

MEMORIA DE LA TESIS DOCTORAL :

***Un entorno interactivo de aprendizaje con
Cabri-actividades, aplicado a la enseñanza de
la geometría en la E.S.O.***

PRESENTADA POR:

JESÚS MURILLO RAMÓN.

DIRIGIDA POR:

DR. D. JOSEP MARIA FORTUNY

Departament de Didàctica de las Matemàtica i de las
Ciències Experimentals.
Universitat Autònoma de Barcelona.

A Petra Mary, Ana Cris y Pilar

AGRADECIMIENTOS.

Mi agradecimiento a los alumnos y profesores del Taller de Matemáticas del I.E.S. "Batalla de Clavijo" y especialmente al profesor José Francisco Martín.

A mis compañeros José María y Rafael del Departamento de Matemáticas de la U. de Zaragoza por sus primeras correcciones y sugerencias. A todos los compañeros del grupo de investigación del Dto. de Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias Experimentales de la U. Autónoma, Jordi, José Manuel, M^aLuisa, Lourdes y Richard. A Joaquín de la U. de Barcelona y a Angel de la U. de Valencia.

A la Universidad de La Rioja y su Departamento de Matemáticas, con cuyos medios y soporte de la Web se ha realizado la experiencia y a Cristina Aragón del S.I. por su colaboración en el diseño del soporte.

Mi agradecimiento y reconocimiento muy especiales al profesor Fortuny, director de esta tesis, sin cuya propuesta inicial de comenzar el trabajo, su dirección y ánimos continuos no hubiese sido posible la realización de la misma.

A mi familia, especialmente a Petra Mary y a mis hijas por sus ánimos en los momentos de flaqueza.

En definitiva sean estas líneas de reconocimiento y agradecimiento para todos cuantos con sus sugerencias y ánimos han hecho posible que esta investigación se haya llevado a cabo.

Logroño Octubre del 2000.

ÍNDICE

1.- Introducción	1
Antecedentes e interés de la investigación	1
Objetivos	4
Procesos y fases de la investigación	5
Descripción de los capítulos	7
2.- Educación a distancia y las NTIC	17
2.1. Aspectos generales de la educación a distancia	17
2.2. Situación y problemática	28
3.- Marco teórico	35
3.1. Marco de referencia	35
Elementos de cada interacción	40
Indicadores para evaluar la efectividad de las interacciones	41
3.2. Un modelo de aprendizaje interactivo	43
I. Plano intersubjetivo	46
Rol del alumno en la interacción	47
II. Plano de situación	49
II.1. Contenido/saber	49
Categorización de las actividades	51
II.2. Profesor/tutor	53
Rol del profesor en la interacción	55
Categorización de las relaciones del profesor	57
II.3. Medio	59
Categorías de las relaciones medio/contenido	60
3.3. Soporte técnico	60
Los entornos informáticos de aprendizaje humano(EIAH):El caso de Cabri-geometre	61
Principales características de Cabri-Geometre	66

4.- Metodología	71
4.1. En la primera fase	71
Clasificación y análisis de los datos	73
Mensajes del Tablero electrónico	74
Mensajes del correo electrónico	75
4.2. En la segunda fase	76
4.2.1. Metodología de innovación	76
4.2.1.1. Curriculum. Selección de contenidos	76
4.2.1.2. Elementos para el diseño de las actividades	79
Estructura de las actividades	80
4.2.1.3. Clasificación de las actividades	84
4.2.1.4. Asignación curricular y categorización de actividades	94
4.2.2. Metodología de indagación y evaluación	97
5.- Análisis de las interacciones	101
5.1. Categorías de acciones entre los distintos elementos del sistema	101
5.1.1. Categorías entre iguales	102
5.1.2. Categorías alumno/medio	104
5.1.3. Categorías alumno/contenido	105
5.1.4. Categorías profesor/tutor medio	109
5.1.5. Categorías profesor/alumno	110
5.1.6. Categorías profesor/tutor contenido	114
5.1.7. Categorías contenido medio	116
5.2. Análisis de las interacciones en el Tablero electrónico	118
5.2.1. Elementos de análisis del Foro 1 (Problema 3)	118
5.2.2. Estudio de casos	121
5.2.2.1. Foro completo de Cristian	121
5.2.2.2. Foro completo de Diego	133
5.2.2.3. Foro completo de Eduardo	150
Foro-1 de Eduardo	150

Foro-2 de Eduardo -----	153
5.2.2.4. Foro completo de Minerva -----	164
5.2.2.5. Foro completo de Sara -----	176
5.2.2.6. Resultados globales generales -----	185
5.2.3. Elementos de análisis del Foro 2 -----	192
Esquema del Forum completo de T.inscrito -----	192
5.2.4. Estudio de casos -----	195
5.2.4.1. Foro completo de Cristian -----	195
Beneficios, aportaciones y evolución con respecto a otros del conocimiento de Cristian -----	206
5.2.4.2. Foro completo de Diego -----	208
Beneficios, aportaciones y evolución con respecto a otros del conocimiento de Diego -----	219
5.2.4.3. Foro completo de Eduardo -----	220
Foro-1 de Eduardo -----	220
Foro-2 de Eduardo.Triángulo inscrito (Área mínima) -----	224
Foro-3 de Eduardo.Triángulo inscrito (Área máxima) -----	226
Beneficios, aportaciones y evolución con respecto a otros del conocimiento de Eduardo -----	238
5.2.4.4. Foro completo de Sara -----	240
Beneficios, aportaciones y evolución con respecto a otros del conocimiento de Sara -----	253
5.2.4.5. Foro completo de Vanesa -----	254
Foro-1 de Vanesa -----	254
Foro-2 de Vanesa. Triángulo inscrito -----	259
Beneficios, aportaciones y evolución con respecto a otros del conocimiento de Vanesa -----	274
5.2.5. Resultados globales generales -----	275
Gráficos globales -----	276
Gráfico interactivo global del foro 2 -----	278
Gráficos comparativos de todos los alumnos -----	280

