0

En el primer escenario los accionistas poseen el activo, continúan pagando los intereses de la deuda perpetua y poseen la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar.

En el segundo escenario se declara la quiebra, y el valor de la acción es cero. Los accionistas ejercitan la opción de responsabilidad limitada y los acreedores reciben la opción de abandonar junto con el activo.

El escenario tercero carece de sentido en un contexto eficiente.

CUADRO n° 4: VALOR DE LA DEUDA

	(I)	(II)	(III)
	$A_t + OA_t > \frac{\gamma DN}{1 + \gamma}$	$A_t + OA_t > \frac{\gamma DN}{1 + \gamma}$	$A_t + OA_t > \frac{\gamma DN}{1 + \gamma}$
DEUDA	DN	DN	DN
ORL(posición de venta)	$-ORL$	$\frac{\gamma DN}{1 + \gamma} - DN$	$A_t + OA_t - DN$
VALOR	$DN - ORL$	$\frac{\gamma DN}{1 + \gamma} = A_t + OA_t$	A_t

En el cuadro n° 4, el escenario II refleja el valor que obtienen los acreedores cuando se declara la quiebra, $A_t = A^*$. Los accionistas ejercitan la opción de responsabilidad limitada y la opción de abandonar queda absorbida por ésta. Los acreedores reciben el activo y la opción de abandonar que lleva asociada a cambio de la deuda.

El escenario III obviamente no se puede dar en un contexto eficiente, puesto que la quiebra ya se habría declarado en la situación anterior.

En el escenario I el valor de la deuda es el valor de la deuda efectiva, no habiendo, pues, perjuicio alguno para los acreedores.

3.5 VALOR DE LA OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA CON OPCIÓN DE ABANDONAR

El valor de la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar se obtiene aplicando el lema de Ito al nuevo valor del activo, \hat{A} , formado ahora por el valor de las inversiones (A) más el valor de la opción de abandonar, OA , (véase apéndice 3A):

$\hat{A} = A + OA$. El valor de la desviación típica de este activo es:

$$\hat{\sigma} = \frac{-VL \gamma + A (1+\gamma) \frac{A (1+\gamma)^\gamma}{VL \gamma}}{VL + A (1+\gamma) \frac{A (1+\gamma)^\gamma}{VL \gamma}} \sigma \quad (3.7)$$

El valor de la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar:

$$ORL_{OA} = \frac{DN}{1+\hat{\gamma}} \frac{1+\hat{\gamma} \left(A + \frac{VL}{1+\gamma} \frac{(1+\gamma) A}{\gamma VL} \right)^{-\hat{\gamma}}}{\hat{\gamma} VL} \quad (3.8)$$

donde

$$\hat{\gamma} = \frac{2 r}{\hat{\sigma}^2} \quad (3.9)$$

$$\gamma = \frac{2 r}{\sigma^2} \quad (\text{ya recogida en la ecuación (2.2)})$$

$\sigma =$ desviación típica de la rentabilidad del activo A .

$\hat{\sigma}$ = desviación típica de la rentabilidad del activo con la opción de abandonar, \hat{A} .

Normalizando para $A=1$, resulta:

$$orla = \frac{d}{1 + \hat{\gamma}} \frac{(1 + \hat{\gamma}) \left(1 + \frac{v}{1 + \gamma} \frac{(1 + \gamma)^{-\gamma}}{\gamma v}\right)^{-\hat{\gamma}}}{\hat{\gamma} d} \quad (3.10)$$

El desarrollo completo de esta expresión conduce a la siguiente fórmula:

$$orla = \left[\frac{2 \left(\frac{\frac{r}{\sigma^2} v \sigma^2 + r v \left(\frac{2r + \sigma^2}{rv} \right)^{1 + \frac{2r}{\sigma^2}}}{2 \left(\frac{1 + \frac{2r}{\sigma^2} r v \sigma^2 + r v \left(\frac{2r + \sigma^2}{rv} \right)^{1 + \frac{2r}{\sigma^2}} \right)^2} \right)^2}{d \left(2^{1 + \frac{2r}{\sigma^2}} r v \sigma^2 - r v \sigma \left(\frac{2r + \sigma^2}{rv} \right)^{1 + \frac{2r}{\sigma^2}} \right)^2} \right. \\ \left. \left(\frac{2^{1 + \frac{2r}{\sigma^2}} r v^2 \sigma^2 \left(\frac{2r + \sigma^2}{rv} \right)^{-\frac{2r}{r^2}} + (2r + \sigma^2)^2 \left(\frac{2r + \sigma^2}{rv} \right)^{\frac{2r}{\sigma^2}}}{d r \left(\frac{r}{\sigma^2} v \sigma^2 + r v \left(\frac{2r + \sigma^2}{rv} \right)^{1 + \frac{2r}{\sigma^2}} \right)} \right)^{-\frac{2r}{\sigma^2} + \frac{2r}{\sigma^2}} \right. \\ \left. \left(\frac{2^{1 + \frac{2r}{\sigma^2}} r v^2 \sigma^2 (2r + \sigma^2) + (2r + \sigma^2)^3 \left(\frac{2r + \sigma^2}{rv} \right)^{\frac{2r}{r^2}}}{2 \left(\frac{1 + \frac{2r}{\sigma^2} r v \sigma^2 + r v \left(\frac{2r + \sigma^2}{rv} \right)^{1 + \frac{2r}{\sigma^2}} \right)^2} \right)^{\frac{2r}{\sigma^2}} \right) \right] \quad (3.11)$$

3.6 COMPORTAMIENTO DE LA FUNCIÓN DE LA OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA CON OPCIÓN DE ABANDONAR

En este apartado presentamos los resultados de un análisis gráfico sobre el comportamiento de la función de la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar. Para llevar a cabo este análisis, hemos parametrizado las variables de la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar, cuando no actúan como variable independiente, dándoles los siguientes valores:

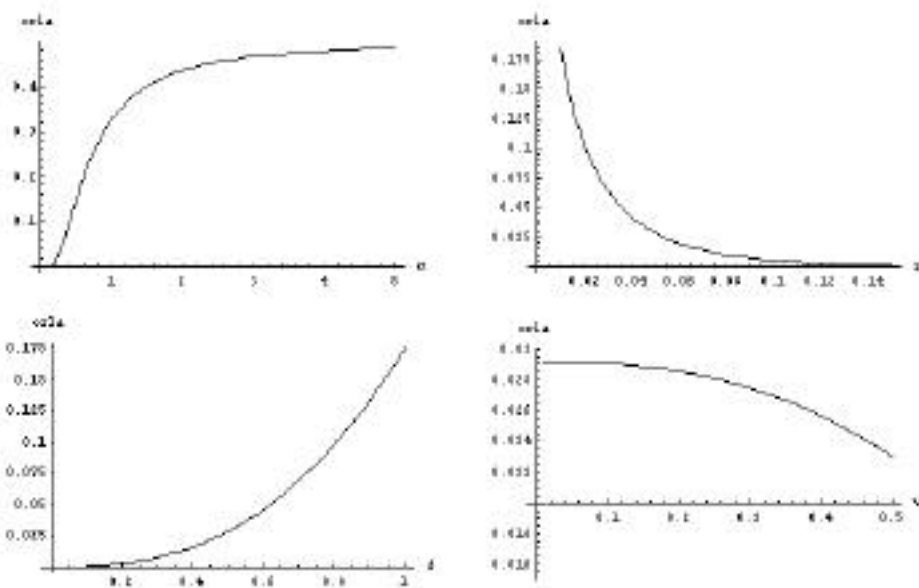
$$\sigma = 0,25 ; r = 0,03; d = 0,5; v = 0,20.$$

