

Modelización del campo geomagnético principal y su variación secular en el Atlántico Norte mediante el uso de datos de naturaleza heterogénea

Àngela Talarn Zaragoza

<http://hdl.handle.net/10803/401779>

ADVERTIMENT. L'accés als continguts d'aquesta tesi doctoral i la seva utilització ha de respectar els drets de la persona autora. Pot ser utilitzada per a consulta o estudi personal, així com en activitats o materials d'investigació i docència en els termes establerts a l'art. 32 del Text Refós de la Llei de Propietat Intel·lectual (RDL 1/1996). Per altres utilitzacions es requereix l'autorització prèvia i expressa de la persona autora. En qualsevol cas, en la utilització dels seus continguts caldrà indicar de forma clara el nom i cognoms de la persona autora i el títol de la tesi doctoral. No s'autoritza la seva reproducció o altres formes d'explotació efectuades amb finalitats de lucre ni la seva comunicació pública des d'un lloc aliè al servei TDX. Tampoc s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant als continguts de la tesi com als seus resums i índexs.

ADVERTENCIA. El acceso a los contenidos de esta tesis doctoral y su utilización debe respetar los derechos de la persona autora. Puede ser utilizada para consulta o estudio personal, así como en actividades o materiales de investigación y docencia en los términos establecidos en el art. 32 del Texto Refundido de la Ley de Propiedad Intelectual (RDL 1/1996). Para otros usos se requiere la autorización previa y expresa de la persona autora. En cualquier caso, en la utilización de sus contenidos se deberá indicar de forma clara el nombre y apellidos de la persona autora y el título de la tesis doctoral. No se autoriza su reproducción u otras formas de explotación efectuadas con fines lucrativos ni su comunicación pública desde un sitio ajeno al servicio TDR. Tampoco se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al contenido de la tesis como a sus resúmenes e índices.

WARNING. The access to the contents of this doctoral thesis and its use must respect the rights of the author. It can be used for reference or private study, as well as research and learning activities or materials in the terms established by the 32nd article of the Spanish Consolidated Copyright Act (RDL 1/1996). Express and

TESIS DOCTORAL

**Modelización del campo geomagnético
principal y su variación secular en el Atlántico
Norte mediante el uso de datos de naturaleza
heterogénea**

Àngela Talarn Zaragoza

Observatori de l'Ebre

Universitat Ramon Llull, URL

Departamento de Geofísica

Dirigida por

Dr. Joan Miquel Torta Margalef

Dr. Francisco Javier Pavón Carrasco

A mi familia

Agradecimientos

Este trabajo no se habría podido realizar sin la aportación y apoyo de una larga lista de personas que de formas muy diversas han estimulado y empujado incansablemente para llegar al puerto adecuado. Es posible que me deje de nombrar a algunas, pero no por eso su contribución a la causa ha sido menor.

Primero agradecer a mis dos tutores Joan Miquel Torta y Francisco Javier Pavón su paciencia, perseverancia e implicación sin la cual el desarrollo de este trabajo no habría sido posible. A Miquel le debo la oportunidad que me brindó de aprender sobre el apasionante mundo del magnetismo terrestre. Su experiencia y meticulosidad en esta disciplina ha dotado a este proyecto de rigurosidad y solidez. A Javier agradecerle su optimismo y compromiso durante el transcurso de este viaje, no solo en el geomagnetismo sino también en la parte más técnica del proyecto. Esto ha propiciado el desarrollo y aprendizaje de las herramientas empleadas, dotando de consistencia y coherencia a este trabajo.

Agradecer la contribución de Manuel Catalán al proporcionarnos los datos marinos empleados en este trabajo y generar las figuras 6.10 y 7.5 a partir de los datos sintetizados con el modelo desarrollado en los mismos puntos de medida. También darle las gracias por la oportunidad de poder formar parte durante unas semanas del proceso de toma de datos a bordo del buque Hespérides.

Al Observatorio del Ebro por cofinanciar el presente trabajo, y a todo el personal con el que he coincidido en esta etapa, estos han favoreciendo un ambiente familiar con el que me he sentido especialmente cómoda. Gracias a David, Anaïs, M. Ángel, M. José, Estefania, Miguel C., Javier, Òscar, Àngels, Curto, Beatriu, Maria, Miquel I., Santi, Xavi, Pere, Susana, Pepe, Toni, Lluís, Germán, Miquel T. y al resto de personal que ha trabajado en el observatorio.

Al haber sido un proyecto llevado a cabo durante varios años, con la intención de no dejarme a nadie no pondré nombres sino solamente amigos. Gracias a todos, tanto los repartidos por el mundo como los más cercanos, todos ellos han sabido solazarme en los momentos precisos. Incluso el constante sondeo o la ausencia de este, me han espoleado en el desempeño de esta tesis. Quiero hacer una mención especial a Halady, Maite y Miren, gracias.

Y finalmente mencionar a los más importantes, la familia, en especial a mis padres. Su soporte forma parte del eje central en el que mi perseverancia se sustenta, animándome y empujándome a no abandonar y seguir adelante a pesar de cualquier obstáculo encontrado en el camino. Sin su apoyo incondicional nada de esto hubiera sido posible, muchas gracias.

Para acabar, solamente compartir una simple dedicatoria que un día me brindaron y que me ha acompañado hasta hoy: "P8D".

El presente trabajo se inició gracias a un contrato pre-doctoral en formación con el soporte del *Comissionat per a Universitats i Recerca del DIUE de la Generalitat de Catalunya* para el Grupo de Investigación Consolidado "Geofísica" del Instituto Universitario Observatori de l'Ebre, Universitat Ramon Llull.

“Conserva celosamente tu derecho a reflexionar, porque incluso el hecho de pensar erróneamente es mejor que no pensar en absoluto”

Hipatia de Alejandría

Modelización del campo geomagnético principal y su variación secular en el Atlántico Norte mediante el uso de datos de naturaleza heterogénea

Resumen

En esta tesis doctoral se presenta un estudio detallado del uso y utilidad de la técnica de modelización regional basada en el Análisis Armónico sobre un Casquete Esférico (SCHA). Dicha técnica, y sobre todo su posterior revisión (R-SCHA), fueron especialmente desarrolladas para modelar cortas longitudes de onda de los elementos geomagnéticos. Esto dejó, por tanto, una cuestión a resolver: el uso del R-SCHA para modelar largas longitudes de onda características del campo geomagnético principal y su variación secular. Para explorar por primera vez esta opción, se ha desarrollado diferentes estrategias que se plasman en el presente trabajo.

La distribución espacial y temporal de los datos usados (datos escalares y vectoriales procedentes de observatorios, estaciones seculares, marinos y de satélite) ha permitido constreñir el área de estudio en la zona del Atlántico Norte, entre 1960 y 2000. Haciendo necesario el desarrollado, por primera vez, de la norma espaciotemporal del campo geomagnético en términos de la técnica R-SCHA, obteniendo longitudes de onda espacial y temporal más realistas. El modelo obtenido, **NAGRM**, es capaz de ajustar con alta precisión los datos usados, especialmente el campo principal y su variación secular proporcionados por las medias anuales y mensuales de los observatorios geomagnéticos. Hecho que resalta la bondad de **NAGRM**, al ser capaz de reproducir con precisión los datos geomagnéticos más fiables sobre la superficie terrestre. Además, el modelo regional muestra una adecuada descripción continua en altura para los diferentes elementos geomagnéticos. Con la intención de aumentar el valor y la utilidad de **NAGRM**, éste se constriñó en su periodo final mediante el reciente modelo global CHAOS-6 permitiendo una continuidad suave entre ambos modelos en el año 2000.

Durante el proceso de modelización se han manifestado las ventajas de emplear datos marinos de cruce en grandes zonas oceánicas para épocas desprovistas de datos geomagnéticos de satélites. Por ese motivo, la ventana temporal seleccionada ha sido de 1960 hasta 2000, época a partir de la cual ya se dispone de buena cobertura espacial gracias a los datos de satélites como el Ørsted, el CHAMP y los de la constelación *Swarm*. Para mostrar dichas ventajas, se ha generado un modelo regional de variación secular de la intensidad geomagnética de la zona del Atlántico Norte, **NAGSVM-F**. En este caso particular todos los datos empleados se localizan sobre la superficie terrestre, por lo que la técnica utilizada ha sido el SCHA. Para su aplicación se ha requerido desarrollar la norma del campo geomagnético en términos SCHA.

Los modelos regionales obtenidos, **NAGRM** y **NAGSVM-F**, permiten también determinar sus incertidumbres gracias a la aplicación del método *bootstrap*. Cabe destacar que ambos modelos pueden ser usados para detectar los *jerks* geomagnéticos acontecidos en la ventana temporal 1960 - 2000. Dichos fenómenos se ven plasmados al sintetizar la variación secular alrededor de los años en que estos eventos se han producido. Todo lo mostrado en este trabajo constata que la técnica R-SCHA proporciona modelos regionales del campo geomagnético principal y su variación secular que se comportan comparablemente con los modelos globales.

Geomagnetic main field and its secular variation modelling by using heterogeneous data for the North Atlantic

Summary

This thesis presents a detailed study of the regional modelling technique based on Spherical Cap Harmonic Analysis (SCHA). This technique, and especially its later revision (R-SCHA), were developed to model geomagnetic short wavelengths. Therefore, this fact leads to an issue yet to be resolved: the use of the R-SCHA to model characteristic long wavelengths of the main geomagnetic field and its secular variation. In order to explore this option, this study aims to introduce different strategies that have been developed.

The spatial and temporal data distribution (scalar and vector data from observatories, repeat stations, and marine and satellite surveys) enables us to study the North Atlantic area between 1960 and 2000. Thus, it was necessary to develop a spatiotemporal norm of the geomagnetic field in terms of the R-SCHA technique, which provided more realistic spatial and temporal wavelengths. The developed model, **NAGRM**, is able to reproduce with high accuracy the data used, specially the main field and its secular variation provided by the observatory annual and monthly means. This fact highlights the efficiency of **NAGRM**, being able to reproduce accurately the most reliable geomagnetic data on the Earth's surface. In addition, the regional model also shows a suitable continuous description in height for the different geomagnetic components. In the interest of increasing the value of **NAGRM**, at the end of its period of validity it was constrained to the recent global model CHAOS-6. This gave a smooth continuity between both models.

During the modelling process, the advantages of using marine crossover data in large oceanic zones when having poor geomagnetic satellite data distribution have been demonstrated. As a consequence, the time chosen is from 1960 to 2000. During these years a good spatial coverage was available thanks to satellite data provided by Ørsted, CHAMP and *Swarm* constellation. A secular variation regional model of the geomagnetic intensity for the North Atlantic area, **NAGSVM-F**, has been generated to show these advantages. In this particular case, the data come from the Earth surface and, therefore, the technique used was the SCHA. As for the **NAGRM** model, a spatiotemporal norm of the geomagnetic field in terms of SCHA was developed.

The regional models **NAGRM** and **NAGSVM-F** use the bootstrap algorithm to predict uncertainty. It should be pointed out that both models can be used to detect geomagnetic jerks that occurred between 1960 and 2000 time interval. These phenomena are captured when the secular variation are synthesized around the time these events have occurred. This study shows that the R-SCHA technique provides regional models which behave as global models for the main geomagnetic field and its secular variation.

Modelització del camp geomagnètic principal i la seva variació secular a l'Atlàntic Nord mitjançant l'ús de dades de naturalesa heterogènia

Resum

En aquesta tesi doctoral es presenta un estudi detallat de l'ús i utilitat de la tècnica regional de modelització basada en l'Anàlisi Harmònica sobre un Casquet Esfèric (SCHA). L'esmentada tècnica i, sobretot, la seva revisió posterior (R-SCHA), es van desenvolupar especialment per a modelar les longituds d'ona curtes dels elements geomagnètics. Aquest fet deixava, doncs, una qüestió a resoldre: l'ús del R-SCHA per a modelar longituds d'ona llargues pròpies del camp geomagnètic principal i la seva variació secular. Amb la intenció d'explorar per primer cop aquesta opció s'han desenvolupat diverses estratègies que es plasmen en el present treball.

La distribució espacial i temporal de les dades emprades (dades escalars i vectorials obtingudes a través d'observatoris, estacions seculars, i de campanyes marines i de satèl·lit) ha permès reduir la zona d'estudi a l'Atlàntic Nord, entre 1960 i 2000. Això ha fet imprescindible el desenvolupament per primer cop de la norma spatiotemporal del camp geomagnètic en termes de la tècnica R-SCHA, propiciant l'obtenció de longituds d'ona espacial i temporal més realistes. El model obtingut, anomenat **NAGRM**, és capaç d'ajustar amb gran precisió les dades emprades, especialment el camp principal i la seva variació secular proporcionats per les mitges anuals i mensuals dels observatoris geomagnètics. Un dels aspectes positius del **NAGRM** és la seva capacitat per a reproduir amb precisió les dades geomagnètiques més fiables sobre la superfície terrestre. A més a més, el model regional mostra una adequada i continua descripció en altura pels diferents elements geomagnètics. Amb la finalitat d'augmentar el valor i la utilitat del **NAGRM**, aquest s'ha constret al final del seu període mitjançant el model global CHAOS-6, fet que ha permès una continuïtat suau entre ambdós models per a l'any 2000.

Durant el procés de modelització s'han posat de manifest els avantatges d'emprar dades marines de creuament en grans zones oceàniques per a èpoques sense dades geomagnètiques de satèl·lit. Per aquest motiu el període temporal seleccionat ha estat del 1960 al 2000, època a partir de la qual es disposa d'una bona cobertura espacial gràcies a les dades de satèl·lits com l'Ørsted, el CHAMP i els de la constel·lació *Swarm*. Per a mostrar els esmentats avantatges, s'ha generat un model regional de variació secular de la intensitat geomagnètica a la zona de l'Atlàntic Nord, que hem anomenat **NAGSVM-F**. En aquest cas particular totes les dades utilitzades estan localitzades sobre la superfície terrestre, per tant la tècnica utilitzada ha estat el SCHA. Per a la seva correcta aplicació, de la mateixa forma que pel model **NAGRM**, s'ha desenvolupat la norma del camp geomagnètic en termes del SCHA.

Els models regionals obtinguts, **NAGRM** i **NAGSVM-F**, permeten determinar les seves incerteses gràcies a l'aplicació del mètode *bootstrap*. Altrament, ambdós models poden ser utilitzats per a detectar els *jerks* geomagnètics succeïts dintre de la finestra temporal de 1960 - 2000. Aquests fenòmens es veuen plasmats al sintetitzar la variació secular al voltant dels anys on s'han produït. En aquesta tesi es constata que, mitjançant l'ús de diferents sets de dades a diferents altures, la tècnica R-SCHA proporciona models regionals de camp geomagnètic principal i de la seva variació secular comparables amb els proporcionats pels models globals.

Índice

Agradecimientos.....	3
Resumen.....	7
Capítulo 1. Introducción. Motivación y objetivos.....	15
1.1. Motivación.....	17
1.2. Objetivos.....	19
Capítulo 2. El campo geomagnético. Origen y medida.....	21
2.1. Introducción histórica.....	23
2.2. Campo geomagnético de origen interno.....	26
2.3. Campo geomagnético de origen externo.....	30
2.4. Elementos del campo geomagnético.....	34
2.4.1. Datos geomagnéticos.....	36
2.4.1.1. Datos marinos.....	36
2.4.1.2. Datos de observatorios y estaciones seculares.....	38
2.4.1.3. Datos de satélites. Índices geomagnéticos.....	41
Capítulo 3. Modelización del campo geomagnético.....	45
3.1. Expresión armónica del campo geomagnético en el espacio.....	47
3.2. Dependencia temporal del campo geomagnético.....	51
3.3. Diferencias respecto la media.....	52
3.5. Modelos de campo geomagnético a escala regional.....	62
3.5.1. Análisis armónico en un casquete esférico (SCHA).....	63
3.5.2. Revisión de la técnica SCHA: R-SCHA.....	68
3.6. Inversión y regularización.....	73
Capítulo 4. Datos empleados.....	77
4.1. Datos marinos de cruce.....	80
4.2. Datos de observatorios y estaciones seculares.....	83
4.2.1. Selección de la intensidad total de los datos de observatorio.....	83
4.2.2. Selección de datos vectoriales de observatorio.....	85
4.2.3. Selección de la intensidad total de los datos de estaciones seculares.....	87
4.2.4. Selección de los datos vectoriales de estaciones seculares.....	88
4.3. Datos de satélite.....	91
Capítulo 5. Modelo regional NAGSVM-F.....	95
5.1. Modelización de la variación secular de la intensidad total del campo geomagnético a partir de un nuevo conjunto de datos marinos de cruce: modelo NAGSVM-F.....	97

5.2. Modelo regional de intensidad total añadiendo datos de estaciones seculares.....	103
Capítulo 6. Modelo regional NAGRM.....	109
6.1. Generación del modelo NAGRM	111
6.2. Datos de estaciones seculares.....	113
6.3. Datos de observatorios	116
6.3.1. Análisis de la variación secular en observatorios.....	116
6.3.2. Análisis del campo principal o fijo en observatorios y determinación de las anomalías corticales	120
6.4. Datos marinos	124
6.5. Datos de satélite.....	128
6.6. Incertidumbre del modelo y continuidad en el año 2000.....	129
6.7. NAGRM versus modelos globales.....	133
Capítulo 7. Aplicaciones	137
7.1. Morfología del campo geomagnético para el período 1960 - 2000.....	139
7.2. Anomalías marinas	144
7.3. <i>Jerks</i> geomagnéticos	147
Capítulo 8. Conclusiones y perspectivas de futuro	153
Referencias	159
Anexos	171
Anexo 1. Matriz de regularización espacial para SCHA.....	173
Anexo 2. Matriz de regularización espacial para R-SCHA.....	175
Anexo 3. Pavón-Carrasco, F.J., Torta, J.M, Catalán, M., Talarn, À., Ishihara, T., 2013. <i>Improving total field geomagnetic secular variation modeling from a new set of cross- over marine data</i> , Phys. Earth Planet. Inter., 216, 21 – 31	179
Anexo 4. Coeficientes NAGRM	190
Anexo 5. Talarn, À., Pavón-Carrasco, F.J., Torta, J.M, Catalán, M., 2016. <i>Evaluation of using R-SCHA to simultaneously model main field and secular variation multilevel geomagnetic data for the North Atlantic</i> , Phys. Earth Planet. Inter., in press.....	193

Capítulo 1.

Introducción.

Motivación y objetivos

1.1. Motivación

En la actualidad, las características del campo geomagnético sobre la superficie terrestre vienen descritas por modelos físico-matemáticos. Para construir estos modelos, que pueden ser regionales o globales, es necesaria una buena cobertura espacial y temporal de medidas del campo previamente obtenidas mediante diferentes instrumentos geomagnéticos. Fue en la época de Gauss cuando se estableció un método matemático adecuado para la descripción del campo geomagnético a nivel global. Este método ha sido mejorado durante el siglo XX gracias a las nuevas técnicas de modelado geomagnético y a la capacidad creciente de analizar conjuntamente un volumen elevado de datos geomagnéticos, haciendo que la precisión de los modelos mejorase en las últimas décadas. Desde finales del siglo XX se observó un claro avance en la descripción global del campo geomagnético, propiciado por la aparición de datos satelitales. Éstos proporcionaron datos geomagnéticos con una excelente cobertura espacial, un prerrequisito importante para obtener una mayor precisión en los modelos. Ello es especialmente relevante en las zonas oceánicas, que ocupan el 71% del planeta Tierra, y en donde ha sido tradicionalmente más difícil obtener medidas por otros medios.

El reto más significativo a la hora de aplicar técnicas de modelización a los datos geomagnéticos es la correcta división y separación del campo geomagnético en sus diferentes contribuciones que dependen de fuentes con orígenes diversos. En un modo simplificado (ver el Capítulo 2 para un mayor detalle sobre las fuentes del campo geomagnético) existen dos fuentes principales del campo geomagnético en función de donde éstas se localizan: fuentes internas y externas. La de mayor contribución es la interna que contempla el campo magnético generado por el núcleo externo de la Tierra: el Campo Principal que explica más del 90% del campo total en la superficie de la Tierra. Este campo y su variación temporal, la llamada Variación Secular (VS), serán el objeto de estudio en esta tesis doctoral.

La información más importante y precisa que se dispone de la VS es la que se obtiene a partir de los valores de las medias anuales proporcionadas por los observatorios geomagnéticos distribuidos básicamente en las zonas continentales, y por tanto, dejando al descubierto grandes zonas oceánicas. Aunque existen medidas incompletas en los 60 y principios de los 70, y esporádicas en 1980, la cobertura espacial precisa y continua proporcionada por los satélites solo ha sido posible durante los últimos quince años, como se observa en la *Figura 1.1*. Hecho que limita la generación de modelos para ese amplio intervalo sin una cobertura adecuada de datos geomagnéticos.

Para solventar el vacío de datos de observatorios geomagnéticos en las cuencas marinas y la escasa cobertura temporal de datos de satélite esquematizados en la *Figura 1.1*, en esta tesis se plantea el uso de datos marinos para cubrir dichas regiones oceánicas proporcionando así una mejor cobertura temporal en los años de escasez de datos satelitales, poniendo de manifiesto la importancia de la compilación de datos geomagnéticos. En nuestro caso usaremos pares de observaciones marinas que se sitúan en puntos de cruce de las trayectorias de buques oceanográficos, donde teóricamente, éstas solo deberán diferir en la variación temporal del elemento medido, en este caso la intensidad del campo geomagnético. La propuesta fue formulada por Verhoef y Williams (1993), y fue aplicada por estos autores para modelar la VS de la intensidad en una región

(relativamente pequeña) rectangular del Atlántico Nororiental. Hasta el inicio de este trabajo no había constancia de que este procedimiento hubiera sido empleado para toda una cuenca oceánica o para todo el globo, ni que esos datos marinos se hubieran combinado con otros procedentes de otras plataformas y alturas para generar un modelo completo del vector campo geomagnético.

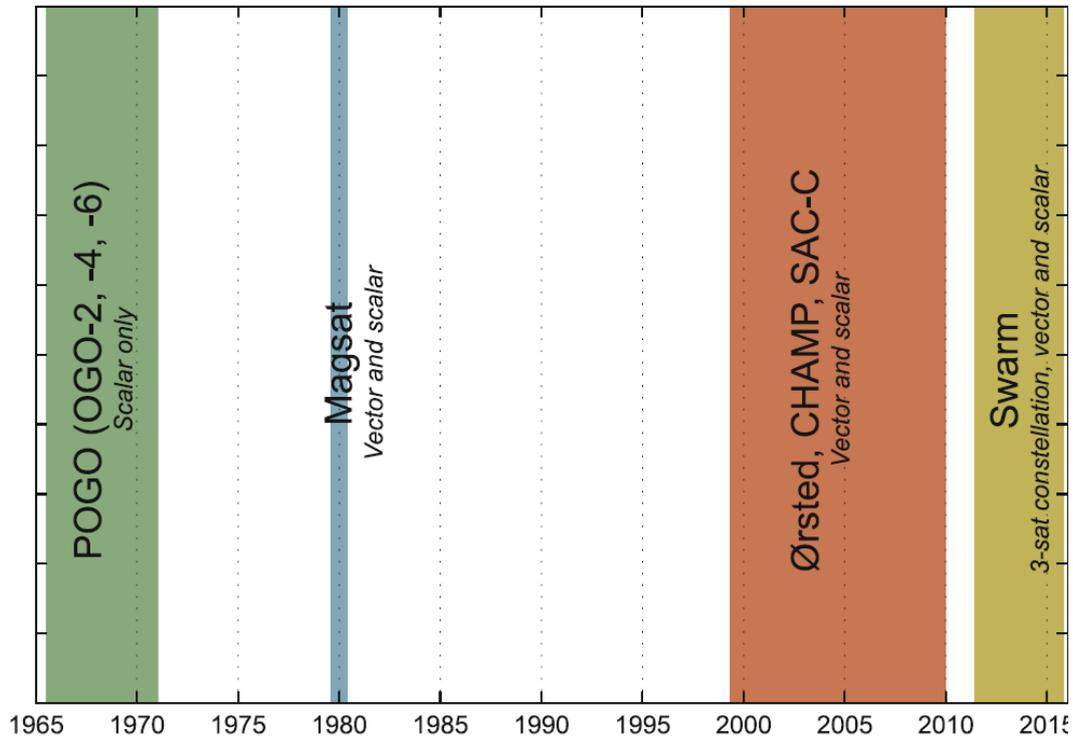


Figura 1.1: Distribución temporal de las misiones satelitales (Fuente: Handbook of Geomathematics)

Sin embargo, son numerosos los problemas asociados a los datos marinos, como el hecho de que las medidas son tomadas mientras el barco está en movimiento, o la gran dificultad al corregir las contribuciones de los campos externos, o el conocimiento de la exacta ubicación geográfica de la medida tomada. Los datos usados se obtuvieron de la colección de Quesnel et al. (2009) para la generación de la segunda versión del Mapa Digital mundial de Anomalías Magnéticas (WDMAM) que supuso la recogida de más de 2400 cruceros en un período de tiempo que abarca desde 1960 hasta 2003. Esta información ha sido cuidadosamente revisada perfil por perfil eliminando datos claramente desviados. Este nuevo conjunto de datos ofrece una oportunidad única para obtener nuevos y detallados patrones de la VS en los océanos.

El primer objetivo de esta tesis doctoral es, por tanto, detallar la estructura del campo principal y su VS en el caso particular del Atlántico Norte. Para ello se hará uso de modelos regionales aprovechando la numerosa información geomagnética disponible de buques oceanográficos para mejorar la descripción del campo en los períodos donde los datos satelitales escasean. Se ha escogido esta cuenca oceánica por ser la que contiene una mayor densidad de datos marinos y una más amplia cobertura temporal. Para compensar la anteriormente mencionada mayor incertidumbre de los datos marinos, se

incluirán datos de observatorios, de estaciones seculares y, a posteriori, datos de satélites disponibles en la época del análisis.

De las diferentes técnicas de modelización regional se ha elegido la más adecuada teniendo en cuenta las características de los datos geomagnéticos que están involucrados en el proceso de la inversión geofísica. Ésta se basa en el análisis armónico en un casquete esférico (SCHA, que viene explicado en detalle en el Capítulo 3). Veremos cómo estos modelos regionales pueden proporcionar un mejor rendimiento que los modelos globales estándar en estas regiones. La técnica SCHA, introducida por Haines (1985) ha sido ampliamente empleada por numerosos autores (una lista de todos esos trabajos hasta hace aproximadamente una década se encuentra en Torta et al., 2006), lo que demuestra su utilidad. Aun así, esta técnica no resulta válida en casos donde se dispone de datos a diferentes alturas (Thébault et al., 2004). En dichos casos la revisión de la técnica desarrollada por Thébault et al. (2004, 2006a), llamada R-SCHA, resulta más adecuada para obtener un modelo regional más robusto. Esto nos lleva al segundo objetivo de la presente tesis, donde estaremos obligados a desarrollar el álgebra adecuada para definir la norma del campo geomagnético descrita por la técnica R-SCHA.

Además de la implementación y desarrollo matemático necesarios para emplear el método R-SCHA, nos proponemos forzar dicha técnica mediante la utilización de todos los datos disponibles, y de diferentes naturalezas, con el fin de poner a prueba la bondad de la misma. La técnica R-SCHA ha sido empleada para modelar el campo litosférico de Francia (Thébault et al., 2006b), Alemania (Korte y Thébault, 2007), en la Meseta Tibetana (Qiu et al., 2017), y sobre toda la esfera superponiendo un denso conjunto de modelos regionales (Thébault, 2006; Vervelidou y Thébault, 2015; Thébault et al., 2016). Incluso se ha aplicado un caso particular de esta técnica para datos localizados en una misma altura llamado R-SCHA2D (Thébault, 2008). En cambio, no se tiene constancia alguna que la técnica general de 3D se haya aplicado alguna vez para modelar el campo principal y su variación secular. De modo que el otro objetivo de esta tesis es desarrollar la técnica de forma completa y evaluar si ésta es capaz de generar un modelo geomagnético completo.

1.2. Objetivos

De acuerdo con el apartado anterior, los principales objetivos de este trabajo son:

- El estudio de las técnicas SCHA y R-SCHA, desarrollando las expresiones matemáticas correspondientes de las normas necesarias para regularizar la inversión geofísica.

En el Capítulo 3 se proporciona un amplio resumen de ambas técnicas, además del detallado desarrollo matemático de las normas en el Anexo 1 (SCHA) y 2 (R-SCHA).

- Estudio de la base de datos disponible para las épocas de los modelos a realizar.

En el Capítulo 4 se detallan los datos empleados y el cuidadoso proceso de selección usado, con el fin de obtener la información adecuada para el desarrollo del trabajo y conocer las limitaciones asociadas de cada tipología de dato.

- Aplicar y evaluar la técnica SCHA mediante la obtención de modelos geomagnéticos de intensidad entre las épocas de 1960 y 2000.

En el Capítulo 5 se muestran los resultados obtenidos mediante la técnica SCHA, donde se comparan esos resultados con los obtenidos con otros modelos globales.

- Aplicar y evaluar la técnica R-SCHA mediante el desarrollo de un modelo regional en altura del vector campo geomagnético entre las épocas de 1960 y 2000.

Una vez alcanzado el reto del modelo de intensidad magnética mediante datos marinos de cruce, extendemos el modelo para las componentes magnéticas, haciendo uso así de datos satelitales de alta calidad poniendo la técnica R-SCHA a prueba. Este proceso se detalla en el Capítulo 6 de este trabajo.

- Desarrollo de aplicaciones.

En el Capítulo 7 se detallan algunas de las aplicaciones directas desarrolladas, como son el análisis de las anomalías marinas o el estudio de los *jerks* geomagnéticos (o sacudidas geomagnéticas) acontecidos en el período de validez de los modelos desarrollados.

Capítulo 2.

El campo geomagnético.

Origen y medida

El campo magnético terrestre se define como la suma de los campos magnéticos generados por las diferentes fuentes magnéticas internas y externas de la Tierra. Éstas se extienden desde el núcleo externo de la Tierra hasta la magnetopausa, límite de la magnetosfera donde el campo está confinado (véase *Figura 2.1*). El *campo geomagnético interno*, originado por las fuentes en el interior de la Tierra, aporta la mayor contribución. Las fuentes localizadas en la ionosfera y la magnetosfera conforman el llamado *campo geomagnético externo*. Finalmente, las variaciones temporales del campo externo dan lugar a corrientes eléctricas inducidas en la corteza y el manto terrestre, conformando el *campo geomagnético inducido*.

De todas las contribuciones anteriormente citadas, el campo geomagnético interno es el dominante (que puede llegar a un 97-99% del total) presentando valores en la superficie terrestre entre 30.000 nT (siendo T, Tesla, la unidad de medida del campo magnético) cerca del ecuador y 60.000 nT en las proximidades de los polos (Mandea y Thébault, 2007). A continuación se realizará una breve introducción histórica sobre la evolución del conocimiento científico del campo geomagnético. Posteriormente se detallarán las diferentes contribuciones al campo geomagnético (interno y externo) así como los diferentes fenómenos magnéticos y eléctricos que tienen lugar en este complejo sistema con la intención de proporcionar una mejor comprensión de este fenómeno global.

2.1. Introducción histórica

La propiedad de imantación de algunas rocas ya se conocía en la antigüedad, aunque ésta estaba asociada a poderes esotéricos y mágicos. Fue Tales de Mileto (624-546 BC), conocido filósofo de la Antigua Grecia, el que observó en detalle dicha propiedad de los imanes naturales, aunque no hay constancia escrita hasta que Aristóteles (384-332 BC) anotó ese hecho. Tales pensaba que la piedra caliza tenía alma ya que podía mover otro cuerpo (formado de hierro). Observaciones similares fueron llevadas a cabo en la antigua China, aunque los registros escritos son más tardíos (entorno a finales del siglo tres después de Cristo). En ellos se hace referencia a los imanes de piedra caliza como “llamadores” o “atractores” del hierro. Allí fue donde se documentó por primera vez la disposición de los imanes de alinearse en la dirección Norte-Sur geográfica, introduciendo por primera vez el concepto de “declinación magnética”. Ello se antepone a la errónea creencia de que fue Cristóbal Colón el descubridor de la declinación durante su primer viaje a las Indias por el Atlántico en 1492.

El primer trabajo científico dedicado a las observaciones y experimentos con imanes naturales, a fin de esclarecer el proceso natural del magnetismo, fue llevado a cabo por Petrus Peregrinus en 1269, en su llamada *Epistola*, aunque el manuscrito original no se publicó hasta 1558. Posteriormente al descubrimiento de la declinación, según el hallazgo de una carta en 1544, los científicos ingleses Georg Hartman y Robert Norman fueron los primeros en reconocer que una aguja magnética (la brújula actual) no solo se desviaba horizontalmente en dirección Norte-Sur, sino que también buza en un plano vertical. Norman construyó un instrumento para medir este buzamiento encontrando un ángulo de 71° 50' en Londres. A dicho ángulo respecto al plano horizontal se le dio el nombre de inclinación magnética. William Gilbert (1544-1603), científico de reconocido prestigio en la Europa del siglo XVI y considerado hoy en día uno de los padres de la física

gracias a su publicación *De Magnete* (1600), estableció el hecho de que la fuerza magnética es una interacción a distancia. Con dicho libro, donde se describen y detallan numerosos experimentos magnéticos y eléctricos llevados a cabo con imanes esféricos, concluyó que la propia Tierra era un imán esférico con polos magnéticos situados en las posiciones de los polos geográficos. Durante ese período, en octubre de 1580, William Borough midió una declinación en Londres de 11.5° E, mientras que en junio de 1622 Edmund Gunter obtuvo para la misma ciudad un valor de $5^\circ 56'$ E, indicando que la diferencia podía deberse a una variación temporal, descubriendo de ese modo la conocida como variación secular.

La acumulación de datos de declinación e inclinación permitieron definir los primeros mapas de dichos elementos del campo geomagnético, como es el caso de Edmund Halley, que organizó una expedición para determinar la declinación en varios puntos del Atlántico, publicando en 1701 el primer mapa de curvas isogónicas del Atlántico.

Las continuas medidas de declinación llevadas a cabo en Londres por George Graham durante los años 1722 y 1723 revelaron que ésta cambiaba incluso en un mismo día, descubriendo así los primeros indicios de las variaciones diurnas y las tormentas geomagnéticas. Siguiendo los mismos experimentos, Andreas Celcius y Olof Hjorter midieron la declinación en Uppsala (Suecia) entre 1740 y 1747, y no solo confirmaron los resultados de Graham sino que además observaron que a altas latitudes, como la de Suecia, las variaciones eran más acusadas.

Declinación e inclinación magnética definen la dirección del campo geomagnético en los planos horizontal y vertical respectivamente, pero no se tenía aún conocimiento de la “fuerza” del magnetismo terrestre: la intensidad geomagnética. Ésta se determinó mucho más tarde que los elementos direccionales. Las primeras intensidades fueron medidas relativas, con una característica particular descubierta en 1798 cuando Alexander von Humboldt comprobó que éstas aumentaban a medida que se acercaban hacia el Sur partiendo del ecuador terrestre. No fue hasta 1832 cuando Carl Friedrich Gauss ideó un método para determinar la intensidad de manera absoluta (Gauss, 1833). La contribución más importante de Gauss al geomagnetismo fue el análisis armónico esférico (en inglés *Spherical Harmonic Analysis*, SHA) y sus aplicaciones al campo magnético terrestre. Gauss demostró que el campo geomagnético puede ser representado por armónicos esféricos, que su fuente está situada en el interior de la Tierra, y que el término dipolar es el dominante. Más adelante, en el capítulo siguiente, se mostrará la técnica del SHA con más detalle.

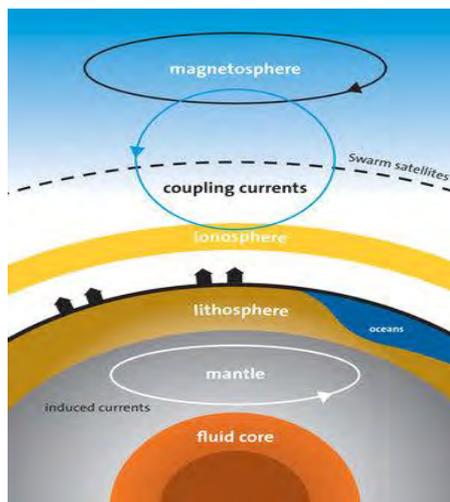


Figura 2.1: Representación esquemática de las diferentes fuentes del magnetismo terrestre. (Fuente: ESA)

A finales de la década de 1830, Humboldt y Gauss crearon la *Unión Magnética (Göttingen Geomagnetism Union)*, esta fue la primera organización de geofísica internacional y contó con la colaboración de 50 observatorios.

En la última parte del siglo XIX, determinados avances propiciaron una mejor la comprensión de los fenómenos eléctricos en la alta atmósfera, enfatizando la importancia de los campos magnéticos externos. Un resultado importante fue el desarrollado por Sabine, publicando *“Contributions to Terrestrial Magnetism”* (1840-1877), donde distinguió entre la variación diurna de origen externo e interno, juntamente con el descubrimiento, en 1851, de la relación entre las tormentas magnéticas y el ciclo solar de 11 años.

No fue hasta 1850 que Delesse y Melloni realizaron las primeras mediciones de la magnetización en rocas, estos se dieron cuenta que algunas tenían una magnetización paralela al campo magnético terrestre. Folgerheither (1899) estudió la magnetización en ladrillos y piezas de cerámica apuntando que a partir del análisis de estos objetos, sabiendo el tiempo y lugar donde fueron cocidos (en hornos), se podrían obtener los cambios en la dirección que había experimentado el campo geomagnético terrestre.

El primer descubrimiento de objetos con magnetización remanente anti-paralela fue realizado por David (1904) y Brunhes (1906), obteniendo así las primeras evidencias observacionales de que el campo geomagnético había estado invertido en el pasado. En otras localizaciones geográficas (como en Japón, Corea, China, Islandia, Escocia...) se encontraron rocas magnetizadas apoyando dicha teoría, aunque no se obtuvo una conclusión firme debido al disperso rango temporal entre diferentes muestras disponibles. Aunque sucedieron importantes avances después de la segunda guerra mundial, no fue hasta la década de los 60's que se pudo demostrar la teoría, mostrando medidas de una inversión para una época determinada ampliamente distribuida por el globo terrestre (Alaska, California, Islandia y Hawái) (Cox et al., 1963, McDougall y Tarling, 1963).

Con la llegada de los ordenadores fue posible generar modelos del campo geomagnético mediante el uso de los datos disponibles. A consecuencia de la proliferación de diferentes modelos, fue necesario agrupar esfuerzos para generar el mejor modelo posible de la época. Así nació en 1965 el campo geomagnético de referencia internacional (IGRF, del inglés *International Geomagnetic Reference Field*) coordinado por la Asociación Internacional de Geomagnetismo y Aeronomía (IAGA, del inglés *International Association of Geomagnetism and Aeronomy*). Fue un modelo basado en los resultados de diferentes grupos de investigación a nivel mundial. El IGRF ha ido evolucionando en series de modelos cubriendo las épocas entre 1900 hasta el presente mediante intervalos temporales de 5 años, siendo la número 12 la última generación (Thébault et al., 2015a).

El geomagnetismo continuó avanzando en el siglo XX, donde la teoría y observación electromagnéticas permitieron estudiar la interacción Sol-Tierra. Además de crear nuevos observatorios alrededor del mundo, se llevaron a cabo otro tipo de medidas, como las oceánicas mediante buques oceanográficos o levantamientos aéreos. Aunque la revolución llegó mediante las misiones con satélites, obteniendo una cobertura espacial casi completa. La primera misión fue llevada a cabo por los soviéticos en 1958 mediante el *Sputnik*, al que siguió la serie OGO, y los Magsat, Ørsted, CHAMP, entre otros (véase la sub-sección 2.4.1 para un mayor detalle).

Hoy en día el geomagnetismo es una ciencia extremadamente amplia (véase p.e. Herráiz et al., 2014), en la que encontramos subdisciplinas como las relacionadas con el estudio de los campos magnéticos internos, cubriendo en buena medida toda la investigación sobre el origen del campo magnético de la Tierra y de los planetas, e incluyendo asimismo los estudios y las aplicaciones de la inducción electromagnética, y del paleomagnetismo y el magnetismo de las rocas. Una segunda rama trata de la física, y hasta cierto punto, también de la química de la ionosfera, la termosfera y la atmósfera media; incluyendo lo que se conoce como la aeronomía, que no puede concebirse al margen de la existencia del campo magnético de la Tierra. Otras subdisciplinas versan sobre el geomagnetismo de origen externo y las fuentes que lo originan, es decir, de los fenómenos magnetosféricos, y del viento solar y el campo interplanetario, respectivamente. Finalmente, encontramos a los que se ocupan de los sistemas de adquisición de datos geomagnéticos y de su diseminación, de la programación de los levantamientos, de los índices geomagnéticos, y de los análisis de las observaciones geomagnéticas en su sentido más amplio. Es pues, en esta última subdisciplina en la que se puede adscribir esta tesis doctoral.

2.2. Campo geomagnético de origen interno

Gracias al estudio de las ondas sísmicas generadas por los terremotos se conoce en menor o mayor medida la estructura interna de la Tierra, permitiendo distinguir entre diferentes capas: la corteza, el manto y el núcleo (véase *Figura 2.2*).

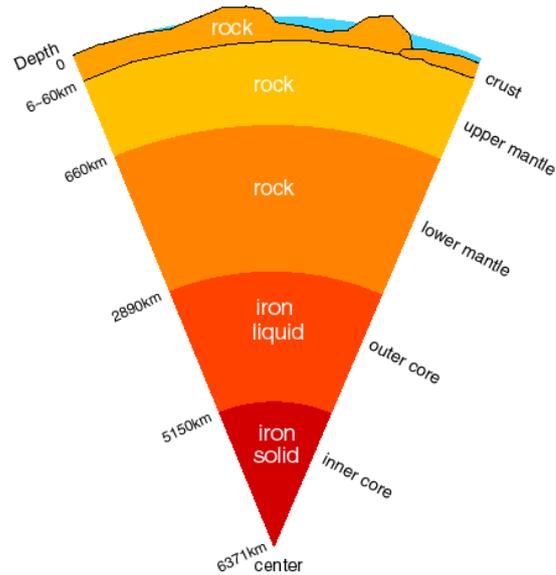


Figura 2.2 : Representación de la estructura interna de la Tierra. (Fuente: [www. http://museum.sci.kyushu-u.ac.jp](http://museum.sci.kyushu-u.ac.jp))

Como se observa en la *Figura 2.2*, el *núcleo externo* está confinado aproximadamente entre los 2890 y 5150 km de profundidad, siendo ésta la única parte interior de la Tierra en estado líquido. Está compuesto principalmente por hierro líquido y otros elementos menos densos, como níquel, silicatos, oxígeno, carbono entre otros, siendo una zona de elevada conductividad. Este estado termo-mecánico de fluidos ionizados permite la aparición de una *dinamo magnética auto-sostenida* que se retroalimenta de las corrientes de convección producidas en el núcleo (Parkinson, 1983). El campo generado por esta *dinamo* recibe el nombre de *campo principal*. El *núcleo interno* está compuesto prácticamente de hierro sólido, donde las altas presiones y temperaturas provocan una distribución aleatoria de sus spins, de modo que éstos no albergan magnetismo por sí mismos (Mandea and Thébault, 2007). Todos los indicios apuntan a que parte del núcleo interno se ha ido solidificando y creciendo debido al enfriamiento térmico (Biggin et al, 2015).

El *campo principal*, en la superficie se puede aproximar por un campo dipolar (es decir, tiene dos polos magnéticos, el Norte y el Sur) centrado en el eje de rotación terrestre pero desviado aproximadamente 11°. Aunque resulta una buena aproximación ésta no es exacta, existen términos no dipolares más débiles que representan el 20% del campo principal total (Olsen et al., 2000). Además, el campo principal no es estático sino que tiene una componente temporal con escalas que abarcan desde años o décadas a siglos. Estos cambios se conocen como *variación secular (VS)*, la cual resulta clara con la observación de las series temporales de medias anuales de los observatorios geomagnéticos (ver *Figura 2.3*). Cuando la *VS* se extiende a edades geológicas (millones de años) podemos encontrar uno de los comportamientos más interesantes del campo geomagnético: la capacidad de invertirse. Debido a los procesos dinámicos que ocurren en el núcleo externo, el campo geomagnético principal puede invertir su polaridad, ocurriendo en períodos de tiempo no regulares y con duraciones que pueden prolongarse desde milenios hasta pocos años (ver por ejemplo, Sagnotti et al., 2014). Después de una

inversión, la polaridad invertida puede permanecer estable miles e incluso millones de años; aunque a veces el proceso es inestable y el campo geomagnético solo produce lo que se conoce como excursión geomagnética (para más información, ver p.e. *Reversals, Theory de Encyclopedia of Geomagnetism and Paleomagnetism*, Gubbins y Herrero-Bervera, 2007).

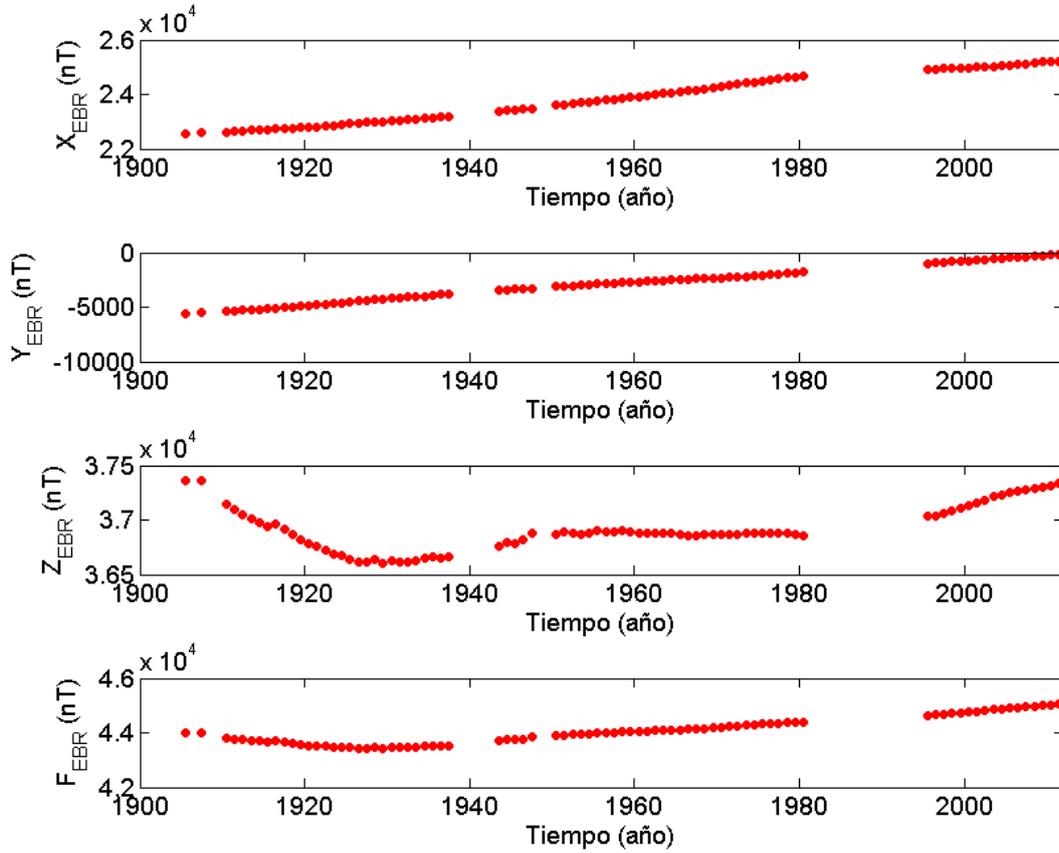


Figura 2.3 : Registro instrumental de los elementos magnéticos en el Observatorio del Ebro (EBR)

Las principales características actuales (últimos siglos) de la variación secular son la disminución del dipolo magnético, una clara deriva hacia el Oeste del campo magnético (*Figura 2.4*) y un fortalecimiento del campo no dipolar. El campo en los últimos siglos ha disminuido considerablemente, entre un 8% y un 5% por siglo; esta característica parece ser cíclica e indica que nos estamos acercando a un campo mínimo. A la clara deriva hacia el Oeste del campo sobre la superficie terrestre en los últimos 400 años se le superpone la deriva hacia el Oeste del campo no dipolar. De ese modo, la variación del campo magnético se caracteriza por dos comportamientos bien diferenciados entre sí, un debilitamiento del campo dipolar y un fortalecimiento del campo no dipolar (Olson et al., 2006).

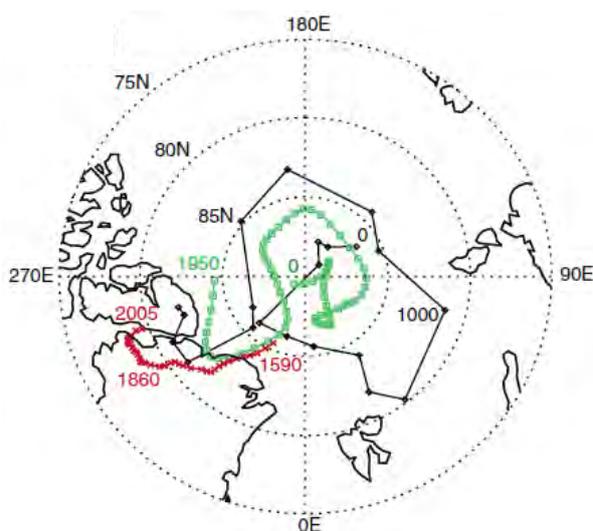


Figura 2.4 : Evolución del polo Norte geomagnético en los últimos 2000 años según diferentes modelos (rojo: Jackson et al., 2000, Olsen et al., 2000, e IGRF 2005; verde: Korte y Constable, 2005; negro: Merrill et al., 1998) (Fuente: Olson y Amit, 2006)

Otra variación del campo principal son las sacudidas magnéticas o *jerks*, cambios bruscos en la pendiente de la variación o, análogamente, cambios abruptos en la segunda derivada temporal del campo geomagnético en la superficie de la Tierra. Durante el último siglo se han observado fenómenos de este tipo en 1904, 1913, 1925, 1969, 1978, 1991, 1999, 2003, 2007, 2011 y 2014 (Alexandrescu et al., 1995; Manda et al., 2000; Torta et al., 2015, entre otros). Los procesos físicos que causan los *jerks* y su duración temporal no se entienden adecuadamente, varios autores han explicado su origen usando diferentes procesos, tales como cambios súbitos en la frontera manto-núcleo (Holme y Whaler, 2001).

La explicación del origen del campo principal ha sido un problema no resuelto durante muchos años. Se han propuesto diversas explicaciones, como las que sugieren que es debido a una magnetización permanente, a la rotación de cargas eléctricas, o a la rotación de cuerpos masivos, entre otras. Indiscutiblemente, el campo magnético principal es de origen interno y se genera mediante corrientes eléctricas en el núcleo conductor, con lo que el proceso de dínamo surge como el principal responsable. La dificultad de esta hipótesis reside en encontrar el mecanismo mediante el cual las corrientes se mantengan, ya que existe una disipación óhmica de la energía, contribuyendo al equilibrio térmico del núcleo. Para entender los procesos que propician dichos efectos, es imprescindible recurrir a la magnetohidrodinámica, la cual estudia la dinámica de fluidos en la que fuerzas electromagnéticas juegan un papel importante (ver por ejemplo el capítulo *Magnetohydrodynamics* de *Encyclopedia of Geomagnetism and Paleomagnetism*, Gubbins y Herrero-Bervera, 2007). Otra forma de entender el campo principal surge al dividir el potencial magnético en una parte paralela y otra perpendicular a las líneas de campo: el campo poloidal y el campo toroidal, respectivamente. El campo poloidal es, pues, aquel que posee una componente radial, mientras que el toroidal se define en forma de anillo, es decir, sin una componente radial. El campo toroidal está confinado en el núcleo terrestre y por tanto solamente el campo radial puede ser medido

desde la superficie de la Tierra. Aun así el campo toroidal contribuye de forma importante en la generación del campo magnético (véase por ejemplo Parkinson, 1983).

La litosfera terrestre (formada por la corteza y, en determinadas regiones, parte del manto superior) tiene asociado un campo magnético conocido como *campo litosférico o cortical*, cuyo rango de valores oscila entre -1000 nT y 1000 nT. También es referido como anomalías magnéticas, pues suponen una contribución adicional relativamente pequeña (a nivel local o regional) al campo principal. El origen de este campo radica en la magnetización remanente de las rocas corticales adquirida durante el proceso geológico de creación de las mismas, y en la magnetización inducida en dichas rocas por el campo geomagnético actual. La magnetización remanente se puede adquirir de diferentes formas, la más común en la naturaleza es debida al enfriamiento de la roca por debajo de la temperatura de Curie durante el proceso de formación de la misma, de modo que la magnetización es proporcional en intensidad y dirección al campo magnético en el momento del enfriamiento. Debido al carácter regenerador de la litosfera terrestre, podemos encontrar rocas magnetizadas desde casi el origen del planeta Tierra (3500 millones de años, Yoshihara y Hamano, 2000; Usui et al., 2009, Biggin et al., 2015) hasta las más recientes en las dorsales oceánicas o erupciones volcánicas.

La magnetización inducida es proporcional en intensidad y dirección al campo geomagnético ambiental, aunque también depende de los minerales magnéticos que la roca contenga. Es importante hacer notar que el campo inducido afecta con mayor importancia a grandes escalas (caracterizadas con una mayor longitud de onda), en cambio, la magnetización remanente tiene un papel más importante a escalas regionales y locales (longitudes de onda cortas). La magnetización puede presentar variaciones temporales, por ejemplo, en una escala local, debido a un volcán activo alterando las propiedades magnéticas de las rocas. En cambio, las variaciones temporales significativas de la magnetización inducida, en el caso de escalas globales, son consecuencia de la lenta variación del campo de origen nuclear.

Por debajo de la isoterma de Curie (superficie a una profundidad de entre unos pocos cientos de metros hasta decenas de kilómetros - *Encyclopedia of Geomagnetism and Paleomagnetism*, 2007 - caracterizada por una igual temperatura de Curie), no existe ninguna fuente magnética hasta aproximadamente los 2890 km de profundidad, donde comienza el núcleo externo de la Tierra.

2.3. Campo geomagnético de origen externo

El *campo externo* es el campo magnético producido por sistemas de corrientes eléctricas en la ionosfera y la magnetosfera (ver *Figura 2.5*), ambas regiones caracterizadas por un alto contenido de partículas ionizadas en estado de plasma. La ionosfera es la región de la alta atmósfera débilmente ionizada por la radiación proveniente del Sol, donde circulan corrientes eléctricas debidas a los movimientos convectivos originados por el calentamiento solar de las masas de aire, y bajo la influencia de las fuerzas gravitatorias del propio Sol y de la Luna.

La ionosfera se extiende entre alturas próximas al centenar de kilómetros hasta cuatro veces el radio terrestre en el plano ecuatorial. Mientras la magnetosfera es la

región que envuelve la Tierra por encima de la ionosfera, la cual queda determinada por la interacción del campo magnético terrestre con el viento solar (también se define como la región en la que queda confinado el campo magnético terrestre). Asimismo se puede dividir en partes bien diferenciadas con densidades y temperaturas variables, véase la *Figura 2.5*. El viento solar interacciona primero con la magnetopausa, que contiene las corrientes que envuelven la capa exterior de la magnetosfera, desviando el plasma solar alrededor de la magnetosfera. En el interior de la magnetopausa se diferencia entre las corrientes del anillo, de la magnetocola y de los lóbulos. La corriente del anillo se origina en las líneas dipolares del campo, entre cuatro y seis radios terrestres, debido a los electrones e iones energéticos moviéndose por las líneas del campo magnético entre los dos hemisferios. La magnetocola se puede considerar como la elongación del campo magnético en dirección antisolar, ocupando el espacio de entre cinco y diez veces el radio terrestre. La gran región exterior de la magnetocola se llama lóbulo (ver Pröls, 2004).

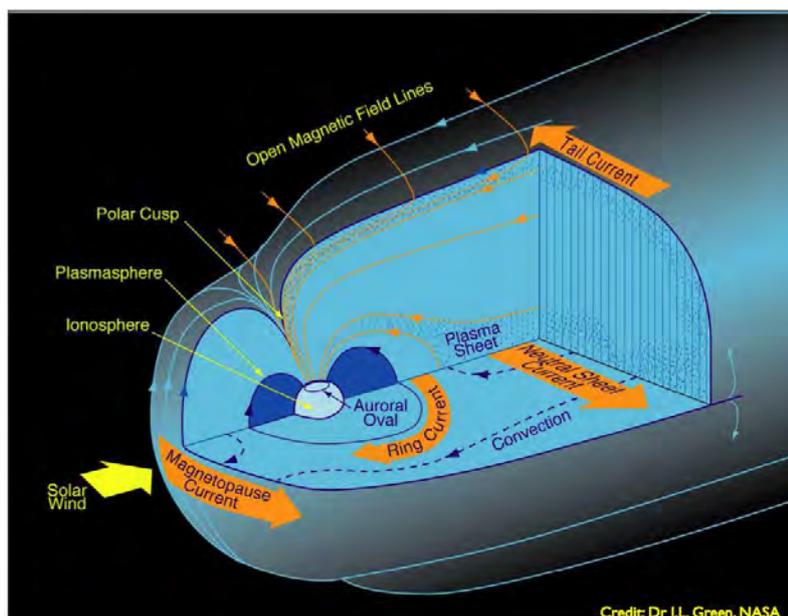


Figura 2.5: Representación esquemática de los diferentes sistemas de corrientes de la magnetosfera. (Fuente: University of Alberta)

El plasma que envuelve la Tierra posee una compleja dinámica debido a la presión que el viento solar ejerce transfiriendo energía a zonas interiores de la magnetosfera. Las corrientes producidas por la interacción entre partículas cargadas y los campos eléctricos y magnéticos influyen en el campo geomagnético medido en la superficie terrestre. Con el fin de esquematizar dichos procesos y cómo estos afectan al campo magnético y a sus medidas, dividiremos las corrientes según la latitud a la que afectan.

La luz solar ioniza una parte de la atmósfera neutra, esta densidad de iones depende de la hora del día, del mes del año, de la latitud y del número de manchas solares. La circulación de los iones produce corrientes eléctricas que afectan directamente a la medida del campo geomagnético en la superficie. La corriente más importante en latitudes medias es la variación diurna, producida por el calentamiento de la atmósfera debido a dicha radiación solar. Este sistema de corrientes ionosféricas se conoce como *solar quiet* o corriente *Sq* y genera una variación magnética diaria importante, con amplitudes que pueden llegar a ser superiores a 80 nT, aunque varían fuertemente según la componente y la distancia al foco de esas corrientes. Los observatorios magnéticos

distribuidos por el planeta registran el efecto de estas corrientes en sus medidas diarias que se crean en ambos hemisferios en sentidos opuestos (véase la *Figura 2.6*).

La geometría del campo geomagnético en el ecuador, conjuntamente con la incidencia casi perpendicular de la radiación solar, conllevan a un aumento de la conductividad, y por tanto, un incremento de la corriente ionosférica al encontrarse los dos sistemas, conocido como *electrojet ecuatorial*. Este jet produce un campo magnético que perturba la componente horizontal del campo geomagnético, pudiendo alcanzar campos del orden de 50 a 100 nT cerca del ecuador magnético durante el mediodía.

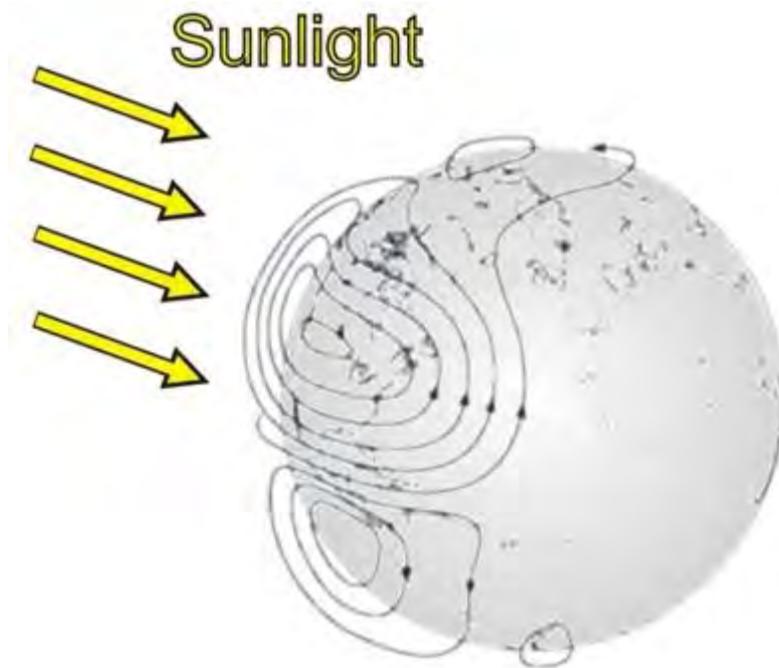


Figura 2.6: Representación del sistema de corriente Sq. (Fuente: www.geomag.bgs.ac.uk)

Otra fuente influyente en las latitudes medias y bajas es la *corriente de anillo*. Ésta puede ser visualizada como una corriente eléctrica toroidal que circula en dirección Oeste alrededor de la Tierra. Los electrones e iones provenientes de la ionosfera viajan hacia el este y el Oeste respectivamente, alterando el campo terrestre en cientos de nT. Este fenómeno ecuatorial (o de baja latitud) no presenta un comportamiento estacionario, sino que puede sufrir una inyección adicional de partículas provenientes de la magnetocola, por un aumento de corrientes eléctricas debido al viento solar. De modo que durante los períodos de tormentas magnéticas, cuando se da el fenómeno de recombinación magnética (se explica en detalle más adelante), la energía total de la corriente de anillo aumenta provocando una disminución del campo magnético en la superficie terrestre en zonas cercanas al ecuador. Dicha perturbación magnética puede durar desde unas horas hasta días, volviendo posteriormente a niveles normales. Esta fase de recuperación suele durar varios días (Daglis et al., 1999).

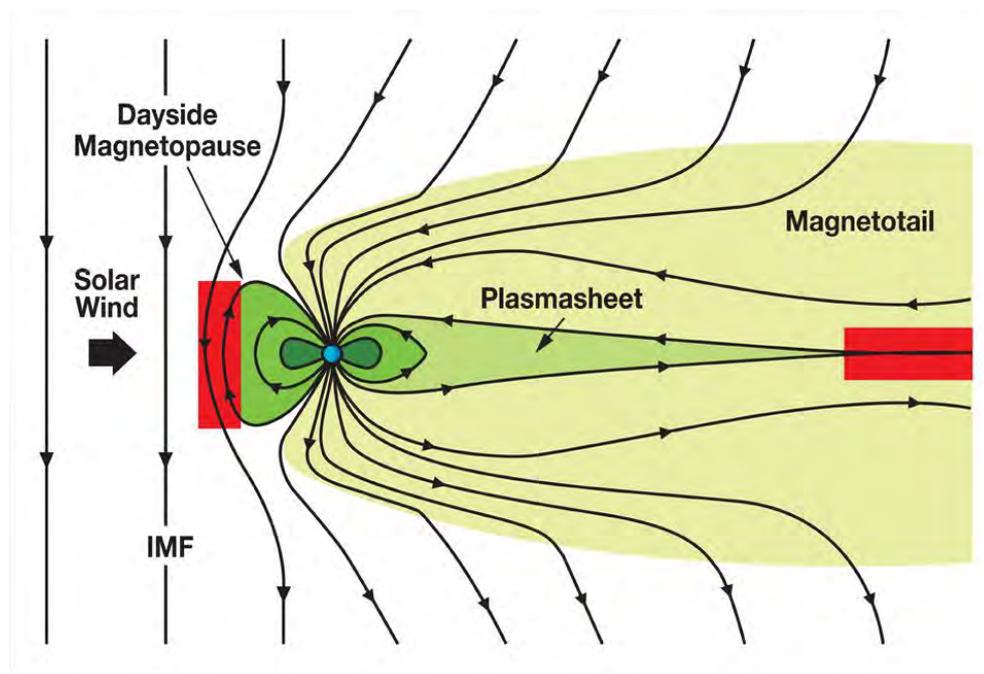


Figura 2.7: Representación de la reconexión magnética. (Fuente: NASA)

En las altas latitudes también se producen corrientes ionosféricas intensas. En estas regiones existe una alineación aproximadamente perpendicular entre las líneas del campo magnético y las capas ionosféricas, creando corrientes que conectan las ionosféricas con las correspondientes de la magnetosfera. Además, la dirección de las líneas de campo magnético terrestre puede favorecer la conexión con el campo magnético interplanetario según la alineación de éste. Esta interacción se crea cuando el campo magnético interplanetario tiene dirección Sur, pudiéndose entonces conectarse con el campo magnético terrestre, que tiene dirección Norte. Dicha combinación se produce debido a que las líneas de campo terrestres se abren conectándose a las del viento solar, reconectándose de nuevo en la magnetocola, de modo que el plasma proveniente del Sol es transportado a la Tierra, véase *Figura 2.7*.

Estas corrientes afectan a la ionosfera de la zona auroral, implicando un patrón de dos celdas de convección en la zona polar. Como consecuencia de que la conductividad en la ionosfera tiene un carácter tensorial, se generan tres tipos de corrientes: las *corrientes alineadas* (la energía del viento solar puede ser transportada hasta la ionosfera en forma corrientes eléctricas mediante una reconexión de líneas magnéticas entre la magnetosfera y la ionosfera, lo que se conoce como las corrientes alineadas), que son paralelas al campo magnético; las *corrientes Pedersen*, que son perpendiculares al campo magnético y paralelas al campo convectivo de la ionosfera; y finalmente, las *corrientes Hall* que fluyen perpendicularmente a los dos campos, véase *Figura 2.8*.

Las partículas que se precipitan hacia la zona auroral crean una importante ionización en dicha zona, provocando una elevada conductividad y propiciando la formación de *electrojets aurorales*. Estas son las corrientes más destacadas de las altas latitudes, transportando flujos del mismo orden de magnitud que las corrientes del anillo, pero el electrojet auroral fluye a 100 kilómetros de la superficie terrestre, lo que lo

convierte en la perturbación magnética más importante de la misma. Dicha perturbación provoca campos típicos de entre 100 y 1000 nT, aunque durante grandes tormentas magnéticas se pueden originar campos de hasta 3000 nT.

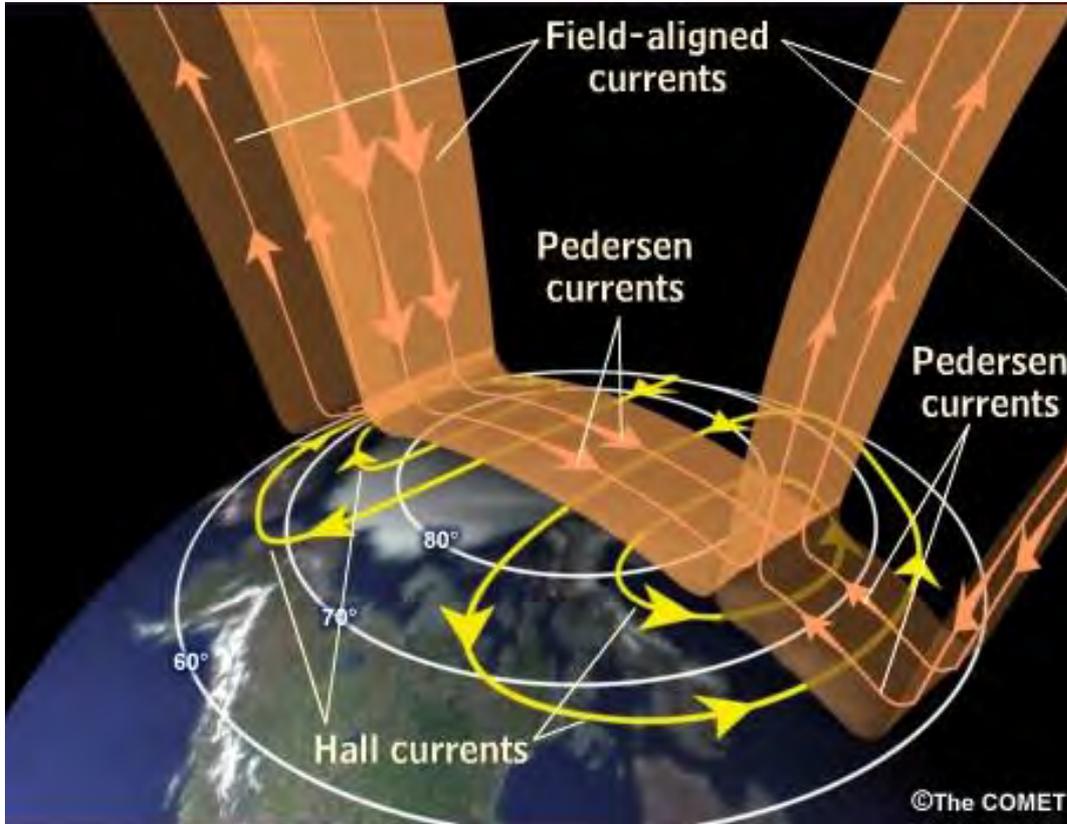


Figura 2.8: Representación del sistema de corrientes alineadas en las latitudes altas.
(Fuente: www.windows2universe.org)

Además de este complejo escenario descrito aquí, debe añadirse el hecho de que las variaciones temporales del campo geomagnético, independientemente de que sean de origen interno (variaciones del campo principal) o externo (corrientes eléctricas en la ionosfera y magnetosfera), inducen corrientes en el manto.

2.4. Elementos del campo geomagnético

El campo geomagnético \mathbf{B} se puede expresar mediante las coordenadas cartesianas, siendo X la componente con sentido al Norte geográfico; Y , la de la dirección al Este geográfico; y Z , la componente Vertical con dirección hacia el centro de la Tierra. Observando la *Figura 2.9* vemos que no es la única definición posible del vector campo, pues mediante dos ángulos (la declinación D y la inclinación I) y la intensidad total F , o bien a través de la componente horizontal H (la proyección del campo en el plano horizontal), la D y la Z , también es posible su completa determinación. A todas esas componentes, incluidas las angulares, se les conoce como elementos del campo geomagnético.

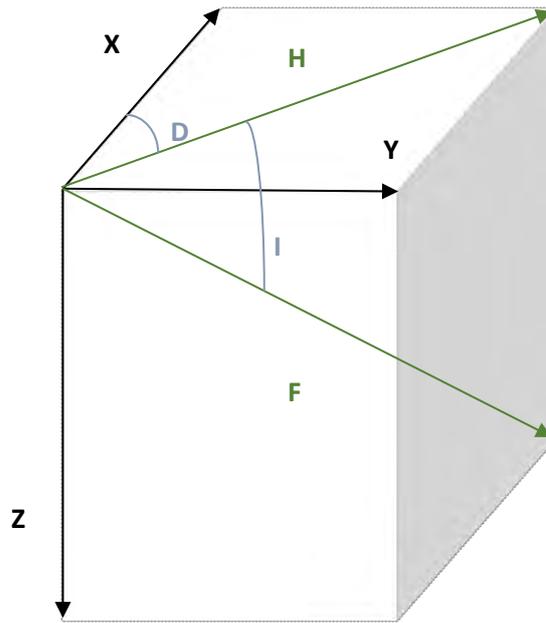


Figura 2.9: Elementos del campo magnético.

Las relaciones existentes entre los diferentes elementos geomagnéticos son las siguientes:

$$F = \sqrt{(X^2 + Y^2 + Z^2)} \quad [2.1]$$

$$H = \sqrt{(X^2 + Y^2)} \quad [2.2]$$

Haciendo uso de reglas trigonométricas podemos relacionar las componentes cartesianas con el resto de elementos geomagnéticos:

$$X = F \cos D \cos I = H \cos D \quad [2.3]$$

$$Y = F \sin D \cos I = H \sin D \quad [2.4]$$

$$Z = F \sin I \quad [2.5]$$

Los elementos geomagnéticos obtenidos en la superficie terrestre, bien en observatorios, en estaciones seculares o en buques están generalmente referenciados a un sistema de coordenadas geodético, donde la superficie de la Tierra se aproxima a un geoide. Por el contrario, el sistema de referencia usado en los satélites se basa en las coordenadas geocéntricas, asumiendo en este caso una Tierra esférica. Las componentes geocéntricas del campo geomagnético se representan como $B_r = -Z$, $B_\theta = -X$ y $B_\lambda = Y$. Representando r la distancia radial, θ y λ la colatitud y longitud geocéntrica, respectivamente.

2.4.1. Datos geomagnéticos

Existe una amplia variedad de datos geomagnéticos, cada uno con una naturaleza concreta, ya sea por el lugar geográfico de la medición o los intervalos temporales de su adquisición, o por los elementos medidos o su precisión. Los diferentes matices que definen las mediciones de los datos deben ser escrutados y analizados por separado en cada caso. En este apartado explicaremos las características generales de los tipos de datos que fueron utilizados para alimentar los modelos desarrollados, en concreto de los datos marinos, de observatorios, de estaciones seculares y de satélites.

2.4.1.1. Datos marinos

Aunque originalmente obtenidos para la delineación de las anomalías magnéticas en los océanos, el conjunto de datos de intensidad del campo magnético adquiridos en buques oceanográficos se extiende en la actualidad a un período de más de 60 años, lo que resulta de gran utilidad a la hora de analizar también la variación secular. Sobre todo sabiendo que en el pasado no se disponían de satélites, siendo los datos marinos por

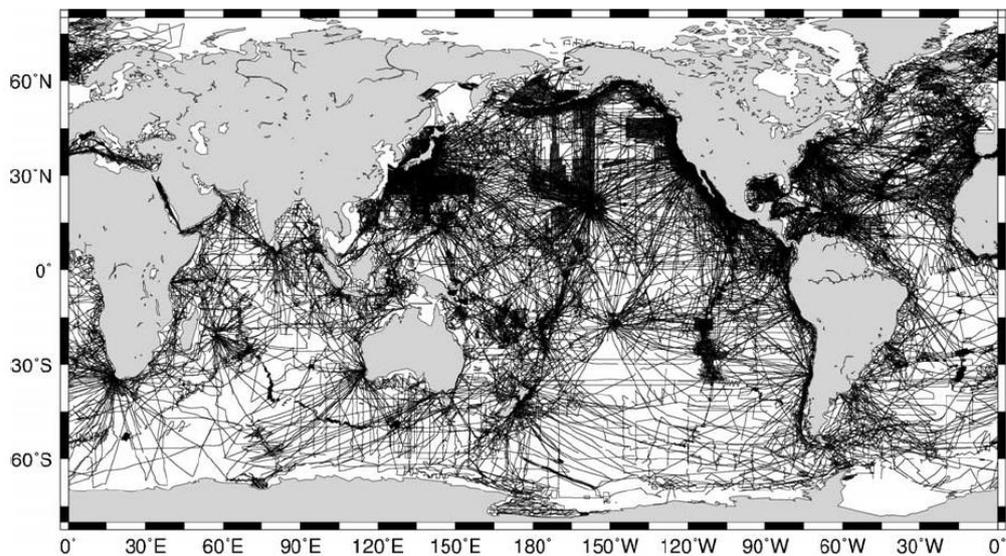


Figura 2.10: Mapa mundial con las trazas de los sondeos geomagnéticos entre 1953 y 2003 (Fuente: Quesnel et al., 2009)

tanto, una importante fuente de información del magnetismo terrestre, haciendo vital una recopilación histórica de éstos. La segunda versión del Mapa Mundial Digital de Anomalías Magnéticas (WDMAM, del inglés *World Digital Magnetic Anomaly Map*, <http://geomag.org/models/wdmam.html>), supuso la compilación de 2411 trayectorias en un período de tiempo que abarca desde 1953 hasta 2003 (Quesnel et al., 2009). En la *Figura 2.10*, se observa que las zonas del Atlántico y el Pacífico Norte son las que cuentan con más medidas, mientras que en el Hemisferio Sur las cuencas oceánicas presentan áreas más amplias sin datos. La principal ventaja de usar datos marinos de cruces reside en que la diferencia entre los datos refleja principalmente variaciones geomagnéticas puramente temporales. Sin embargo, hay numerosas imprecisiones que se derivan de la obtención de los datos marinos, como errores de posicionamiento del barco, errores

instrumentales y perturbaciones de los campos externos que no han sido completamente eliminadas.

Los sistemas de navegación han evolucionado considerablemente desde la navegación celeste hasta la actualidad. Sobre todo en los años 90 del siglo pasado cuando fueron introducidos los Sistemas de Posicionamiento Global (GPS), pasando de errores superiores a un kilómetro a errores menores de centenas de metros, mejorando la precisión en la posición respecto a los primeros levantamientos marinos. A las dificultades de posicionamiento, se le añade el hecho que los magnetómetros suelen ser arrastrados por los buques a una cierta distancia (*Figura 2.11*). En ocasiones, no se dispone de la medida de esta distancia, que es del orden de un centenar de metros, con lo que no hay corrección posible. En la mayoría de los levantamientos geomagnéticos marinos se usan magnetómetros de precesión de protones (véase *Figura 2.12*), que proporcionan una precisión de hasta 0.1 nT, aunque el propio buque puede provocar una cierta contaminación, haciendo difícil la estimación del error de medida.



Figura 2.11: Popa del B.I.O. Hespérides, arrastrando un magnetómetro (Fuente: Fotografía propia 2011)

Otra fuente de error es la contribución de los campos magnéticos externos, estos pueden ser estimados durante el crucero con la ayuda de estaciones de referencia como observatorios magnéticos. Aun así, este método no posee la precisión adecuada ya que las estaciones de referencia no se encuentran lo suficientemente cerca del área medida, para que esos campos externos (más los inducidos en el interior de la Tierra) puedan considerarse uniformes.

En Quesnel et al. (2009) se explica detalladamente qué técnicas se realizan para tener en cuenta las imprecisiones generadas por las diferentes fuentes de contaminación. El principal avance propuesto se basa en la corrección de los datos mediante la técnica de nivelado, donde ésta se aplica a los datos marinos de cruce una vez se les ha extraído el correspondiente valor de campo principal y de campo externo sintetizado por el modelo de campo geomagnético CM4 (Sabaka et al., 2004).



Figura 2.12: Magnetómetro del Hespérides. (Fuente: Fotografía propia 2011)

2.4.1.2. Datos de observatorios y estaciones seculares

Se estima que existen alrededor de 195 observatorios repartidos por el mundo actualmente (<http://www.bgs.ac.uk/iaga/vobs/home.html>), aunque la distribución de estos no es homogénea, *Figura 2.13*. La relación de la localización y el progreso económico es clara, siendo Europa el continente con más observatorios por superficie y África de los que presenta un menor número.

Es de gran importancia que los instrumentos que realizan las medidas magnéticas cumplan una serie de características. Estos deben ser completamente no-magnéticos para no modificar ni la amplitud ni la dirección del campo magnético terrestre, o si son magnéticos aplicar las correspondientes correcciones en las observaciones. Además, el entorno en donde el observatorio está ubicado debe contener poco ruido magnético, tanto el edificio donde están los instrumentos como el área adyacente. El procedimiento básico de medida en un observatorio consta del uso de un variómetro para medir la variación de las componentes del campo sobre un valor base, o línea de base, conjuntamente con medidas absolutas, las cuales se realizan de forma regular por un observador para establecer el valor de la línea de base. Hoy en día, en los observatorios,

los instrumentos más comunes se basan en el efecto de precesión del protón y en sensores *fluxgate*.