5.3. Correo electrónico. Análisis de las interacciones	285
5.3.1. Mensajes totales emitidos por los alumnos	286
5.3.2. Mensajes generales emitidos por el profesor virtual	288
5.3.3. Mensajes de Cristian	291
5.3.4. Análisis de los datos globales	323
6.- Aportaciones sobre investigación e innovación	329
6.1. Aportaciones de investigación	330
6.1.1. En relación con los objetivos	331
6.1.2. En relación con las interacciones	331
6.1.2.1. Tablero electrónico	331
6.1.2.2. Correo electrónico	335
6.2. Sobre aspectos de innovación docente	339
6.2.1. Aspectos generales	339
6.2.2. Sobre el profesor virtual	341
6.2.3. Sobre el diseño de las cabri-actividades	344
6.2.4. Sobre metodología docente	345
7.- Conclusiones e implicaciones didácticas	349
7.1. Conclusiones	349
7.2. Implicaciones didácticas	350
8.- Anexos	355
ANEXO I: Modelo de encuesta pasada a los alumnos del proyecto Clavijo y resultados de la misma	355
ANEXO II: Modelo de base de datos del tablero electrónico.....	361
ANEXO III: Modelos de gráficos individuales correspondientes al tablero y correo electrónicos.....	365
ANEXO IV: Datos totales y análisis de los mismos correspondientes a las pruebas realizadas a los alumnos del Proyecto al comienzo y al	

final del curso 1998/99 -----	369
ANEXO V: Resultados globales del tablero electrónico. Clases de Respuestas de la primera fase. Resultados globales del correo elec- trónico. Clases de respuestas de la primera fase-----	377
ANEXO VI: Actividades tal y como aparecen en la página principal de actividades -----	381
9.- Bibliografía y fuentes -----	421

Capítulo 1º

1. Introducción.

Antecedentes e interés de la investigación.

En la memoria de tesis que presentamos a continuación, diseñamos un entorno interactivo de aprendizaje para la enseñanza de la geometría en la ESO.

Previo a la investigación, realizamos búsquedas de antecedentes de la misma en diversas bases de datos. ERIC, TESEO, REDINET, utilizando como descriptores: teleeducación, entorno interactivo, interacciones, Internet, NTIC, educación a distancia, educación secundaria, siendo el resultado en cuanto a la educación a distancia numerosísimas, pero limitadas al ámbito de interacciones, Internet, educación a distancia y secundaria, el resultado fue prácticamente nulo, no así en el diseño y utilización de entornos interactivos de aprendizaje presenciales, como indicamos más adelante. No obstante comprobamos por las numerosas publicaciones de enseñanza a distancia y congresos (ver bibliografía y fuentes), el interés por la utilización de las Nuevas Tecnologías de la Comunicación y de la Información (NTIC) en la educación. En la enseñanza a distancia en los niveles universitarios existen numerosas instituciones dedicadas a ella, como la Open University, la Oberta de Catalunya y la Universidad de La Rioja, con enseñanza de licenciaturas totalmente "on line", entre otras muchas.

Como antecedentes más próximos y relacionados con la investigación que se presenta, señalamos los trabajos e investigaciones dirigidas por el profesor Fortuny en el Departament de Didáctica de las Matemàtiques i les Ciències Experimentals de la Universitat Autònoma de Barcelona, sobre el papel que juegan las interacciones y las nuevas tecnologías en la educación matemática.

Diversos autores defienden que las interacciones constituyen un elemento que favorece el desarrollo cognitivo, la adquisición de conocimientos y habilidades y en general obtener buenos resultados escolares (ARTZ, A., 1999; CESAR, M., 1998; COBO, P & FORTUNY, 1998; LEIKIN, R. & ZASLAVKY, O., 1999).

Por otra parte la utilización de las NTIC, – con herramientas como el correo electrónico, grupos de noticias y tableros de discusión (forums)– potencian la interactividad y en consecuencia el desarrollo socio-cognitivo de los alumnos (DEPOVER, C. & GIARDINA, M., 1998 y propician una actitud más positiva hacia las matemáticas y un mayor éxito en sus estudios.

Estudios detallados de cómo se construye el conocimiento a través de las interacciones sociales aparecen en diversos trabajos de (CESAR, M. ,1994,1995,1997,1998).

Para establecer la categorización de las acciones entre iguales hacemos referencia tanto a la *enseñanza recíproca* (JäRVELA,1996) como al *andamiaje* (BRUNER 1978, 1984). La categorización de (GARRIN, J. M., 1998) de las relaciones entre los contenidos con el medio, nos permitirán analizar algunos tipos de tareas. La publicación de (ALSINA y FORTUNY, 1997) nos ha servido en la categorización de las actividades propuestas a los alumnos.

Para diseñar nuestro entorno informático hemos tenido en cuenta entre otros, los trabajos de (BALACHEFF, N., 1996), (BALACHEFF Y KAPUT 1997), (YABAR 1998), (SOURY-LAVERGNE, S.,1998).

La revolución tecnológica de la información, caracterizada por unos recursos cada vez más potentes para almacenar, manipular y acceder a los conocimientos, hace que gran parte de las cualificaciones profesionales queden desfasadas a un ritmo cada vez más rápido. Está comprobado que el crecimiento económico y la competitividad de las economías avanzadas, dependen principalmente de la *capacidad para innovar* en los productos y en los procesos, y que esta capacidad se basa en *la formación* y en un elevado nivel de conocimientos profesionales. Por todo ello el desarrollo de sistemas que faciliten la formación y la actualización permanente de forma flexible—tanto en el tiempo como en el espacio— son de gran interés en estos momentos.

Por otra parte, teniendo en cuenta el hecho de que algunas necesidades formativas no pueden ser cubiertas total o parcialmente por ningún sistema educativo, hace que del desarrollo vertiginoso de las NTIC, así como de la concepción que se tenga de formación a distancia, puedan surgir nuevas metodologías, estructuras y proyectos de aplicación de esta modalidad de enseñanza.

Desde una perspectiva sociológica y democrática de la educación también tiene interés el planteamiento y el desarrollo de la investigación ya que *cualquier sistema educativo debe proporcionar la igualdad de oportunidades de todos los ciudadanos* para el acceso a los distintos niveles formativos sin ningún tipo de discriminación, salvo la que provenga de los niveles no obligatorios y de las distintas capacidades intelectuales. En este sentido consideramos que los sistemas de ense-

ñanza a distancia y/o abierta permiten acercar la educación a determinados colectivos, que de otra forma no podrían acceder a ella.

Así pues la aplicación de las nuevas tecnologías al ámbito educativo va a contribuir de forma notable al desarrollo de sistemas de formación a distancia y/o abierta.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, nuestro interés por la enseñanza de la geometría y el convencimiento que tenemos del valor formativo de la misma, el profesor Fortuny nos animó a trabajar en la línea de diseño de entornos interactivos de aprendizaje y análisis de las interacciones que se producen, con el objetivo de establecer si éstas influyen de manera significativa en la adquisición personal del conocimiento y en el desarrollo de habilidades.

El espacio donde hemos desarrollado nuestra investigación ha sido la clase del "Taller de Matemáticas" de 4º curso de la ESO (en el I.E.S. "Batalla de Clavijo" de Logroño), donde el profesor utilizaba como recurso didáctico el software CABRI GEOMETRE, ya que el citado profesor quiso colaborar en nuestra investigación, junto con los alumnos y los demás profesores responsables de dicho taller.