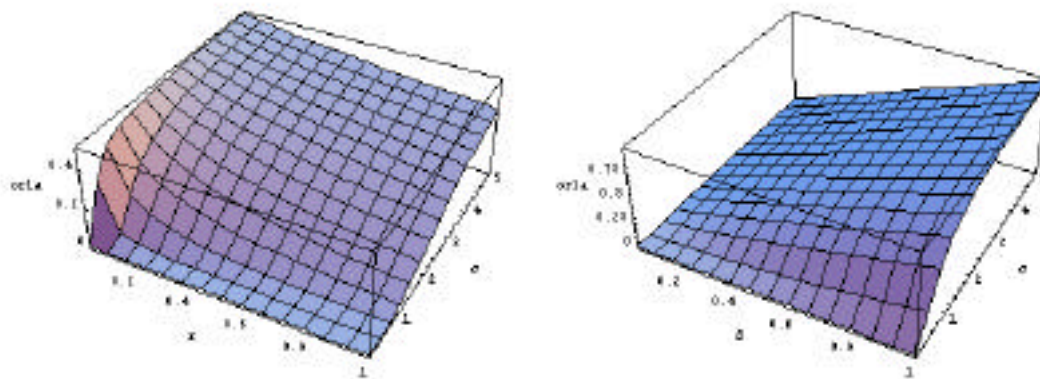
Se observa, en los gráficos, como las derivadas de la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar, al igual que las derivadas de la opción de responsabilidad limitada, presentan los signos habituales de las derivadas de las opciones de venta:

- Signo negativo de la derivada respecto al activo subyacente, \hat{A} .
- Signo positivo de la derivada respecto a la volatilidad, $\hat{\sigma}$.
- Signo negativo de la derivada respecto a la tasa de interés, r .
- Signo positivo de la derivada respecto al precio de ejercicio, en este caso, la cifra de endeudamiento. Cuando operamos con la relación de endeudamiento (cociente entre la cifra de endeudamiento y el valor del activo subyacente, d) la derivada respecto a este cociente presenta signo negativo.

Además, en el caso de la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar, tenemos

- una derivada de signo negativo con respecto a la relación entre el valor de liquidación de la empresa y el valor del activo.





3.7 EL COSTE DEL ENDEUDAMIENTO CUANDO EXISTE OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA Y OPCIÓN DE ABANDONAR

Cuando existe opción de responsabilidad limitada y opción de abandonar, el coste del endeudamiento queda afectado de la siguiente forma:

(I) Valor de liquidación **superior** al valor de las deudas ($VL > DN$).

Se trata de un endeudamiento sin riesgo y, como consecuencia, el coste es igual al tipo de interés libre de riesgo:

$$k = r \quad (3.12)$$

(II) Valor de liquidación **inferior** al valor de las deudas ($VL < DN$).

Por las razones indicadas en el capítulo 2, apartado 2.9.1, la expresión del coste del endeudamiento es:

$$k \cdot (DN - ORL_{OA}) = r \cdot DN \quad (3.13)$$

donde hay, ahora, que tener en cuenta que la opción de responsabilidad limitada engloba la opción de abandonar.

Por tanto:

$$k = r \frac{DN}{(DN - ORL_{OA})} \quad (3.14)$$

y

$$k = r \frac{1}{1 - \frac{ORL_{OA}}{DN}} \quad (3.15)$$

Sustituyendo la opción de responsabilidad limitada por su valor y por el valor de , obtenemos:

$$(3.16)$$

$$k = \frac{r \left(\frac{DN}{DN - ORL_{OA}} \right)}{1 - \frac{ORL_{OA}}{DN}}$$

Esta expresión recoge el valor del coste de la financiación ajena cuando existe opción de abandonar.

3.8 COMPORTAMIENTO DE LA FUNCIÓN DEL COSTE DE LA FINANCIACIÓN AJENA

Presentamos, en este apartado, un análisis gráfico del comportamiento de la función del coste de la financiación ajena cuando la opción de responsabilidad limitada incorpora la opción de abandonar. Para la parametrización de las variables, hemos dado los siguientes valores:

$$\sigma = 0,25 ; r = 0,03 ; d = 0,5 ; v = 0,20.$$

Este análisis muestra como las derivadas de la función del coste de la financiación ajena cuando existe opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar en relación a las variables que determinan el valor de la opción, incluyendo el activo subyacente \hat{A} , la volatilidad y la cifra de endeudamiento, presentan idéntico signo al de las correspondientes derivadas de la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar, lo cual no resulta nada sorprendente teniendo en cuenta el signo positivo de la derivada de la función del coste de la financiación ajena en relación a la opción de responsabilidad limitada. Tenemos, pues, los siguientes signos de las derivadas:

- Signo negativo de la derivada respecto al activo subyacente, \hat{A}
- Signo positivo de la derivada respecto a la volatilidad, $\hat{\sigma}$
- Signo positivo de la derivada respecto al precio de ejercicio, en este caso la cifra de endeudamiento. Cuando operamos con la relación de endeudamiento (cociente entre la cifra de endeudamiento y el valor del

activo subyacente, d), la derivada respecto a este cociente presenta signo negativo.

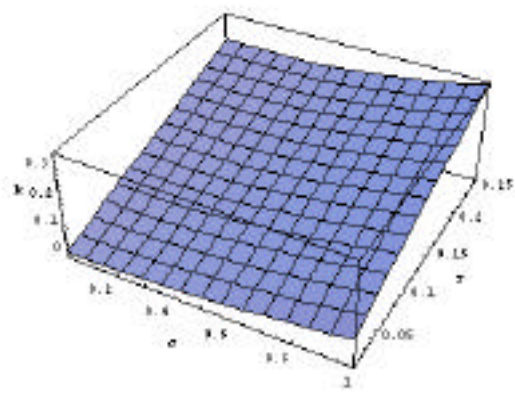
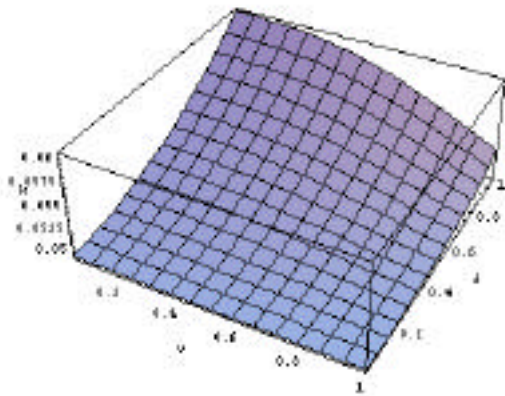
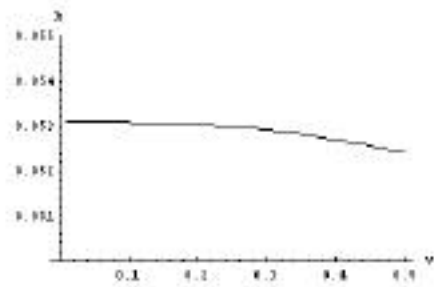
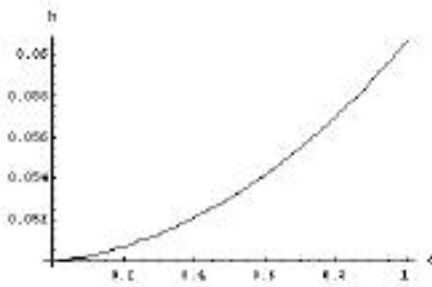
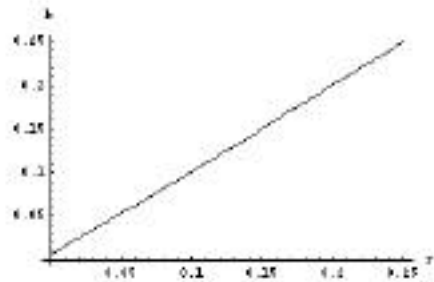
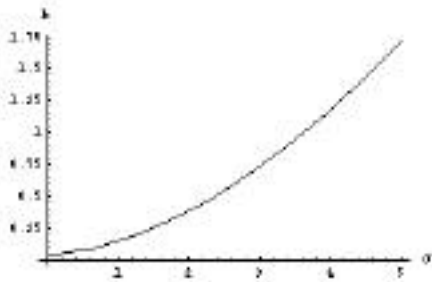
Por el contrario:

- la derivada del coste de la financiación con respecto a la tasa de interés, r , presenta, como era lógico esperar, signo positivo, pues su efecto como coste directo domina sobre su efecto en la opción de responsabilidad limitada.

Además, en el caso de la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar, tenemos:

- una derivada de signo negativo con respecto a la relación entre el valor de liquidación de la empresa y el valor del activo, v .

Capítulo 3: Opción de responsabilidad limitada, opción de abandonar y rentabilidad exigida en un horizonte perpetuo



3.9 SIMULACIONES

En este apartado exponemos las diversas simulaciones realizadas con los resultados teóricos obtenidos en este capítulo.

3.9.1 OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA, OPCIÓN DE ABANDONAR Y COSTE DEL ENDEUDAMIENTO ANTE VARIACIONES DE LA DESVIACIÓN TÍPICA DEL ACTIVO ($\hat{\sigma}$)

En primer lugar, calculamos el valor de la opción de abandonar según la ecuación (3.3), el valor de la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar según la ecuación (3.10) y el coste de financiación para diferentes valores de la desviación típica.

Los valores hallados en la simulación realizada quedan recogidos en la tabla nº 1. El gráfico nº 1 muestra la evolución de la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar respecto a variaciones de la desviación típica del activo, mientras el gráfico nº 2 ofrece la evolución del coste de financiación respecto a variaciones de la desviación típica.

TABLA n°1: OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA, OPCIÓN DE ABANDONAR Y COSTE DEL ENDEUDAMIENTO ANTE VARIACIONES DE LA DESVIACIÓN TÍPICA (σ)

r	σ	d	v
0,03	variable	0,5	0,2

σ	γ	OA	σ^{\wedge}	γ^{\wedge}	ORL_{OA}	k
0,050	24,000	5,0387E-17	0,05	24,000	4,475E-07	3,00%
0,075	10,667	2,3082E-07	0,075	10,667	0,010	3,00%
0,100	6,000	0,001	0,0999	6,000	0,443	3,00%
0,125	3,840	0,035	0,1249	3,841	2,962	3,02%
0,150	2,667	0,319	0,1499	2,673	9,121	3,06%
0,175	1,959	1,287	0,1743	1,974	19,004	3,12%
0,200	1,500	3,326	0,1983	1,525	31,724	3,20%
0,225	1,185	6,580	0,2218	1,220	46,218	3,31%
0,250	0,960	10,969	0,2447	1,002	61,634	3,42%
0,275	0,793	16,285	0,2671	0,841	77,388	3,55%
0,300	0,667	22,280	0,2891	0,718	93,106	3,69%
0,325	0,568	28,716	0,3108	0,621	108,560	3,83%
0,350	0,490	35,394	0,3322	0,544	123,613	3,99%
0,375	0,427	42,151	0,3534	0,481	138,183	4,15%
0,400	0,375	48,867	0,3744	0,428	152,227	4,31%
0,425	0,332	55,452	0,3953	0,384	165,720	4,49%
0,450	0,296	61,845	0,4160	0,347	178,653	4,67%
0,475	0,266	68,005	0,4367	0,315	191,031	4,85%
0,500	0,240	73,907	0,4573	0,287	202,860	5,05%
0,525	0,218	79,538	0,4779	0,263	214,154	5,25%
0,550	0,198	84,892	0,4984	0,242	224,930	5,45%
0,575	0,181	89,973	0,5190	0,223	235,204	5,66%
0,600	0,167	94,785	0,5394	0,206	244,997	5,88%
0,625	0,154	99,337	0,5599	0,191	254,330	6,11%
0,650	0,142	103,640	0,5803	0,178	263,221	6,34%
0,675	0,132	107,706	0,6007	0,166	271,692	6,57%
0,700	0,122	111,546	0,6211	0,156	279,763	6,81%
0,725	0,114	115,173	0,6416	0,146	287,454	7,06%
0,750	0,107	118,600	0,6620	0,137	294,785	7,31%
0,775	0,100	121,838	0,6824	0,129	301,773	7,57%
0,800	0,094	124,899	0,7028	0,121	308,436	7,83%
0,825	0,088	127,793	0,7233	0,115	314,791	8,10%
0,850	0,083	130,531	0,7437	0,108	320,856	8,37%
0,875	0,078	133,124	0,7641	0,103	326,645	8,65%
0,900	0,074	135,579	0,7846	0,097	332,172	8,94%
0,925	0,070	137,906	0,8050	0,093	337,452	9,23%
0,950	0,066	140,114	0,8255	0,088	342,498	9,52%
0,975	0,063	142,208	0,8460	0,084	347,322	9,82%
1,000	0,060	144,197	0,8664	0,080	351,937	10,13%

GRÁFICO n° 1
EVOLUCIÓN DE LA OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA CON
OPCIÓN DE ABANDONAR($ORLoA$) ANTE VARIACIONES DE LA
DESVIACIÓN TÍPICA