El magnetómetro de precesión de protones se usa para medir la inducción magnética B con, en general, una precisión de 0.1 nT mediante la frecuencia de precesión de los protones. El instrumento consta de un líquido enriquecido de protones envuelto por una bobina que proporciona un campo polarizado al líquido y además registra la señal inducida por la precesión de los protones. Esta señal es amplificada y medida por un dispositivo electrónico proporcionando la intensidad total del campo. Otro instrumento ampliamente usado es el *fluxgate*. Este instrumento mide la intensidad del campo magnético a lo largo del eje del sensor. El sensor consta de un material ferromagnético fácilmente saturable y de un suministro de corriente eléctrica que alimenta a una bobina situada alrededor del sensor.

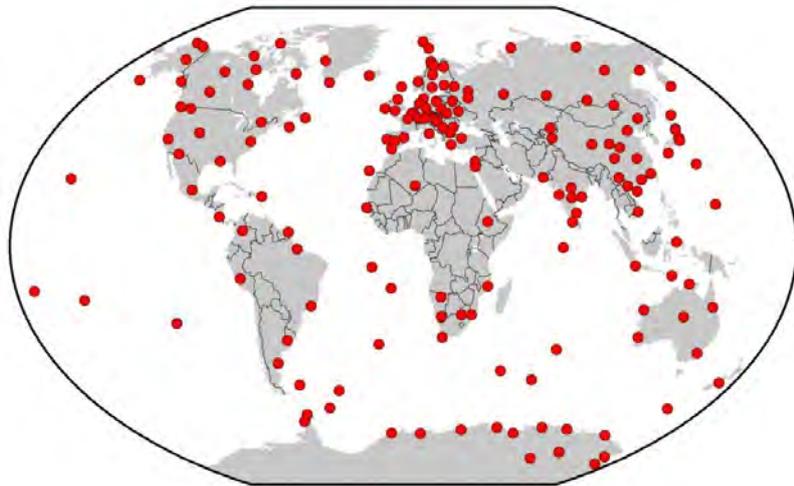


Figura 2.13: Distribución espacial de los observatorios geomagnéticos. (Fuente: <http://www.geomag.bgs.ac.uk/education/earthmag.html>)

Los observatorios geomagnéticos son los encargados de obtener medidas de gran precisión durante largos períodos temporales, lo que nos proporciona una valiosa información sobre la variación del campo geomagnético, desde segundos hasta siglos. Estas medidas también registran el valor de la contribución cortical, conocida como anomalía cortical (en inglés, *anomaly bias*). Estas anomalías corticales contribuyen en la observación ya que dependiendo de la naturaleza geológica donde está asentado el observatorio puede alcanzar valores de hasta 1000 nT. Por tanto, son magnitudes a tener en cuenta si se usan datos de observatorio para modelar el campo principal y su variación temporal, ya que de lo contrario, pueden inducir a un error de hasta un 10% del campo principal (Langel y Hinze, 1998). Normalmente se usan dos métodos para determinar las anomalías corticales: a) el primero consiste en modelar dicha contribución como un parámetro más del modelo a determinar durante el proceso de inversión (Langel et al., 1980). b) El segundo método se basa en calcular la anomalía magnética a partir de comparar las medidas geomagnéticas de los observatorios con los valores obtenidos mediante un modelo generado con datos de satélite, donde el valor de la anomalía magnética se supone cero, partiendo de la hipótesis que en dichos modelos los efectos debidos al campo cortical son mínimos. En el caso de modelarlos, el dato del observatorio contendría las siguientes contribuciones (Verbanac et al., 2007, 2015):

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_{core} + \mathbf{B}_{crust} + \mathbf{B}_e + \mathbf{B}_{err} \quad [2.6]$$

donde \mathbf{B}_{core} representa el campo principal generado por el núcleo externo terrestre, \mathbf{B}_{crust} contabiliza el campo cortical inducido y remanente, \mathbf{B}_e representa el campo debido a contribuciones externas, mientras que en \mathbf{B}_{err} se incluyen los errores (asumidos gaussianos) que pueda contener el dato aparte de otras contribuciones existentes. De modo que la anomalía magnética o *anomaly bias* del observatorio se define como:

$$\delta = \mathbf{B}_{crust} + \epsilon \quad [2.7]$$

En este término ϵ se incluyen las influencias de los errores asociados al dato y las que se derivan del campo externo.

A pesar de que las observaciones proporcionadas por los observatorios son de gran calidad, éstas presentan una distribución espacial pobre. Con la intención de mejorar la cobertura espacial en zonas continentales se emplean estaciones de repetición. Las estaciones de repetición (del inglés *repeat stations*) son sitios marcados permanentemente dónde se realizan observaciones precisas del campo magnético terrestre durante un período de unas cuantas horas, cada determinados años. En español también suelen llamarse estaciones seculares, pues precisamente se establecen para proporcionar información adicional sobre la variación secular en regiones desprovistas de observatorios magnéticos, aunque no excesivamente alejadas de uno (o varios) de ellos, para poder utilizarlo(s) para la eliminación de las variaciones de origen externo en las observaciones. En el proceso de obtención de los datos, se presta especial cuidado al posicionamiento exacto en cada medición, pues cualquier error de posición del instrumental contaminaría las observaciones. Normalmente es necesario tomar varias observaciones de mediciones absolutas, mayoritariamente fuera del período principal de actividad diurna. Otro factor a evitar es la realización de medidas cuando la probabilidad de actividad magnética es alta. Los instrumentos que se emplean normalmente son los mismos que los empleados para la realización de medidas absolutas en los observatorios, es decir un declinómetro-inclinómetro con sonda fluxgate para la observación de la declinación y la inclinación (DI-flux), mientras que para obtener la intensidad total del campo magnético se usa un magnetómetro de precesión de protones.

La clave para obtener datos útiles es la precisión al realizar las correcciones de la variación transitoria del campo. Un método empleado se basa en la asunción de que las variaciones transitorias del campo magnético son idénticas para la estación de repetición como para un observatorio de referencia cercano. Este método no es estrictamente correcto, ya que asume que la variación secular es la misma en la estación de repetición que en el observatorio de referencia. Este error asociado dependerá de la distancia entre ambos emplazamientos y del gradiente de la variación secular, si el gradiente entre ambos varía uniformemente el error puede ser minimizado. Otra posibilidad es usar un variómetro dónde los valores que representan el campo se obtengan a partir de medias horarias.

Los datos de estaciones seculares se han obtenido de la página web del *British*

Geological Survey (http://www.geomag.bgs.ac.uk/data_service/data/surveydata.html), los cuales poseen información magnética, como la declinación, la inclinación, el campo horizontal, la componente Norte, Este, la Vertical y la intensidad total del campo.

2.4.1.3. Datos de satélites. Índices geomagnéticos.

Con la intención de mejorar la cobertura de datos geomagnéticos a mediados del siglo XX se empezaron a realizar medidas desde el espacio con ayuda de satélites. El primer lanzamiento se produjo en el 1958 con el satélite Sputnik, pero las medidas resultaron ser de baja resolución. No fue hasta la serie de satélites POGO, entre 1965 y 1971, que no se obtuvo una cobertura global de medidas de intensidad magnética, aun así, la información de dichos satélites no era suficiente para generar modelos globales fiables, pues eran necesarias medidas vectoriales. Éstas no fueron obtenidas hasta 1979 con el satélite Magsat. Posteriormente otros satélites proporcionaron valores del vector geomagnético, como el Ørsted en 1999. Esta tipología de datos geomagnéticos proporciona una de las fuentes principales para generar modelos geomagnéticos de alta calidad en la actualidad.

Como en cualquier medida del campo geomagnético, los datos de satélite registran el valor total proveniente de las diferentes fuentes geomagnéticas. La contribución geomagnética externa es de especial interés en este tipo de datos debido a la altura a la que viajan los satélites (desde 200-300 km hasta unos 1500 km). Como hemos dicho, los primeros satélites en proporcionar datos útiles fueron los satélites de Estados Unidos, OGO (*Orbiting Geophysical Observatory*, Langel and Hinze, 1998). Los satélites OGO se dividían en dos grupos, tres de ellos se movían alrededor de la Tierra en orbitas muy excéntricas con la intención de estudiar la magnetosfera, mientras que otros tres fueron distribuidos en orbitas polares, de ahí el nombre POGO que significa Polar OGO. Los POGO proporcionaron medidas consecutivas desde octubre de 1965 hasta setiembre de 1967 (OGO-2), de julio de 1967 hasta enero del 1969 (OGO-4) y de junio del 1969 hasta julio de 1971 (OGO-6), con unas pocas semanas de periodo común entre OGO-2 y OGO-4 (Figura 2.14). Los tres satélites tenían orbitas similares, con una altitud máxima de 1510 km (OGO-2) y una mínima de 400 km (OGO-6). Este conjunto de satélites solo midió la intensidad total del campo usando un magnetómetro por bombeo óptico (o de efecto Zeeman) de vapor de rubidio.

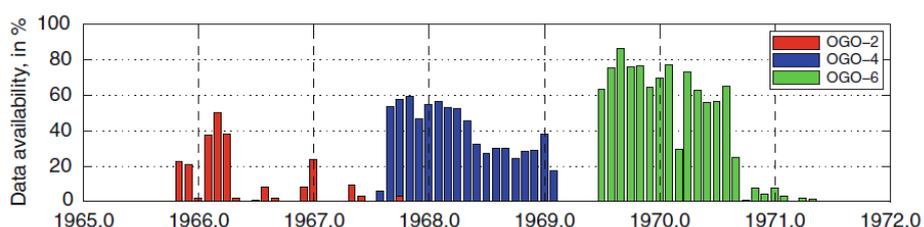


Figura 2.14: Distribución temporal de los datos geomagnéticos de POGO. (Fuente: *Geomagnetic Observations and Models*, IAGA)

El siguiente satélite lanzado, también por los Estados Unidos, fue el Magsat (Langel et al., 1980), siendo el primero capaz de medir las componentes vectoriales, conjuntamente con la componente escalar. Este satélite estuvo operativo solo unos meses, desde octubre de 1979 hasta junio de 1980, con una altitud máxima de 550 km y mínima de 350 km. Ese satélite estaba equipado con un magnetómetro escalar y un magnetómetro *fluxgate*.

El satélite danés Ørsted (Olsen et al., 2000), fue lanzado en febrero de 1999, con una altitud máxima de 850 km y llegando en 2013 a una altitud mínima de 650 km. Este satélite estaba equipado con un magnetómetro Overhauser de precesión de protones y un magnetómetro *fluxgate*.

Meses más tarde de que fuera lanzado el Ørsted, fueron también puestos en órbita el CHAMP (Maus et al., 2007) y el SAC-C; estos tres satélites transportaban una instrumentación muy similar. El satélite alemán CHAMP (*Challenging Mini-Satellite Payload*) empezó a operar en julio del 2000 con una altitud inicial de 454 km, que disminuyó hasta 260 km en 2010. El satélite argentino SAC-C (*Satélite de Aplicaciones Científico-C*) contó con una altitud máxima de 700 km; éste solamente proporcionó medidas escalares del campo mediante un magnetómetro de Helio.

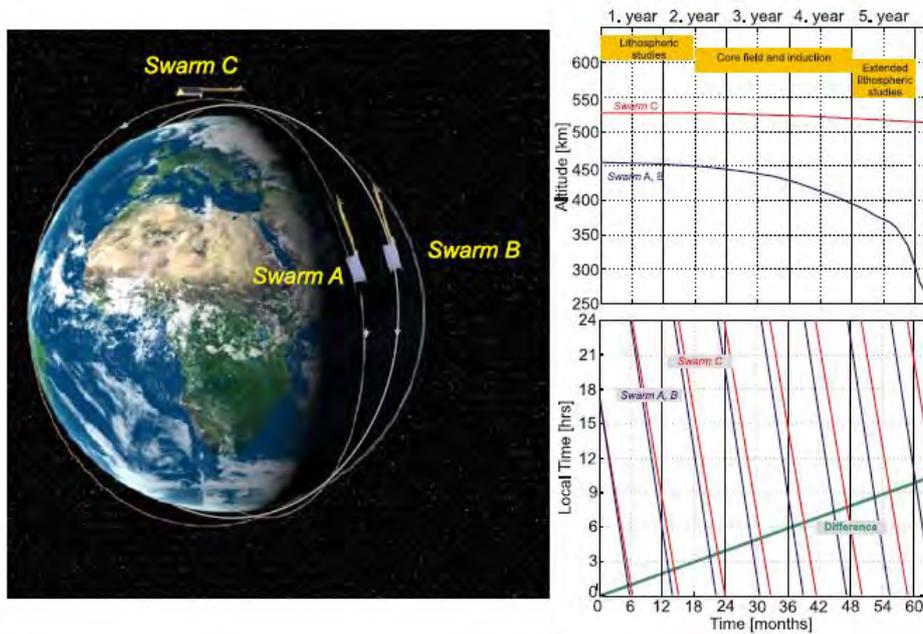


Figura 2.15: Distribución de los tres satélite Swarm (izquierda) y evolución de la misión (derecha) (Fuente: Olsen et al., 2010a)

Finalmente la última misión satelital, llevada a cabo por la Agencia Espacial Europea (ESA), puesta en órbita en noviembre de 2013 ha sido la misión *Swarm* (Olsen y Haagmans, 2006). Ésta consiste en tres satélites idénticos que miden con gran precisión las componentes vectoriales, mediante un magnetómetro *fluxgate* construido en Dinamarca, y el campo escalar mediante un magnetómetro escalar óptico de Helio 4 construido en Francia. Dos de los satélites orbitan juntos a una altitud de 460 km, mientras que el tercero lo hace a 510 km; esta estudiada configuración implicará beneficios en la comprensión del campo geomagnético (Figura 2.15, distribución a priori, donde se intercambiaron las posiciones del C por el B). Los dos satélites inferiores (*Swarm A* y *Swarm C*) están separados sobre 1.4° en longitud y se espera que puedan alcanzar a una altitud inferior a 300 km, estas características favorecen la descripción del campo litosférico a pequeñas escalas. La información del satélite con la órbita superior (*Swarm B*) combinada con los otros dos proporciona una descripción espacio-temporal de la estructura a gran escala de las corrientes externas, aportando información sobre la separación de los campos externos e internos.

En la *Tabla 2.1* exponemos las características más significativas de los satélites mencionados (ha habido otros satélites que han proporcionado medidas magnéticas, pero los datos proporcionados por estos han sido, con diferencia, los más utilizados para la generación de modelos de las distintas contribuciones del campo). Como se ha comentado, los satélites describen orbitas elípticas alrededor de la Tierra con un punto más próximo (perigeo) y más alejado (apogeo). El ángulo entre el plano de la órbita y el ecuador terrestre se conoce como la inclinación de la órbita del satélite.

Las fuentes de error en los datos de satélites se pueden dividir en dos grupos: a) en el primer grupo tenemos los errores inherentes a los sistemas de medidas (error instrumental) y al hecho ya comentado de la suma de diferentes contribuciones magnéticas, es decir, si nos interesa por ejemplo aislar el campo principal, las contribuciones externas, las inducidas por éstas, y el campo litosférico, pueden considerarse como “ruido” a eliminar. b) En el segundo grupo están los errores debidos a la precisión del cálculo del tiempo, de la posición geográfica del satélite, de la orientación del magnetómetro y a los campos inducidos por el propio satélite. Los errores de posicionamiento y la determinación temporal fueron los más importantes al principio de la era satelital, los cuales han ido disminuyendo de forma considerable gracias a los sistema GPS.

Satélite	Duración	Inclinación (°)	Altitud (km)	Datos
OGO-2	oct. 1965-set. 1967	87	1510-410	escalares
OGO-4	jul. 1967-ene. 1969	86	910-410	escalares
OGO-6	jun. 1969-jun. 1971	82	1100-400	escalares
Magsat	nov. 1979-may. 1980	97	550-325	escalares y vectoriales
Ørsted	feb. 1999-jun. 2013	97	850-650	escalares y vectoriales
CHAMP	jul. 200-set. 2010	87	450-260	escalares y vectoriales
SAC-C	ene. 2001-dec. 2004	97	705-698	escalares
Swarm	nov. 2013-hoy	87/88	510/460-	escalares y vectoriales

Tabla 2.1: Principales características de los satélites mencionados

Para el caso que nos atañe, donde solo nos interesa el campo interno, escogeremos los datos cuando las condiciones de actividad geomagnética sean lo más tranquilas posibles, para evitar contaminaciones externas y de corrientes inducidas. Este método es ampliamente usado por la comunidad científica, con lo que existen una serie de índices de actividad geomagnética para facilitar la selección. Al realizar la selección también es importante tener en cuenta la región de estudio, ya que dependiendo de la latitud hay índices con información más relevante que otros.

Un índice apropiado para seleccionar datos en latitudes medias es el índice *Kp*. Es un índice obtenido cada tres horas a partir del valor medio de las perturbaciones de las componentes horizontales del campo observadas en 13 observatorios, 11 situados en el hemisferio Norte y 2 en el hemisferio Sur. Los valores del índice *Kp* varían según una escala casi-logarítmica, donde 0⁰ representa el mínimo de actividad magnética y 9⁰ el máximo, con 28 valores intercalados: 0⁰, 0⁺, 1⁻, 1⁰, 1⁺, 2⁻, 2⁰, 2⁺,..., 8⁰, 8⁺, 9⁻, 9⁰. El índice *Ap* proporciona una media diaria de la actividad geomagnética, éste es equivalente al índice

Kp. Cada 3 horas el valor del índice *Kp* es convertido en una escala lineal llamada *ap*. El valor de *Ap* se obtiene de hacer la media de los ocho valores de la escala lineal comentada (*ap*). Tomando como valor mínimo el 0 (extremadamente tranquilo) y el máximo 400 (extremadamente perturbado).

Otro índice muy útil para latitudes bajas es el índice *Dst*, se expresa en nT ya que se obtiene de la media de los valores de la componente magnética horizontal en cuatro observatorios situados en latitudes bajas próximas al ecuador geomagnético. A esas latitudes las componentes horizontal y vertical están fuertemente perturbadas por la corriente del anillo (ver sección 2.3), de modo que el *Dst* resulta ser una medida horaria directa de dicha perturbación. Olsen et al. (2000), como otros autores, usó ambos índices en la selección de datos de satélite, $Kp \leq 1^+$ en el momento de la observación y $Kp \leq 2^0$ para el intervalo previo, mientras que el *Dst* absoluto máximo se fijó en 10 nT con una variación temporal máxima de 3 nT/h.

Con la intención de minimizar el efecto de las corrientes ionosféricas en latitudes medias y bajas muchos autores, como Olsen et al. (2000) o Finlay et al. (2012), además de los criterios anteriores seleccionaron solamente los datos nocturnos (hora local nocturna), aunque no es la única opción, p. e. Olsen et al. (2002) fue más restrictivo imponiendo que la altura del Sol fuera inferior a 5° en el horizonte.

Aún con los criterios de selección comentados más arriba, eso no es condición suficiente para obtener un conjunto de datos sin perturbaciones externas. Otra condición empleada por varios autores, como Maus et al. (2006), consiste en descartar los datos vectoriales en latitudes polares, definidas por los paralelos de $\pm 65^\circ$ de latitud geomagnética, asegurando así minimizar las contribuciones debidas a las corrientes alineadas con el campo.

Capítulo 3.

Modelización del campo geomagnético

En este capítulo detallaremos la técnica matemática empleada para describir el campo geomagnético a partir de los datos disponibles. Primero se explicarán los fundamentos básicos del electromagnetismo para, posteriormente, introducir la técnica del análisis armónico esférico. Se detallarán los modelos globales más conocidos, y a continuación introduciremos las técnicas regionales de modelado y sus principales características, incidiendo en la técnica del análisis armónico en un casquete esférico, por ser la utilizada para nuestros propósitos.

3.1. Expresión armónica del campo geomagnético en el espacio

Para entender y modelar el campo geomagnético debemos partir de las leyes del electromagnetismo postuladas por Maxwell. Las ecuaciones de Maxwell para un fluido eléctricamente conductor en movimiento, de velocidad \mathbf{u} , donde $|\mathbf{u}| \ll c$ (siendo c la velocidad de la luz en el vacío), en presencia de un campo magnético \mathbf{B} , un campo eléctrico \mathbf{E} y una densidad de corriente \mathbf{J} y de carga ρ son:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad [3.1]$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad [3.2]$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad [3.3]$$

$$\frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}) = \mathbf{J} \quad [3.4]$$

donde ϵ_0 es la permitividad eléctrica del vacío y μ_0 representa la permeabilidad magnética del vacío. Teniendo en cuenta un fluido en movimiento y eléctricamente conductor, la densidad de corriente se escribe de la siguiente forma:

$$\mathbf{J} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad [3.5]$$

donde σ representa la conductividad eléctrica del fluido. En una región libre de corrientes eléctricas y fuentes magnéticas, como es el caso de la región comprendida entre la superficie terrestre y los 50-60 km por encima de esta, la inducción magnética puede ser expresada como el gradiente de un campo potencial:

$$\mathbf{B} = -\nabla V \quad [3.6]$$

Por tanto, según la ecuación [3.2], el potencial verifica la ecuación de Laplace:

$$\nabla^2 V = 0 \quad [3.7]$$

La ecuación de Laplace puede ser resuelta mediante separación de variables, usando diferentes sistemas de coordenadas, aunque en nuestro caso resulta más práctico trabajar en coordenadas esféricas debido a la forma casi esférica de la Tierra. Las coordenadas esféricas son (r, θ, ϕ) , donde r es la distancia radial desde el centro de la

Tierra, θ simboliza la colatitud y ϕ representa la longitud. El operador laplaciano en coordenadas esféricas se escribe como (p.e. Sabaka et al., 2014):

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \quad [3.8]$$

Aplicando el método de separación de variables podemos representar el potencial según un producto de tres funciones independientes:

$$V(r, \theta, \phi) = F(r)G(\theta)H(\phi) \quad [3.9]$$

Empleando las ecuaciones [3.8] y [3.9] obtenemos tres ecuaciones diferenciales para el potencial que pueden ser resueltas tras aplicar las condiciones de contorno adecuadas:

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dF(r)}{dr} \right) = kF(r) \quad [3.10]$$

$$\sin \theta \frac{1}{G(\theta)} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{dG(\theta)}{d\theta} \right) + n(n+1) \sin^2 \theta = m^2 \quad [3.11]$$

$$\frac{d^2 H(\phi)}{d\phi^2} + m^2 H(\phi) = 0 \quad [3.12]$$

En el caso de la Tierra, las condiciones de contorno para la componente radial r especifican que el valor del potencial sea nulo cuando r tienda a infinito, y tenga un valor finito para r igual a 0. Por tanto, fijándonos en la ecuación [3.10], la función radial $F(r)$ se puede expresar de la siguiente forma:

$$F(r) = A \left(\frac{r}{a} \right)^n + B \left(\frac{a}{r} \right)^{n+1} \quad [3.13]$$

donde a representa el radio medio de la Tierra.

La ecuación [3.11] referida a la colatitud geográfica es conocida como la ecuación de Legendre; esta ecuación tiene por solución las funciones asociadas de Legendre P_n^m (véase *Tabla 3.1*). Los autovalores m y $n(n+1)$ son constantes enteras, donde n representa el grado del polinomio y m el orden de la función, cumpliendo $m \leq n$. Las condiciones de contorno para θ , cuando $\theta_0 = 0, \pi$, implican regularidad:

$$V(r, \theta_0, \phi) = 0 \quad m \neq 0 \quad [3.14]$$

$$\frac{\partial V(r, \theta_0, \phi)}{\partial \theta} = 0 \quad m = 0 \quad [3.15]$$

Finalmente, las condiciones de contorno para la ecuación [3.12] implican continuidad en la coordenada longitudinal, es decir:

$$V(r, \theta, \phi) = V(r, \theta, \phi + 2\pi) \quad [3.16]$$

$$\frac{\partial V(r, \theta, \phi)}{\partial \phi} = \frac{\partial V(r, \theta, \phi + 2\pi)}{\partial \phi} \quad [3.17]$$

La combinación de las funciones asociadas de Legendre y las soluciones en longitud (seno o coseno) nos proporcionan los armónicos de superficie o armónicos esféricos, que son funciones ortogonales y normalizadas en la esfera.

Si tenemos en cuenta que el potencial puede ser expresado en términos internos y externos (como ya fue demostrado por Gauss), es decir:

$$V = V_i + V_e \quad [3.18]$$

La solución de la ecuación de Laplace para el potencial geomagnético en términos de las ecuaciones [3.10] - [3.12] se expresa del siguiente modo (e.g., Langel 1987; Backus et al., 1996):

$$V_i(r, \theta, \phi) = a \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} [g_{i,n}^m \cos m\phi + h_{i,n}^m \sin m\phi] P_n^m(\cos \theta) \quad [3.19]$$

$$V_e(r, \theta, \phi) = a \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{r}{a}\right)^n [g_{e,n}^m \cos m\phi + h_{e,n}^m \sin m\phi] P_n^m(\cos \theta) \quad [3.20]$$

donde $\{g_n^m, h_n^m\}$ simbolizan los coeficientes de Gauss de grado entero n y orden entero m . Se desprende del potencial definido en [3.19] y [3.20] juntamente con las condiciones de contorno [3.16] y [3.17] que los términos h_n^0 son 0.

El potencial geomagnético no es un observable físico, pero sus derivadas parciales permiten definir las componentes del campo geomagnético como:

$$X = \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \quad [3.21]$$

$$Y = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} \quad [3.22]$$

$$Z = \frac{\partial V}{\partial r} \quad [3.23]$$

n	m	$P_n^m(\cos\theta)$
1	0	$\cos\theta$
1	1	$\sin\theta$
2	0	$1/2(\cos^2\theta - 1)$
2	1	$3\sin\theta\cos\theta$
2	2	$3\sin^2\theta$
3	0	$1/2(5\cos^3\theta - 3\cos\theta)$
3	1	$1/2\sin\theta(15\cos^2\theta - 3)$

Tabla 3.1 : Funciones de Legendre para los primeros valores de n y m.

Una forma útil de caracterizar el comportamiento espacial del campo geomagnético es usar el concepto de la energía del espectro geomagnético (del inglés *spatial power spectra*). La media del cuadrado del valor del campo geomagnético se puede definir con un número, o por partes, siempre y cuando el campo geomagnético pueda ser descompuesto. La energía del campo geomagnético en una superficie esférica de radio r (Lowes 1966, 1975) se escribe:

$$R_n = \left(\frac{a}{r}\right)^{2n+4} \sum_{m=0}^n \left[(g_n^m)^2 + (h_n^m)^2 \right] \quad [3.24]$$

La pendiente del espectro, usando el potencial interno dado por la ecuación [3.19], no presenta cambios hasta el grado 13-14, como se muestra en la *Figura 3.1*. El espectro que se dibuja en la figura muestra mediante puntos negros la combinación de dos modelos geomagnéticos (Olsen et al., 2009; Maus et al., 2008), el espectro teórico que describe el campo principal (línea azul), el del campo litosférico (línea magenta), y la suma de estos (línea roja) (Voorhies et al., 2002).

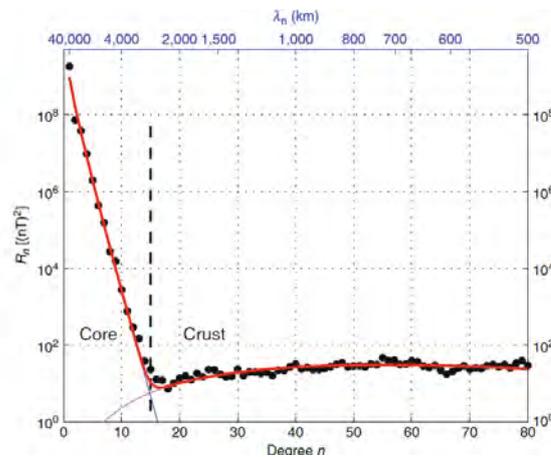


Figura 3.1: Espectro del campo geomagnético en la superficie terrestre (Fuente: Olsen et al., 2010a).

Los grados anteriores al codo, en la figura anterior, muestran que la contribución del campo principal domina en grandes escalas (λ_n , donde la longitud de onda es la distancia real que recorre una perturbación u onda en un determinado intervalo) mientras el campo litosférico domina en escalas más pequeñas.

3.2. Dependencia temporal del campo geomagnético

Con el fin de describir la evolución temporal del campo geomagnético existen múltiples opciones para representar los armónicos esféricos en función del tiempo. Esos mecanismos han ido evolucionando, pasando por ejemplo de una descripción mediante polinomios (ver Hulot et al., 2010, para un breve apunte sobre varios tipos de representaciones temporales) al uso de *splines* (de Boor, 1978; Bloxham y Jackson, 1992), ampliamente empleados en la actualidad. Una función *spline* está formada por trozos de polinomios conectados entre sí, como queda reflejado en la *Figura 3.2*.

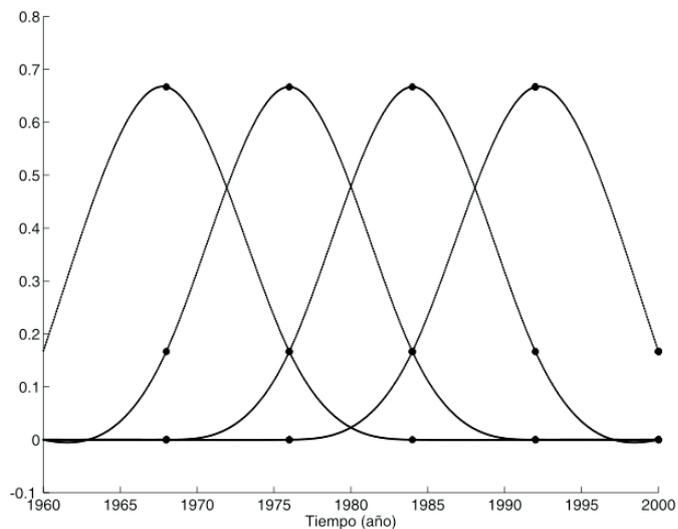


Figura 3.2: Representación de los splines, usando cubic splines, dentro de la ventana temporal entre 1960 y 2000, centrados en los años 1968, 1976, 1984 y 1992.

En este trabajo se ha empleado *splines* penalizados, introducidos por Eilers y Marx (1996). La penalización usada se basa en la diferencia entre coeficientes adyacentes. Esta técnica emplea un número de coeficientes dependiente del número de nodos escogido, siendo el número de coeficientes de la base, que define el comportamiento en la ventana temporal del modelo, mucho menor que el de los datos empleados. A modo de ejemplo se ha generado una función sinusoidal mediante 200 puntos aleatorios entre cero y uno, y se le ha introducido a ésta un ruido gaussiano aleatorio, véase *Figura 3.3*. En la figura podemos comprobar cómo realmente los *splines* penalizados (curva amarilla) se ajustan mejor al comportamiento medio de la distribución de datos generada.

En los *splines* usados para el modelo final, descrito en el Capítulo 6, se les introdujo una mejora respecto a los modelos desarrollados preliminarmente. La principal diferencia reside en la amplitud de los mismos en los límites del intervalo temporal, como se observa en la *Figura 3.4*. Como se desprende de la gráfica, entre el primer y segundo nodo y entre el penúltimo y último nodo esa amplitud de los *splines* cambia adaptándose para que el ajuste converja más suavemente en los límites del intervalo temporal.

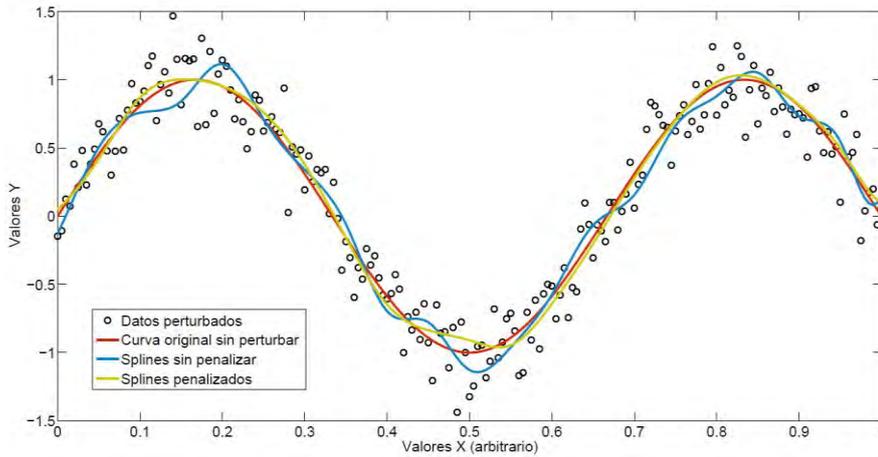


Figura 3.3: Representación de los splines penalizados (amarillo) frente a los splines sin penalizar (azul) ajustando valores perturbados (círculos negros) de una función sinusoidal (roja).

De esa forma en lugar de tener coeficientes de Gauss estáticos $\{g_n^m, h_n^m\}$ se pasa a tener coeficientes temporales $\{g(t)_n^m, h(t)_n^m\}$. Estos coeficientes se representan mediante la combinación lineal de todos los *splines* (N) que definen los nodos dentro de la ventana temporal escogida:

$$g_n^m(t) = a_1 S_1(t) + a_2 S_2(t) + \dots + a_N S_N(t) \quad [3.25]$$

De forma similar se define también $h_n^m(t)$. Dependiendo del tiempo, t , los S_i tendrán diferentes valores, siendo las variables a_i las incógnitas a resolver, donde el número de éstas está estrechamente ligado a los nodos elegidos. En adelante, para simplificar las ecuaciones, se omitirá la notación temporal.

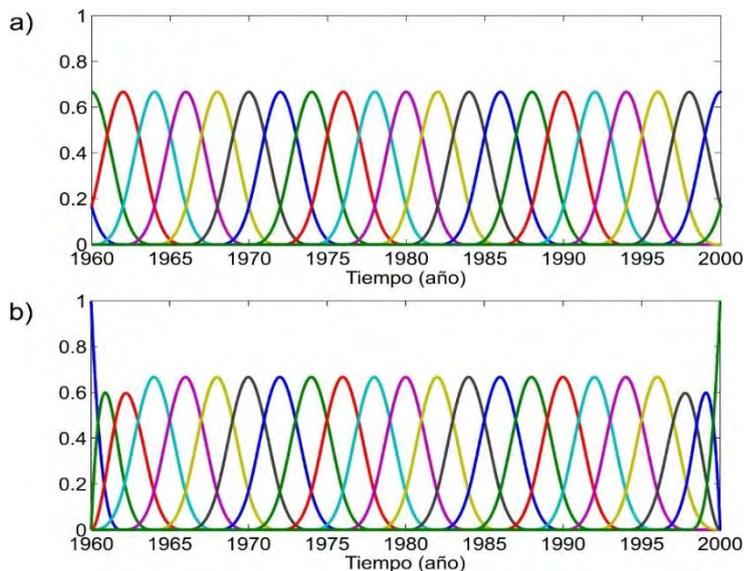


Figura 3.4: Representación de los splines penalizados (a) frente a los splines penalizados con corrección del efecto de borde (b).

3.3. Diferencias respecto la media

Otra importante aportación desarrollada por Haines (1993) fue el método de las diferencias respecto la media (*main-field differences*), mediante el cual, si asumimos una dependencia temporal en forma de *splines*, el vector magnético \mathbf{B} en una posición \mathbf{r} y un tiempo t , se puede expresar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 B(r, \theta, \phi, t) &= \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n A_n^m(r, \theta, \phi) \cdot G_n^m(t) + \delta(r) \\
 G_n^m(t) &= \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n S(t) \cdot g_n^m
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

donde $A_n^m(r, \theta, \phi)$ representa la matriz de los parámetros armónicos en un casquete esférico (o en toda la esfera), $S(t)$ representa el vector de *splines*, g_n^m es el vector de coeficientes a determinar, y $\delta(r)$ simboliza la anomalía magnética en la posición r debido al campo cortical.

Esta técnica permite estimar la variación secular mediante las diferencias del campo en relación a una época fiduciaria en una misma ubicación. El método presenta dos claras ventajas a la hora de obtener la variación secular. La primera reside en que deja de ser necesaria la diferenciación numérica del campo principal, mientras que la segunda radica en la ausencia de contaminación introducida por el término de la anomalía magnética. Tomando diferencias respecto a la media de los datos de una misma posición, se reducen además errores computacionales:

$$\begin{aligned}
 B(r, \theta, \phi, t) - \bar{B}(r, \theta, \phi, t) &= \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n A_n^m(r, \theta, \phi) \cdot S(t) \cdot g_n^m \\
 &\quad - \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L A_n^m(r, \theta, \phi) \cdot S_j(t) \cdot g_n^m \\
 &= \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n A_n^m(r, \theta, \phi) \cdot S(t) \cdot g_n^m - \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n A_n^m(r, \theta, \phi) \cdot \bar{S}(t) \cdot g_n^m \\
 &= \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n A_n^m(r, \theta, \phi) \cdot (S(t) - \bar{S}(t)) \cdot g_n^m
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

Esta expresión es válida para las componentes geomagnéticas X , Y y Z , pero no para F , ya que ésta es combinación de las otras, y por tanto la matriz de parámetros se expresa de la siguiente forma:

$$A_{Fn}^m(r, \theta, \phi) = \frac{1}{F_0} \left(X_0 \cdot A_{Xn}^m(r, \theta, \phi) + Y_0 \cdot A_{Yn}^m(r, \theta, \phi) + Z_0 \cdot A_{Zn}^m(r, \theta, \phi) \right) \tag{3.28}$$

Y por tanto:

$$\begin{aligned}
 F - \bar{F} &= \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n A_{Fn}^m(r, \theta, \phi) \cdot S(t) \cdot g_n^m - \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L A_{Fn,j}^m(r, \theta, \phi) \cdot S_j(t) \cdot g_n^m \\
 &= \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n A_{Fn}^m(r, \theta, \phi) \cdot S(t) \cdot g_n^m \quad [3.29] \\
 &- \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n \frac{1}{F_0} \left(\bar{X}_0 \cdot A_{Xn}^m(r, \theta, \phi) + \bar{Y}_0 \cdot A_{Yn}^m(r, \theta, \phi) + \bar{Z}_0 \cdot A_{Zn}^m(r, \theta, \phi) \right) \bar{S}(t) \cdot g_n^m
 \end{aligned}$$

Así mismo, usando la media, podemos proporcionar información a la hora de modelar el campo principal. Por tanto el método permite la solución simultánea del campo principal y de la variación secular, donde \bar{B} representa al primero y $B - \bar{B}$ a la segunda. Con la solución para el campo principal, usando datos de satélites junto con los de observatorio, podemos resolver además el *anomaly bias* para cada observatorio analizado.

3.4. Modelos de campo geomagnético a escala global.

Las facilidades computacionales recientes han propiciado una gran variedad de modelos geomagnéticos a escala global. Como se indicó en el capítulo precedente, el más usado es el denominado IGRF. Este modelo es el resultado de la contribución de muchos grupos de investigación, proporcionando una versión actualizada del campo principal (no da información del campo cortical o externo) cada 5 años cubriendo el período entre 1900 y la actualidad. La generación 12 de dichos modelos es la más reciente con un nuevo modelo para 2015 y de VS hasta el 2020 (Thébault et al., 2015a). Aunque se ha convertido en un estándar para numerosas aplicaciones (Thébault et al., 2015b), no es sin embargo el más preciso y completo, pues existen otros modelos capaces de reproducir las contribuciones de las diferentes fuentes geomagnéticas y, a diferencia del IGRF, de forma continua en el tiempo. A continuación se presentan las características principales de los más conocidos.

Modelo C3FM (*Continuous Covariant Constrained endpoints Field Model*, Wardinski y Holme, 2006). Este modelo global presentó una descripción del campo principal y su variación secular para el período entre 1980 y 2000. En su construcción se emplearon medias mensuales y anuales de observatorios y datos provenientes de las estaciones seculares, siempre y cuando el intervalo temporal entre observaciones fuese inferior a 7 años (en la zona europea se emplearon solamente observatorios debido a la buena cobertura espacial). Para evitar modelar la contribución de la anomalía cortical en los datos mensuales de observatorios, estimaron el valor de la variación secular según se detalla en Bloxham y Jackson (1992). Para estimar dicho valor, para un mes en particular, calcularon las diferencias del campo entre las medias mensuales de los seis meses posteriores y las medias mensuales de los seis meses anteriores. De forma similar se emplearon las diferencias de medias anuales de años consecutivos, eliminando así la contribución cortical ya que ésta no varía en el tiempo. El modelo fue desarrollado en armónicos esféricos hasta grado 15 expresando la parte temporal de los 225 coeficientes de Gauss mediante polinomios B-splines cúbicos (de Boor, 1978), con un total de 13 splines en todo el intervalo temporal (véase la *Tabla 3.2* con las características principales). La técnica aplicada fue la detallada en el apartado 3.6, i.e. usando el método de mínimos cuadrados con las matrices de covarianza y de regularización.

Modelo GRIMM (*GFZ Reference Internal Magnetic Model*, Lesur et al., 2008). Obtenido a partir de los datos vectoriales del satélite CHAMP y de medias horarias de observatorios entre 2001 y 2006.5. La selección de los datos vectoriales se dividió en dos subconjuntos. Para latitudes medias y bajas, entre $\pm 55^\circ$ de latitud magnética, se seleccionaron solamente las componentes X y Y según el sistema de referencia Solar Magnético, con la intención de disminuir la influencia de la corriente del anillo en los datos seleccionados. Solamente se usaron las observaciones en horas locales nocturnas, entre la 23:00 h y 05:00 h de hora local. Además se requirió que la norma del vector magnético de perturbación (VMD, Thomson y Lesur, 2007) fuera inferior a 20 nT y su derivada inferior a 100 nTd^{-1} . Para latitudes altas (fuera del intervalo de $\pm 55^\circ$ latitud geomagnética) se usaron las tres componentes en el sistema de referencia cartesiano Norte, Este y Centro (NEC) obteniendo así una buena cobertura para dichas zonas. Se aplicó la misma condición del valor de VMD que en el caso anterior. El modelo describe, mediante armónicos esféricos, el campo principal y su VS (grados de $n = 1$ a 14), el campo litosférico (de $n = 15$ a 60), el campo ionosférico (grado máximo 40), el campo toroidal (grado máximo 40) y campos externos, e inducidos por estos, a gran escala (solo hasta grado 1). Como en el modelo anterior, el campo principal fue desarrollado temporalmente en *cubic splines* de orden 5, y a partir del grado 15 hasta el 60 los coeficientes de Gauss se asumieron constantes en el tiempo (campo cortical). La variación temporal del campo ionosférico y toroidal se describió por un término constante y otro que variaba de forma anual, mientras que las variaciones temporales del campo externo se describieron según un polinomio lineal. Además, las anomalías de los observatorios (las llamadas *biases*) se calcularon como unas variables más.

El modelo GRIMM-2 (Lesur et al., 2010) es una actualización del modelo anterior con datos hasta 2009.5. Sin embargo, este modelo es más simple ya que no modela ni el campo toroidal ni el ionosférico.

Modelos CHAOS (Olsen et al., 2006, 2009, 2010b, 2014; Finlay et al., 2015, 2016). Es una familia de modelos globales cuya primer versión fue publicada por Olsen et al. (2006) y que actualmente ya se ha presentado la versión 6 (CHAOS-6, Finlay et al., 2016). Esta serie de modelos permite computar el campo principal y litosférico mediante datos de satélite para las épocas entre 1997 y 2016.

La primera versión, CHAOS (Olsen et al., 2006) utilizó datos vectoriales y escalares de los satélites Ørsted y CHAMP, junto con datos escalares del SAC-C. Estos datos fueron filtrados siguiendo el criterio de baja actividad geomagnética, lo que implicó que el índice *Dst* no variara más de 2 nT h^{-1} . Para latitudes no polares (por debajo de 60° de latitud geomagnética) se usaron aquellos datos que cumplían un $Kp \leq 2^0$ (Capítulo 2), mientras que para latitudes polares requirieron que el campo eléctrico en la magnetopausa (*Em*, Kan and Lee, 1979) fuera menor que 0.8 mVm^{-1} . Además se eligieron solamente aquellos datos en la región nocturna y se descartaron los datos vectoriales más allá de $\pm 60^\circ$ latitud geomagnética.

La modelización fue desarrollada en dos partes bien diferenciadas: a) una expansión en armónicos esféricos que describe el campo geomagnético interno y externo, hasta grado n 50, y con dependencia temporal basada en *B-splines* cúbicos cada año, más cuatro extra en los extremos temporales (para evitar efectos de borde), lo que implicó un

total de 10 *splines* para describir el campo principal (de grado 1 a 14). Para grados más elevados (entre 15 y 18, solapamiento entre campo principal y cortical) se supuso una variación temporal lineal, mientras que para los demás grados (19 a 50) se los consideraron constantes en tiempo. El número total de coeficientes de Gauss internos ascendió a 4752. El modelo también proporcionó valores de campo externo desarrollado hasta grado 2 (con un total de 3754 coeficientes externos). b) La otra parte consistió en el conjunto de ángulos de Euler necesario para rotar el vector magnético en el sistema de referencia del magnetómetro al correspondiente sistema de determinación de orientación, lo que hacen un total de 357 coeficientes. Esta parte de la modelización, la técnica de alineación, fue una de las aportaciones más notables del modelo. Esta consistía en calcular los ángulos de transformación (ángulos de Euler) entre el sistema de determinación de orientación (*star imager*) y el vector del magnetómetro, lo que requiere el conocimiento a priori del valor del campo geomagnético. Al modelar dichos ángulos conjuntamente con el modelo geomagnético se evitaron las inconsistencias que derivan de usar un modelo de referencia para calcular el campo en cada punto del espacio y tiempo determinado.

El siguiente modelo de la familia CHAOS fue el CHAOS-2 (Olsen et al., 2009), válido entre 1997 y 2009. Los cambios respecto a su predecesor radican en la expansión máxima en armónicos esféricos del modelo: 60 (frente a 50 en el modelo anterior), y en la representación temporal, donde los *splines* fueron de orden 5, espaciados cada 6 meses. Los datos de los satélites fueron seleccionados en base al mismo criterio, ampliando la validez temporal. Además, se les añadieron datos de diferencias anuales de observatorios geomagnéticos mediante valores mensuales.

La versión 3 (CHAOS-3, Olsen et al., 2010b) válida desde 1997 a 2010 fue el resultado de una corrección de las variaciones externas en los valores mensuales de los observatorios. En esta corrección se les restó el campo ionosférico, y el inducido por éste, que proporciona el modelo CM4 (este modelo se explica a continuación), además, se le extrajo el campo magnetosférico y el inducido obtenido con el modelo previo, el CHAOS-2. Otra diferencia radica en la regularización del modelo. En este caso se introdujeron dos matrices de regularización (véase sección 3.6) usando la tercera y la segunda derivada temporal del campo magnético.

El CHAOS-4 (Olsen et al., 2014) es válido para las épocas entre 1997 y 2013.5 y fue desarrollado hasta el grado 100 (frente a los 60 y 50 de las versiones anteriores), con el campo principal determinado hasta grado 20. Para una correcta descripción temporal del campo principal se usaron *splines* de orden 6 con puntos fijos cada seis meses. Este modelo surgió de la unión de dos modelos, uno describiendo el campo para armónicos de grado inferior (hasta grado 24), similar a los otros modelos anteriores, y otro usando grados más elevados (de 25 a 100) con la idea de describir con mayor detalle el campo litosférico. El primer modelo fue similar a versiones anteriores del CHAOS, con una expansión máxima de armónicos esféricos de 80 y una expansión temporal mediante 38 *splines* para los primeros coeficientes espaciales hasta grado 20, mientras que del 21 al 80 se consideró un desarrollo temporal estático. Las matrices de regularización fueron las mismas que para el CHAOS-3. Para el segundo modelo, los armónicos esféricos internos se desarrollaron hasta un grado 100, usando como observaciones los datos del CHAMP entre septiembre del 2008 y septiembre del 2010, cuando éste se encontraba en una

altura inferior a 300 km, siendo de especial interés para describir la estructura litosférica de pequeña escala. Se usó una descripción temporal cuadrática hasta grado 16 mientras que para los grados superiores se asumió estática. Para este modelo se usó como matriz de regularización la norma de la componente radial del campo.

Una versión más reciente (CHAOS-5, Finlay et al., 2015) válido entre las épocas de 1997 y 2014, es muy similar al modelo anterior (CHAOS-4), aunque incluye datos del satélite *Swarm*. En esta versión el campo principal se desarrolla hasta el grado 24 conjuntamente a otro modelo describiendo el campo a partir de grado 25 hasta 90 utilizando los datos de baja altitud del CHAMP.

La última versión (CHAOS-6, Finlay et al., 2016) válido entre 1999 y 2016.5 es una extensión del anterior modelo, CHAOS-5. Los datos vectoriales disponibles de los observatorios han sido actualizados hasta marzo del 2016, mientras que los datos vectoriales y de intensidad del *Swarm* se han empleado hasta el 31 de marzo. El cambio más notable reside al emplear, como datos, diferencias del campo a lo largo de la trayectoria, tanto Norte-Sur (diferencias entre datos del mismo satélite separados 15 segundos) como Este-Oeste (datos de los dos satélites con orbitas paralelas separados con una diferencia máxima de 50 segundos y una latitud semejante). Otra diferencia respecto a las versiones anteriores reside en que solo se ha usado datos vectoriales del CHAMP cuando la información sobre la orientación de las dos cámaras estaba disponible. Además se ha usado un parámetro relacionado con el campo magnético interplanetario en el proceso de selección de datos satelitales (requiriendo que fuera positivo para la componente vertical del campo), evitando así posibles perturbaciones debidas a subtormentas aurales.

Modelos POMME (*Potsdam Magnetic Model of the Earth*, Maus et al., 2005a). Es una familia de modelos globales que proporcionan el campo geomagnético principal, la variación secular y la aceleración.

La primera versión, POMME 1.4 (Maus et al., 2005a), proporciona un modelo comprendido entre 1999 y 2003. Este modelo emplea datos vectoriales de los satélites CHAMP y Ørsted solamente entre las 0:00 y las 6:00 hora local, además de medias anuales de observatorios. El modelo global POMME describe el campo principal hasta grado 15, la variación secular hasta grado 10 y la aceleración hasta grado 10. Además proporciona el campo magnetosférico (externo e inducido) y el campo de corriente de anillo hasta grado 2. Esta versión incluye como parámetros a modelar los ángulos entre la cámara y el vector del magnetómetro del satélite CHAMP. En desarrollo temporal el modelo emplea series de Taylor hasta grado dos.

En la siguiente revisión del modelo, POMME-2.5 (Maus et al., 2005b), se amplió la ventana temporal de éste desde 1995 hasta 2004. Al tratarse de un modelo candidato para la generación del modelo global IGRF contamos con una descripción más detallada que en la versión anterior. Esta versión del modelo global incluye además los valores escalares de los satélites CHAMP y Ørsted. El criterio de selección empleado se basa en la selección de datos durante períodos con pocas perturbaciones magnéticas. De este modo los datos de los satélites CHAMP y Ørsted se seleccionaron según: $Kp \leq 1^+$ y $Kp \leq 2^0$ en las 3 horas previas; el valor absoluto del índice *Dst* se estableció que fuera menor de 30 nT y

el valor absoluto de su variación temporal menor de 3 nT/h en la 3 horas previas; para latitudes polares se restringió el parámetro relacionado con el campo magnético interplanetario (ver Maus et al., 2005b); se emplearon datos vectoriales hasta 50° de latitud magnética; se requirió que la altura del Sol en el horizonte fuera inferior a 5°; para latitudes medias se emplearon solamente datos entre 22:00 y 5:00 hora local para el CHAMP, mientras que para el satélite Ørsted entre las 21:00 y las 5:00 hora local. Para la selección de datos de observatorio calcularon los valores de la variación secular y se eliminaron aquellos observatorios con valores ruidosos. Además los datos se corrigieron por las corrientes inducidas debido a las mareas y en la ionosfera. En esta versión se modeliza la contribución externa del campo mediante 12 coeficientes con la intención de obtener un modelo fiable de campo principal. El campo principal se estima desarrollando los armónicos esféricos hasta grado 90, la variación secular hasta 18 y la aceleración hasta 12. El modelo global emplea la expansión de Taylor hasta grado dos para representar la descripción temporal. Se obtienen los coeficientes del modelo mediante el método de mínimos cuadrados dónde se incluyen dos matrices de regularización (restringiendo la variación secular y la aceleración).

En la tercera versión del modelo (Maus et al., 2006) se amplía la ventana temporal hasta 2006. En éste se incluyen datos escalares del satélite SAC-C. La selección de datos de satélite sigue los criterios de la versión anterior, excepto que en esta versión el valor absoluto de la variación temporal del índice *Dst* debe ser menor de 2 nT/h en las 3 horas previas. Además en lugar de emplear, en la selección de datos de satélite, un parámetro relacionado con el campo magnético interplanetario, imponen que el valor de *Em* (campo eléctrico en la magnetopausa) sea inferior o igual a 0.8 mV/m. La expansión máxima de la variación secular y la aceleración en esta versión se desarrolla hasta grado 16. Además en la descripción temporal desarrollan la expansión de Taylor hasta grado 3.

La última versión publicada en un artículo científico es POMME-6 (Maus et al., 2010) válida de 2000 a 2009. Solo utiliza datos de satélite para generar el modelo geomagnético, más concretamente datos del CHAMP. Otra novedad respecto ediciones anteriores es que en el campo magnetosférico calculado incluye la dependencia de la corriente del anillo respecto el ciclo solar, ampliando el número de parámetros que describen las fuentes externas a 18. La parte interna del campo es descrita mediante armónicos esféricos hasta grado 60, mientras que la variación secular y la aceleración quedan descritas hasta grado 16. En esta versión los coeficientes se determinan mediante el método de mínimos cuadrados (no iterativo) empleando una versión anterior del modelo como modelo base.

Modelos CM (*Comprehensive Models*, Sabaka and Baldwin, 1993; Langel et al., 1996; Sabaka et al., 2002, 2004, 2015). Otra serie de modelos globales muy usada por la comunidad geomagnética es la serie CM que se inició con la primera versión de Sabaka y Baldwin (1993). Éstos pretenden modelar todas las fuentes magnéticas importantes del campo geomagnético: las fuentes del núcleo, la corteza, la ionosfera, la magnetosfera y las inducidas por las mismas.

El modelo CM3 (Sabaka et al., 2002), válido entre 1960 y 1985, se nutrió de datos horarios de observatorios, y de datos de los satélites POGO y Magsat. Se seleccionaron dos conjuntos de datos horarios de observatorios, en uno se eligió los datos de las 4 horas

más cercanas a la 1 a.m. de hora local entre los días más tranquilos de cada mes. El otro conjunto de datos se eligió según el día más tranquilo del mes para las épocas en las que POGO y Magsat estuvieron activos. Además, de estos datos seleccionados, se descartaron aquellos que visualmente se desviaban del valor esperado. Para los datos de satélite se escogieron aquellos valores que cumplían las condiciones de días magnéticos tranquilos, para ello se requirió que el índice $Kp \leq 1^-$ para las tres horas previas y $Kp \leq 2^0$ en el momento de la observación. En los datos vectoriales la latitud geomagnética fue limitada a $\pm 50^\circ$ para minimizar los efectos de las corrientes alineadas por el acoplamiento magnetosfera-ionosfera. Posteriormente se seleccionaron los datos que coincidieran con un índice Dst menor de ± 20 nT. La parametrización del modelo pretendía diferenciar entre las fuentes del núcleo, la litosfera, la ionosfera y la magnetosfera. Con esa intención se definió una serie de gradientes de potenciales que tenían en cuenta diversos fenómenos. Para el caso del núcleo y la litosfera se definió el gradiente de un potencial interno, de modo que se describían las aportaciones correspondientes mediante armónicos esféricos (hasta grado 13 para el núcleo y 65 para la litosfera). Además desarrolló la parte temporal mediante *B-splines* con intervalos de 2.5 años. También contabilizó como parámetros a determinar las anomalías vectoriales de los observatorios. Como vimos en el Capítulo 2, las corrientes ionosféricas y magnetosféricas se ven afectadas por diversos factores, como las estaciones del año, el viento solar y el ciclo solar. Para tener en cuenta dichos efectos en la ionosfera y el campo inducido por las corrientes en ésta, se introdujo un potencial armónico (hasta grado 60) modulado por las variaciones estacionales (grado 2) y diurnas (grado 4). De un modo similar se introdujo también un potencial armónico para definir el campo magnetosférico y el inducido por éste (variaciones diurnas hasta grado 5 y variaciones estacionales hasta grado 2). Además el CM3 tuvo en cuenta el campo generado por las corrientes que conectan la ionosfera y la magnetosfera, añadiendo coeficientes para su correcta descripción. A esas corrientes se les llama también corrientes de acoplamiento (*coupling currents*) y, puesto que están alineadas con las líneas de campo magnético, generan únicamente un campo neto toroidal (CT en la *Tabla 3.2*). Los coeficientes se calcularon mediante la técnica iterativa de mínimos cuadrados con peso, además se introdujeron varias matrices de regularización (primera y segunda derivada temporal de la componente radial, el módulo de la densidad de corriente en la ionosfera, entre otras, consultar Sabaka et al., 2002) con la intención de favorecer un comportamiento suave del modelo geomagnético final.

El modelo CM4 (Sabaka et al., 2004) es una extensión del CM3, en el que el período de validez va desde 1960 a 2002.5 (o hasta 2010 si consideramos su versión online no publicada). De modo que a los datos ya usados en la versión anterior, se añadieron observaciones correspondientes a la extensión temporal, donde también se incluyeron los datos del Ørsted y el CHAMP. En este modelo se re-seleccionaron los datos del Magsat para proporcionar una mejor cobertura espacial, de modo que los datos vectoriales del Magsat se seleccionaron según $Kp \leq 1^0$ para las tres horas previas y $Kp \leq 2^0$ en el momento de la observación. Para los satélites Ørsted y CHAMP las condiciones fueron que $Kp \leq 1^+$ para las tres horas previas y $Kp \leq 2^0$ en el momento de la observación, y se requirió un índice Dst menor de ± 20 nT. La parametrización se asemeja al caso anterior con la única diferencia de que, al aumentar el período de validez, ello conllevó tener más coeficientes temporales. Otra novedad radicó en que las corrientes de acoplamiento entre la magnetosfera y la ionosfera no se consideraron únicamente radiales, sino distribuidas en

un plano meridional (Olsen et al., 1997). El uso de los nuevos datos de satélite mejoró considerablemente los resultados respecto el CM3.

La última versión de esta serie de modelos es el CM5 (Sabaka et al., 2015), desarrollado a partir de las medidas de los satélites Ørsted, CHAMP y SAC-C junto con las medias horarias de observatorios geomagnéticos entre 2000 y 2013. La principal diferencia radica en la utilización de un algoritmo nombrado como *Comprehensive Inversion* (CI, Sabaka et al., 2013) con algunas modificaciones posteriores, como por ejemplo, la clasificación por separado de los datos diurnos y nocturnos. Además, el CM5 incluye el campo magnético generado por efecto de las mareas en los océanos, también incluye una parametrización relacionada con la alineación entre el magnetómetro *fluxgate* y el sistema de referencia de adquisición de datos en los satélites CHAMP y Oersted (Olsen et al., 2006). Para su elaboración se llevaron a cabo dos selecciones en los datos, una que se encargó de proporcionar una buena cobertura independientemente de los niveles de actividad geomagnética, lo que permitió una descripción de los cambios del campo magnetosférico y de los campos inducidos respectivos. Y una segunda selección más restrictiva, según condiciones más tranquilas de actividad geomagnética, similares al modelo CHAOS-4 (Olsen et al., 2014), lo que implicó básicamente datos de latitudes no polares, $\pm 60^\circ$, datos en los que $Kp \leq 2^0$ y Dst no fuera superior a $2nThr^{-1}$. Para latitudes altas, más de 60° , el campo eléctrico de la magnetopausa, Em (Kan and Lee, 1979), se seleccionó de modo que fuera inferior a 0.8 mVm^{-1} .

La *Tabla 3.2* presenta a modo de resumen ciertas características de los modelos descritos, donde especificamos el Campo Principal (CP), Campo Litosférico (CL), Campo Ionosférico (CI), Campo Toroidal (CT), Campo Magnetosférico (CM) y Campo por Mareas (CpM), además los datos vectoriales se representan con una B y los de intensidad con una F. Es importante hacer notar que los artículos relacionados con los modelos CM, donde la descripción de ciertas fuentes se ve afectada por diversas variables (estaciones, variaciones diurnas,...) con lo que al modular el potencial hace más compleja la descripción mediante armónicos esféricos. También es importante remarcar que los artículos que describen los modelos POMME no proporcionan toda la información que se ha elegido como importante para remarcar en la tabla; por ejemplo, no hay siempre la información del número de datos que emplean o de todos los parámetros del modelo (como los relacionados con el ángulo de la cámara del satélite y su magnetómetro).

Nombre	Época	Fuentes (grado máximo)	Datos	Parámetros	Referencia
C3FM	1980 – 2000	CP (15)	65995 (B)	255	Wardinski and Holme, 2006
GRIMM	2001 – 2006.5	CP (14), CL (60), CI (40), CT (40), CM (1)	1128986 (B)	10443	Lesur et al., 2008
GRIMM-2	2001 – 2009.5	CP (16), CL (30), CM (2)	2449285 (B)	5864	Lesur et al., 2010
CHAOS	1999 – 2005	CP (14), CL (50), CM (2)	685161 (F) 523370 (B)	8863	Olsen et al., 2006
CHAOS-2	1997 – 2009	CP (20), CL (60), CM (2)	1069086 (F) 754752 (B)	22456	Olsen et al., 2009
CHAOS-3	1997 – 2010	CP (20), CL (60), CM (2)	1123635 (F) 813364 (B)	23970	Olsen et al., 2010b
CHAOS-4	1997 – 2013.5	CP (20), CL (100), CM (2)	1791898 (F) 1911175 (B)	25177	Olsen et al., 2014
CHAOS-5	1997 – 2014	CP(24), CL(90), CM(2)	753996(F) 741440(B)	26847	Finlay et al., 2015
CHAOS-6	1999 – 2016.5	CP(20), CL(110), CM(2)	3159600(F) 2542585(B)	44402	Finlay et al., 2016
POMME 1.4	1999 – 2003	CP(15), CM(2)	-	74	Maus et al., 2005a
POMME 2.5	1995 – 2004	CP(90), CM(2)	-	252	Maus et al., 2005b
POMME 3	1995 – 2006	CP(90), CM(2)	4688588 (F) 1061133 (B)	256	Maus et al., 2006
POMME 6	2000 – 2009	CP(60), CM(2)	-	194	Maus et al., 2010
CM3	1960 – 1985	CP (13), CL (65), CI, CM	53284 (F) 538148* (B)	16594	Sabaka et al., 2002
CM4	1960 – 2002.5	CP (13), CL (65), CI, CM	1019236 (F) 1456118* (B)	25243	Sabaka et al., 2004
CM5	2000 – 2013	CP (20), CL (120), CI, CT, CpM (36), CM	6440137 (F) 13985846 (B)	702308	Sabaka et al., 2015

Tabla 3.2: Características de varios modelos globales (*Suma de los datos de las componentes vectoriales).

3.5. Modelos de campo geomagnético a escala regional

Cuando los datos geomagnéticos están concentrados en áreas específicas, se recurre a una técnica de modelización regional que permita definir el campo geomagnético en dicha zona. Existe una gran variedad de técnicas de modelización regional, como el ajuste polinomial, el cual ajusta las componentes del campo a las observaciones mediante polinomios (Ardizzone y Herraiz, 2000). Aunque los más usados son los modelos regionales que se centran en resolver la ecuación de Laplace en un dominio espacial delimitado (denotado por Ω) y por tanto usando las condiciones de contorno adecuadas para el mismo. Antes que nada es importante especificar que el concepto de separación entre campo interno y externo para escalas regionales es complicado debido a la existencia de límites en el dominio Ω . Ello conlleva a que las funciones regionales no sean, en general, capaces de distinguir entre los campos magnéticos generados por debajo la superficie terrestre o por encima de esta. Por este motivo, es aconsejable eliminar las contribuciones no deseadas o las que no se vayan a modelar antes de generar un modelo regional.

Un ejemplo de resolución de la ecuación de Laplace en un dominio regional es el conocido como análisis armónico rectangular (RHA, del inglés *Rectangular Harmonic Analysis*), cuyo dominio viene definido por una caja rectangular. El primero en aplicar esta técnica al campo geomagnético fue Allredge (1981, 1982, 1983) para datos de superficie, mientras que Nakagawa and Yukutake (1985) y Nakagawa et al. (1985) extendieron el análisis para datos de satélite, aunque Haines (1990) señaló varios problemas de contorno. La expansión del potencial se puede expresar mediante coordenadas cartesianas de la siguiente manera

$$\begin{aligned}
 V(x, y, z) = & Ax + By + Cz + \sum_{m=1}^M (a_0^m \cos(mx) + b_0^m \sin(mx)) e^{K_x m z} \\
 & + \sum_{n=1}^N (a_n^0 \cos(ny) + c_n^0 \sin(ny)) e^{-K_y n z} \\
 & + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \begin{pmatrix} a_n^m \cos(mx) \cos(ny) \\ + b_n^m \sin(mx) \cos(ny) \\ + c_n^m \cos(mx) \sin(ny) \\ + d_n^m \sin(mx) \sin(ny) \end{pmatrix} e^{-\sqrt{K_x m^2 + K_y n^2} z}
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

donde $K_x = \frac{2}{L_x}$ y $K_y = \frac{2}{L_y}$, siendo L_x y L_y las dimensiones de la región rectangular. La convergencia de este método no es uniforme en el dominio definido. Haines (1990) propuso otras condiciones de contorno y otras funciones para evitar los problemas. Otra forma de solventar el problema sería usar potenciales con longitudes de onda más cortas que la dimensión del dominio.

Otra técnica regional conocida es el análisis armónico cilíndrico (CHA, del inglés *Cylindrical Harmonic Analysis*), que fue estudiada por Allredge (1982) tras resolver la ecuación de Laplace en un dominio cilíndrico usando coordenadas cilíndricas (r, θ, z), cuyo potencial se expresa como:

$$V(r, \theta, z) = Ax + \sum_{m=0}^M \sum_{k=0}^K R(\mu r) (a_m^k \cos(m\theta) + b_m^k \sin(m\theta)) e^{kz} \quad [3.31]$$

El principal problema de la ecuación propuesta por Alldredge era que no definió ninguna condición de contorno para el radio, eligiendo un factor manualmente mediante prueba y error, lo que también impedía obtener las funciones de base adecuadas. Para un desarrollo más detallado de los modelos regionales anteriores consúltese p.e. Shott y Thébault (2011).

A continuación detallaremos las técnicas de modelización regional más empleadas en la actualidad y que se han usado en el trabajo.

3.5.1. Análisis armónico en un casquete esférico (SCHA).

El análisis de armónicos en un casquete esférico (SCHA, del inglés *Spherical Cap Harmonic Analysis*) fue descrito por Haines (1985a) para ser aplicado a datos geomagnéticos confinados en una cierta región de la Tierra. En la *Figura 3.5* se muestra un esquema representando un casquete esférico y sus parámetros característicos.

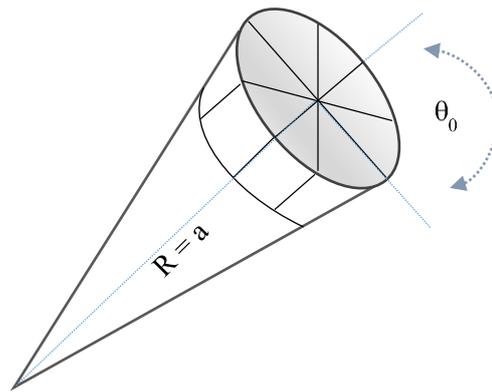


Figura 3.5: Casquete esférico, delimitado por el semiángulo θ_0 . Por simplificación hemos representado su superficie plana. Los datos se pueden distribuir sobre la superficie de la Tierra, $R=a$, o por encima de esta.

La resolución de la ecuación de Laplace en la superficie del casquete esférico es análoga al caso global (SHA), que ya vimos en la sección 3.1 de este capítulo. La única diferencia viene dada por el término en colatitud θ , donde pasamos de una esfera con colatitudes entre 0° y 180° a un casquete esférico con colatitudes entre 0° y θ_0 . Ello implica que el potencial y su derivada en colatitud en el límite del casquete esférico pueda depender tanto de la distancia radial r como de la longitud ϕ :

$$V(r, \theta_0, \phi) = f(r, \phi) \quad [3.32]$$

$$\frac{\partial V(r, \theta_0, \phi)}{\partial \theta} = g(r, \phi) \quad [3.33]$$

donde las nuevas funciones f y g están sujetas a las mismas condiciones de contorno para r y ϕ que el potencial y su derivada. De acuerdo con Haines (1985a) para un conjunto o set de funciones se verifica:

$$V(r, \theta_0, \phi) = 0 \quad [3.34]$$

y para otro set de funciones:

$$\frac{\partial V(r, \theta_0, \phi)}{\partial \theta} = 0 \quad [3.35]$$

A los diferentes valores del grado real n los denominaremos mediante $n_k(m)$, donde k representa un número entero que ordena de forma creciente las diferentes raíces n dado un valor m , y se ha elegido para que empiece con un valor nulo ($k = 0$). Ello implica que las raíces de la ecuación [3.34] vendrán dadas por los valores de $n_k(m)$ los cuales ($k - m$) sea impar, mientras que los valores para ($k - m$) par nos proporcionan las raíces de la ecuación [3.35]. Ambos sets de funciones son ortogonales dentro del dominio esférico para cada set de funciones:

$$\langle P_{n_j}^m | P_{n_k}^m \rangle = \int_0^{\theta_0} P_{n_j(m)}^m(\cos \theta) P_{n_k(m)}^m(\cos \theta) \sin \theta d\theta = 0 \quad [3.36]$$

para $j \neq k$, donde ($j - m$) y ($k - m$) son ambos pares o impares. Sin embargo, las funciones de un set no son ortogonales con las del otro:

$$\begin{aligned} \langle P_{n_j}^m | P_{n_k}^m \rangle &= \int_0^{\theta_0} P_{n_j(m)}^m(\cos \theta) P_{n_k(m)}^m(\cos \theta) \sin \theta d\theta \\ &= \frac{\sin \theta_0}{\{n_k(m) - n_j(m)\} \{n_k(m) + n_j(m) + 1\}} P_{n_j(m)}^m(\cos \theta_0) \frac{dP_{n_k(m)}^m(\cos \theta_0)}{d\theta} \end{aligned} \quad [3.37]$$

para ($j - m$) par y ($k - m$) impar.

La expresión de la norma de las funciones de Legendre de grado real depende de su variación en función del grado $n_k(m)$:

$$\|P_{n_k}^m\|^2 = \int_0^{\theta_0} [P_{n_k(m)}^m(\cos \theta)]^2 \sin \theta d\theta = -\frac{\sin \theta_0}{2n_k(m) + 1} P_{n_k(m)}^m(\cos \theta_0) \frac{\partial}{\partial n} \frac{dP_{n_k(m)}^m(\cos \theta_0)}{d\theta} \quad [3.38]$$

cuando ($k - m$) es par, y para ($k - m$) impar:

$$\begin{aligned} \|P_{n_k}^m\|^2 &= \int_0^{\theta_0} [P_{n_k(m)}^m(\cos\theta)]^2 \sin\theta d\theta \\ &= \frac{\sin\theta_0}{2n_k(m)+1} \frac{dP_{n_k(m)}^m(\cos\theta_0)}{d\theta} \frac{\partial}{\partial n} P_{n_k(m)}^m(\cos\theta_0) \end{aligned} \quad [3.39]$$

De acuerdo con Haines (1985a) las funciones asociadas de Legendre de grado real $n_k(m)$ y orden m pueden representarse del siguiente modo:

$$P_n^m(\cos\theta) = N_n^m \sin^m \theta \cdot F\left(m-n, n+m, 1+m; \frac{1-\cos\theta}{2}\right) \quad [3.40]$$

donde F representa una función hipergeométrica y N_n^m es una constante, la cual depende del tipo de normalización escogida. Usando la normalización de Schmidt, los valores de la constante de normalización vienen dados por:

$$N_n^m = 1, \text{ si } m=0 \quad [3.41]$$

$$N_n^m = \frac{2^{-m}}{(m\pi)^{1/2}} \left(\frac{n+m}{n-m}\right)^{(n/2)+(1/4)} p^{m/2} e^{e_1+e_2+\dots} \quad [3.42]$$

donde:

$$p = \left(\frac{n}{m}\right)^2 - 1 \quad [3.43]$$

$$e_1 = -\frac{1}{12m} \left(1 + \frac{1}{p}\right) \quad [3.44]$$

$$e_2 = \frac{1}{360m^3} \left(1 + \frac{3}{p^2} + \frac{4}{p^3}\right) \quad [3.45]$$

Por otro lado, la función hipergeométrica, la cual puede truncarse a cualquier grado de precisión deseado, puede calcularse mediante métodos recursivos según:

$$P_n^m(\cos\theta) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k(m,n) \left(\frac{1-\cos\theta}{2}\right)^k \quad [3.46]$$

$$A_0(m,n) = N_n^m \sin^m \theta, \text{ para } k=0 \quad [3.47]$$

$$A_k(m,n) = \frac{(k+m-1)(k+m)-n(n+1)}{k(k+m)} A_{k-1}(m,n) \quad [3.48]$$

Haines (1988) desarrolló unas rutinas en Fortran para calcular dichas funciones asociadas de Legendre así como los valores del grado $n_k(m)$ necesarios para el cálculo de las mismas. Los valores $n_k(m)$ son, como se ha visto con anterioridad, los ceros de las familias de funciones en el borde del casquete esférico. Dichos ceros se obtienen resolviendo dos ecuaciones [3.34] y [3.35] siendo $(k-m)$ impar o $(k-m)$ par respectivamente. Cuando es necesario alcanzar valores elevados de $n_k(m)$ o el valor de la colatitud aumenta, las rutinas programadas por Haines no son lo suficientemente precisas, obteniéndose unas funciones asociadas de Legendre inconsistentes. Para resolver este inconveniente, Thébault et al. (2002) propuso calcular las funciones de Legendre de grado real mediante el algoritmo de Olver y Smith (1983). Este método aumenta la precisión al calcular los valores de $n_k(m)$, y por tanto mejora los resultados de la aplicación de la técnica SCHA.

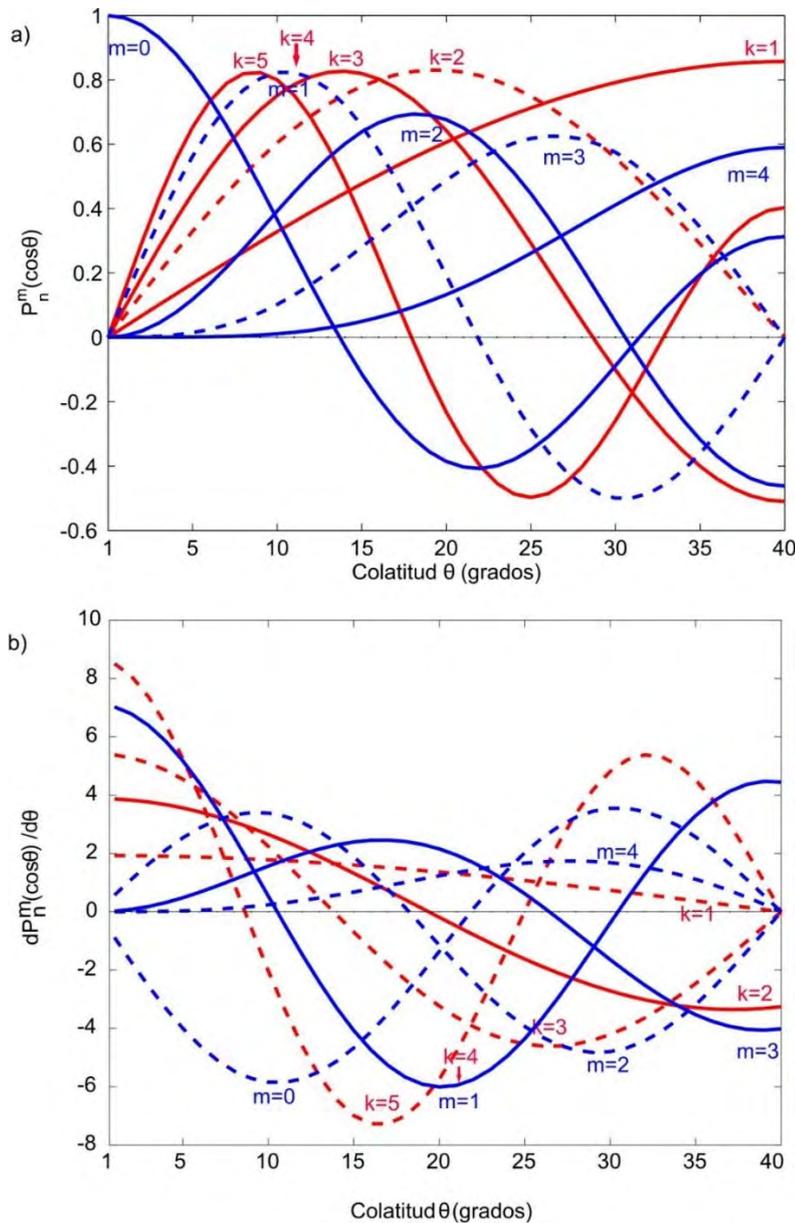


Figura 3.6: Funciones de Legendre (arriba) y su derivada (abajo) con un orden fijo, $m=1$, en rojo y con un índice fijo, $k=4$, en azul. En línea discontinua se dibujan las que presentan un valor nulo en el semiángulo que define el casquete, $\theta_0 = 40^\circ$.

Si nos fijamos en las *Figura 3.6* podemos hacernos una idea de cómo se comportan las funciones asociadas de Legendre y su derivada al mantener constante bien el orden (en rojo) o bien el índice k (en azul). En la figura (a), la línea discontinua es nula en el semiángulo que define el casquete, $\theta_0 = 40^\circ$, como la ecuación [3.34] indica para las funciones con $(k-m)$ impar (notar que en la (a) $k=4$ y $m=1$ representan la misma función); mientras que en la figura (b) la línea discontinua corresponde a las funciones que cumplen $(k-m)$ par, que son solución de la ecuación [3.35], y por tanto presentan derivada nula en la frontera del casquete (notar que en la (b) $k=4$ y $m=1$ representan la misma función).

Teniendo en cuenta la notación introducida en esta sección, el potencial geomagnético en la superficie del casquete esférico se expresa como:

$$V(r, \theta, \phi) = a \sum_{k=0}^{K_{int}} \sum_{m=0}^k \left(\frac{a}{r}\right)^{n_k(m)+1} \left[g_{i, n_k(m)}^m \cos m\phi + h_{i, n_k(m)}^m \sin m\phi \right] P_{n_k(m)}^m(\cos \theta) \quad [3.49]$$

$$+ a \sum_{k=1}^{K_{ext}} \sum_{m=0}^k \left(\frac{r}{a}\right)^{n_k(m)} \left[g_{e, n_k(m)}^m \cos m\phi + h_{e, n_k(m)}^m \sin m\phi \right] P_{n_k(m)}^m(\cos \theta)$$

Los parámetros K_{int} y K_{ext} determinan el desarrollo máximo de las funciones internas y externas respectivamente. El índice k numera los coeficientes armónicos con un máximo de $(K_{int} + 1)^2$ coeficientes internos y de $(K_{ext} + 1)^2 - 1$ coeficientes externos.