Objetivos:

Tomando como escenario el desarrollo del "Taller de Matemáticas" antes citado (asignatura optativa de 4º de la E.S.O.), nos planteamos los siguientes objetivos

1. Diseñar e implementar un sistema interactivo y colaborativo de enseñanza de la geometría en la E.S.O., que permita al alumno trabajar de forma autónoma e independiente o en interacción con el tutor u otros alumnos, contribuyendo de esta manera a que el sistema de enseñanza se adapte al ritmo de aprendizaje de cada alumno.

2. Clasificar, estudiar y evaluar las interacciones a distancia y sus efectos en el aprendizaje de 5 alumnos.

2.1. Clasificar las interacciones, determinando la naturaleza de las mismas, considerando las relaciones entre los componentes del proceso educativo: alumno, profesor, contenido y medio.

2.2. Estudiar y evaluar la influencia de las interacciones escritas (interacciones electrónicas) sobre los interactuantes, haciendo uso de indicadores que pongan de manifiesto el estado en que se encontraba el actor antes y después de la interacción, determinando la efectividad de la interacción.

3. Determinar algunos aspectos beneficiosos de la integración de las NTIC en el proceso educativo y características principales de los materiales didácticos en una enseñanza a distancia.

Proceso y fases de la investigación

El soporte técnico utilizado en nuestra investigación se detalla en el capítulo 3 apartado 3.3, se trata fundamentalmente de una red local que comunica todos los ordenadores (INTRANET) en una clase de cuarto de la ESO con salida al exterior y conexión, a la página Web de la universidad de La Rioja mediante una línea RDSI.

Como software de correo y navegación utilizamos software de dominio público Netscape o Explorer. En todos los ordenadores se disponía asimismo del software CABRI II para Windows o Macintosh.

Cada uno de los alumnos dispone de una cuenta de correo electrónico en el servidor de la universidad de La Rioja, con una contraseña que le permitía acceder a la página principal donde presentamos las actividades a realizar por el alumno y al Forum (Tablero electrónico).

A lo largo de toda la investigación el profesor virtual– en nuestro caso el investigador– ha administrado tanto la página principal como del tablero electrónico, ha sido el encargado de añadir y modificar las actividades mediante ftp, para lo cual ha dispuesto del nombre de usuario y contraseña proporcionada por el administrador general del servidor de la universidad de La Rioja; y también ha sido el responsable del mantenimiento del tablero electrónico.

Como foro de debate establecimos el Forum (tablero electrónico), mediante el cual el profesor virtual–en nuestro caso el investigador– y un grupo de estudiantes participan en una discusión sobre unos determinados conceptos y/o problemas que desean conjuntamente comprender y/o resolver, realizando cada uno unas determinadas tareas.

Para que los alumnos realicen sus tareas, establecimos una serie de actividades formativas que aun siendo en algunos casos casi auto-suficientes–en otros se plantean con carácter abierto–, pretenden desarrollar un espíritu de confianza alumno-profesor y de colaboración y ayuda entre alumnos y por supuesto conseguir los objetivos planteados en cuanto al aprendizaje de los contenidos geométricos.

Los enunciados correspondientes aparecen expuestos bien en la página de actividades o bien se proponen como tema de discusión para el Forum. Las discusiones son libres pero todos los participantes en el diálogo deben realizar al menos veterminados tipos de actividades (preguntar, aclarar, resumir, conjeturar,...), que más adelante establecemos y clasificamos en categorías.

Las actividades que hemos diseñado y planteado a los alumnos, las hemos clasificado, atendiendo a los contenidos curriculares, las hemos situado en un cuadro resumen de asignación curricular y categorización, que informa sobre los objetivos y contenidos geométricos de las mismas.

También clasificamos, estudiamos y evaluamos las interacciones a distancia y sus efectos en el aprendizaje de cinco alumnos.

La investigación la hemos desarrollado en dos fases.

- En la primera fase, desarrollada durante el curso 1997-98, construimos y validamos el soporte multimedia, revisamos y adaptamos los materiales y elaboramos una primera serie y versión de las actividades.

- En la segunda fase, desarrollada durante los cursos 1998-99 y 1999-2000, elaboramos el curriculum y seleccionamos los contenidos, teniendo en cuenta que el Taller de matemáticas corresponde a una asignatura optativa de 4º de la E.S.O. de prácticas de Geometría, impartidas por el profesor virtual a unos alumnos que reciben docencia presencial de Matemáticas de 4º de la E.S.O. de los profesores colaboradores de Secundaria. Diseñamos las actividades y asignamos y categorizamos dichas actividades. Determinamos la naturaleza de las interacciones teniendo en cuenta las relaciones que se dan entre las cuatro componentes del proceso educativo que consideramos: alumno, profesor, contenido y medio. Asimismo comprobamos la efectividad de las interacciones a distancia considerando los cuatro elementos de la *interacción electrónica* y de *los indicadores*. Evaluamos y determinamos las ventajas y posibles beneficios de la utilización del soporte interactivo.

Descripción de los capítulos siguientes

Capítulo 2: *Enseñanza a distancia y NTIC: Proyecto Clavijo.*

En el apartado 2.1. señalamos algunos aspectos generales sobre la educación a distancia y/o abierta y destacamos cinco parámetros que

consideramos fundamentales en la enseñanza a distancia y su concreción en el *Proyecto Clavijo*, base de nuestra investigación.

Pretendemos que el entorno interactivo de aprendizaje que diseñamos y las actividades desarrolladas por los estudiantes apoyadas por los medios tecnológicos, permitan a los alumnos aprender técnicas de comunicación e interacción utilizando las NTCl, adquirir técnicas de autoaprendizaje, utilizar herramientas informáticas para el aprendizaje de la geometría y adquirir unos determinados conocimientos de geometría (determinados por el currículo correspondiente). Señalamos asimismo que en la investigación realizada la enseñanza presencial no se elimina del todo, dando lugar a un sistema *bimodal* de enseñanza (Yabar 1998).

En el apartado 2.2. hacemos un estudio de la situación actual y problemática planteada.

Capítulo 3: *Marco teórico.*

En el apartado 3.1. estudiamos las interacciones que se han producido en nuestra investigación, su marco teórico, los elementos que intervienen en ellas y fijamos indicadores para hacer su clasificación.