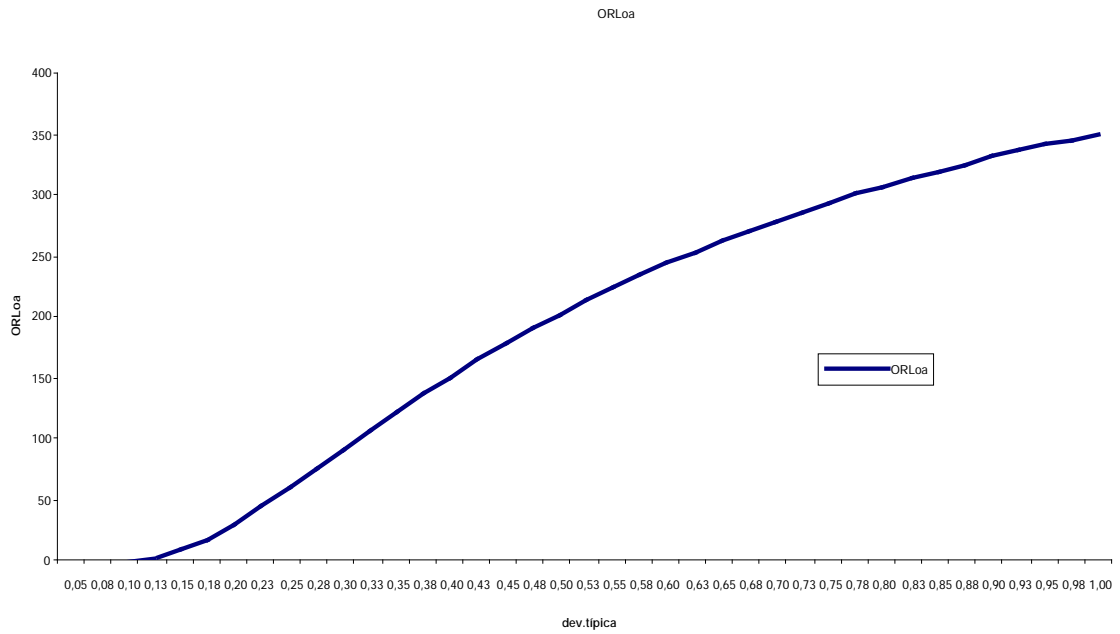
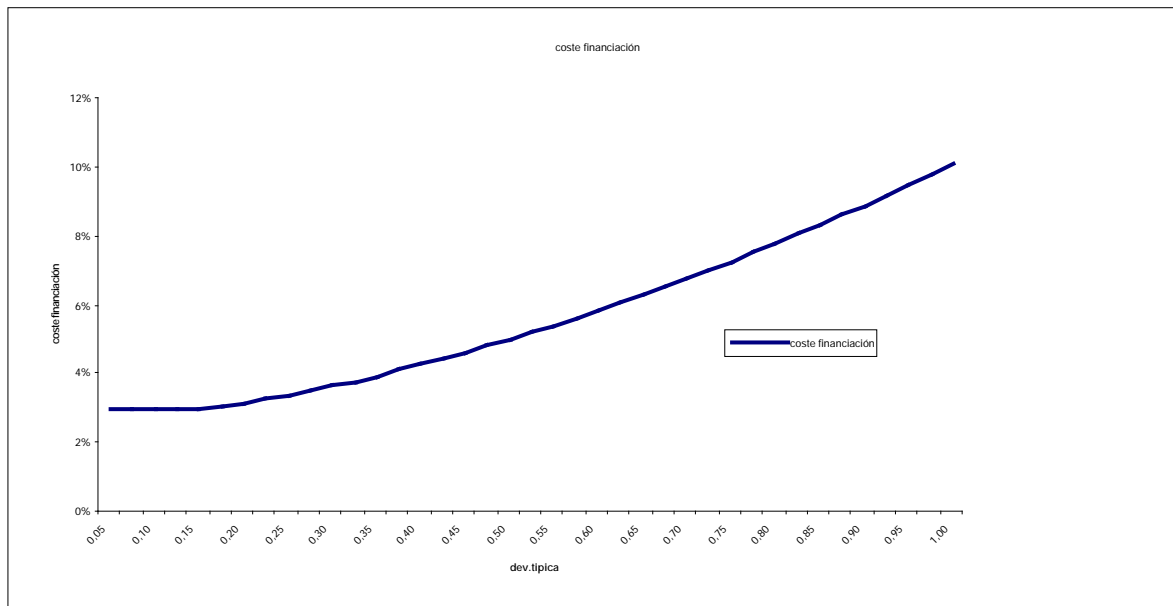


GRÁFICO n° 2

EVOLUCIÓN DEL COSTE DE LA FINANCIACIÓN (k) ANTE VARIACIONES DE LA DESVIACIÓN TÍPICA DEL ACTIVO



3.9.2 OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA, OPCIÓN DE ABANDONAR Y COSTE DEL ENDEUDAMIENTO EN FUNCIÓN DEL COEFICIENTE DE ENDEUDAMIENTO (*d*)

En la tabla nº2, exponemos la simulación de los valores de la opción de abandonar, el valor de la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar y el coste de financiación para diferentes valores del coeficiente de endeudamiento.

El gráfico nº3 muestra la evolución de la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar y el gráfico nº 4 ofrece la evolución del coste del endeudamiento.

TABLA nº 2: OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA, OPCIÓN DE ABANDONAR Y COSTE DEL ENDEUDAMIENTO EN FUNCIÓN DE (d).

r	σ	d	V
0,03	0,25	variable	0,2

d	γ	OA	σ^{\wedge}	γ^{\wedge}	ORL_{OA}	k
0,050	0,960	10,969	0,245	1,002	0,613	3,04%
0,075	0,960	10,969	0,245	1,002	1,381	3,06%
0,100	0,960	10,969	0,245	1,002	2,457	3,08%
0,125	0,960	10,969	0,245	1,002	3,841	3,10%
0,150	0,960	10,969	0,245	1,002	5,533	3,11%
0,175	0,960	10,969	0,245	1,002	7,533	3,13%
0,200	0,960	10,969	0,245	1,002	9,842	3,16%
0,225	0,960	10,969	0,245	1,002	12,459	3,18%
0,250	0,960	10,969	0,245	1,002	15,385	3,20%
0,275	0,960	10,969	0,245	1,002	18,620	3,22%
0,300	0,960	10,969	0,245	1,002	22,164	3,24%
0,325	0,960	10,969	0,245	1,002	26,016	3,26%
0,350	0,960	10,969	0,245	1,002	30,178	3,28%
0,375	0,960	10,969	0,245	1,002	34,648	3,31%
0,400	0,960	10,969	0,245	1,002	39,427	3,33%
0,425	0,960	10,969	0,245	1,002	44,515	3,35%
0,450	0,960	10,969	0,245	1,002	49,913	3,37%
0,475	0,960	10,969	0,245	1,002	55,619	3,40%
0,500	0,960	10,969	0,245	1,002	61,635	3,42%
0,525	0,960	10,969	0,245	1,002	67,959	3,45%
0,550	0,960	10,969	0,245	1,002	74,593	3,47%
0,575	0,960	10,969	0,245	1,002	81,537	3,50%
0,600	0,960	10,969	0,245	1,002	88,789	3,52%
0,625	0,960	10,969	0,245	1,002	96,351	3,55%
0,650	0,960	10,969	0,245	1,002	104,222	3,57%
0,675	0,960	10,969	0,245	1,002	112,402	3,60%
0,700	0,960	10,969	0,245	1,002	120,892	3,63%
0,725	0,960	10,969	0,245	1,002	129,691	3,65%
0,750	0,960	10,969	0,245	1,002	138,800	3,68%
0,775	0,960	10,969	0,245	1,002	148,218	3,71%
0,800	0,960	10,969	0,245	1,002	157,946	3,74%
0,825	0,960	10,969	0,245	1,002	167,983	3,77%
0,850	0,960	10,969	0,245	1,002	178,329	3,80%
0,875	0,960	10,969	0,245	1,002	188,985	3,83%
0,900	0,960	10,969	0,245	1,002	199,951	3,86%
0,925	0,960	10,969	0,245	1,002	211,227	3,89%
0,950	0,960	10,969	0,245	1,002	222,811	3,92%
0,975	0,960	10,969	0,245	1,002	234,706	3,95%
1,000	0,960	10,969	0,245	1,002	246,910	3,98%