La longitud de onda que proporciona el modelo regional SCHA, se puede obtener, de forma análoga al análisis en armónicos esféricos (Bullard, 1967), usando el grado real $n_k(m)$:

$$\omega = \frac{2\pi a}{n_k(m)} \quad [3.50]$$

Por tanto, existe una relación entre el índice máximo interno (K_{max}) y la mínima longitud de onda espacial que se puede representar (Haines, 1988):

$$K_{max} \approx \frac{\theta_0}{90^\circ} \left(\frac{40000}{\omega_{min}} + \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2} \quad [3.51]$$

El método SCHA ha sido aplicado ampliamente en escalas regionales (ver Torta et al., 2006) gracias a sus numerosas ventajas y buenos resultados. Sin embargo, tenemos que ser conscientes de sus limitaciones a la hora de modelar los datos geomagnéticos. Sus principales deficiencias son dos: a) su veracidad empeora a medida que el tamaño del casquete disminuye, aunque podemos superar dicho inconveniente aumentando artificialmente el tamaño del casquete (ver Torta et al., 1992). b) La incapacidad de modelar de forma apropiada la dependencia radial, por lo que no es el método más adecuado cuando se disponen datos a diferentes alturas, como por ejemplo datos de observatorio junto con datos de satélite. Las diferentes limitaciones de la técnica SCHA ha sido analizadas por Torta et al. (2002), Torta et al. (2006), De Santis (1989), De Santis

(1999) (SCHA con el centro desplazado), Gaya-Piqué (2004), Thébault y Gaya-Piqué et al. (2008), Pavón-Carrasco, F.J. (2010), entre otros. Una revisión de la misma, llamada R-SCHA (del inglés *Revised Spherical Cap Harmonic Analysis*, Thébault et al., 2004, 2006a), solventó dichas limitaciones tal como se detalla a continuación.

3.5.2. Revisión de la técnica SCHA: R-SCHA

Con la intención de mejorar la dificultad de la técnica SCHA a la hora de modelar los datos geomagnéticos a diferentes alturas, Thébault et al. (2004, 2006a) propuso una revisión de la misma, llamada *Revised Spherical Cap Harmonic Analysis* (R-SCHA). Dicha técnica propone un conjunto de funciones extra con la idea de solucionar la ecuación de Laplace en un dominio cónico y no solo en una superficie de distancia radial constante, como lo hace el SCHA. La técnica propone la resolución mediante nuevas condiciones de contorno relacionadas con la distancia radial en los límites del casquete determinados por los valores a y b (ver *Figura 3.7*). El nuevo potencial V viene expresado como la suma del potencial clásico SCHA V_1 y un nuevo potencial V_2 que detallamos a continuación. Como se ha indicado, el potencial V_1 corresponde al potencial obtenido por la técnica SCHA [3.49], el cual se ha tratado con anterioridad. La única diferencia radica en que las nuevas condiciones de contorno implican solo a un set de las funciones asociadas de Legendre, aquellas con $(k-m)$ par. Mientras que las funciones obtenidas mediante el potencial V_2 serán las que reemplacen al set de valores correspondientes a $(k-m)$ impar. Resulta importante resaltar que en Thébault et al. (2004) se introduce una corrección en el flujo añadiendo un campo dipolar axial en el sistema de coordenadas del casquete esférico. Esta modificación se introduce con la intención de cumplir las condiciones de contorno, cumpliendo así que la divergencia del campo sea cero (ver sección 5 de Thébault et al, 2004).

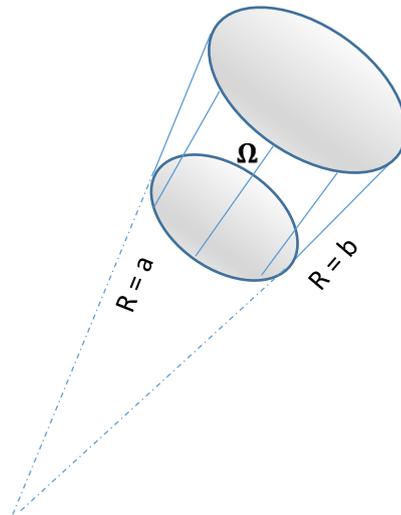


Figura 3.7: Casquete esférico truncado, donde Ω es la región del estudio, definida como la región comprendida entre el radio a y b .

El potencial V_2 tiene que cumplir, además de la ecuación de Laplace, las siguientes condiciones de contorno en el borde del casquete relacionadas con la parte radial:

$$V_2(r, \theta_0, \phi) = f(r, \phi) \quad [3.52]$$

$$\frac{\partial V_2(a, \theta, \phi)}{\partial r} = 0 \quad [3.53]$$

$$\frac{\partial V_2(b, \theta, \phi)}{\partial r} = 0 \quad [3.54]$$

Teniendo en cuenta las dos últimas condiciones de contorno en los límites del casquete, las funciones radiales dependerán del valor del grado $n_k(m)$, donde éste puede tomar valores complejos, o bien 0 o -1:

$$R_0 = \frac{1}{\sqrt{e^S - 1}}, \text{ para } n = 0, -1 \quad [3.55]$$

$$R_p(r) = \frac{\left(\frac{S}{2}\right)^{-1/2}}{\sqrt{\left(\frac{2\pi p}{S} + 1\right)}} \sqrt{\frac{a}{r}} \quad [3.56]$$

$$\left\{ \frac{2\pi p}{S} \cos \left[\frac{\pi p}{S} \log \left(\frac{r}{a} \right) \right] + \sin \left[\frac{\pi p}{S} \log \left(\frac{r}{a} \right) \right] \right\}, \text{ para } n \text{ complejo}$$

donde $S = \log \left(\frac{b}{a} \right)$ y p es un número natural no nulo. Es importante destacar que en el artículo original, ecuación 16 (Thébault 2004), el primer término del numerador es $(2S)^{-1/2}$, sin embargo el término correcto que surge de la normalización es el que hemos escrito en la ecuación anterior (véase Anexo 2, [A.16]).

Las funciones que resuelven las condiciones de contorno para n complejo, 0 o -1, son las funciones cónicas de Mehler (Mehler, 1868), denotadas por K_p^m . Estas funciones son ortogonales entre sí, aparte de estar fuertemente normalizadas, como las funciones de Legendre con $(k - m)$ par:

$$\|K_p^m\|^2 = \int_0^{\theta_0} [K_p^m(\cos \theta)]^2 \sin \theta d\theta = 1 \quad [3.57]$$

$$\|K_{0,-1}^m\|^2 = \int_0^{\theta_0} [K_{0,-1}^m(\cos \theta)]^2 \sin \theta d\theta = 1 \quad [3.58]$$

$$\langle K_p^m | K_{p'}^{m'} \rangle = \int_0^{\theta_0} K_p^m(\cos \theta) K_{p'}^{m'}(\cos \theta) \sin \theta d\theta = 0, \text{ para } m \neq m' \text{ y } p \neq p' \quad [3.59]$$

Además, hay ortogonalidad entre las funciones de Legendre de grado real del set $(k-m)$ par y las funciones de Mehler.

Al igual que en el caso de las funciones asociadas de Legendre de grado real, las funciones de Mehler de grado $n(p)$ se pueden escribir como una función hipergeométrica F de la siguiente forma:

$$K_p^m = \frac{(-1)^m}{2^m m!} N_n^m \sin^m \theta \cdot F\left(m-n, m+n+1, m+1; \sin^2 \frac{\theta}{2}\right) \quad [3.60]$$

donde el factor N_n^m se define según la normalización de Schmidt:

$$N_n^0 = 1, \text{ para } m=0 \quad [3.61]$$

$$N_n^m = \frac{\Gamma(n+m+1)}{\Gamma(n-m+1)}, \text{ para } m \neq 0 \quad [3.62]$$

La función general F se puede escribir de la siguiente forma:

$$F\left(m-n, m+n+1, m+1; \sin^2 \frac{\theta}{2}\right) = \sum_{j=0}^{\infty} A_j \sin^{2j} \frac{\theta}{2} \quad [3.63]$$

$$A_0 = 0 \quad [3.64]$$

$$A_{j+1} = \frac{(m-n+j)(n+m+1+j)}{(j+1)(j+m+1)} A_j \quad [3.65]$$

Por tanto debemos analizar el resultado dependiendo del valor de n , ya que proporciona funciones de Mehler distintas. Para el caso complejo, con $n = -\frac{1}{2} + i\frac{p\pi}{s}$ tenemos la siguiente expresión:

$$K_p^m = \frac{(-1)^m}{2^m m!} N_p^m \sin^m \theta \cdot F\left(m + \frac{1}{2} - i\frac{p\pi}{s}, m + \frac{1}{2} + i\frac{p\pi}{s}, m+1; \sin^2 \frac{\theta}{2}\right) \quad [3.66]$$

$$A_0 = 0 \quad [3.67]$$

$$A_{j+1} = \frac{\left(m + \frac{1}{2} + j\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{s}\right)^2}{(j+1)(j+m+1)} A_j \quad [3.68]$$

Dependiendo de la abertura θ_0 del casquete cónico, la función hipergeométrica puede llegar a valores muy altos para p y m elevados como se desprende de la ecuación anterior. Para n complejo, el factor N_p^m se define como:

$$N_p^m = \frac{\Gamma(1/2 + m + ip\pi/S)}{\Gamma(1/2 - m + ip\pi/S)} = (-1)^m \prod_{j=1}^m \left[\left(\frac{p\pi}{S} \right)^2 + \left(\frac{2j-1}{2} \right)^2 \right] \quad [3.69]$$

Las funciones de Mehler para el caso particular de que n sea igual a 0 o -1 vienen definidas por un caso particular de las funciones de Legendre, aunque mantendremos la notación correspondiente de las funciones de Mehler.

$$K_n^m = \frac{(-1)^m}{m!} N_p^m \tan^m \frac{\theta}{2} F\left(-n, n+1, 1+m; \sin^2 \frac{\theta}{2}\right) \quad [3.70]$$

Si sustituimos n por 0, o de forma equivalente por -1, obtenemos la siguiente expresión.

$$K_0^m = K_{-1}^m = \Gamma(m) \tan^m \frac{\theta}{2} \quad [3.71]$$

$$K_0^0 = 1 \quad [3.72]$$

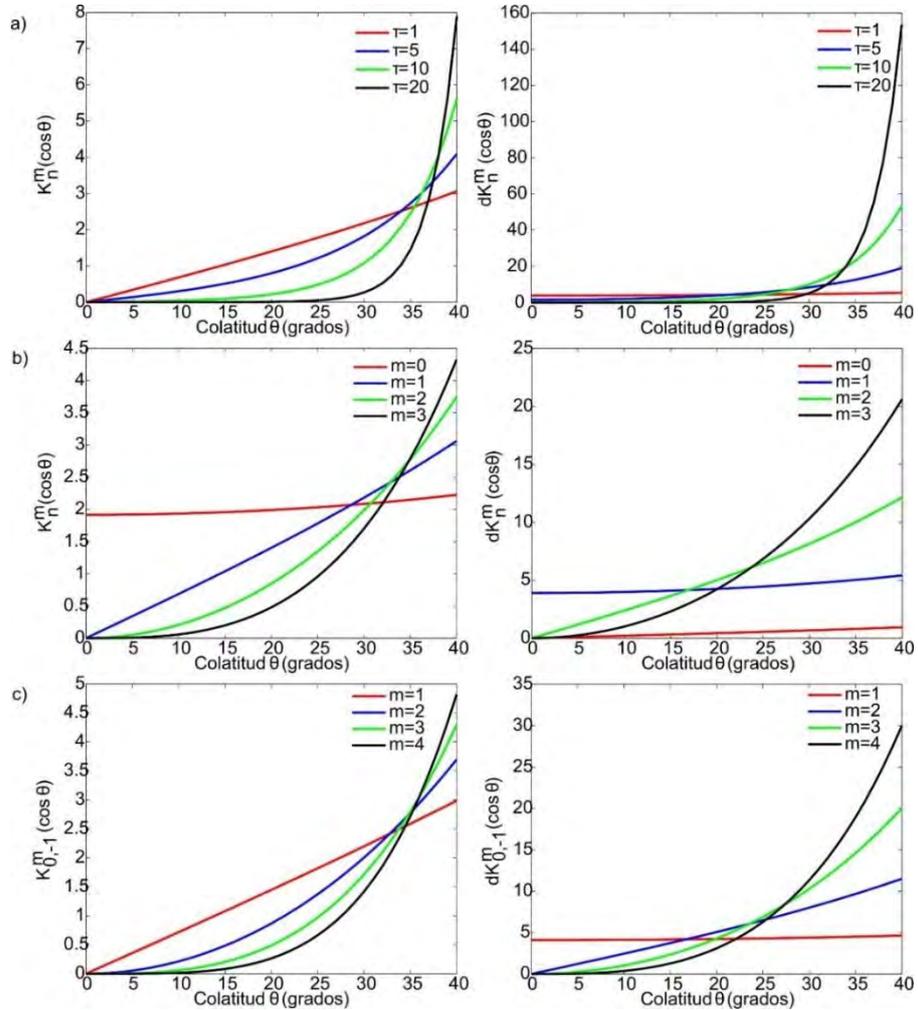


Figura 3.8: Funciones cónicas de Mehler (izquierda) y sus respectivas derivadas (derecha) con orden n complejo, $m=1$ constante (a) y $\tau=1$ constante (b); $n=0, -1$ y $\tau=1$ constante (c).

De la *Figura 3.8* se desprende que los valores de las funciones de Mehler son más elevados en el borde del casquete (donde en lugar de representar algunas de ellas variando p lo hemos hecho mediante el índice τ , $\tau = \frac{\pi p}{\log(b/a)}$). También resulta evidente

mirando la gráfica que la derivada de las funciones cónicas de Mehler alcanza valores más elevados que las funciones en sí. Para una descripción completa de la técnica R-SCHA consultar Thébault et al. (2004, 2006a).

De acuerdo a lo anteriormente descrito, el potencial V_2 asociado a las nuevas condiciones de contorno radiales viene dado por la siguiente expresión:

$$V_2(r, \theta, \phi) = a \sum_{p=1}^{P_{max}} \sum_{m=0}^p R_p(r) [g_p^m \cos m\phi + h_p^m \sin m\phi] K_p^m(\theta) + a \sum_{m=0}^{M_{max}} R_0 [g_0^m \cos m\phi + h_0^m \sin m\phi] K_0^m(\cos \theta) \quad [3.73]$$

La expansión máxima de las funciones de Mehler viene dada por P_{max} y M_{max} , de forma equivalente que K_{int} y K_{ext} para las funciones de Legendre.

Al igual que en SCHA podíamos calcular la longitud de onda en la superficie del casquete esférico, usando la técnica R-SCHA podemos calcular la longitud de onda en dirección radial mediante la siguiente expresión

$$l = a \cdot S \frac{1 + e^S}{\rho} \quad [3.74]$$

Y de forma análoga a la ecuación [3.51], podemos obtener el valor máximo del índice P dada una longitud de onda mínima l_{min} :

$$P_{max} \approx \frac{a + b}{l_{min}} \quad [3.75]$$

La solución final de la ecuación de Laplace para el potencial V vendrá dado, por tanto, por la suma de las ecuaciones [3.49] y [3.73]:

$$V(r, \theta, \phi) = a \sum_{k=0}^{K_{int}} \sum_{m=0}^k \left(\frac{a}{r}\right)^{n_k(m)+1} [g_{i, n_k(m)}^m \cos m\phi + h_{i, n_k(m)}^m \sin m\phi] P_{n_k(m)}^m(\cos \theta) + a \sum_{k=1}^{K_{ext}} \sum_{m=0}^k \left(\frac{r}{a}\right)^{n_k(m)} [g_{e, n_k(m)}^m \cos m\phi + h_{e, n_k(m)}^m \sin m\phi] P_{n_k(m)}^m(\cos \theta) + a \sum_{p=1}^{P_{max}} \sum_{m=0}^p R_p(r) [g_p^m \cos m\phi + h_p^m \sin m\phi] K_p^m(\theta) + a \sum_{m=0}^{M_{max}} R_0 [g_0^m \cos m\phi + h_0^m \sin m\phi] K_0^m(\cos \theta) \quad [3.76]$$

Del mismo modo que el caso global (SHA), las derivadas parciales de ambos potenciales SCHA (ecuación [3.49]) y R-SCHA (ecuación [3.76]) permiten definir las componentes del campo geomagnético X , Y y Z (ver ecuaciones [3.21], [3.22] y [3.23]).

A continuación se muestra una figura donde se relaciona la longitud de onda mínima en la superficie del casquete según el valor máximo de expansión K para diferentes aberturas de casquete.

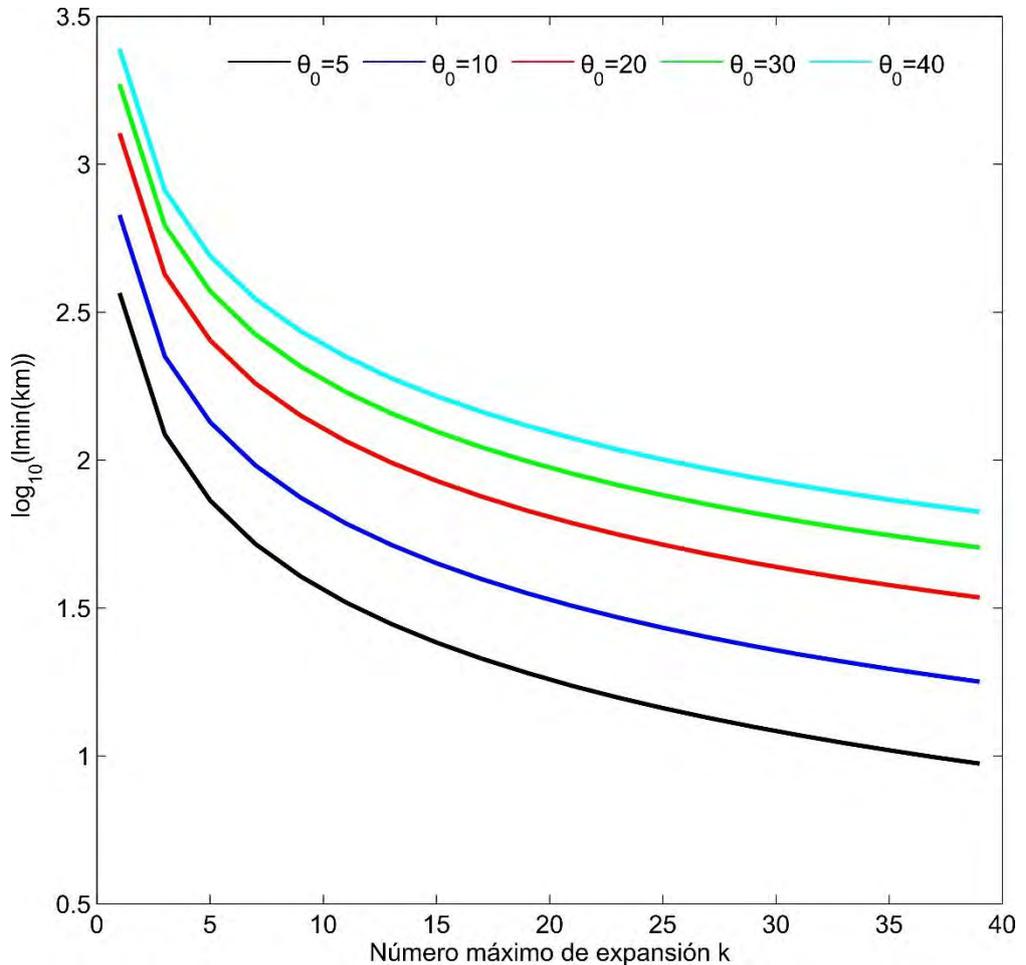


Figura 3.9: Variación de la longitud de onda horizontal mínima según la expansión máxima K para diferentes aberturas de casquete para el potencial V_1

3.6. Inversión y regularización

Generar modelos a partir de datos geomagnéticos ha devenido una práctica habitual en el ámbito del geomagnetismo. Las rutinas para la derivación de los modelos geomagnéticos emplean procesos matemáticos y estadísticos haciendo converger la solución de éstos con los datos empleados. Desgraciadamente, los algoritmos de inversión no tienen una única solución, más bien existen infinitas soluciones que se adaptan a las mismas observaciones (Backus et al., 1996). Además, las soluciones no son estables, es decir, grandes cambios en el modelo pueden traducirse en pequeños (o ningún) cambios a la hora de ajustar los datos. Para superar dichos problemas, se emplean las matrices de regularización, encargadas de estabilizar y suavizar los modelos. La elección más extendida como matriz de regularización, en la inversión del campo geomagnético principal, es la derivada de la norma del campo.

A partir de las ecuaciones [3.49] o [3.76], podemos expresar las componentes del campo geomagnético como una combinación lineal de los coeficientes g_n^m y h_n^m mediante una matriz de ecuaciones que depende únicamente de la distancia radial, colatitud y longitud geográficas. Si representamos por \mathbf{D} los datos geomagnéticos, por \mathbf{A} dicha matriz de ecuaciones y \mathbf{g} el vector que contiene los coeficientes, las expresiones anteriores pueden ser expresadas de forma matricial como:

$$\mathbf{D} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{g} \quad [3.77]$$

Con la finalidad de obtener el vector de coeficientes desconocidos, \mathbf{g} , y asumiendo que los errores asociados a nuestra técnica siguen una distribución gaussiana, podemos aplicar la técnica de mínimos cuadrados:

$$\mathbf{g} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{D} \quad [3.78]$$

donde representamos la transpuesta de \mathbf{A} como \mathbf{A}^T , y la inversa como \mathbf{A}^{-1} .

Como no todos los datos geomagnéticos tienen la misma calidad, hay que reflejar dicha información en el proceso de inversión mediante la matriz de pesos, \mathbf{C} , siendo ésta la inversa de la matriz de varianzas (incertidumbre del dato al cuadrado):

$$\mathbf{g} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{D} \quad [3.79]$$

Además, debido a las múltiples soluciones derivadas de la inversión, para seleccionar aquella con mayor sentido físico, se ha introducido las matrices de regularización espacial \mathbf{M}_s y temporal \mathbf{M}_τ en el proceso de inversión:

$$\mathbf{g} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{A} + \alpha \mathbf{M}_s + \tau \mathbf{M}_\tau)^{-1} \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{D} \quad [3.80]$$

donde α y τ son multiplicadores de Lagrange fijados para proporcionar el mejor compromiso de ajuste entre los datos y el modelo, es decir, son estabilizadores de la inversión. Para valores iguales a 0, las soluciones se vuelven poco realistas, mientras que al emplear parámetros elevados nos encontramos con un modelo demasiado suavizado.

Otro método de resolver el vector de coeficientes desconocidos (\mathbf{g}) es mediante la aplicación de técnicas iterativas (Olsen et al., 2014; Sabaka et al., 2015). Mediante el método de iteración de Newton-Raphson (p.e., Jackson et al., 2000) la ecuación equivalente a la [3.80] sería la siguiente:

$$\mathbf{g}(i+1) = \mathbf{g}_i + (\mathbf{A}_i^T \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{A}_i + \alpha \mathbf{M}_s + \tau \mathbf{M}_\tau)^{-1} \left[\mathbf{A}_i^T \cdot \mathbf{C} \cdot (\mathbf{D} - \hat{\mathbf{f}}(\mathbf{g}_i)) - (\alpha \mathbf{M}_s + \tau \mathbf{M}_\tau) \cdot \mathbf{g}_i \right] \quad [3.81]$$

donde $\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{g}_i)$ es el vector de datos modelados obtenidos en la iteración anterior, el número de iteraciones dependerá del error mínimo que se desee obtener entre los observables y el modelo.

La matriz de regularización obtenida a partir de la norma del campo geomagnético tiene la siguiente forma:

$$\|\mathbf{B}\|^2 = -\nabla^2 = \int_0^{\theta_0} \int_0^{2\pi} \nabla V \cdot \nabla V \cdot a^2 \sin\theta d\theta d\phi \quad [3.82]$$

Aunque se pueden usar diferentes tipos de matrices de regularización para resolver la ecuación (ver Korte y Holme, 2003), aquí se describen las correspondientes al usar la norma del campo $\langle B^2 \rangle$. Para el completo desarrollo de ambos casos, SCHA y R-SCHA, véase Anexo 1 y 2. Expresando el campo mediante la ecuación [3.49], y teniendo en cuenta las ecuaciones [3.36], [3.37], [3.38] y [3.39] se ve con facilidad que la matriz tendrá valores no nulos, no solo en la diagonal. La expresión de la norma del campo geomagnético interno es la siguiente (según Korte and Holme, 2003):

$$\|\mathbf{B}\|^2 = \sum_{n_k} \sum_{n_{k'}} \sum_m \sum_{m'} (C_1 + C_2 + C_3) (g_{n_k}^m g_{n_{k'}}^{m'} + h_{n_k}^m h_{n_{k'}}^{m'}) \quad [3.83]$$

donde:

$$C_1 = (1 + \delta_{m=m',0}) (n_k + 1) (n_{k'} + 1) \langle P_{n_k}^m | P_{n_{k'}}^{m'} \rangle \quad [3.84]$$

$$C_2 = (1 + \delta_{m,0}) (1 + \delta_{m',0}) \frac{\sin\theta_0}{2} \left[P_{n_{k'}}^{m'}(\cos\theta_0) \frac{dP_{n_k}^m(\cos\theta_0)}{d\theta} + P_{n_k}^m(\cos\theta_0) \frac{dP_{n_{k'}}^{m'}(\cos\theta_0)}{d\theta} \right] \quad [3.85]$$

$$C_3 = (1 + \delta_{m,0}) (1 + \delta_{m',0}) \frac{n_k (n_k + 1) + n_{k'} (n_{k'} + 1)}{2} \langle P_{n_k}^m | P_{n_{k'}}^{m'} \rangle \quad [3.86]$$

Para el caso R-SCHA debemos fijarnos en la ecuación [3.76]. Como se desprende de [3.57], [3.58] y [3.59], las funciones de Mehler están fuertemente normalizadas entre sí y además son ortogonales con las funciones de Legendre, de modo que para este caso, tendremos una matriz diagonal como norma del campo geomagnético. Tras repetir los cálculos llevados a cabo por Thébault et al (2006a, ecuación [38]) hemos detectado una errata correspondiente a un factor a de más que multiplica las expresiones correspondientes a las funciones de Mehler mientras que para las expresiones de Legendre hay un factor a de menos (véase Anexo 2):

$$\|\mathbf{B}\|^2 = \sum_m (1 + \delta_{m,0}) \pi a^2 (C_4 + C_5 + C_6 + C_7) \quad [3.87]$$

$$C_4 = a \sin\theta_0 \sum_p \left((g_p^m)^2 + (h_p^m)^2 \right) K_p^m(\cos\theta_0) \frac{dK_p^m(\cos\theta_0)}{d\theta} \|R_p\|^2 \quad [3.88]$$

$$C_5 = a \sin\theta_0 \left((g_0^m)^2 + (h_0^m)^2 \right) K_0^m \frac{dK_0^m}{d\theta} \|R_0\|^2 \quad [3.89]$$

$$C_6 = \sum_k n_k \left(1 - \left(\frac{a}{b} \right)^{2n_k+1} \right) \left((g_{i,n_k}^m)^2 + (h_{i,n_k}^m)^2 \right) \|P_{n_k}^m\|^2 \quad [3.90]$$

$$C_7 = \sum_k n_k \left(\left(\frac{b}{a} \right)^{2n_k+1} - 1 \right) \left((g_{e,n_k}^m)^2 + (h_{e,n_k}^m)^2 \right) \|P_{n_k}^m\|^2 \quad [3.91]$$

Cuando trabajamos con elementos del campo geomagnético que no pueden expresarse como combinación lineal de los coeficientes, i.e. la declinación, inclinación e intensidad, es necesario recurrir a técnicas iterativas o de aproximación. Para solventar este problema en nuestro caso hemos usado el primer desarrollo de Taylor de las componentes (ver Cain et al., 1965 para más detalle):

$$D = D_0 + \mathbf{B} \cdot \delta \mathbf{g} \quad [3.92]$$

donde D_0 representa un modelo previo del cual debemos partir, mientras que $\mathbf{B} = \partial D / \partial \mathbf{g}$ es la matriz de Fréchet de derivadas y $\delta \mathbf{g}$ son los coeficientes armónicos. De este modo se ha pasado a tener una ecuación lineal que puede ser resuelta mediante mínimos cuadrados.

Capítulo 4.

Datos empleados

Los datos geomagnéticos son imprescindibles a la hora de generar modelos realistas del campo magnético terrestre. Es bien sabido que disponer de medidas fiables y precisas es básico para obtener buenos resultados. Nuestra finalidad consiste en obtener un conjunto de datos que contenga la información más completa y precisa del campo principal, liberándonos así de datos con elevado ruido o de fuentes que no vayan a ser modeladas en nuestro trabajo.

Para realizar un modelo geomagnético regional hemos usado una amplia variedad de datos en la zona de estudio. El área escogida incluye una amplia zona oceánica, con lo cual los datos marinos representan una gran ventaja para obtener una adecuada cobertura espacial. Además, al contar con datos marinos de cruce (ver sección 3.1) hemos podido modelar la variación secular con más precisión. Con esa misma idea, los datos de observatorios nos proporcionaron medidas de alta calidad al disponer de series temporales largas en puntos concretos. Desafortunadamente, la cobertura espacial de los observatorios resulta ser pobre, con lo que hemos añadido datos de estaciones seculares, las cuales no cuentan con series temporales tan largas y con la misma cadencia, pero presentan una cobertura espacial más extensa. Finalmente, hemos incluido datos de satélites a nuestra selección de medidas, pues éstos proporcionan una excelente cobertura espacial, a pesar de que la cobertura temporal es pobre para las épocas en que se han generado los diferentes modelos.

El área analizada se ubica en el Atlántico Norte, definida mediante un casquete de 40° centrado en 30°N y 50°O (ver *Figura 4.1*).

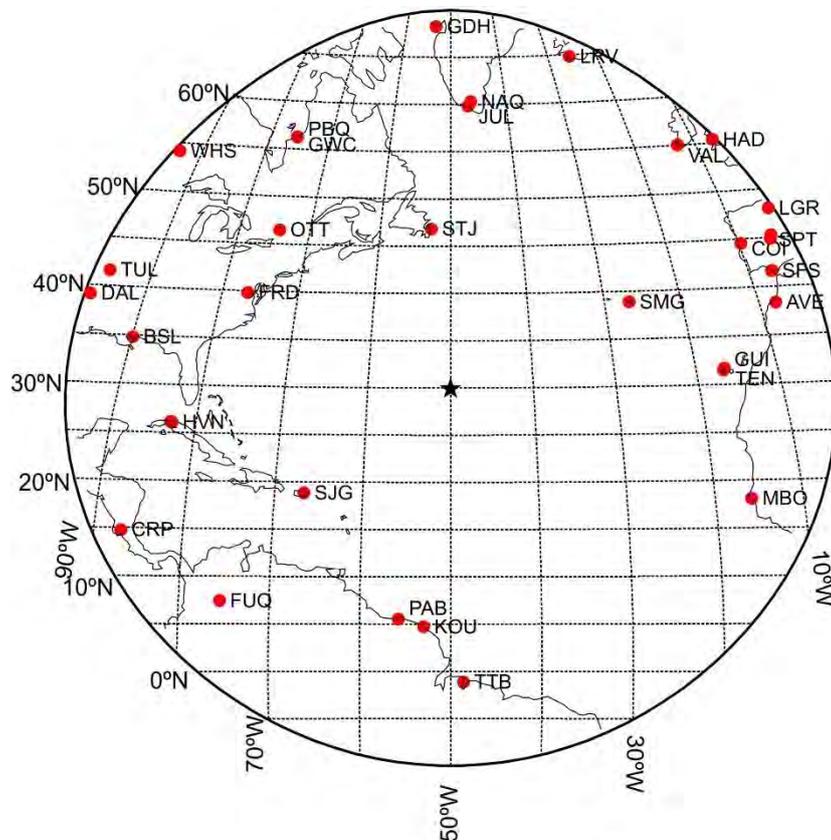


Figura 4.1: Área de estudio: casquete esférico de 40° centrado en 30°N y 50°O . Se muestra también la distribución espacial de los observatorios geomagnéticos empleados.

4.1. Datos marinos de cruce

Para corregir/comparar nuestros datos marinos de cruce hemos elegido el modelo CM4 ya que se trata de un modelo global cuyo período de validez coincide plenamente con nuestra ventana temporal de estudio y se trata además de un modelo que incluye todas las fuentes geomagnéticas, pudiendo generar datos sintéticos de campo interno y externo. La primera corrección de los datos marinos fue llevada a cabo por Quesnel et al. (2009) mediante un proceso de nivelación. A partir del valor de la anomalía magnética en un punto la compararon con las anomalías cercanas (de la misma traza) añadiendo un peso relativo dependiendo de la distancia a la anomalía considerada. La diferencia entre éstas se filtró, es decir, se le asignó otro peso dependiendo de la suma de los pesos que rodean el dato. De modo que esta corrección obtenida fue añadida al valor original de la anomalía. Este proceso se repitió varias veces hasta que el error cuadrático medio (RMS) entre iteraciones consecutivas era menor que un cierto valor asignado (0.2 nT).

En nuestro modelo usamos una selección de la base de datos corregida por Quesnel et al. (2009), y la limitamos al periodo 1960-2000, pues antes y después de ese periodo la densidad de los datos marinos se reduce enormemente. Con el objeto de solamente tener en cuenta la contribución del campo magnético principal se atenuaron las contribuciones externas mediante datos sintetizados con el CM4, de forma similar a Quesnel et al. (2009), y se extrajo la aportación cortical proporcionada por éste. Es conveniente destacar que esta última contribución se corrigió tras el proceso de nivelación anteriormente explicado. Dos fuentes de error afectan todavía a la intensidad geomagnética obtenida, las contribuciones externas no canceladas completamente y errores de navegación, que como ya se ha comentado son difíciles de contabilizar.

A continuación nos disponemos a detallar minuciosamente el proceso de selección al que se sometió al conjunto de datos marinos que se encuentran en nuestra zona de análisis. El primer paso ha sido obtener los datos marinos de cruce. Para ello, hemos asumido que un cruce marino se da en una localización fija (de latitud y longitud dada) y donde la medida de la intensidad se hace en dos tiempos, que denotamos como t_1 y t_2 . De este modo el dato de cruce queda definido por la siguiente expresión:

$$dF_{\text{Marino}} = F_{\text{Marino}}(t_2) - F_{\text{Marino}}(t_1) \quad [4.1]$$

En la *Figura 4.2 (a)* se representa el histograma con los datos marinos de cruce, observándose algunas diferencias muy elevadas con valores absolutos superiores a 14000 nT. Es evidente que dichas diferencias deben ser consideradas como *outliers* (datos que se alejan de la tendencia o valores típicos), de modo que se eliminaron las medidas correspondientes a dichas diferencias obligando a no tener valores de cruce superiores a 4500 nT en valor absoluto, que corresponde al valor máximo de diferencia de la intensidad dentro de la ventana temporal de 40 años en el área de estudio de acuerdo con el modelo CM4. Una vez eliminados los datos considerados como *outliers*, el nuevo histograma está representado en la *Figura 4.2 (b)*.

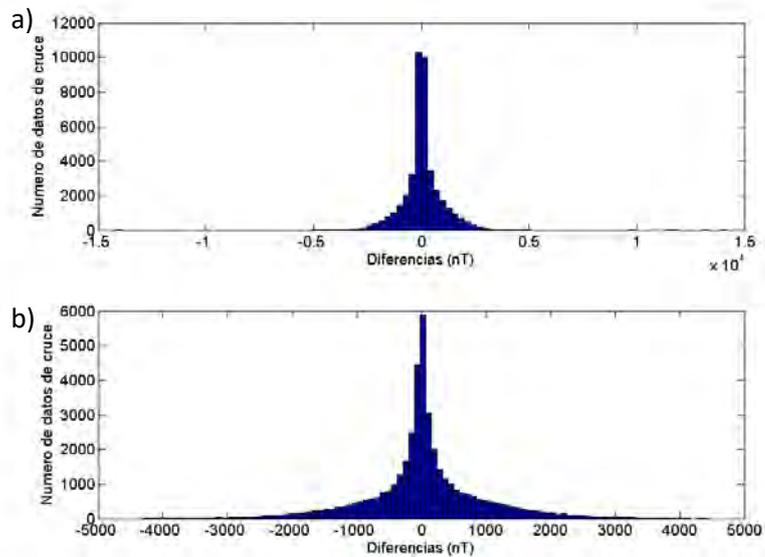


Figura 4.2: Diferencia entre datos marinos de cruce inicial (a) y una vez eliminadas las desviaciones (b).

Seguidamente, a los datos anteriores se les extrajo la contribución del campo externo con la ayuda de los valores sintetizados por el modelo CM4 para las localidades y tiempos de los datos marinos. La *Figura 4.3 (a)* muestra el histograma de los datos marinos de cruce una vez corregidos por el campo externo (cuyos valores vienen representados en la *Figura 4.3 (b)*). Para mostrar al lector la mejora en la calidad de los datos alcanzada mediante el proceso de nivelación propuesto y llevado a cabo por Quesnel et al. (2009), representamos los datos antes de aplicarles dicha nivelación, *Figura 4.3 (c)*, y una vez aplicada ésta, *Figura 4.3 (d)*.

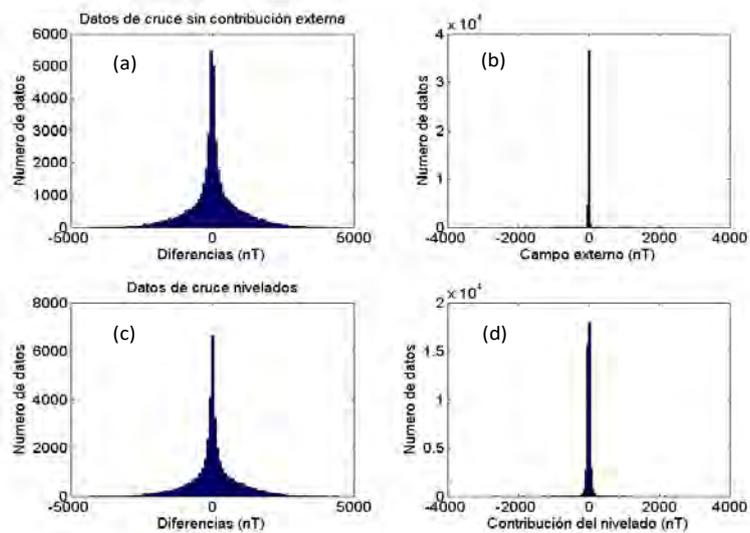


Figura 4.3: Diferencia entre datos marinos de cruce habiendo eliminado la contribución externa (a) y dicha contribución (b). Datos de cruce nivelados (c) juntamente con la respectiva aportación (d).

Finalmente comparamos los datos marinos de cruce con aquellos sintetizados con el modelo CM4,

$$dF_{CM4} = F_{CM4}(t_2) - F_{CM4}(t_1) \quad [4.2]$$

Estableciendo la comparación mediante la diferencia entre las ecuaciones [4.1] y [4.2]:

$$dF = dF_{Marino} - dF_{CM4} \quad [4.3]$$

La comparación con los datos sintetizados por el modelo CM4 permite eliminar un nuevo conjunto de *outliers*. Todos los datos marinos de cruce cuyas diferencias con el CM4 son mayores de 3 veces la desviación estándar (123 nT) obtenida con [4.3] han sido eliminados, siendo un total de 1631 datos.

Un último cálculo nos permitirá determinar la incertidumbre del dato marino de cruce, mediante el cálculo del error cuadrático medio (RMS) obtenido mediante las diferencias del campo en los puntos de cruce:

$$RMS = \left\{ \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (dF_i - d\bar{F})^2 \right\}^{1/2} \quad [4.4]$$

El valor obtenido del RMS fue de 43.8 nT, estableciéndose dicho valor como la incertidumbre del dato marino de cruce. Probablemente este valor de incertidumbre sea elevado debido a los errores inherentes al propio modelo global, pero preferimos quedarnos con este escenario que quizás sea el más pesimista.

En la *Figura 4.4* se presenta la distribución final de los datos marinos de intensidad tanto en el espacio como en el tiempo, que fueron usados para el modelo.

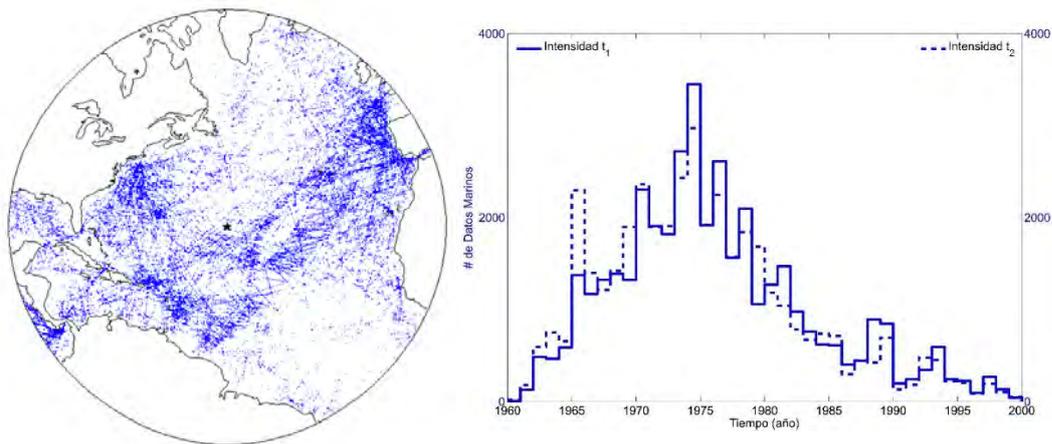


Figura 4.4: Distribución espacial y temporal de los datos marinos entre las épocas de 1960 hasta 2000. La estrella indica el centro del casquete esférico elegido.

	Datos de F	Error (nT)
Marinos	80652	43.8

Tabla 4.1: Número de datos de marinos de cruce después de la selección.

4.2. Datos de observatorios y estaciones seculares

Las observaciones que nos proporcionan los observatorios y estaciones seculares son de gran utilidad a la hora de acotar mejor el modelo en las áreas continentales, donde no se disponen de datos marinos.

Los datos que presentamos a continuación son las medias anuales obtenidas del *World Data Centre (WDC) for Geomagnetism* de Edimburgo, (<http://www.wdc.bgs.ac.uk>). En el análisis se trata un observatorio como dos diferentes cuando éste ha variado su ubicación, contrariamente al procedimiento realizado para los datos vectoriales, como fue el caso de La Habana (HVN) y San Fernando (SFS), obteniendo así HVN y HVN2, SFS y SFS2. Los datos geomagnéticos de las estaciones seculares en el área de estudio se obtuvieron de la siguiente página web del servicio geológico británico (BGS): http://www.geomag.bgs.ac.uk/data_service/data/surveydata.html.

A continuación se presentará por separado el proceso de selección efectuado para la intensidad total del campo y para las componentes magnéticas, y primero para observatorios y a continuación para las estaciones seculares. Esta separación se debe a que se han realizado dos modelos geomagnéticos diferentes, uno solamente con la intensidad total del campo (Capítulo 5) y el otro modelando la totalidad del vector del campo geomagnético (Capítulo 6).

4.2.1. Selección de la intensidad total de los datos de observatorio

A pesar de la alta calidad de los datos de observatorio, en algunas ocasiones no están exentos de problemas instrumentales (a menudo originados por contaminaciones antropogénicas sobrevenidas, por ejemplo por la electrificación de una línea ferroviaria cercana), por lo que se les efectuó un proceso de selección. Puesto que el modelo debía basarse en datos de diferencias respecto a la media, esas diferencias en la intensidad total fueron comparadas con las correspondientes diferencias respecto a la media, sintetizadas mediante el modelo CM4.

En la *Figura 4.5* hemos representado las medias anuales de todos los observatorios en función de la distribución temporal. En rojo se representan las medias anuales de la intensidad total que usamos en el primer modelo, mientras que en gris están esos datos descartados por no cumplir la selección previa. Dicha selección se basó en calcular el máximo valor entre la diferencia respecto a la media del observatorio menos el respectivo valor del CM4 para cada observatorio. Seguidamente se calculó la desviación estándar de dichos valores máximos, para finalmente, descartar aquellos datos que difirieran más de tres veces la desviación estándar obtenida.

Además de esta selección se buscaron los datos de observatorios disponibles en la base de datos de medias mensuales del *Institut de Physique du Globe de Paris* (IPGP) (<http://obsmag.ipgp.fr/wmmE.html>), haciendo uso de aquéllos con un mejor comportamiento respecto a los datos sintetizados. Aunque más contaminadas por las variaciones estacionales de origen externo, las medias mensuales proporcionan una resolución temporal mejor para definir y estudiar la ocurrencia de *jerks* geomagnéticos (Chulliat y Telali, 2007).

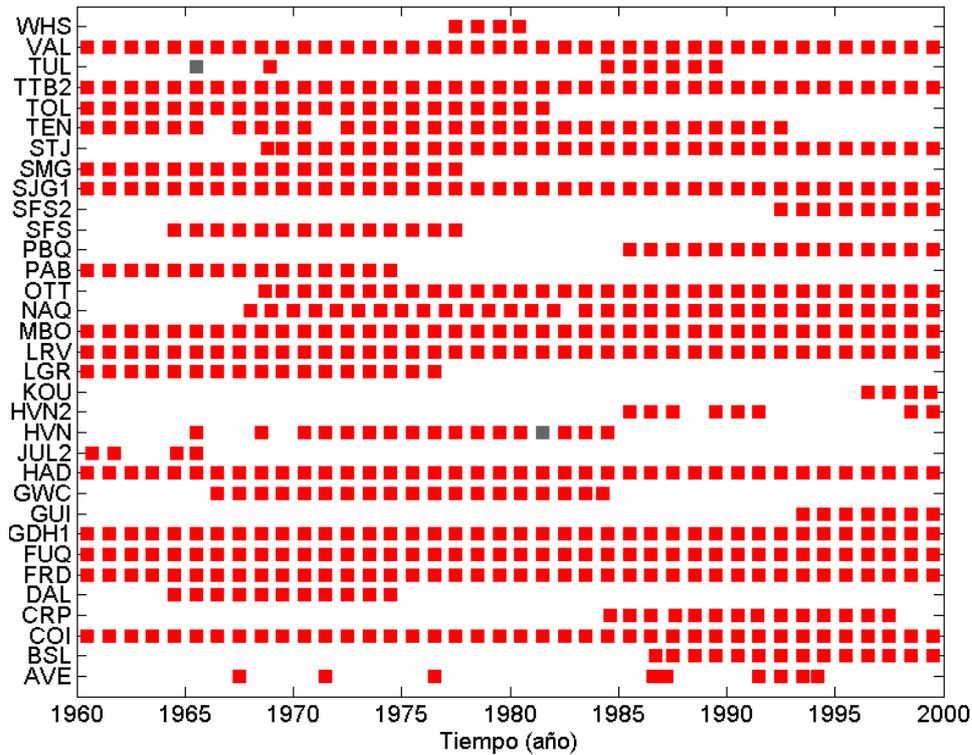


Figura 4.5: Distribución temporal de los datos de los observatorios geomagnéticos empleados (rojo), y de los datos descartados (gris).

Para obtener una selección más completa de datos, comparamos las medias anuales determinadas a partir de las medias mensuales del IPGP con las medias anuales que disponemos, y con el CM4. Este análisis se realizó para los siguientes observatorios: BSL, FRD, GDH, GUI, GWC, HAD, KOU, MBO, NAQ, OTT, PBQ, STG, STJ, TEN y VAL (al no disponer del resto de datos en la base del IPGP). En la *Figura 4.6* se presentan dos de esas gráficas. Los círculos rojos representan los datos del WDC, los de color azul son los datos sintetizados mediante el CM4, y los círculos negros son los valores de las medias mensuales. En general, las medias anuales obtenidas usando las medias mensuales no presentaron un mejor comportamiento que las medias anuales comparando ambos valores con los proporcionados por el CM4. Aunque hay dos casos, GUI y KOU, en que sí parecía haber una ligera mejora. Para estar seguros, calculamos las diferencias entre la media y los valores correspondientes del CM4 para obtener la desviación estándar de los datos del WDC y del IPGP. Encontramos valores ligeramente inferiores para esos dos observatorios en el caso de las medias mensuales, de modo que incorporamos las medias anuales así calculadas para GUI y KOU a nuestros datos de observatorio.

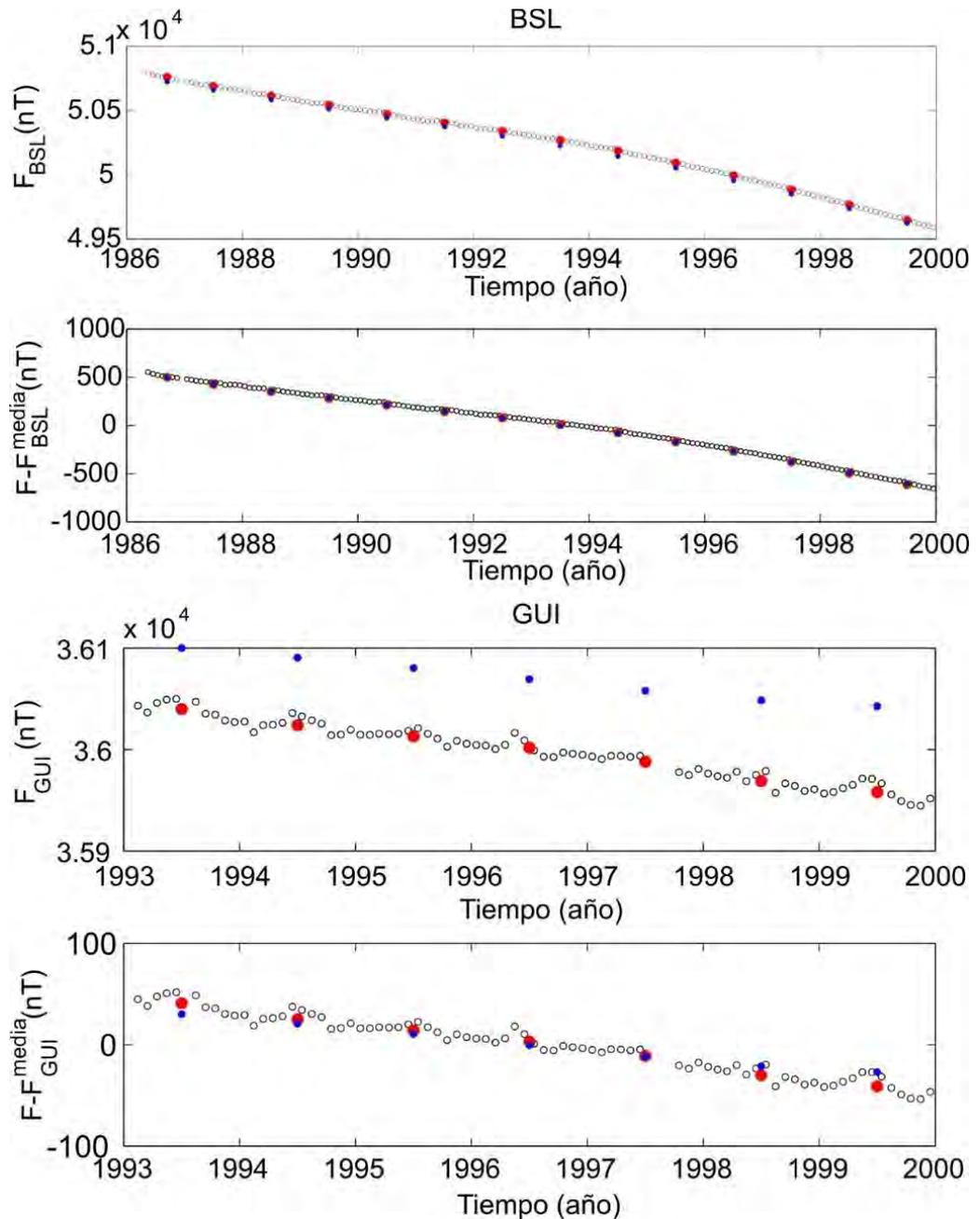


Figura 4.6: Representación de la intensidad total (superior) y de la diferencia respecto a la media (inferior) para BSL y GUI (los puntos rojos corresponden a valores observados y los puntos azules a valores sintetizados por el modelo CM4). Se representan también las medias mensuales (círculos negros) de los valores observados.

4.2.2. Selección de datos vectoriales de observatorio

De forma similar, los datos vectoriales fueron analizados para su selección. El valor del CM4 fue sintetizado como la suma del campo principal, la componente litosférica y el *anomaly bias* de ese observatorio (que da cuenta de la anomalía cortical local, no incluida en la componente litosférica, de carácter más regional/continental). Mediante un modelo previo realizado se vio que los datos proporcionados por el CM4 de la anomalía cortical distaban sustancialmente de los predichos por el modelo, de modo que se supuso que las diferencias entre los valores del campo entre las observaciones y el CM4 se debía a una mala aproximación de dicho valor (sobre todo para el observatorio SJG). Por tanto, no se

descartaron datos. La diferencia más notoria en el tratamiento de los datos fue que se evitó partir las series cuando los observatorios presentaban un cambio de ubicación, en su lugar aplicamos la corrección proporcionada por el observatorio en cuestión, obteniendo así series temporales de datos más largas. Este cambio de criterio se ha realizado con la idea de disminuir el número de anomalías corticales de los observatorios a calcular (ver sección 6.3.2) y con la intención de estudiar la evolución de su variación secular con más amplitud, ya que así disponemos de series temporales más largas. En la *Figura 4.7* vemos la distribución temporal de las medias anuales de los diferentes observatorios.

A pesar de que las medias anuales presentan un excelente comportamiento, se decidió añadir medias mensuales para proporcionar mayor resolución temporal, con la intención de definir con más precisión los *jerks* geomagnéticos. De modo que se usaron medias mensuales del IPGP, además de medias mensuales calculadas a partir de valores minuto del WDC. La distribución temporal de los datos mensuales de observatorios disponibles se representa en la *Figura 4.8*. Cada observatorio fue revisado individualmente para corregir cambios de ubicación y otros procesos que pudieran afectar a las medidas (como un cambio de magnetómetro); además los datos que presentaban un valor que no se ajustaba a la tendencia de las otras observaciones fueron eliminados.

Se usaron las medias mensuales como base completando con medias anuales para épocas sin datos mensuales.

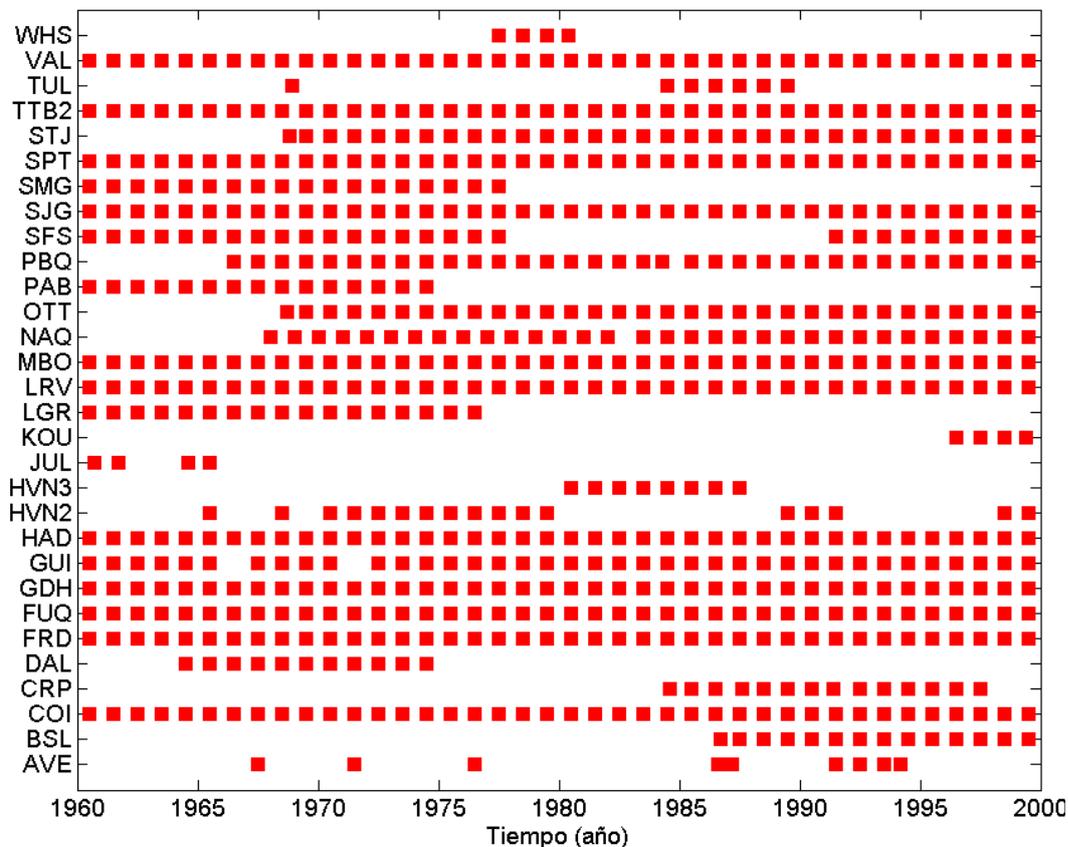


Figura 4.7: Distribución temporal de los datos vectoriales anuales de los observatorios geomagnéticos.

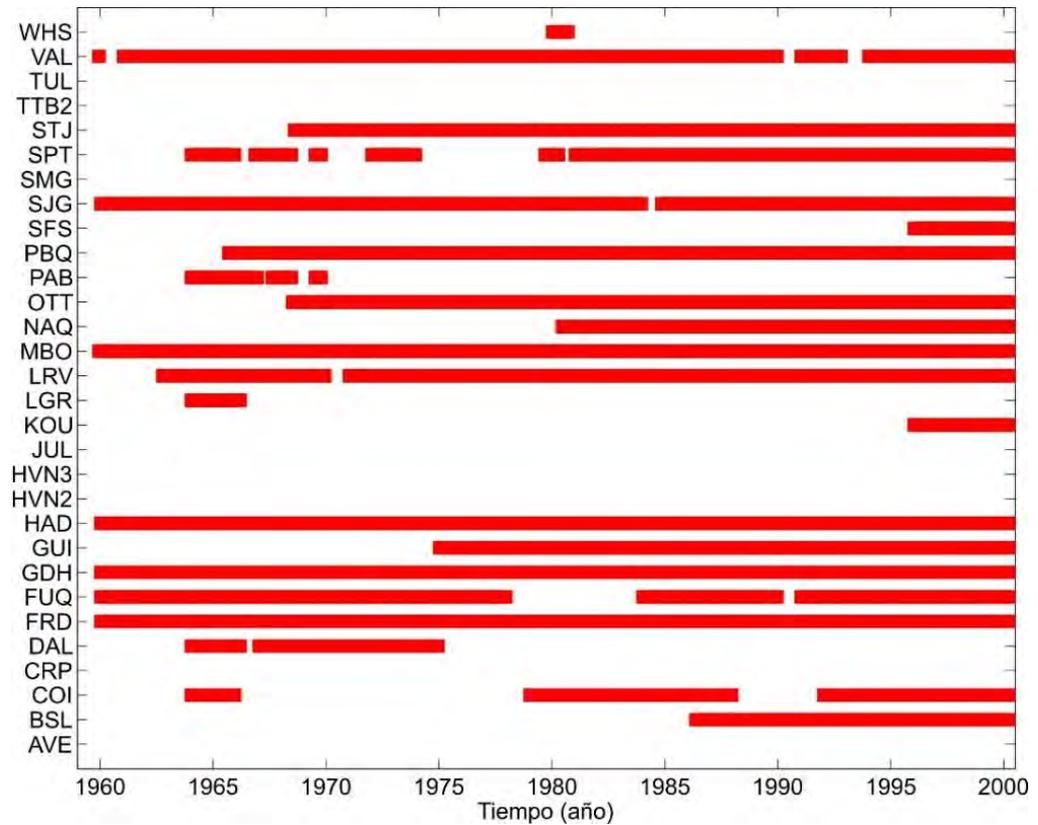


Figura 4.8: Distribución temporal de los datos vectoriales mensuales de los observatorios geomagnéticos disponibles.

4.2.3. Selección de la intensidad total de los datos de estaciones seculares

La base de datos de estaciones seculares ha sido revisada en detalle, pues mostraba muchas discrepancias. En concreto, se ha evidenciado la repetición de datos en ciertas latitudes, longitudes y tiempo (en unidades de año), pero con diferentes valores de campo magnético. Ello es mayoritariamente debido a que las estaciones seculares miden con horas de diferencia, y este hecho no se refleja en el tiempo debido a la precisión de esta variable. Aun así, hay algunos valores que distan más de mil nanoTeslas respecto a los años contiguos, lo cual indica que el dato no es fiable. Por tanto, para datos con el mismo valor temporal en una misma estación secular, pero con diferentes valores de intensidad, obtuvimos la media y asignamos el resultado al valor temporal correspondiente.

La siguiente actuación fue calcular la media para cada estación y comparar los datos menos su valor medio con los respectivos valores del CM4, donde no se esperaba una diferencia excesiva entre ellos. Además, es de suponer que la diferencia entre la variable estudiada y el correspondiente valor del CM4 para una determinada época sea aproximadamente constante. Se seleccionaron de forma equivalente que en el caso de

los observatorios, analizando los valores máximos entre las diferencias respecto la media de los datos reales menos los sintetizados mediante el CM4. Se obtuvo la desviación estándar entre estos valores máximos, y se seleccionaron aquellos valores que no distaran más de dos veces la desviación estándar calculada. Este cambio de criterio respecto a los datos de observatorio se debe a que los datos de estaciones seculares presentan errores (en correcciones por campos externos y de ubicación) asociados mayores. En total se eliminaron 29 datos; además se eliminaron aquellas estaciones seculares con un solo dato, siendo éstos un total de 456, véase la *Figura 4.9*.

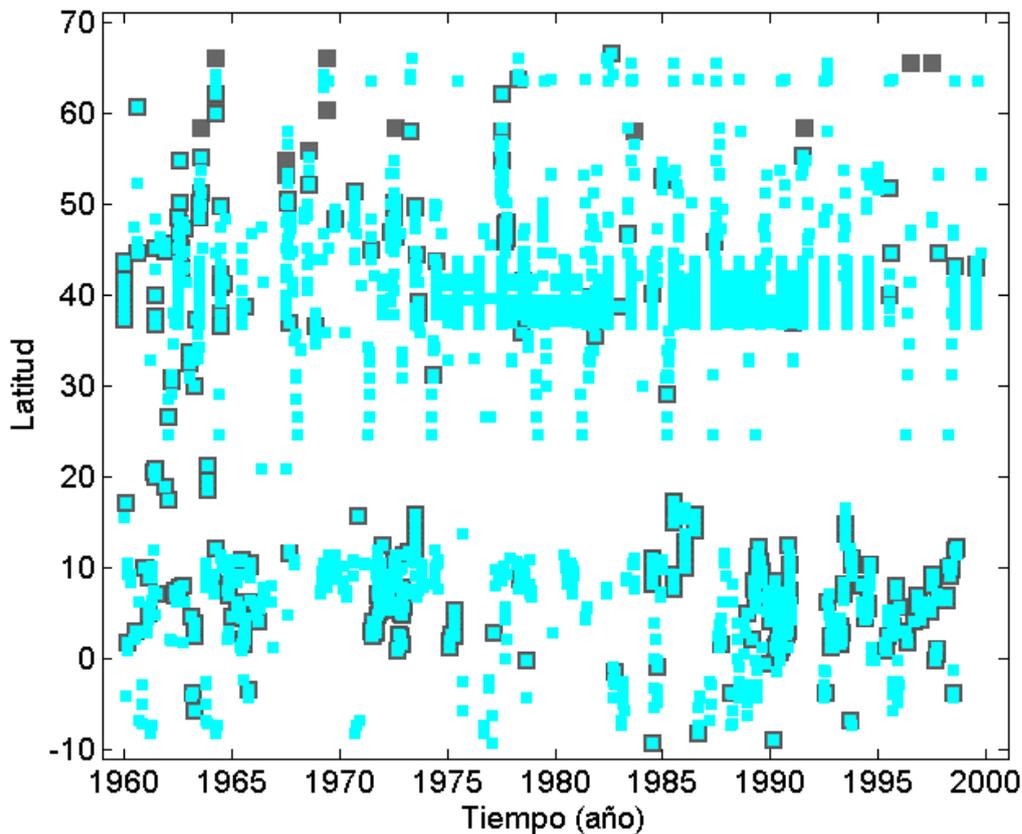


Figura 4.9: Distribución temporal de los datos de intensidad total de las estaciones seculares (azul claro), y de los datos descartados (gris).

4.2.4. Selección de los datos vectoriales de estaciones seculares

De forma similar al proceso de selección para la intensidad total, procedimos a seleccionar los datos vectoriales del campo geomagnético medidos en las estaciones seculares. Como en el caso anterior, se seleccionaron los datos según las diferencias respecto la media, y sus correspondientes diferencias con los datos sintetizados mediante el CM4. Esta vez se calcularon los valores máximos de cada estación secular para todas las componentes (X , Y y Z). Calculando las desviaciones estándar para cada componente, se eligió como valor límite el doble del mínimo de la desviación estándar de las componentes; además, se descartaron aquellas estaciones seculares que solo disponían de un solo dato (831 datos) *Figura 4.10*.

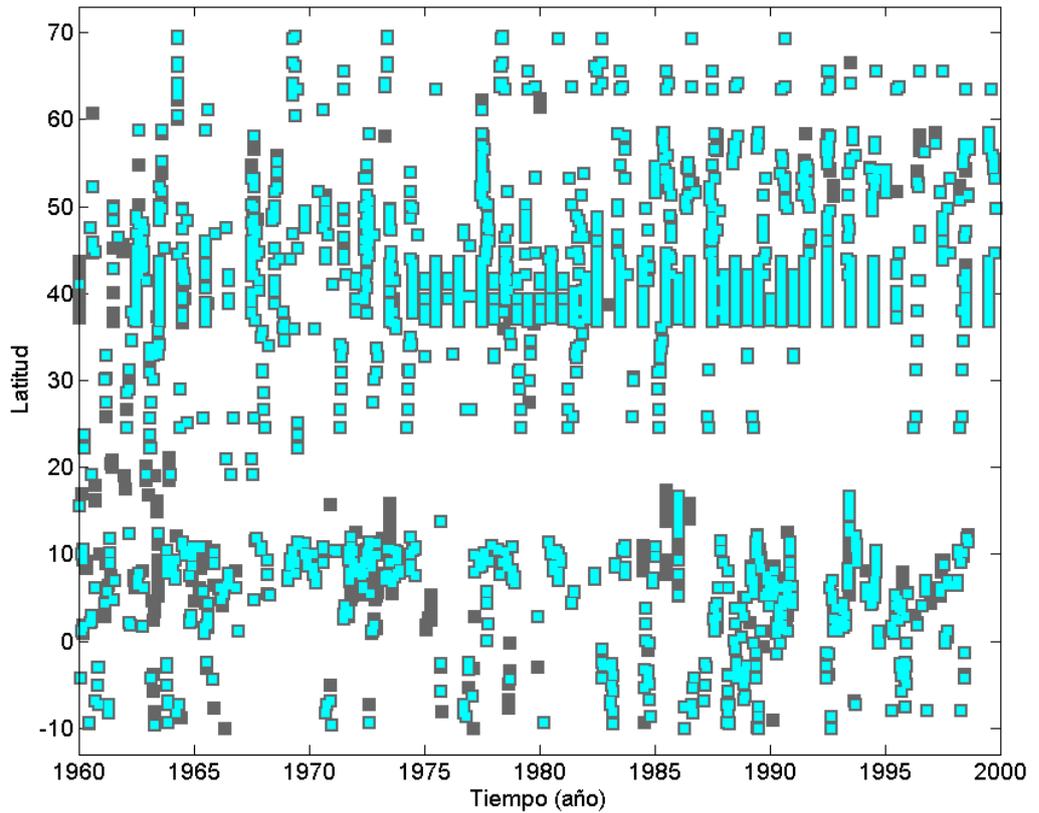


Figura 4.10: Distribución temporal de los datos de las componentes del campo magnético de las estaciones seculares (azul claro) y de los datos descartados (gris).

En la *Figura 4.11* se dibuja la distribución total de los datos de tierra (observatorios y estaciones seculares), donde los datos de intensidad total, en la representación temporal, vienen dados por una línea discontinua y las componentes magnéticas con la línea continua, mientras que en la representación espacial, los cuadrados representan a los datos vectoriales y los círculos sólidos simbolizan los datos de intensidad. Se ha usado escala logarítmica debido a que los datos mensuales usados superan en gran número a las medias anuales empleadas para el modelo inicial. En la *Tabla 4.2* podemos ver el número de datos obtenidos mediante las selecciones y sus respectivos errores de medida, que han sido asignados según la precisión esperada para cada tipo de datos, según el criterio de Haines y Newit (1997), donde F representa la intensidad total y B el vector del campo geomagnético.

	Datos de F	Datos de B	Errores (nT)
Observatorios	752	19569	10
Estaciones seculares	1980	4125	30

Tabla 4.2: Datos de observatorios y estaciones seculares después de la selección.

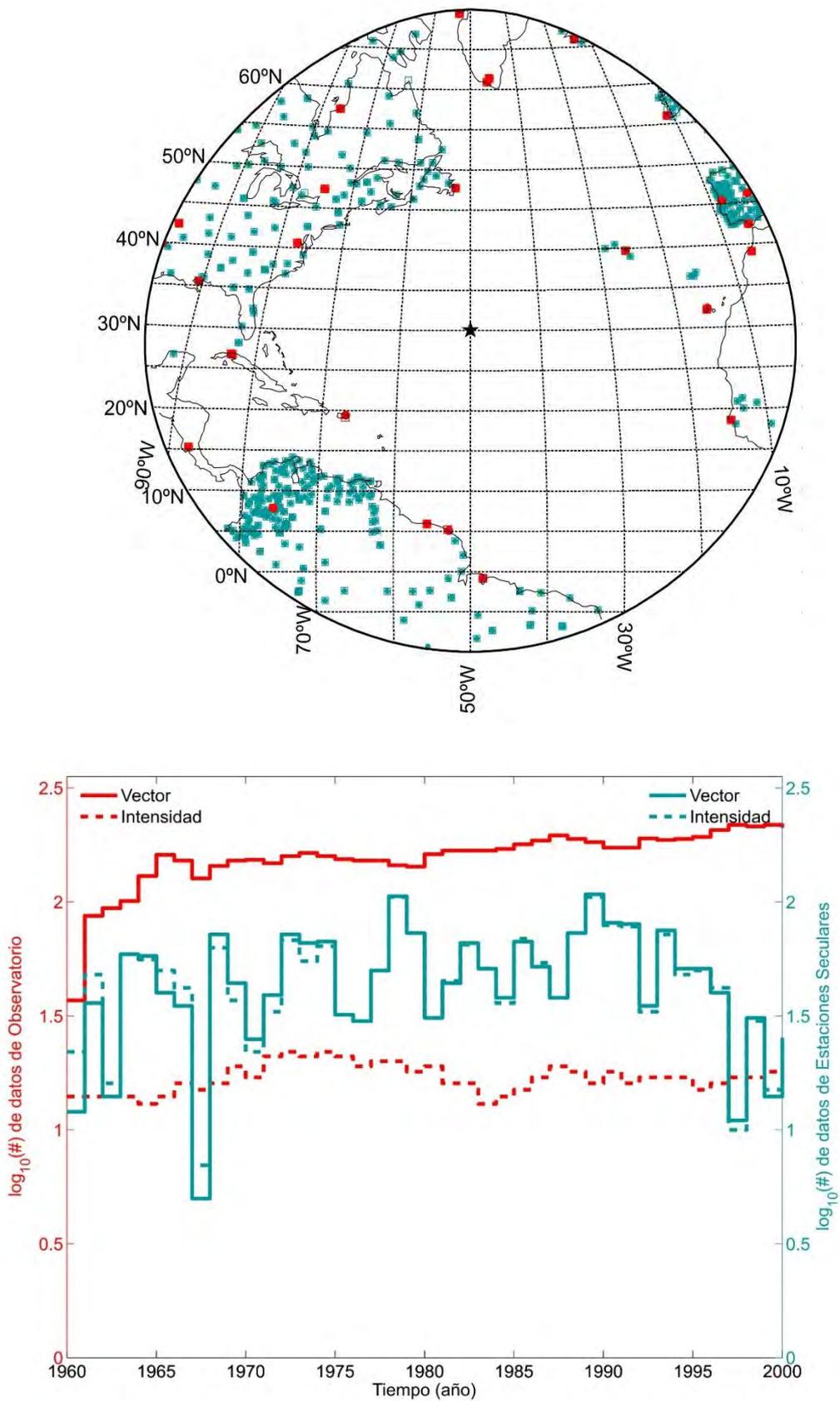


Figura 4.11: Distribución espacial y temporal de los datos de observatorio (rojo) y de los de estaciones seculares (turquesa).

4.3. Datos de satélite

Los satélites que han proporcionado datos magnéticos durante el período de estudio que hemos utilizado fueron la serie POGO, el Magsat y el Ørsted.

Los criterios que se han seguido a la hora de seleccionar nuestros datos son los siguientes:

- Para $|Dst| \leq 10 \text{ nT}$ y $\left| \frac{dDst}{dt} \right| \leq 3 \text{ nTh}^{-1}$.
- Para el tiempo de observación $Kp \leq 1^+$ y para las tres horas previas $Kp < 2^0$.
- El vector solo ha sido usado para latitudes geomagnéticas menores de 55° .
- Datos de regiones oscuras, lo que corresponde a hora local entre 22:00 y 06:00.
- Altura limitada a 900 km.

Los criterios han sido elegidos con la finalidad de obtener aquellos datos menos perturbados por campo externos y corrientes inducidas (Capítulo 2). Criterios similares han sido empleados para la elaboración de modelos globales conocidos como la serie CHAOS o los *Comprehensive Models*. El límite en la altura se usa solo para los satélites POGO debido que para alturas superiores mediríamos corrientes externas no deseadas como las corrientes de acoplamiento (Qamili, 2011).

Aún después de seleccionar los datos de acuerdo con los puntos anteriores, vimos que éstos seguían contaminados debido a una pequeña contribución externa, como viene reflejado en los histogramas con la diferencia entre datos satelitales y campo principal sintetizado por el CM4. Para resolver dicho problema, se usaron de nuevo las predicciones del CM4 (en este caso de campo externo) para eliminar en buena medida toda contribución externa de nuestros datos, centrando así los histogramas de residuos en cero nT (véase *Figura 4.12* y *Figura 4.13*).

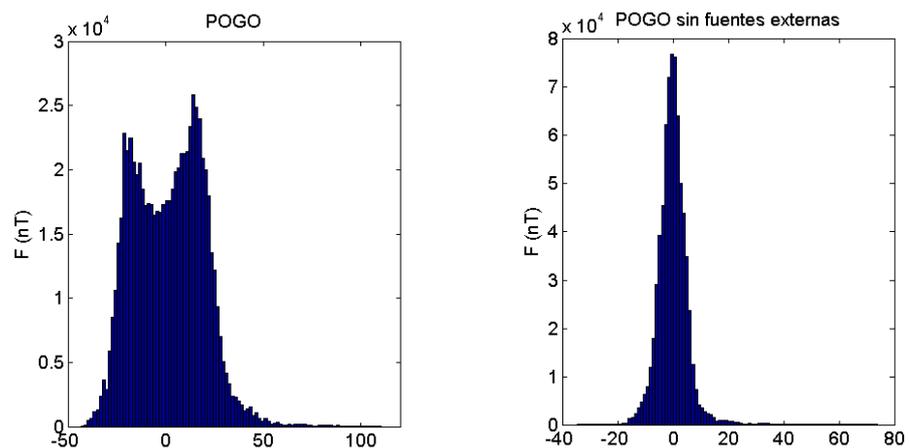


Figura 4.12: Valores de intensidad total proporcionados por los satélites POGO a los que se les ha extraído el valor del campo principal (izquierda) y la componente externa (derecha) sintetizada por el CM4.

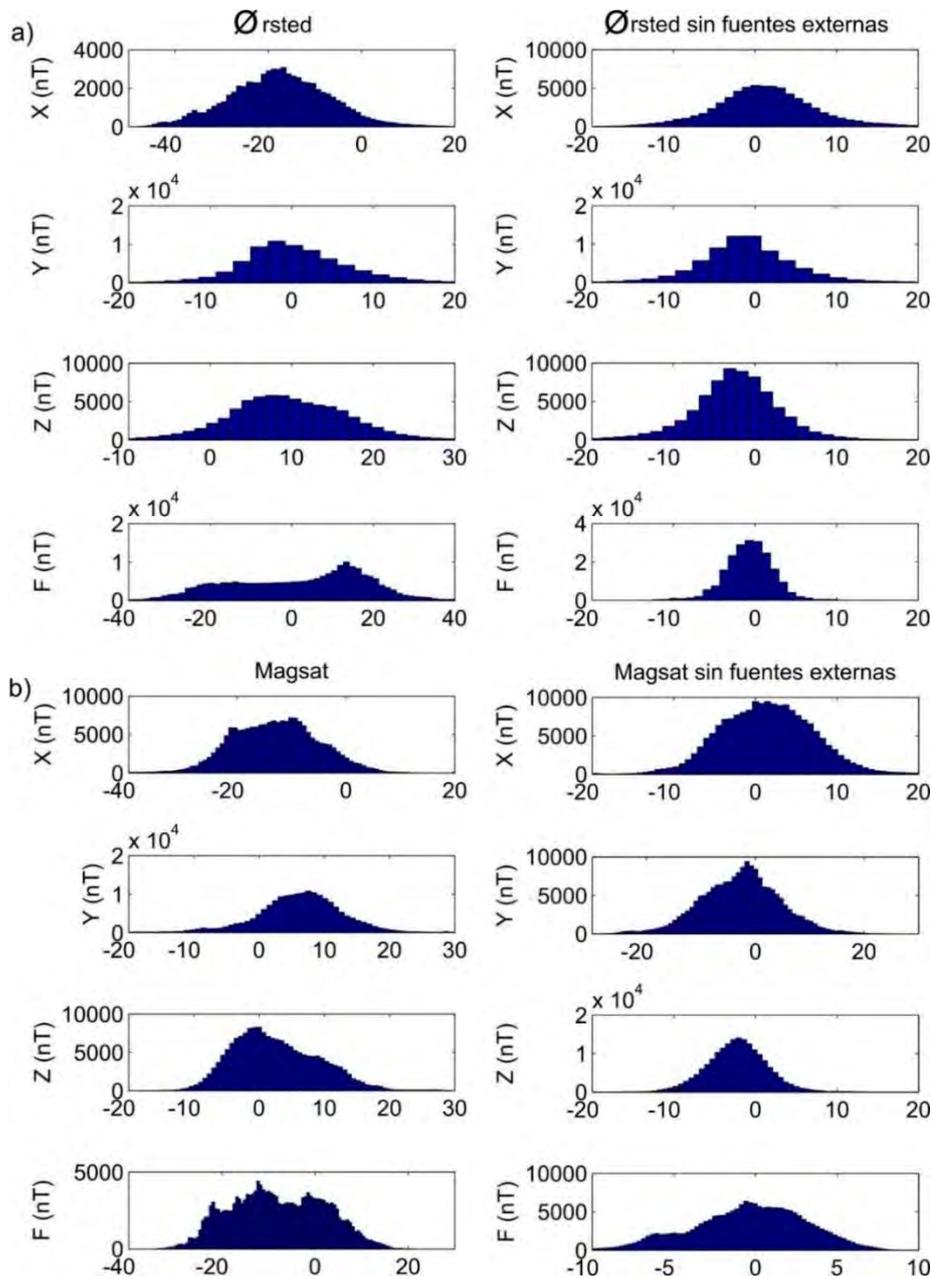


Figura 4.13: Valores de campo e intensidad total proporcionados por los satélites Ørsted (a) y Magsat (b) a los que se les ha extraído el valor del campo principal (izquierda) y la componente externa (derecha) sintetizada por el CM4.