En el apartado 3.2. definimos un modelo de aprendizaje interactivo que denominamos ***Ecosistema de aprendizaje***

Concretamente en nuestra investigación lo hemos llamado "Ecosistema de aprendizaje de la Geometría", y con él pretendemos conseguir que los alumnos adquieran una serie de conocimientos, destrezas y habilidades a través de las interacciones sociales y con el soporte instruccional diseñado y utilizado (Red, tablero, correo electrónico y CABRI).

Consideramos el ***Ecosistema de aprendizaje***, como un entorno interactivo constituido por los alumnos, el contenido/saber, el profe-

sor/tutor y el medio, cuyos procesos de funcionamiento se relacionan entre sí y se desarrollan en función de los factores físicos de un mismo ambiente. La modificación de alguno de sus componentes modifica el estado de los restantes. Mediante el juego interactivo emerge la identidad personal del alumno por la interacción con los restantes elementos o con sus iguales.

En el modelo de aprendizaje interactivo *Ecosistema de aprendizaje* para estudiar y representar la interactividad entre su elementos definimos dos planos y tres pirámides

El plano intersubjetivo o polígono sociograma en el se producen las acciones e interacciones entre iguales en el desarrollo del trabajo colaborativo; cada uno de los vértices del polígono representa a uno de los alumnos que participa en la actividad, las aristas y las diagonales de dicho polígono representan, las acciones e interacciones entre iguales.

El plano de situación o triángulo de situación, en el se producen acciones e interacciones entre el profesor, el contenido y el medio; cada uno de los vértices representa respectivamente, al profesor/tutor, al medio y al contenido/saber; las aristas representan las relaciones e influencias mutuas entre los vértices.

La interactividad entre alumnos y el medio, la representamos por una *pirámide roja*. La interactividad entre los alumnos y el contenido, la representamos por una *pirámide amarilla* y finalmente la interactividad entre los alumnos y el profesor, la representamos por una *pirámide verde*.

En relación al papel de los alumnos en la interacción hacemos referencia tanto a la *enseñanza recíproca* (Järvela,1996) como al *andamiaje* (Bruner 1978, 1984), y establecemos una serie de categorías de

las acciones: entre iguales, en relación al medio y del alumno con el saber.

En la elaboración del currículo consideramos las matemáticas, ciencia de los modelos, como un producto del pensamiento humano, fuertemente influido por las culturas en las que se ha desarrollado, y de la geometría en particular como ciencia del espacio. Asumimos las sugerencias planteadas en los currículos oficiales (MEC, 1989, DCB) de que son más importantes las habilidades matemáticas del trabajo geométrico que una descripción técnica del vocabulario y de los conceptos abstractos. Hacemos referencia a la utilización de una categorización (inspirada en Alsina y Fortuny, 1997) de las actividades propuestas a los alumnos.

En relación al papel del profesor –en coherencia con el del alumno– hacemos referencia a la utilización del *andamiaje* como herramienta para enseñar de forma colaborativa en la resolución de problemas entre el profesor y alumnos.

Tomado de Gairín(1998) establecemos las categorías de actividades relativas al papel del profesor como gestor del trabajo, que nos permitirán estudiar la forma en que se ha organizado la enseñanza y tener datos sobre cómo funciona el sistema que hemos diseñado, interesándonos fundamentalmente si el medio y la organización que lo acompaña son correctos. En cuanto a las relaciones de profesor con los alumnos, establecemos categorías de actividades cuando se dirige a los alumnos en relación con los contenidos. En relación al diseño y a la forma en como presentar los contenidos a los alumnos establecemos categorías para analizar la propuesta que el profesor hace a los alumnos (currículo implementado).

Determinamos una serie de categorías (Gairín, J. M., 1998) entre las relaciones de los contenidos con el medio, que nos permitirán ana-

lizar si el tipo de tareas se facilitan o realizan con el soporte material dispuesto.

En el apartado 3.3. describimos el soporte técnico (red local entre los ordenadores de la clase, Internet, conexión RDSI con la página Web de la universidad de La Rioja, foro de discusión , correo electrónico, software público de navegación y CABRI-Geometre).

En relación a los entornos informáticos de aprendizaje humano, hacemos una descripción general y otra particular del caso CABRI, poniendo en evidencia la diferencia específica con otros materiales pedagógicos, que es su naturaleza intrínsecamente cognitiva (Balacheff y Kaput,1997). El entorno informático Cabri-geometre es un micromundo para la construcción y manipulación de figuras geométricas¹. Las figuras construidas tienen la característica notable de conservar las propiedades geométricas explícitamente utilizadas en la construcción así como las que se deducen, durante los desplazamientos y deformaciones sucesivas.

Capítulo 4: *Metodología*

Describimos la metodología seguida en cada una de las dos fases de nuestra investigación.

En la primera fase experimental, fundamentalmente pretendíamos que los alumnos conocieran y aprendieran a utilizar las herramientas

¹ Figura geométrica: Clase de equivalencia de todos los dibujos, en tanto que representación material de un mismo objeto geométrico (Laborde y Capponi, 1994). En Cabri-geometre, el "Cabri-dibujo" corresponde a un conjunto de pixels sobre la pantalla, pero que tiene unas propiedades distintas del dibujo papel-lápiz, esta diferencia se concreta por el hecho de que a partir de un Cabri-dibujo se obtienen por desplazamientos una serie de Cabri-dibujos relativos todos ellos al mismo objeto geométrico.

que constituyen el soporte (CABRI, correo electrónico, foros de discusión, etc...) y que realizaran actividades, con una primera versión de las mismas, de diferentes características: actividades (problemas) elementales que en general se refieren a un solo tipo de contenido, actividades que integran varios tipos de contenidos y finalmente actividades de evaluación. Seguidamente, analizar la información aportada por la totalidad de los mensajes de correo enviados, así como por la información recogida en el tablero electrónico –foro de debate–, las observaciones realizadas por los profesores presentes en el aula y la información dada por los alumnos en una encuesta y finalmente intentar validar el soporte multimedia diseñado.

Con la información recogida en el tablero electrónico elaboramos una base de datos con un registro por alumno-respuesta, figurando además en el registro el enunciado de la pregunta correspondiente, así como en algunos casos observaciones que consideramos pertinentes.

Realizamos un análisis descriptivo de la información, teniendo en cuenta las frecuencias de los mensajes y clasificamos dicha información.

En una tabla presentamos los resultados globales y las clases de respuestas y determinamos los principales parámetros de centralización y de dispersión.

Para cada uno de los alumnos participantes activos en nuestra investigación realizamos gráficos descriptivos de los tipos de respuestas establecidos. Las medias de tipos de respuestas y un gráfico comparativo de cada alumno con la “media de tipos de respuesta”.