GRÁFICO n° 3

OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA CON OPCIÓN DE ABANDONAR EN FUNCIÓN DEL COEFICIENTE DE ENDEUDAMIENTO

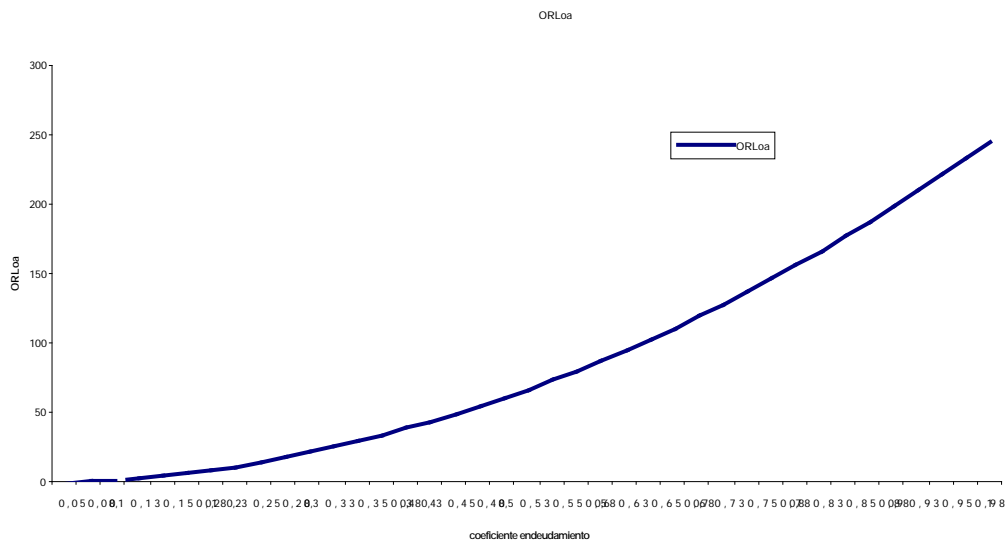
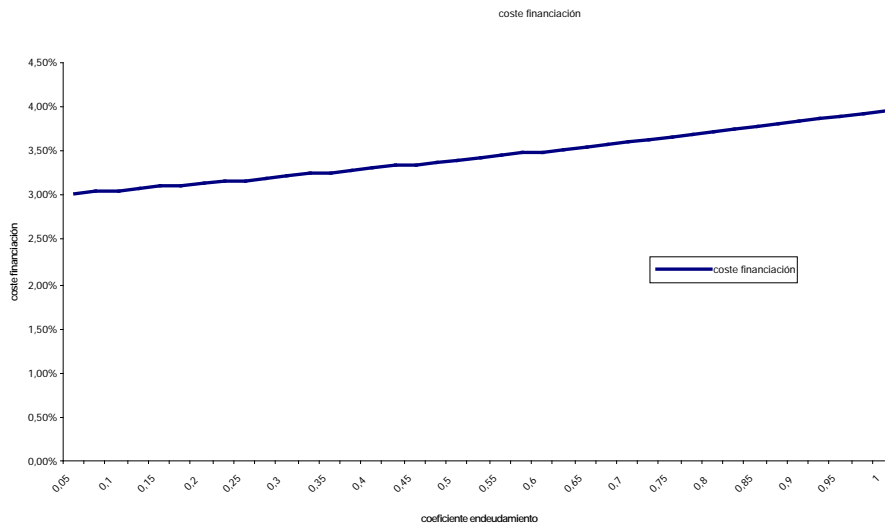


GRÁFICO nº 4

COSTE DEL ENDEUDAMIENTO EN FUNCIÓN DEL COEFICIENTE DE ENDEUDAMIENTO



3.9.3 OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA, OPCIÓN DE ABANDONAR Y COSTE DEL ENDEUDAMIENTO EN FUNCIÓN DEL VALOR DE LIQUIDACIÓN (v)

En la tabla nº 3, presentamos la simulación de los valores de la opción de abandonar y del coste de la financiación ajena para diferentes valores de la ratio del valor de liquidación respecto al valor del activo. Se observa, como cabía esperar, una reducción del valor de la opción de responsabilidad limitada y también una reducción en el coste de la financiación ajena a medida que la *ratio* del valor de liquidación aumenta y, por tanto, la empresa puede considerarse más solvente.

TABLA nº 3: OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA, OPCIÓN DE ABANDONAR Y COSTE DEL ENDEUDAMIENTO EN FUNCIÓN DE (v)

r	σ	d	V
0,03	0,25	0,5	Variable

v	γ	OA	σ^{\wedge}	γ^{\wedge}	ORL_{OA}	k
0,050	0,960	0,725	0,249	0,962	65,791	3,45%
0,075	0,960	1,604	0,249	0,966	65,429	3,45%
0,100	0,960	2,819	0,248	0,970	64,930	3,45%
0,125	0,960	4,366	0,247	0,976	64,298	3,44%
0,150	0,960	6,242	0,246	0,983	63,535	3,44%
0,175	0,960	8,443	0,245	0,992	62,646	3,43%
0,200	0,960	10,969	0,244	1,002	61,634	3,42%
0,225	0,960	13,818	0,243	1,013	60,503	3,41%
0,250	0,960	16,987	0,241	1,026	59,257	3,40%
0,275	0,960	20,476	0,240	1,040	57,901	3,39%
0,300	0,960	24,284	0,238	1,055	56,439	3,38%
0,325	0,960	28,409	0,236	1,073	54,878	3,37%
0,350	0,960	32,850	0,234	1,091	53,223	3,36%
0,375	0,960	37,606	0,232	1,112	51,481	3,34%
0,400	0,960	42,677	0,229	1,134	49,658	3,33%
0,425	0,960	48,062	0,227	1,158	47,761	3,32%
0,450	0,960	53,759	0,225	1,185	45,799	3,30%
0,475	0,960	59,769	0,222	1,213	43,778	3,29%
0,500	0,960	66,091	0,219	1,243	41,707	3,27%
0,525	0,960	72,723	0,216	1,276	39,596	3,26%
0,550	0,960	79,665	0,213	1,312	37,453	3,24%
0,575	0,960	86,918	0,210	1,350	35,288	3,23%
0,600	0,960	94,479	0,207	1,390	33,112	3,21%
0,625	0,960	102,349	0,204	1,434	30,933	3,20%
0,650	0,960	110,527	0,201	1,481	28,763	3,18%
0,675	0,960	119,013	0,197	1,532	26,613	3,17%
0,700	0,960	127,806	0,194	1,586	24,492	3,15%
0,725	0,960	136,906	0,190	1,644	22,413	3,14%
0,750	0,960	146,312	0,187	1,707	20,385	3,13%
0,775	0,960	156,023	0,183	1,774	18,419	3,11%
0,800	0,960	166,041	0,180	1,847	16,525	3,10%
0,825	0,960	176,363	0,176	1,925	14,712	3,09%
0,850	0,960	186,991	0,172	2,009	12,991	3,08%
0,875	0,960	197,922	0,169	2,099	11,368	3,07%
0,900	0,960	209,158	0,165	2,197	9,851	3,06%
0,925	0,960	220,697	0,161	2,302	8,446	3,05%
0,950	0,960	232,540	0,157	2,417	7,157	3,04%
0,975	0,960	244,685	0,153	2,540	5,988	3,04%
1,000	0,960	257,133	0,149	2,674	4,941	3,03%