Durante el desarrollo del modelo geomagnético para el que se emplearon los datos de satélite se evidenció ciertas inconsistencias en latitudes altas. Ello condujo a la conclusión que para esas latitudes, la selección realizada para los valores de intensidad total no era suficientemente buena para los satélites POGO y Ørsted. Este hecho no afecta al satélite Magsat debido al formato de órbita del satélite, que en horas locales diurnas estaba en el hemisferio Norte, mientras que en horas locales nocturnas se encontraba en el hemisferio Sur, lo que conlleva que al aplicar la selección de horas locales nocturnas se eliminan los datos de latitudes altas. De modo que para evitar dichas contribuciones, los datos que se desviaban más de 20 nT en valor absoluto de los datos sintetizados mediante el CM4 fueron eliminados (Figura 4.14, puntos en gris).

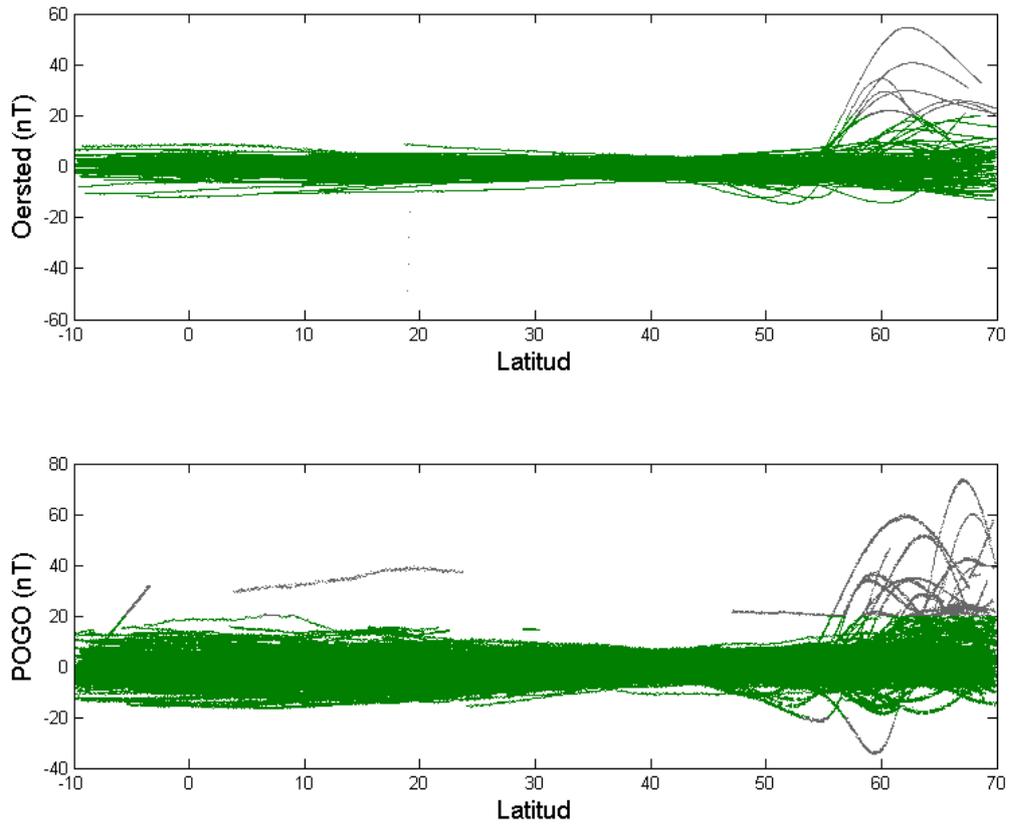


Figura 4.14: Valores de la intensidad total proporcionados por los satélites POGO y Oersted a los que se les ha substraído los datos sintetizados mediante el CM4, respecto la latitud. Los valores en gris han sido eliminados.

Después de aplicar los diferentes criterios de selección, los números finales de datos vienen dados en la *Tabla 4.3*, así como su distribución espacial y temporal en la *Figura 4.15*, donde F representa la intensidad total y B el vector del campo geomagnético (cada valor de cada componente ha sido contabilizado como un dato).

Satélite	Duración	Datos de F	Datos de B	Errores (nT)
POGO	oct. 1965- jun. 1971	25059	-	20
Magsat	nov. 1979-may. 1980	600	7350	10
Ørsted	feb. 1999-dic.1999	522	5223	10

Tabla 4.3: Datos de los satélites para la época del análisis después de la selección.

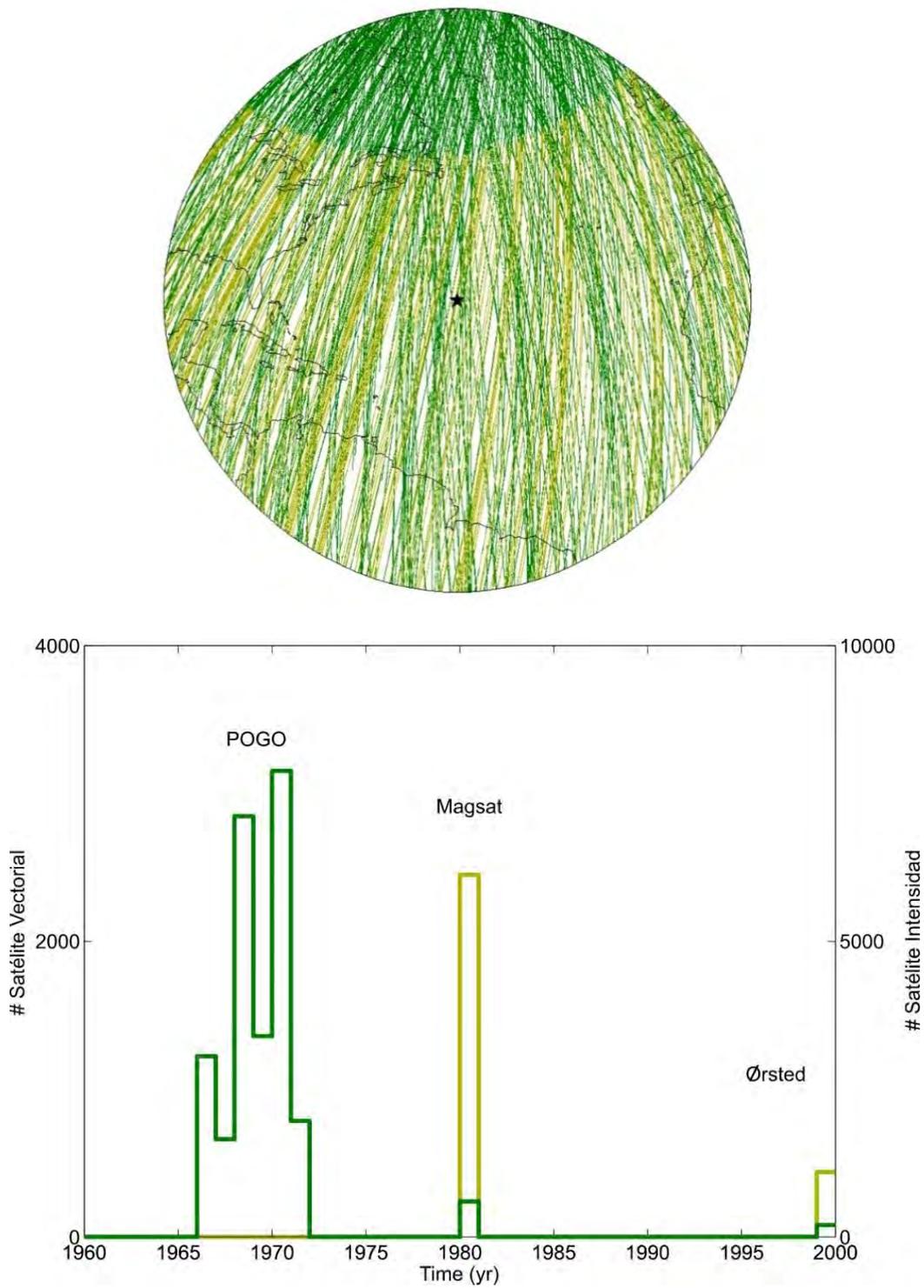


Figura 4.15: Distribución espacial y temporal de los datos de intensidad (verde) y de las componentes magnéticas (verde claro, contabilizando un valor por ubicación y tiempo) de los satélites entre 1960 y 2000.

Capítulo 5.

Modelo regional NAGSVM-F:

Variación secular de la intensidad geomagnética

En este capítulo se presenta el primer modelo geomagnético regional que, en colaboración con mis directores de tesis y otros dos co-autores, abordé con el propósito de avanzar hacia la consecución de los objetivos propuestos, yendo de menor a mayor grado de complejidad. En este primer modelo se analizó la variación secular de la intensidad total. Fue obtenido a partir de datos marinos y de observatorios geomagnéticos mediante la técnica del análisis armónico en un casquete esférico. La finalidad de este modelo residía en mostrar la mejora que los datos marinos pueden aportar, en épocas donde los datos de satélite escasean, obteniendo así un mejor conocimiento del campo geomagnético en zonas oceánicas. El modelo regional obtenido se ha llamado NAGSVM-F, de sus siglas en inglés *North Atlantic Geomagnetic Secular Variation Model for the Intensity (F)*.

Posteriormente se le añadieron al modelo medidas de estaciones seculares con la intención de mejorar la cobertura espacial en las zonas continentales. Los resultados obtenidos en ese aspecto se muestran en un segundo apartado de este capítulo.

5.1. Modelización de la variación secular de la intensidad total del campo geomagnético a partir de un nuevo conjunto de datos marinos de cruce: modelo NAGSVM-F

Parte de los resultados de esta sección ha sido publicada en Pavón-Carrasco, F.J., J.M. Torta, M. Catalán, **À. Talarn**, T. Ishihara, *Improving total field geomagnetic secular variation modeling from a new set of cross-over marine data*, 2013, Phys. Earth Planet. Inter., 216, 21 – 31, donde la doctoranda ha participado en todo el proceso de generación del modelo propuesto, adquiriendo los conocimientos necesarios para abordar de forma independiente los siguientes apartados de la presente tesis doctoral.

A partir de la selección de datos marinos de cruce y de medias anuales de observatorios que se ha detallado en el capítulo previo (Capítulo 4), se generó un modelo regional para la intensidad geomagnética válido entre 1960 y 2000. El número de datos usados en la generación del modelo ha sido de 40326 para el caso de los datos marinos de cruce y de 752 datos de intensidad media anual procedente de la red de observatorios; para más detalles véase el artículo adjunto en el Anexo 3.

El modelo ha sido obtenido mediante la aplicación del método de las diferencias respecto la media (*main field differences*, en inglés, Haines, 1993). En el proceso de inversión se usó el análisis armónico en un casquete esférico para la parte espacial y *splines* cúbicos penalizados en su segunda derivada para la parte temporal (véase Capítulo 3). Para que la inversión nos proporcione el modelo de intensidad con más significado físico, se han usado dos matrices de regularización relacionadas con la norma espacial y temporal del campo (ver Anexo 1 para un completo desarrollo matemático de éstas), juntamente con una matriz de pesos inversamente proporcional al cuadrado de la desviación estándar de los datos (matriz de varianzas, ver Capítulo 4, Tabla 4.1, 4.2 y 4.3). Recordemos que en el Capítulo 4 se estableció una incertidumbre de 43.8 nT y 10.0 nT para los datos marinos de cruce y de observatorio, respectivamente.

Para determinar los parámetros óptimos de regularización tanto temporal como espacial se ha seguido el método descrito en Korte y Holme (2003), analizando las curvas de ambas normas espacial y temporal (llamadas curvas *trade-off* en inglés) en función del error cuadrático medio (ver *Figura 5.1*) para diferentes pares de los parámetros de suavizado. En ambos casos, espacial y temporal, los parámetros de regularización fueron elegidos en la zona de inflexión de las curvas indicadas por los puntos rojos.

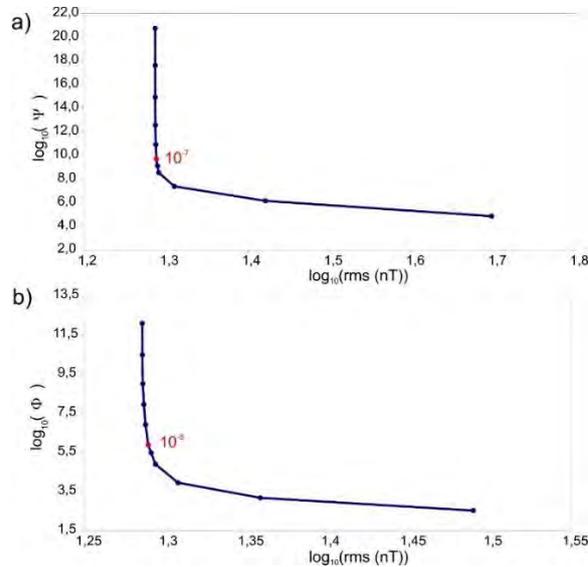


Figura 5.1: Curvas trade-off de la norma espacial (a) y temporal (b) usando diferentes valores de parámetros α y τ . Figura modificada de Pavón-Carrasco et al. (2013).

La inversión de los datos de intensidad mediante el procedimiento descrito con anterioridad proporciona información de los valores más probables del set de coeficientes del modelo. Además del valor de los coeficientes, nuestro objetivo fue aportar su intervalo de confianza. Para ello, se empleó la técnica de *bootstrap* (Korte y Constable, 2008) generando un total de 6000 modelos distintos. Para cada modelo se aplicó al dato de entrada (intensidad) un ruido aleatorio gaussiano definido a través de su error característico. Con esta técnica pudimos obtener el valor medio y la desviación estándar para los 49 coeficientes del modelo regional NAGSVM-F, representados en la *Figura 5.2*.

El modelo obtenido proporciona un ajuste RMS para los datos marinos de cruce de 19.6 nT, mientras que para los observatorios es de 6.4 nT, lo que hace un ajuste RMS conjunto de 19.4 nT. Para analizar si nuestro modelo regional implica una mejora en relación a los modelos globales disponibles para la misma ventana temporal (1960 – 2000), lo comparamos con los modelos globales CM4 e IGRF-11 mediante el cálculo del error cuadrático medio para dichos modelos. Para el IGRF-11/CM4 los ajustes RMS obtenidos fueron de 23.6/20.0 nT para los datos marinos de cruce y de 20.0/11.0 nT para los observatorios, lo que hace un RMS conjunto de 23.4/19.8 nT. Con estos valores queda en evidencia que el modelo regional NAGSVM-F representa un mejor ajuste sobre los datos usados, sobre todo para los observatorios, como queda demostrado con los valores individuales de RMS de cada observatorio de la *Tabla 5.1*.

De todos los observatorios usados, la *Figura 5.3* muestra los resultados del modelo NAGSVM-F para alguno de ellos. Para ello, se representa en azul los valores sintetizados por el modelo CM4, en círculos negros los datos reales y en rojo los sintetizados por el

modelo NAGSVM-F. Además se ha añadido mediante las líneas rojas delgadas la incertidumbre del modelo obtenida mediante el método *bootstrap* (éstas no se aprecian en la parte (a) de la figura pues la incertidumbre es muy baja en comparación con el valor representado). Y en la parte de la figura correspondiente a la VS se dibuja, mediante una línea negra, la propagación de errores de los coeficientes armónicos esféricos obtenidos al emplear la técnica *bootstrap*.

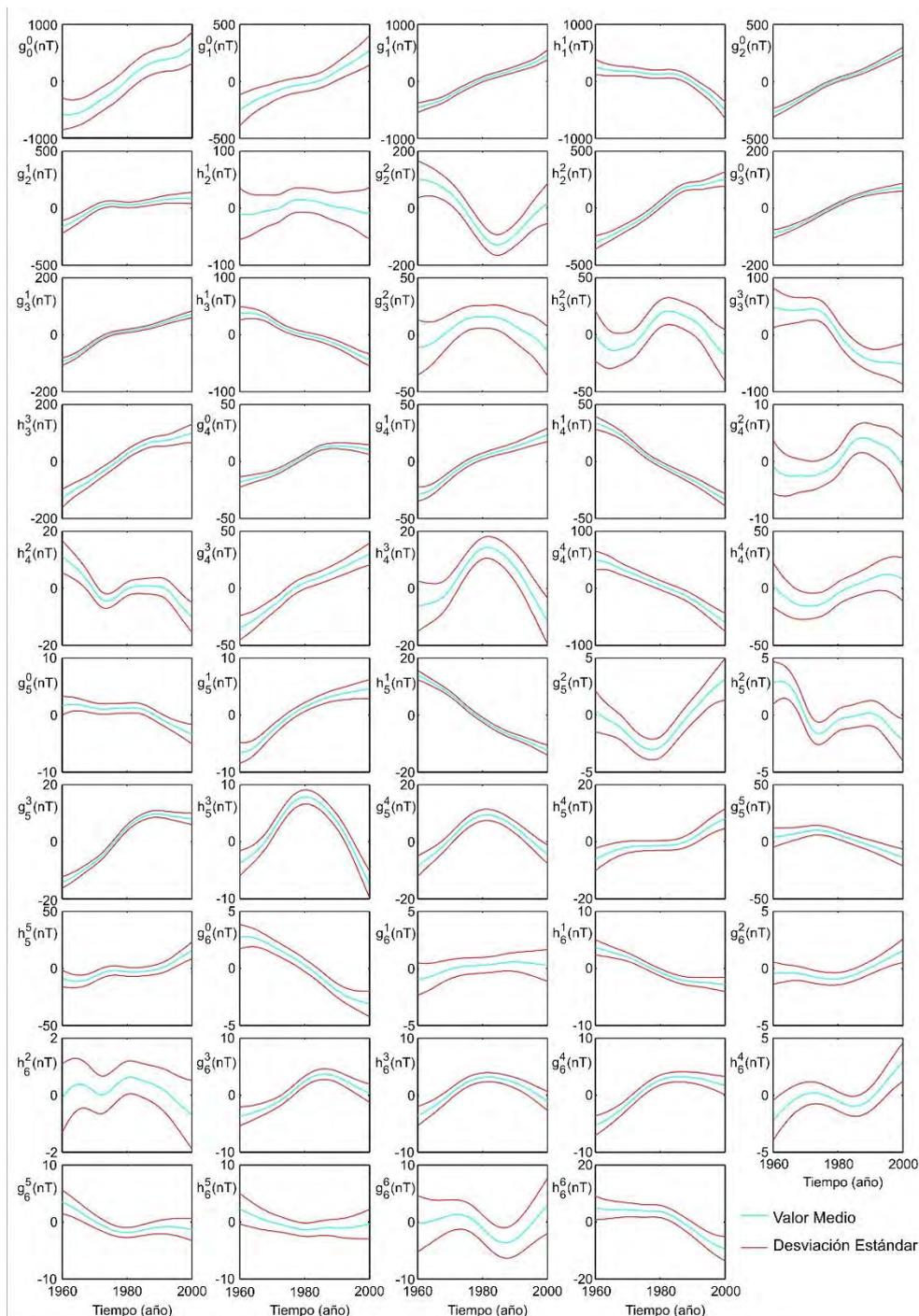


Figura 5.2: Representación de los 49 coeficientes, y su desviación estándar, del modelo regional proporcionados por el método *bootstrap*. Figura modificada de Pavón-Carrasco et al. (2013).

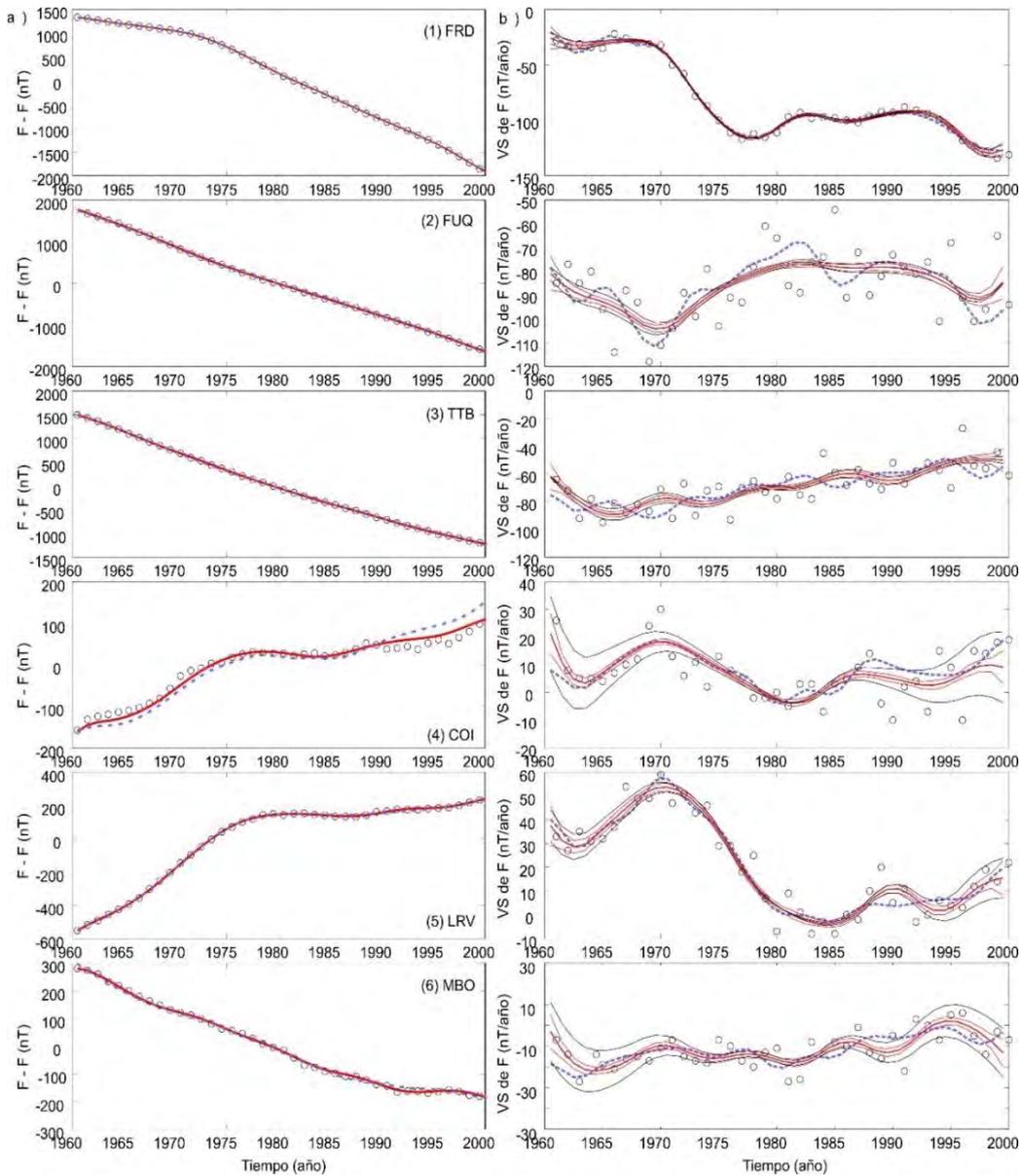


Figura 5.3: Valores para las diferencias respecto la media (a) y la variación secular (b) para la intensidad total en seis observatorios. La línea roja gruesa representa el modelo, con las líneas de desviación estándar proporcionadas por el método bootstrap en líneas finas; en azul se representa el modelo CM4, mientras que los círculos negros son los valores observados en los observatorios. Las líneas negras en (b) muestran el error de la VS obtenida a partir de la propagación del error de los coeficientes armónicos del casquete esférico obtenido mediante el bootstrap. Figura modificada de Pavón-Carrasco et al. (2013).

Los observatorios representados en la Figura 5.3 son (1) FRD - Fredericksburg, situado en la costa Oeste de América del Norte; (2) FUQ - Fuquene, en Colombia; (3) TTB - Tatuoca, en la costa Norte de Brasil; (4) COI - Coímbra, en la costa Oeste de la península Ibérica; (5) LRV - Leivogur, en Islandia; (6) MBO - MBour, en el Senegal. Los observatorios situados en el Este del Atlántico Norte (4, 5 y 6) muestran claras diferencias en el comportamiento de la intensidad, respecto a la media, con respecto a la de aquellos situados en el Oeste (1, 2 y 3). Nuestro modelo regional es capaz de proporcionar resultados más suaves para la variación secular, incluso más que el CM4, para aquellos observatorios que presentan una dispersión considerable (2, 3 y 6).

Para dar una visión más completa del modelo obtenido, en la *Figura 5.4 (a)* se ha representado los mapas de evolución temporal de la VS de la intensidad predicha por el modelo cada 5 años desde 1965 hasta 1995. En el primero de estos mapas, se observa una clara componente dipolar, donde el lóbulo de valor negativo va creciendo a medida que el tiempo avanza, cubriendo la zona central y el Oeste del océano Atlántico Norte y el continente Americano. Al mismo tiempo, el lóbulo de valores positivos se desplaza hacia el Nordeste hasta desaparecer del área de estudio. En la *Figura 5.4 (b)* se representan los mapas con las diferencias de nuestro modelo respecto al CM4, donde los residuos mayores se encuentran en las zonas donde o bien nuestro modelo se ajusta mejor a los datos que el modelo CM4 o bien son zonas no cubiertas por datos (zona Sudeste). Mientras que en la *Figura 5.4 (c)* hemos representado los mapas de incertidumbre de la variación secular de la intensidad proporcionados por el método *bootstrap*. En este caso se observa una clara correlación de la incertidumbre y la distribución espacio-temporal de los datos marinos de cruce (*Figura 5.4 (d)*).

En resumen, el modelo regional presentado (ver Anexo 3 para más detalles) proporciona una mejora del conocimiento de la variación secular de la intensidad geomagnética en la cuenca Norte del Océano Atlántico, caracterizada por escasos datos de observatorios y en un período temporal poco cubierto por datos de satélite (entre 1960 y 2000). Además hemos sido capaces de proporcionar valores de incertidumbre a nuestros resultados, mostrando mayor robustez en el modelo obtenido, siendo además más preciso que el IGRF-11. Y además, resulta ser igual de preciso que el modelo global CM4 que en su construcción hace uso de datos de satélite pero no de datos marinos.

Como se ha indicado anteriormente, la carencia de datos marinos de cruce en el Sur-Sudeste de la zona estudiada nos proporciona un modelo regional poco definido en dicha área, frente a otros modelos globales con mejor cobertura debido al uso de los datos de satélite. Por tanto, una solución a dicha problemática la podemos encontrar con el uso de nuevos datos geomagnéticos: datos de estaciones seculares y satélites. Ello permitirá, además, representar no solamente la intensidad del campo geomagnético, sino también analizar los elementos vectoriales.

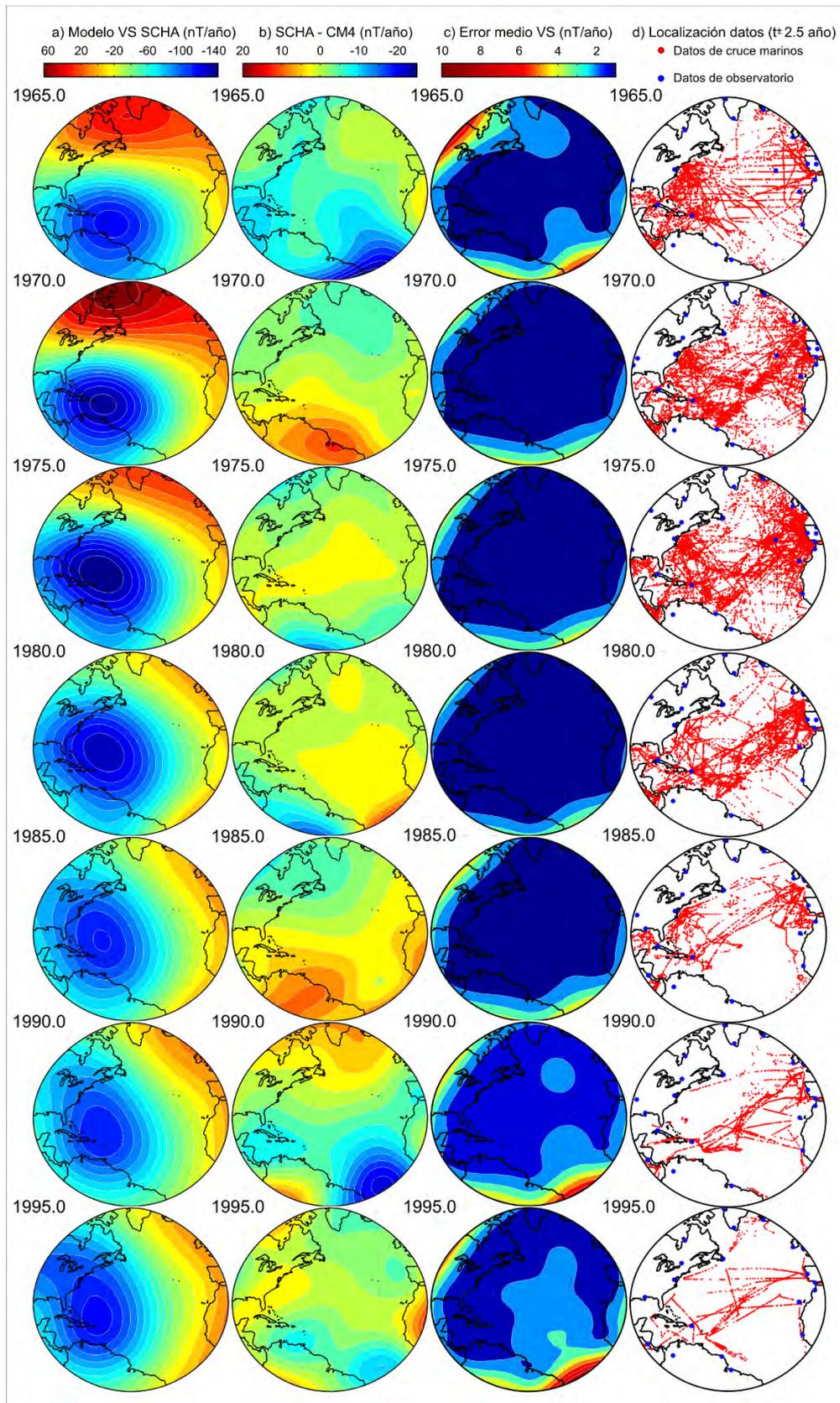
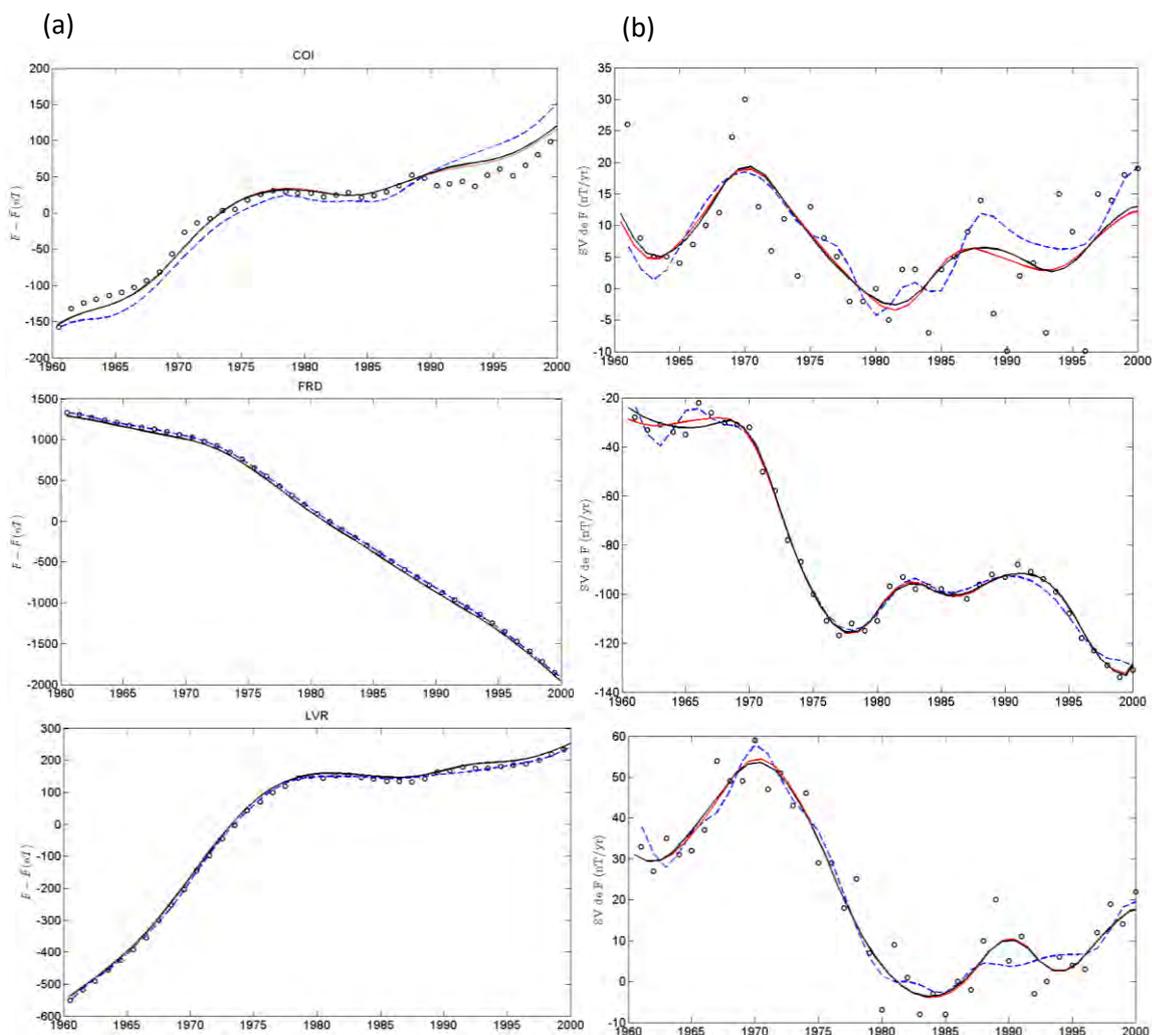


Figura 5.4: Mapas entre 1965 y 1995 de (a) la variación secular de la intensidad del modelo regional, (b) diferencias con el modelo CM4, (c) incertidumbre de la variación secular obtenida mediante bootstrap y (d) ubicación de los datos marinos de cruce para $t \pm 2.5$ años, siendo t el año indicado en cada mapa. Figura modificada de Pavón-Carrasco et al. (2013).

5.2. Modelo regional de intensidad total añadiendo datos de estaciones seculares.

Como paso sucesivo en nuestra mejora del modelo anterior, en esta sección presentamos los resultados obtenidos al añadir los datos de intensidad de estaciones seculares (para más información sobre la selección de estos datos véase el Capítulo 4). La parametrización y procedimiento empleado para la obtención del modelo son idénticos a los empleados en el apartado anterior, aquí solo pretendemos añadir una mejor cobertura espacial y temporal de datos para el modelo en las zonas continentales mediante el uso de estaciones seculares.

El modelo obtenido, al que llamamos NAGSVM-F_v2, se ha comparado en algunas localidades de observatorios, en similitud a la anterior *Figura 5.3*. Dicha comparación se muestra en la *Figura 5.5* donde se representa la intensidad total menos su media y su variación para seis observatorios geomagnéticos: COI, FRD, FUQ, LRV, MBO y TTB (ver también *Tabla 5.2*).



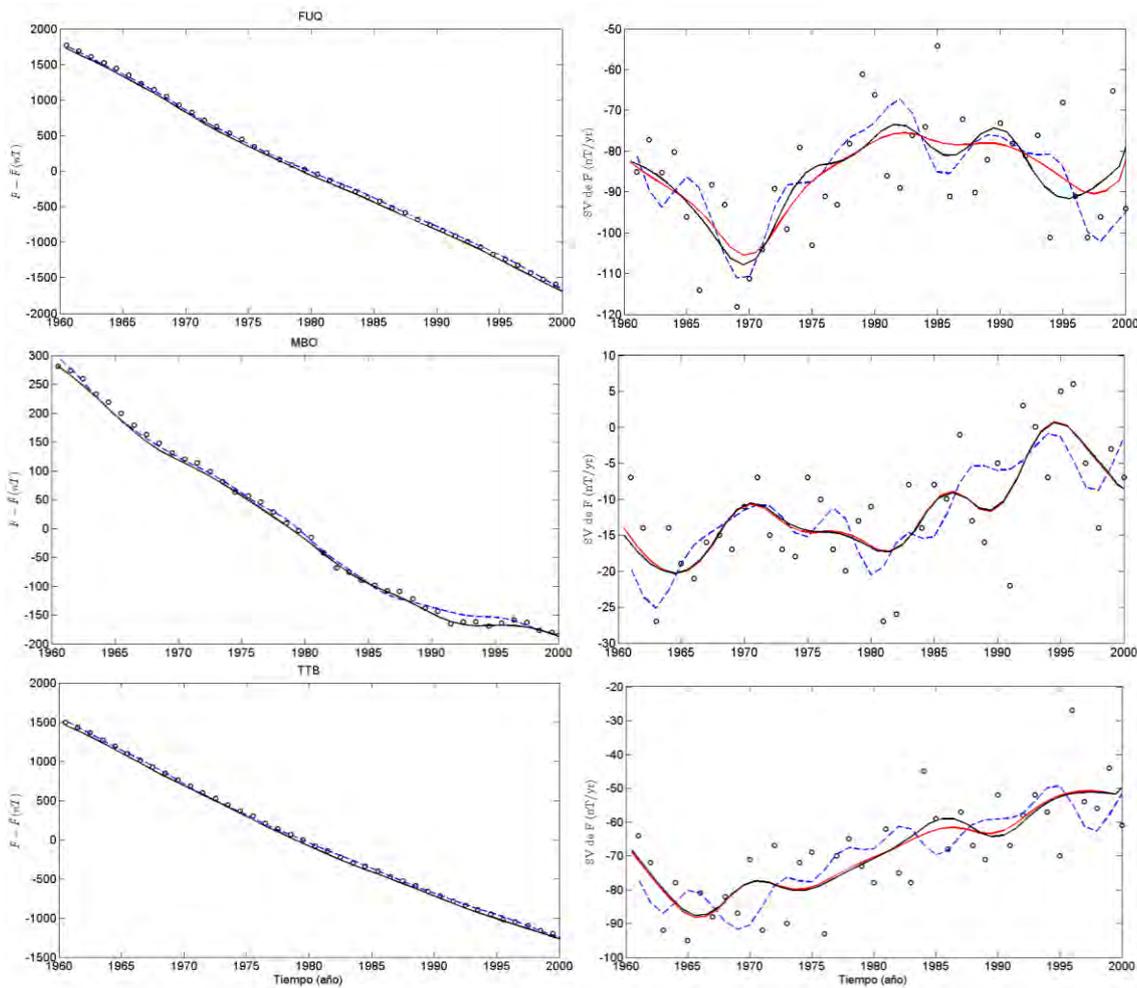


Figura 5.5: (a) Diferencia entre la intensidad y su media y (b) su variación secular para algunos observatorios. La línea discontinua azul representa el CM4, la línea roja corresponde al NAGSVM-F, la línea negra representa el NAGSVM-F_v2 y los círculos negros corresponden a los datos reales de los observatorios.

En la *Figura 5.5 (a)*, no se observa diferencia alguna entre el modelo inicial (NAGSVM-F, línea roja) y el nuevo modelo (NAGSVM-F_v2, línea negra) después de añadir las estaciones seculares. En cambio, sí se observan pequeñas diferencias para la variación secular en algunos observatorios. Sea como fuere los modelos presentados hasta el momento ajustan mejor los datos de intensidad total de observatorios que el modelo global CM4, como se puede observar en la *Tabla 5.1*, constituida por los valores de los RMS para los observatorios del nuevo modelo, comparándolos con los del modelo anterior, y los valores correspondientes a los modelos globales del CM4 y el IGRF-11.

Para el modelo regional generado con la adición de estaciones seculares, el RMS para los datos de observatorios es de 6.7 nT, frente al valor de 11.0 nT del CM4 y 20.0 nT para el IGRF-11. No solamente estos valores son mejores, el RMS correspondiente a los datos marinos es de 19.5 nT, mientras que los valores para el CM4 y el IGRF-11 son 19.9 nT y 23.6 nT respectivamente. Finalmente, para las observaciones de estaciones seculares obtenemos un RMS de 19.0 nT, frente a 28.6 nT del CM4 y 31.8 nT para el IGRF-11. De modo que el RMS total de nuestro modelo es de 19.8 nT, el correspondiente al CM4 es de

20.3 nT y el del IGRF-11 es de 24.0 nT. A modo de resumen se han puesto los valores del ajuste RMS en la *Tabla 5.2*.

	RMS (nT) NAGSVM-F/NAGSVM-F_v2	RMS (nT) CM4	RMS (nT) IGRF-11
AVE	6.4/5.1	7.9	11.8
BSL	3.7/4.3	5.6	9.3
CRP	11.7/13.0	24.6	39.0
DAL	8.9/8.6	10.1	10.0
FRD	1.4/3.0	5.7	12.5
FUQ	3.5/4.0	5.0	15.0
GDH	9.9/11.1	19.7	16.4
GUI	5.6/5.4	8.5	4.2
GWC	5.6/3.4	6.2	19.4
HAD	2.6/7.2	2.7	9.3
HVN1	8.0/2.0	5.5	35.2
HVN2	7.5/8.1	9.3	13.4
HVN3	14.8/6.9	15.7	23.1
JUL	19.8/13.55	24.9	24.2
KOU	3.9/17.5	4.5	7.1
LGR	2.9/2.7	7.1	15.0
LRV	4.2/2.7	6.2	29.8
MBO	4.5/4.1	7.9	15.9
NAQ	4.0/4.8	6.4	16.5
OTT	3.8/5.1	7.8	23.5
PAB	8.6/3.7	21.1	21.1
PBQ	3.5/10.2	5.9	4.5
SFS1	4.2/3.7	4.1	8.7
SFS2	10.0/3.4	9.7	5.3
SJG	9.8/9.1	11.7	26.7
SMG	3.7/9.4	2.4	9.1
STJ	5.0/3.5	6.7	15.5
TEN	5.9/5.2	8.5	9.4
TOL	4.3/5.5	9.2	18.6
TTB	6.0/4.4	13.7	28.4
TUL	3.6/6.7	3.1	3.5
VAL	3.1/3.8	3.1	12.0
WHS	8.2/2.8	10.6	8.1

Tabla 5.1: RMS para los observatorios geomagnéticos proporcionados por ambos modelos NAGSVM-F y NAGSVM-F_v2 y los modelos globales CM4 e IGRF-11.

	RMS (nT) NAGSVM-F_v2	RMS (nT) CM4	RMS (nT) IGRF-11
Observatorios	6.7	11.0	20.0
Estaciones seculares	19.0	28.6	31.8
Marinos	19.5	19.9	23.6
Global	19.8	20.3	24.0

Tabla 5.2: Ajuste RMS para los diferentes sets de datos geomagnéticos para el modelo NAGSVM-F_v2 y para los modelos globales CM4 e IGRF-11.

Del mismo modo que en el apartado anterior, hemos representado mapas de variación secular de la intensidad en la *Figura 5.6*. En la columna (a) se muestran los mapas de la variación secular para 1965, 1975, 1985 y 1995, los cuales son completamente comparables a los obtenidos en el modelo anterior. Con la finalidad de observar las principales diferencias entre los dos modelos realizados, hemos dibujado las respectivas diferencias en la columna (c). En estas gráficas se observa que las diferencias más notorias se encuentran en las zonas continentales, sobre todo en América del Norte y América del Sur. Este hecho es debido a la mejora en la cobertura espacial de dichas regiones, además de una mejora temporal sobre todo para las épocas iniciales del modelo. Fijándonos en la columna (b) y comparándola con la correspondiente de la *Figura 5.4*, vemos que las diferencias respecto al CM4 se reducen al añadir los valores de estaciones seculares en zonas continentales, excepto para 1965, donde en latitudes altas de Norteamérica las diferencias se hacen mayores. Este hecho puede ser debido a la dificultad de modelar en zonas de elevada latitud para esos períodos de tiempo, ya que el CM4 solamente usa datos de observatorios, siendo más pobre la cobertura espacial del modelo global respecto al regional presentado aquí.

De acuerdo con los resultados obtenidos, podemos constatar una mejora en el modelo regional debido al uso de los datos de estaciones seculares que proporcionan una mejor representación de la variación secular de la intensidad gracias a una mejor cobertura espacial en el área de interés.

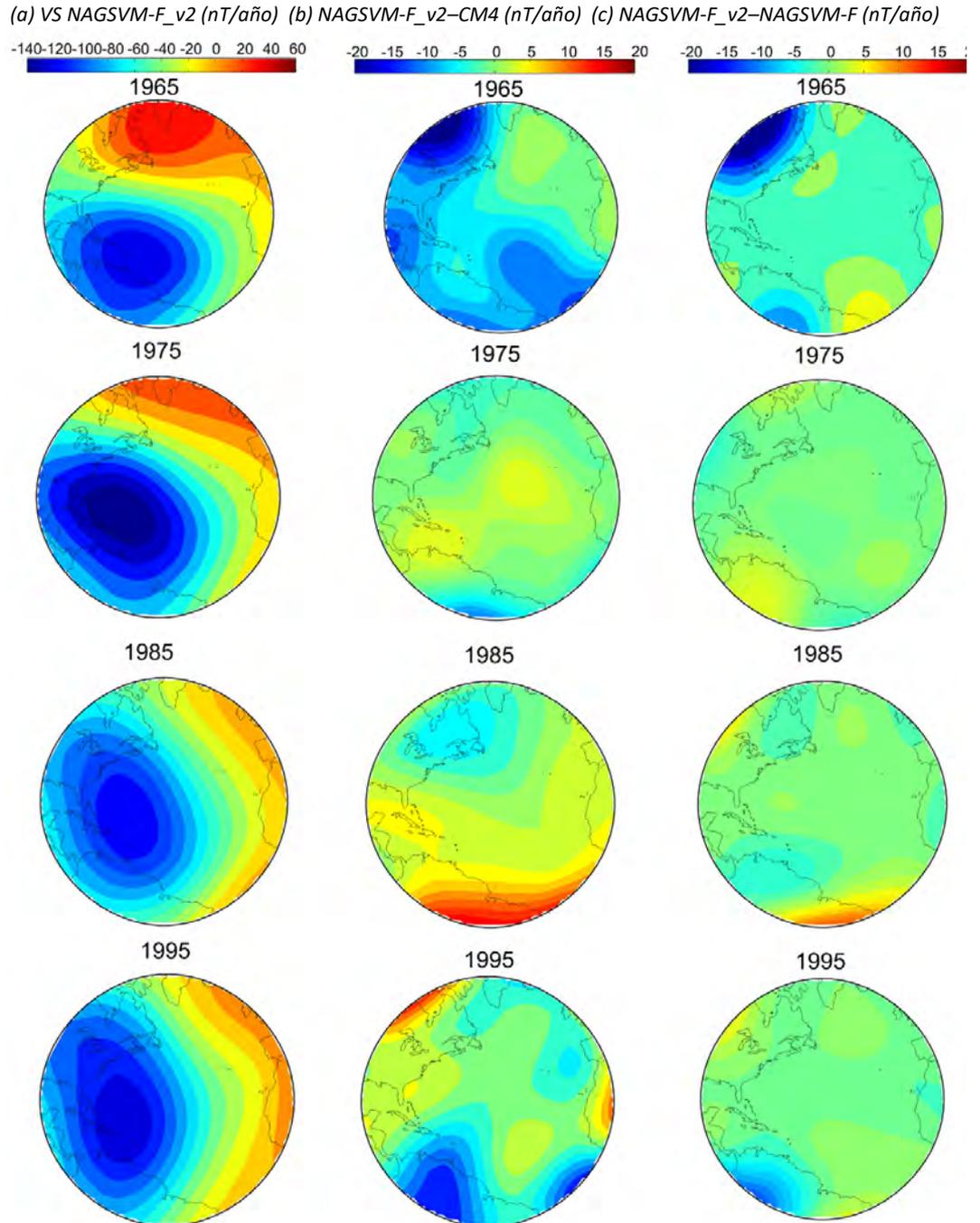


Figura 5.6: Mapas de (a) la variación secular de la intensidad mediante el NAGSVM-F_v2, (b) diferencias entre las predicciones del NAGSVM-F_v2 y del CM4 en esas mismas épocas, y (c) diferencias entre las predicciones del NAGSVM-F_v2 y del NAGSVM-F.

Capítulo 6.

Modelo regional NAGRM:
Campo Principal y variación secular del vector e
intensidad geomagnética

En el presente capítulo se expondrán los pasos realizados para la obtención de un nuevo modelo regional del campo geomagnético. Las diferencias con el modelo propuesto en el capítulo anterior (el modelo NAGSVM-F) radican en los siguientes puntos:

- **Adición de datos vectoriales.** En el nuevo modelo se analiza conjuntamente la intensidad con el resto de las componentes geomagnéticas Norte (X), Este (Y) y Vertical (Z).

- **Datos a diferentes alturas.** Se modela tanto datos en tierra como datos de satélite. Esto implicará la implementación de la técnica R-SCHA (véase el Capítulo 3) juntamente con el desarrollo matemático de la norma del campo geomagnético específica para esta técnica (ver Anexo 2).

- **Modelo de campo principal y variación secular.** Al método de las diferencias respecto a la media (MFD) usado en el modelo NAGSVM-F, que proporcionó la variación secular de la intensidad, se le suma la técnica que permite modelar el campo principal (que también llamaremos como campo total o MF, del inglés *Main Field*).

- **Continuidad temporal con los modelos globales recientes.** Para que el modelo propuesto aquí tenga continuidad más allá del año 2000 ha sido constreñido en los últimos dos años (1999 – 2000) mediante el modelo global CHAOS-6 (Finlay et al., 2016), que describe el comportamiento del campo geomagnético desde 1999 hasta la actualidad (Agosto 2016).

En el proceso de generación del mismo se evidenciarán limitaciones en determinadas series de datos. En concordancia con la nomenclatura del modelo del capítulo anterior, a éste se le llamará NAGRM (del inglés *North Atlantic Geomagnetic Reference Model*).

6.1. Generación del modelo NAGRM

Parte de los resultados de esta sección ha sido publicada en Talarn, À., F.J. Pavón-Carrasco, J.M. Torta, M. Catalán, *Evaluation of using R-SCHA to simultaneously model main field and secular variation multilevel geomagnetic data for the North Atlantic*, 2016, Phys. Earth Planet. Inter., in press (29 Nov. 2016), doi. 10.1016/j.pepi.2016.11.008 (ver Anexo 5)

Para desarrollar el nuevo modelo regional hemos ampliado y modificado la base de datos empleada en el modelo anterior NAGSVM-F (Capítulo 5). La base de datos de intensidad proporcionada por los datos marinos de cruce permanece sin modificaciones. Sin embargo los datos de intensidad de observatorios y estaciones seculares han sido sustituidos por sus equivalentes series de las componentes geomagnéticas Norte (X), Este (Y) y Vertical (Z). Además usamos todos los datos de satélites disponibles para el período de tiempo considerado, entre 1960 y 2000, que estén dentro del área de estudio (ver Capítulo 4 para más detalles). El hecho de usar conjuntamente datos en tierra y a diferentes alturas satelitales nos obliga a cambiar la técnica de modelización que ya habíamos empleado en la generación del modelo regional NAGSVM-F (la técnica clásica SCHA) y pasar a usar su revisión: R-SCHA (véase Capítulo 3). Su uso mejora substancialmente la descripción de la componente radial en función de la altura evitando los efectos que esos datos en altura generan en la técnica clásica SCHA, además de poder

usar un tamaño de casquete esférico acorde a la distribución de datos (ambos efectos están detallados en Thébault y Gaya-Piqué, 2008).

El modelado conjunto del campo principal y su variación secular se ha llevado a cabo siguiendo el procedimiento descrito en el Capítulo 3. El campo fijo vendrá determinado en tierra por los valores medios de las series temporales de cada observatorio geomagnético, mientras que en altura vendrá constreñido por los datos de satélite. Por otro lado, la VS viene determinada por el método de las MFD, que será aplicada a los diferentes sets de datos en tierra (los datos de satélite no permiten el uso de este método). El área analizada y los datos empleados se describen en el Capítulo 4. Aunque la semi-abertura del cono que contiene los datos se eligió de 40° , para efectuar la inversión se aumentó este valor en 2° para evitar posibles efectos de frontera, es decir, 42° . Los grados máximos empleados en el desarrollo de las series de funciones son los siguientes: $K_{int} = 6$, $K_{ext} = 5$, $P_{max} = 3$ y $M_{max} = 4$. Teniendo en cuenta las alturas máximas y mínimas de los datos empleados, hemos usado un radio inferior $a = 6365$ km y superior $b = 7275$ km. Todo ello implica que estamos modelando longitudes de onda horizontales mínimas de aproximadamente 2978 km (viene determinado por el grado máximo de la expansión de las funciones asociadas de Legendre, ver ecuación [3.50]) y longitudes de onda verticales mínimas de aproximadamente 4546 km (queda determinado por el grado máximo de la expansión de las funciones de Mehler, véase ecuación [3.74]).

Al igual que para el modelo NAGSVM-F, la dependencia temporal del nuevo modelo está basada en una base de *splines* cúbicos, aunque esta vez con *knot* cada año, y el proceso de inversión se ha regularizado con las dos matrices de la norma espacial y temporal del campo geomagnético dentro del cono esférico. Los elementos de dichas matrices cambian al pasar de SCHA a R-SCHA, por lo que se desarrolló matemáticamente las nuevas normas asociadas al R-SCHA (ver Anexo 2). De igual modo que en el modelo anterior, se empleó una matriz de pesos cuyos valores son inversamente proporcionales a la varianza de los datos geomagnéticos (Capítulo 4, *Tablas 4.1, 4.2 y 4.3*). Los parámetros de suavizado relacionados con las matrices de regularización fueron elegidos siguiendo el mismo procedimiento que en el capítulo anterior. En la *Figura 6.1* se muestran las curvas de variación de las normas espacial (a) y temporal (b) para diferentes pares del parámetro espacial (α) y temporal (τ). En rojo se indican los parámetros empleados en el modelo NAGRM que corresponden a $\alpha = 100 \text{ nT}^{-2}$ y $\tau = 30000 \text{ nT}^{-2}\text{año}^4$, donde se alcanza el mejor compromiso entre ajuste del dato y bondad del modelo.

En las próximas secciones se detallan y cuantifican los resultados del modelo NAGRM para cada set de datos usados: estaciones seculares, observatorios, datos marinos y de satélite.

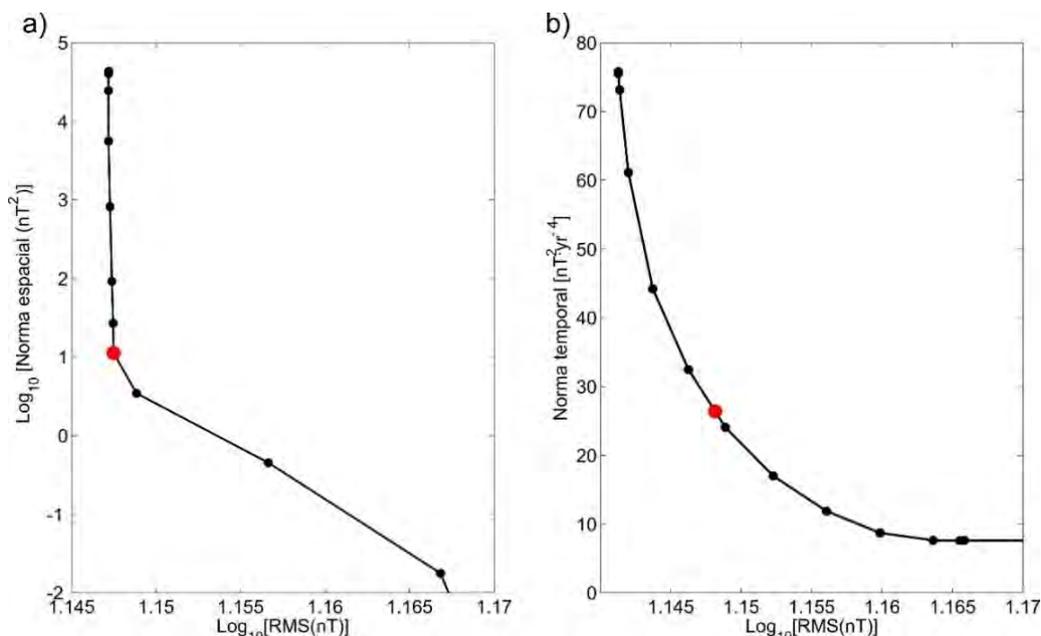


Figura 6.1: Representación de la norma espacial (a) y temporal (b) frente a la desviación cuadrática media (RMS) del ajuste. Los puntos rojos corresponden a aquellos valores de las normas para los que se seleccionaron los valores de los parámetros de suavizado α y τ , respectivamente. Figura modificada de Talarn et al. (2016).

6.2. Datos de estaciones seculares

Al igual que en el capítulo anterior, los datos de estaciones seculares fueron empleados para obtener información de la variación secular mediante el método de las diferencias respecto la media (Capítulo 3). En este caso, al modelar conjuntamente el campo principal y su variación secular, los datos de estaciones seculares también proporcionan información del campo principal aunque no con la precisión de los datos de observatorios debido a diferentes factores. Uno de ellos es el alto ruido que puede contener el dato debido a los campos externos no eliminados perfectamente, y también a la precariedad con la que se obtienen las medidas en estaciones seculares en comparación con las efectuadas en un observatorio geomagnético. Debido a estos efectos se ha decidido no usar los datos de estaciones seculares para determinar el campo principal, pero si se usarán para constreñir la variación secular. Para cuantificar y estudiar en detalle el efecto que el uso de esta base de datos introduce en el proceso de modelización de la variación secular se han generado dos modelos incluyendo o no dichos datos.

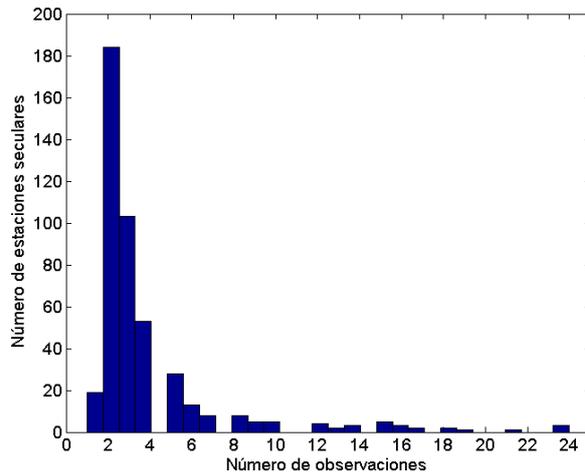


Figura 6.2: Representación del número de estaciones seculares en función del número de observaciones de las mismas.

Como resultado hemos obtenido que cuando se usan los datos procedentes de estaciones seculares, el modelo obtenido presenta un error cuadrático medio (RMS) de 20.1 nT, mayor que cuando esta base de datos no es considerada (RMS = 17.6 nT) sugiriendo así que dichos datos proporcionan un mayor error en el ajuste de los elementos geomagnéticos. Al revisar este resultado en detalle se observó que aquellas estaciones que tenían un número de datos inferior a 3 observaciones (que desafortunadamente corresponde a su gran mayoría, como viene reflejado en el histograma de la *Figura 6.2*) presentaban una mayor desviación con el modelo. De modo que se eliminó aquellas estaciones seculares con menos de 3 observaciones, obteniendo ahora un ajuste RMS de 17.9 nT, mucho más cercano al obtenido cuando estos datos no son usados.

Para ilustrar los dos modelos obtenidos con o sin estaciones seculares hemos representado, en la *Figura 6.3*, la variación secular de los elementos magnéticos en dos localidades dentro del casquete esférico (cuadrado y triángulo de la *Figura 6.4*). El modelo que usa datos de estaciones seculares (con 3 o más observaciones por serie temporal) corresponde a las curvas verdes y el modelo sin datos de estaciones seculares a las curvas azules. Los resultados indican que la VS proporcionada por las curvas verdes y azules no dista mucho entre sí, proporcionando ambos modelos una VS prácticamente idéntica.

Para intentar discernir un poco más entre las diferencias entre ambos modelos, se calculó la media cuadrática de la diferencia de la VS entre el modelo 1 (azul, sin estaciones seculares) y el modelo 2 (verde, con estaciones seculares) respecto a la del CM4 para toda la ventana temporal. En la *Figura 6.4* se representan los mapas con dichos valores medios, donde el cuadrado blanco representa el punto en el Sudoeste (5°N, -60°E) y el triángulo representa el punto en el este (35.5°N, -20°E). Las diferencias entre los dos sets de mapas son despreciables, siendo los elementos X y Y los que presentan mayor discrepancia.

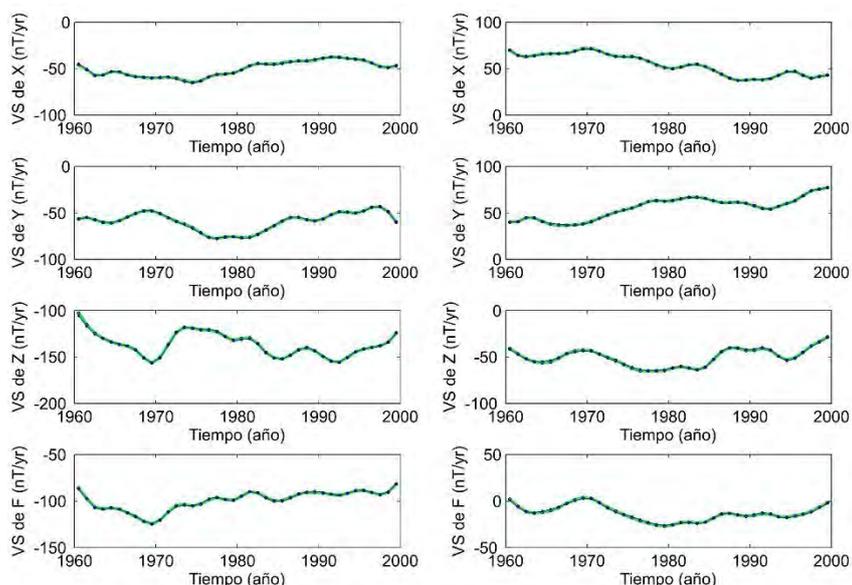


Figura 6.3: Comparación entre la VS del modelo usando estaciones seculares (verde), sin ellas (azul) para un punto en el Este (columna izquierda) y otro en el Oeste (columna derecha) del casquete.

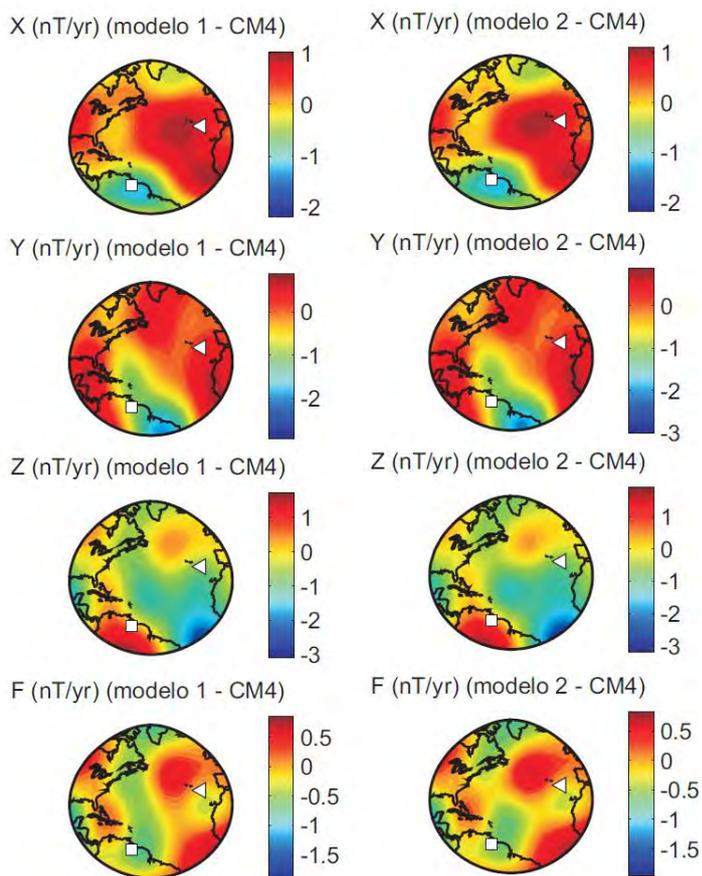


Figura 6.4: Mapas de los valores medios en el intervalo 1960-2000 de las diferencias entre la VS de las componentes magnéticas según modelos usando estaciones seculares (modelo 2) y sin ellas (modelo 1), con respecto a las proporcionadas por el CM4, donde el cuadrado blanco corresponde a un punto situado en 5°N , -60°E , mientras que el triángulo corresponde a un punto situado en 35.5°N , -20°E .

A la vista de los resultados podemos concluir que ambos modelos son estadísticamente indistinguibles. Sin embargo, teniendo en cuenta que las estaciones seculares proporcionan una clara mejora de la distribución espacial y temporal de los datos en zonas continentales, hemos decidido considerar este tipo de datos en el modelo NAGRM, pero, como se ha indicado anteriormente, con estaciones de un número igual o mayor a 3 observaciones.

Para este conjunto de datos que nos proporciona solo información de la variación secular (método MFD), el ajuste RMS del NAGRM es de 19.9 nT frente a 20.7 y 22.9 nT para el CM4 y el IGRF-12, respectivamente, *Tabla 6.1*. Nótese que en este capítulo usamos la generación 12 del IGRF, publicada durante la elaboración de esta tesis doctoral (Thébault et al., 2015a), mientras que en el capítulo anterior habíamos usado la 11. En cualquier caso, ambas versiones proporcionan los mismos valores del campo para el periodo 1960-2000.

	MFD		
	NAGRM	CM4	IGRF-12
X	19.1	19.5	23.6
Y	19.9	20.8	19.6
Z	20.7	21.6	25.0
Global	19.9	20.7	22.9

Tabla 6.1: Valores de los ajustes RMS (en nT) de MFD por componentes para las estaciones seculares proporcionados por los modelos: NAGRM, CM4 e IGRF-12.

6.3. Datos de observatorios

Los datos de observatorio proporcionan al modelo NAGRM tanto valores de campo principal (MF) como de su variación secular (denotados por MFD). Un primer resultado muestra, en términos de RMS, que el modelo NAGRM proporciona un mejor ajuste a los datos de observatorio que los modelos CM4 e IGRF-12 para la VS, en cambio el ajuste RMS para los datos de campo resultan prácticamente iguales para el NAGRM y el CM4. Dichos valores de RMS están contenidos en la *Tabla 6.2*. Para dar más detalles sobre estos resultados, primero nos vamos a centrar en la variación secular y posteriormente en el campo principal o fijo.

	MF (Campo fijo)			MFD (VS)		
	NAGRM	CM4	IGRF-12	NAGRM	CM4	IGRF-12
X	682.9	681.7	681.2	11.6	14.6	20.3
Y	278.2	278.4	279.5	6.9	8.2	15.2
Z	296.8	299.5	314.7	10.4	12.2	25.6
Global	458.9	459.0	462.3	9.9	12.0	20.8

Tabla 6.2: Valores de los ajustes RMS (en nT) de MF y MFD por componentes de los modelos: NAGRM, CM4 e IGRF-12.

6.3.1. Análisis de la variación secular en observatorios

En la *Tabla 6.3* se presentan los valores RMS de los datos de cada observatorio que fueron usados para determinar la VS. Como se observa, de forma general, los RMS obtenidos mediante la técnica MFD son más bajos en el modelo regional que en los modelos globales (CM4 e IGRF-12).

	NAGRM (nT)			CM4 (nT)			IGRF-12 (nT)		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
AVE	21.4	22.5	11.4	9.3	23.0	13.3	24.7	18.5	7.8
BSL	10.1	4.6	5.2	14.5	18.2	8.9	15.8	10.5	16.5
COI	12.1	12.5	27.5	15.9	12.8	26.5	18.4	18.1	46.9
CRP	15.8	17.0	14.9	16.3	21.4	39.5	15.9	15.1	20.1
DAL	6.8	2.7	3.9	10.0	3.0	11.3	16.6	5.5	12.8
FRD	10.5	3.7	4.6	12.2	3.6	5.7	25.8	7.6	15.8
FUQ	11.0	9.1	13.8	16.4	9.1	19.2	29.0	18.0	43.6
GDH	15.9	7.3	13.7	15.9	7.4	14.7	21.4	19.7	27.0
GUI	13.6	6.7	6.6	19.6	6.6	7.4	23.2	13.5	16.9
HAD	8.1	3.6	8.0	8.9	4.0	9.3	15.7	6.4	11.8
HVN1	39.9	15.9	28.6	37.5	16.7	27.8	38.4	22.4	71.7
HVN2	6.4	13.5	15.9	7.6	19.4	15.7	8.9	9.5	24.9
JUL	7.9	2.6	7.0	8.0	10.9	10.9	15.3	34.7	44.8
KOU	9.8	3.7	4.6	9.1	15.4	10.7	9.9	9.5	11.9
LGR	6.4	3.7	3.0	9.3	3.7	3.5	11.5	4.3	23.4
LRV	10.5	4.7	7.1	10.5	7.0	9.7	13.6	10.5	25.0
MBO	10.0	3.6	6.0	13.8	5.1	6.6	16.8	24.9	36.4
NAQ	10.9	4.8	9.0	11.6	6.0	10.6	14.0	8.2	17.3
OTT	11.2	4.2	6.6	12.1	5.8	7.3	15.3	6.4	25.4
PAB	11.7	7.9	8.1	11.9	14.7	21.4	13.6	13.5	12.6
PBQ	17.6	9.4	14.5	26.6	11.4	15.7	26.2	16.5	20.9
SFS	16.7	14.3	17.2	22.3	14.8	17.3	14.5	8.7	35.7
SFS1	14.2	4.8	0.8	17.2	6.5	14.4	19.9	8.5	8.1
SFS2	8.0	4.9	3.8	8.1	5.9	23.8	13.0	5.2	6.1
SJG	10.5	7.8	6.4	13.6	6.2	8.3	21.7	21.2	32.5
SMG	13.0	9.8	5.7	24.6	10.1	5.5	31.3	11.2	12.0
SPT	10.7	9.8	13.2	12.9	9.7	13.7	21.6	14.4	12.2
STJ	10.4	6.8	5.9	12.0	6.3	6.7	16.5	18.7	19.8
TTB	11.9	20.9	14.2	26.3	21.4	13.1	38.2	25.0	18.5
TUL	8.6	14.4	4.6	7.1	15.1	8.5	9.9	6.3	5.3
VAL	7.3	3.4	6.2	8.9	5.7	7.4	17.0	7.4	10.3
WHS	12.9	16.5	7.6	14.4	16.5	11.4	12.7	13.8	8.0
Global	11.6	6.9	10.4	14.6	8.2	12.2	20.3	15.2	25.6

Tabla 6.3: Valores de los ajustes RMS, por componentes y observatorios, de las diferencias respecto la media proporcionados por los modelos: NAGRM, CM4 e IGRF-12.

Para visualizar de un modo más claro lo expuesto en la tabla, se ha generado la *Figura 6.5*, donde se representan los valores RMS en forma de histogramas. En el panel superior se representa el RMS total para cada observatorio, mientras que en el inferior se muestran los valores RMS para cada componente XYZ. Los resultados ponen en evidencia como el NAGRM mejora los modelos globales en la gran mayoría de observatorios. Y de forma más detallada, se observa un peor comportamiento para la componente X (con un ajuste RMS medio de 11.6 nT, superior a los valores para las demás componentes como se indica en la última fila de la *Tabla 6.3*). Creemos que ello es debido a la contaminación por campos externos aún remanente en las medias mensuales y anuales, ya que estas perturbaciones magnéticas suelen ser de mayor amplitud en la intensidad horizontal (*H*), y por tanto en la componente X. Esto lo vemos reflejado en los observatorios de altas

latitudes como GDH, NAQ, PBQ entre otros, pero también a medida que disminuimos la latitud como BSL, FRD o GUI, donde en estos se observa menores RMS para la Z por no estar situados a latitudes tan altas. En cambio, vemos como en TTB por estar situado más al Sur, el ajuste RMS de la X ha disminuido siendo el de la Y el más elevado. Por otro lado, el ajuste de la componente Z puede sufrir además desviaciones debido a anomalías en la inducción magnética, generalmente por el contraste lateral de la conductividad eléctrica en la interfaz continente-oceano (conocido como efecto costa; Parkinson y Jones, 1979). Este fenómeno se observa en el ajuste RMS de la Z para COI (27.2 nT), HVN (27.8 nT) y SFS (17.1 nT).

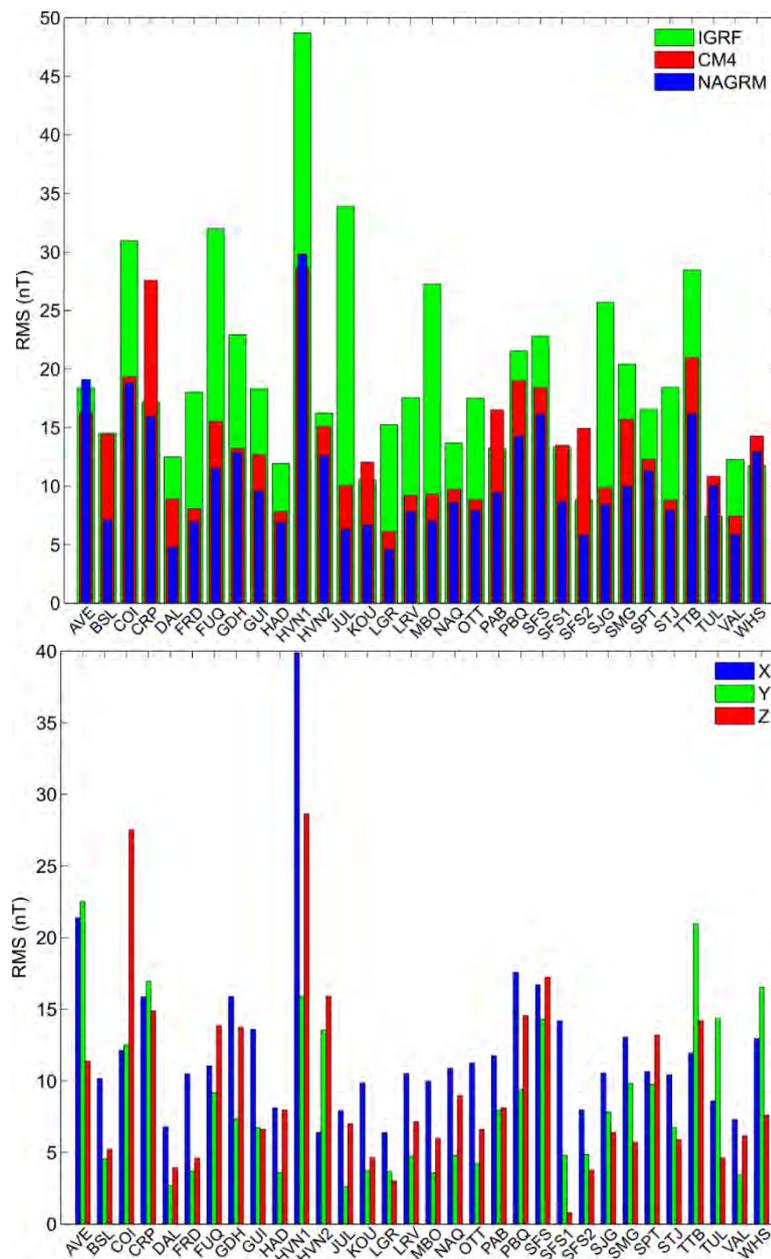


Figura 6.5: Representación del ajuste RMS total para las MFD en los observatorios (superior) según el código de la IAGA para el NAGRM, CM4 e IGRF-12. Representación del ajuste RMS en los observatorios según la componente magnética (inferior) dada por el NAGRM.

En la *Figura 6.6* se muestran los resultados en dos observatorios (MBO y PBQ) donde la línea azul corresponde al modelo regional NAGRM, la roja al CM4 y los círculos grises son los datos de dichos observatorios empleados en el modelo. En la columna de la izquierda se representa el valor del campo principal (MF), mientras que en la de la derecha se ha representado la variación secular (MFD). Si nos fijamos en la variación secular (panel derecho de la *Figura 6.6*) se observa como el NAGRM se adapta mejor a los valores observados de la componente Z en MBO que el CM4, sobre todo al principio de la ventana temporal.

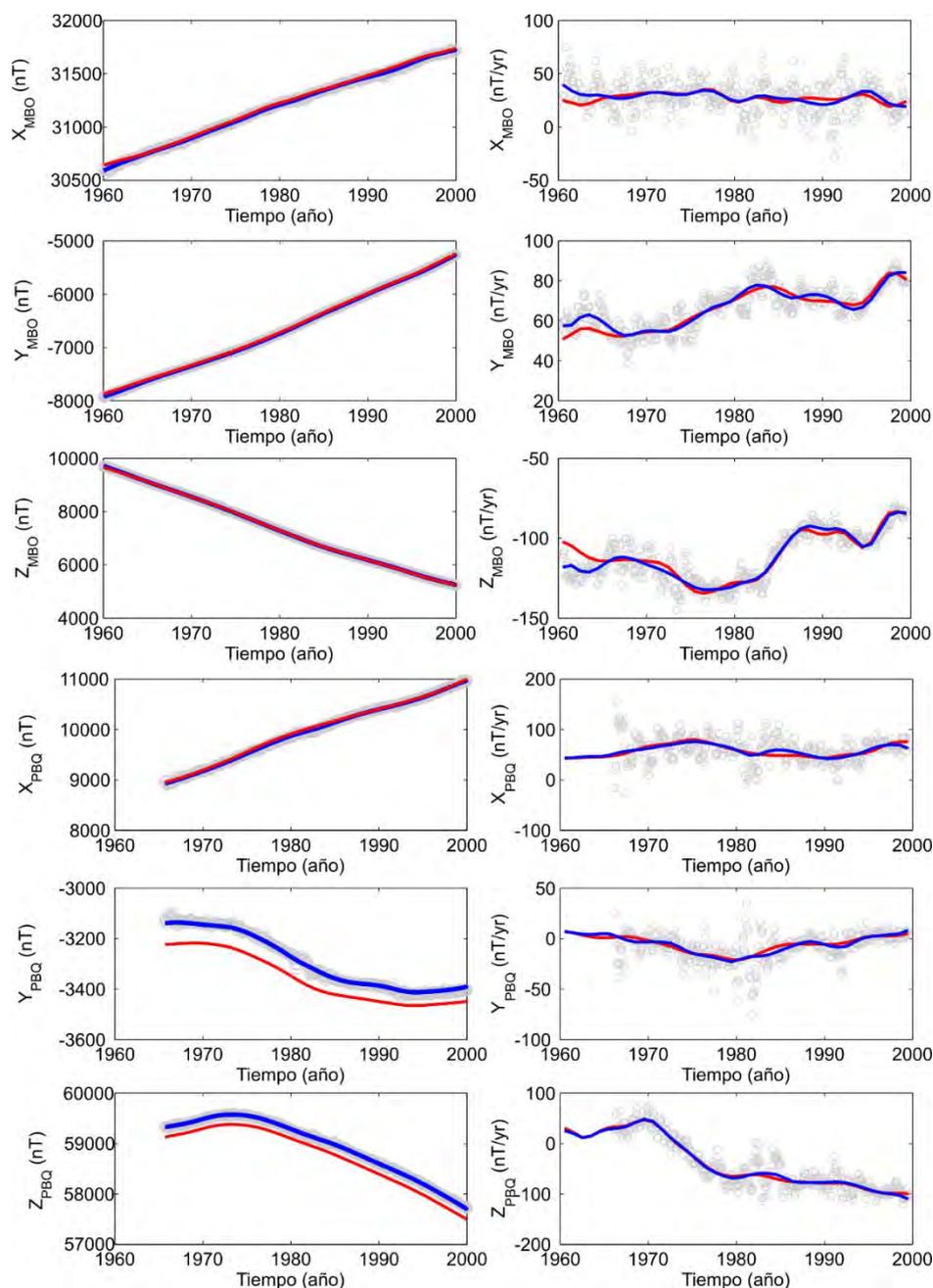


Figura 6.6: Representación del campo principal (izquierda) y su VS (derecha) mediante el modelo NAGRM (azul), y el CM4 (rojo) para dos observatorios indicados por su código de la IAGA (en círculos grises los valores observados).