En resumen en esta primera fase experimental, la finalidad primordial sería comprobar el funcionamiento del sistema, elaborar una primera versión de las actividades y realizar una clasificación "ingenua" de los tipos de respuesta

En la segunda fase de la investigación, consideramos dos tipos de metodología, una sobre innovación y otra sobre indagación y evaluación.

En relación a la metodología de innovación, establecemos el currículum del Taller de Matemáticas, haciendo una selección de los contenidos, determinamos los elementos para el diseño de las actividades (estructura), clasificamos y presentamos en un cuadro resumen la asignación curricular y la categorización de las actividades. Detallamos el funcionamiento del forum y de los mensajes de correo cuando se realizan las actividades.

Respecto a la metodología de indagación y evaluación, con los planteamientos e instrumentos (categorías, elementos de la interacción electrónica e indicadores) establecidos en el marco teórico, procederemos a un análisis, estudio y evaluación de la naturaleza de las interacciones que aparecen, cuando un grupo de cinco alumnos desarrollan trabajo colaborativo en la resolución de actividades.

Para ello tendremos en cuenta las relaciones entre iguales, relaciones alumno/medio, relaciones alumno/contenido, relaciones profesor-tutor/medio, profesor/alumno, profesor/contenido y profesor/medio que nos permitirán determinar la naturaleza de las mismas y atendiendo a los cuatro *elementos* de la interacción electrónica y a los *indicadores* (vistos en el capítulo 3), determinaremos la efectividad de las interacciones.

Para seleccionar los alumnos, cuyas acciones e interacciones vamos a analizar, establecemos dos condiciones, por una parte que sean alumnos que han participado de una forma regular en el forum y por otra, que en la medida de lo posible, sean representativos de los diversos niveles de la clase (este aspecto será contrastado con el profesor presencial).

Analizamos dos foros desarrollados con distinta metodología, en uno de ellos, planteamos previamente un problema en la página de actividades y una vez que han respondido a la cuestión propuesta, a través de un mensaje general a todos se solicitamos justificar y determinar por qué se da una determinada propiedad relacionada con las primeras respuestas enviadas y con la cuestión previamente planteada, para ser discutida y replicada por todos los miembros integrantes del Proyecto, en el [Tablero Electrónico](#). En el segundo foro se plantea directamente la pregunta, base de la discusión.

En relación al correo electrónico, hacemos una categorización global de todos los mensajes emitidos por todos los alumnos de la clase y un análisis pormenorizado de los mensajes de uno de ellos, estableciendo las categorías que aparecen y evaluamos la efectividad de las interacciones.

- Capítulo 5: *Análisis e interpretación de las acciones e interacciones,*

Analizamos e interpretamos los datos correspondientes al tablero electrónico y relativos a dos foros de discusión, "Problema 3" y "Pregunta para discutir" que establecimos entre 5 alumnos. Para estudiar la efectividad y la influencia de las interacciones escritas sobre los interactuantes hacemos uso de ciertos *indicadores* que ponen de manifiesto el estado en que se encontraba el actor antes y después de la interacción.

Presentamos los datos globales correspondientes a los mensajes de correo electrónico emitidos por todos los miembros integrantes del Proyecto.

Además de los datos correspondientes a los dos foros, analizamos los mensajes de correo electrónico de Cristian, relativo a las actividades que se le han planteado en la página Principal a lo largo del curso.

El estudio de los mensajes individualizados, corresponde a los enviados por Cristian con motivo de interactuar en relación a alguna de las actividades planteadas durante el curso. Hemos seleccionado aquellas actividades, en las que la estructura de la interacción no es simple, esto es que no se limita simplemente a *pregunta–respuesta alumno-validación del profesor*.

• *Capítulo 6: Aportaciones sobre Investigación e Innovación.*

Presentamos las aportaciones de la investigación, relativas al profesor virtual, al diseño de las cabri-actividades, a la metodología docente y a los objetivos e interacciones.

Capítulo 7: Conclusiones e implicaciones didácticas

Presentamos las conclusiones relacionadas con la actividad realizada por los alumnos y las implicaciones didácticas en cuanto a la metodología desarrollada a lo largo de la investigación.

En *anexos*: recogemos los modelos de encuesta, el modelo de base de datos, los resultados de la primera fase de la investigación y el enunciado completo de todas las cabri-actividades.

La bibliografía y fuentes referidas en esta memoria aparecen por orden alfabético y los distintos trabajos de un mismo autor aparecen por orden cronológico.

1. INTRODUCCIÓN.....	1
<i>Antecedentes e interés de la investigación.....</i>	<i>1</i>
OBJETIVOS:.....	4
PROCESO Y FASES DE LA INVESTIGACIÓN	5
DESCRIPCIÓN DE LOS CAPÍTULOS SIGUIENTES.....	7
CAPÍTULO 7: <i>CONCLUSIONES E IMPLICACIONES DIDÁCTICAS</i>	15

Capítulo 2º

2. Educación a distancia y las NTIC.

2.1. Aspectos generales sobre la educación a distancia.

El desarrollo de sistemas de educación a distancia puede dar respuesta a una serie de demandas sociales tales como: la formación para distintos colectivos de población alejados de las instituciones de formación y que de otra forma no tendrían acceso a ella, la disminución del coste de los sistemas de formación, la flexibilización de los sistemas convencionales, la posibilidad de simultanear estudio y trabajo sin las limitaciones de la asistencia y del tiempo, la necesidad de atender la formación de personas, –por circunstancias de enfermedad o cualquier otra–, se encuentran alejados durante un período prolongado de tiempo de los centros de enseñanza presencial.

En la U E (Tratado de Maastrich, Programas Leonardo y Sócrates¹) y en particular en nuestro país –LOGSE–, se considera de máximo interés potenciar la formación a distancia dentro de las políticas educativas, entre otras cosas porque en los momentos actuales existe grandes diferencias

¹ En diciembre de 1994 el Consejo de Ministros de la Unión Europea aprobó el programa Leonardo da Vinci con el propósito de implementar una política de formación continuada de los ciudadanos europeos basada en el desarrollo de herramientas innovadoras en el campo de la enseñanza. En el programa Sócrates II, presentado en Enero del año 2000, el Parlamento Europeo y el Consejo de la Unión Europea en la Decisión 253/2000:Acción 5 MINERVA: Enseñanza abierta y a distancia, utilizando las NTIC, promueve su utilización en el ámbito de la educación.

entre la cualificación exigida para los nuevos puestos de trabajo y la formación que poseen los trabajadores. Esta diferencia es previsible que aumente en el futuro, con la revolución tecnológica de la información, con lo que es fundamental aumentar el nivel de formación de los jóvenes y al mismo tiempo actualizar la de los trabajadores en activo.