GRÁFICO n° 5

OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA CON OPCIÓN DE ABANDONAR EN FUNCIÓN DEL VALOR DE LIQUIDACIÓN

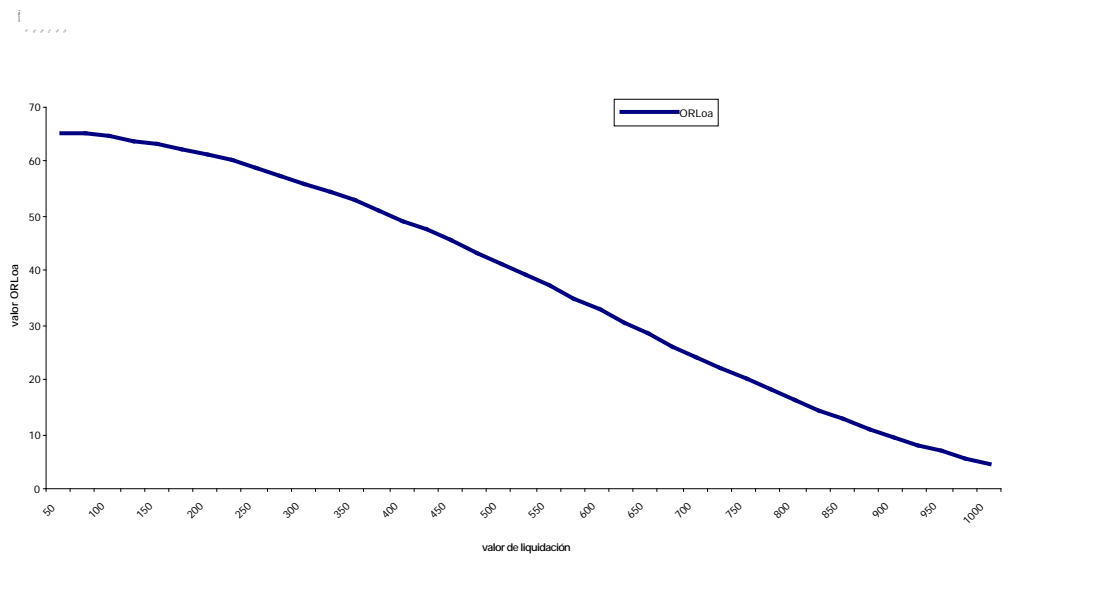
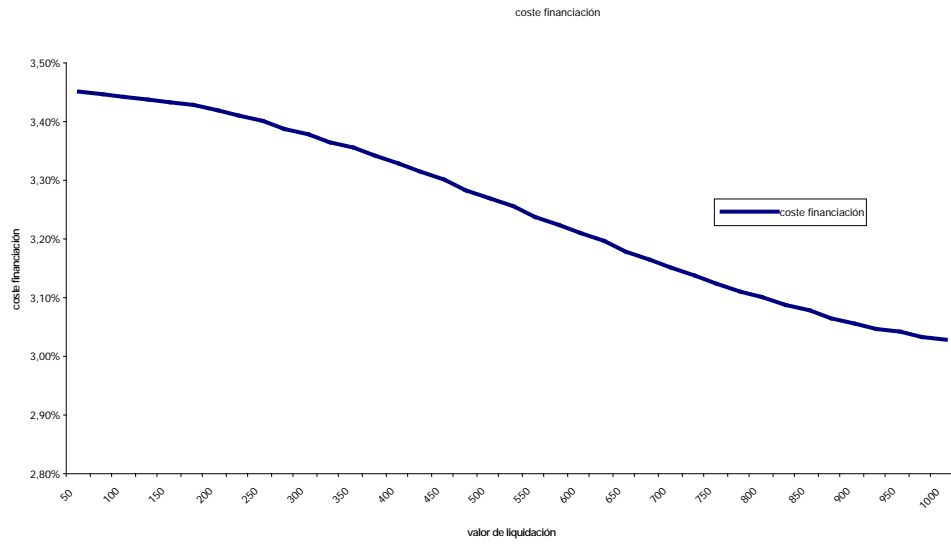


GRÁFICO nº 6

COSTE DEL ENDEUDAMIENTO EN FUNCIÓN DEL VALOR DE LIQUIDACIÓN



3.9.4 DESVIACIÓN TÍPICA DEL ACTIVO SUBYACENTE DE LA OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA CON OPCIÓN DE ABANDONAR

Esta simulación compara la desviación típica del activo subyacente de la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar, $\hat{\sigma}$, con la desviación típica del activo de la empresa, σ , para diferentes valores de la *ratio*, v , del valor de liquidación respecto al valor del activo. Los valores elegidos para v son:

$$\{0 \quad 0,20 \quad 0,50 \quad 1\}$$

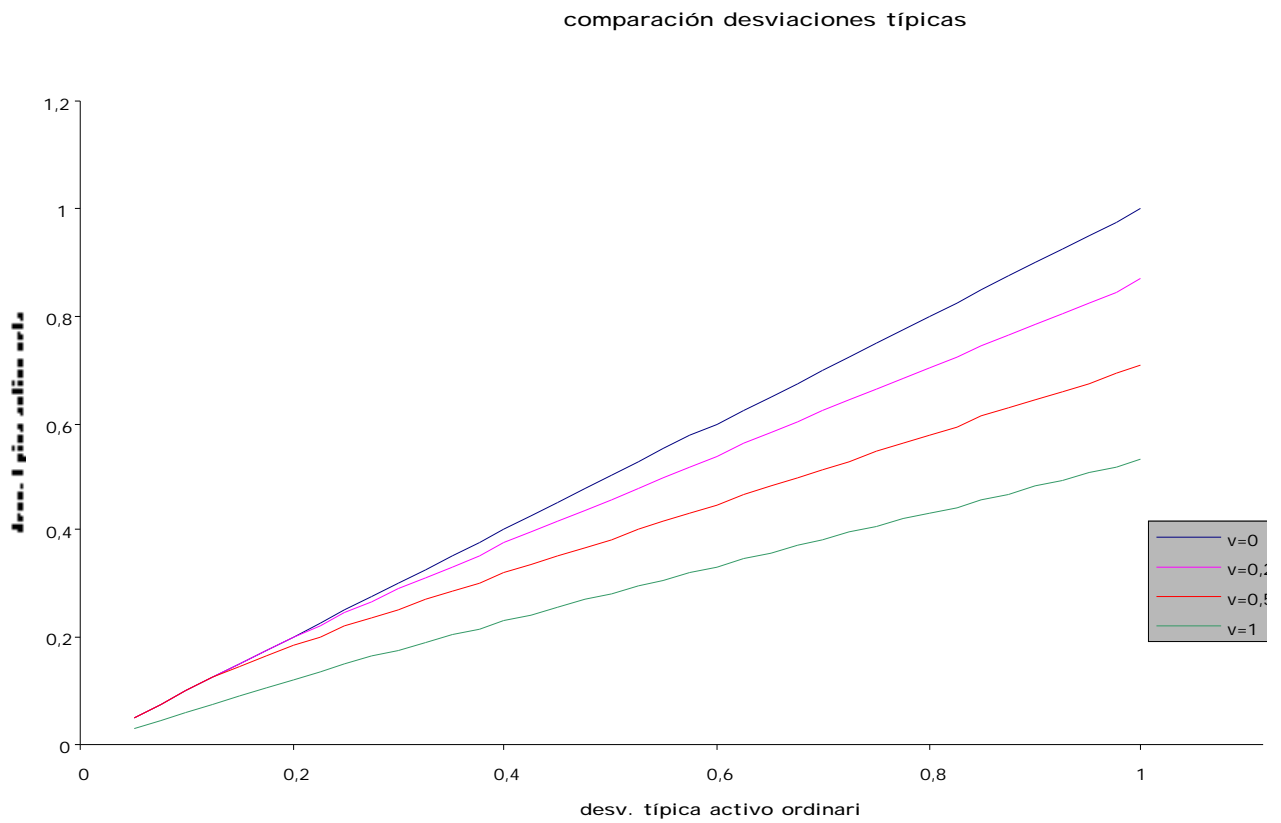
Se observa como la desviación típica del activo subyacente, $\hat{\sigma}$, disminuye al aumentar la *ratio* del valor de liquidación. Esta disminución resulta más elevada para valores a su vez más elevados de la desviación típica del activo de la empresa. Por otra parte, y como cabía esperar, la desviación típica del subyacente aumenta al hacerlo la desviación típica del activo de la empresa.