6.3.2. Análisis del campo principal o fijo en observatorios y determinación de las anomalías corticales

Como se ha descrito anteriormente, el modelo NAGRM proporciona los valores del campo fijo o principal para cada observatorio y los valores de la anomalía cortical (conocido como *bias*). El poder modelar ambos valores por separado ha sido fundamental, pues como es sabido en algunos observatorios, las anomalías corticales (*biases*) toman valores considerables. Ello hace que los *biases* sean necesarios para poder determinar de forma precisa los valores RMS del campo fijo.

En la *Tabla 6.4* se dan dichos valores comparados con aquellos proporcionados por otros autores (Sabaka et al., 2002 y por Verbanac et al., 2015). Los *biases* proporcionados por Sabaka et al. (2002) corresponden a los analizados por el modelo CM4. En este caso, se proporciona más de un valor del *bias* para algunos observatorios (según hayan cambiado de ubicación o equipamiento; Sabaka et al., 2002). Como se explica en el Capítulo 4, para los observatorios que sufrieron saltos en sus líneas de base decidimos transportar toda la serie magnética a la última modificación o ubicación. Para mantener la coherencia, y debido a la falta de la información adecuada por parte del modelo global, escogimos el último *bias* proporcionado por éste. En la *Tabla 6.4* se cuantifica las importantes diferencias existentes entre las anomalías corticales dadas por el NAGRM y las relativas al CM4 (como ya hemos visto en la *Figura 6.6* para el observatorio PBQ). Esta diferencia disminuye considerablemente al comparar los valores que nos proporciona Verbanac et al. (2015). Por ejemplo, si nos fijamos en aquellos observatorios donde hay valores para los tres modelos, como el caso de OTT, entre el CM4 y NAGRM varían de 11 a 37 nT, en cambio los de Verbanac et al. (2015) y NAGRM solo difieren entre 2 y 9 nT. Mientras que en el caso del observatorio STJ vemos diferencias de 77 nT (o diferencias porcentuales relativas al NAGRM de entre 41 y 288), en cambio las diferencias con los valores de Verbanac et al. (2015) no superan las 9 nT (o diferencias en porcentaje relativas al NAGRM de entre 22 y 28).

	NAGRM (nT)			CM4 (nT)			Verbanac et al. (nT)		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
AVE	-12	9	-6	-	-	-	-	-	-
BSL	-85	31	76	1 (101)	70 (125)	16 (79)	-	-	-
COI	4	-15	-1	50 (1150)	356 (2473)	-26 (2500)	-	-	-
CRP	-308	116	78	-	-	-	-	-	-
DAL	39	28	-97	-8 (120)	69 (146)	-67 (31)	-	-	-
FRD	47	-54	140	61 (30)	-87 (61)	161 (15)	57 (21)	-51 (5)	138 (1)
FUQ	116	-55	65	134 (15)	-24 (56)	-10 (115)	-	-	-
GDH	275	-302	747	264 (4)	330 (209)	716 (4)	-	-	-
GUI	-3105	-817	-454	-3092 (0)	-801 (2)	-469 (3)	-	-	-

HAD	-45	12	71	-33 (26)	-6 (150)	65 (8)	-52 (15)	18 (50)	91 (28)
HVN1	39	198	33	53 (36)	188 (5)	8 (76)	-	-	-
HVN2	-106	76	-151	-	-	-	-	-	-
JUL	107	-144	325	-	-	-	-	-	-
KOU	111	99	-41	109 (2)	134 (35)	129 (415)	-	-	-
LGR	-11	6	45	6 (154)	4 (33)	27 (40)	-	-	-
LRV	-291	600	-478	-299 (3)	605 (1)	-532 (11)	-	-	-
MBO	94	40	64	91 (3)	58 (45)	66 (3)	-	-	-
NAQ	-298	271	491	-380 (27)	274 (1)	483 (2)	-	-	-
OTT	131	-143	147	150 (14)	-180 (26)	135 (8)	122 (7)	-134 (6)	149 (1)
PAB	-23	35	-47	12 (152)	17 (52)	-39 (17)	-	-	-
PBQ	133	366	44	160 (20)	296 (19)	-52 (218)	-	-	-
SFS	51	48	-71	56 (10)	-9 (118)	0 (100)	-	-	-
SFS1	37	11	-65	-	-	-	-	-	-
SFS2	-106	14	147	-	-	-	-	-	-
SJG	-64	173	175	-38 (40)	185 (7)	152 (13)	-	-	-
SMG	693	411	1682	730 (5)	419 (2)	1667 (1)	-	-	-
SPT	-4	18	-26	34 (950)	-14 (178)	-44 (69)	-	-	-
STJ	41	36	25	118 (188)	51 (41)	-47 (288)	32 (22)	44 (22)	32 (28)
TTB	-68	-63	-274	34 (150)	-80 (27)	118 (143)	-	-	-
TUL	-37	-43	60	-	-	-	-	-	-
VAL	108	-44	2	125 (16)	-36 (18)	-34 (1800)	107 (1)	-42 (4)	-1 (150)
WHS	209	-224	-191	186 (11)	-206 (8)	-200 (5)	-	-	-

Tabla 6.4: Valores de las anomalías corticales para los observatorios según NAGRM, CM4 y Verbanac et al. (2015). Entre paréntesis se muestran las diferencias porcentuales relativas a los valores proporcionados por el modelo NAGRM.

Para determinar qué modelo nos proporciona las anomalías corticales más realistas, hemos calculado los ajustes RMS del campo principal más dichas anomalías para el NAGRM y el CM4, en aquellos observatorios donde el modelo global nos proporciona solamente un valor para el *bias* (evitando tener que comparar *bias*es diferentes). Dichos resultados vienen dados en la *Tabla 6.5* y en la *Figura 6.7*.

	MF					
	NAGRM (nT)			CM4 (nT)		
	X	Y	Z	X	Y	Z
BSL	16.9	9.8	8.5	78.0	30.4	56.1
DAL	16.5	2.9	15.8	35.1	42.9	16.5
FRD	12.8	4.4	6.9	15.9	34.3	17.9
GUI	20.0	10.4	11.7	21.2	14.4	10.2
HAD	9.0	3.8	11.1	15.6	19.1	13.1
KOU	18.7	14.5	5.6	17.1	28.2	166.9
LGR	9.3	3.5	7.0	18.5	3.8	24.5
LRV	10.8	5.4	11.9	14.5	7.1	63.2
OTT	12.4	4.3	12.6	24.2	37.8	21.5
PAB	23.4	15.9	24.6	18.8	30.1	32.0
SMG	24.8	11.6	5.9	42.9	13.9	19.1
SPT	13.0	10.5	9.6	41.2	36.0	22.0
STJ	12.0	14.1	10.0	79.2	22.5	68.4
TTB	26.4	24.4	25.6	107.7	31.7	399.7
WHS	25.9	15.9	18.2	14.6	24.6	10.6
Global	13.9	8.7	11.4	40.2	27.5	61.8

Tabla 6.5: Valores para cada observatorio y valor global de los ajustes RMS del campo principal por componente geomagnética según el NAGRM y el CM4.

Los resultados indican que las diferencias entre los ajustes RMS para el campo principal del NAGRM y del CM4 son considerables (con unos valores máximos de casi 400 nT) y mostrando una clara mejora del ajuste RMS mediante el NAGRM para todos los observatorios usados. Las mayores diferencias se observan en TTB y KOU donde el ajuste RMS de la componente Z proporcionado por el CM4 es muy superior al dado por el NAGRM, indicando que este último es capaz de proporcionar un *bias* de dicha componente más realista.

Si nos centramos ahora solo en los *bias* proporcionados por el NAGRM podemos extraer más información acerca de los datos de observatorio usados. En la *Figura 6.7* se distingue claramente que los observatorios con el *bias* más alto corresponden a localizaciones en islas de origen volcánico (LRV – Islandia, con un valor máximo de casi 600 nT en Y, SMG – Azores, con un valor máximo de casi 1700 nT en Z, GUI – Canarias, con un valor máximo de más de -3100 nT en X). Ello es debido a que las rocas basálticas generadas por los procesos eruptivos presentan valores muy altos de magnetismo remanente dando lugar a altos valores de campo cortical en dichas zonas. Este fenómeno lo observamos también en LIV (Isla Livingston, en las Islas Shetland del Sur – Antártida), observatorio gestionado por el Observatorio del Ebro, donde debido a la anomalía conocida como Anomalía del Margen Pacífico de la Península Antártica se registran *bias* de casi 1000 nT en la Z, 1100 nT en F, y 2° en D (véase Torta et al. (1999)). También son grandes en Groenlandia (GDH, NAQ), aunque para estos casos no está del todo claro que sea debido a la naturaleza de las rocas, ya que también puede deberse a problemas instrumentales, puesto que en emplazamientos remotos suele haber dificultades logísticas. Aunque se podría investigar, estos hechos son muy secundarios para nuestros propósitos.

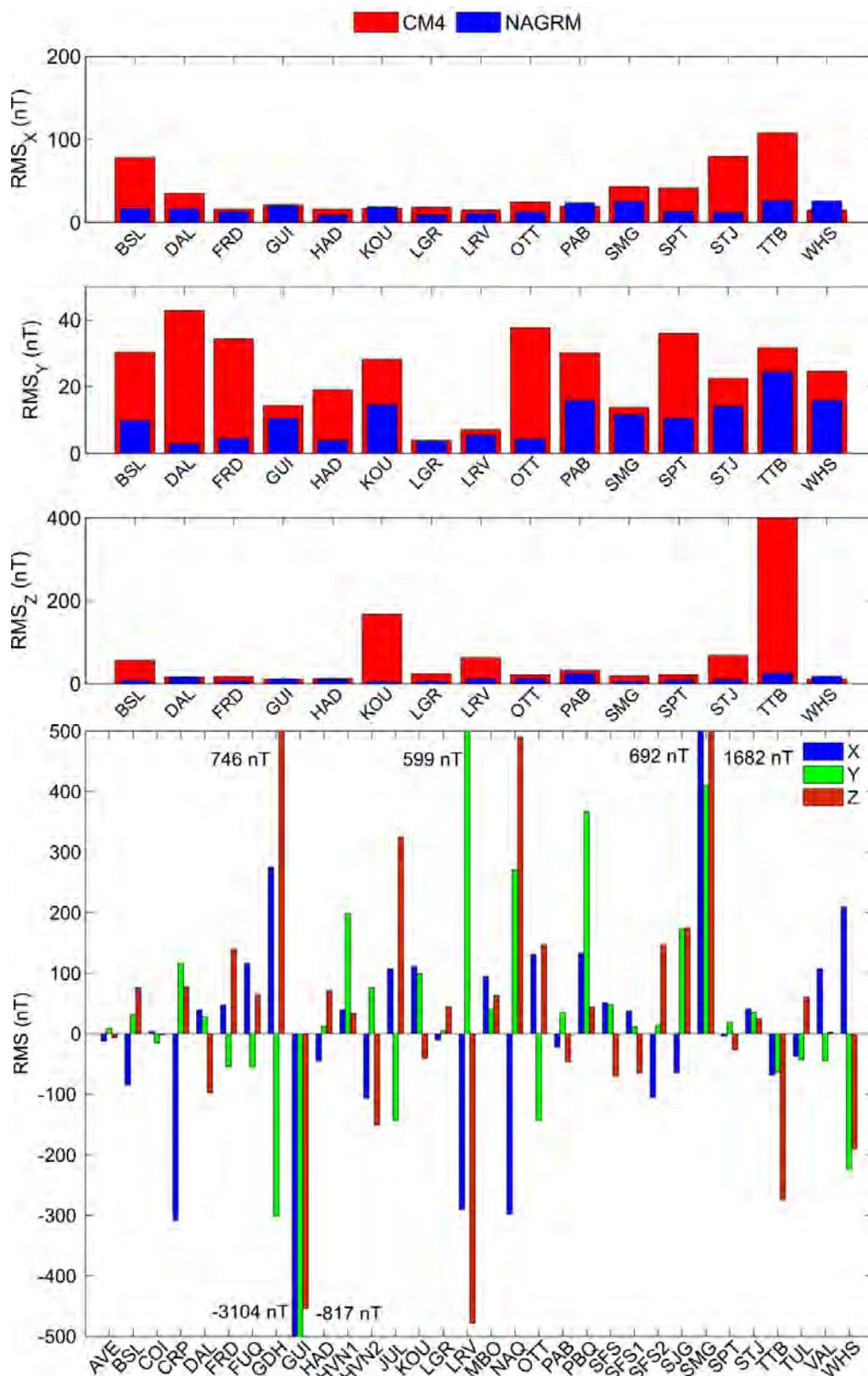


Figura 6.7: Representación del ajuste RMS del campo total de algunos de los observatorios según el código de la IAGA (superior), para el NAGRM y el CM4. Muestra de los valores, por componente, del bias según el código de la IAGA (inferior) para el modelo NAGRM.

6.4. Datos marinos

En cuanto a los datos marinos, descartamos emplear valores de intensidad total en el modelo NAGRM debido a la gran dispersión y ruido que estos presentan, hecho que se evidenció con varios test llevados a cabo usando dicha información del campo principal. A este hecho se le suma la complejidad de combinar, mediante una aproximación lineal, la intensidad total de los datos marinos con los datos de las tres componentes geomagnéticas XYZ. Sin embargo, esta dificultad disminuye al modelizar los datos marinos de cruce mediante el método MFD. Teniendo en cuenta estas limitaciones, el modelo NAGRM proporciona un valor RMS para este tipo de datos de 20.0 nT, el mismo valor proporcionado por el modelo global CM4, pero mucho menor que el obtenido con el IGRF-12 (ver *Tabla 6.6*).

MFD (VS)			
	NAGRM	CM4	IGRF-12
F	20.0	20.0	23.6

Tabla 6.6: Valores de los ajustes RMS de los datos marinos de cruce proporcionados por los modelos: NAGRM, CM4 e IGRF-12.

El hecho que obtengamos el mismo valor RMS en el modelo regional y el global CM4 nos plantea abordar en más detalle dicha comparación. Para ello hemos calculamos los residuos cuadráticos en ventanas temporales de 1 año movidas cada año entre 1960 y 2000. En la *Figura 6.8* presentamos dicho cálculo donde los puntos en verde representan las épocas donde hay datos de satélite. Se observa que para ciertas épocas el modelo NAGRM tiene un residuo más bajo que el CM4 aunque hay períodos donde ocurre lo contrario; en cambio, para las épocas con datos de satélites los residuos RMS se asemejan, por lo que estos datos proporcionan una mayor coherencia entre ambos modelos. Cabe destacar las oscilaciones que sufren los ajustes de ambos modelos en las épocas finales de la ventana temporal.

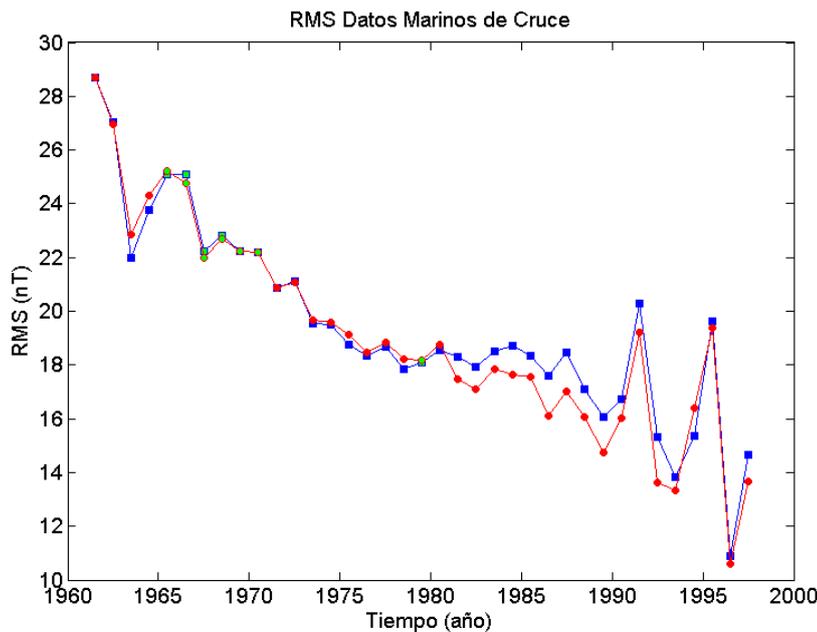


Figura 6.8: Representación del ajuste RMS para los datos marinos de cruce según el NAGRM (azul) y el CM4 (rojo); donde los puntos verdes son épocas con datos de satélite.

Con el fin de entender mejor la influencia de los datos marinos en la generación del NAGRM, hemos analizado en detalle la distribución temporal de dichos datos y la diferencia temporal que existe entre ellos. En la *Figura 6.9* se representa el número de datos marinos de cruce en función del tiempo (curva violeta). Cada dato de cruce se ha contabilizado como una única observación y se le ha asignado la media temporal de las épocas de los dos datos involucrados. Dicha curva muestra un máximo de observaciones en torno a 1974 con 3097 datos. En la misma figura, hemos representado para esos mismos valores medios temporales, las diferencias entre el tiempo en que éstas fueron tomadas (curva verde). La máxima diferencia temporal entre dos datos marinos de cruce es de 14.1 años, centrada en 1984.

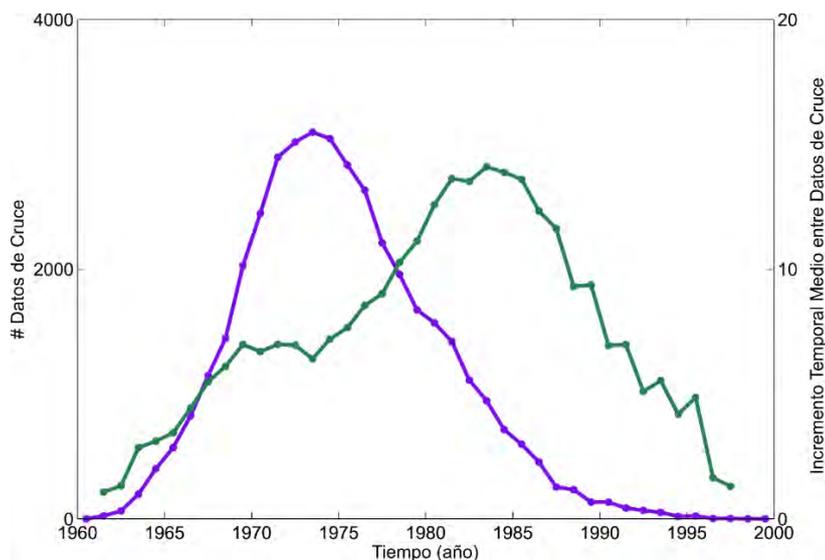


Figura 6.9: Distribución temporal del número de datos marinos de cruce (violeta), y la distribución del valor medio de la diferencia temporal entre los datos marinos de cruce (verde).

Si analizamos conjuntamente las dos figuras fijándonos en periodos concretos de tiempo, podemos llegar a interesantes conclusiones. Si centramos nuestra atención en el ajuste RMS (en la *Figura 6.8*) entre 1974 y 1979, vemos que el modelo NAGRM presenta valores inferiores que el CM4. Fijándonos ahora en la *Figura 6.9* para el mismo período, vemos que este hecho se debe a la elevada cantidad de datos marinos de cruce que tenemos, un máximo de 3079 datos en 1974 y un mínimo de 1957 datos en el año 1979 (recordemos que el CM4 no fue generado a partir de esos datos marinos). A este hecho debe añadirse que la media entre las diferencias temporales de ambos datos de cruce se encuentra entre 6 y 10 años, además de ser épocas sin datos de satélite. A medida que aumenta el tiempo en la *Figura 6.8*, entre 1980/1981 y 1990/1991, el CM4 presenta un ajuste RMS más bajo que el NAGRM, donde estas épocas coinciden con las máximas diferencias temporales entre los datos marinos de cruce (curva verde) y con un descenso del número de datos marinos (mínimo de 133 datos, curva violeta) observable en la *Figura 6.9*. En la parte final de la *Figura 6.8* vemos como el ajuste RMS sufre oscilaciones en sus valores. Del 1991 al 1992 hay una subida del ajuste RMS significativa, estrechamente relacionada con una disminución del número de datos (*Figura 6.9*), de 133 a 86. En cambio, en el año 1993 el número de medidas disminuye a 66 pero no se observa una disminución abrupta del ajuste RMS en la *Figura 6.8*. Esto se debe a que las diferencias temporales entre los datos marinos de cruce disminuyen de 7 a 5 años, y por tanto queda

reflejado en la disminución del RMS. El otro pico importante en el valor del RMS se encuentra en 1996, éste corresponde a una disminución del número de datos, con solo 22 datos marinos, y con el mismo valor entre las diferencias temporales, de casi 5 años. A este pico le sigue inmediatamente una bajada del ajuste RMS, en 1997, conjuntamente con una importante disminución en el valor de las diferencias temporales entre datos marinos de cruce, de 1.6 años, junto una disminución de los datos disponibles. Estos hechos indican que las elevadas diferencias temporales de los datos marinos de cruce afectan directamente la bondad del ajuste.

Podemos también dibujar traza a traza la diferencia entre las predicciones de ambos modelos, *Figura 6.10*. Las diferencias entre los modelos son mínimas, como hemos mostrado anteriormente, de modo que para destacarlas la escala de colores de la figura no es lineal. Se observa una dependencia longitudinal en el signo de las diferencias entre ambos modelos, o patrón Este-Oeste, con tres sectores claramente dominados por diferencias positivas, alternándose con otros dos dominados por diferencias negativas; aunque parece también distinguirse un patrón N-S, con alternancia de signo zonal (empezando con positivos en la zona más septentrional, y volviendo estos a aparecer en la zonas central y más meridional). Se observan algunas trazas con diferencias opuestas a las de las que las rodean, rompiendo el patrón general; este hecho probablemente se deba a que esas líneas marinas sean más antiguas (incluso procedentes de registros analógicos), y por tanto, acarreen un mayor error en el valor de la anomalía. Las principales diferencias zonales y sectoriales podrían ser debidas a la mayor resolución del modelo regional frente al modelo global. Con la intención de demostrar esta afirmación, en la *Figura 6.11* representamos algunos armónicos del casquete esférico (compuestos por el producto entre las funciones asociadas de Legendre en colatitud y los términos de Fourier en longitud) empleados por el NAGRM. Esta figura muestra patrones que podemos identificar en la figura precedente.

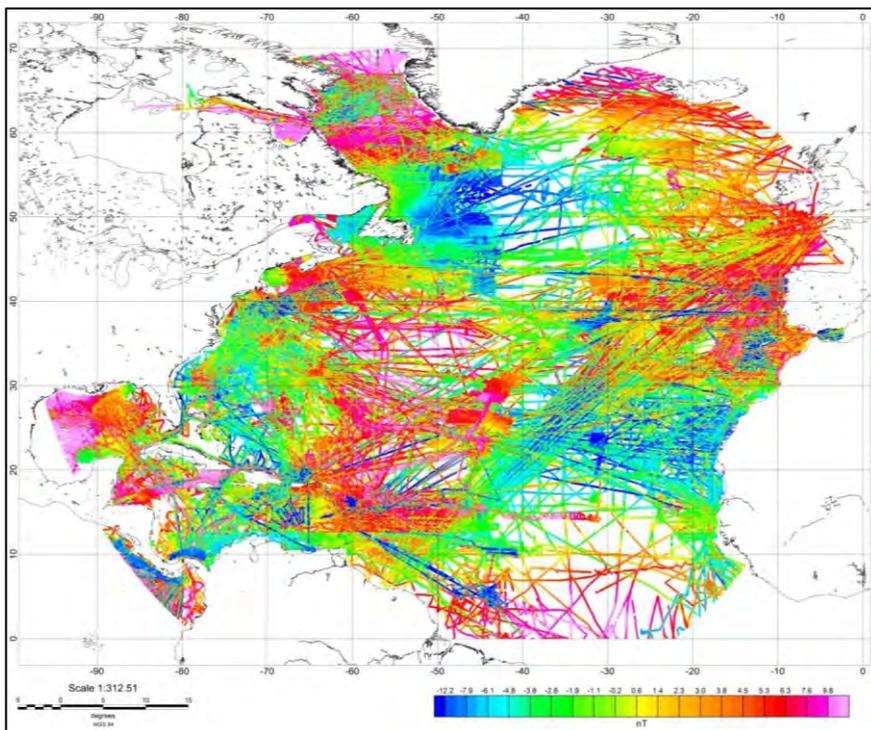


Figura 6.10: Diferencia entre los valores de intensidad total sintetizados por el CM4 y por nuestro modelo geomagnético en las trazas de los cruceros que dieron lugar a los puntos marinos de cruce.

La elección de las funciones representadas no es aleatoria, sino que viene determinada por el valor significativo de los coeficientes asociados a ellas en el modelo. En la *Figura 6.12* vemos la evolución temporal de los coeficientes que acompañan a las funciones de Legendre internas, donde las otras funciones de la técnica R-SCHA no se han considerado al tener valores significativamente más pequeños.

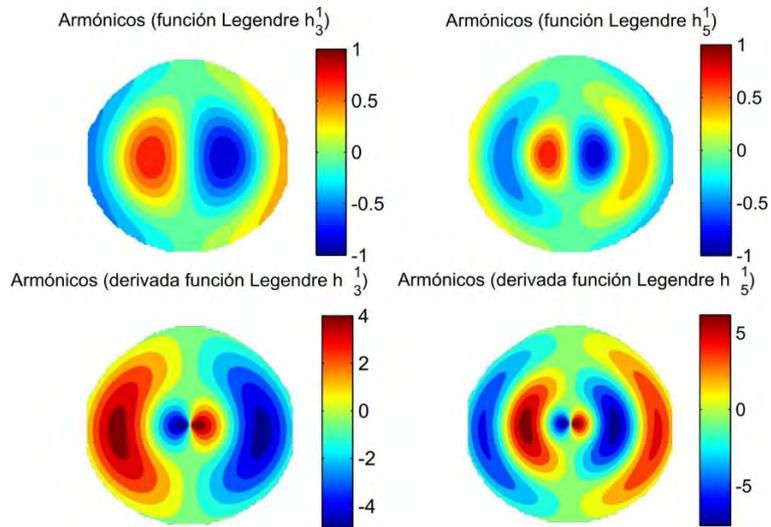


Figura 6.11: Representación de los armónicos del casquete esférico y sus derivadas para ciertos grados y órdenes.

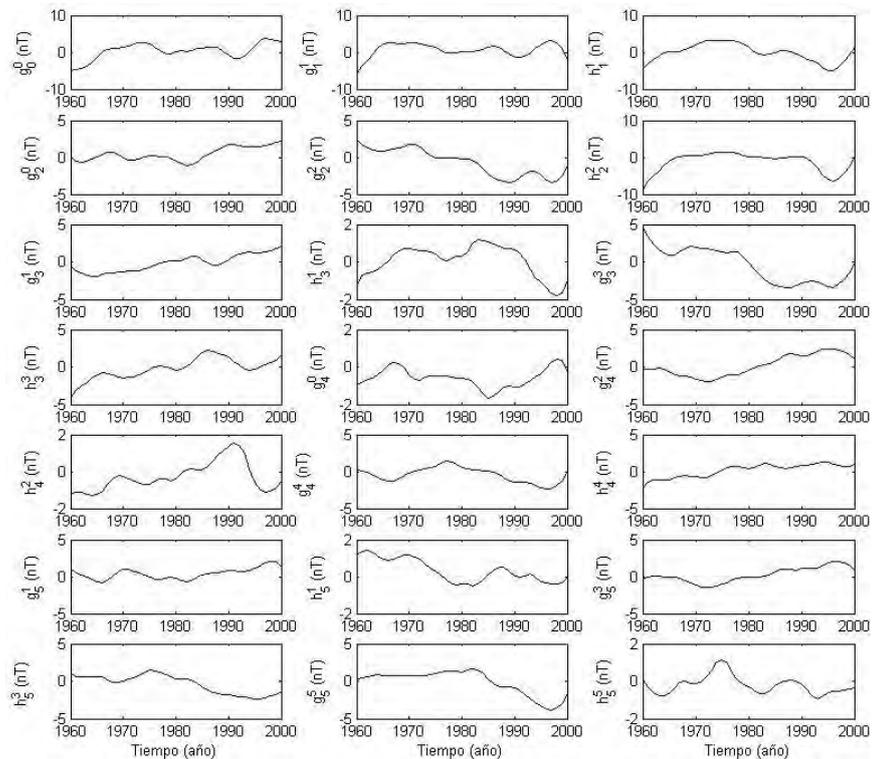


Figura 6.12: Evolución temporal de los coeficientes asociados a las funciones de Legendre internas.

6.5. Datos de satélite

Los datos de satélite proporcionan información del campo principal, bien sea mediante las componentes XYZ, o la intensidad total F . Los resultados muestran que el modelo NAGRM proporciona un mejor ajuste que el CM4 y el IGRF-12 para este tipo de datos, con mayores diferencias para la componente Vertical Z y la intensidad F . Todos los valores RMS se recogen en la *Tabla 6.7*.

	MF		
	NAGRM	CM4	IGRF-12
X	6.4	6.9	10.3
Y	7.2	7.6	9.2
Z	5.8	7.3	12.7
F	4.6	5.8	15.1
Global	5.3	6.3	13.9

Tabla 6.7: Valores de los ajustes RMS (en nT) por componentes para los datos de satélite proporcionados por los modelos: NAGRM, CM4 e IGRF-12.

A continuación vamos a analizar estos valores de forma más detallada mediante representaciones gráficas. Para poder analizar el efecto de la distribución de los residuos de los datos satelitales, estos se han representado en función de la altura y la latitud (*Figura 6.13*). En el panel superior vemos la distribución de las componentes magnéticas respecto la altura del satélite durante la medida. Vemos una mayor dispersión para alturas bajas; este hecho puede ser debido a una influencia de perturbaciones de los campos externos en la intensidad magnética horizontal, como ya vimos para los observatorios, cuyas fuentes (principalmente en la ionosfera, que se encuentra a partir de 60 km) se encuentran más próximas en esas bajas altitudes. La mayoría de residuos se encuentran entre -20 y 20 nT, solamente algunos valores se escapan a estos umbrales. En el panel inferior se representa la variación en latitud de los residuos. Si nos fijamos en los datos vectoriales, éstos presentan valores más elevados para la X y la Y a partir de latitud geomagnética de 10° , con un aumento continuo hasta aproximadamente la latitud geomagnética 55° (correspondiente al inicio de la zona auroral, a partir de la cual ya descartamos los datos vectoriales por encontrarse contaminados por las corrientes alineadas con el campo). Por el contrario, la Z y la F presentan residuos más bajos en todo el intervalo de latitud geomagnética.

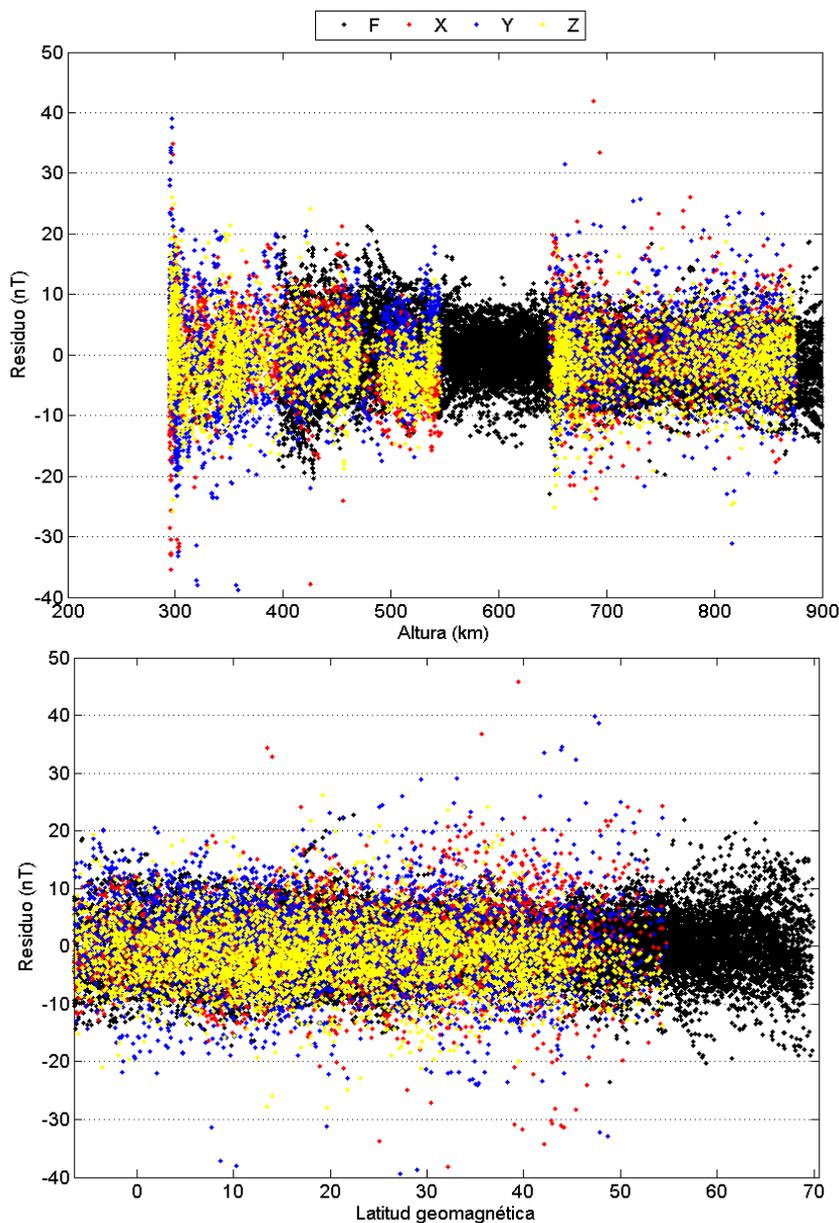


Figura 6.13: Representación de los residuos de los datos satelitales proporcionados por el NAGRM según la altura y la latitud geomagnética para las componentes F (negro), X (rojo), Y (azul) y Z (amarillo).

6.6. Incertidumbre del modelo y continuidad en el año 2000

Para dar una mayor robustez a nuestros resultados aplicamos una técnica de propagación de errores que permitió determinar el error proporcionado por el NAGRM. Usamos la técnica *bootstrap*, la cual nos proporciona las incertidumbres de los coeficientes de nuestro modelo a partir de las incertidumbres de los datos geomagnéticos usados. Para ello hay que considerar que el error de cada dato usado viene definido por una distribución gaussiana cuya desviación estándar coincide con dicho error. El método *bootstrap* consiste en generar una serie de modelos, donde cada uno de ellos ha sido construido mediante datos perturbados aleatoriamente de acuerdo a la distribución gaussiana de su error. Esto permite determinar el error de los coeficientes que definen el modelo, en este caso, los coeficientes R-SCHA. Con esta idea se generaron un total de

5000 modelos individuales, cuya desviación respecto al modelo NAGRM proporciona la desviación estándar para cada uno de los 72 coeficientes espaciales (ver *Figura 6.14* y el Anexo 4 para la representación de todos los coeficientes). A partir del error de cada coeficiente, podemos determinar el error de cualquier elemento geomagnético (campo fijo o VS) sintetizado por el modelo. En la *Figura 6.15* se representa la VS para dos observatorios (FRD y HAD) donde en azul representamos las predicciones del modelo NAGRM y su incertidumbre proporcionada mediante el método *bootstrap*. Representamos además, las predicciones del CM4 (rojo), y del IGRF (verde), y los datos reales de los observatorios (círculos). Como se observa el NAGRM se ajusta en general mejor a los datos que los otros modelos globales representados.

Como se ha comentado en la introducción a este capítulo, hemos constreñido el NAGRM en el final de su período de validez (1999 - 2000) mediante el CHAOS-6. La finalidad de este procedimiento reside en proporcionar una transición suave entre las predicciones de este reciente modelo global y el modelo regional propuesto. Con este propósito se calculan los coeficientes SCH del CHAOS-6 para 1999 y 2000 y se impone, a los coeficientes del modelo regional en la inversión, que los últimos dos *knots* tiendan a los obtenidos mediante el modelo global. En la *Figura 6.16* representamos, para el observatorio FRD, el campo geomagnético y su variación secular empleando ambos modelos, donde puede observarse que efectivamente se produce esa transición suave que perseguíamos.

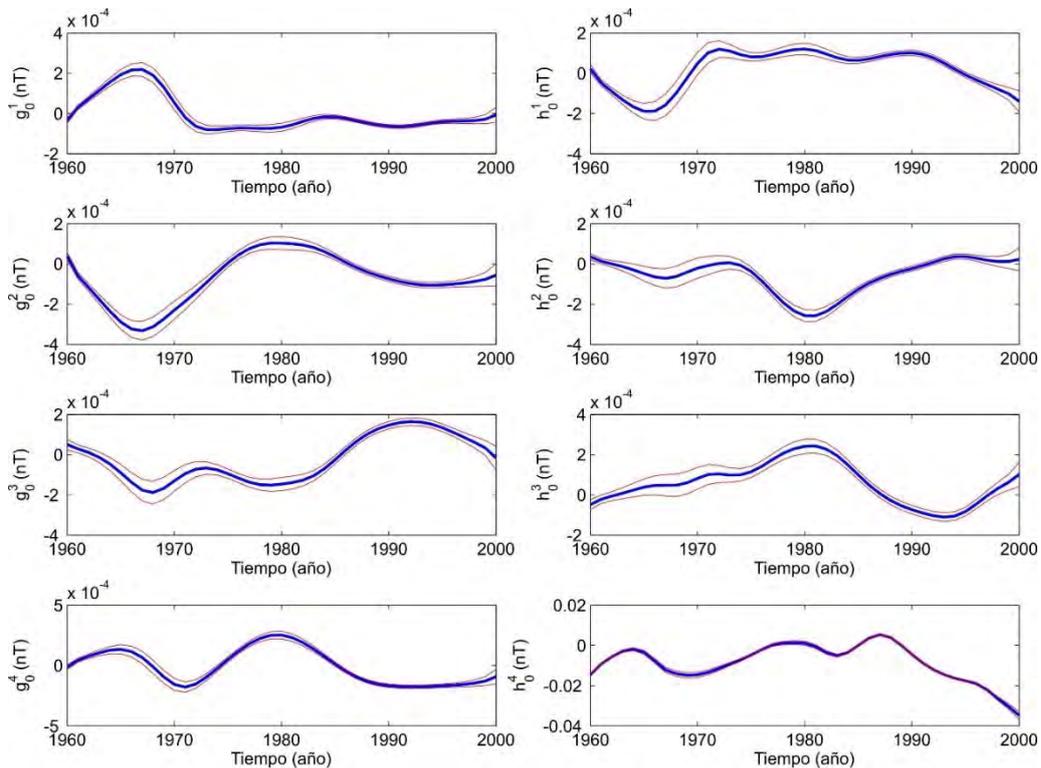


Figura 6.14 : Evolución temporal de los coeficientes asociados a las funciones de Mehler para $n = 0, -1$ (azul) y las respectivas desviaciones estándar (rojo).

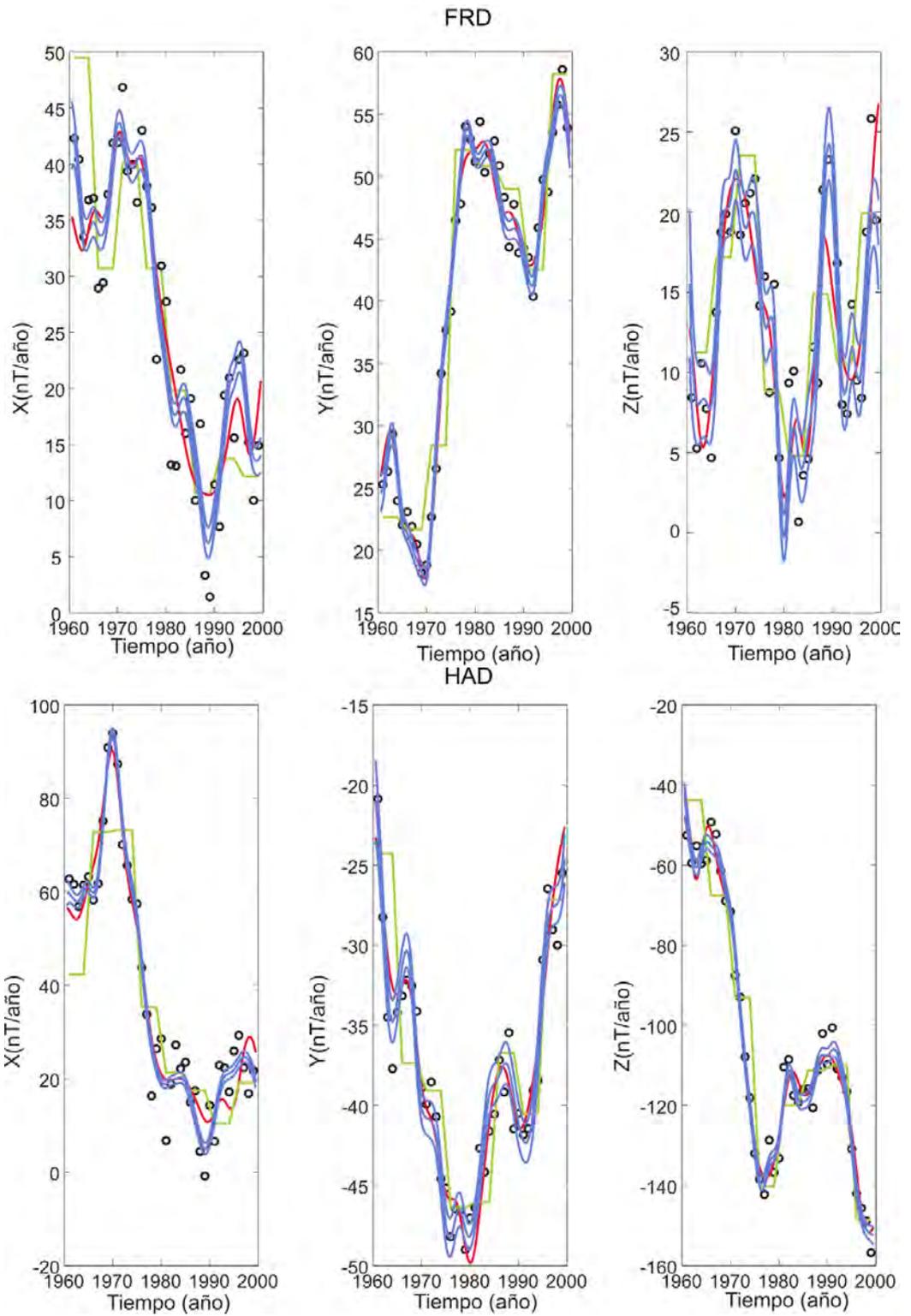


Figura 6.15 : Evolución temporal de la VS en los observatorios FRD y HAD para el NAGRM (azul), junto al intervalo de confianza, el CM4 (rojo), el IGRF (verde) y los datos reales (círculos)

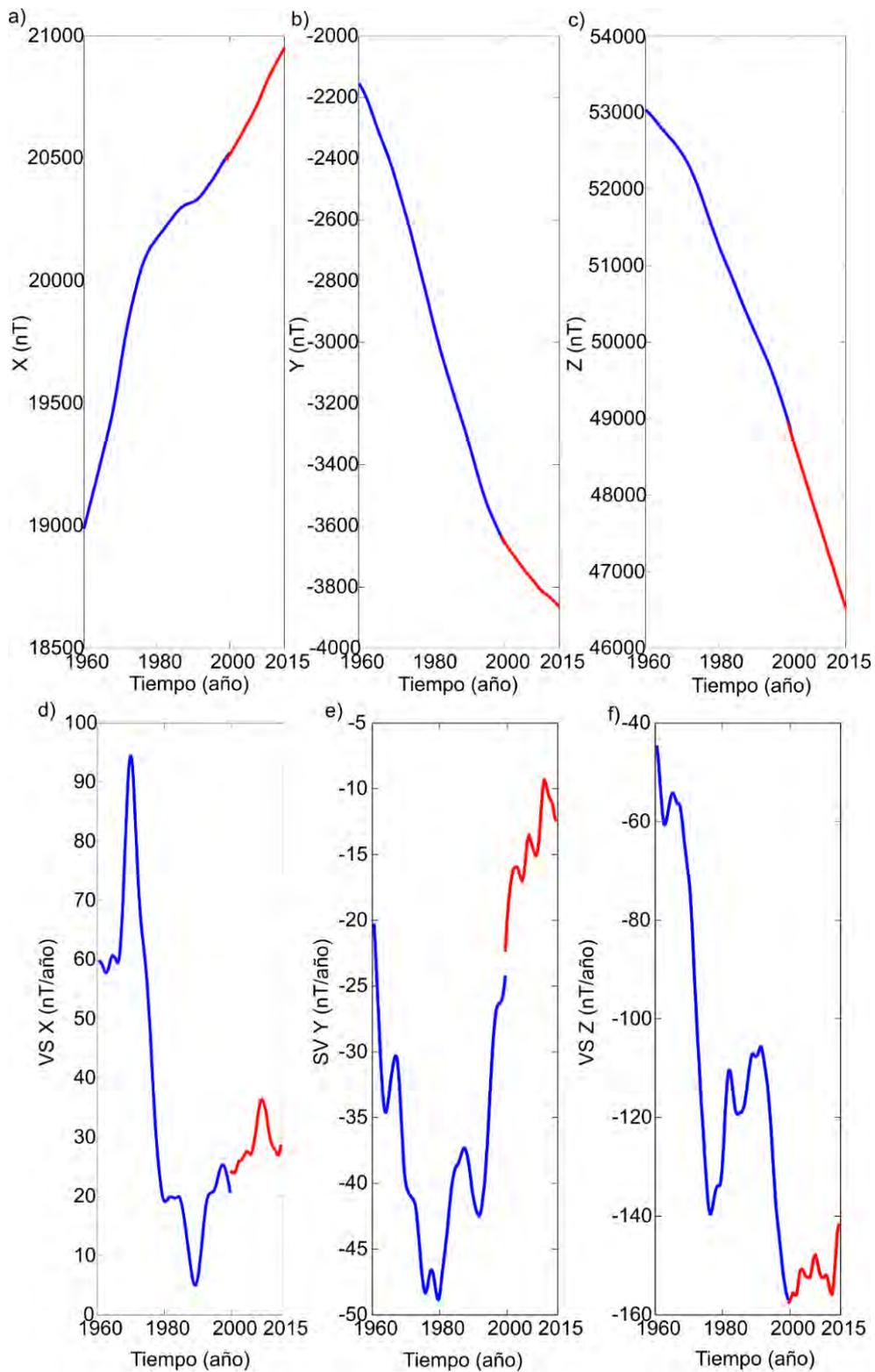


Figura 6.16: Valores de las componentes del campo principal (a, b, c) y de la variación secular (e, f, g) del observatorio FRD proporcionados por los modelos NAGRM (azul) y el CHAOS-6 (rojo).

6.7. NAGRM versus modelos globales

Para mostrar con más detalle las diferencias entre el modelo regional NAGRM y los modelos globales que comparten la misma ventana temporal (CM4 e IGRF-12), hemos calculado las diferencias medias del ajuste RMS entre estos modelos en el intervalo temporal para cada componente geomagnética en la superficie de la Tierra. Hemos generado, para cada modelo, los valores anuales del campo principal (1960 a 2000) y su variación secular (1961 a 1999) para una malla regular (de 5000 puntos distribuidos uniformemente). Posteriormente, para cada punto de la malla se ha obtenido la media temporal de las diferencias cuadráticas medias, o RMS. La comparación NAGRM – CM4 (*Figura 6.17*) muestra diferencias más notables en las zonas continentales, donde tenemos los datos de los observatorios y estaciones seculares. Vemos que para la componente Norte y su variación secular las diferencias son más elevadas que para el resto de componentes, hecho que está en concordancia con la *Tabla 6.3* y la *Tabla 6.5*. En la *Figura 6.18* se muestra la figura equivalente a la *Figura 6.17* comparando el modelo NAGRM con el modelo global IGRF-12. En esta figura vemos que las diferencias con el modelo IGRF-12 son mayores, como bien indican las tablas de ajustes RMS. No vemos que las diferencias más notables estén sobre las zonas continentales, como es el caso en la gráfica anterior. Esta vez las diferencias muestran un patrón regular, alternando máximos y mínimos. Son debidas a que el IGRF, en el período temporal del modelo, emplea hasta grado 10, mientras que, teniendo en cuenta la abertura de nuestro casquete y el valor máximo del índice K_{int} empleado para nuestro modelo, el grado máximo del NAGRM es de 13.39.

A pesar de que los datos de satélite y los valores proporcionados por el NAGRM (*Figura 6.13*) son coherentes, como vemos por sus residuos, nos interesa conocer también la capacidad del NAGRM para proporcionar continuidad en altura, hecho que está ligado con el uso de la técnica R-SCHA en este tipo de modelo a diferentes alturas. Con la intención de examinar si la variación radial del modelo es adecuada en el área definida, comparamos sus predicciones con las del CM4, *Figura 6.19*. Esta figura proporciona la media temporal entre las diferencias RMS entre el NAGRM y el CM4. Estas variaciones radiales del residuo RMS se han calculado para dos perfiles perpendiculares entre sí que se cruzan en el centro del casquete. En la superficie terrestre, esta figura nos muestra el mismo patrón observado en la *Figura 6.17*, donde las diferencias mayores se encuentran en las zonas continentales y en los bordes del casquete. Estas diferencias medias del ajuste RMS van disminuyendo progresivamente a medida que la altura aumenta, excepto para la componente Z en latitudes altas, y por tanto también para la F. Este hecho puede ser debido a contribuciones de campos externos aún remanentes en esas latitudes.

Finalmente para visualizar de forma clara la bondad del modelo NAGRM, y su comparación con los modelos globales válidos para las mismas épocas, describimos de forma ordenada y agrupada mediante la *Tabla 6.8* las desviaciones cuadráticas medias según el tipo de dato empleado, y si han servido para ajustar el MF o las MFD, para todos los conjuntos de datos empleados.

a) MF RMS (NAGRM-CM4) b) SV RMS (NAGRM-CM4)

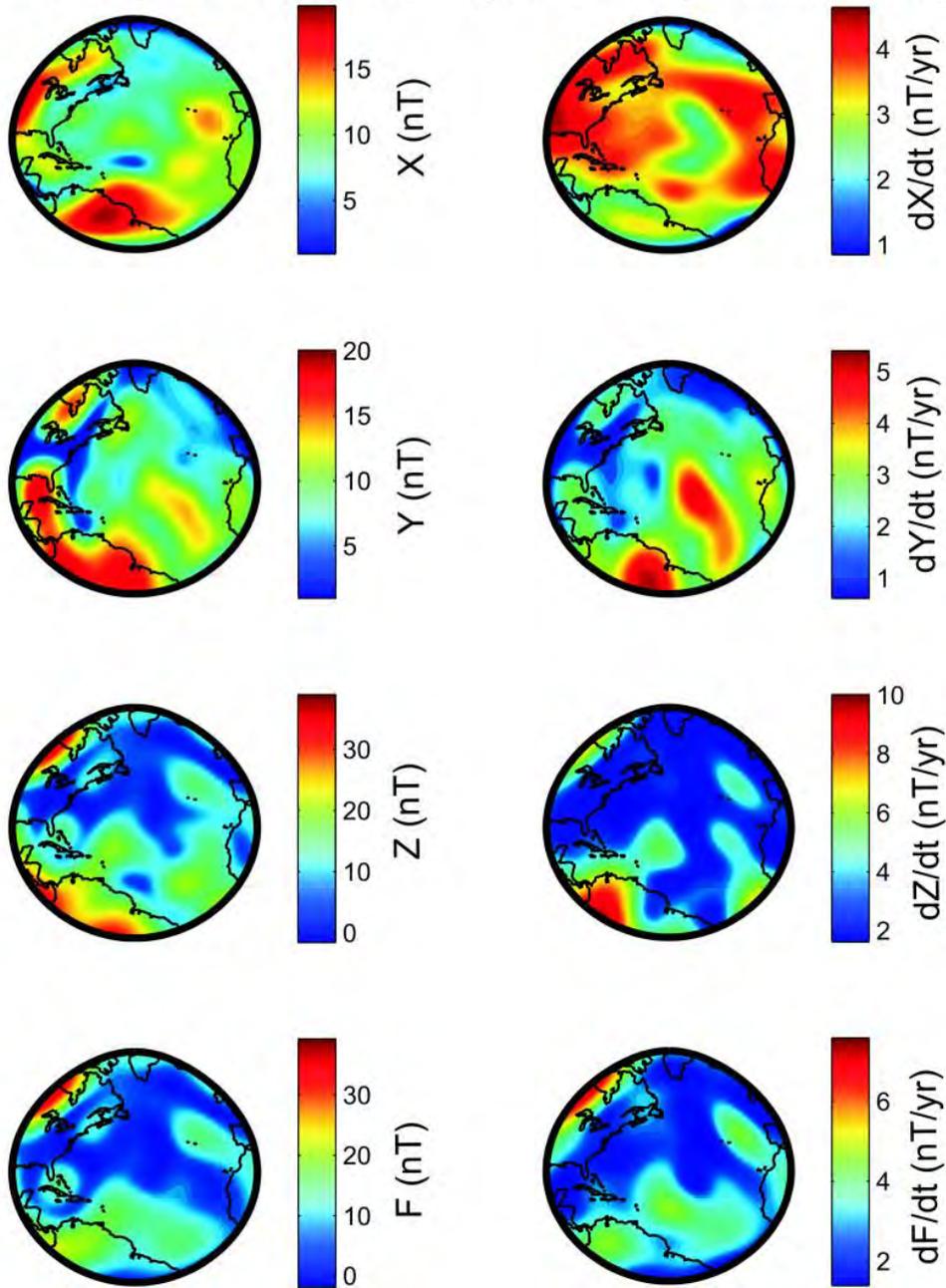


Figura 6.17: Mapas de la media temporal de las diferencias RMS entre el NAGRM y el CM4 para el campo principal (a) y la variación secular (b). Modificada de Talarn et al. (2016).

a) MF RMS (NAGRM-IGRF12) b) SV RMS (NAGRM-IGRF12)

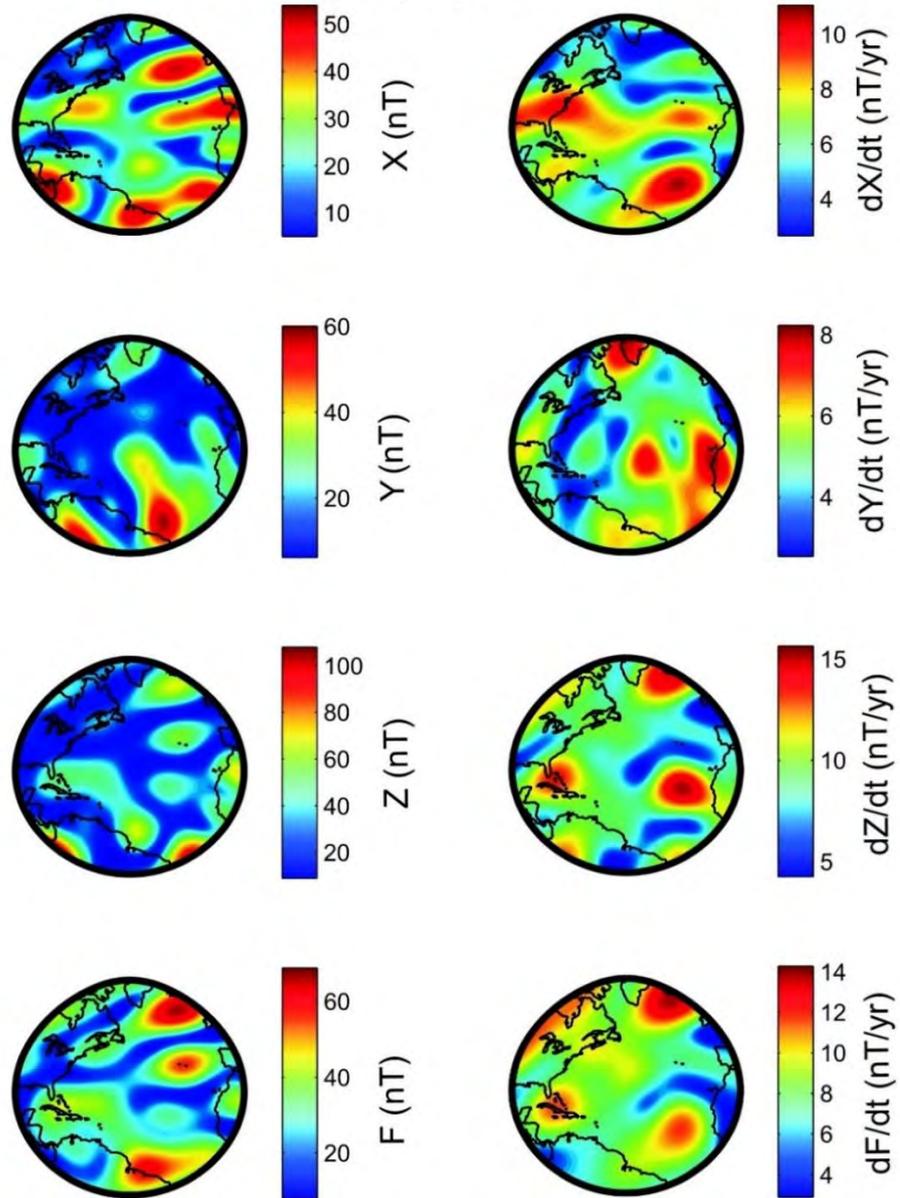


Figura 6.18: Mapas de la media temporal de las diferencias RMS entre el NAGRM y el IGRF para el campo principal (a) y la variación secular (b). Modificada de Talarn et al. (2016).

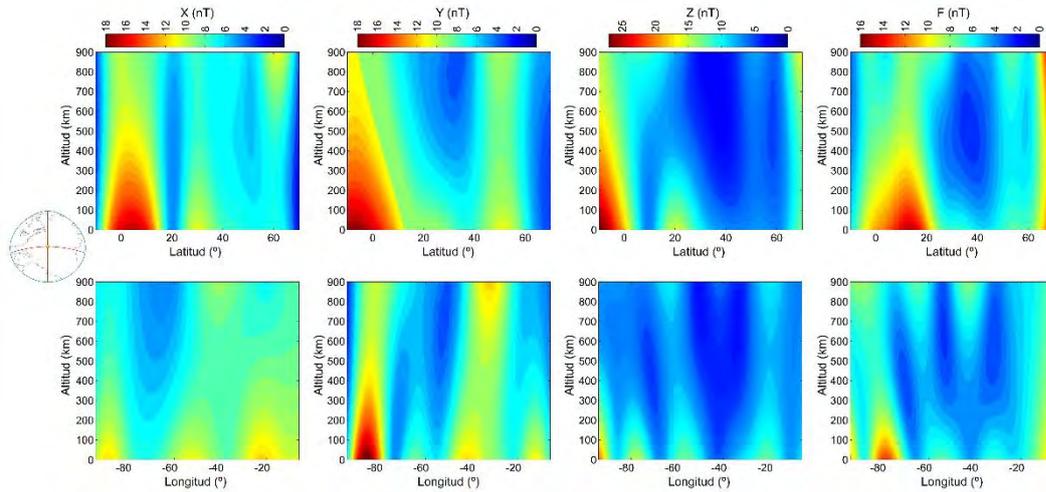


Figura 6.19: Variación de la media temporal de las diferencias RMS entre el NAGRM y el CM4 en altura por componentes a lo largo de dos secciones (longitudinal y latitudinal) que pasan por el centro del casquete. Modificada de Talarn et al. (2016).

MFD	Marinas (nT)		Observatorio (nT)			Estaciones Seculares (nT)			Total (nT)
	F	X	Y	Z	X	Y	Z		
# datos	40326	6523	6523	6523	1375	1375	1375	64020	
NAGRM	20.0	11.6	7.0	10.4	19.1	19.9	20.7	17.5	
CM4	20.0	14.7	8.2	12.2	19.5	20.8	21.6	18.0	
IGRF12	23.6	20.3	15.2	25.7	23.6	19.6	25.0	22.7	

MF	Observatorio (nT)				Satélite (nT)				
	X	Y	Z	Global	X	Y	Z	F	Global
# datos	6555	6555	6555	19665	4191	4191	4191	26181	38754
NAGRM	11.6	6.9	10.4	9.6	6.4	7.2	5.8	4.6	5.3
CM4	41.0	78.1	59.1	61.3	6.9	7.6	7.3	5.8	6.3
IGRF12	-	-	-	-	10.3	9.2	12.7	15.2	13.9

Tabla 6.8: Valores de ajuste RMS (en nT) por componentes para todos los datos empleados, separados según hayan contribuido al campo principal (MF) o a su variación secular (MFD).

Capítulo 7.
Aplicaciones

El desarrollo de modelos geomagnéticos, en sus orígenes, partió de la necesidad de dibujar mapas de los elementos geomagnéticos. La principal razón práctica surgió pues como consecuencia de las necesidades de la navegación y la dificultad de calcular la longitud en el mar. Además, su utilidad también se puede extender a la construcción de mapas en tierra. Estas aplicaciones prácticas motivan la investigación y la comprensión del campo geomagnético en la historia reciente. Éste varía gradualmente debido a los procesos que tienen lugar en el interior de la Tierra, estos cambios requieren de frecuentes actualizaciones no solo para entender mejor los mecanismos subyacentes que generan el campo geomagnético, sino también para tener actualizaciones de mapas y descripciones de cómo éstos varían en el tiempo. Uno de los objetivos principales de los modelos geomagnéticos del campo principal es permitir identificar y describir las diferentes fuentes magnéticas, tanto las propias de ese campo principal, como las del resto de contribuciones externas e internas, al ser usados esos modelos como referencia para precisamente eliminar la contribución nuclear.

En el capítulo anterior se ha presentado el modelo regional NAGRM, demostrando como el uso de la técnica R-SCHA es eficiente al representar el campo principal y su variación secular, no solamente en la superficie terrestre sino también en altura. El NAGRM proporciona mejores ajustes respecto al IGRF para cada set de datos y respecto al CM4 para algunos tipos de datos. En el presente capítulo pretendemos exponer algunas de las posibles aplicaciones del modelo desarrollado.

7.1. Morfología del campo geomagnético para el período 1960 - 2000

Del mismo modo que los modelos globales para toda la esfera, los modelos regionales se emplean para generar mapas geomagnéticos regionales. El NAGRM es válido para cualquier época comprendida entre el período entre 1960 y 2000. En la *Figura 7.1* se representa la evolución temporal de los elementos geomagnéticos Norte (X), Este (Y) y Vertical (Z) y la intensidad (F), desde 1960 hasta 2000 cada cinco años. Mientras que la *Figura 7.2* muestra los mapas de la correspondiente VS del campo principal, que la empezamos representando en 1961 y acabamos en 1999. En los mapas de campo principal, debido al relativo corto período de tiempo (40 años) y a las largas longitudes de onda, apenas podemos percibir grandes cambios. Estas diferencias son más significativas en la VS y para poder distinguir la evolución de dichos cambios con mayor claridad hemos cambiado la escala de colores en la *Figura 7.2*. Con esta intención, además, representamos mediante un triángulo los valores máximos de VS para cada componente en cada mapa, mientras que los valores mínimos se marcan a través de un triángulo invertido.

En las primeras épocas, las componentes horizontales de la variación secular muestran claramente un comportamiento dipolar, el cual evoluciona con el tiempo. En la *Figura 7.2* el lóbulo positivo de la componente Norte empieza a debilitarse en 1970 hasta 1993, para aumentar nuevamente de forma paulatina. Vemos que el máximo sufre una lenta deriva hacia el Noroeste, excepto en 1985 donde aparece ubicado más al Sudeste para volver a emprender su lenta deriva hacia el Noroeste. Esta variación rápida muestra la influencia del *jerk* geomagnético producido en 1991. En la componente Este se aprecia un claro aumento del lóbulo positivo, no solamente en extensión sino también en intensidad, pasando de ocupar el Sudeste del casquete hasta expandirse a toda la mitad Este del casquete. Durante los primeros años, se observa también un claro

desplazamiento del valor mínimo de la componente Este en dirección Noroeste hasta ubicarse en Centroamérica, entre Cuba y Nicaragua. Esta deriva resulta seguir el curso contrario entre 1970 y 1975, período que abarca la detección de otro *jerk*. Otra ligera variación en la ubicación del valor mínimo de VS en esa componente se observa alrededor de 1990 y de 1999. El lóbulo positivo de la componente Vertical se desplaza ligeramente hacia el Noroeste del casquete hasta desaparecer, mientras el lóbulo negativo aumenta su tamaño ocupando por completo el casquete. El valor mínimo sufre una deriva, primero en dirección Sudeste-Noroeste, pero esta tendencia varía entre 1975 y 1980, época que comprende otro *jerk* geomagnético, para mantenerse en una ubicación estable hasta finales de la ventana temporal. El lóbulo negativo de la intensidad total aumenta y se extiende cubriendo la parte central y oriental del océano Atlántico Norte y del continente Americano. Al mismo tiempo, el lóbulo positivo se desplaza hacia el Nordeste desapareciendo del casquete en las épocas finales. Como se puede comprobar, la evolución de la intensidad total del campo geomagnético coincide con la representación proporcionada por el NAGSVM-F en el Capítulo 5 (*Figura 5.4*), mostrando coherencia entre ambos modelos regionales presentados.

La variación secular sintetizada por el modelo regional NAGRM pone de manifiesto la falta de homogeneidad con la que producen los *jerks* en la VS. Centrándonos en los mapas alrededor del *jerk* de 1991, vemos de forma inequívoca la deriva del valor máximo, en la componente Norte juntamente con un debilitamiento y una ligera recuperación posterior de esta misma componente. Esta variación ocurre con mayor amplitud en el Norte y Nordeste de la región del casquete. En cambio, en las otras componentes el campo apenas se percibe un cambio significativo. Estas componentes sufren variaciones más notables entre 1965 y 1975, mientras que la componente Norte apenas muestra variación. Como ejemplo, observamos como el mínimo de la intensidad total sufre una deriva hacia el Nordeste, mientras el lóbulo positivo desaparece en el Norte del casquete.

El NAGRM permite definir los cambios espaciales y temporales que caracterizan al campo principal y su variación secular, permitiendo conocer los elementos del campo a diferentes alturas. Este es el caso de los mapas representados en la *Figura 7.3*, donde se ha representado el campo principal y su VS para varias alturas (0, 300, 600 y 900 km) en el año 1980.0. Como es obvio, al alejarnos de la fuente que lo genera, el campo principal y su VS se atenúan a medida que la altura aumenta.

Al haber podido modelar el vector campo geomagnético en su totalidad dentro del área de estudio, el NAGRM es capaz de representar la evolución temporal de los elementos angulares del campo geomagnético, como es la declinación magnética. Dicho elemento es el más representado históricamente por su utilidad para la navegación, y más concretamente en el Atlántico desde los viajes de Cristóbal Colón. En la *Figura 7.4* se muestran diferentes mapas de la declinación geomagnética mediante un patrón de colores apropiado para diferenciar con más claridad la línea ágena. Esta presenta un claro desplazamiento paulatino en dirección Oeste en el período de validez del modelo, tal como se describe en la literatura. Al principio de la ventana temporal dicha línea se encontraba sobre Cuba mientras que en el 2000 la línea ágena se había desplazado hasta Nicaragua. Por otro lado vemos el desplazamiento de los valores mínimos hacia el Norte del casquete.

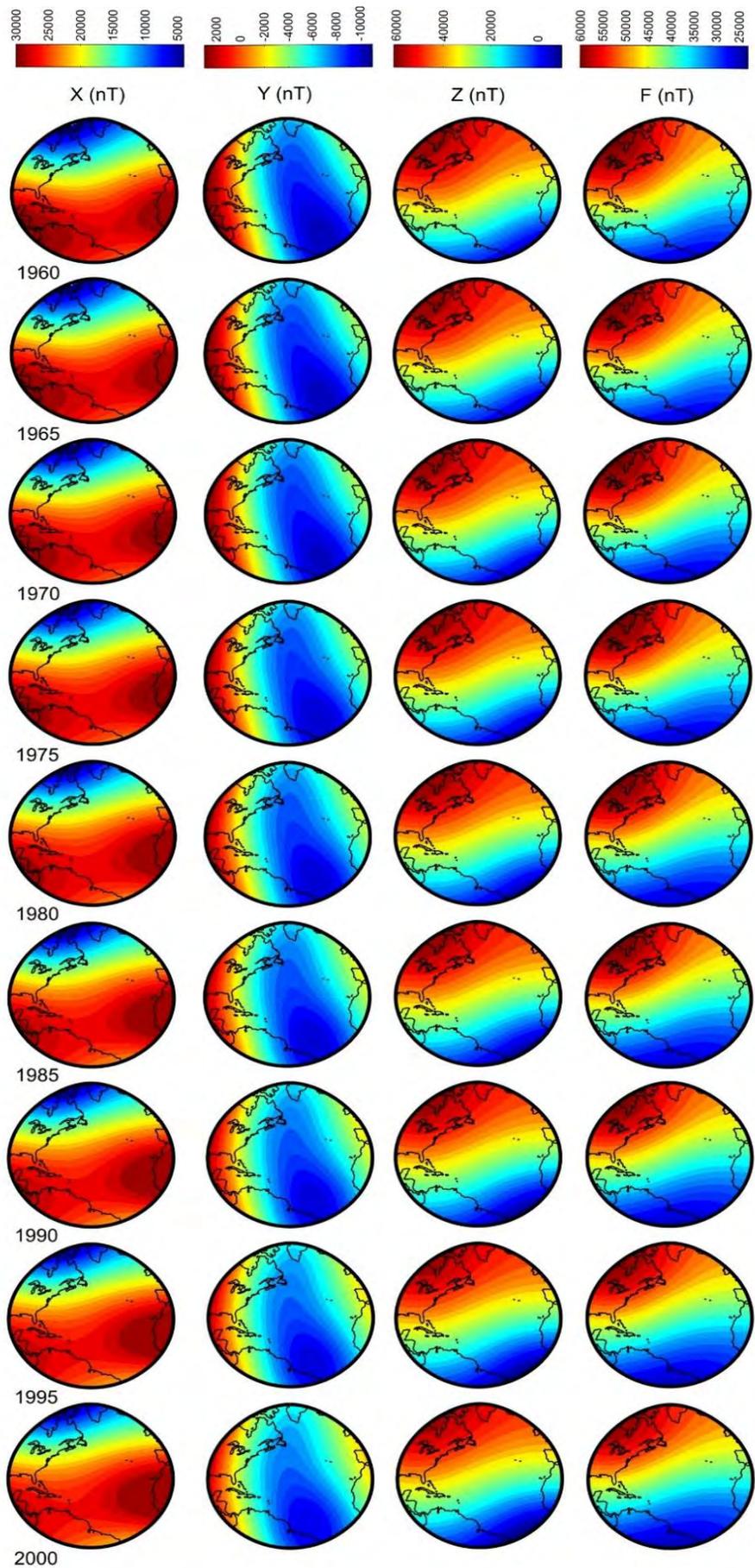


Figura 7.1: Evolución temporal de las componentes del campo geomagnético según el NAGRM.

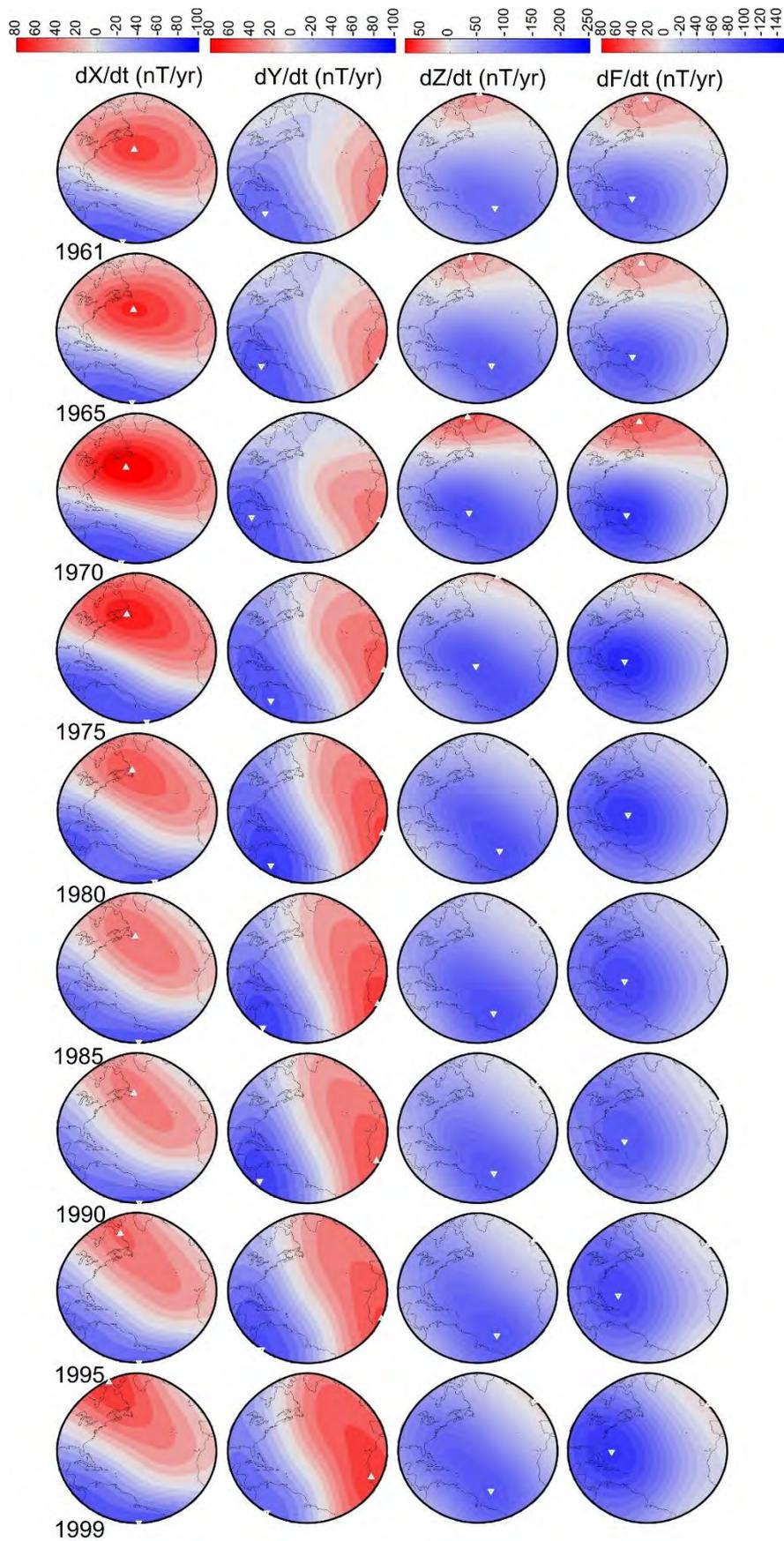


Figura 7.2: Evolución temporal de la variación secular de las componentes geomagnéticas según el NAGRM.

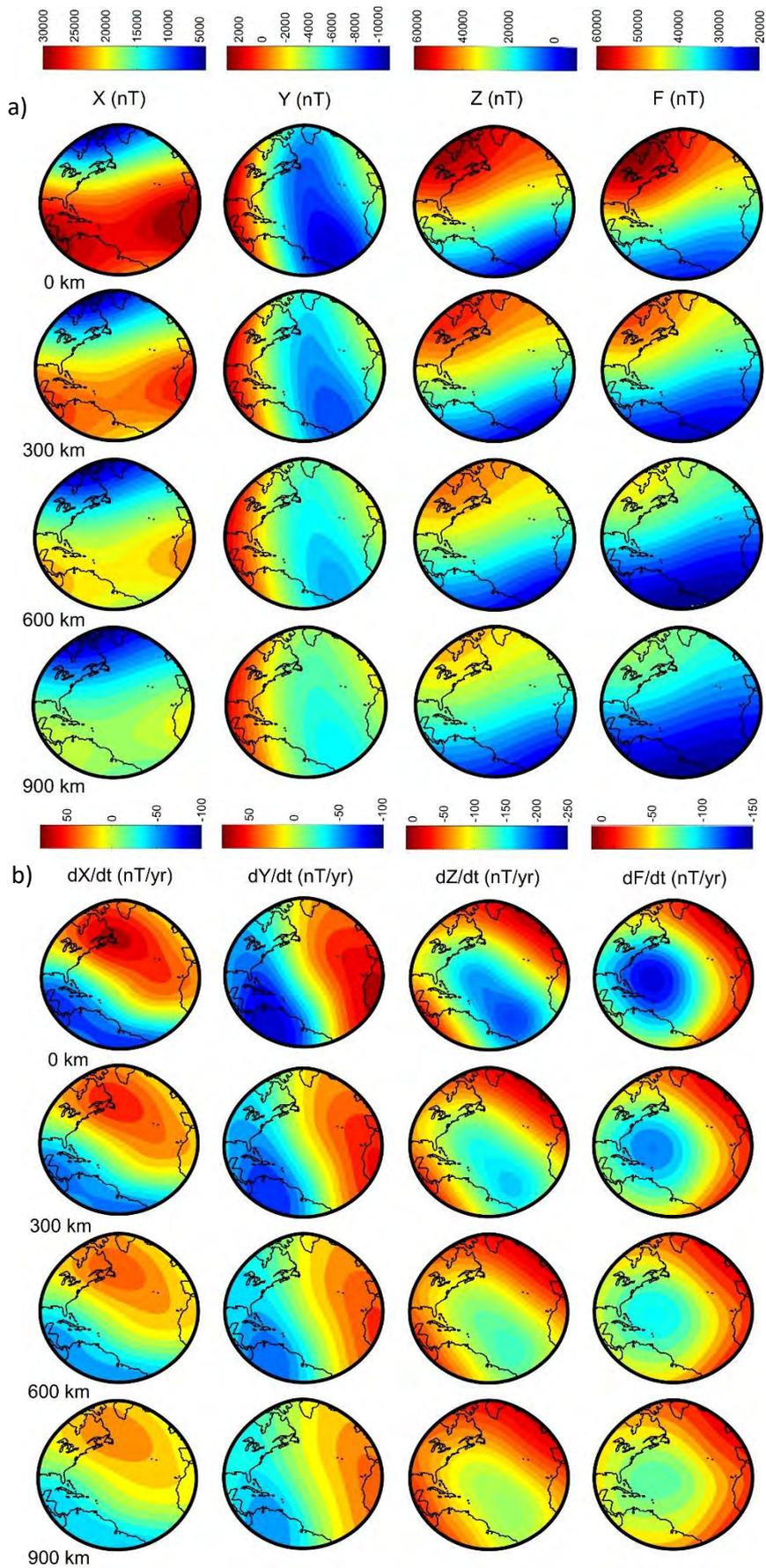


Figura 7.3: Evolución en altura de la componentes magnéticas (a) y su variación secular (b) para 1980. Modificada de Talarn et al. (2016).