La educación a distancia/abierta utilizando recursos telemáticos puede dar respuestas a todas estas demandas sociales. La incorporación de las NTIC al ámbito educativo y su utilización se percibe beneficiosa tanto para el estudiante como para la institución escolar, en la medida en que proporciona o aumenta la flexibilidad de acceso de los estudiantes a la enseñanza y a la vez permite a la institución una disminución en el coste de las infraestructuras y del profesorado, aunque en un principio puede que su implantación suponga una fuerte inversión en equipamiento y formación específica de profesores y tutores.

Dentro de las nuevas tecnologías de la comunicación merece una mención especial las WWW (world wide web), que tienen el potencial de extender el aprendizaje más allá de los límites físicos de la institución educativa y permiten acceder a la información de los ordenadores situados en cualquier lugar del mundo.

Por otro lado la utilización de herramientas informáticas como el correo electrónico, grupos de noticias y tableros de discusión (forums). aumentan la interactividad de los usuarios. En el área educativa se está produciendo una rápida integración de las tecnologías electrónicas por el potencial que tienen para facilitar y mejorar los aprendizajes.

En cualquier caso, si pretendemos potenciar el aprendizaje autónomo y la iniciativa personal, de manera que el alumno adquiera actitudes, intereses, valores y hábitos formativos que pueda utilizar en un futuro en su lugar de trabajo, es fundamental un cambio cultural en el mundo edu-

cativo y pasar de entornos caracterizados por un "profesor-dominante" y "estudiante-pasivo" a otros más centrados en el estudiante, donde éste comparta la responsabilidad del cómo, qué y cuando tiene lugar el aprendizaje y trabaje de forma colaborativa con otros estudiantes, comunicando, analizando de forma crítica las tareas que están realizando, reconociendo los propios errores, la falta o dominio de conocimientos y defendiendo sus planteamientos.

No es posible, que enseñanzas concebidas para una educación a distancia tradicional (con soporte de papel) se trasladen sin más a una educación a distancia utilizando NTIC, es necesario una redefinición y adaptación para poder explotar todas sus ventajas.

Esto nos lleva a reflexionar sobre algunos aspectos de la educación a distancia y a señalar cinco parámetros que consideramos fundamentales en ella.

- 1). La población a la que va destinada.
- 2). El diseño y el desarrollo de materiales didácticos.
- 3). La utilización de las NTIC
- 4). Los sistemas de enseñanza y de tutoría.
- 5). El sistema de soporte a los alumnos

1). POBLACIÓN A LA QUE VA DESTINADA.

Las características de la población objetivo de una determinada institución de educación a distancia y/o abierta es crítica para conocer su propósito general, sus metas educativas y su contexto organizativo. Independientemente de que en algunas publicaciones de educación a distan-

cia, ésta es un tipo de educación dirigida a adultos con compromisos profesionales y sociales, lo cierto es que prácticas de educación a distancia hay en todas partes del mundo (Developing Distance Education, 1988) y muchos de los estudiantes de educación a distancia del mundo son jóvenes que estudian a tiempo completo, pero es obvio que el carácter y la orientación general de una institución dirigida a formar a la juventud, a estudiantes a tiempo completo, es significativamente diferente que la que se diseña para enseñar a personas que trabajan a tiempo parcial o a trabajadores adultos.

Para diseñar un sistema que garantice un mínimo de calidad en la enseñanza ofrecida, es importante contar con los aspectos siguientes:

- Nivel o tipo de educación: nivel secundario, universidad, estudios profesionales, formación permanente, ...
- Tamaño de la población estudiantil.
- Determinar las interrelaciones entre los conocimientos de entrada y salida.
- Establecer medidas del control de calidad durante el proceso de aprendizaje, en orden a asegurar un cierto nivel de conocimientos de salida.
- Dar algún tipo de libertad a los estudiantes en la planificación de su curriculum.
- Permitir una cierta flexibilidad para que el estudiante marque su ritmo de aprendizaje
- Hacer que sea un sistema de aprendizaje centrado en el estudiante.

- Existencia de un sistema de soporte al estudiante, que le asiste durante el proceso de aprendizaje –aconsejando, asistiendo en la preparación de tareas, etc–.
- Hacer que los estudiantes se involucren en la decisión sobre los criterios para asignar sus tareas y/o exámenes
- Hacer una evaluación de sus iguales.

2).DISEÑO Y DESARROLLO DE MATERIALES DIDÁCTICOS.

En el caso de nuestra investigación, se trata de diseñar un soporte instruccional que utiliza la Red y como herramientas de apoyo el correo electrónico, el tablero electrónico y el software de geometría CABRI, procediéndose también a una selección de contenidos curriculares de geometría de la ESO, diseño de actividades que soportan el sistema de enseñanza y una clasificación de las mismas en relación con los objetivos propuestos.

Un aspecto fundamental es la calidad de los materiales (DUART, J. M.; SANGRA, A., 1999) y la adecuación de los mismos a la población a la que van dirigidos. En nuestro caso las actividades y material soporte diseñados lo han sido adecuándolos para alumnos de 4º de la ESO de un Taller de Matemáticas –asignatura optativa– y que reciben enseñanza reglada de la correspondiente asignatura de Matemáticas de 4º curso.

Los objetivos en relación con los materiales de aprendizaje pueden ser muy variados. En nuestra investigación, se pretende que el entorno interactivo de aprendizaje y las actividades desarrolladas por los estudiantes, apoyadas por los medios tecnológicos utilizados, den lugar a conexiones de auto-referencia para el estudiante que le permitan:

- Aprender técnicas de comunicación e interacción utilizando las NTIC.
- Adquirir técnicas de autoaprendizaje
- Utilizar herramientas informáticas para el aprendizaje de la Geometría.
- Adquirir como mínimo unos determinados conocimientos de Geometría (determinados en el currículo correspondiente).

Es fundamental que los materiales estén desarrollados por profesionales entre los que sin ninguna duda no deben faltar los expertos en contenidos y especialistas en la didáctica correspondiente, pues en otro caso podrían dar lugar a resultados no deseables. Sería muy interesante considerar en el diseño y desarrollo de materiales de autoestudio la utilización de mecanismos especiales de control de calidad que validaran la efectividad de los mismos.

En nuestra investigación se ha realizado una comparación muy elemental entre los resultados de los alumnos que han participado en la experiencia y los que no, proponiendo la misma prueba al comienzo de curso y al final en ambos colectivos y haciendo una comparación de resultados (ver Anexo IV).

De las tres grandes etapas o generaciones de innovación tecnológica que históricamente marcan la evolución de la educación a distancia: correspondencia, telecomunicación y telemática, nos encontramos en la etapa que conforma lo que se denomina la tercera generación. Son elementos básicos de esta fase la integración de las telecomunicaciones con otros medios educativos, mediante la informática. Esta tercera generación se apoya en el uso cada vez más generalizado del ordenador personal.