TABLA n° 4: DESVIACIÓN TÍPICA DEL ACTIVO SUBYACENTE DE LA OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA CON OPCIÓN DE ABANDONAR

r	σ	v	$\hat{\sigma}_0$	v	$\hat{\sigma}_{0,20}$	v	$\hat{\sigma}_{0,50}$	v	$\hat{\sigma}_1$
0,03	0,050	0	0,050	0,20	0,05	0,50	0,050	1	0,031
0,03	0,075	0	0,075	0,20	0,075	0,50	0,074	1	0,047
0,03	0,100	0	0,100	0,20	0,099	0,50	0,099	1	0,062
0,03	0,125	0	0,125	0,20	0,124	0,50	0,123	1	0,077
0,03	0,150	0	0,150	0,20	0,149	0,50	0,144	1	0,092
0,03	0,175	0	0,175	0,20	0,174	0,50	0,165	1	0,107
0,03	0,200	0	0,200	0,20	0,198	0,50	0,184	1	0,121
0,03	0,225	0	0,225	0,20	0,221	0,50	0,202	1	0,135
0,03	0,250	0	0,250	0,20	0,244	0,50	0,219	1	0,149
0,03	0,275	0	0,275	0,20	0,267	0,50	0,236	1	0,163
0,03	0,300	0	0,300	0,20	0,289	0,50	0,253	1	0,177
0,03	0,325	0	0,325	0,20	0,310	0,50	0,270	1	0,190
0,03	0,350	0	0,350	0,20	0,332	0,50	0,286	1	0,203
0,03	0,375	0	0,375	0,20	0,353	0,50	0,302	1	0,217
0,03	0,400	0	0,400	0,20	0,374	0,50	0,319	1	0,230
0,03	0,425	0	0,425	0,20	0,395	0,50	0,335	1	0,243
0,03	0,450	0	0,450	0,20	0,416	0,50	0,351	1	0,256
0,03	0,475	0	0,475	0,20	0,436	0,50	0,367	1	0,268
0,03	0,500	0	0,500	0,20	0,457	0,50	0,383	1	0,281
0,03	0,525	0	0,525	0,20	0,477	0,50	0,400	1	0,294
0,03	0,550	0	0,550	0,20	0,498	0,50	0,416	1	0,306
0,03	0,575	0	0,575	0,20	0,518	0,50	0,432	1	0,319
0,03	0,600	0	0,600	0,20	0,539	0,50	0,448	1	0,332
0,03	0,625	0	0,625	0,20	0,559	0,50	0,464	1	0,344
0,03	0,650	0	0,650	0,20	0,580	0,50	0,480	1	0,357
0,03	0,675	0	0,675	0,20	0,600	0,50	0,497	1	0,369
0,03	0,700	0	0,700	0,20	0,621	0,50	0,513	1	0,382
0,03	0,725	0	0,725	0,20	0,641	0,50	0,529	1	0,394
0,03	0,750	0	0,750	0,20	0,661	0,50	0,545	1	0,407
0,03	0,775	0	0,775	0,20	0,682	0,50	0,561	1	0,419
0,03	0,800	0	0,800	0,20	0,702	0,50	0,577	1	0,431
0,03	0,825	0	0,825	0,20	0,723	0,50	0,594	1	0,444
0,03	0,850	0	0,850	0,20	0,743	0,50	0,610	1	0,456
0,03	0,875	0	0,875	0,20	0,764	0,50	0,626	1	0,469
0,03	0,900	0	0,900	0,20	0,784	0,50	0,642	1	0,481
0,03	0,925	0	0,925	0,20	0,805	0,50	0,658	1	0,493
0,03	0,950	0	0,950	0,20	0,825	0,50	0,675	1	0,506
0,03	0,975	0	0,975	0,20	0,845	0,50	0,691	1	0,518
0,03	1,000	0	1,000	0,20	0,866	0,50	0,707	1	0,530

GRAFICO nº 7

DESVIACIÓN TÍPICA DEL ACTIVO SUBYACENTE DE LA OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA CON OPCIÓN DE ABANDONAR



3.10 CONCLUSIONES

1. El activo tiene un valor de liquidación que consiste en la cifra que puede obtenerse vendiendo en el mercado los elementos que integran el activo. La incidencia del valor de liquidación del activo en la opción de responsabilidad limitada y, por ende, en el coste del endeudamiento se introduce por medio de la opción de abandonar.
2. Entendemos por opción de abandonar la capacidad que tienen los accionistas para decidir el cese de las actividades de la empresa y vender los elementos de su activo en el mercado procediendo con su importe a liquidar la deuda y distribuir, a continuación, el remanente.
3. Suponiendo que el valor de liquidación se mantiene constante a lo largo del tiempo, la opción de abandonar puede concebirse como una opción de venta americana perpetua cuyo activo subyacente es el activo de la empresa y cuyo precio de ejercicio es el valor de liquidación.
4. Para el caso en que la empresa se financia con fondos propios y endeudamiento, la opción de abandonar forma parte de la opción de responsabilidad limitada. Entonces, el activo subyacente de la opción de responsabilidad limitada está formado por la suma del activo de la empresa y la opción de abandonar, pues ambos pasan a ser propiedad de los acreedores si los accionistas ejercitan su derecho de responsabilidad limitada. El precio de ejercicio continúa siendo igual al pago prometido a los acreedores. En este contexto pueden darse dos casos:

- a) $VL > DN$: los accionistas ejercitan la opción de abandonar antes de que se llegue a la situación de quiebra. En este caso, el endeudamiento no presenta riesgo.
 - b) $VL < DN$: Se trata de un endeudamiento con riesgo. Se llega antes a la quiebra que al ejercicio de la opción de abandonar. Se declara la quiebra y los acreedores reciben la opción de abandonar junto con el activo.
5. Cuando existe opción de responsabilidad limitada y opción de abandonar, el coste del endeudamiento queda afectado de la siguiente forma:
- a) $VL > DN$: Se trata de un endeudamiento sin riesgo y, como consecuencia, el coste es igual al tipo de interés libre de riesgo.
 - b) $VL < DN$: Obtenemos la expresión del coste del endeudamiento, teniendo en cuenta que la opción de responsabilidad limitada engloba la opción de abandonar.