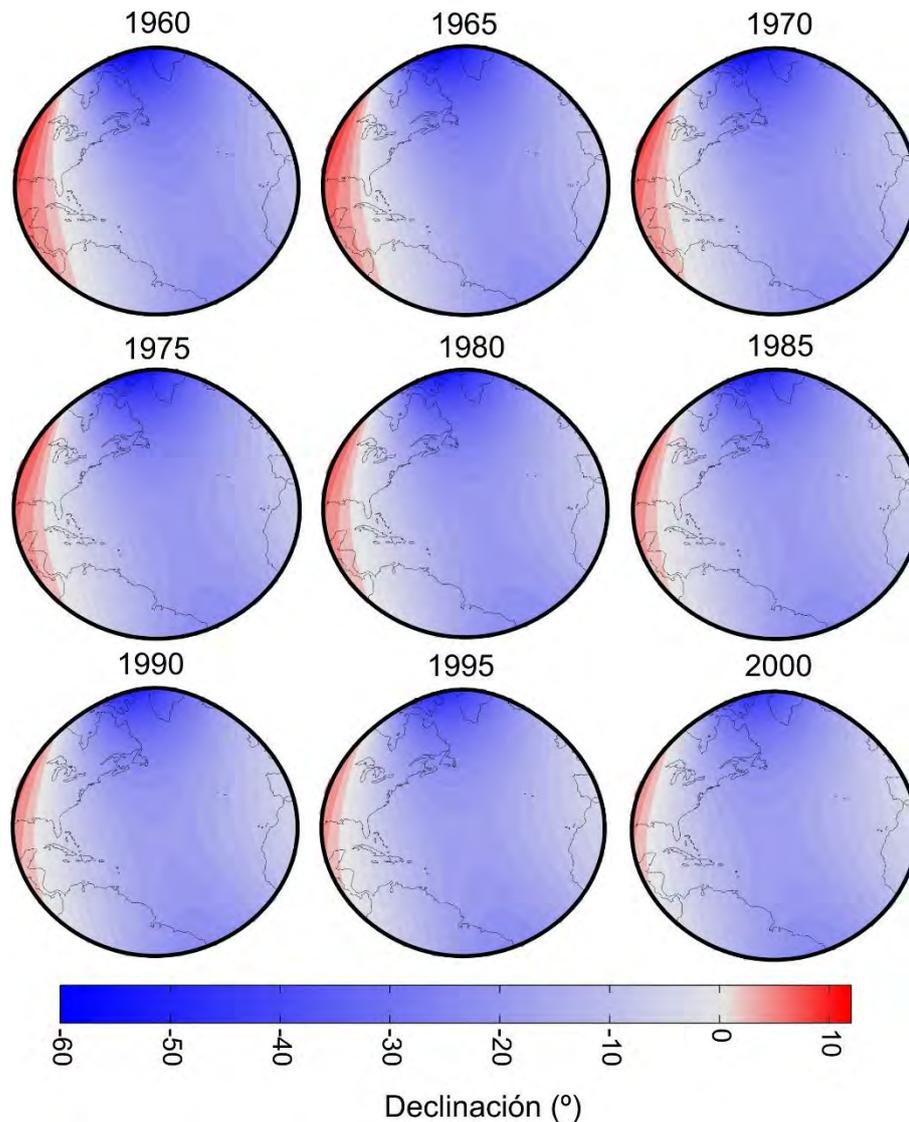


Figura 7.4: Evolución temporal de la declinación magnética.

7.2. Anomalías marinas

La información del campo litosférico terrestre en los datos geomagnéticos suele quedar enmascarada por los campos geomagnéticos principal y externo. En los últimos años, con la intención de extraer esa contribución litosférica incluida en las medidas, se han desarrollado numerosos modelos (p. e., Thébault et al., 2010; Masterton et al., 2013), mapas de anomalías magnéticas (EMAG2, de Maus et al., 2009) o compilaciones de valores de anomalías como el WDMAM (Quesnel et al., 2009).

Mediante el análisis de la intensidad total proporcionada por los datos marinos podemos obtener datos de campo litosférico. Para su reducción, a las medidas originales se le suele extraer las longitudes de onda largas mediante un modelo de campo principal de referencia. Una contribución importante a tener en cuenta en esas medidas es la variación secular del campo principal. El modelo de referencia será capaz de extraer correctamente esta contribución si obtenemos la misma anomalía en la intersección de dos trazas marinas medidas en diferentes años. Una aplicación del NAGRM es, por tanto, la de proporcionar los valores del campo para las longitudes de onda más largas (campo

principal y variación secular) y extraer la información litosférica contenida en los datos marinos, pudiendo obtener así un mapa de anomalías marinas.

Fijándonos pues en los residuos de los datos marinos con respecto al modelo NAGRM, véase la *Figura 7.5*, estos presentan trazas alargadas con un mismo signo y valor paralelas a la dorsal, reflejando las anomalías magnéticas debidas al mecanismo de creación de nueva corteza oceánica. Como es bien conocido, la distribución en signos alternativamente positivos y negativos, simétricos con respecto al eje de la dorsal obedece a que durante el proceso de generación y expansión de la corteza oceánica a partir de las dorsales se produjeron inversiones del campo magnético, con lo que las rocas quedaron magnetizadas en dirección alternante normal e invertida (ver p.e. Udías y Mézcua, 1986).

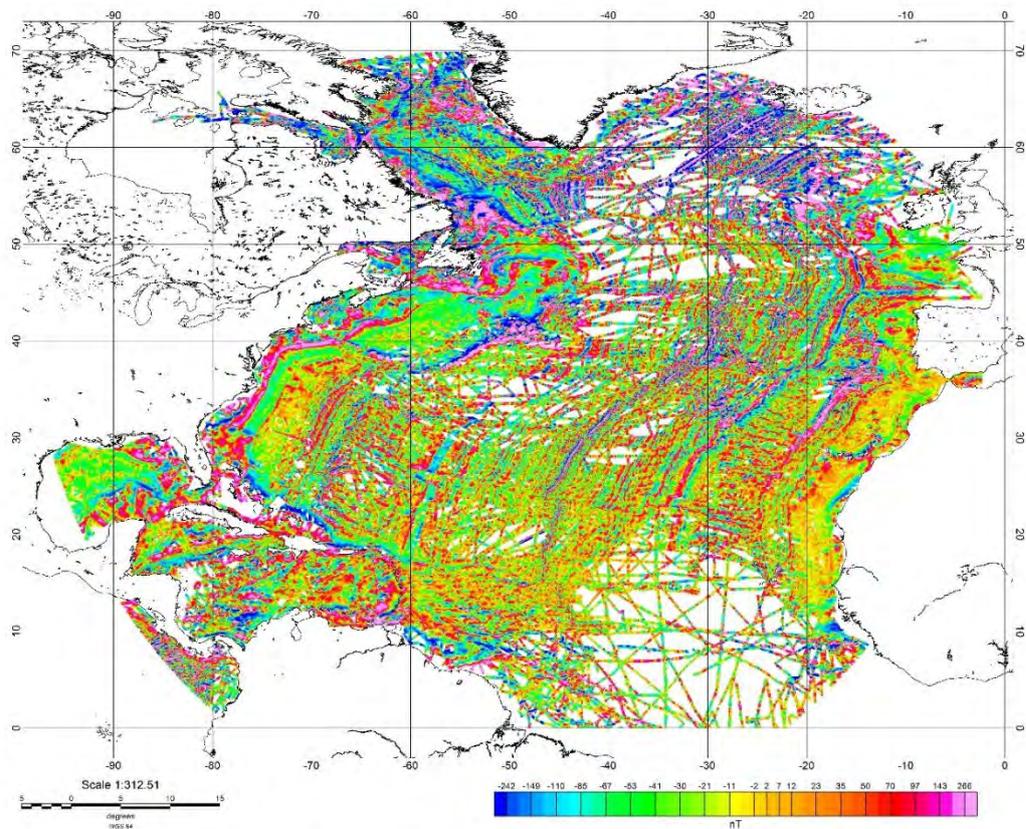


Figura 7.5: Anomalías magnéticas escalares marinas según el NAGRM.

Por comparación con el mapa de la *Figura 7.6*, donde se representan y etiquetan las alineaciones magnéticas conocidas, se pueden identificar las edades a las que corresponden cada una de las alineaciones detectadas tras substrair el NAGRM a los datos marinos originales. Las anomalías más prominentes se numeran en primer lugar desde las anomalías 1-5 en el eje activo de la dorsal (las más recientes) hasta las anomalías 33-34 (en el Cretácico Superior). A partir de allí aparecen dos zonas amplias sin cambios significativos en la magnetización (de nuevo una a cada lado de la dorsal), que corresponden a un largo intervalo de tiempo que duró aproximadamente 35 Ma, en el que no tuvieron lugar inversiones de polaridad, conocido como el intervalo o zona estable del Cretácico (ver, p.e. Lowrie, 2007). A continuación se observan de nuevo anomalías

7.3. *Jerks* geomagnéticos

Los *jerks* geomagnéticos son fenómenos bruscos que se observan en los elementos geomagnéticos caracterizados por cortos períodos de tiempo y originados en el interior terrestre. Aunque no son fenómenos ampliamente comprendidos (Mandea y Olsen, 2009), se definen mayormente mediante cambios en la pendiente de la variación secular de los observatorios, es decir, cuando se observa una forma de 'V' o 'Λ' en la VS de las componentes geomagnéticas. También pueden ser detectados mediante un salto en la aceleración secular (AS, derivada temporal de la VS), o mediante impulsos en la tercera derivada temporal. El ruido de alta frecuencia presente en las observaciones (predominantemente debido a señales externas a la Tierra) puede fácilmente distorsionar o enmascarar esos rasgos idealizados, especialmente en las derivadas temporales más altas (Brown et al., 2016).

Los datos proporcionados por los observatorios son, por tanto, una de las fuentes principales de información sobre los *jerks* geomagnéticos. No solamente con medias anuales, sino proporcionando también medias mensuales, las cuáles presentan una mayor sensibilidad para los procesos internos con periodos más cortos. Los *jerks* se pueden observar en cualquier componente de la VS, aunque en latitudes medias se suelen observar con más facilidad en la componente Este, ya que las otras componentes suelen contener una mayor perturbación por campos externos e inducidos. En la *Figura 7.7* vemos la variación secular medida (círculos negros) y modelada (línea azul) para varios observatorios (FRD, SPT y SJG) en la ventana temporal descrita por el modelo NAGRM y su situación en el casquete, además hemos señalado mediante líneas negras verticales la épocas nominales de los *jerks* según la literatura. Vemos que en un mismo observatorio, todos los *jerks* no aparecen en todas las componentes. Por ejemplo, si nos fijamos en la componente Norte de FRD vemos como el *jerk* de 1978 es apenas perceptible mientras que el mismo *jerk* se distingue claramente en las otras componentes. De la misma figura también se desprende que no en todo el casquete se perciben dichos cambios de período corto. Si nos fijamos en el *jerk* de 1969, este es apenas significativo en FRD (excepto en la componente Norte), por el contrario se percibe en todas las componentes de los otros observatorios. También somos capaces de observar el *jerk* de 1986 (Mandea et al., 2010) en las componentes de FRD y SPT. Como podemos observar estamos limitados a la hora de detectar el *jerk* de 1999 debido a que la ventana temporal finaliza en 2000. A pesar de eso, en la componente Norte del observatorio SPT observamos la incipiente característica forma de 'V' cerca del 2000.

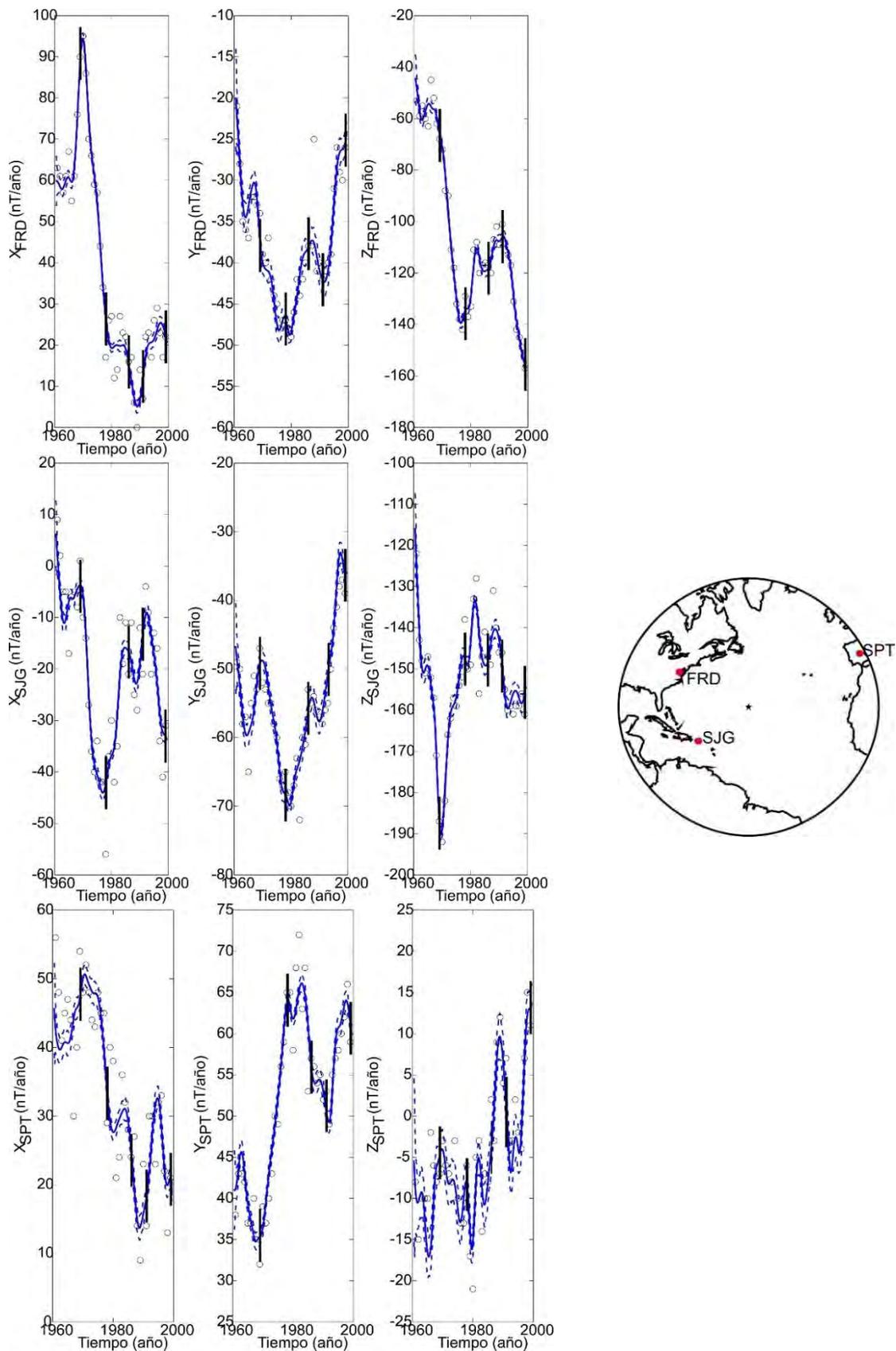
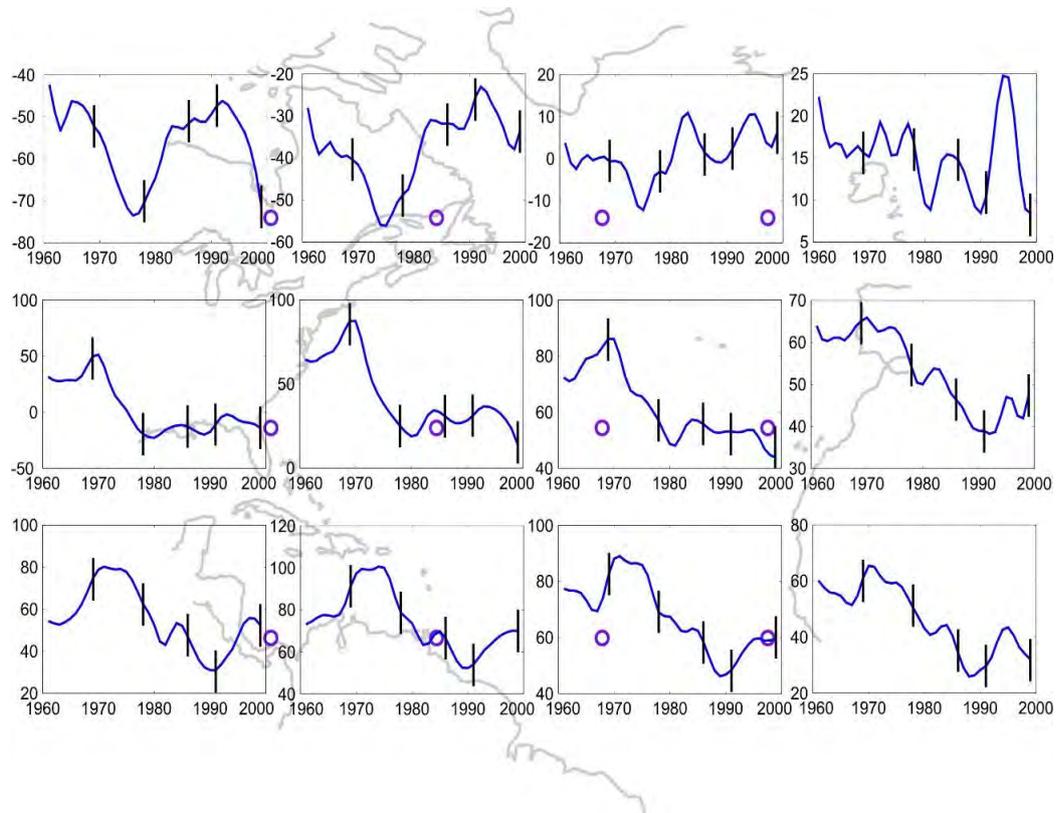


Figura 7.7: Variación secular observada (círculos negros) y sintetizada por el NAGRM (línea azul), junto con el intervalo de confianza proporcionado por el mismo (línea azul discontinua) para los observatorios FRD, SPT y SJG, en líneas negras verticales hemos representado los jerks. La posición dentro del casquete de los observatorios viene representada en el mapa de la derecha.

Con la obtención de modelos geomagnéticos de gran precisión y resolución, tenemos la oportunidad de estudiar los *jerks* geomagnéticos de forma más extensa, pues permiten identificar *jerks* en zonas o regiones con menor cantidad de datos al generar valores de campo en cualquier parte del dominio definido por el modelo. El NAGRM nos permite, pues, estudiar los *jerks* en zonas desprovistas de datos de observatorio, como en el Atlántico Norte, entre 1960 y 2000. En la *Figura 7.8* representamos la VS para la componente Norte (en azul), Este (en rojo) y Vertical (en verde) para 12 puntos distribuidos de forma regular en el casquete (círculos violeta), dónde las líneas verticales negras de nuevo marcan la épocas nominales de los *jerks* según la literatura.



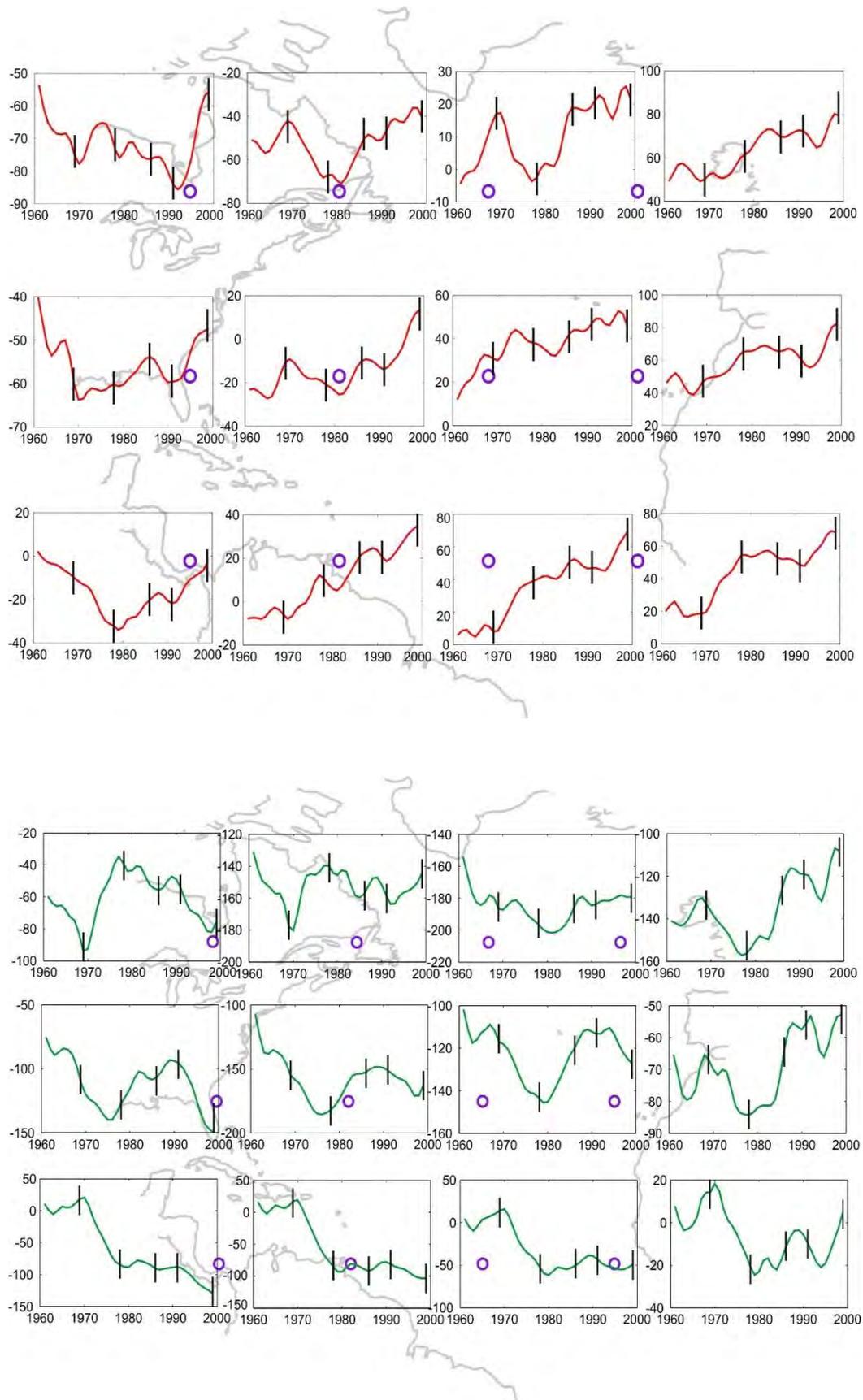


Figura 7.8: Variación secular de X (azul), Y (rojo) y Z (verde) en una malla regular sobre el casquete; las épocas dónde aparecen jerks se han representado mediante líneas verticales negras.

Con esta representación a partir del modelo NAGRM podemos analizar en detalle la ocurrencia de *jerks* en el área de estudio:

- **Jerk de 1969.** Vemos que apenas se percibe en la componente Norte del campo para las altas latitudes, aunque si nos desplazamos de Oeste a Este se vuelve más visible para las demás latitudes. En la componente Este del campo, este *jerk* se hace más visible a medida que nos desplazamos en dirección Norte, hecho que contrasta con la baja influencia del *jerk* en el Este del casquete. Respecto a la componente Vertical vemos que los puntos situados más al Noroeste muestran claramente el *jerk* alrededor de 1969 mientras que en el centro no es tan claro.

- **Jerk de 1978.** En la componente Norte, el *jerk* de 1978 se percibe con marcada forma de 'V' al Norte del casquete y mientras nos dirigimos hacia el Sudeste el fenómeno se difumina y cambia la forma por 'Λ', aun así se muestra con claridad en todo el casquete, aunque a medida que nos movemos hacia el Sur el evento parece retrasarse. En cambio en la componente Este si nos desplazamos hacia el Este vemos como el *jerk* se desdibuja juntamente con un ligero retraso del evento. Mientras que para la componente Vertical en los puntos más al Noroeste no se observa apenas, pero si en el Nordeste, donde vemos la característica forma de 'V'. A medida que nos movemos hacia el Sur el *jerk* es visible, excepto en los puntos más al Sudoeste.

- **Jerk de 1986.** Éste no es ampliamente observado en las componentes geomagnéticas. Aunque sí se observa en las componentes Este y Norte de la zona más al Noroeste del casquete esférico, mientras que para la componente Norte vemos este evento con más claridad en el Sur. A medida que nos desplazamos hacia el Este en la componente Este, el fenómeno queda desdibujado, de igual forma si nos desplazamos hacia el Sur del casquete en la componente Vertical, excepto para el punto situado más al Sudeste.

- **Jerk de 1991.** Se percibe este evento en la componente Norte por todo el casquete aunque en la zona central es más débil. Otra característica que se observa en esta componente es que donde se detecta con claridad, el *jerk* se percibe ligeramente antes de 1991. En la componente Este, se observa el *jerk* en 1991 en el Oeste del casquete mientras que si nos desplazamos hacia el Este aparece en fechas posteriores, donde además se observa un menor descenso del valor de la VS. En la componente Vertical se observa mayormente en el Este del casquete alrededor de 1991, en cambio apenas se percibe en zonas más al Oeste, aunque en las que sí se observan parece desplazado hacia épocas precedentes.

- **Jerk de 1999.** Apenas se percibe debido a su cercanía con el final de la ventana temporal del NAGRM. Aun así, lo vemos en la componente Norte en los puntos Centro-Norte y Centro-Este debido a que la forma característica de 'V' parece tener el vértice ligeramente antes de 1999. La componente Este no muestra el evento, aunque sí parece mostrar en algunos casos el cambio de tendencia. Mientras que en la componente Vertical sí se observa. En esta se percibe en el Noroeste, Nordeste y en el Centro/Centro-Oeste mediante la característica forma de 'V'.

Observando las gráficas presentadas en el presente capítulo, no hay duda alguna que ni en todos los puntos ni en todos los momentos que han acontecido los *jerks* se

perciben de igual forma, ni su ocurrencia ni la intensidad. El uso de modelos geomagnéticos que combinan datos en altura y en tierra, como el NAGRM, puede arrojar luz sobre el origen y la distribución de estos fenómenos bruscos del campo geomagnético.

Capítulo 8.

Conclusiones y perspectivas futuras

En el trabajo desarrollado en la presente tesis se ha alcanzado los objetivos principales que se plantearon al inicio de la misma. En resumen, se ha aplicado la técnica regional SCHA y R-SCHA por primera vez a un conjunto de datos de diferente naturaleza que dan información del campo geomagnético principal a diferentes alturas. Para ello, hemos desarrollado una serie de estrategias que han sido integradas en el proceso de inversión de los datos, como por ejemplo el detallado desarrollo de la norma del campo geomagnético para las técnicas de modelización empleadas. Más en detalle, se ha aplicado la técnica R-SCHA para modelar datos geomagnéticos de distinto origen (observatorios, estaciones seculares, marinos y satélite) que dan información bien sea del vector geomagnético como de su intensidad. El modelo R-SCHA obtenido ha permitido analizar por primera vez el campo principal y su variación secular de forma simultánea. Hasta el momento, esta técnica había sido empleada básicamente para modelar el campo de anomalías magnéticas de la Litosfera. Además, hemos comprobado mediante los datos de cruce marinos la capacidad que éstos ofrecen a la hora de modelar correctamente la variación secular del campo geomagnético para épocas donde escasean datos de satélite, y por tanto épocas donde la cobertura espacial en las zonas oceánicas es pobre.

Como primer paso, se ha desarrollado un modelo regional exclusivo de la variación secular de la intensidad geomagnética empleando datos marinos de cruce y de observatorio, basándonos en la técnica SCHA (ya que todos los datos estaban localizados a la misma altura) y en el método de las diferencias respecto la media (MFD). El modelo, llamado **NAGSVM-F**, muestra la capacidad de modelar con alta precisión la variación secular de la intensidad total que presenta valores muy acusados en la cuenca oceánica elegida: el Atlántico Norte. Éste representa con precisión las medias anuales de los observatorios, en dónde justamente se aporta la información más fidedigna sobre la variación secular y su evolución temporal, poniendo de manifiesto los cambios de tendencia, no solo en décadas sino en períodos más cortos, que caracterizan la misma. El **NAGSVM-F** revela cómo el uso de datos marinos puede proporcionar información relevante de la intensidad geomagnética en grandes zonas oceánicas en épocas desprovistas de datos de satélite. El modelo generado es más preciso, en términos del error RMS, que el modelo global IGRF, e incluso proporciona menor error cuando es comparado con el modelo global CM4, el cual se construyó usando también datos de satélite. A destacar además que el modelo obtenido proporciona por primera vez en este tipo de modelos de campo principal las incertidumbres de los coeficientes del modelo y por ende, de los elementos geomagnéticos que proporcionan los mismos.

El segundo paso ha supuesto un gran avance en el análisis regional del campo geomagnético, pues se ha desarrollado por primera vez un modelo regional mediante la aplicación de la técnica R-SCHA a todos los datos geomagnéticos disponibles en la zona de estudio, incluyendo datos vectoriales, escalares y de diferente origen: observatorios, estaciones seculares, marinos y satélites. El modelo, llamado **NAGRM**, no solo proporciona los valores del campo geomagnético principal y su variación secular en el Atlántico Norte, sino que nos ha permitido analizar si la técnica de modelización usada (R-SCHA) es útil para dicho fin, con resultados muy positivos. Del mismo modo que para el caso del **NAGSVM-F**, el **NAGRM** es capaz de sintetizar con gran precisión las medias anuales y mensuales, no solamente de variación secular sino también del campo en una época fija, de los observatorios empleados. Esto resalta la capacidad del **NAGRM** de reproducir adecuadamente los datos geomagnéticos de más calidad y fiabilidad medidos sobre la superficie terrestre. La comparación, en términos de error RMS, del nuevo modelo con el modelo global IGRF muestra que el modelo regional ofrece mayor resolución para cualquier set de datos empleados, en parte debido a que el modelo IGRF no permite una variación secular muy realista (son modelos fijos en el tiempo cada 5 años)

y a que no proporciona el valor de las anomalías corticales (*anomaly biases*) de los observatorios. La comparación con el modelo global CM4, el cual emplea también bases temporales (como los *B-splines* cúbicos) que permiten obtener un modelo continuo en tiempo, muestra desviaciones cuadráticas medias idénticas para los datos de cruce marinos. Esto se debe a la complejidad de tener que emparejar los datos marinos de intensidad total, mediante una aproximación lineal, con los elementos vectoriales del resto de datos. Este hecho no permite al modelo regional representar los datos marinos con más exactitud que el modelo global. Sin embargo, el residuo medio obtenido por el **NAGRM** es inferior al que proporciona el CM4 para los datos de observatorio (bien sea para el campo principal como para su variación secular). Para analizar cómo se comporta el modelo regional **NAGRM** en altura (hay que recordar que es un modelo 3D definido en un cono truncado a dos alturas), se ha analizado la evolución de los elementos geomagnéticos a diferentes alturas. El **NAGRM** mejora, según la diferencia cuadrática media, el ajuste de los datos de satélite respecto al CM4. Comparando las predicciones entre el CM4 y el **NAGRM** certificamos que el modelo regional proporciona valores radiales suaves y coherentes en todo el dominio cónico. Finalmente y al igual que el modelo regional anterior, **NAGRM** proporciona también las incertidumbres de los coeficientes del modelo y en consecuencia las del campo principal y su variación secular.

Como se describe en la memoria, uno de los objetivos de este trabajo es generar un modelo geomagnético regional para épocas sin una buena cobertura satelital. Es por eso que el **NAGRM** se ha generado hasta el 2000, época a partir de la cual ya se dispone de buena cobertura espacial gracias a los datos geomagnéticos procedente de diferentes misiones satelitales (*Ørsted*, *CHAMP*, y más recientemente la constelación *Swarm*). A pesar de esto, y para aumentar la utilidad y valor del **NAGRM**, éste fue constreñido mediante el modelo global CHAOS-6 para proporcionar continuidad entre ambos modelos en el año 2000.

Entre las aplicaciones derivadas del modelo, además de las inherentes al propio estudio de la evolución espaciotemporal del campo geomagnético en la zona del Atlántico norte entre 1960 y 2000, el **NAGRM** proporciona información relevante del campo principal para las épocas donde se llevaron a cabo campañas marinas, que proporcionan los valores de las anomalías magnéticas de la litosfera oceánica. El modelo regional es por tanto, una herramienta para la reducción de levantamientos magnéticos terrestres, marinos o aéreos dentro del área de estudio considerado. Otra de sus aplicaciones es la detección de lo que se conoce como *jerks* geomagnéticos. El modelo es capaz de detectar dichos fenómenos bruscos en la variación secular, aunque no es capaz de detectarlos en la aceleración secular, ya que la función temporal empleada en el modelo es de tercer orden en el tiempo (*splines* cúbicos), con lo que al derivar en el tiempo por segunda vez desaparece la variabilidad temporal.

Aunque los resultados proporcionados por los modelos regionales son indiscutibles, es necesario también indicar que presenta numerosas limitaciones. Es importante recordar que el concepto de la separación entre campo interno y externo a escala regional queda indeterminado, hecho que no ocurre a escala global. Ello es debido a la no ortogonalidad de las funciones SCHA o R-SCHA sobre toda la esfera, ya que ésta está restringida solo sobre el cono de estudio. Por este motivo, se hace necesario aplicar un pre-tratado al dato geomagnético, como hemos hecho en nuestro estudio, eliminando las contribuciones magnéticas que no se pretendan modelar antes del análisis, como son las debidas al campo de origen externo. Otro efecto colateral de la no separación interna-externa es que los coeficientes del modelo regional no tienen significado físico (como si lo tienen los coeficientes de Gauss de un modelo global), por lo que no podemos obtener la potencia espectral de los mismos que permitirían discernir entre la contribución del

campo principal y aquel de origen litosférico. Finalmente, a destacar otra limitación en relación a la imposibilidad de extrapolación fuera del cono de dominio, hecho que hace inviable una prolongación del modelo hasta el límite manto-núcleo, donde se encuentra la fuente del campo geomagnético principal.

Pese a estos inconvenientes, hemos mostrado la utilidad de los modelos regionales a la hora de representar y estudiar el campo geomagnético y sus variaciones temporales en escalas diversas. Ello además implica la necesidad de compilar y revisar campañas magnéticas antiguas para poder caracterizar mejor y extender el estudio del campo geomagnético mediante su uso en modelos geomagnéticos.

Como futuro trabajo se propone generar un modelo geomagnético regional que cubra todo el intervalo temporal desde el año 2000 hasta la actualidad para comparar el uso de la técnica regional con los modelos globales más precisos existentes en el momento, como es el caso de la familia CHAOS o el modelo CM5. Para dar más variabilidad temporal al modelo, un paso sucesivo sería el uso de *splines* de orden mayor a 3 (por ejemplo orden 5 o 6) permitiendo así representar la aceleración secular y su variabilidad temporal, para poder analizar variaciones bruscas del campo geomagnético dentro del cono de dominio. A nivel del proceso de inversión, se propone implementar la matriz de pesos de Huber (Huber et al., 1964), mediante la cual los datos que se desvían más son pesados de menor forma en la inversión ya que considera que la distribución de errores sigue una distribución Laplaciana (norma L1).

Otra implementación importante del modelo sería aplicar el método iterativo de Newton-Rapson para calcular los coeficientes finales del modelo, pero sería necesario analizar en detalle la posibilidad de modelar armónicos de bajo grado con la técnica R-SCHA. De este modo se podrían obtener los coeficientes del modelo de forma absoluta y no dependientes de un modelo inicial, como en nuestro caso ha sido el IGRF o el CM4.

Finalmente cabe destacar que el trabajo presentado en esta tesis puede aplicarse en otras cuencas oceánicas de interés como es el caso del Atlántico Sur, que se caracteriza por albergar uno de los retos actuales del geomagnetismo: el estudio de la anomalía geomagnética del Atlántico Sur con valores de intensidad geomagnética muy bajos y en continuo decaimiento. Incluso, se podría desarrollar una serie de modelos regionales ensamblados que permitan obtener una visión global del campo geomagnético, algo similar a lo que propone Thébault (2006) cuando modela el campo litosférico mediante una serie extensa de modelos regionales.

Referencias

- Alexandrescu, M., Gibert, D., Hulot, G., Le Mouél, J.L., Saracco, G., **1995**. Detection of geomagnetic jerks using wavelet analysis, *J. Geophys. Res.*, **100**, 12557–12572.
- Allredge, L.R., **1981**. Rectangular harmonic analysis applied to the geomagnetic field, *J. Geophys. Res.*, **86**(B4), 3021-3026.
- Allredge, J.R., **1982**. Geomagnetic local and regional harmonic analyses, *J. Geophys. Res.*, **87**(B3), 921-1926.
- Allredge, L.R., **1983**. Varying geomagnetic anomalies and secular variation, *J. Geophys. Res.*, **88**(B11), 9443-9451.
- Ardizzone, J., Herraiz, M., **2000**. Application of the polynomial adjustment to the aeromagnetic survey of the Spanish Mainland; requirements and shortcoming, *Earth Planets Space*, **52**, 183–196, 2000.
- Backus, G., Parker, R., Constable, C., **1996**. Foundations of geomagnetism, Cambridge University Press, New York.
- Biggin, A.J., Piispa, E.J., Pesonen, L.J., Holme, R., Paterson, G.A., Veikkolainen, T., Tauxe, L., **2015**. Palaeomagnetic field intensity variations suggest Mesoproterozoic inner-core nucleation, *Nature*, **526**, 7572, 245-248.
- Bloxham, J., Jackson, A., **1992**. Time-dependent mapping of the magnetic field at the core-mantle boundary, *J. Geophys. Res.*, **97**, 19537–19563.
- Brown, W., Beggan, C., Macmillan, S., **2016**, Geomagnetic jerks in the Swarm era. In: ESA Living Planet Symposium (9-13 May), Prague, Czech Republic.
- Brunhes, B., **1906**. Recherches sur la direction d'aimantation des roches volcaniques. *J. Phys. Theor. Appl.*, **5**, 1, 705-724.
- Bullard, E.C., **1967**. The removal of trend from magnetic surveys, *Earth Planet Sci. Lett.*, **2**, 293-300.
- Cain, J.C., Daniels, W.E., Hendricks, J., **1965**. An evaluation of the main geomagnetic field, 1940-1962, *J. Geophys. Res.*, 3647-3674.
- Cande, S.C., LaBrecque, J.L., Larson, R.L., Pitman III, W.C., Golovchenko, X., Haxby, W.F., **1989**. Magnetic lineations of the World's ocean basins, Lamont-Doherty Geol. Obs. of Columbia Univ., Contrib. No. 4367. Am. Assoc. of Petroleum Geologists, Tulsa, Oklahoma.
- Chulliat, A., Telali, K., **2007**. World Monthly Means Database Project, *Publ. Inst. Geophys. Pol. Acad. Sc.*, **99**, 398.
- Cox, A., Doell, R.R., Dalrymple, G.B., **1963**. Geomagnetic polarity epochs and Pleistocene geochronometry, *Nature*, **198**, 1049-1051.

- Daglis, I.A., Thorne, R.M., Baumjohann, W., Orsini, S., **1999**. The terrestrial ring current: origin, formation and decay, *Rev. Geophys.*, 37(4), 407–438, doi: 10.1029/1999RG900009.
- David, P., **1904**. Sur la stabilité de la direction d'aimantation dans quelque roches volcanique, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 138, 41–42.
- de Boor, C., **1978**. *A Practical Guide to Splines*, Springer, New York.
- De Santis, A., **1991**. Translated origin spherical cap harmonic analysis, *Geophys. J. Int.*, 106, 253-263.
- De Santis, A., Kerridge, D.J., Barraclough, D.R., **1989**. A spherical cap harmonic model of the crustal magnetic anomaly field in Europe by Magsat, In *Geomagnetism and Paleomagnetism* ed. F.J. Lowes et al. pp. 1-17 Kluwer Dordrecht.
- Eilers, P., Max, B., **1990**. Flexible smoothing with B-splines and penalties, *Statistical Science*, 11, 89-121.
- Finlay, C.C, Jackson, A., Gillet, N., Olsen, N., **2012**. Core surface magnetic field evolution 2000-2010, *Geophys. J. Int.*, 189, 761-781, doi: 10.1111/j.1365-246X.2012.05395.x.
- Finlay, C.C., Olsen, N., Tøffner-Clausen, L., **2015**. DTU candidate field models for IGRF-12 and the CHAOS-5 geomagnetic field model, *Earth, Planets and Space*, 67, 114, doi: 10.1186/s40623-015-0274-3.
- Finlay, C.C, Olsen, N., Kotsiaros, S., Gillet, N., Tøffner-Clausen, L., **2016**. Recent geomagnetic secular variation from Swarm and ground observatories as estimated in the CHAOS-6 geomagnetic field model, *Earth, Planets and Space*, 60, 112, doi:10.1186/s40623-016-0486-1
- Folgerhaiter, G., **1899**. Sur les variations séculair de l'inclinaison magnétique dans l'antiquité, *Journal de Physique*, 8, 5–16.
- Freedon, W., Nashed, M.Z., Sonar, T., **2010**. *Handbook of Geomathematics*, Springer, Berlin.
- Gauss, C.F., **1833**. *Intensitas vis Magnetic Terrestris ad Mensuram Absolutum Revocata*.
- Gaya-Piqué, L.R., **2004**. Analysis of the geomagnetic field in Antarctica from near-surface and satellite data, PhD Thesis, Observatori de l'Ebre, Universitat Ramon Llull.
- Gubbins, D., Herrero-Bervera, E., **2007**. *Encyclopedia of Geomagnetism and Paleomagnetism*, Springer.
- Haines, G.V., **1985**. Spherical cap harmonic analysis, *J. Geophys. Res.* 90(B14), 2583-2591.

- Haines, G.V., **1988**. Computer programs for spherical cap harmonic analysis of potential and general fields, *Computers & Geosciences*, 14, 4, 413-447.
- Haines, G.V., **1990**. Modelling by series expansions: a discussion, *J. Geomagn. Geoelectr.*, 42, 1037-1049.
- Haines, G.V., **1993**. Modelling geomagnetic secular variation by main-field differences, *Geophys. J. Int.*, 114, 490-500.
- Haines, G.V., Newitt, L.R., **1997**. The Canadian geomagnetic reference field 1995, *J. Geomag. Geoelectr.*, 49, 317-336.
- Herraiz, M., de la Morena, B.A., Torta, J.M., Catalán, M., Curto, J.J., García, A. Martínez Solares, J.M., Socías, I., Villalaín, J.J., **2014**. Libro Blanco Geomagnetismo y Aeronomía, Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial "Esteban Terradas", 78p.
- Holme, R., Whaler, K.A., **2001**. Steady core flow in azimuthally drifting reference frame. *Gheophys. J. Int.*, 145:560-569.
- Huber, P.J., **1964**. Robust estimation of a location parameter, *Ann. Math. Statist.*, 35, 73–101.
- Hulot, G., Finlay, C.C., Constable, C.G., Olsen, N., Manda, M., **2010**. The magnetic field of planet Earth, *Space Sci. Rev.*, doi: 10.1007/s11214-010-9644-0.
- Jackson, A., Jonkers, A.R.T., Walker, M.R., **2000**. Four centuries of geomagnetic secular variation from historical records, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, 358, 957-990.
- Kan, J.R., Lee, L.C., **1979**. Energy coupling function and solar wind magnetosphere dynamo, *Geophys. Res. Lett.*, 6, 577–580.
- Korte, M., Holme, R., **2003**. Regularization of spherical cap harmonics, *Geophys. J. Int.*, 153, 253- 262.
- Korte, M., Thébault, E., **2007**. Geomagnetic repeat station crustal biases and vectorial anomaly maps for Germany, *Geophys. J. Int.*, 170, 81–92.
- Korte, M., Constable, C., **2008**. Spatial and temporal resolution of millennial scale geomagnetic field models. *Adv. Space Res.* 41, 57-69.
- Langel, R.A., **1987**. The main field, in *Geomagnetism*, vol. 1, Academic Press, London, pp 249–512.
- Langel, R.A., Estes, R.H., Mead, G.D., **1982**. Some new methods in geomagnetic field modelling applied to the 1960–1980 epoch, *J. Geophys. Res.*, 34, 327–349.
- Langel, R.A., Hinze, W.J., **1998**. The magnetic field of the earth's lithosphere: The satellite perspective, Cambridge University Press, 429 pp.

- Langel, R.A., Estes, R.H., Mead, G.D., Fabiano, E.B., Lancaster, E.R., **1980**. Initial geomagnetic field model from Magsat vector data, *Geophys. Res. Lett.*, 7, doi: 10.1029/GL007i010p00793.
- Langel, R.A., Sabaka, T.J., Baldwin, R.T., Conrad, J.A., **1996**. The near- Earth magnetic field from magnetospheric and quiet-day ionospheric sources and how it is modelled, *Phys. Earth planet. Inter.*, 98, 235–267.
- Lesur, V., Wardinski, I., Rother, M., Manda, M., **2008**. GRIMM: The GFZ Reference Internal Magnetic Model based on vector satellite and observatory data, *Geophys. J. Int.*, 173, doi:10.1111/j.1365-246X.2008.03724.x.
- Lesur, V., Wardinski, I., Hamoudi, M., Rother, M., **2010**. The second generation of the GFZ Reference Internal Magnetic field Model: GRIMM-2, *Earth Planet. Space*, 62, 765–773, doi:10.5047/eps.2010.07.007.
- Lowes, F.J., **1966**. Mean-square values on sphere of spherical harmonic vector fields, *J. Geophys. Res.*, 71, 2179.
- Lowes, F.J., **1975**. Vector errors in spherical harmonic analysis of scalar data, *Geophys. J.R. Astron. Soc.*, 42, 637–651.
- Lowrie, W., **2007**. *Fundamentals of Geophysics*, 2nd Edition, New York: Cambridge University Press, pp 381.
- Manda, M., Olsen, N., **2009**. Geomagnetic and Archeomagnetic Jerks: Where Do We Stand?, *Eos, Transactions of the American Geophysical Union*, 90, 24, June 16, 208-209.
- Manda, M., Thébault, E., **2007**. *The Changing Faces of the Earth Magnetic Field*, Unesco Publishing.
- Manda, M., Holmes, R., Pais, A., Pinheiro, K., Jackson, A., Verbanac, G., **2010**. Geomagnetic Jerks: Rapid Core Field Variations and Core Dynamics, *Space Sci. Rev.*, 155, 147–175.
- Manda, M., Bellanger, E., Le Moüel, J.-L., **2000**. A geomagnetic jerk for the end of 20th century?, *Earth Planet Sci. Lett.*, 183, 369–373.
- Masterton, S.M., Gubbins, D., Müller, R.D., Singh, K.H., **2013**. Forward modelling of oceanic lithospheric magnetization, *Geophys. J. Int.*, 192, 951-962.
- Maus, S., Lühr, H., Balasis, G., Rother, M., Manda, M., **2005a**. Introducing POMME, Potsdam Magnetic Model of the Earth, in *Earth Observation With CHAMP: Results From Three Years in Orbit*, Springer, New York, pp. 293–298.

- Maus, S., McLean, S., Dater, D., Lühr, H., Rother, M., Mai, W., Choi, S., **2005b**. NGDC/GFZ candidate models for the 10th generation International Geomagnetic Reference Field, *Earth Planets Space*, 57, 1151–1156.
- Maus, S., Rother, M., Stolle, C., Mai, W., Choi, S., Lühr, H., Cooke, D., Roth, C., **2006**. Third generation of the Potsdam Magnetic Model of the Earth (Pomme), *Geochem. Geophys. Geosyst.*, 7, Q07008, doi: 10.1029/2006GC001269.
- Maus, S., Rother, M., Hemant, K., Stolle, C., Lühr, H., **2006**. Earth's lithospheric magnetic field determined to spherical harmonic degree 90 from CHAMP satellite measurements, *Geophys. J. Int.*, 164, 319-330, doi: 10.1111/j.1365-246X.2005.02833.x.
- Maus, S., Lühr, H., Rother, M., Hemant, K., Balasis, G., Ritter, P., Stolle, C., **2007**. Fifth-generation lithospheric magnetic field model from CHAMP satellite measurements, *Geochem. Geophys. Geosyst.*, 8, Q05013, doi: 10.1029/2006GC001521.
- Maus, S., Yin, F., Luhr, H., Manoj, C., Rother, M., Rauberg, J., Michaelis, I., Stolle, C., Muller, R., **2008**. Resolution of direction of oceanic magnetic lineations by the sixth-generation lithospheric magnetic field model from CHAMP satellite magnetic measurements, *Geochem Geophys. Geosyst.*, 9, 7, Q07021.
- Maus, S., Barckhausen, U., Berkenbosch, H., Bournas, N., Brozena, J., Childers, V., Dostal er, F., Fairhead, J.D., Finn, C., von Frese, R.R.B., Gaina, C., Golynsky, S., Kucks, R., Lühr, H., Milligan, P., Mogren, S., Müller, R.D., Olesen, O., Pilkington, M., Saltus, R., Schreckenberger, B., Thébault, E., & Caratori Tontini, F., **2009**. EMAG2: A 2–arcmin resolution Earth Magnetic Anomaly Grid compiled from satellite, airborne, and marine magnetic measurements, *Geochem. Geophys. Geosyst.*, 10, 8.
- Maus, S., Manoj, C., Rauberg, J., Michaelis, I., Lühr, H., **2010**. NOAA/NGDC candidate models for the 11th generation International Geomagnetic Reference Field and the concurrent release of the 6th generation Pomme magnetic model, *Earth Planets Space*, 62, 729-735.
- McDougall, I., Tarling, D.H., **1963**. Dating of polarity zones in the Hawaiian Islands, *Nature*, 200, 54-56.
- Mehler, E. G., **1868**. Über die verteilung der statischen electricität in einem von zwei kugelkalotten begrenzten körper, *J. Reine Angew. Math*, 68, 134–150.
- Merrill, R.T., McElhinny, M.W., McFadden P.L., **1998**. *The magnetic field of the Earth*, Academic, San Diego.
- Nakagawa, I., Yukutake, T., **1985**. Rectangular harmonic analyses of geomagnetic anomalies derived from Magsat data over the area of the Japanese Islands, *J. Geomagnetism Geoelectric.*, 37, 19, 957-977.

- Nakagawa, I., Yukutake, T., Fukushima, N., **1985**. Extraction of magnetic anomalies of crustal origin from Magsat over the area of the Japanese islands, *J. Geophys. Res.*, **90**, 2609-2616.
- Newell, P.T., Sotirelis, T., Liou, K., Meng, C.I., Rich, F.J., **2007**. A nearly universal solar wind-magnetosphere coupling function inferred from 10 magnetospheric state variables, *J. geophys. Res.*, **112**(A1), doi: 10.1029/2006JA012015.
- Olsen, N., **1997**. Ionospheric F-region currents at middle and low latitudes estimated from Magsat data, *J. Geophys. Res.*, **103**, 4563-4576.
- Olsen, N., Hulot, G., Sabaka, T.J., Neubert, T., Tøffner-Clausen, L., Primdahl, F., Jørgensen, J., Léger, J.M., Barraclough, D., Bloxham, J., Cain, J., Constable, C., Golovkov, J., Jackson, A., Kotzé, P., Langlais, B., Macmillan, B., Manda, M., Merayo, J., Newitt, L., Purucker, M., Risbo, T., Stampe, M., Thomson, A., Voorhies, C., **2000**. Ørsted initial field model, *Geophys. Res. Lett.*, **27**, 3607–3610.
- Olsen, N., **2002**. A model of the geomagnetic field and its secular variation for epoch 2000 estimated from Ørsted data, *Geophys. J. Int.*, **149**, 454-462.
- Olsen, N., Haagmans, R., **2006**. Swarm—the earth's magnetic field and environment explorers, *Earth Planets Space* **58**, 349–496. doi: 10.1186/BF03351932.
- Olsen, N., Lühr, H., Sabaka, T.J., Manda, M., Rother, M., Tøffner-Clausen, L., Choi, S., **2006**. CHAOS—a model of Earth's magnetic field derived from CHAMP, Ørsted, and SAC-C magnetic satellite data, *Geophys. J. Int.*, **166**, 67–75.
- Olsen, N., Manda, M., Sabaka, T.J., Tøffner-Clausen, L., **2009**. CHAOS-2—a geomagnetic field model derived from one decade of continuous satellite data, *Geophys. J. Int.*, **179**, 3, 1477-1487.
- Olsen, N., Hulot, G., Sabaka, T.J., **2010**. Sources of the geomagnetic Field and the Modern Data that Enable Their Investigation, *Hand Book of Geomathematics*, Springer, Berlín.
- Olsen, N., Hulot, G., Sabaka, T.J., **2010a**. Measuring the Earth's magnetic field from space: Concepts of past, present and future missions, *Space Sci. Rev.*, **155**, 65-93, doi: 10.1007/s11214-010-9676-5.
- Olsen, N., Manda, M., Sabaka, T.J., Tøffner-Clausen, L., **2010b**. The CHAOS-3 geomagnetic field model and candidates for the 11th generation of IGRF, *Earth, Planets Space*, **62**, 719–727.
- Olsen, N., Lühr, H., Finaly C.C, Sabaka, T.J., Michaelis, I., Rauberg, J., Tøffner-Clausen, L., **2014**. The CHAOS-4 geomagnetic field model, *Geophys. J. Int.*, **179**, 815-827.

- Olson, P., Amit, H., **2006**. Changes in Earth's dipole, *Naturwissenschaften*, 93, 519–542, doi: 10.1007/s00114-006-0138-6.
- Olver, F.W.J., Smith, J.M., **1983**. Associated Legendre Functions on the cut, *J. Computat. Phys.*, 51, 502-518.
- Parkinson, W.C., **1983**. Introduction to Geomagnetism, Scottish Academic Press Edinburgh.
- Parkinson, W.D., Jones, F.W., **1979**. The geomagnetic coast effect, *Reviews of geophysics, Rev. Geophys.*, 17, 8, 1999–2015, doi:10.1029/RG017i008p01999.
- Pavón-Carrasco, F.J., **2010**. Modelización regional del Campo Geomagnético en Europa para los últimos 8000 años y desarrollo de aplicaciones, PHD Tesis, Universidad Complutense de Madrid, Madrid, España.
- Pavón-Carrasco, F.J., Torta, J.M., Catalán, M., Talarn, À., Ishihara, T., **2013**. Improving total field geomagnetic secular variation modeling from a new set of cross-over marine data. *Phys. Earth Planet Int.*, 216, 21-31.
- Prölss, G.W., **2004**. Physics of the Earth's Space Environment An Introduction, Springer, Berlin, Germany.
- Qamili, E., **2011**. Statistical analysis of the Geomagnetic Field over Antarctica and Considerations for a Possible Imminent Geomagnetic Reversal, PHD Thesis, Instituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia, Roma, Italia.
- Qiu, Y., Wang, Y., Jiang, W., Zhang, B., Li, F., Guo, F., **2017**. Combining CHAMP and Swarm Satellite Data to Invert the Lithospheric Magnetic Field in the Tibetan Plateau, 17, 238, doi:10.3390/s17020238.
- Quesnel, Y., Catalán, M., Ishihara, T., **2009**. A new global marine magnetic anomaly data set, *J. Geophys. Res.*, 114 (B04), 106, <http://dx.doi.org/10.1029/2008JB006144>.
- Sabaka, T.J., Baldwin, R.T., **1993**. Modelling the Sq magnetic field from POGO and Magsat satellite and cotemporaneous hourly observatory data: phase I, Contract Report HSTX/G&G9302, Hughes STX Corp. for NASA/GSFC Contract NAS5–31, 760.
- Sabaka, T.J., Olsen, N., Langel, R.A., **2002**. A comprehensive model of the quiet-time near-Earth magnetic field: phase 3, *Geophys. J. Int.*, 151, 32–68.
- Sabaka, T.J., Olsen, N., Purucker, M.E., **2004**. Extending comprehensive models of the Earth's magnetic field with Ørsted and CHAMP data, *Geophys. J. Int.*, 159, 521–547.
- Sabaka, T.J., Tøffner-Clausen, L., Olsen, N., **2013**. Use of the comprehensive inversion method for Swarm satellite data analysis, *Earth Planets Space*, 65, 1201–1222.

- Sabaka, T.J., Hulot, G., Olsen, N., **2014**. Mathematical Properties Relevant to Geomagnetic Field Modelling, doi: 10.1007/978-3-642-27793-1_17-2.
- Sabaka, T.J., Olsen, N., Tyler, R.H., Kuvshinov, A., **2015**. CM5, a pre-Swarm comprehensive geomagnetic field model derived from over 12 yr of CHAMP, Ørsted, SAC-C and observatory data, *Geophys. J. Int.*, 200, 1596–1626.
- Sagnotti, L., Scardia, G., Giaccio, B., Liddicoat, J. C., Nomade, S., Renne, P. R., Sprain, C. J., **2014**. Extremely rapid directional change during Matuyama-Brunhes geomagnetic polarity reversal, *Geophys. J. Int.*, 199, 2, 1110-1124.
- Schott, J.J., Thébault, E., **2010**. Modelling the earth's magnetic field from global to regional scales, *Geomagnetic Observations and Models*, IAGA, Special Sopron Book Series.
- Talarn, À., Pavón-Carrasco, F.J., Torta, J.M., Catalán, M., **2016**. Evaluation of using R-SCHA to simultaneously model main field and secular variation multilevel geomagnetic data for the North Atlantic, *Phys. Earth Planet. Inter.*, in press (29 Nov. 2016), doi: 10.1016/j.pepi.2016.11.008
- Thébault, E., **2006**. Global lithospheric magnetic field modelling by successive regional analysis, *Earth, Planets and Space*, 58, 485–495.
- Thébault, E., **2008**. A proposal for regional modelling at the Earth's surface R-SCHA2D, *Geophys. J. Int.*, 174, 118-134.
- Thébault, E., Gaya-Piqué, L.R., **2008**. Applied comparisons between SCHA and R-SCHA regional modelling techniques, *Geochem. Geophys. Geosyst.*, 9, 7.
- Thébault, E., Schott, J.J., and Mandea, M., **2002**. Geomagnetic field modelling on small spherical caps, EGS XXVII General Assembly EGS02-A-04673 SE6.07 -1 WE2A-003 Nice France2002.
- Thébault, E., Schott, J.J., Mandea, M., Hoffbeck, J.P., **2004**. A new proposal for spherical cap harmonic analysis, *Geophys. J. Int.*, 159, 83-105.
- Thébault, E., Schott, J.J., Mandea, M., **2006a**. Revised spherical cap harmonic analysis (R-SCHA): Validation and properties, *J. Geophys. Res.*, 111(B01), 102, doi: 10.1029/2005JB003836.
- Thébault, E., Mandea, M., Schott, J.J., **2006b**. Modelling the lithospheric magnetic field over France by means of revised spherical cap harmonic analysis (R-SCHA), *J. Geophys. Res.*, 111(B05), 102, doi: 10.1029/2005JB004110.
- Thébault, E., Purucker, M., Whaler, K. A., Langlais, B., Sabaka, T. J., **2010**. The Magnetic Field of the Earth's Lithosphere, *Space Sci Rev*, 155, 95–127, doi 10.1007/s11214-010-9667-6.

- Thébault, E., Finlay, C.C., Beggan, C.D., Alken, P., Aubert, J., Barrois, O., Bertrand, F., Bondar, T., Boness, A., Brocco, L., Canet, E., Chambodut, A., Chulliat, A., Coïsson, P., Civet, F., Du, A., Fournier, A., Fratter, I., Gillet, N., Hamilton, B., Hamoudi, M., Hulot, G., Jager, T., Korte, M., Kuang, W., Lalanne, X., Langlais, B., Léger, J.M., Lesur, V., Lowes, F.J., Macmillan, S., Mande, M., Manoj, C., Maus, S., Olsen, N., Petrov, V., Ridley, V., Rother, M., Sabaka, T. J., Saturnino, D., Schachtschneider, R., Sirol, O., Tangborn, A., Thomson, A., Tøffner-Clausen, L., Vigneron, P., Wardinski, I., Zvereva, T., **2015a**. International Geomagnetic Reference Field: the 12th generation, *Earth, Planets and Space*, 67, 79, doi: 10.1186/s40623-015-0228-9.
- Thébault, E., Finlay, C.C., Toh, H., **2015b**. Preface of the Special issue: International Geomagnetic Reference Field—the twelfth generation, *Earth, Planets and Space*, 67, 158, <http://www.earth-planets-space.com/content/67/1/158>.
- Thébault, E., Vigneron, P., Langlais, B., Hulot, G., **2016**. A Swarm lithospheric magnetic field model to SH degree 80. *Earth, Planets and Space*, 68, 126.
- Thomson, A., Lesur, V., **2007**. An improved geomagnetic data selection algorithm for global geomagnetic field modelling, *Geophys. J. Int.*, 169, 951–963, doi: 10.1111/j.1365-246X.2007.03354.x.
- Torta, J.M., García, A., De Santis, A., **1992**. New representation of geomagnetic secular variation over restricted regions by means of SCHA: application to the case of Spain, *Phys. Earth, Planet. Inter.*, 74, 209-217.
- Torta, J.M., Gaya-Piqué, L.R., Solé, J.G., Blanco, I., García, A., **1999**. A new geomagnetic observatory at Livingston Island (South Shetland Islands): implications for future regional magnetic surveys. *Annali di Geofisica*, 42, 2, 141-151.
- Torta, J.M., De Santis, A., Chiappini, M., von Frese, RRB., **2002**. A model of the secular change of the geomagnetic field for Antarctica, *Tectonophysics*, 347, 179-187.
- Torta, J.M., Gaya-Piqué, L.R., De Santis, A., **2006**. Spherical cap harmonic analysis of the geomagnetic field with application for aeronautical mapping, In Rasson, J.L. and Delipetrov, T., eds., *Geomagnetics for Aeronautical Safety: A Case Study in and round the Balkans*, NATO Security Through Science Series–C, 291–307.
- Torta, J.M., Pavón-Carrasco, F.J., Marsal, S., Finlay, C.C., **2015**. Evidence for a new geomagnetic jerk in 2014, *Geophys. Res. Lett.*, 10.1002/2015GL065501.
- Udías, A., Mézcua, J., **1986**. *Fundamentos de Geofísica*, Madrid: Alhambra, pp. 419.
- Usui, Y., Tarduno, J.H., Watkeys, M., Hofmann, A., Cottrell, R., **2009**. Evidence for a 3.45-billion-year-old magnetic remanence: hints of an ancient geodynamo from conglomerates of South Africa, *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 10, 207, doi: 10.1029/2009GC002496.
- Verbanac, G., Korte, M., Mande, M., **2007**. On long-term trends of the European geomagnetic observatory biases, *Earth, Planets and Space*, 58, 685-695.

- Verbanac, G., Manda, M., Bandić, M., Subašić, S., **2015**. Observatory crustal magnetic biases during CHAMP satellite mission, *Solid Earth Discuss.*, 7, 495-508, doi: 10.5194/sed-7-495-2015.
- Verhoef, J., Williams, C.A., **1993**. A method for isolating secular geomagnetic variation from shipboard total field measurements: a test case in the NE Atlantic, *Geophys. J. Int.*, 115, 471-481.
- Vervelidou, F., Thébault, E., **2015**. Global maps of the magnetic thickness and magnetization of the Earth's lithosphere, *Earth, Planets and Space*, 67, doi: 10.1186/s40623-015-0329-5.
- Voorhies, C.V., Sabaka, T.J., Purucker, M., **2002**. On magnetic spectra of Earth and Mars, *J. Geophys. Res.*, 107(E6), 5034.
- Wardinski, I., Holme, R., **2006**. A time-dependent model of the Earth's magnetic field and its secular variation for the period 1980-2000, *J. Geophys. Res.*, 111, 101, doi: 10.1029/2006JB004401.
- Yoshihara, A., Hamano, Y., **2000**. Intensity of the Earth's magnetic field in late Archean obtained from database dikes of the Slave Province, Canada. *Phys. Earth Planet Inter.*, 117, 295–307.

Anexos

Anexo 1. Matriz de regularización espacial para SCHA

En este anexo se desarrolla la expresión matemática de la norma del campo geomagnético según la expresión dada para la técnica SCHA (Haines, 1985) aplicada en el Capítulo 5. Partiendo de la ecuación [3.82] para un potencial, definido en la región descrita por la *Figura 3.5*, y aplicando la siguiente primera identidad de Green en el dominio Ω :

$$\int_{\Omega} \nabla V \cdot \nabla V d\Omega = \oint_{\partial\Omega} V \nabla V ds \quad [\text{A.1}]$$

obtenemos la expresión de la norma del campo geomagnético:

$$\|\mathbf{B}\|^2 = \int_{\partial_{\theta}\Omega} V \frac{1}{r} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} \right) ds_{\theta} + \int_{\partial_r\Omega} V \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right) ds_r \quad [\text{A.2}]$$

cuyos diferenciales se describen como: $ds_{\theta} = r \sin\theta_0 dr d\phi$ y $ds_r = a^2 \sin\theta d\theta d\phi$ (siendo r la distancia radial, θ la colatitud y ϕ la longitud en el sistema de referencia del casquete esférico, con a el radio medio de la Tierra). Si sustituimos el potencial dado por la técnica SCHA, [3.49], en la ecuación anterior teniendo en cuenta la igualdad [3.35] obtenemos que la primera integral de [A.2] es nula, y la segunda se describe como:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{B}\|^2 &= \int_{\partial_r\Omega} V \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right) ds_r \\ &= \int_0^{\theta_0} \int_0^{2\pi} a^2 \sin\theta d\theta d\phi \left\{ -a \sum_{k,j=0}^{K_{int}} \sum_{m=0}^{k,j} \left(\frac{a}{r} \right)^{n_k+1} (n_k+1) \left(\frac{a}{r} \right)^{n_j+2} \right. \\ &\quad \cdot (g_{i,n_k}^m \cos m\phi + h_{i,n_k}^m \sin m\phi) (g_{i,n_j}^m \cos m\phi + h_{i,n_j}^m \sin m\phi) \\ &\quad \cdot P_{n_k}^m(\cos\theta) \cdot P_{n_j}^m(\cos\theta) \\ &\quad + a \sum_{k,j=1}^{K_{ext}} \sum_{m=0}^{k,j} \left(\frac{r}{a} \right)^{n_k} n_j \left(\frac{r}{a} \right)^{n_j-1} (g_{e,n_k}^m \cos m\phi + h_{e,n_k}^m \sin m\phi) \\ &\quad \cdot (g_{e,n_j}^m \cos m\phi + h_{e,n_j}^m \sin m\phi) \cdot P_{n_k}^m(\cos\theta) \cdot P_{n_j}^m(\cos\theta) \\ &\quad + a \sum_{k,j=0}^{K_{int}} \sum_{m=0}^k \sum_{k,j=1}^{K_{ext}} \sum_{m=0}^k \left[\left(\frac{a}{r} \right)^{n_k+1} n_j \left(\frac{r}{a} \right)^{n_j-1} \right. \\ &\quad \cdot (g_{i,n_k}^m \cos m\phi + h_{i,n_k}^m \sin m\phi) (g_{e,n_j}^m \cos m\phi + h_{e,n_j}^m \sin m\phi) \\ &\quad \cdot P_{n_k}^m(\cos\theta) \cdot P_{n_j}^m(\cos\theta) \\ &\quad \left. - \left(\frac{r}{a} \right)^{n_k} (n_k+1) \left(\frac{a}{r} \right)^{n_j+2} \right. \\ &\quad \cdot (g_{e,n_k}^m \cos m\phi + h_{e,n_k}^m \sin m\phi) (g_{i,n_j}^m \cos m\phi + h_{i,n_j}^m \sin m\phi) \\ &\quad \left. \cdot P_{n_k}^m(\cos\theta) \cdot P_{n_j}^m(\cos\theta) \right\}. \quad [\text{A.3}] \end{aligned}$$

Donde se ha considerado algunas simplificaciones en los índices usados en [A.3]. Por ejemplo el grado n_k depende del orden m ($n_k(m)$) y el orden se ha considerado sin subíndices. Teniendo en cuenta que la distancia radial r es igual al radio medio de la Tierra a y las siguientes integrales relacionadas con la longitud

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \cos^2(m\phi) d\phi &= \frac{\phi}{2} + \frac{\sin(m\phi)}{4a} \Big|_0^{2\pi} = (1 + \delta_m) \cdot \pi \\ \int_0^{2\pi} \sin^2(m\phi) d\phi &= \frac{\phi}{2} - \frac{\sin(m\phi)}{4a} \Big|_0^{2\pi} = (1 + \delta_m) \cdot \pi \\ \int_0^{2\pi} \cos(m\phi) \sin(m\phi) d\phi &= \frac{\sin^2(m\phi)}{2m} \Big|_0^{2\pi} = 0, \end{aligned} \quad [A.4]$$

(donde $\delta_m = 0$ para $m = 0$ y $\delta_m = 1$ para $m > 0$) podemos reescribir la ecuación [A.3] como:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{B}_{SCHA}\|^2 &= -a^3 \pi \sum_{k,j=0}^{K_{int}} \sum_{m=0}^{k,j} (1 + \delta_m) \cdot (n_k + 1) \cdot (g_{i,n_k}^m g_{i,n_j}^m + h_{i,n_k}^m h_{i,n_j}^m) \\ &\quad \cdot \langle P_{n_k}^m(\cos \theta) | P_{n_j}^m(\cos \theta) \rangle \\ &+ a^3 \pi \sum_{k,j=1}^{K_{ext}} \sum_{m=0}^k (1 + \delta_m) \cdot n_j \cdot (g_{e,n_k}^m g_{e,n_j}^m + h_{e,n_k}^m h_{e,n_j}^m) \langle P_{n_k}^m(\cos \theta) | P_{n_j}^m(\cos \theta) \rangle \\ &+ a^3 \pi \sum_{k,j=0,1}^{K_{int}, K_{ext}} \sum_{m=0}^{k,j} (1 + \delta_m) \cdot n_j \cdot (g_{i,n_k}^m g_{e,n_j}^m + h_{i,n_k}^m h_{e,n_j}^m) \langle P_{n_k}^m(\cos \theta) | P_{n_j}^m(\cos \theta) \rangle \\ &- a^3 \pi \sum_{k,j=0}^{K_{int}, K_{ext}} \sum_{m=0}^{k,j} (1 + \delta_m) \cdot (n_k + 1) \cdot (g_{e,n_k}^m g_{i,n_j}^m + h_{e,n_k}^m h_{i,n_j}^m) \\ &\quad \cdot \langle P_{n_k}^m(\cos \theta) | P_{n_j}^m(\cos \theta) \rangle \end{aligned} \quad [A.5]$$

siendo

$$\langle P_{n_k}^m(\cos \theta) | P_{n_j}^m(\cos \theta) \rangle = \int_0^{\theta_0} P_{n_k}^m(\cos \theta) P_{n_j}^m(\cos \theta) \sin \theta d\theta \quad [A.6]$$

La integral anterior toma diferentes valores dependiendo las diferencias entre j y k con m , tal como se describe en las ecuaciones [3.36]-[3.39].

Anexo 2. Matriz de regularización espacial para R-SCHA

En el presente anexo se especifica con total detalle el desarrollo que se ha seguido para obtener la norma del campo geomagnético descrito por la técnica R-SCHA, ya que ésta no se encuentra descrita en la literatura relacionada. Como en el caso anterior, partimos de la expresión del potencial R-SCHA dado por la ecuación [3.76], que es la suma del potencial V_1 (denominado de Haines, ecuación [3.49], en el que solo se usará el set de funciones que satisface $k - m$ par) y V_2 (denominado de Thébault, ecuación [3.73]):

$$\begin{aligned} \|\mathbf{B}\|^2 &= \|\nabla V_{R-SCHA}\|^2 = \|\nabla(V_1 + V_2)\|^2 \\ &= \int_{\Omega} \nabla V_1 \cdot \nabla V_1 d\Omega + \int_{\Omega} \nabla V_2 \cdot \nabla V_2 d\Omega + 2 \int_{\Omega} \nabla V_1 \cdot \nabla V_2 d\Omega \\ &= \oint_{\partial\Omega} V_1 \cdot \nabla V_1 ds_{\Omega} + \oint_{\partial\Omega} V_2 \cdot \nabla V_2 ds_{\Omega}, \end{aligned} \quad [A.7]$$

donde se ha tenido en cuenta la primera identidad de Green (ver Anexo 1) y que los gradientes de los potenciales V_1 y V_2 son ortogonales entre sí. Los diferenciales de superficie del cono esférico truncado (ver *Figura 3.7*) serían

$$ds_{\theta} = r \sin\theta_0 dr d\phi; ds_a = -a^2 \sin\theta d\theta d\phi; ds_b = b^2 \sin\theta d\theta d\phi. \quad [A.8]$$

Introduciendo [A.8] en [A.7] y teniendo en cuenta la expresión del gradiente en coordenadas esféricas obtenemos:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{B}\|^2 &= \oint_{\partial\Omega} V_1 \cdot \nabla V_1 ds_{\Omega} + \oint_{\partial\Omega} V_2 \cdot \nabla V_2 ds_{\Omega} \\ &= \oint_{\partial_{\theta}\Omega} \left(V_1 \frac{\partial V_1}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta_0} + V_2 \frac{\partial V_2}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta_0} \right) \sin\theta_0 dr d\phi \\ &\quad - \oint_{\partial_a\Omega} \left(V_1 \frac{\partial V_1}{\partial r} \Big|_{r=a} + V_2 \frac{\partial V_2}{\partial r} \Big|_{r=a} \right) a^2 \sin\theta d\theta d\phi \\ &\quad + \oint_{\partial_b\Omega} \left(V_1 \frac{\partial V_1}{\partial r} \Big|_{r=b} + V_2 \frac{\partial V_2}{\partial r} \Big|_{r=b} \right) b^2 \sin\theta d\theta d\phi. \end{aligned} \quad [A.9]$$

Si aplicamos en [A.9] las condiciones de contorno dadas para V_1 por [3.34] y para V_2 por [3.53] y [3.54], podemos reescribir la expresión anterior como:

$$\begin{aligned}
 \|\mathbf{B}\|^2 &= \oint_{\partial_\theta \Omega} V_2 \frac{\partial V_2}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta_0} \sin \theta_0 dr d\phi \\
 &- \oint_{\partial_\rho \Omega} V_1 \frac{\partial V_1}{\partial r} \Big|_{r=a} a^2 \sin \theta d\theta d\phi \\
 &+ \oint_{\partial_\rho \Omega} V_1 \frac{\partial V_1}{\partial r} \Big|_{r=b} b^2 \sin \theta d\theta d\phi.
 \end{aligned} \tag{A.10}$$

Vamos a desarrollar las tres integrales definidas en [A.10] de forma separada y las denotaremos por E_1 , E_2 y E_3 respectivamente.