La integración a la que hemos aludido permite pasar de la concepción clásica de la educación a distancia a una educación *centrada* en el estudiante. En esta generación se establece una red de comunicaciones de manera que cada actor del acto educativo accede desde su propio lugar al resto de elementos con los que debe relacionarse. Así el tráfico de comunicaciones es tanto vertical como horizontal, inmediato y ágil, y en este sentido el material didáctico, consideramos que debe cumplir con las funciones del profesor presencial.

En nuestro caso, gran parte de las funciones del profesor convencional se llevan a cabo a través del diálogo establecido a través del correo electrónico, aunque la enseñanza presencial no se elimina del todo dando lugar a un sistema (Yabar, 1998) *bimodal* de enseñanza/aprendizaje, en el que conviven dos sistemas didácticos distintos, la enseñanza a distancia y la presencial, en unas determinadas proporciones. En este modelo bimodal de aprendizaje aparecen dos tipos de espacios, el espacio real, donde se desarrollan las actividades presenciales que es el aula informática de clase (la enseñanza presencial queda limitada casi exclusivamente a los aspectos técnicos: aprendizaje básico de utilización del software de geometría CABRI, manejo del correo electrónico, tablero, navegación,...). Es también el lugar físico donde realizan las actividades correspondientes al espacio virtual de aprendizaje (Comunidad virtual de aprendizaje de la Geometría), guiadas por el profesor virtual (profesor tutor).

Otras características de los materiales didácticos nos las planteamos como metas de estudio de esta investigación y se recogen en el apartado de objetivos.

En el desarrollo de la investigación, hemos asumido el enfoque cíclico de la formación,—desde un punto de vista constructivista—, considerado como un proceso constructivo y de ampliación. Se están tomando decisiones constantemente, que afectan a la reorientación del mismo; se revi-

san las etapas anteriores, se generan ideas nuevas y finalmente se reestructuran los elementos. El proceso educativo se concibe cíclico, flexible y abierto, lo que significa que el estudiante puede pasar por alto algunas fases, regresar a etapas anteriores o avanzar hacia actividades siguientes.

Establecido el enfoque del proceso de enseñanza, se hace un seguimiento del mismo y de las actividades tanto de los profesores como de los alumnos. Se establecerán una serie de categorías entre las relaciones de los distintos elementos (profesor, alumnos, conocimiento y medio) que nos permitirán analizar los procesos de enseñanza y el tipo de interacciones que se han producido.

En definitiva si consideramos que el aprendizaje es una actividad dinámica, constructiva, acumulativa, intencional y sujeta al contexto, el estudiante es responsable de su proceso de aprendizaje y los materiales didácticos han de proporcionarle oportunidades de aprender y ser adecuados a sus posibilidades de aprendizaje.

Un análisis didáctico de los materiales permite a la persona encargada de su diseño comprobar la "calidad del aprendizaje" en términos de consecución de los objetivos previstos. Como ya se ha dicho, las distintas categorías que se establecerán en cuanto a las relaciones entre los distintos elementos del entorno de aprendizaje (ecosistema de aprendizaje de la geometría) permitirán realizar el análisis correspondiente, tomando en consideración los objetivos educativos planteados y las características de los alumnos.

Finalmente, en el proceso de desarrollo o adaptación de los materiales de aprendizaje en un sistema de educación a distancia y/o abierta, es importante tener en cuenta además ¿quién es el responsable del de-

sarrollo de materiales? ¿quién compone el equipo que desarrolla los materiales y cuál es la composición de la herramienta de aprendizaje?

En nuestro caso el propio investigador ha sido el responsable de la elaboración de los materiales y el profesor/tutor(profesor virtual), con la valiosa colaboración del profesor presencial.

En cuanto a la herramienta de aprendizaje: El entorno interactivo (Balacheff, 1994) de aprendizaje está constituido fundamentalmente por una red electrónica como soporte instruccional y en el que las actividades con CABRI (Laborde y Caponi, 1994;) presentadas en la página Web correspondiente y el correo electrónico constituyen el medio esencial de aprendizaje. Se utiliza además el Tablero electrónico (forum), en el que se pueden plantear preguntas, réplicas y contrarréplicas a todos los miembros, quedando reflejadas y la vista de todos el texto de las mismas.

3). USO DE TECNOLOGÍA AVANZADA.

El correo electrónico, como ya hemos señalado con anterioridad se presenta como uno de los recursos básicos para las estrategias de formación a distancia. Así lo pone de manifiesto la gran cantidad de experiencias de teleformación (Developing Distance Education, 1988; Fortuny et al., 1996) que se están llevando a cabo aprovechando de forma especial las posibilidades que ofrece esta herramienta para la tutoría telemática (Waugh, 1996), conjuntada con la videoconferencia en sus diversas modalidades y los teledebates y forums de discusión. Fundamentalmente se orienta a las tareas de tutoría, de intercomunicación profesor-alumno, aunque también sirve para relacionar a los alumnos entre sí.

4). SISTEMA DE ENSEÑANZA/TUTORÍA.

La naturaleza de un sistema de enseñanza/tutoría de una institución de educación a distancia y/o abierta depende en gran manera de su meta inicial de funcionamiento y de su estructura organizativa global.

Si una institución se basa en el concepto de educación a distancia como una educación no presencial, supondría entonces que los profesores que redactan los materiales de autoestudio deberían incluir en ellos, la posibilidad de utilizar como sistema de aprendizaje lo que podríamos llamar el "*diálogo guiado*": un profesor y un grupo de estudiantes participan en una discusión sobre unos determinados contenidos, problema, conocimiento o texto que desean conjuntamente comprender. Las discusiones son libres pero al menos se deben practicar de forma rutinaria varios tipos de actividades por parte de los participantes en el diálogo (*preguntar, clarificar, resumir, definir, conjeturar,...*).

En otros casos la participación en el diálogo del aprendizaje es solamente entre el profesor tutor y el alumno. El profesor tutor modera y guía el aprendizaje de los alumnos.

Esta visión del aprendizaje constituye un aspecto muy interesante para desarrollar situaciones instruccionales de aprendizaje interactivo y permitir a los estudiantes aprender con los materiales por ellos mismos, sin la presencia física del profesor o tutor.

5). SISTEMA DE SOPORTE AL ESTUDIANTE.

Tanto para conseguir la motivación (Henri, 1994) como para asistirles en el abordaje de los problemas del proceso de aprendizaje, es clara la necesidad de un soporte especial para el aprendizaje de los alumnos

de enseñanza a distancia, desarrollando herramientas efectivas de estudio.