APÉNDICE 3A: VALORACIÓN DE LA OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA CON OPCIÓN DE ABANDONAR

En este caso, la opción de abandonar forma parte, junto con el valor de mercado de las inversiones de la empresa, del activo subyacente de la opción de responsabilidad limitada:

$$\hat{A} = A + \frac{VL}{1 + \gamma} \frac{(1 + \gamma) A^{-\gamma}}{\gamma VL} \quad (3A.1)$$

Como paso previo a la valoración de la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar debemos especificar el proceso estocástico que sigue \hat{A} .

3A.1 Proceso estocástico del activo subyacente

A , el valor de mercado de las inversiones de la empresa, sigue el proceso estocástico de Ito, de acuerdo con la hipótesis generalmente aceptada y asumida en este trabajo. \hat{A} es función de A . Según el lema de Ito (Hull, 2000 p. 230), una función de una variable estocástica que sigue un proceso de Ito, sigue también un proceso de Ito, cuya forma es la siguiente:

$$d\hat{A} = \frac{\hat{A}}{A} \left[\mu A + \frac{\hat{A}}{t} + \frac{1}{2} \frac{\hat{A}^2}{A^2} \sigma^2 A^2 \right] dt + \frac{\hat{A}}{A} \sigma A dz \quad (3A.2)$$

donde $\left(\frac{\hat{A}}{A} \mu A + \frac{\hat{A}}{t} + \frac{1}{2} \frac{{}^2\hat{A}}{A^2} \sigma^2 A^2\right)$ es la tasa de tendencia, $\left(\frac{\hat{A}}{A} \sigma A\right)^2$ es la tasa de varianza y dz un proceso estocástico de Wiener.

El cálculo de las derivadas de \hat{A} proporciona los siguientes valores:

$$\frac{\hat{A}}{A} = 1 - \frac{A(1+\gamma)^{-1-\gamma}}{VL \gamma} \quad (3A.3)$$

$$\frac{{}^2\hat{A}}{A^2} = \frac{VL \gamma \frac{A(1+\gamma)^{-\gamma}}{VL \gamma}}{A^2} \quad (3A.4)$$

$$\frac{\hat{A}}{t} = 0 \quad \text{por tratarse de una opción perpetua,} \quad (3A.5)$$

con lo que el proceso estocástico de \hat{A} resulta ser:

$$d\hat{A} = \left[1 - \frac{A(1+\gamma)^{-1-\gamma}}{VL \gamma} \mu A + \frac{1}{2} VL \gamma \frac{A(1+\gamma)^{-\gamma}}{VL \gamma} \sigma^2\right] dt + \left[1 - \frac{A(1+\gamma)^{-1-\gamma}}{VL \gamma} \sigma A\right] dz \quad (3A.6)$$

El proceso estocástico de la rentabilidad de \hat{A} ($d\hat{A}/\hat{A}$) se obtiene dividiendo por \hat{A} el resultado que acabamos de obtener:

$$\frac{d\hat{A}}{\hat{A}} = \frac{1 - \frac{A(1+\gamma)^{-1-\gamma}}{VL\gamma} \left(\mu + \frac{1}{2} \frac{VL\gamma}{A} \frac{A(1+\gamma)^{-\gamma}}{VL\gamma} \sigma^2 \right)}{A + \frac{VL}{1+\gamma} \frac{(1+\gamma)A^{-\gamma}}{\gamma VL}} dt + \frac{1 - \frac{A(1+\gamma)^{-1-\gamma}}{VL\gamma} \sigma \frac{A}{A + \frac{VL}{1+\gamma} \frac{(1+\gamma)A^{-\gamma}}{\gamma VL}}}{\frac{A(1+\gamma)^{-1-\gamma}}{VL\gamma}} dz \quad (3A.7)$$

Realizando operaciones, obtenemos:

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{A}}{\hat{A}} = & \frac{2 \frac{A(1+\gamma)^{-1-\gamma}}{VL\gamma} \left(\mu + \frac{1}{2} \frac{VL\gamma}{A} \frac{A(1+\gamma)^{-\gamma}}{VL\gamma} \sigma^2 \right)}{2 \frac{VL}{1+\gamma} + A \frac{(1+\gamma)A^{-\gamma}}{\gamma VL}} dt + \\ & \frac{-\frac{VL\gamma}{1+\gamma} + A \frac{(1+\gamma)A^{-\gamma}}{\gamma VL}}{\frac{VL}{1+\gamma} + A \frac{(1+\gamma)A^{-\gamma}}{\gamma VL}} \sigma dz \end{aligned} \quad (3A.8)$$

Por tanto, la rentabilidad esperada y la desviación típica de \hat{A} , son:

$$\hat{\mu} = \frac{2 A (1+\gamma) \frac{A (1+\gamma)^\gamma}{VL \gamma} \mu + VL \gamma (2 \mu + (1+\gamma) \sigma^2)}{2 VL + A (1+\gamma) \frac{A (1+\gamma)^\gamma}{VL \gamma}} \quad (3A.9)$$

$$\hat{\sigma} = \frac{-VL \gamma + A (1+\gamma) \frac{A (1+\gamma)^\gamma}{VL \gamma}}{VL + A (1+\gamma) \frac{A (1+\gamma)^\gamma}{VL \gamma}} \sigma \quad (3A.10)$$

3A.2 Valor de la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar

A continuación, debemos calcular el valor de una opción de venta perpetua sobre el activo subyacente \hat{A} , la desviación típica del cual es $\hat{\sigma}$, para el precio de ejercicio DN . Por tanto, podemos sustituir directamente en la expresión calculada por Merton (1973), anteriormente citada en el apartado 2.4:

$$G(S, E) = \frac{E}{1+\gamma} \frac{(1+\gamma) S^{-\gamma}}{\gamma E} \quad (3A.11)$$

donde G es el valor de la opción, S el activo subyacente y E el precio de ejercicio.

Por tanto:

$$ORL_{OA} = \frac{DN}{1+\hat{\gamma}} \frac{(1+\hat{\gamma}) \hat{A}^{-\hat{\gamma}}}{\hat{\gamma} DN} \quad (3A.12)$$

donde

$$\hat{\gamma} = \frac{2r}{\hat{\sigma}^2} \quad (3A.13)$$

Sustituyendo \hat{A} por su valor, resulta:

$$ORL_{OA} = \frac{DN}{1+\hat{\gamma}} \frac{1+\hat{\gamma} \left(A + \frac{VL}{1+\hat{\gamma}} \right) \frac{(1+\hat{\gamma}) \left(A + \frac{VL}{1+\hat{\gamma}} \right)^{-\hat{\gamma}}}{\hat{\gamma} VL}}{\hat{\gamma} VL} \quad (3A.14)$$