La primera integral, E_1 , viene dada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
 E_1 &= \oint_{\partial_\theta \Omega} V_2 \frac{\partial V_2}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta_0} \sin \theta_0 dr d\phi \\
 &= \oint_{\partial_\theta \Omega} \left\{ \left[a \sum_{p=1}^{P_{\max}} \sum_{m=0}^p R_p(r) (g_p^m \cos m\phi + h_p^m \sin m\phi) K_p^m(\cos \theta) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + a \sum_{m=0}^{M_{\max}} R_0 (g_0^m \cos m\phi + h_0^m \sin m\phi) K_0^m(\cos \theta) \right] \right. \\
 &\quad \cdot \left[a \sum_{p=1}^{P_{\max}} \sum_{m=0}^p R_p(r) (g_p^m \cos m\phi + h_p^m \sin m\phi) \frac{dK_p^m(\cos \theta)}{d\theta} \right. \\
 &\quad \left. \left. + a \sum_{m=0}^{M_{\max}} R_0 (g_0^m \cos m\phi + h_0^m \sin m\phi) \frac{dK_0^m(\cos \theta)}{d\theta} \right] \right\} \sin \theta_0 dr d\phi.
 \end{aligned} \tag{A.11}$$

Aplicando en [A.5] las integrales en longitud del Anexo 1 [A.4] y teniendo en cuenta que las funciones $R_p(r)$ y R_0 son ortogonales entre sí y ambas normas son iguales al radio inferior del cono esférico, a (al final de este Anexo se detalla las ecuaciones de dichas normas), la integral E_1 se describe como:

$$\begin{aligned}
 E_1 &= \pi a^3 (1 + \delta_m) \sin \theta_0 \left\{ \left[(g_p^m)^2 + (h_p^m)^2 \right] K_p^m(\cos \theta_0) \frac{dK_p^m(\cos \theta)}{d\theta} \Big|_{\theta_0} \right. \\
 &\quad \left. + \left[(g_0^m)^2 + (h_0^m)^2 \right] K_0^m(\cos \theta) \frac{dK_0^m(\cos \theta)}{d\theta} \Big|_{\theta_0} \right\}
 \end{aligned} \tag{A.12}$$

En la segunda integral, E_2 , vamos a considerar también las integrales definidas en longitud (ecuaciones [A.4]), las reglas de ortogonalidad de las funciones de Legendre del potencial V_1 para el set $k - m$ par, y que estamos en el radio inferior del cono esférico truncado, es decir, $r = a$.

$$\begin{aligned}
E_2 &= -\oint_{\partial_a \Omega} V_1 \frac{\partial V_1}{\partial r} \Big|_{r=a} a^2 \sin \theta d\theta d\phi \\
&= \pi \cdot a^3 (1 + \delta_{m,0}) \left\{ (n_k + 1) \|P_k^m(\cos \theta)\|^2 \cdot \left[(g_{i,k}^m)^2 + (h_{i,k}^m)^2 \right] \right. \\
&\quad \left. - n_k \|P_k^m(\cos \theta)\|^2 \cdot \left[(g_{e,k}^m)^2 + (h_{e,k}^m)^2 \right] \right\} \\
&\quad + \pi \cdot a^3 (1 + \delta_{m,0}) \|P_k^m(\cos \theta)\|^2 \cdot (g_{i,k}^m \cdot g_{e,k}^m + h_{i,k}^m \cdot h_{e,k}^m)
\end{aligned} \tag{A.13}$$

Finalmente, para la tercera integral, E_3 , tendremos de nuevo en cuenta las integrales definidas en longitud (ecuaciones [A.4]), las reglas de ortogonalidad de las funciones de Legendre del potencial V_1 para el set $k - m$ par, y que estamos en el radio superior del cono esférico truncado, es decir, $r = b$.

$$\begin{aligned}
E_3 &= \oint_{\partial_b \Omega} V_1 \frac{\partial V_1}{\partial r} \Big|_{r=b} b^2 \sin \theta d\theta d\phi \\
&= \pi \cdot a \cdot b^2 (1 + \delta_{m,0}) \left\{ (n_k + 1) \left(\frac{a}{b}\right)^{2n_k+3} \|P_k^m(\cos \theta)\|^2 \cdot \left[(g_{i,k}^m)^2 + (h_{i,k}^m)^2 \right] \right. \\
&\quad \left. - n_k \left(\frac{b}{a}\right)^{2n_k-1} \|P_k^m(\cos \theta)\|^2 \cdot \left[(g_{e,k}^m)^2 + (h_{e,k}^m)^2 \right] \right\} \\
&\quad - \pi \cdot a^3 (1 + \delta_{m,0}) \|P_k^m(\cos \theta)\|^2 \cdot (g_{i,k}^m \cdot g_{e,k}^m + h_{i,k}^m \cdot h_{e,k}^m).
\end{aligned} \tag{A.14}$$

Volviendo a la ecuación [A.10] y sustituyendo las tres integrales, obtenemos la expresión final de la norma del campo geomagnético en el dominio del cono esférico truncado:

$$\begin{aligned}
\|B_{R-SCHA}\|^2 &= \pi \cdot a^3 (1 + \delta_{m,0}) \sin \theta_0 \\
&\quad \left\{ \left[(g_p^m)^2 + (h_p^m)^2 \right] \cdot K_p^m(\cos \theta) \Big|_{\theta_0} \cdot \frac{dK_p^m(\cos \theta)}{d\theta} \Big|_{\theta_0} \right. \\
&\quad \left. + \sin \theta_0 \left[(g_o^m)^2 + (h_o^m)^2 \right] \cdot K_o^m(\cos \theta) \Big|_{\theta_0} \cdot \frac{dK_o^m(\cos \theta)}{d\theta} \Big|_{\theta_0} \right\} \\
&\quad + \pi \cdot a^3 (1 + \delta_{m,0}) \left\{ \left[1 - \left(\frac{a}{b}\right)^{2n_k+1} \right] (n_k + 1) \|P_k^m(\cos \theta)\|^2 \cdot \left[(g_{i,k}^m)^2 + (h_{i,k}^m)^2 \right] \right. \\
&\quad \left. + \left[\left(\frac{b}{a}\right)^{2n_k+1} - 1 \right] n_k \|P_k^m(\cos \theta)\|^2 \cdot \left[(g_{e,k}^m)^2 + (h_{e,k}^m)^2 \right] \right\}
\end{aligned} \tag{A.15}$$

A continuación desarrollaremos los valores de la norma R y R_0 con la intención de mostrar cuál tiene que ser el valor de la constante para ambas normas sabiendo (Thébault et al., 2004) que $\|R_p\|^2 = \|R_0\|^2 = a$

$$\|R_p\|^2 = C^2 a \left\{ \left(\frac{2\pi p}{S} \right)^2 \left[\frac{1}{2} S \right] + \left[\frac{1}{2} S \right] \right\} = a$$

$$C^2 = \frac{1}{\left(\frac{S}{2} \right) \left(\left(\frac{2\pi p}{S} \right)^2 + 1 \right)} \quad [\text{A.16}]$$

$$C = \frac{\left(\frac{S}{2} \right)^{-1/2}}{\left(\left(\frac{2\pi p}{S} \right)^2 + 1 \right)^{1/2}}$$

$$\|R_0\|^2 = \int_a^b D^2 dr = D^2 (b-a) = a$$

$$D^2 = \frac{a}{(b-a)} = \frac{1}{\left(\frac{b}{a} - 1 \right)} \quad [\text{A.17}]$$

$$D = \frac{1}{(e^S - 1)^{1/2}}$$

Anexo 3. Pavón-Carrasco, F.J., Torta, J.M, Catalán, M., Talarn, À., Ishihara, T., 2013. Improving total field geomagnetic secular variation modeling from a new set of cross-over marine data, Phys. Earth Planet. Inter., 216, 21 – 31

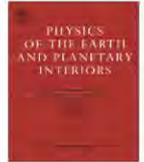
Physics of the Earth and Planetary Interiors 216 (2013) 21–31



Contents lists available at SciVerse ScienceDirect

Physics of the Earth and Planetary Interiors

journal homepage: www.elsevier.com/locate/pepi



Improving total field geomagnetic secular variation modeling from a new set of cross-over marine data

F. Javier Pavón-Carrasco^{a,*}, J. Miquel Torta^b, Manuel Catalán^c, Àngela Talarn^b, Takemi Ishihara^d

^a Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia, Geomagnetismo, Aeronomia e Geofisica Ambientale, Via di Vigna Murata 605, 00143 Roma, Italy

^b Observatori de l'Ebre, (OE), CSIC-Universitat Ramon Llull, Horta Alta 38, E-43520 Roquetes, Spain

^c Geophysical Dpt., Royal Spanish Naval Observatory, San Fernando E-11100, Cadiz, Spain

^d Institute of Geology and Geoinformation, AIST Central 7, 1-1-1 Higashi, Tsukuba, Ibaraki 305-8567, Japan

ARTICLE INFO

Article history:

Received 11 July 2012

Received in revised form 24 October 2012

Accepted 2 January 2013

Available online 10 January 2013

Edited by: Chris Jones

Keywords:

Geomagnetism

Secular variation

Regional modeling

North Atlantic Ocean

Spherical cap harmonic analysis

Geomagnetic marine data

ABSTRACT

A new set of cross-over marine data has been used to generate a regional model for the secular variation of the total geomagnetic field, showing the potential of the suggested approach for gaining a better knowledge of the field over oceanic regions. The model, which is valid for the Northern Atlantic region during the temporal interval 1960–2000, was obtained using spherical cap harmonic analysis (SCHA) in space and penalized splines in time. The maximum spatial expansion is equivalent to degree 9 in ordinary spherical harmonic analysis. Annual mean intensity data from different geomagnetic observatories have been used to improve the spatial and temporal resolution of the original dataset. Results indicate that the regional model improves, in terms of the root mean square error, the prediction given by the 11th generation of IGRF and CM4 global models, especially for the geomagnetic observatories considered. We also provide the uncertainty of the model coefficients and the secular variation prediction given by a bootstrap algorithm. The model is available in the EarthRef. org Digital Archive at <http://earthref.org/ERDA/1728/>.

© 2013 Elsevier B.V. All rights reserved.

1. Introduction

Studies of geomagnetic field models covering the past the century have revealed regions of particularly weak geomagnetic field intensity. One of these regions corresponds to the so-called South Atlantic Anomaly (SAA) located over the South Atlantic Ocean, with the lowest magnetic minimum in southeastern Brazil. In this region the magnetic field intensity is about 30% of the values observed over the polar regions, and around 75% of the field in the equatorial regions. At the top of the outer core, in a region currently located under South Africa, there is evidence of magnetic flux patches of reversed polarity (Barraclough et al., 1975, 1978; Gubbins and Bloxham, 1985; Hulot et al., 2002) that can be related to the SAA at the Earth's surface. In the South Atlantic and other oceanic basins (e.g. the westernmost part of the North Atlantic Ocean) the first time-derivative of the geomagnetic field, known as secular variation (SV), is also strongly decreasing.

At present, snapshots of the intensity of the geomagnetic field over the Earth's surface are given by global models such as the IGRF every 5 years (Finlay et al., 2010), although continuous models

such as the CM4 comprehensive model (Sabaka et al., 2004) are also available. Errors computed from such global models vary considerably with position, reflecting the poor distribution of observatory data upon which models rely onto predict SV, in comparison with satellite data (Langel, 1987). Most of the information concerning SV of the geomagnetic field comes from magnetic observatories and through global networks of sites, known as repeat stations, which are observed periodically. They yield datasets with a distribution that is severely limited in the oceans. Recently, satellite data has become available that covers oceanic regions, but between 1980 and 2000 precise three-component magnetic field measurements over oceans were rare. It is also worth noting that although continuous measurements are now available for these regions for the last decade, they cannot enhance our knowledge of the SV over periods of several decades (Ravat et al., 2003). Here, we suggest a possible approach to refine our knowledge about SV in oceanic regions. In addition to the use of observatory and satellite data, we propose the use of pairs of total magnetic field observations from marine cruises at cross-over points which, in theory, should differ only by their time-varying components (Verhoef and Williams, 1993).

In an attempt to characterize the geomagnetic field structure and evolution in greater detail over those particular regions, we have examined the possibility of developing new SV models over the oceans using regional analytical techniques. This includes the

* Corresponding author. Tel.: +39 3473304449; fax: +39 0651860397.

E-mail addresses: fjpavon@fis.ucm.es, javier.pavon@ingv.it (F.J. Pavón-Carrasco), jmtorta@obsebre.es (J.M. Torta), mcatalan@roa.es (M. Catalán), atalarn@obsebre.es (À. Talarn), t-ishihara@aist.go.jp (T. Ishihara).

use of spherical cap harmonic analysis (or a recently revised version of this technique) in space and penalized B-splines functions in time, by which the SV is modeled by taking differences relative to the means over each observing location. The potential of this approach has been demonstrated by producing a SV model of the total field over the entire North Atlantic, which is perhaps the basin best covered with marine magnetic data and which includes a rapidly evolving flux feature.

2. Data

The publication of the second version of the World Digital Magnetic Anomaly Map (WDMAM) involved the collection of more than 2400 cruises in a period of time which spans from 1960 to 2008 (Quesnel et al., 2009). All this information was carefully checked profile by profile and cleaned by removing spikes and other spurious data. A line leveling method was applied to reduce some inconsistencies between different surveys. The root mean square of the global magnetic anomaly differences at cross-overs was reduced from 179.6 to 35.9 nT which highlights the improvement in quality and coherence of this global marine magnetic data set (Quesnel et al., 2009). We used a subset of the original (i.e. with no core field correction applied) total intensity data set, and took advantage of the cleaning and editing process already carried by Quesnel et al. (2009). This allowed us to infer SV over the North Atlantic as it not only provides a better spatial and wider temporal coverage than that used twenty years ago by Verhoef and Williams (1993), but it is superior in terms of precision. Nevertheless, we limited the time span of our model to 2000.0 since the data density decreases dramatically after this date.

In order to isolate the main field from the total field measurements we subtracted the external magnetic field contributions using the CM4 model. Lithospheric contributions were extracted using the final WDMAM's oceanic magnetic anomaly database, which already included those corrections derived for each marine track-line after leveling the magnetic anomaly data set. Although the process of obtaining the main field differences must ensure that the SV model coefficients are not contaminated by crustal bias (since it is assumed that is independent of time), the subtraction of its estimation was an effective means to reduce noise (the positioning is usually inaccurate at sea so that the magnetic field might have been measured in non-coincident places but, in practice, be referred to the same cross-over point). Once corrected from external fields, the total field magnetic readings at tie-points, lithospheric contribution and long and mid-wavelength errors should represent a good approach to the main field, although they still suffer from two main different sources of error: incompletely canceled external field contributions and navigation errors. It is not easy to quantify their contribution to the error budget. To estimate it in the area under study (North Atlantic Ocean) we computed the rms total field cross-over difference, yielding a value of 43.8 nT. As we used the CM4 model to reduce each pair of magnetic readings to the same epoch, most probably the true uncertainty is smaller than that estimation, and we should consider it as a worst case scenario.

In addition to the marine data, observatory total field annual mean values were added to constrain the model in the peripheral areas. This also provided robustness to our model, because of the high quality of these data in comparison with the marine data. A selection of these data was performed. We used annual mean values taken from (a) WDC for Geomagnetism, Edinburgh, (<http://www.wdc.bgs.ac.uk>), or (b) derived from monthly mean values from the IGP database (<http://obsmag.ippg.fr/wmmE.html>). We compared those annual mean values relative

to the mean (from (a) and (b)) with the corresponding CM4 main field differences. Those time series were thus individually checked to disregard possible outliers from (a) or (b), which were removed but using (a) as master. We substituted some (a) values by (b) values whenever the series were more in agreement with CM4 predictions in terms of rms differences. We considered the two segments separately whenever an observatory change of site took place. Fig. 1 shows the spatial and temporal distribution of both types of data: cross-over marine (41946 pairs) and observatory (752) data.

In order to reject any possible outliers present in the database, we performed an initial model using all the cross-over marine and observatory data. The standard deviation of the residual data (i.e., the difference between the input and modeled data) provided by the initial model was used as the outlier rejection criterion. All data lying outside three times the standard deviation (36.0 nT) were rejected. A total of 1620 pairs of cross-over marine data were rejected using this procedure, and the final number of input data was given by 40326 pairs of cross-over marine data and 752 observatory data.

3. Technique and model parameterization

Given the size of the explored region in the present work we have chosen the spherical cap harmonic analysis technique (SCHA, Haines, 1985). When the region is small and/or data is analyzed at different altitudes, the revised spherical cap harmonic analysis (RSCHA, Thébault et al., 2006) should behave better. In terms of the SCHA, the potential of the internal geomagnetic field can be established as (Haines, 1988):

$$V(r, \theta, \lambda, t) = a \sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^k \sum_{q=1}^Q \left(\frac{a}{r}\right)^{n_k+1} P_{n_k}^m(\cos \theta) (g_{n_k,q}^m(t) \cdot \cos m\lambda + h_{n_k,q}^m(t) \cdot \sin m\lambda) \quad (1)$$

where a is the average radius of the Earth, $P_{n_k}^m(\cos \theta)$ the associated Legendre functions with real degree $n_k(m)$ and order m , $\cos m\lambda$ and $\sin m\lambda$ the Fourier functions, and the K and Q indices are the maximum degrees of the spatial and temporal expansions respectively. $g_{n_k,q}^m(t)$ and $h_{n_k,q}^m(t)$ are the time-dependent SCH coefficients.

The total field or intensity F of the geomagnetic field cannot be obtained by taking the derivative of the potential in Eq. (1), contrary to the case of the north, east and vertical components. For this reason, the inverse problem aimed at modeling the intensity data is non-linear and we need an iterative approach. A linear inversion is also possible when using the Taylor series applied to the intensity data. For a certain location \vec{r} and epoch t , the intensity data F can be expressed as a linear function of the SCH coefficients using the first order of the truncated Taylor series (see Appendix A):

$$F(t, \vec{r}) = F(t, \vec{r})|_{m=\vec{m}_0} + \frac{\partial F(t, \vec{r})}{\partial \vec{m}} \Big|_{m=\vec{m}_0} \cdot (\vec{m} - \vec{m}_0) + \delta(\vec{r}) \quad (2)$$

where the vector \vec{m} contains the SCH coefficients and $\partial F(t, \vec{r})/\partial \vec{m}$ is the Frechet derivative vector for the intensity. The subindex 0 corresponds to an initial reference geomagnetic field model, denoted by the vector \vec{m}_0 . The last function $\delta(\vec{r})$ represents the crustal field bias (i.e., the magnetic anomaly for that position). The initial reference model \vec{m}_0 was set as an axial dipole field with a spherical harmonic coefficient g_1^0 equal to -30420 nT at 1960.0 with a constant rate of variation of 20 nT/yr. These values were established according to a linear fitting of the first Gauss coefficient of the IGRF model for the time interval 1960–2000.

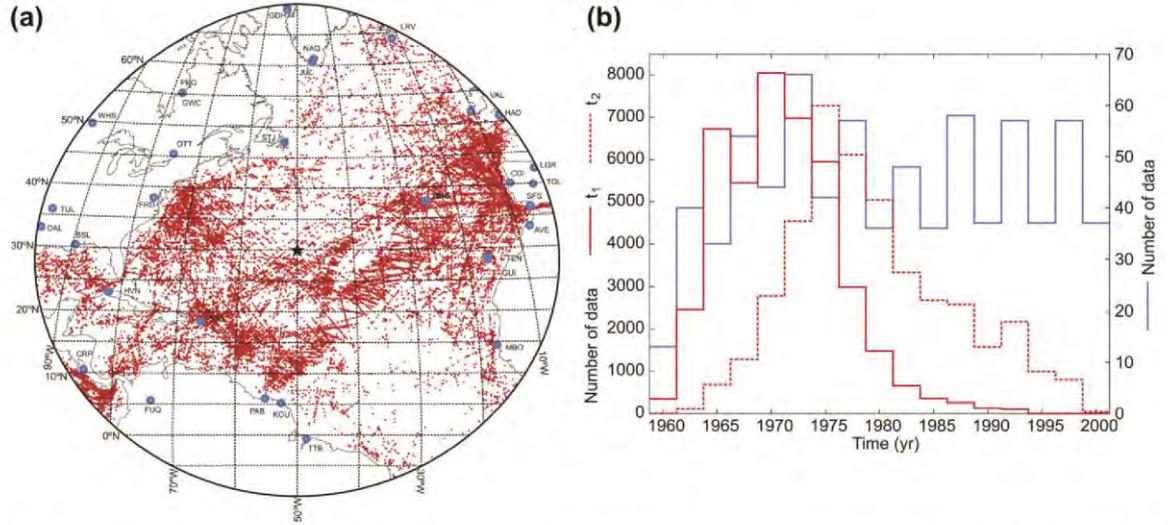


Fig. 1. (a) Spatial and (b) temporal distributions of the cross-over marine (red) and observatory (blue) data. Those observatories mentioned in the text are indicated by their IAGA code. The spherical cap is centered at 30°N, 50°W (black star). The temporal histogram is in 2.5 years bins from 1960 to 2000. For the marine data, the time t_1 and t_2 correspond to the first and second observations at the same cross-over point. (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

In this study, the marine cross-over intensity data were modeled using the method of main field differences (Haines, 1993). Appendix B contains a brief description of this method and the different equations used in this study. This method is a more robust way to model SV than fitting variations obtained by numerical differentiation using consecutive first differences at the mid-points of their respective intervals. The latter works reasonably well with consecutive annual mean values from observatories, but not when the interval between data values may be many years. It was used by Verhoef and Williams (1993) in their attempt to model SV over a restricted rectangular region in the NW Atlantic. Haines (1993) suggested taking differences relative to the means, denoted as \bar{F} , over the series of observations at the same location, which in the case of marine cross-over intensity reduces to a couple of observations at t_1 and t_2 according to the following expression (see Appendix B):

$$F(\vec{r}, t_1) - \bar{F}(\vec{r}) = -F(\vec{r}, t_2) + \bar{F}(\vec{r}) = F(\vec{r}, t_1)/2 - F(\vec{r}, t_2)/2. \quad (3)$$

This method presents two clear advantages: first, it is not necessary to differentiate Eq. (2) to obtain the SV field; and second, the contamination introduced by the crustal anomaly field, $\delta(\theta, \lambda)$, disappears when computing the SV.

To find the optimal SCH coefficients, we chose the regularized weighted least square inversion:

$$\delta\vec{m} = (\hat{A}' \cdot \hat{C}_e^{-1} \cdot \hat{A} + \alpha \cdot \hat{\Psi} + \tau \cdot \hat{\Phi})^{-1} \hat{A}' \cdot \hat{C}_e^{-1} \cdot \vec{y} \quad (4)$$

where $\delta\vec{m} = \vec{m} - \vec{m}_0$ is the vector of the SCH coefficients (relative to the initial reference model \vec{m}_0), \hat{A} is the matrix of parameters which depends on the SCH functions in space and time (see Appendices A and B) and \hat{A}' is the transpose of \hat{A} . \hat{C}_e is the data error covariance matrix (the inverse matrix of weights) and \vec{y} is the vector of input data, i.e. $F - \bar{F}$. The $\hat{\Psi}$ and $\hat{\Phi}$ matrices are the spatial and temporal regularization matrices, respectively, with damping parameters α and τ , which control the trade-off of misfit and roughness criteria. The spatial roughness depends on the norm of the geomagnetic field, B , in terms of the SCH coefficients:

$$N_s = \alpha \cdot \Psi = \frac{\alpha}{t_e - t_s} \int_{t_s}^{t_e} B^2 d\Omega dt \quad (5)$$

where t_s and t_e are the initial and final time respectively, and $d\Omega$ is the differential solid angle over the spherical cap. The temporal roughness is defined in terms of the second derivative of the geomagnetic field as:

$$N_T = \tau \cdot \Phi = \frac{\tau}{t_e - t_s} \int_{t_s}^{t_e} \left(\frac{\partial^2 B}{\partial t^2} \right)^2 d\Omega dt. \quad (6)$$

For the global spherical harmonic analysis both matrices $\hat{\Psi}$ and $\hat{\Phi}$ are diagonal due to the orthogonality of the basis functions over the sphere. However, the two set of basis functions involved in the SCHA technique (with indices $k-m = \text{odd}$ and $k-m = \text{even}$, respectively) are not orthogonal among themselves (Haines, 1985). For this reason, $\hat{\Psi}$ and $\hat{\Phi}$ are not diagonal matrices and some non-diagonal elements have finite values. Korte and Holme (2003) provided the terms of both matrices for the SCHA technique.

Different tests were carried out to obtain the most appropriate values for the scalars α and τ in Eqs. (4)–(6). These parameters control the smoothness and misfit of the regional model over the spherical cap. Larger values of α and τ increase the smoothness of the model in terms of spatial (α) and temporal (τ) wavelengths, also in areas well covered by data. Smaller values provide a better fit to the data, but the model complexity increases. Fig. 2 shows the trade-off curves for different models in terms of the root mean square (rms) misfit and the value of the spatial and temporal norms, i.e. the roughness of the different models for different values of the scalars α and τ . Both curves (Fig. 2a and b) present a clear and well defined knee where the damping parameters show the optimum values of $3 \cdot 10^{-7} \text{ nT}^{-2}$ and $10^{-5} \text{ nT}^{-2} \text{ yr}^4$ for α and τ , respectively. Using these values, we obtained the simplest model (the spatial and temporal norms are minima) that fits the input data reasonable well and provides a realistic spatial and temporal variation, even in areas where the spatial coverage of data is minimal, as in the case of the southeastern part of the spherical cap (see Fig. 1).

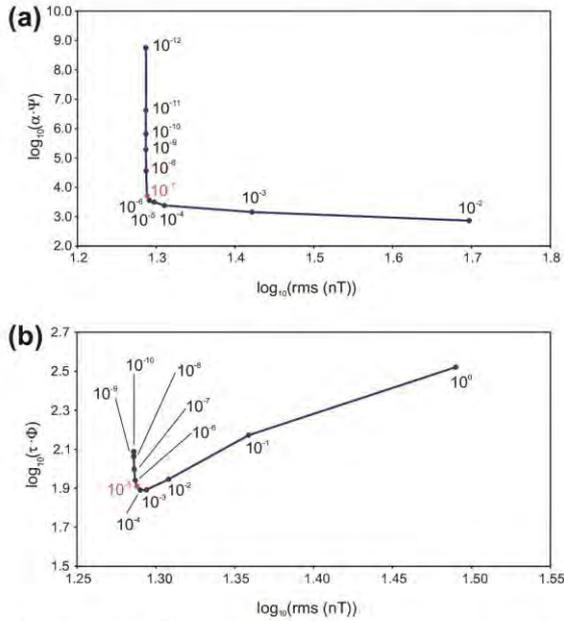


Fig. 2. Trade-off curves of the roughness for the (a) spatial and (b) temporal norms. The red values correspond to the selected values of the damping parameters α and τ . (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

The spatial resolution of the regional model is given by the maximum index K and the size of the used spherical cap. Although all data filled into a spherical cap of 40° , to provide more realistic SV spatial features the size of the spherical cap was increased up to 60° . This is a common practice in SCHA when one attempts to model large spatial wavelengths (see, e.g. Torta et al., 2006). K was set to 6, which corresponds to approximately degree 9 in the global spherical harmonic analysis. In time, the penalized cubic B-splines were used (de Boor, 2001), with knot points every 4 years, from 1960 to 2000.

Measurements were weighted according to the reciprocal of the variance of the error, including instrumental errors and any remaining effect from transient variations. The considered measurement standard deviation for the observatory data was chosen to be 10 nT (following Haines and Newitt, 1997), while the comparison of the total field marine data at cross-overs (using the CM4 model to account for the SV at each pair of magnetic readings obtained at different epochs) provided a standard deviation of 43.8 nT, which was taken as the estimate of the relative accuracy of these data.

In order to obtain the uncertainties of the model coefficients, we applied a bootstrap method (e.g., Korte and Constable, 2008) using the model and the original spatial and temporal location of the input dataset. The synthetic data for each bootstrap model were randomly picked from the original database according to a homogenous distribution, keeping the same number of input data. After that, we modified the new simulated data using a Gaussian random distribution centered in the model predictions, with a standard deviation corresponding to the error uncertainties for the cross-over marine and observatories intensity data, assuming these errors as Gaussian. In our case, for the observatory data, we also kept the same number of observations for each observatory. This method highlights the influence of the spatial and temporal distributions of the data and the data errors but does not

clearly show the influence of the choice of the damping parameters α and τ in Eq. (4). For this reason, we also included the variation of the damping parameters in the bootstrap method (see Backus, 1988, for detailed comments about the dependence of model uncertainties on the damping parameters). Backus (1988) indicated that the method of choosing the damping parameters is suited to the existence problem rather than the uniqueness problem and overestimates the resolution. After choosing the parameters, the model is physically reasonable and fits the data, but how many such models share in common the properties of the obtained model? For this reason, a set of damping parameters showing the simplest models, i.e. when the spatial and temporal norms are minima, were included in the bootstrap method. For the spatial norm we used values of α between 5×10^{-8} and 10^{-6} nT^{-2} , and between 5×10^{-6} and $10^{-4} \text{ nT}^{-2} \text{ yr}^4$ for τ in the temporal norm (see Fig. 2). A total of 6000 individual models were obtained following this procedure. Uncertainties of the model coefficients are given by the standard deviation of the 6000 sets of individual model coefficients.

4. Results and discussion

To assess the relative importance of cross-over marine and observatory data, we first derived two different types of models. First, we computed a model, called model 1, using the cross-over marine data described in Section 2, and we next developed a second model (model 2) using only the observatory data as input data. Fig. 3a and b show the comparison of these models and the CM4 for two different locations.

In Fig. 3a, we chose a location (25°N , 40°W , the white triangle in Fig. 3c and d) with a high density of cross-over marine data and far away from the observatory locations. Results show how the SV of the intensity given by the model 1 follows the CM4 prediction for this location, and the model 2 presents high differences with the CM4 model. This behavior of the differences is just the contrary prior to 1963, due to the lack of cross-over marine data for this epoch. When we plot in Fig. 3b the SV of the intensity for another location (45°N , 90°W , the white square in Fig. 3c and d) far away from the cross-over marine data and surrounded by observatory locations, we can see how the model 2 fits the CM4 prediction and the model 1 shows different variations from those given by the CM4.

To analyze deeply these two models, we also calculated the time-average of the absolute value of the residuals between the SV of both regional models and the SV of the CM4 into the spherical cap (Fig. 3c and d). The results agree with our previous result. The map in Fig. 3c given by the residuals between the model 1 and the CM4 presents the lowest values in areas covered by the cross-over marine data and the highest differences are located in observatory locations or in areas without data. In the same way, the map in Fig. 3d shows how the model 2 presents the highest difference in the center of the spherical cap, where the observatory data are not available, and also in areas lacked of data (southeastern of the spherical cap, see Fig. 1a). The above results indicate how the use of the cross-over marine data, along with the observatory data, is crucial in producing a better model for the Northern Atlantic region.

The adopted regional model, using both sets of data, provided a total of 49 time-dependent model coefficients, which values range between approximately 1000 and -1000 nT, with a mean value very close to 0 nT. This is because we used the method of main field differences (Haines, 1993) in the model procedure, instead of using the intensity data directly (see Appendix B). The 6000 sample models obtained after the bootstrapping provided the mean value and the standard deviation for the 49 model coefficients. Fig. 4 shows

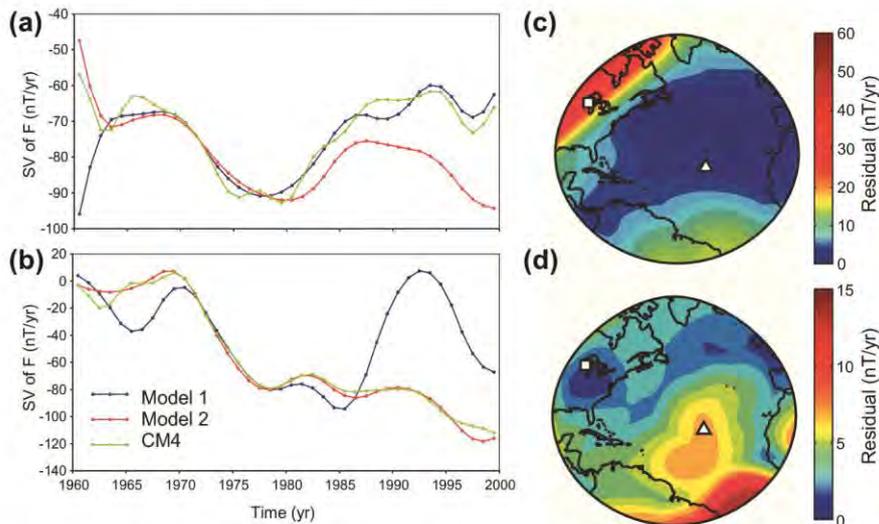


Fig. 3. Comparison between the SV of the intensity given by the model 1 (blue line, using only cross-over marine data), the model 2 (red line, using only the observatory data) and the CM4 (green line) for two locations: (a) the white triangle location and (b) the white square location plotted in the maps. (c) and (d) show the residual maps, in terms of SV of the intensity, between the model 1/2 (c/d) and the CM4. (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

the model coefficients and their standard deviations from 1960.0 to 2000.0 and Table 1S (Supplementary material) contains the SCH coefficients and the standard deviations values. We can observe how, in general, the significance and the percentage uncertainty increase for the model coefficients with high k -indices. The latter effect can be also seen at the beginning/end of the temporal interval because the number of cross-over marine data decreases for these epochs (see Fig. 1b).

Fig. 5 shows the histogram of the 6000 predicted values for the first 4 coefficients g_0^0 , g_1^0 , g_1^1 , and h_1^1 at 1980.0. They present a clear Gaussian behavior which is also corroborated by the comparison with the theoretical normal distribution calculated with the same mean and standard deviation values. As expected, the mean value of the model coefficients obtained from the average of the 6000 sample models is analogous to the original values of the model coefficients but present a smoother behavior due to the use of the bootstrap method, so we preferred to adopt the original set of model coefficients and the uncertainties given by the bootstrap method.

The rms misfits for the cross-over marine and observatory intensity data are equal to 19.6 and 6.4 nT, respectively (19.4 nT overall). For comparison, we have also calculated the rms associated to the global IGRF/CM4 models: 23.6/20.0 and 19.9/11.0 nT, respectively (23.4/19.8 nT overall). Fig. 6a shows the values of main field difference of the intensity data, i.e. $F - \bar{F}$ for different observatories: (1) Fredericksburg, FRD, on the western coast of the United States of America, (2) Fuquene, FUQ, on Colombia, (3) Tatuoca, TTB, on the northern coast of Brazil, (4) Coimbra, COI, on the eastern coast of the Iberian Peninsula, (5) Leirvogur, LRV, on Iceland, and (6) MBour, MBO, on Senegal. These figures reflect the strongly different range of $F - \bar{F}$ on the western (observatories 1, 2 and 3) with respect to the eastern North Atlantic (observatories 4, 5 and 6). In all the cases, the regional model fits the observatory data better than the CM4, with rms values of 3.5/5.0 nT for FRD, 9.9/19.7 nT for FUQ, 6.0/13.7 nT for TTB, 11.7/24.6 nT for COI, 4.2/6.2 nT for LRV, and 4.5/7.9 nT for MBO, respectively. Table 1 shows the rms values (in terms of $F - \bar{F}$) given by the regional

and the global IGRF and CM4 models for all the observatories used in this study.

The modeled SV (mean value and standard deviation) prediction for these observatories is also given in Fig. 6b, along with the SV provided by the observatory data and the CM4 model. Given a location, the modeled SV is obtained as the difference between two consecutive values of $F - \bar{F}$ separated by a time interval equal to 1 year (see Appendix B). The annual SV observatory data present a high dispersion in some observatories (e.g. FUQ, TTB, MBO and after 1987 at COI). In these cases, the regional model gives smoother values of the SV than those provided by the CM4 model. However, the prediction of the CM4 model, for these cases, introduces an excessive temporal resolution which is not observed in the annual observatory data. On the other hand, when the SV observatory data show consistency, the regional model fits the observatory data significantly better than the CM4 model, such is the case of the LRV and MBO observatories from 1985 to 1995.

The uncertainties of the SV were calculated in two different methods: (i) using the standard deviation of the SV given by the 6000 bootstrap models for each map location, and (ii) by using the errors of the SCH coefficients given by the bootstrap method and applying the general rules for error propagation. The last method (black lines in Fig. 6b) gives, in general, larger errors than those estimated directly from model predictions (red lines in Fig. 6b), as the case of the last 3 observatories COI, LRV, and MBO.

We can also analyze the occurrence of geomagnetic jerks using the regional model. These rapid changes of the Earth's magnetic field are defined as a reorganization of the large-scale variations of internal origin and can be detected at global or regional scale (Mandea et al., 2010 and references therein). The best way to detect a geomagnetic jerk is to analyze the SV (or secular acceleration) of the East component of the geomagnetic field (the North and Vertical component are more disturbed by the external field). However, not all geomagnetic jerks are equally observed at each observatory. From 1960 to 2000, there are four geomagnetic jerks (1969, 1978, 1991, and 1999) detected in magnetic observatories distributed worldwide and a regional event at 1986 (Mandea

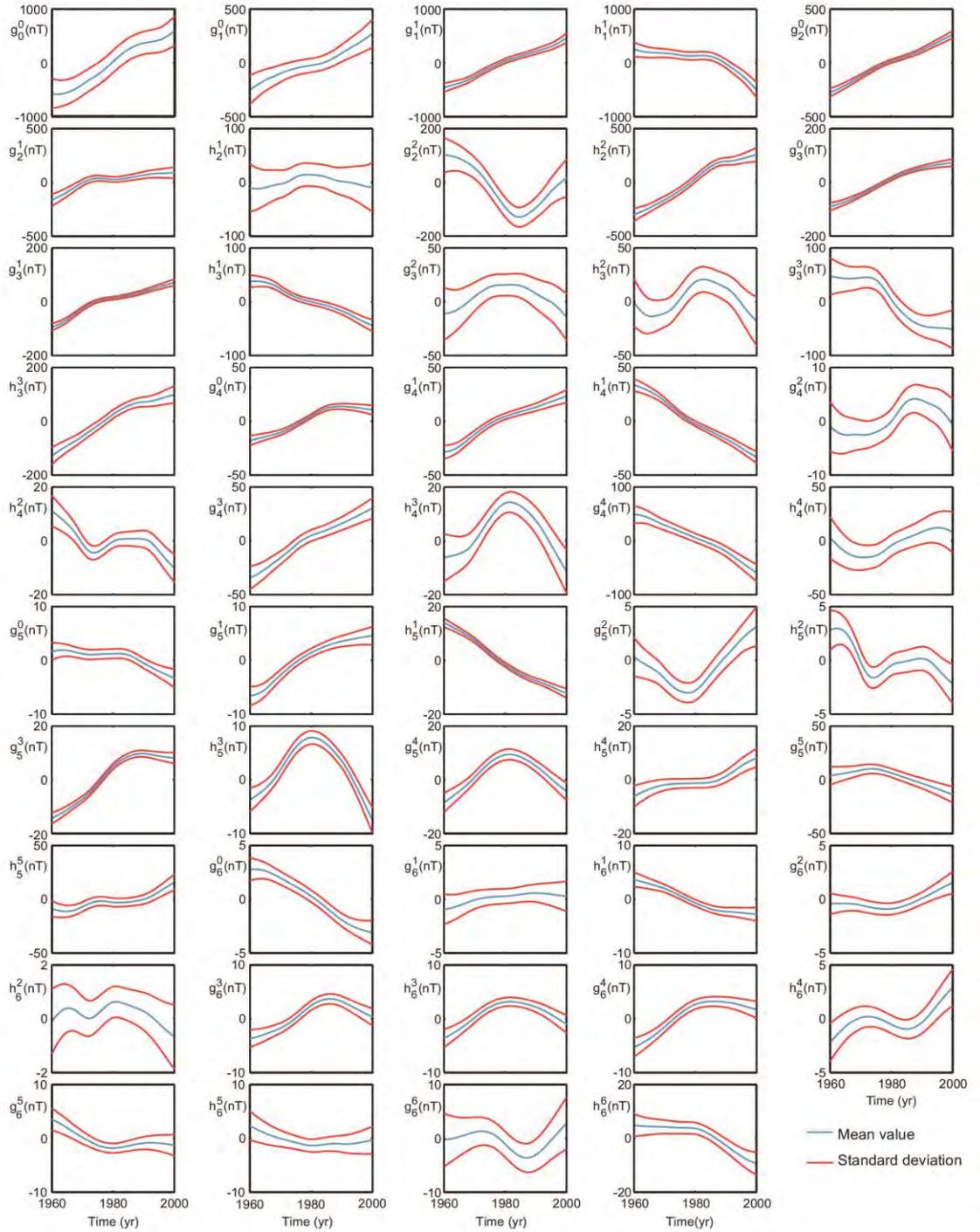


Fig. 4. The 49 model coefficients and their standard deviations provided by the bootstrap method (see text for details).

et al., 2010). We can use the regional model to see the different changes in the total field which are consistent with the mentioned geomagnetic jerks: (a) 1969: the total field SV provided by the

regional model and the CM4 model shows an abrupt change around 1969 in most observatories (see Fig. 6b). (b) 1978: both regional and CM4 models recorded this event at the FRD observatory

Table 1
Root mean square (RMS) errors for the observatory data.

Observatory IAGA code	RMS (nT) regional model	RMS (nT) CM4	RMS (nT) IGRF11
AVE	6.36	7.93	11.75
BSL	3.68	5.60	9.32
COI	11.69	24.61	38.96
CRP	8.94	10.09	10.01
DAL	1.35	5.66	12.45
FRD	3.52	5.00	14.98
FUQ	9.85	19.67	16.41
GDH	5.17	7.79	16.87
GUI	5.55	8.46	4.16
GWC	5.63	6.16	19.35
HAD	2.60	2.68	9.30
HVN1	8.00	5.46	35.21
HVN2	7.48	9.31	13.44
HVN3	14.82	15.69	23.13
JUL	19.79	24.87	24.22
KOU	3.91	4.47	7.13
LGR	2.93	7.12	15.03
LRV	4.22	6.17	29.75
MBO	4.51	7.90	15.86
NAQ	3.98	6.39	16.46
OTT	3.80	7.82	23.48
PAB	8.59	21.06	21.12
PBQ	3.50	5.89	4.45
SFS1	4.18	4.08	8.73
SFS2	10.04	9.66	5.33
SJG	9.77	11.71	26.68
SMG	3.66	2.36	9.06
STJ	4.98	6.69	15.53
TEN	5.86	8.50	9.36
TOL	4.25	9.23	18.57
TTB	5.96	13.69	28.42
TUL	3.56	3.14	3.49
VAL	3.08	3.07	12.03
WHS	8.17	10.61	8.13

and less clearly at the COI and MBO observatories. (c) 1991: the regional model presents a change in the SV at LRV and MBO observatories. This change is not clear in the CM4 model. (d) 1999: This geomagnetic jerk is not detected in the CM4 model (Manda et al., 2010) and it has not been clearly recorded either in the regional model by its proximity to the upper temporal limit of the regional model. (e) The regional event at 1986 is detected by the CM4 model mainly in the Pacific area (Chambodut et al., 2007), however, the regional model shows a clear SV change around this year at LRV and MBO observatories.

Relative to the CM4 and, specially, relative to the IGRF, the regional model gives improved predictions of the total geomagnetic field. Thus, it provides for more accurate updates of the survey data themselves for SV. The improvement is spectacular for the observatory data with respect to IGRF (see Table 1), because using a continuous function in time to characterize SV is more realistic than interpolating between models that are produced every 5 years. In addition, some observatory time series show short wavelength fluctuations (e.g. COI from late 80's till late 90's, Fig. 6b) which might have contaminated the previous global models. Note that these global models did not use the marine data for their construction and, although satellite data supply for those vast oceanic regions, they were restricted to short time spans in most occasions. Although still noticeable (given the huge amount of these data), the improvement is not so important for the marine cross-over data with respect to the CM4, in part because we intentionally did not allow our model for higher spatial and temporal details (which would have led to unrealistic predictions, given the intrinsic short spatial wavelength content of the regional basis functions), and in part because that model was used to reduce the data and reject outliers.

To analyze the spatio-temporal behavior of the model prediction, we plotted the SV maps every 5 years from 1965.0 to 1995.0 (Fig. 7). The SV maps are plotted in Fig. 7a. At the beginning the SV presents a clear dipolar behavior. The negative cell grows

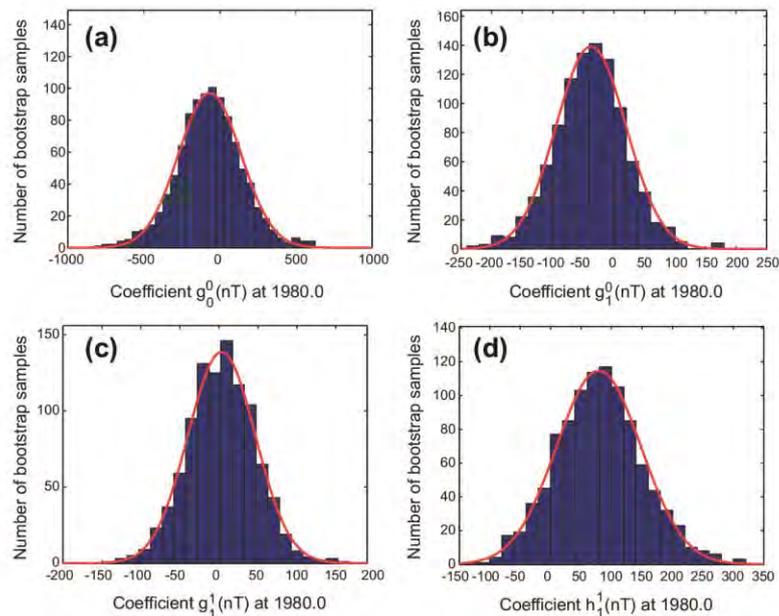


Fig. 5. Histograms of the 6000 values of the first 4 model coefficients (g_0^0 , g_1^0 , g_1^1 , and h_1^1) at 1980.0 provided by the bootstrap method along with the theoretical normal distributions calculated for all the coefficients with the same mean and standard deviation values (red lines). (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

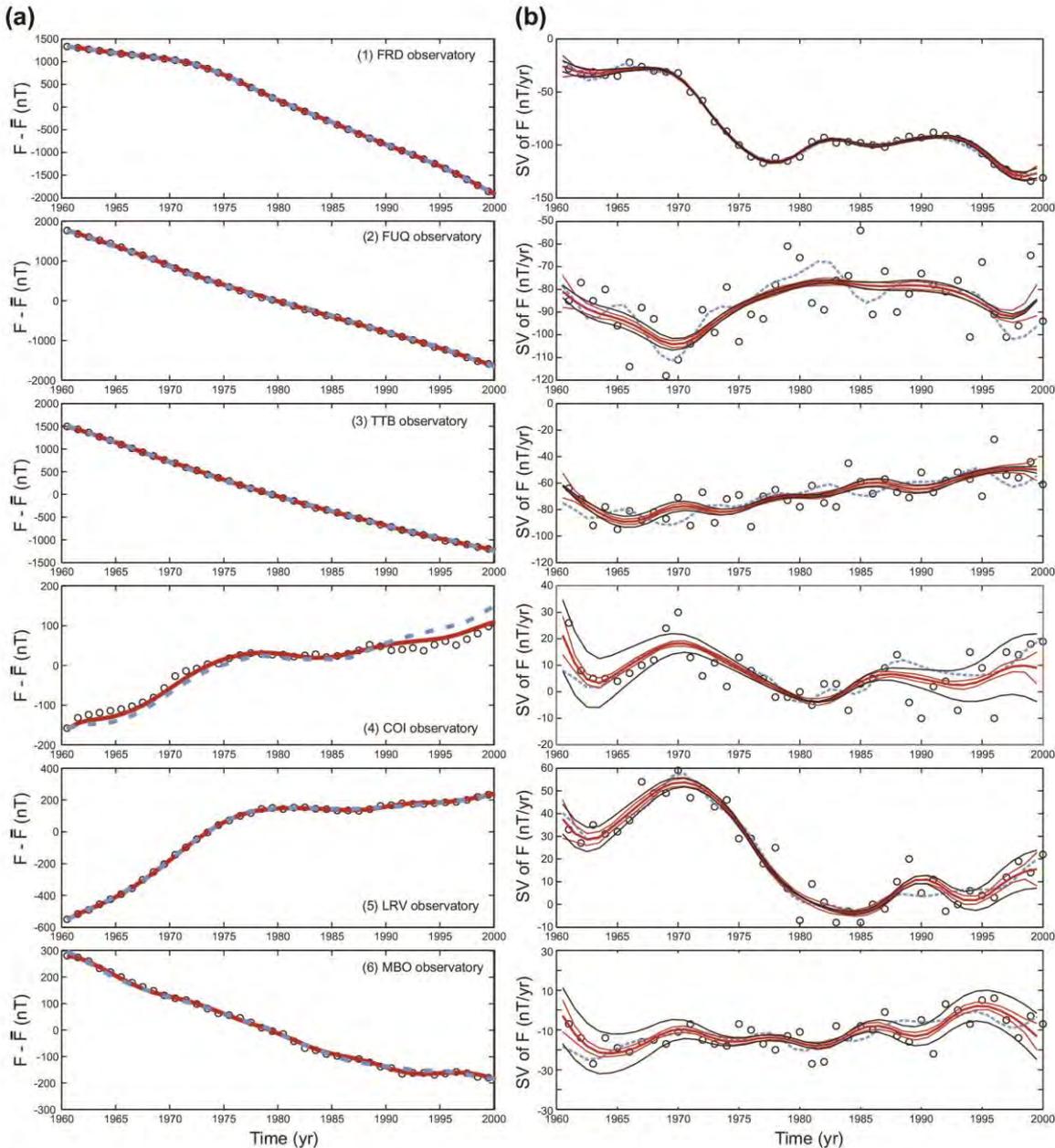


Fig. 6. (a) Values of main field differences $F - \bar{F}$, and (b) the total field secular variation (SV) at different observatories. Red line is the regional model (with the red error lines given by the bootstrap method), blue line the CM4 model and circle points represent the original observatory data. The black lines in (b) show the error of the SV obtained by the error of the SCH coefficients given by the bootstrap method (see text for details). (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

during the total time span and expands covering the central-western area of the North Atlantic Ocean and the American continent. At the same time, the positive cell is moving in a northeast direction and disappears at the end of the time span. The negative cell presents two minima of SV around -145 nT/yr at 1970 and 1995. The maximum value of SV, 70 nT/yr, given by the positive cell is achieved at 1970 (Fig. 7a).

Fig. 7b shows contours of the differences obtained after subtracting the SV of the CM4 model to the SV provided by the regional model. The differences show residual values between -20 nT/yr and $+20$ nT/yr. For the whole time interval and into the spherical cap, the mean value of the differences is -0.2 nT/yr with a value of 4.6 nT/yr of standard deviation. The largest differences are located in areas where the SCHA model improve the CM4 (in terms of rms)

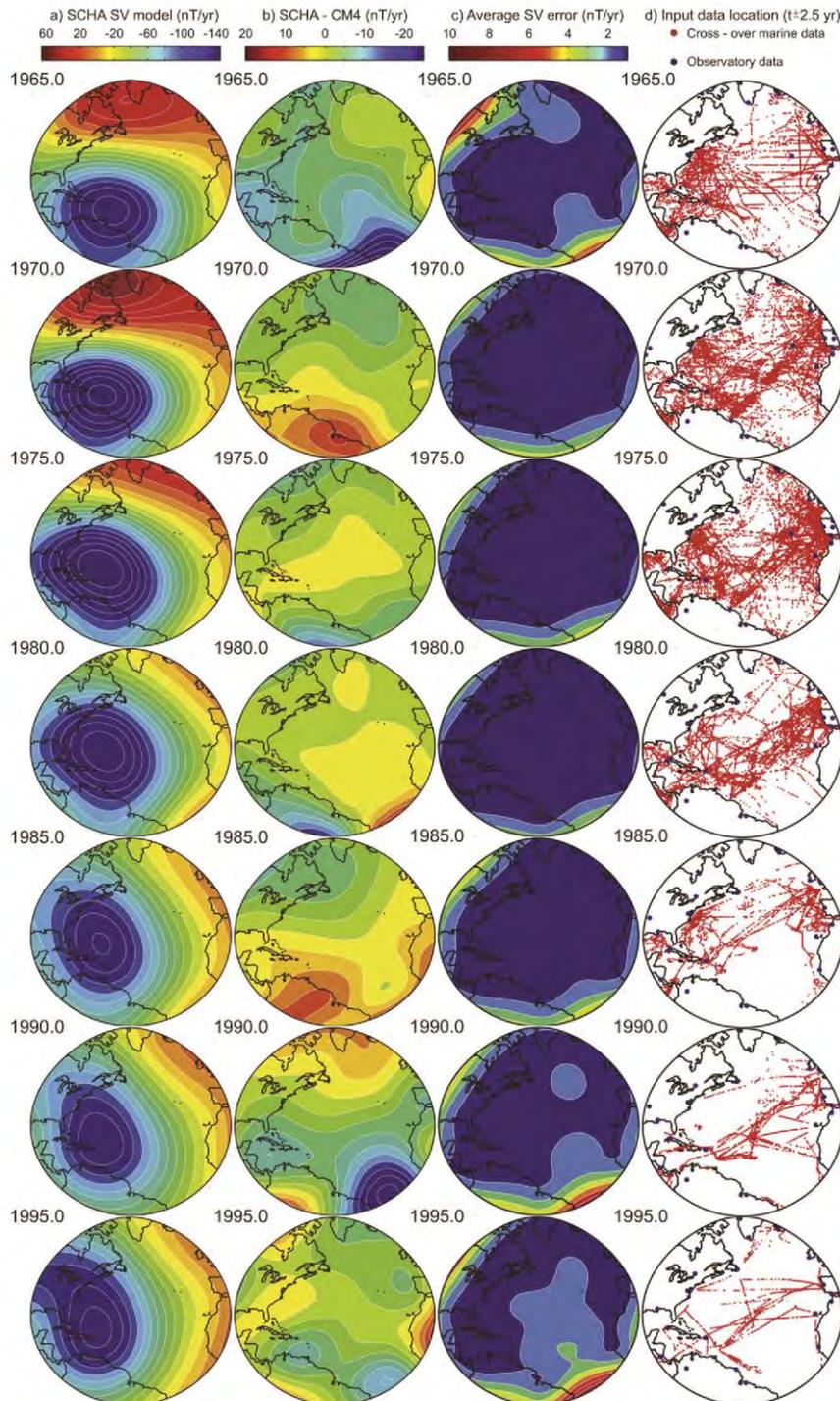


Fig. 7. Different maps from 1965.0 to 1995.0: (a) the secular variation (SV) maps given by the regional model. (b) Contours of the SV differences between the regional and CM4 models. (c) Maps of the SV uncertainty obtained as the standard deviation of the 6000 model predictions given by the bootstrap method (see text for details) and (d) locations of cross-overs for epoch $t \pm 2.5$ years.

and on the south-southeastern area, which are in correlation with the gap of data showed in Fig. 7d.

Following the method (i) described above, the bootstrap method was also used to calculate maps of the SV uncertainty (Fig. 7c)

given by the standard deviation of the 6000 SV model predictions. As expected, the SV uncertainties show a correlation with the spatio-temporal distribution of the cross-over marine and observatory data (Fig. 7d). This is not the case of the central part of northern America, where the SV uncertainties present high values even in this area covered by 3 observatories (DAL, TUL and WHS), but they provided short temporal series of data which cannot constrain the regional model well in this area. The low uncertainty values reflected on the entire North Atlantic basin, except on the sector approximately below 20°N and between 25°W and 45°W, suggest that the relatively small differences with respect to the CM4 outside this sector means that it is our model which behaves there slightly better. In such south-easternmost sector, as the CM4 model used satellite data, it is better constrained than our model.

5. Concluding remarks

Our new collection and selection of marine cross-over data, along with the techniques that we propose for constructing regional intensity SV models, present several merits, among which the possibility to gain better and robust knowledge of the phenomenon over large areas lacked of observatory data over periods of time without satellite information, and to provide uncertainty estimates of the results. This detailed knowledge is important if the resulting models are to be used for analyzing oceanic basis with high rate of change of the field. The techniques, although not original, have revealed to be very effective for our purposes. They have been applied here to spherical cap harmonic modeling, but they could equally be applied to any regional or global modeling methods. The result, in our opinion, is a model that is significantly more accurate than the IGRF, over the North Atlantic Ocean and for the 1960–2000 period, although it is necessary to point out the linear time dependence of the IGRF model compared to the B-spline used in this work. It is even substantially more accurate than global time-continuous models based on the comprehensive approach, which took advantage of satellite data (which were scarce during that period) but missed marine data for their construction. Relative to the CM4 and IGRF models, the regional model gives total field SV predictions, as measured by main-field differences, which are improved by 44% and 68%, respectively, at the observatory locations. The model files with evaluation software are available in the EarthRef.org Digital Archive at <http://earthref.org/ERDA/1728/>.

As already pointed out by Verhoef and Williams (1993) the accuracy of the model is very sensitive to the availability of statistically substantial data in order to compensate for the inherent noise in the marine data in certain areas. Thus, the southern part of our chosen modeling region is poorly constrained and there global models using satellite data might perform better.

There remains substantial scope for improvement. Promising results are envisaged by including repeat-station and, especially, satellite data to improve the spatio-temporal coverage of the data, and to open the possibility to extend the analysis to other interesting oceanic basins. Improved models should also come from the use of vector, as well as scalar, data in the analyses.

Acknowledgments

This study was funded by the grant 2009 SGR 507 of Generalitat de Catalunya, and the projects CTM2010-21312-C03-01, and CGL2011-24790 of the Spanish Ministerio de Economía y Competitividad. F.J.P.-C. acknowledges the ME/Fulbright postdoctoral contract CT-2010-0663. The authors are grateful to Ingo Wardinski and an anonymous referee for their useful comments which helped to improve the manuscript. Gregg McIntosh is also acknowledged for his careful review of the entire manuscript.

Appendix A. Linearization of the intensity values.

For a certain epoch t and location $\vec{r} = \vec{r}(r, \theta, \lambda)$ the internal geomagnetic field components, in terms of SCH in space and cubic B-splines in time, take the form of the following summations:

$$X(\vec{r}, t) = \sum_{k=1}^K \sum_{m=0}^k \sum_{q=1}^Q \left(\frac{a}{r}\right)^{n_k+2} \frac{dP_{n_k}^m(\cos \theta)}{d\theta} (g_{n_k,q}(t) \cdot \cos m\lambda + h_{n_k,q}(t) \cdot \sin m\lambda) \quad (\text{A.1})$$

$$Y(\vec{r}, t) = \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^k \sum_{q=1}^Q \left(\frac{a}{r}\right)^{n_k+2} \frac{m \cdot P_{n_k}^m(\cos \theta)}{\sin \theta} (g_{n_k,q}(t) \cdot \sin m\lambda - h_{n_k,q}(t) \cdot \cos m\lambda) \quad (\text{A.2})$$

$$Z(\vec{r}, t) = -\sum_{k=0}^K \sum_{m=0}^k \sum_{q=1}^Q \left(\frac{a}{r}\right)^{n_k+2} (n_k + 1) P_{n_k}^m(\cos \theta) (g_{n_k,q}(t) \cdot \cos m\lambda + h_{n_k,q}(t) \cdot \sin m\lambda) \quad (\text{A.3})$$

where X , Y , and Z are the north, east and vertical components of the geomagnetic field, respectively. The constant a is the average radius of the Earth, $P_{n_k}^m(\cos \theta)$ the associated Legendre functions with real degree $n_k(m)$ and order m , $\cos m\lambda$ and $\sin m\lambda$ the Fourier functions, and the K and Q indices are the maximum degrees of the spatial and temporal expansions respectively. The $g_{n_k,q}(t)$ and $h_{n_k,q}(t)$ are the time-dependent SCH coefficients which can be given by the vector $\vec{g}(t)$. The use of the B-splines for the temporal expansion allows us to express $\vec{g}(t)$ as a product element-by-element between the time-dependent B-spline vector $\vec{\beta}(t)$ and a constant vector \vec{m} which contains all the SCH coefficients for the considered temporal interval:

$$\vec{g}(t) = \vec{\beta}(t) \otimes \vec{m} \quad (\text{A.4})$$

where the operator \otimes indicates the element-by-element multiplication. The length of these vectors is $Q \times (K+1)^2$, where $(K+1)^2$ is the number of SCH coefficients.

Using the Eq. (A.4), the Eq. (A.1), (A.2), (A.3) can be expressed in a matricial way as:

$$X = \vec{A}_X \cdot \vec{m}' \quad (\text{A.5})$$

$$Y = \vec{A}_Y \cdot \vec{m}' \quad (\text{A.6})$$

$$Z = \vec{A}_Z \cdot \vec{m}' \quad (\text{A.7})$$

where the vectors \vec{A}_X , \vec{A}_Y , \vec{A}_Z contain the spatial and temporal functions. The length of these vectors is also $Q \times (K+1)^2$.

To express the intensity value F as a linear function of the SCH coefficients, we use the truncated Taylor series applied to the expressions of the relationship between the intensity and the orthogonal components of the geomagnetic field:

$$F^2 = X^2 + Y^2 + Z^2. \quad (\text{A.8})$$

The Taylor series is expanded around an initial reference geomagnetic field model, denoted by the subindex 0. Using the Eq. (A.8), the first order of the truncated Taylor series for the intensity is given by:

$$F(t, \vec{r}) = F(t, \vec{r})|_{m=m_0} + \left. \frac{\partial F(t, \vec{r})}{\partial m} \right|_{m=m_0} \cdot (\vec{m} - \vec{m}_0) \quad (\text{A.9})$$

where the vector \vec{m} contains the SCH coefficients and $\partial F(t, \vec{r})/\partial m$ is the Frechet derivative vector for the intensity. As indicated above, the subindex 0 corresponds to an initial reference geomagnetic field model, denoted by the vector \vec{m}_0 . To simplify the eq. A.9, we rewrite

$F(t, \vec{r}) = F, F(t, \vec{r})|_{m=m_0} = F_0$, and the vectors $\partial F(t, \vec{r})/\partial m$ and $\vec{m} - \vec{m}_0$ as \vec{A}_F and $\delta\vec{m}$, respectively. The new expression is:

$$F = F_0 + \vec{A}_F \cdot \delta\vec{m}' \tag{A.10}$$

with $\delta\vec{m}'$ the vector transpose of $\delta\vec{m}$. According to the Eq. (A.8), the Frechet derivative vector for the intensity can be expressed as a linear combination of the derivative vectors of the orthogonal geomagnetic field components:

$$\frac{\partial F}{\partial \vec{m}} = \frac{1}{F} \left(X \frac{\partial X}{\partial \vec{m}} + Y \frac{\partial Y}{\partial \vec{m}} + Z \frac{\partial Z}{\partial \vec{m}} \right). \tag{A.11}$$

This derivative must be calculated for the initial reference model, denoted as X_0, Y_0, Z_0 and F_0 :

$$\frac{\partial F}{\partial \vec{m}} \Big|_{m=m_0} = \frac{1}{F_0} \left(X_0 \frac{\partial X}{\partial \vec{m}} + Y_0 \frac{\partial Y}{\partial \vec{m}} + Z_0 \frac{\partial Z}{\partial \vec{m}} \right). \tag{A.12}$$

After deriving the Eq. (A.5), (A.6), (A.7) with respect to the SCH coefficient vector \vec{m} and substituting in Eq. (A.12), we obtain:

$$\frac{\partial F}{\partial \vec{m}} \Big|_{m=m_0} = \vec{A}_F = \frac{1}{F_0} \left(X_0 \cdot \vec{A}_X + Y_0 \cdot \vec{A}_Y + Z_0 \cdot \vec{A}_Z \right) \tag{A.13}$$

and the linear expression for the intensity becomes:

$$F = F_0 + \frac{1}{F_0} \left(X_0 \cdot \vec{A}_X + Y_0 \cdot \vec{A}_Y + Z_0 \cdot \vec{A}_Z \right) \cdot \delta\vec{m}' \tag{A.14}$$

Appendix B. Application of the main-field differences method (Haines, 1993) to the intensity data

The method of the main-field differences was introduced by Haines (1993) for modeling the secular variation and the main field. A full description of this method as well as the formulation can be found in Haines (1993). In this appendix, we show the expressions of the main-field differences method after applying the Taylor series to the intensity data.

For a fixed location $\vec{r} = \vec{r}(r, \theta, \lambda)$ at time t_i (for $i = 1, 2, \dots, n$) the intensity data can be expressed following the Eq. (A.10) as:

$$F(t_i) = F_0(t_i) + \vec{A}_F(t_i) \cdot \vec{m}'. \tag{B.1}$$

This case corresponds to, for example, one geomagnetic observatory with n observations of the intensity from t_1 to t_n . The time-average of the intensity values for this location or observatory is:

$$\bar{F} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (F_0(t_i) + \vec{A}_F(t_i) \cdot \vec{m}') = \bar{F}_0 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \vec{A}_F(t_i) \cdot \vec{m}' \tag{B.2}$$

where the bar represents the average of all n observations of the intensity values F and the reference intensity F_0 .

Taking the difference between some epoch k and the time-average value in Eq. (B.2), the expression of the main-field difference is:

$$F(t_k) - \bar{F} = F_0(t_k) - \bar{F}_0 + \vec{A}_F(t_k) \cdot \vec{m}' - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \vec{A}_F(t_i) \cdot \vec{m}'. \tag{B.3}$$

Although the number of observations of the intensity is n , after taking differences the number of linearly independent equations is $n-1$. Grouping terms in Eq. (B.3), the final expression for the main-field differences applied to the intensity data is given by:

$$F(t_k) - F_0(t_k) - \bar{F} + \bar{F}_0 = \left[\vec{A}_F(t_k) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \vec{A}_F(t_i) \right] \cdot \vec{m}'. \tag{B.4}$$

In this case, all the elements on the left of the Eq. (B.4) and the vectors in the square brackets are known. The vector \vec{m} contains the SCH coefficients to be estimated.

Finally, we show an example where the number of observations is only two ($n = 2$), as it is the case of the cross-over marine data

used in this study. The number of linearly independent equations is 1 and the expression for the main-field differences is given by (we use t_1 , but using t_2 the expression is the same):

$$F(t_1) - F_0(t_1) - \frac{F(t_1) + F(t_2)}{2} + \frac{F_0(t_1) + F_0(t_2)}{2} = \left[\vec{A}_F(t_1) - \frac{\vec{A}_F(t_1) + \vec{A}_F(t_2)}{2} \right] \cdot \vec{m}'. \tag{B.5}$$

Then Eq. (B.5) becomes:

$$F(t_1) - F(t_2) - F_0(t_1) + F_0(t_2) = [\vec{A}_F(t_1) - \vec{A}_F(t_2)] \cdot \vec{m}' \tag{B.6}$$

Finally, to obtain the secular variation of the intensity, SVF, for a certain epoch t_k , we calculate the difference of the model prediction at $t_k - 0.5$ and $t_k + 0.5$:

$$SVF(t_k) = (F - \bar{F}) \Big|_{t=t_k+0.5} - (F - \bar{F}) \Big|_{t=t_k-0.5} \tag{B.7}$$

Appendix C. Supplementary data

Supplementary data associated with this article can be found, in the online version, at <http://dx.doi.org/10.1016/j.pepi.2013.01.002>.

References

Backus, G.E., 1988. Bayesian inference in geomagnetism. *Geophys. J.* 98, 125–142.
 Barraclough, D.R., Harwood, J.M., Leaton, B.R., Malin, S.R.C., 1975. A model of the geomagnetic field at epoch 1975. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 43, 645–649.
 Barraclough, D.R., Harwood, J.M., Leaton, B.R., Malin, S.R.C., 1978. A definitive of the geomagnetic field and its secular variation for 1965 I: derivation of the model and comparison with the IGRF. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 55, 111–121.
 Chambodut, A., Eymin, C., Manda, M., 2007. Geomagnetic jerks from the Earth's surface to the top of the core. *Earth Planets Space* 59, 675–684.
 de Boor, C., 2001. *A Practical Guide to Splines*. Springer, New York, p. 368.
 Finlay, C.C. et al., 2010. International geomagnetic reference field: the eleventh generation. *Geophys. J. Int.* 183, 1216–1230.
 Gubbins, D., Bloxham, J., 1985. Geomagnetic field analysis – III. Magnetic fields on the core-mantle boundary. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 80, 695–713.
 Haines, G.V., 1985. Spherical cap harmonic analysis. *J. Geophys. Res.* 90 (B3), 2583–2591.
 Haines, G.V., 1988. Computer programs for spherical cap harmonic analysis of potential and general fields. *Comput. Geosci.* 14 (4), 413–447.
 Haines, G.V., 1993. Modelling geomagnetic secular variation by main-field differences. *Geophys. J. Int.* 114, 490–500.
 Haines, G.V., Newitt, L.R., 1997. The canadian geomagnetic reference field 1995. *J. Geomag. Geoelectr.* 49, 317–336.
 Hulot, G., Eymin, C., Langlais, B., Manda, M., Olsen, N., 2002. Small-scale structure of the geodynamo inferred from Oersted and Magsat satellite data. *Nature* 416 (6881), 620–623.
 Korte, M., Holme, R., 2003. Regularization of spherical cap harmonics. *Geophys. J. Int.* 153, 253–262.
 Korte, M., Constable, C., 2008. Spatial and temporal resolution of millennial scale geomagnetic field models. *Adv. Space Res.* 41, 57–69. <http://dx.doi.org/10.1016/j.asr.2007.03.094>.
 Langel, R.A., 1987. The main field. In: Jacobs, J.A. (Ed.), *Geomagnetism*, vol. 1. Academic Press, London, pp. 249–512.
 Manda, M., Holme, R., Pais, A., Pinheiro, K., Jackson, A., Verbanac, G., 2010. Geomagnetic jerks: rapid core field variations and core dynamics. *Space Sci. Rev.* 155, 147–175.
 Quesnel, Y., Catalán, M., Ishihara, T., 2009. A new global marine magnetic anomaly data set. *J. Geophys. Res.* 114, B04106. <http://dx.doi.org/10.1029/2008JB006144>.
 Ravat, D., Hildenbrand, T.G., Roest, W., 2003. New way of processing near-surface magnetic data: the utility of the comprehensive model of the magnetic field. *The Leading Edge* 2 (8), 784–785.
 Sabaka, T.J., Olsen, N., Purucker, M., 2004. Extending comprehensive models of the Earth's magnetic field with Ørsted and CHAMP data. *Geophys. J. Int.* 159, 521–547. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-246X.2004.02421.x>.
 Thébault, E., Schott, J.J., Manda, M., 2006. Revised spherical cap harmonic analysis (R-SCHA): validation and properties. *J. Geophys. Res.* 111, B01102. <http://dx.doi.org/10.1029/2005JB003836>.
 Torta, J.M., Gaya-Piqué, L.R., De Santis, A., 2006. Spherical cap harmonic analysis of the geomagnetic field with application for aeronautical mapping. In: Rasson, J.L., Delipetrov, T. (Eds.), *Geomagnetics for Aeronautical Safety: A Case Study in and Around the Balkans*, NATO Security Through Science Series – C, pp. 291–307.
 Verhoef, J., Williams, C.A., 1993. A method for isolating secular geomagnetic variation from shipboard total field measurements: a test case in the NE Atlantic. *Geophys. J. Int.* 115 (2), 471–481.

Anexo 4. Coeficientes NAGRM

En este anexo se muestran gráficamente todos los coeficientes empleados en el desarrollo del modelo regional NAGRM y las respectivas desviaciones estándar según el método *bootstrap*.

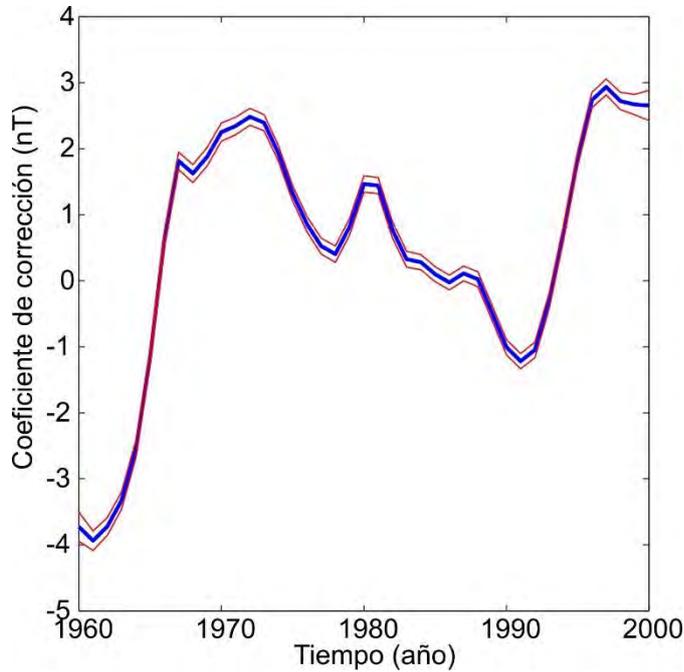


Figura A4.1: Evolución temporal del coeficiente de corrección (azul) y su desviación estándar (rojo), (descrito en el apartado 3.5.2).

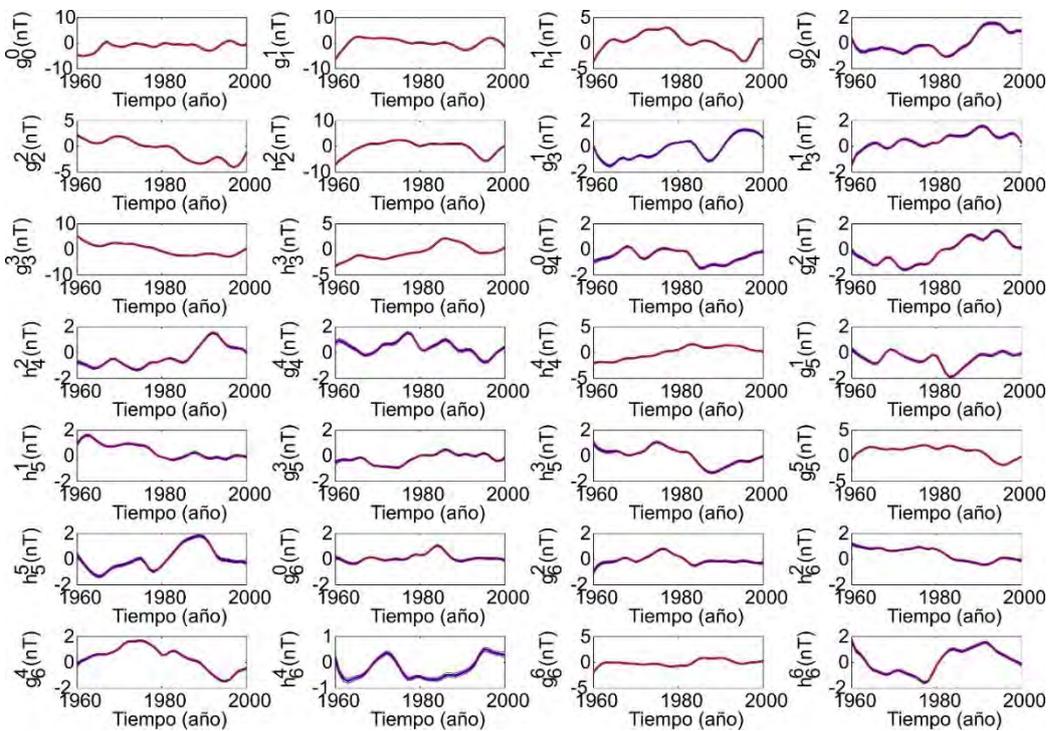


Figura A4.2: Evolución temporal de los coeficientes asociados al potencial interno de Haines (azul) y las respectivas desviaciones estándar (rojo).

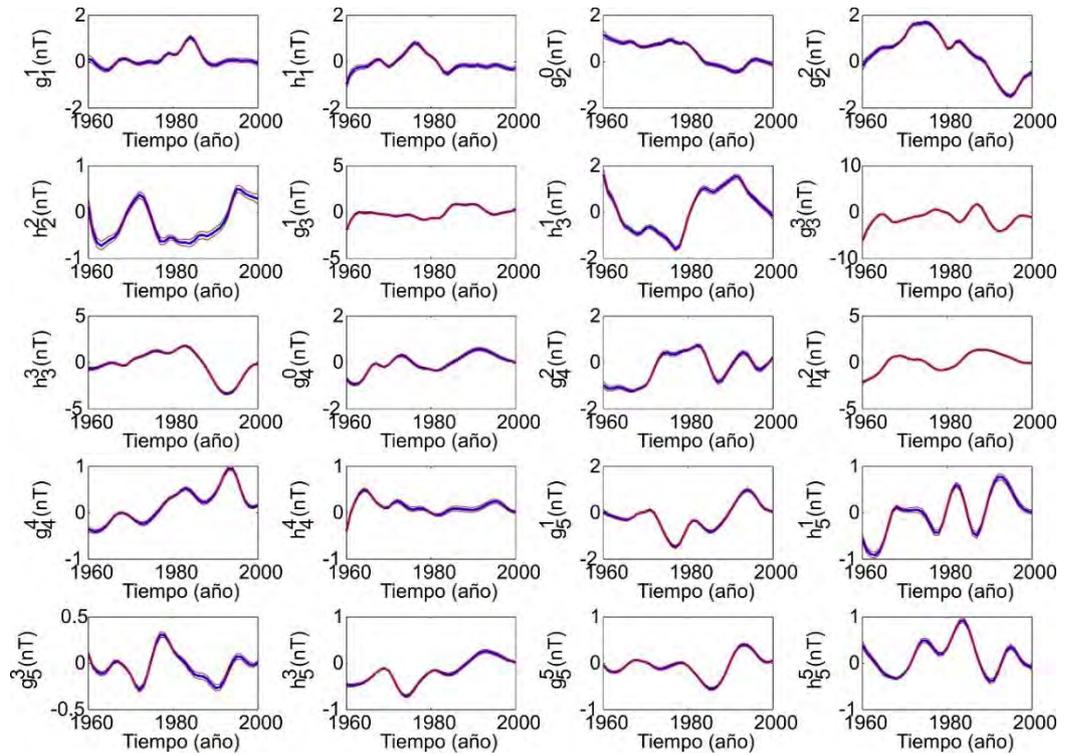


Figura A4.3: Evolución temporal de los coeficientes asociados al potencial externo de Haines (azul) y las respectivas desviaciones estándar (rojo).

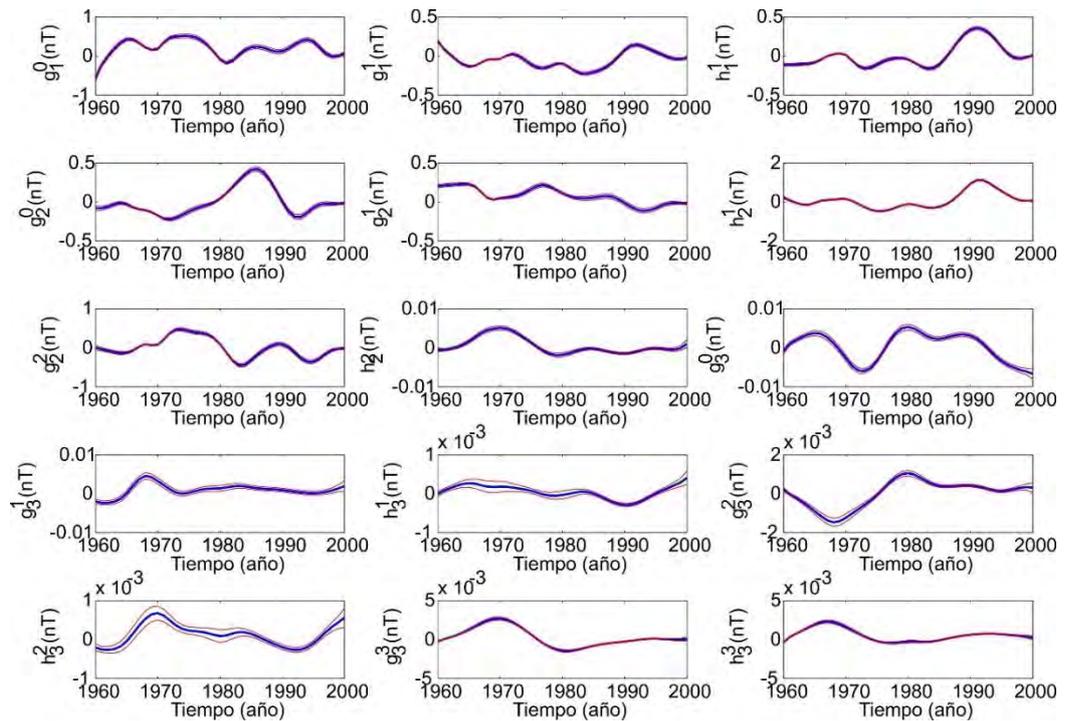


Figura A4.4: Evolución temporal de los coeficientes asociados al potencial complejo de Thébault (azul) y las respectivas desviaciones estándar (rojo).

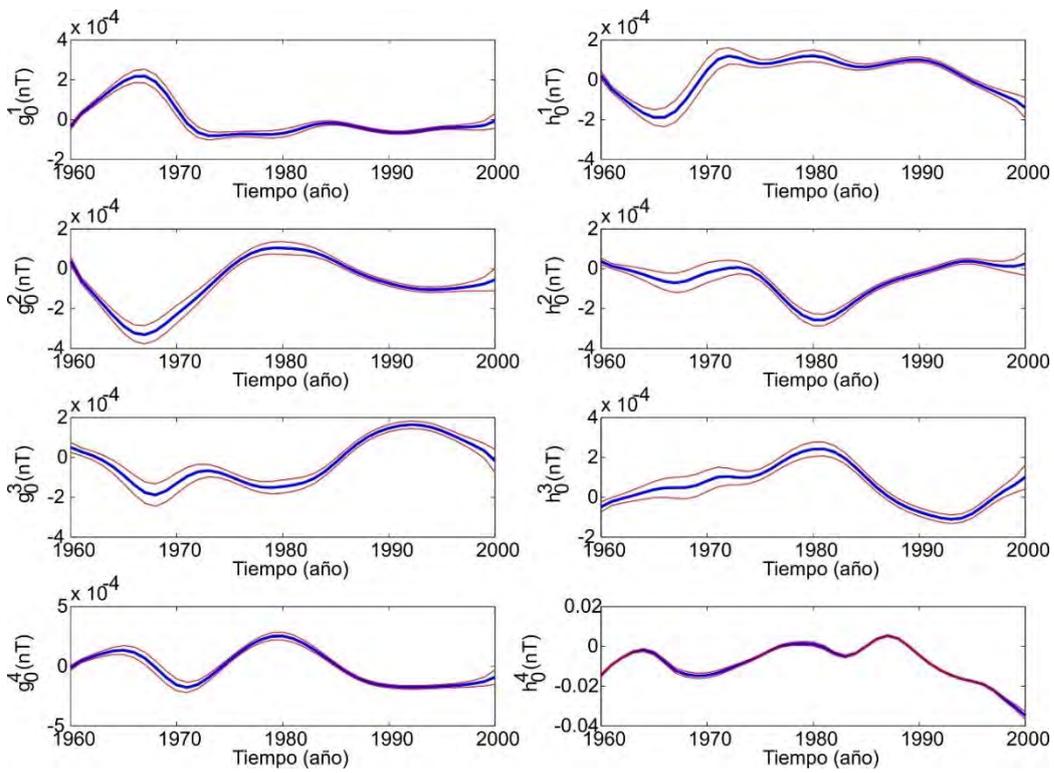


Figura A4.5: Evolución temporal de los coeficientes asociados al potencial constante de Thébault (azul) y las respectivas desviaciones estándar (rojo).

**Anexo 5. Talarn, À., Pavón-Carrasco, F.J., Torta, J.M, Catalán, M., 2016.
Evaluation of using R-SCHA to simultaneously model main field and secular
variation multilevel geomagnetic data for the North Atlantic, Phys. Earth
Planet. Inter., in press**

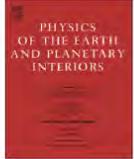
Physics of the Earth and Planetary Interiors xxx (2016) xxx–xxx



Contents lists available at ScienceDirect

Physics of the Earth and Planetary Interiors

journal homepage: www.elsevier.com/locate/pepi



Evaluation of using R-SCHA to simultaneously model main field and secular variation multilevel geomagnetic data for the North Atlantic

Àngela Talarn^a, F. Javier Pavón-Carrasco^{b,c,*}, J. Miquel Torta^a, Manuel Catalán^d

^a Observatori de l'Ebre, (OE), CSIC – Universitat Ramon Llull, Horta Alta 38, E-43520 Roquetes, Spain

^b Facultad de CC. Físicas. Universidad Complutense de Madrid, Avda. Complutense, s/n. E-28040 Madrid, Spain

^c Instituto de Geociencias (IGEO), CSIC – UCM, E-28040 Madrid, Spain

^d Geophysical Dpt. Royal Spanish Naval Observatory, San Fernando, E-11100 Cadiz, Spain

ARTICLE INFO

Article history:

Received 6 June 2016

Received in revised form 21 November 2016

Accepted 28 November 2016

Available online xxxxx

Keywords:

Geomagnetism

Main field

Secular variation

Regional modelling

Revised Spherical Cap Harmonic Analysis

North Atlantic Ocean

ABSTRACT

One efficient approach to modelling the Earth's core magnetic field involves the inclusion of crossover marine data which cover areas lacking in observatory and repeat station data for epochs when precise three-component satellite magnetic field measurements were not common. In this study, we show how the Revised Spherical Cap Harmonic Analysis (R-SCHA) can appropriately provide a continuous-time field model for the North Atlantic region by using multilevel sets of geomagnetic data such as marine, repeat station, observatory, and satellite data. Taking advantage of the properties of the R-SCHA basis functions we can model the radial and horizontal variations of the main field and its secular variation with the most suitable spatial and temporal wavelengths. To assess the best compromise between the data fit and the model roughness, temporal and spatial regularization matrices were implemented in the modelling approach. Two additional strategies were also used to obtain a satisfactory regional model: the opportunity to fit the anomaly bias at each observatory location, and constraining the regional model to the CHAOS-6 model at the end of its period of validity, i.e. 1999–2000, allowing a smooth transition with the predictions of this recent model. In terms of the root mean square error, the degree of success was limited partly because of the high uncertainties associated with some of the datasets (especially the marine ones), but we have produced a model that performs comparably to the global models for the period 1960–2000, thus showing the benefits of using this regional technique.

© 2016 Elsevier B.V. All rights reserved.

1. Introduction

The Earth's main magnetic field and its secular variation (SV) can be defined as mathematical functions over space and time by magnetic field models which have to reproduce the behaviour of the geomagnetic field data distributed over the analysed area. In this respect, a number of global time-dependent field models have been produced to date; such as the International Geomagnetic Reference Field (IGRF) produced with snapshots every 5 years (Thébault et al., 2015), or the time-continuous CHAOS (Finlay et al., 2016, and references therein), GRIMM (Lesur et al., 2010), POMME (Maus et al., 2010, and references therein) and Comprehensive Model (Sabaka et al., 2015, and references therein) series. Because of the uneven spatial distribution of the ground-based observatories, before the satellite era global models tended to be

unable to accurately represent small-scale structures and temporal changes of the Earth's geomagnetic field, especially in large oceanic regions (Langel, 1987).

To take advantage of denser, or perhaps more homogeneously, data-covered areas, but also to compile the data in a timely manner, and/or to manage more easily a reduced amount of data (regarding both compilation and inversion), several regional modelling approaches have been developed and used (for a thorough revision of them, see Schott and Thébault, 2011). Thus, in a previous paper, we produced a regional model for the secular variation of the total geomagnetic field for the North Atlantic for the 1960–2000 epoch, using the spherical cap harmonic analysis (SCHA, Haines, 1985) to invert crossover marine and geomagnetic observatory data (Pavón-Carrasco et al., 2013). Our results indicated that, with the regional model, we could improve the prediction given by the IGRF and CM4 (Sabaka et al., 2004) global models, especially at the observatories. Nevertheless, questions were left unanswered at the end of that paper, such as whether data at satellite altitudes could be included to improve the spatio-temporal

* Corresponding author at: Facultad de CC. Físicas. Universidad Complutense de Madrid, Avda. Complutense, s/n. E-28040 Madrid, Spain.

E-mail addresses: atalarn@obsebre.es (À. Talarn), fjpavon@ucm.es (F.J. Pavón-Carrasco), jmtorta@obsebre.es (J.M. Torta), mcatalan@roa.es (M. Catalán).

<http://dx.doi.org/10.1016/j.pepi.2016.11.008>

0031-9201/© 2016 Elsevier B.V. All rights reserved.

coverage of the data used and to provide the radial description for the model, or whether vector and scalar data could be combined in the analysis.

To explore the feasibility of taking on the above-mentioned challenges, in this present study we extended our database by including repeat station and satellite data, and not only scalar but vector data when available. Our aim was also to model the main field and the SV simultaneously. This possibility is offered by the main field differences method (Haines, 1993), which we used. However, to solve the radial dependence with a more suitable set of basis functions and boundary conditions, rather than using SCHA for when we only dealt with data at the Earth's surface, we decided to use the revised spherical cap harmonic analysis (R-SCHA) technique (Thébault et al., 2004, 2006a) – introducing a physical regularization technique as suggested by Korte and Holme (2003) and adapted to the R-SCHA (see Thébault et al., 2006a) to provide an appropriate level of significance to the estimated coefficients.

As stated above, the SCHA technique is limited when it has to be applied to data at different altitudes, because the solution to Laplace's equation for a spherical cap does not take into account all possible boundary conditions (Thébault and Gaya-Piqué, 2008). Thébault et al. (2004, 2006a) proposed a new solution, which they called R-SCHA, defining a complete set of basis functions for the geomagnetic field within the cone defined by the spherical cap. This method has been applied to model the lithospheric field over France (Thébault et al., 2006b), Germany (Korte and Thébault, 2007), and over the entire sphere by stitching together a dense coverage of regional models (Thébault, 2006; Vervelidou and Thébault, 2015). One particular case, valid for when data are located at the same altitude, is called R-SCHA2D (Thébault, 2008). It has been applied to model sedimentary and archaeomagnetic directional and intensity data for the period 6000 BCE to 1000 BCE (Pavón-Carrasco et al., 2010). However, as far as we know, the 3D general case (the “genuine” R-SCHA) has never been applied to model the main field and its SV in a single continuous space-time model.

This paper is thus aimed at setting out our particular findings in order to shed some new light on the potential of the R-SCHA to regionally model the core field. This field is known to be unsuited for analysis under the restrictions imposed by the boundary conditions of the regional techniques because of their intrinsic long wavelength character.

2. Data

As in Pavón-Carrasco et al. (2013), the region was delimited by a 40° spherical cap centred at 30°N, 50°W. The available marine crossover, observatory, repeat station and satellite data over that area during the time span from 1960 until 2000 were selected as explained below, in order to provide suitable sets to guarantee the accuracy of the inversion problem.

2.1. Marine data

The marine data set was the same as the one used by Pavón-Carrasco et al. (2013). It was derived from the collection of cruises used by Quesnel et al. (2009). This dataset involved more than 2400 cruises spanning from 1960 to 2008. Quesnel et al. (2009) described the careful data treatment applied to this data set, so that spurious data were checked and removed profile by profile. After applying a line levelling method to reduce some inconsistencies between different surveys, and removing external field contributions using the CM4 model, they reached a root mean square reduction of magnetic anomaly differences from 179.6 to

35.9 nT. The dataset contains not only the derived magnetic anomaly values but also the corrected total intensity data by Quesnel et al. (2009), which benefitted from this careful checking. We selected those checked total field readings inside our spherical cap and during the time span of interest, and extracted both the primary and induced magnetospheric and ionospheric field contributions of the CM4, to remove any short-period time dependent contributions. Only the data at the crossover points between different cruises were used, as they provide, through the main field differences modelling approach, information of the SV (by taking differences between two intensity data values measured in different epochs, then any remaining crustal bias contribution cancels out). The time difference between crossover data ranges from 0 to almost 40 years. We removed those values with a temporal difference equal to 0 because they have to correspond to data acquired during the same survey (and we must also take into account that marine data are usually affected by inaccurate positioning, especially those corresponding to the oldest epochs). The locations of these data and their temporal distribution are shown in Fig. 1a) and b).

2.2. Observatory and repeat station data

These data were used to provide precise information of the field temporal changes at fixed locations of the continental Earth's surface. We used both annual and monthly observatory mean values. The former were taken from the World Data Centre for Geomagnetism, Edinburgh (<http://www.wdc.bgs.ac.uk>), as well as the repeat station data (http://www.geomag.bgs.ac.uk/data_service/data/surveydata.html), while the latter came from the Institut de Physique du Globe de Paris database (<http://obsmag.ippg.fr/wmmE.html>). Pavón-Carrasco et al. (2013) considered the two data segments separately in their analysis whenever an observatory had changed site. We joined the different data together, though, when these site differences were known, provided that coherence was still guaranteed. Besides this, we included monthly mean values to obtain a model with better temporal resolution. For both the observatory and repeat station data, we compared the main field difference values with those from CM4 and removed the outliers. Only very few gross observatory data outliers were rejected, by visual inspection of their trend with respect to that of the CM4 (they turned out to present residuals greater than four times the standard deviation); while repeat station data (which are, in general, more scattered) were rejected when they were greater than two times their standard deviation. For the final compilation, we used observatory monthly means whenever it was possible, and annual mean values elsewhere. For the repeat stations, we rejected those with fewer than three observations. The locations of these data and their temporal distribution are shown in Fig. 1a) and b).

2.3. Satellite data

We used scalar data from OGO-2 (between October 1965 and September 1967), OGO-4 (between July 1967 and January 1969) and OGO-6 (between June 1969 and June 1971); and scalar and vector data from Magsat (between November 1979 and May 1980) and Ørsted (between February 1999 and December 1999). The selection criteria was based on geomagnetically quiet conditions. Thus, the storm time index Dst and the global geomagnetic activity index Kp were required to be such that $|Dst| \leq 10nT$, $|dDst/dt| < 3nTh^{-1}$, and $Kp \leq 1^+$ for the time of observation, and $Kp < 2^0$ for the previous 3-h interval. For Magsat and Ørsted, vector data were only used equatorward of 55° geomagnetic latitude to avoid the disturbance effect of field-aligned currents, which only

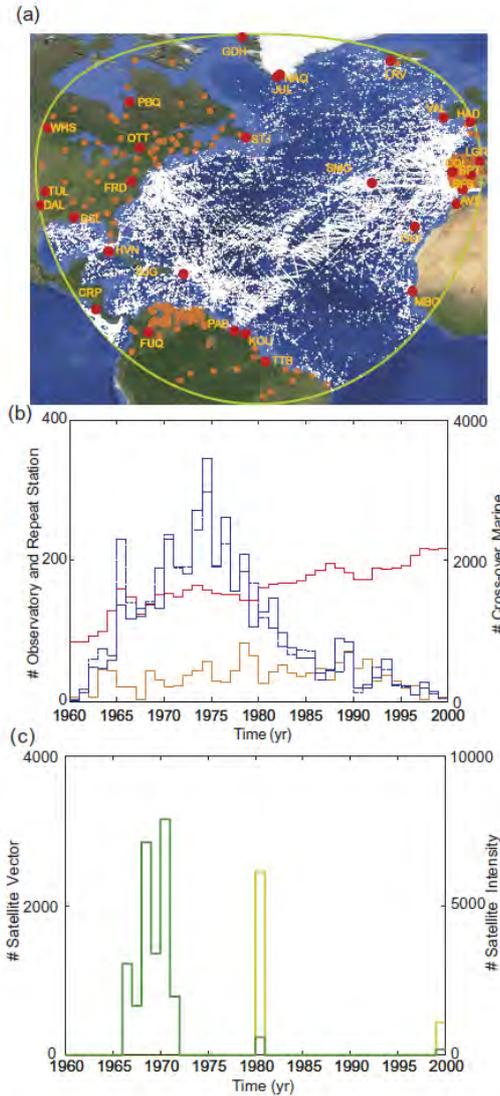


Fig. 1. a) Spatial and b) temporal distributions of the crossover marine (white in a) and blue in b), observatory (red) and repeat station (orange) data; and c) temporal distribution of vector (gold) and scalar (green) satellite data. Temporal histograms are in 1-year bins from 1960 to 2000. For the marine data, the dashed and solid lines correspond to the first and second observations at the same crossover point, respectively. (For interpretation of the references to colour in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

have an influence over the vector components of the field, while only scalar data were used for regions poleward of 55° . Finally, only data from dark regions, i.e. local times from 22:00 to 06:00, were used in order to reduce contributions from ionospheric currents, and the data altitude was limited to 900 km, as in Olsen et al. (2000). In addition, we subtracted the CM4's external field estimation from the satellite data, for consistency with our approach to marine data. The temporal distribution of satellite data is shown in Fig. 1c).

3. The R-SCHA technique: application to a comprehensive set of geomagnetic data

Since the publications of Haines (1985, 1988) regarding the use of the Spherical Cap Harmonic Analysis (SCHA) in geomagnetic modelling, numerous works using this approach have been carried out, and not only for geomagnetic purposes (see Torta et al., 2006 for a review). Although this regional technique takes advantage of solving Laplace's equation inside the selected spherical cone, it has some specific limitations.

The equations involved in the R-SCHA are similar to those of the classical SCHA, where the Earth's magnetic field, $\mathbf{B}(r, \theta, \lambda, t)$, is given by the gradient of a scalar potential, $V(r, \theta, \lambda, t)$, inside the spherical cone satisfying Laplace's equation:

$$\mathbf{B} = -\nabla V \quad (1)$$

The difference from SCHA is given by a new set of functions resulting from the applied boundary conditions on the bottom (with radial distance a) and on the top (with radial distance b) spherical caps of the cone (see Thébaud et al., 2006a for more details). In spherical coordinates, rotated to the spherical cone frame, the potential presents the following form:

$$\begin{aligned} V(r, \theta, \phi, t) = & a \sum_{k=0}^{K_{int}} \sum_{m=0}^k \left(\frac{a}{r}\right)^{n_k(m)+1} [g_{i,n_k(m)}^m(t) \cdot \cos m\phi + h_{i,n_k(m)}^m(t) \\ & \cdot \sin m\phi] P_{n_k(m)}^m(\cos\theta) \\ & + a \sum_{k=1}^{K_{ext}} \sum_{m=0}^k \left(\frac{r}{a}\right)^{n_k(m)} [g_{e,n_k(m)}^m(t) \cdot \cos m\phi + h_{e,n_k(m)}^m(t) \\ & \cdot \sin m\phi] P_{n_k(m)}^m(\cos\theta) \\ & + a \sum_{p=1}^{P_{max}} \sum_{m=0}^p R_p(r) [g_p^m(t) \cdot \cos m\phi + h_p^m(t) \cdot \sin m\phi] K_p^m(\theta) \\ & + a \sum_{m=0}^{M_{max}} R_0 [g_0^m(t) \cdot \cos m\phi + h_0^m(t) \cdot \sin m\phi] K_0^m(\theta) \end{aligned} \quad (2)$$

where $P_{n_k}^m(\cos\theta)$ are the associated Legendre functions with real degree $n_k(m)$ and order m where $k-m$ is even, $\cos(m\lambda)$ and $\sin(m\lambda)$ are the Fourier functions, $R_p(r)$ and R_0 are the radial functions, and $K_p^m(\cos\theta)$ are the Mehler functions (the new set of functions not present in the classical SCHA technique). Each term of Eq. (2) contains a set of time-dependent SCH coefficients similar to those of the global harmonic expansion (the so-called Gauss coefficients) where $\{g_{i,n_k}^m, h_{i,n_k}^m\}$ and $\{g_{e,n_k}^m, h_{e,n_k}^m\}$ are denoted as internal and external coefficients respectively, while $\{g_p^m, h_p^m, g_0^m, h_0^m\}$ are the Mehler coefficients. At this point it is important to emphasise that the internal and external character of the Earth's magnetic field cannot be separately analysed using the SCHA or R-SCHA regional approaches. This is because the regional basis functions are not able to distinguish between magnetic fields generated by inner or outer geomagnetic sources. For this reason, the SCH coefficients present a more geometric interpretation than the classical physical meaning given by the global Gauss coefficients (Haines, 1985; Thébaud et al., 2004). Finally, the harmonic expansions in Eq. (2) are limited by the maximum spatial degrees K_{int} , K_{ext} , P_{max} and M_{max} , which are chosen according to the data distribution and modelling resolution.

According to Thébaud and Gaya-Piqué (2008), the R-SCHA is an approach suitable for modelling the geomagnetic field but its application depends on the chosen boundary conditions. To generate a model of the main geomagnetic field – i.e. the magnetic field generated by the Earth's outer core – the version of Thébaud et al. (2004) is more appropriate when a flux-correction related to the

axial dipolar field is required. On the contrary, Thébault et al.'s later (2006a) version works better at modelling the lithospheric field, i.e. the remanent magnetic field recorded by the rocks located in the upper lithosphere over the Curie temperature isotherm.

The set of data described in Section 2 contains both vector and scalar (or intensity) data. The vector data can be expressed as a linear combination of the SCH coefficients of Eq. (2), but we have to model them along with the scalar data which, on the contrary, are not linear in the g 's and h 's. To solve this problem, the expression is linearized taking into account the first time derivative of the geomagnetic field elements with respect to the SCH coefficients, that is:

$$E(t, \mathbf{r}) = E(t, \mathbf{r})|_{\mathbf{m}=\mathbf{m}_0} + \frac{\partial E(t, \mathbf{r})}{\partial \mathbf{m}}|_{\mathbf{m}=\mathbf{m}_0} \cdot \delta \mathbf{m} + \delta(\mathbf{r}) \quad (3)$$

where E refers to any of the North (X), East (Y), or Vertical (Z) geomagnetic field component or the intensity field (F), the vector $\delta \mathbf{m}$ contains the SCH coefficients, and $\partial E(t, \mathbf{r})/\partial \mathbf{m}$ is the *Frechet* derivative vector for the corresponding geomagnetic element. The index 0 corresponds to an initial geomagnetic field model, denoted by the vector \mathbf{m}_0 . The last term in Eq. (3), $\delta(\mathbf{r})$, represents the crustal field bias, which plays an important role for the ground-based data. For the case of the intensity element, this linearization is a first approximation, but after the work of Cain et al. (1965) it is commonly used by the geomagnetic community for modelling this or the angular geomagnetic elements.

In order to solve the set of SCH coefficients, i.e. $\delta \mathbf{m}$, we applied a weighted least squares inversion scheme using both Eqs. (2) and (3):

$$\delta \mathbf{m} = (\mathbf{A}' \cdot \mathbf{C}_e^{-1} \cdot \mathbf{A} + \alpha \cdot \Psi + \tau \cdot \Phi)^{-1} \mathbf{A}' \cdot \mathbf{C}_e^{-1} \cdot \gamma \quad (4)$$

where \mathbf{A} is the matrix of parameters which depends on the R - $SCHA$ functions of Eq. (2) and \mathbf{A}' is the transpose of \mathbf{A} , \mathbf{C}_e is the data error covariance matrix (the inverse matrix of weights) and γ is the vector of input data, i.e. the vector or scalar data of Eq. (3). The inversion in Eq. (4) has been regularized by adding two matrices, denoted by Ψ and Φ , which correspond to the spatial and temporal norms of the geomagnetic field at the boundary of the spherical cone. Both matrices are weighted by the scalar parameters α and τ , which control the trade-off of misfit and roughness criteria. The spatial roughness depends on the norm of the geomagnetic field, \mathbf{B} , in terms of the SCH coefficients:

$$N_S = \alpha \cdot \Psi = \frac{\alpha}{t_e - t_s} \int_{t_s}^{t_e} \mathbf{B}^2 d\Omega dt \quad (5)$$

where t_s and t_e are the initial and final time respectively, and $d\Omega$ is the differential solid angle over the spherical cone boundary. The temporal roughness is defined in terms of the second derivative of the geomagnetic field as:

$$N_T = \tau \cdot \Phi = \frac{\tau}{t_e - t_s} \int_{t_s}^{t_e} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} \right)^2 d\Omega dt \quad (6)$$

More details about the regularization procedure can be found in Appendix A, including the mathematical expressions of both the spatial and temporal norms.

Following the data description given in Section 2, we classified the input data γ of Eq. (4) into two groups: those that provide information about the secular variation of the geomagnetic field, and the set of data more suitable for modelling the fixed main field.

3.1. Secular variation

For this purpose, we applied the method of main field differences (MFD, Haines, 1993); that is, by taking field differences at

any time i relative to some epoch k (i.e. $E_i - E_k$) and inverting for them. Which observation is taken as the fiducial one is irrelevant for the least-square matrix, but taking them with respect to the respective observatory, repeat station or marine crossover average data is convenient and reduces computational errors. There are two advantages of using this method: the SV can be modelled without any kind of numerical differentiation in Eq. (3) and the anomaly bias at each location is cancelled. We followed the previous work of Pavón-Carrasco et al. (2013) where the MFD method was applied to 40326 pairs of crossover marine data along with annual mean intensity observatory data, providing a secular variation model for the intensity field from 1960 to 2000. In the present study, we took a step forward by replacing the set of intensity data from the observatories with their annual or monthly (when available) vector mean data. Moreover, additional vector information from repeat stations was considered. The Appendix B in Pavón-Carrasco et al. (2013) shows how to apply the MFD method to the intensity data; here we show a brief description for the vector components. If one considers an observatory with n observations from t_1 to t_n , the time-average of one geomagnetic element for this location \mathbf{r} or observatory in terms of Eq. (3) is:

$$\bar{E} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (E_0(t_i) + \mathbf{D}_E(t_i) \cdot \delta \mathbf{m}') = \bar{E}_0 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{D}_E(t_i) \cdot \delta \mathbf{m}' \quad (7)$$

where the bar represents the average of all n observations, $E_0(t_i) = E(t_i)|_{\mathbf{m}=\mathbf{m}_0}$ is the reference value, and $\mathbf{D}_E(t_i) = \frac{\partial E(t_i)}{\partial \mathbf{m}}|_{\mathbf{m}=\mathbf{m}_0}$ is the *Frechet* derivative vector. Taking the difference between the value at an epoch k (between t_1 and t_n) and the time-average value in Eq. (7), the expression of the MFD is:

$$E(t_k) - \bar{E} = E_0(t_k) - \bar{E}_0 + \mathbf{D}_E(t_k) \cdot \delta \mathbf{m}' - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{D}_E(t_i) \cdot \delta \mathbf{m}' \quad (8)$$

Although the number of observations is n , after taking differences into account, the number of linearly independent equations is $n - 1$. Grouping terms in Eq. (8), the final expression for the MFD applied to the X, Y, and Z components is given by:

$$E(t_k) - E_0(t_k) - \bar{E} + \bar{E}_0 = [\mathbf{D}_E(t_k) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{D}_E(t_i)] \cdot \delta \mathbf{m}' \quad (9)$$

3.2. Main field

According to Haines (1993), SV modelling by the MFD method can be extended to simultaneously use main field at epoch data, allowing for a full main field geomagnetic model. In this case, the vector and scalar satellite data play an important role since they provide single-epoch values of the main field with a both denser and more uniform spatial coverage inside the spherical cone. In addition, the anomaly bias is very small at satellite altitudes, so that they represent the primary contribution to determining the main field at epoch. On the contrary, satellite data present a poor temporal distribution before the year 2000, which restricts their availability to short periods (see Fig. 1c). This is not necessarily a problem because these data do not contribute to the SV solution. Along with the satellite data, for the main field solution we used the mean vector value at each observatory given by Eq. (7). In order to reduce computational errors, as in Haines (1993) or Haines and Newitt (1997) we not only took differences relative to the respective observatory or repeat-station averages for the SV solution (rather than taking them with respect to any given observation), but used these averages as the fiducial observations for the main field at epoch information. The modelling of the full main field implies taking into account the ground-based biases ($\delta(\mathbf{r})$ of Eq. (3)). They can be treated as a sample of random variables over

the spherical cap (Haines and Newitt, 1997), but we preferred to treat them as independent parameters at each observatory. However, the repeat station data were not used to constrain the main field solution due to their usually associated high uncertainty, since they are designed to provide information of the secular variation rather than of the fixed main field.

4. Model parameters

Fig. 1a) shows the area (the Northern Atlantic Ocean and adjacent regions) where we applied the R-SCHA to generate a regional geomagnetic field model. Following Thébault et al. (2004) we used a spherical cone containing all the data with the following dimensions: the cone, whose vertex is located at the Earth's centre, has its symmetry axis along the spherical coordinates 30°N and 50°W. The semi-aperture of the cone containing data was chosen as 40° though in the inversion approach we increased this value by 2° to avoid possible boundary effects, i.e. to 42°. The bottom and the upper spherical caps have a radius of $a = 6365$ km and $b = 7275$ km, respectively. The upper boundary corresponds to approximately 900 km of altitude over the Earth's surface in a geocentric frame, the highest altitude chosen for the satellite with the highest orbit used, i.e. the POGO. The time-dependence of the SCH coefficients described in Eq. (2) is given by the use of cubic B-splines with knot points every year from 1960 to 2000.

In the R-SCHA, the spatial resolution of the regional geomagnetic model can be given in two dimensions: the “horizontal” resolution (over a spherical cap of constant radius) given by the maximum indices K_{int} and K_{ext} of Eq. (2), and the “vertical” resolution (along the radial distance) taken from the maximum indices of the Mehler expansions, P_{max} and M_{max} , in the same equation (see Thébault et al., 2006a). In our model we fixed K_{int} and K_{ext} as 6 and 5, respectively, providing a minimum spatial “horizontal” wavelength of 2900 km. Note that the K_{int} value is the same as that used by Pavón-Carrasco et al. (2013) for the classical SCHA – they carried out an analysis to select this optimal value according to the model's resolution. Regarding altitude, the minimum “vertical” wavelengths were around 450 km, because we set P_{max} and M_{max} indices equal to 3 and 4, respectively. With these maximum indices, we provided enough resolution to represent the actual spatial wavelengths of the main field and its secular variation.

As stated in the previous section, measurements were weighted through Eq. (4) according to the reciprocal of an estimate of the variance of the error (the square of the measurement standard deviation, σ), which includes instrumental errors and any remaining effects from transient variations. The particular choice for the values of the measurement standard deviations for each data set is somewhat arbitrary, but we aimed for them to conform with values found in the literature and with our prior experience. As in Pavón-Carrasco et al. (2013), σ was chosen to be 10 nT for the observatory data (following Haines and Newitt, 1997 or Gaya-Piqué et al., 2005) and 43.8 nT for the total field marine data at crossovers (this value was obtained from the root mean square of the crossover differences of the magnetic readings with respect to those synthesized with the CM4). As for the new data sets used in this study, values of $\sigma = 30$ nT were given for the repeat station data (again as in Haines and Newitt, 1997), $\sigma = 10$ nT for the Mag-sat and Ørsted satellite data, and $\sigma = 20$ nT for the POGO missions data because of the lower accuracy of the instruments used by these older satellites (as suggested by Gaya-Piqué et al., 2005).

The last parameters to be fixed before the inversion are the scalar values α and τ of Eq. (4). As set out above, these damping parameters control the smoothness and the misfit of the regional model within the spherical cone. Larger values increase the smoothness of the model in terms of spatial and temporal wave-

lengths, and also in areas well-covered by data. Smaller values provide a better fit to the data, but the model complexity increases. To choose the optimal pair of these values, we performed different model inversions and plotted the corresponding curves of the spatial and temporal geomagnetic norms versus the root mean square (RMS) misfit. This is a general procedure to find the optimal parameters (for more details, see Korte and Holme, 2003). Fig. 2 shows both curves. The trade-offs were chosen where those curves present a knee. There, the damping parameters take the values of 10^2 nT⁻² and $3 \cdot 10^3$ nT⁻² yr⁴ for α and τ , respectively. More details about the regularization process are given in Appendix A.

In the inversion approach, represented by Eq. (4), we used the global model CM4 (Sabaka et al., 2004) as an initial guess solution, by simply subtracting the CM4 predictions to the measurements before the modelling, and convergence was reached after only one iteration. Our model is thus a residual model; the full model is obtained by adding the residual model back the CM4 model and updating to the desired epoch. In order to avoid a discontinuity in the transition between the regional model and the last generation of global models at 2000.0, we constrained it to the last version of the CHAOS family: the CHAOS-6 model (Finlay et al., 2016) which provides information on time variations of the core-field between 1999.0 and 2016.5. To do that, the internal field from CHAOS-6 up to degree 13 was used to constrain the inversion approach for the last two knot points of our temporal window, i.e. at 1999.0 and 2000.0, by using an additional regularization matrix in Eq. (4) with non-zero elements in those epochs. This new matrix was penalized by a damping parameter to provide a smooth continuous transition during 1998.

Although providing the error uncertainties is not a general practice in geomagnetic field modelling because the formal errors systematically underestimate the true error (e.g., Finlay et al., 2010), following our previous work (Pavón-Carrasco et al., 2013), we estimated the SCH coefficient uncertainties using a bootstrap method. The data for each bootstrap model were randomly picked from the original database according to a homogenous Gaussian (we assume the error to be Gaussian) distribution based on the data uncertainty, keeping the same number of input data. A total of 5000 individual models were obtained following this procedure for which the uncertainties of the model coefficients are given by the standard deviation of the 5000 sets of individual model coefficients.

5. Results

The resulting model, that we name NAGRM (North Atlantic Geomagnetic Reference Model), was obtained using all the data referred in Section 2, following the methodology detailed in Section 3, and using the parameters described in the previous section. The solution of Eq. (4) provides a set of 72 SCH time-dependent coefficients with their respective uncertainties at 1- σ of confidence level, and a total of 96 observatory biases for the 32 observatory locations (each location contains 3 independent biases related to the north, east and vertical directions).

The residuals, i.e. the differences between the input and modelled data, are plotted in Fig. 3. The ground-based data (Fig. 3a) present a residual histogram with a mean value close to 0 nT and a standard deviation equal to 20.9 nT. The residual satellite data (Fig. 3b) presents a clear Gaussian behavior with a mean value of 0 nT and standard deviation of 5.2 nT. In order to see if NAGRM is accurate at high latitudes, where the largest external field disturbances are expected, we also plotted the residuals as a function of latitude (Fig. 3c and d). These plots do not show significant differences when the data are located at geographic latitudes higher than 50°. This suggests that the pre-treatment of the data

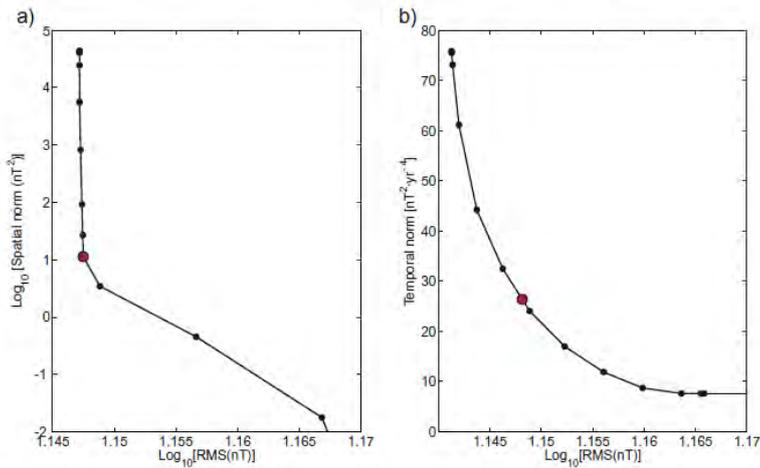


Fig. 2. Trade-off curves of the roughness for the a) spatial and b) temporal norms. The red dots correspond to the points where we selected the values for the damping parameters α and τ , respectively. (For interpretation of the references to colour in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

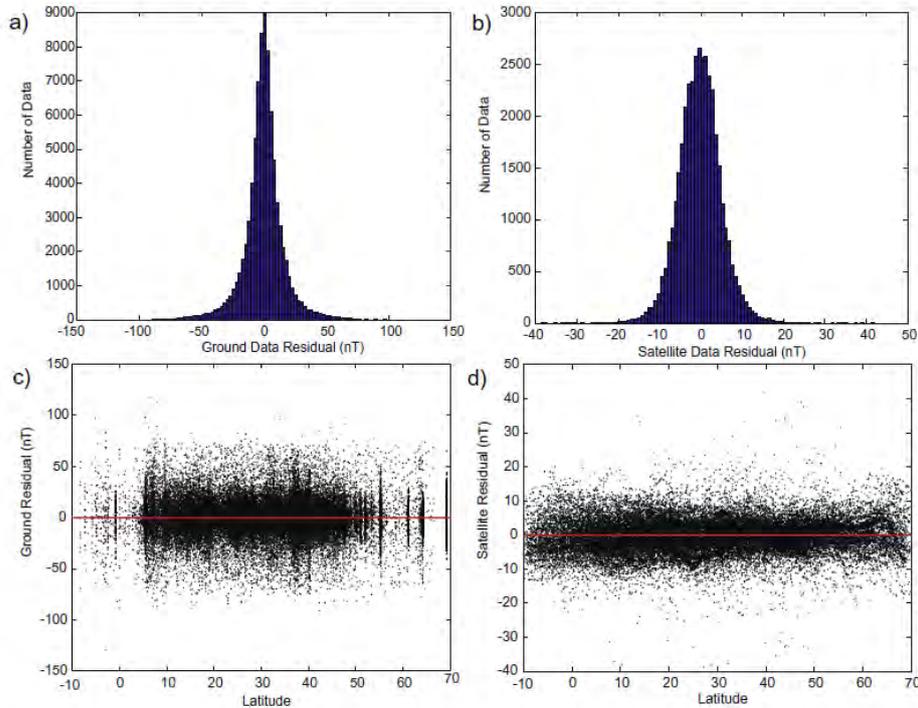


Fig. 3. Residual distributions of a) ground and b) satellite data; and a sampling of the residual distribution as a function of the latitude for c) ground and d) satellite data.

(described in Section 2) removed the major part of the external field contributions at those latitudes.

The fits of the model to the primary SV data sets are given in Table 1. For comparison we also indicate the same values computed with the CM4 and IGRF-12 (Thébault et al., 2015) models using the same datasets. In our comparison we used the complete set of Gauss coefficients that represent the main field for each cho-

sen global model; that is, degree 13 for the CM4 (as indicated by Sabaka et al., 2004), degree 10 for the DGRF1960 to DGRF1995 (every 5 years), and degree 13 for the DGRF2000 (see Table 2 of Thébault et al., 2015). All these truncation degrees, in principle, are expected to provide full information of the main field; though the truncation of the oldest IGRF models to degree 10 (forced by the uncertainties associated to the uneven distribution of data)

Table 1
RMS fit of NAGRM, CM4 and IGRF-12 to main field differences data.

	Marine	Observatory			Repeat station			Overall (nT)
	F (nT)	X (nT)	Y (nT)	Z (nT)	X (nT)	Y (nT)	Z (nT)	
No. differences	40326	6523	6523	6523	1375	1375	1375	64020
NAGRM	20.0	11.6	7.0	10.4	19.1	19.9	20.7	17.5
CM4	20.0	14.7	8.2	12.2	19.5	20.8	21.6	18.0
IGRF-12	23.6	20.3	15.2	25.7	23.6	19.6	25.0	22.7

certainly affects its goodness of fit (we have evaluated how this truncation can affect the fit by comparing the RMS values corresponding to the observatory measurements when changing the maximum degree of the CM4 from 13 to 10, and it passes from 12.0 to 14.1 nT). In terms of regional modelling, the physical meaning of the harmonic degree disappears, but an estimation value can be calculated following [Thébault et al. \(2006a\)](#). Taking into account the aperture of our spherical cap and the maximum value of the k index (K_{int} in Eq. (2)) in the SCH potential expansion, we have a maximum degree value of 13.4. This is, in practice, equivalent to the maximum harmonic degrees of the global models used for the comparison. The improvement of the fit of NAGRM to all subsets of data with respect to the IGRF is worth pointing out. The comparison with the CM4 also shows a significant improvement if we focus on the observatory data (with a maximum RMS difference of 3 nT in the X component). It is more subtle for the repeat

station (with a maximum RMS difference of 1 nT in the Z component) and it is negligible for the crossover marine data, for which the same RMS (20.0 nT) is obtained.

The fit of NAGRM to the main field data sets used in its production is given in [Table 2](#). The fits of CM4 and IGRF-12 to the same data are also included again, for comparisons. As for the observatory data, the comparison with the CM4 can only be made for the 28 observatories which were also used by this model, because the solved anomaly biases are needed in each case. Since the IGRF does not provide such biases, its RMS fits are not given. The data in the table leads us to conclude that NAGRM fits the crustal biases better than CM4. All the obtained biases in the geodetic reference frame are given in [Fig. 4](#) and in [Table 1S of the supplementary material](#). We note that these biases are relevant at some observatories located on islands of volcanic origin (e.g. GUI, LRV and SMG), where rocks with high remanent magnetization dominate in the

Table 2
RMS fit of NAGRM, CM4 and IGRF-12 to main field data.

	Observatory				Satellite				
	X (nT)	Y (nT)	Z (nT)	Overall (nT)	X (nT)	Y (nT)	Z (nT)	F (nT)	Overall (nT)
No. points	6555	6555	6555	19665	4191	4191	4191	26181	38754
NAGRM	11.6	6.9	10.4	9.6	6.4	7.2	5.8	4.6	5.3
CM4	41.0	78.1	59.1	61.3	6.9	7.6	7.3	5.8	6.3
IGRF-12					10.3	9.2	12.7	15.2	13.9

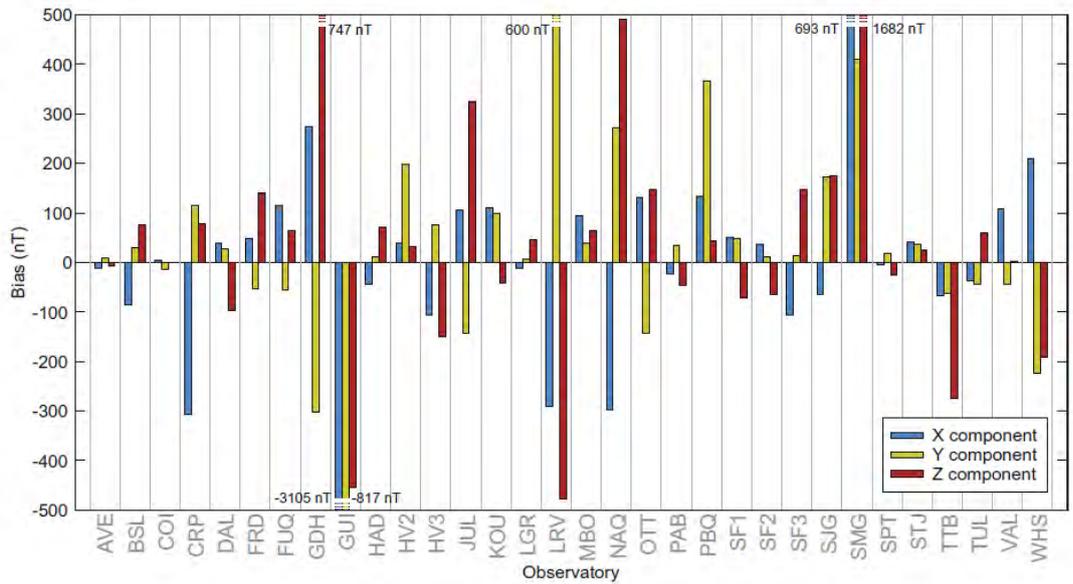


Fig. 4. Histogram of the crustal biases solved for each observatory.

upper lithosphere. Adding the modelled observatory biases to the main field we obtain an excellent fit to the observations.

In order to show how good the fit of NAGRM to the observatory data is, we chose one of them – LRV (Leirvogur in Iceland) – located at a high latitude inside the spherical cap (see Fig. 5). For comparison, we include the predictions from CM4 (as for the RMS fit comparisons, using only its core field part) and IGRF-12, and the original annual mean data. In the secular variation curves provided by NAGRM (lower panel) we provided the model uncertainty (at $2\text{-}\sigma$ of confidence level; that is, 95% of probability) thanks to

the bootstrap technique applied in the inversion approach. For the fixed field (upper panel) the NAGRM and CM4 model predictions without and with the crustal biases (continuous and dashed lines in upper panel, respectively) are distinguished. The largest differences are found in the vertical component, Z, where the fixed field from the IGRF-12 presents higher values for the major part of the temporal window, and the Z bias of the CM4 seems to be lower than expected by the original LRV dataset (black circles). In terms of SV (lower panel), the NAGRM model offers a higher temporal variability thanks to the selection of 1-yr of separation between

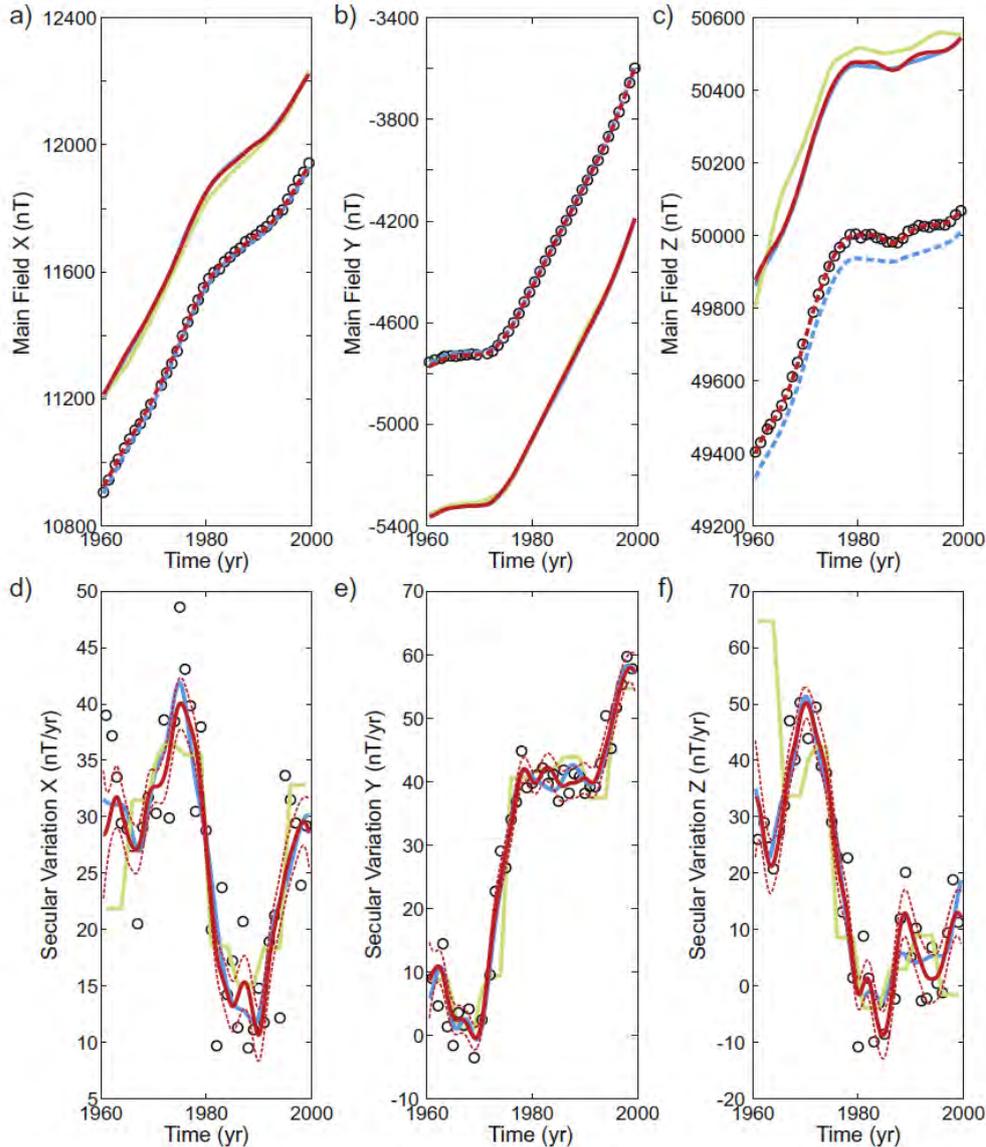


Fig. 5. Values of the main geomagnetic field components (X, a); Y, b); and Z, c)) for LRV and their SV (d), e), and f)). The red line represents the predictions given by the NAGRM model (with the red dashed error lines given by the bootstrap method), the blue line those given by the CM4 model, the green line those given by the IGRF12 model, and the circles represent the original observatory data. Dashed lines in a), b) and c) represent the NAGRM and the CM4 main field model predictions with the crustal bias added. (For interpretation of the references to colour in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

knot points in contrast to the 2.5-yr of the CM4 and the 5-yr snapshots of the IGRF-12. We point out that the SV of the CM4 lies within the error bars at 95% of confidence level of the SV of the NAGRM model. However, this is not the case of the IGRF-12, with significant differences in the vertical component at early times.

To illustrate in more detail the comparison with the CM4 and IGRF-12 global models at the Earth's surface, we calculated the time-averaged RMS difference between NAGRM and the models for each geomagnetic field component X, Y, and Z, for the total field F , and for their secular variation. To do that, using the three models we synthesized the values of the main field (from 1960 to 2000) and its secular variation (from 1961 to 1999) for every year in a regular grid (approx. 5000 points equally distributed) inside the spherical cap and then we averaged, at each grid-point, the square root of the quadratic differences. The maps showing these values for the NAGRM vs. CM4 comparison are plotted in Fig. 6. The major differences between NAGRM and CM4 are located in the land areas, where the observatory and the repeat station data are concentrated. The differences are highest for the North component X,

and its secular variation, denoted as dx/dt in the figure. This fact is in agreement with the RMS errors of Tables 1 and 2, where the NAGRM model shows the clearest improvement for the X component observatory data. Fig. 15 of the supplementary material contains a similar set of maps for the comparison with the IGRF-12, where the differences with the NAGRM model are more significant both for the main field and its secular variation.

To inspect the morphology of the Northern Atlantic main geomagnetic field and its secular variation derived from NAGRM at the Earth's surface, we provide a set of maps for every 5 years in the supplementary material (Figs. 2S and 3S). In Fig. 7, we show an example for one epoch, 1980, and at altitudes every 300 km from 0 to 900 km. The maps clearly show the radial dependence of the geomagnetic field elements and their SV with weakened values for high altitudes. For the main field the maximum difference in altitude is found for the intensity map, with an average value almost 21,000 nT lower. The most significant decrease for the SV value is almost 80 nT/yr for the Z component at the south of the spherical cap.

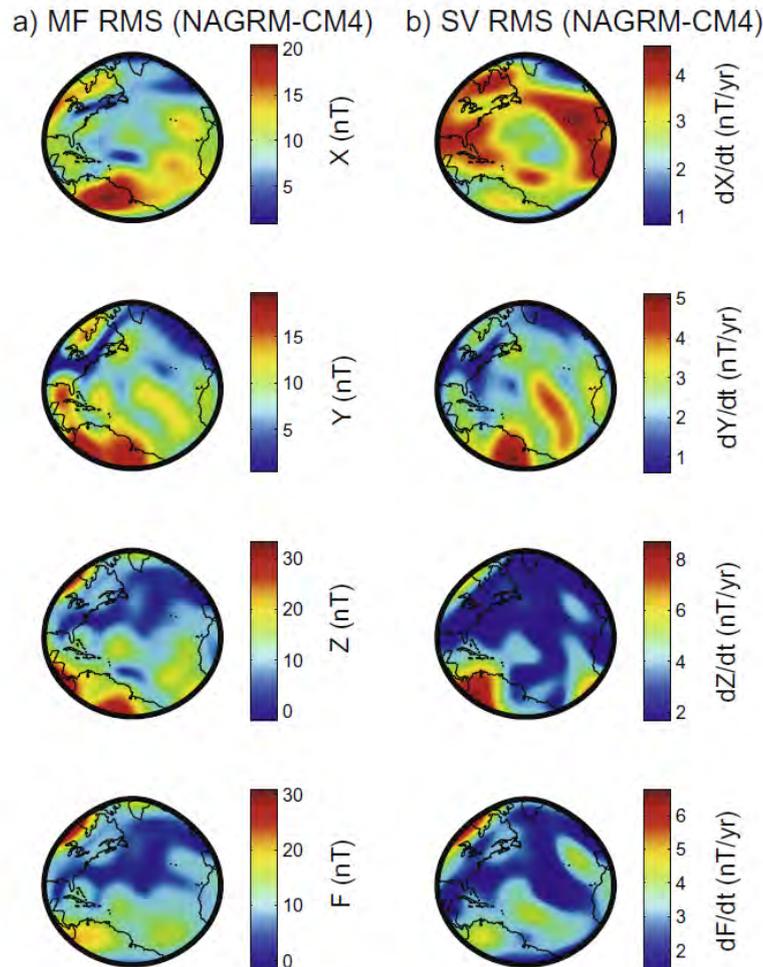


Fig. 6. Time-averaged RMS differences maps between NAGRM and CM4 models of the a) main field and b) SV.

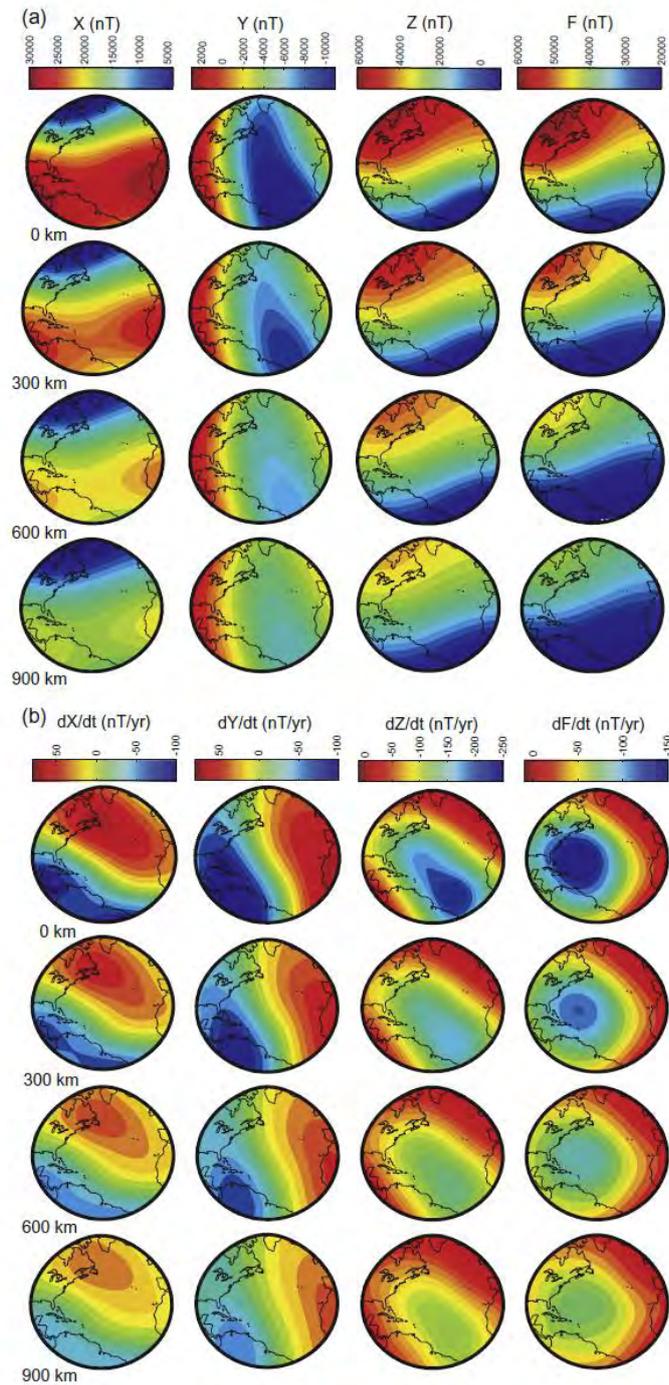


Fig. 7. Contour plots showing the a) Main field and b) SV of the X, Y, Z and F components from 0 to 900 km altitude for 1980 as obtained from the NAGRM model.

6. Discussion and concluding remarks

R-SCHA is not only able to describe the main field elements but also their time variation in a continuous manner. After having tried it with a set of data from varied multilevel sources of the North Atlantic, we made a comparative evaluation between each of those two capabilities and those from both the International Geomagnetic Reference Field, IGRF-12 (Thébault et al., 2015), and the Comprehensive, CM4 (Sabaka et al., 2004), spherical harmonic global field models. The cross-validation with the IGRF-12 revealed that NAGRM shows a better fit for all sets of data, mainly because the former, on one hand, does not provide the observatory crustal biases and, on the other hand, it unrealistically characterizes SV by interpolating between snapshot models that are produced every 5 years.

The comparison with the CM4, which is also time-dependent by means of cubic B-splines (though with knot spacing at 2.5 yr), revealed almost identical root-mean-square differences between observation and model values for the marine data, and very similar ones for the repeat station main field differences data (see Fig. 6 and Tables 1 and 2). The complexity of having to match the marine total field linearly approximated main field differences with those corresponding to the three-component observatory data, does not allow the regional model to perform better than the global model, with respect to such a very scattered set of data. However, there is a substantial improvement when we compare the fits to the observatory main field differences. In any case, the differences between the CM4 model and the observations on the ground are clearly dominated by the different lithospheric field bias estimations at the observatory locations. We were only able to extract these values from the file of parameters provided by their authors. As the code of each observatory was the only information given, we had to assume that the values correspond to the exact same locations used by us in our model. As well as these, maybe not coincidental, observatory site changes (each segment of data resulting from a change may be thought to have its own vector bias), the CM4 used hourly mean values whereas we, on the contrary, used monthly and annual means, which have different baselines from the hourly means.

Some of the RMS differences observed between CM4, IGRF, and NAGRM could be attributed to different truncations in the harmonic series of the three models. But, similarities and differences between each model must not only focus on the RMS differences. We must also take into account that the CM4 model is the only one trying to differentiate between the core field and internal fields induced in the Earth's mantle by ionospheric and magnetospheric fields. The IGRF and the NAGRM models do not perform this separation. Finally, the CM4 and the NAGRM models are not independent because some of our data correction was done relying on the CM4 external fields. As a result of these facts, external field contributions not corrected for properly by the CM4 model at the observatory locations are absorbed by NAGRM. Therefore, though NAGRM fits some data sets better than CM4 core field part, we do not consider NAGRM as being superior to global models, because it can be somewhat contaminated with external fields.

Another important issue was that of validating the ability of NAGRM to provide stable upward/downward continuations. It has been shown how it fits the data obtained at different altitudes, but it would be interesting to see whether it provides a smooth radial variation across the entire cone. Fig. 8 has been constructed for this aim. It provides the radial variation of the time-averaged RMS differences of the NAGRM predictions with respect to the CM4 ones across two perpendicular profiles which intersect at the centre of the cap (see inset in Fig. 8). At the Earth's surface it reflects the patterns shown in Fig. 6, with the highest differences at the continental areas on the cap borders. They, in general, progressively fade with altitude, except for the vertical field (and in consequence for the total field) in Greenland, which may be an effect of some remaining high-latitude external field contributions. Although not as symmetric as the magnitude of the mean square residuals at the upper and lower surfaces shown by Thébault et al. (2004), the persistency of residual patches at both surfaces indicate that some kind of Gibbs phenomenon (e.g., Jerri, 1998) remains there.

Despite being apparently best suited to model the field inside a spherical cone, the applications of R-SCHA have been less numerous than with SCHA, and mainly just concern lithospheric field studies. Regional modelling requires signals with wavelengths con-

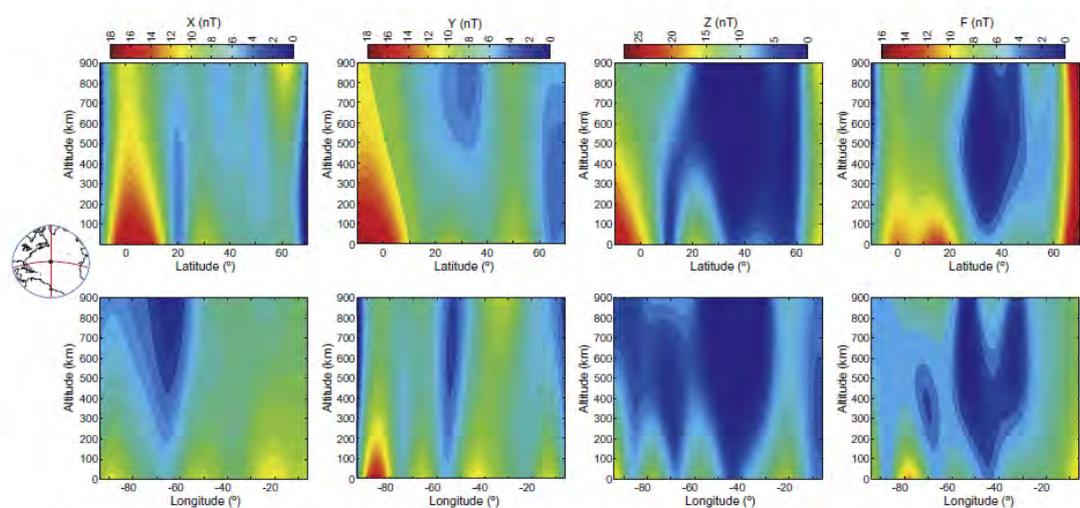


Fig. 8. Radial variation of the time-averaged RMS differences maps between NAGRM and CM4 models of the main field across the profiles shown in the inset map.

sistent with the dimension of the studied region, so that it cannot be superior to SHA for representing large-scale fields (Schott and Thébault, 2011). However, by using varied multilevel sets of geomagnetic data and incorporating appropriate regularizations, our results confirm the suitability of the R-SCHA for providing models which perform comparably to global models.

Besides allowing for the study of the morphology of the North Atlantic geomagnetic field on time scales of about 1 year for the time interval 1960–2000, an obvious outcome of NAGRM is that it could be used to correct old marine and aeromagnetic field measurements for the main field in order to improve the identification of crustal field signatures. Nevertheless, there is still room for improvement in our suggested modelling approach. The difficulties in matching the larger errors in the marine data to those of observational data could probably be overcome by adopting an improved statistical treatment of data errors, e.g. by relying on an iteratively reweighted least-squares inverse scheme with Huber weights. This is known to produce estimates that are less affected by non-Gaussian outliers which can be present due to the non-random nature of the various non-core field sources (Finlay et al., 2012). In addition, the formal uncertainty estimation by the use of a bootstrap approach would be more reliable with a proper estimation of the possible spatial aliasing of external fields into internal field. Also, by expanding the model coefficients using a higher order B-spline basis, the first and second time derivatives of the field (and perhaps even the secular acceleration changes) could be used to identify geomagnetic jerks which occur in the area under study (as done by, e.g., Torta et al., 2015).

Acknowledgments

This study was partially funded by the project CTM2014-52182-C3-1-P of the Spanish *Ministerio de Economía y Competitividad*. F.J.P.C. is funded from the European Union's Horizon 2020 research and innovation programme under the Marie Skłodowska-Curie grant agreement No 659901. We would also like to acknowledge T. Ishihara for providing the marine data and E. Thébault for providing the 64-bit code for the SCH Legendre and Mehler functions. We are also grateful to two anonymous reviewers for their useful comments which helped to improve the manuscript.

Appendix A

In this appendix we provide the different steps to calculate the spatial and temporal geomagnetic field norms described by the R-SCHA technique, which are not detailed in the related literature (Thébault et al., 2006a gives some information in Section 3.2 of their publication). For a conical domain, the geomagnetic potential for the R-SCHA technique is given by Eq. (2), where the first two expansions correspond to the classical Haines potential (V_1 , Haines, 1985) and the last two to the new potential expansions introduced by Thébault et al. (2004, 2006a), which we call the Thébault potential (V_2).

The spatial norm of the geomagnetic field \mathbf{B} inside the cone Ω is defined as:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{B}\|_{\Omega}^2 &= \|\nabla V\|_{\Omega}^2 = \|\nabla(V_1 + V_2)\|_{\Omega}^2 \\ &= \int_{\Omega} \nabla V_1 \cdot \nabla V_1 d\Omega + \int_{\Omega} \nabla V_2 \cdot \nabla V_2 d\Omega + 2 \int_{\Omega} \nabla V_1 \cdot \nabla V_2 d\Omega \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Applying the first Green identity

$$\int_{\Omega} \nabla V \cdot \nabla V d\Omega = \oint_{\partial\Omega} V \nabla V ds \quad (\text{A.2})$$

to Eq. (A.1) and taking into account that the last integral in Eq. (A.1) is null for orthogonal reasons, we can express the geomagnetic norm as a sum of three different surface integrations in the rotated spherical cap frame, i.e. r (radial distance), θ (colatitude), ϕ (longitude):

$$\begin{aligned} \|\mathbf{B}\|_{\Omega}^2 &= \int_{\partial_a\Omega} \left(V_1 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V_1}{\partial \theta} \right) + V_2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V_2}{\partial \theta} \right) \right) ds_a \\ &\quad - \int_{\partial_b\Omega} \left(V_1 \frac{\partial V_1}{\partial r} + V_2 \frac{\partial V_2}{\partial r} \right) ds_a + \int_{\partial_b\Omega} \left(V_1 \frac{\partial V_1}{\partial r} + V_2 \frac{\partial V_2}{\partial r} \right) ds_b \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

with

$$\begin{aligned} ds_b &= r \sin \theta_0 dr d\phi; \\ ds_a &= a^2 \sin \theta_0 d\theta d\phi; \quad \text{and} \\ ds_b &= b^2 \sin \theta_0 d\theta d\phi \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

where θ_0 is the semi angle of the cone and a/b the minimum/maximum radius of the spherical cone.

We expand the three integrals in Eq. (A.3):

a) First integral of Eq. (A.3):

$$\begin{aligned} &\int_{\partial_a\Omega} \left(V_1 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V_1}{\partial \theta} \right) + V_2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V_2}{\partial \theta} \right) \right) ds_a \\ &= \sin \theta_0 \int_{\partial_a\Omega} \left(V_1 \left. \frac{\partial V_1}{\partial \theta} \right|_{\theta_0} + V_2 \left. \frac{\partial V_2}{\partial \theta} \right|_{\theta_0} \right) dr d\phi \\ &= \sin \theta_0 \int_{\partial_a\Omega} V_2 \left. \frac{\partial V_2}{\partial \theta} \right|_{\theta_0} dr d\phi \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

where the integral

$$\int_{\partial_a\Omega} V_1 \left. \frac{\partial V_1}{\partial \theta} \right|_{\theta_0} dr d\phi \quad (\text{A.6})$$

is null due to boundary conditions of the potential V_1 .

Applying Eq. (A.5) to Eq. (2) and using the orthogonal properties of the functions involved, the first integral is given as:

$$\begin{aligned} &\int_{\partial_a\Omega} \left(V_1 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V_1}{\partial \theta} \right) + V_2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V_2}{\partial \theta} \right) \right) ds_a \\ &= \pi \cdot a^2 (1 + \delta_{m,0}) \sin \theta_0 \left[\|R_p\|^2 \cdot (g_{p,m}^2 + h_{p,m}^2) \cdot K_p^m \Big|_{\theta_0} \cdot \frac{dK_p^m}{d\theta} \Big|_{\theta_0} \right. \\ &\quad \left. + \|R_0\|^2 \cdot (g_{0,m}^2 + h_{0,m}^2) \cdot K_0^m \Big|_{\theta_0} \cdot \frac{dK_0^m}{d\theta} \Big|_{\theta_0} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

where $\delta_{m,0}$ is the Kronecker delta, i.e. takes the value 1 when $m = 0$ and 0 when $m > 0$. The notation for the model coefficients are simplified here with respect to the main text.

b) Second integral of Eq. (A.3):

$$\begin{aligned} &\int_{\partial_a\Omega} \left(V_1 \frac{\partial V_1}{\partial r} + V_2 \frac{\partial V_2}{\partial r} \right) ds_a \\ &= a^2 \sin \theta_0 \int_{\partial_a\Omega} \left(V_1 \left. \frac{\partial V_1}{\partial r} \right|_a + V_2 \left. \frac{\partial V_2}{\partial r} \right|_a \right) d\theta d\phi \\ &= a^2 \sin \theta_0 \int_{\partial_a\Omega} V_1 \left. \frac{\partial V_1}{\partial r} \right|_a d\theta d\phi \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

where the integral

$$\int_{\partial_a\Omega} V_2 \left. \frac{\partial V_2}{\partial r} \right|_a d\theta d\phi \quad (\text{A.9})$$

is null due to boundary conditions of the potential V_2 .

By the use of Eq. (2) in Eq. (A.8) and the consideration of orthogonal rules, the second integral is now written as

$$\int_{\partial_b\Omega} \left(V_1 \frac{\partial V_1}{\partial r} + V_2 \frac{\partial V_2}{\partial r} \right) ds_b = \pi \cdot a^3 (1 + \delta_{m,0}) \left[-(n+1) \|P_k^m\|^2 \cdot (g_{e,k,m}^2 + h_{i,k,m}^2) + n \|P_k^m\|^2 \cdot (g_{e,k,m}^2 + h_{e,k,m}^2) \right] - \pi \cdot a^3 (1 + \delta_{m,0}) \|P_k^m\|^2 \cdot (g_{i,k,m} \cdot g_{e,k,m} + h_{i,k,m} \cdot h_{e,k,m}) \quad (\text{A.10})$$

c) Third integral of Eq. (A.3):

$$\int_{\partial_b\Omega} \left(V_1 \frac{\partial V_1}{\partial r} + V_2 \frac{\partial V_2}{\partial r} \right) ds_b = b^2 \sin \theta_0 \int_{\partial_b\Omega} \left(V_1 \frac{\partial V_1}{\partial r} \Big|_b + V_2 \frac{\partial V_2}{\partial r} \Big|_b \right) d\theta d\phi = b^2 \sin \theta_0 \int_{\partial_b\Omega} V_1 \frac{\partial V_1}{\partial r} \Big|_b d\theta d\phi \quad (\text{A.11})$$

where again the integral

$$\int_{\partial_b\Omega} V_2 \frac{\partial V_2}{\partial r} \Big|_b d\theta d\phi \quad (\text{A.12})$$

is null due to boundary conditions of the potential V_2 . The third integral is similar to that given by Eq. (A.10):

$$\int_{\partial_b\Omega} \left(V_1 \frac{\partial V_1}{\partial r} + V_2 \frac{\partial V_2}{\partial r} \right) ds_b = \pi \cdot a \cdot b^2 (1 + \delta_{m,0}) \left[-(n+1) \left(\frac{a}{b}\right)^{2n+3} \|P_k^m\|^2 \cdot (g_{i,k,m}^2 + h_{i,k,m}^2) + n \left(\frac{b}{a}\right)^{2n-1} \|P_k^m\|^2 \cdot (g_{e,k,m}^2 + h_{e,k,m}^2) \right] - \pi \cdot a^3 (1 + \delta_{m,0}) \|P_k^m\|^2 \cdot (g_{i,k,m} \cdot g_{e,k,m} + h_{i,k,m} \cdot h_{e,k,m}) \quad (\text{A.13})$$

Finally, the spatial norm of the geomagnetic field inside the spherical cone is given by the sum of Eqs. (A.7), (A.10) and (A.13):

$$\|B\|^2 = \pi \cdot a^2 (1 + \delta_{m,0}) \sin \theta_0 \left[\|R_p\|^2 \cdot (g_{p,m}^2 + h_{p,m}^2) \cdot K_p^m \Big|_{\theta_0} \cdot \frac{dK_p^m}{d\theta} \Big|_{\theta_0} + \|R_0\|^2 \cdot (g_{0,m}^2 + h_{0,m}^2) \cdot K_0^m \Big|_{\theta_0} \cdot \frac{dK_0^m}{d\theta} \Big|_{\theta_0} \right] + \pi \cdot a^3 (1 + \delta_{m,0}) \left[(n+1) \|P_k^m\|^2 \cdot (g_{i,k,m}^2 + h_{i,k,m}^2) - n \|P_k^m\|^2 \cdot (g_{e,k,m}^2 + h_{e,k,m}^2) \right] + \pi \cdot a^3 (1 + \delta_{m,0}) \|P_k^m\|^2 \cdot (g_{i,k,m} \cdot g_{e,k,m} + h_{i,k,m} \cdot h_{e,k,m}) + \pi \cdot a \cdot b^2 (1 + \delta_{m,0}) \left[-(n+1) \left(\frac{a}{b}\right)^{2n+3} \|P_k^m\|^2 \cdot (g_{i,k,m}^2 + h_{i,k,m}^2) + n \left(\frac{b}{a}\right)^{2n-1} \|P_k^m\|^2 \cdot (g_{e,k,m}^2 + h_{e,k,m}^2) \right] - \pi \cdot a^3 (1 + \delta_{m,0}) \|P_k^m\|^2 \cdot (g_{i,k,m} \cdot g_{e,k,m} + h_{i,k,m} \cdot h_{e,k,m}) \quad (\text{A.14})$$

Taking into account that $\|R_p\|^2 = \|R_0\|^2 = a$ (due to the normalization of the R_p we realized that there was a mistake in the Eq. (16) proposed by Thébault 2004, thus the $(S/2)^{-1/2}$ term has to be replaced by $(2S)^{-1/2}$ and grouping equal terms we have

$$\|B\|^2 = \pi \cdot a^3 (1 + \delta_{m,0}) \sin \theta_0 \left\{ (g_{p,m}^2 + h_{p,m}^2) \cdot K_p^m \Big|_{\theta_0} \cdot \frac{dK_p^m}{d\theta} \Big|_{\theta_0} + \sin \theta_0 (g_{0,m}^2 + h_{0,m}^2) \cdot K_0^m \Big|_{\theta_0} \cdot \frac{dK_0^m}{d\theta} \Big|_{\theta_0} \right\} + \pi \cdot a^3 (1 + \delta_{m,0}) \left\{ \left[1 - \left(\frac{a}{b}\right)^{2n+1} \right] (n+1) \|P_k^m\|^2 \cdot (g_{i,k,m}^2 + h_{i,k,m}^2) + \left[\left(\frac{b}{a}\right)^{2n+1} - 1 \right] n \|P_k^m\|^2 \cdot (g_{e,k,m}^2 + h_{e,k,m}^2) \right\} \quad (\text{A.15})$$

For the temporal norm, we use the second time derivative of Eq. (A.15) as given by Eq. (6) of the main text.

Appendix B. Supplementary data

Supplementary data associated with this article can be found, in the online version, at <http://dx.doi.org/10.1016/j.pepi.2016.11.008>.

References

- Cain, J.C., Daniels, W.E., Hendricks, S.J., Jensen, D.C., 1965. An evaluation of the main geomagnetic field, 1940–1962. *J. Geophys. Res.* 70, 3647–3674. <http://dx.doi.org/10.1029/JZ070i015p03647>.
- Finlay, C.C., Maus, S., Beggan, C.D., Hamoudi, M., Lowes, F.J., Olsen, N., Thébault, E., 2010. Evaluation of candidate geomagnetic field models for IGRF-11. *Earth Planets Space* 62, 8. <http://dx.doi.org/10.5047/eps.2010.11.005>.
- Finlay, C.C., Jackson, A., Gillet, N., Olsen, N., 2012. Core surface magnetic field evolution 2000–2010. *Geophys. J. Int.* 189, 761–781. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-246X.2012.05395.x>.
- Finlay, C.C., Olsen, N., Kotsiaros, S., Gillet, N., Toeffner-Clausen, L., 2016. Recent geomagnetic secular variation from Swarm and ground observatories as estimated in the CHAOS-6 geomagnetic field model. *Earth Planets Space* 68. <http://dx.doi.org/10.1186/s40623-016-0486-1>.
- Gaya-Piqué, L.R., De Santis, A., Torta, J.M., 2005. Use of champ magnetic data to improve the antarctic geomagnetic reference model. In: Reigber, C., Lühr, H., Schwintzer, P., Wickert, J. (Eds.), *Earth Observation with CHAMP: Results from Three Years in Orbit*. Springer, Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, pp. 317–322.
- Haines, G.V., 1985. Spherical cap harmonic analysis. *J. Geophys. Res.* 90, 2583. <http://dx.doi.org/10.1029/JB090iB03p02583>.
- Haines, G.V., 1988. Computer programs for spherical cap harmonic analysis of potential and general fields. *Comput. Geosci.* 14, 413–447. [http://dx.doi.org/10.1016/0098-3004\(88\)90027-1](http://dx.doi.org/10.1016/0098-3004(88)90027-1).
- Haines, G.V., 1993. Modelling geomagnetic secular variation by main-field differences. *Geophys. J. Int.* 114, 490–500. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-246X.1993.tb06982.x>.
- Haines, G.V., Newitt, L.R., 1997. The Canadian geomagnetic reference field 1995. *J. Geomagn. Geoelectr.* 49, 317–336. <http://dx.doi.org/10.5636/jgg.49.317>.
- Jerri, A.J., 1998. *The Gibbs Phenomenon in Fourier Analysis, Splines, and Wavelet Approximations, Mathematics and its Applications*. Kluwer Academic Publishers.
- Korte, M., Holme, R., 2003. Regularization of spherical cap harmonics. *Geophys. J. Int.* 153, 253–262. <http://dx.doi.org/10.1046/j.1365-246X.2003.01898.x>.
- Korte, M., Thébault, E., 2007. Geomagnetic repeat station crustal biases and vectorial anomaly maps for Germany. *Geophys. J. Int.* 170, 81–92. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-246X.2007.03387.x>.
- Langel, R.A., 1987. *The main field*. *Geomagnetism*, vol. 1. Academic Press, London, pp. 249–512.
- Lesur, V., Wardinski, I., Hamoudi, M., Rother, M., 2010. The second generation of the GFZ Reference Internal Magnetic Model: GRIMM-2. *Earth Planets Space* 62, 765–773. <http://dx.doi.org/10.5047/eps.2010.07.007>.
- Maus, S., Manoj, C., Rauberg, J., Michaelis, I., Lühr, H., 2010. NOAA/NGDC candidate models for the 11th generation international geomagnetic reference field and the concurrent release of the 6th generation Pomme magnetic model. *Earth Planets Space* 62, 729–735. <http://dx.doi.org/10.5047/eps.2010.07.006>.
- Olsen, N., Holme, R., Hulot, G., Sabaka, T., Neubert, T., Toeffner-Clausen, L., Primdahl, F., Jørgensen, J., Léger, J.-M., Barraclough, D., Bloxham, J., Cain, J., Constable, C., Golovkov, V., Jackson, A., Kotzé, P., Langlais, B., Macmillan, S., Manda, M., Merayo, J., Newitt, L., Purucker, M., Risbo, T., Stampe, M., Thomson, A., Voorhies, C., 2000. Ørsted initial field model. *Geophys. Res. Lett.* 27, 3607. <http://dx.doi.org/10.1029/2000GL011930>.
- Pavón-Carrasco, F.J., Osete, M.L., Torta, J.M., 2010. Regional modeling of the geomagnetic field in Europe from 6000 to 1000 BC. *Geochem. Geophys. Geosyst.* 11, 1–20. <http://dx.doi.org/10.1029/2010GC003197>.
- Pavón-Carrasco, F.J., Torta, J.M., Catalán, M., Talam, A., Ishihara, T., 2013. Improving total field geomagnetic secular variation modeling from a new set of cross-over marine data. *Phys. Earth Planet. Inter.* 216, 21–31. <http://dx.doi.org/10.1016/j.pepi.2013.01.002>.
- Quesnel, Y., Catalán, M., Ishihara, T., 2009. A new global marine magnetic anomaly data set. *J. Geophys. Res. Solid Earth* 114, 1–11. <http://dx.doi.org/10.1029/2008JB006144>.
- Sabaka, T.J., Olsen, N., Purucker, M.E., 2004. Extending comprehensive models of the Earth's magnetic field with Ørsted and CHAMP data. *Geophys. J. Int.* 159, 521–547. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-246X.2004.02421.x>.
- Sabaka, T.J., Olsen, N., Tyler, R.H., Kuvshinov, A., 2015. CM5, a pre-Swarm comprehensive geomagnetic field model derived from over 12 yr of CHAMP, Ørsted, SAC-C and observatory data. *Geophys. J. Int.* 200, 1596–1626. <http://dx.doi.org/10.1093/gji/ggu493>.
- Schott, J.-J., Thébault, E., 2011. *Geomagnetic Observations and Models*. In: Manda, M., Korte, M. (Eds.), Springer, Netherlands, Dordrecht, pp. 229–264. http://dx.doi.org/10.1007/978-90-481-9858-0_9.
- Thébault, E., 2006. Global lithospheric magnetic field modelling by successive regional analysis. *Earth Planets Space* 58, 485–495.
- Thébault, E., 2008. A proposal for regional modelling at the Earth's surface. *R-SCHA2D. Geophys. J. Int.* 174, 118–134. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-246X.2008.03823.x>.

- Thébault, E., Gaya-Piqué, L., 2008. Applied comparisons between SCHA and R-SCHA regional modeling techniques. *Geochem. Geophys. Geosyst.* 9, 1–25.
- Thébault, E., Schott, J.J., Manda, M., Hoffbeck, J.P., 2004. A new proposal for spherical cap harmonic modelling. *Geophys. J. Int.* 159, 83–103. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-246X.2004.02361.x>.
- Thébault, E., Schott, J.J., Manda, M., 2006a. Revised spherical cap harmonic analysis (R-SCHA): validation and properties. *J. Geophys. Res. Solid Earth* 111, 1–17. <http://dx.doi.org/10.1029/2005JB003836>.
- Thébault, E., Manda, M., Schott, J.J., 2006b. Modeling the lithospheric magnetic field over France by means of revised spherical cap harmonic analysis (R-SCHA). *J. Geophys. Res. Solid Earth* 111, 1–13. <http://dx.doi.org/10.1029/2005JB004110>.
- Thébault, E., Finlay, C.C., Beggan, C.D., Alken, P., Aubert, J., Barrois, O., Bertrand, F., Bondar, T., Boness, A., Brocco, L., Canet, E., Chambodut, A., Chulliat, A., Coisson, P., Cvet, F., Du, A., Fournier, A., Fratter, I., Gillet, N., Hamilton, B., Hamoudi, M., Hulot, G., Jager, T., Korte, M., Kuang, W., Lalanne, X., Langlais, B., Léger, J.-M., Lesur, V., Lowes, F.J., Macmillan, S., Manda, M., Manoj, C., Maus, S., Olsen, N., Petrov, V., Ridley, V., Rother, M., Sabaka, T.J., Saturnino, D., Schachtschneider, R., Sirol, O., Tangborn, A., Thomson, A., Toffner-Clausen, L., Vigneron, P., Wardinski, I., Zvereva, T., 2015. International geomagnetic reference field: the 12th generation. *Earth Planets Space* 67. <http://dx.doi.org/10.1186/s40623-015-0228-9>.
- Torta, J.M., Gaya-Piqué, L.R., De Santis, A., 2006. Geomagnetism for Aeronautical Safety: A Case Study in and around the Balkans. In: Rasson, J.L., Delipetrov, T. (Eds.). Springer, Netherlands, Dordrecht, pp. 291–307. http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4020-5025-1_23.
- Torta, J.M., Pavón-Carrasco, F.J., Marsal, S., Finlay, C.C., 2015. Evidence for a new geomagnetic jerk in 2014. *Geophys. Res. Lett.* 42, 7933–7940. <http://dx.doi.org/10.1002/2015GL065501>.
- Vervelidou, F., Thébault, E., 2015. Global maps of the magnetic thickness and magnetization of the Earth's lithosphere. *Earth Planets Space* 67, 173. <http://dx.doi.org/10.1186/s40623-015-0329-5>.

Esta Tesis Doctoral ha sido defendida el día ____ d _____ de 201__

En el Centro _____

de la Universidad Ramon Llull, ante el Tribunal formado por los Doctores y Doctoras
abajo firmantes, habiendo obtenido la calificación:

Presidente/a

Vocal

Vocal *

Vocal *

Secretario/a

Doctorando/a

(*): Sólo en el caso de tener un tribunal de 5 miembros