Es interesante destacar que los medios informáticos presentan especiales ventajas en relación con los aspectos planteados en el párrafo anterior dado que:

En general reducen el tiempo necesario para aprender una tarea, mantienen la atención del estudiante más tiempo que con otro tipo de material, permiten al alumno interactuar con el material, es decir, practicar cada paso de su aprendizaje y permiten al estudiante avanzar a su propio ritmo.

La integración de los distintos elementos en el ecosistema de aprendizaje diseñado, con las actividades elaboradas, parecen que responden bastante bien, a la vista de los resultados y análisis, a los requisitos planteados anteriormente.

La efectividad del sistema de enseñanza depende en gran manera de la efectividad del mecanismo soporte. La asistencia y el soporte es especialmente crucial para todos los alumnos, pero particularmente para estudiantes desfavorecidos. En algunos casos los estudiantes que provienen de segmentos desfavorecidos de la población, no poseen los necesarios hábitos de estudio, el pensamiento analítico y las herramientas básicas del aprendizaje. Por tanto, son esenciales cursos especiales, soporte y guía continua, para el éxito en sus estudios.

Además de los servicios puramente informativos, el sistema de soporte debe ser capaz de aportar estímulos morales, asesorar, aconsejar, preparar, valorar, apoyar y producir una retroalimentación de los sistemas.

Las tutorías cara a cara son un soporte extremadamente efectivo de los sistemas de educación a distancia. Parece ser que la interacción

humana cara a cara es irremplazable a nivel de redes que utilizan tecnologías avanzadas y comunicaciones interactivas, por lo que parece oportuno mantener algún tipo de tutoría presencial, aunque cada vez más el progreso de la tecnología– videoconferencia individual,...– puede llegar a suplir esta necesidad, al menos de forma parcial

2.2. Situación actual y problemática.

En el modelo de sociedad que se está implantando en los países desarrollados, la formación es el factor clave para el desarrollo, la productividad y la competitividad. Las acciones encaminadas a la cualificación de los recursos humanos gozan por parte de los gobiernos y de los agentes sociales de una gran atención. Se considera en general que estos procesos de cualificación deben caracterizarse por su continuidad, actualización permanente y renovación en sus contenidos. Ahora bien los sistemas educativos formales por una parte son incapaces de satisfacer completamente las anteriores necesidades y por otra las NTIC ofrecen amplias y nuevas posibilidades en la educación.

La aplicación de las NTIC, así como los últimos avances en Didáctica de la Matemática abren nuevos caminos que posibilitan la solución de algunos de los problemas del proceso educativo en general y de la enseñanza de las matemáticas en particular. La introducción progresiva de estas tecnologías informáticas y de las comunicaciones en el sistema educativo; el diseño, la experimentación y validación de nuevas aplicaciones permitirán con toda seguridad satisfacer necesidades diversas en el campo educativo y de la formación.

En la actualidad no existe una definición que recoja la esencia de la educación a distancia. En general se presenta como una modalidad de enseñanza, siendo bastante imprecisas sus características esenciales.

Hasta hace muy poco tiempo, el elemento fundamental que caracterizaba a la educación a distancia era el de la comunicación no contigua, en la que las diversas formas de estudio no estaban bajo la continua e inmediata supervisión de tutores presentes con los estudiantes en las aulas, pero que se beneficiaban de la planificación, guía y enseñanza de una organización soporte. Esta definición corresponde a una forma pura, resultando por tanto algo limitada para describir la práctica en la mayoría de las instituciones de enseñanza a distancia, puesto que no contempla la posibilidad de reuniones físicas entre profesores y alumnos. La realidad es que las situaciones extremas de educación contigua o educación a distancia pura raramente se presentan.

Algunas instituciones de educación a distancia utilizan las tutorías presenciales y por otra parte la educación convencional también utiliza el estudio independiente y el estudio dirigido. Mas aún, el desarrollo de medios y soportes interactivos cuestiona la definición anterior desde un ángulo diferente, por ejemplo la utilización de la videoconferencia en sus modalidades de:

– *videoconferencia individual* por vía informática, que permite la comunicación de audio y vídeo, el control informático de las funciones y la posibilidad de compartir y trabajar sobre archivos de forma simultánea. Este recurso permite la realización de tutoría con imagen real, la supervisión en directo de tareas (por ejemplo ejercicios sobre aplicaciones informáticas), la evaluación directa y a distancia, etc.,

–*videoconferencia de grupo*, que establece la comunicación entre varias salas en las que respectivos grupos pueden visualizar imágenes procedentes de los grupos distantes. Estas imágenes pueden ser de las propias personas, capturadas por cámaras de vídeo, o de documentos (informáticos o capturados por respectivas cámaras o lectores de documentos). Estos recursos permiten la interactividad jerarquizada y contro-

lada por un puesto de control, generalmente ubicado en la misma sala que el profesor. De este modo, éste decide la marcha de las sesiones, estableciendo turnos de consulta, cediendo oportunamente la palabra a quien la ha solicitado, mostrando gráficos, pantallas y documentos complementarios a los alumnos.

– y la *Visiocomunicación*,– que permite compartir la misma pantalla de ordenador con una ventana de imagen (quick camp), otra ventana con un programa: Cabri o Excel,...otra ventana de texto– podemos considerar que equivale en alguna manera a las reuniones físicas de profesores y alumnos. Sin embargo, es obvio que una de las principales características de la educación a distancia supone la separación física del aprendiz y el instructor, al menos en ciertos estadios del proceso de aprendizaje.

Otra visión de la educación a distancia, corresponde a su caracterización en función del lugar donde el aprendiz realiza mayoritariamente su trabajo, considerando por tanto a la educación a distancia como cualquier forma de instrucción en la que las sesiones de aula presencial no son los medios primarios de la educación. La educación a distancia supone mucho trabajo individual fuera del aula de clase ordinaria, con trabajo ocasional en clase, mientras que la educación convencional es mucho trabajo en clase con trabajo individual ocasional fuera del aula.

Mientras que en la educación convencional el profesor enseña, en la educación a distancia enseña la institución–un consultor y un tutor virtual–. El reto esencial de la educación a distancia es montar procesos institucionales para llevar a cabo a gran escala las funciones instruccionales que el profesor de clase puede trabajar a pequeña escala.

En las instituciones de educación a distancia (Guri-Rozenblit 1993) sostiene:

que la parte organizativa común es la característica que las distingue de la enseñanza en el aula. En la educación a distancia, la tarea institucional es la creación y soporte continuo de materiales didácticos y sistemas tutoriales que *permitan progresar de forma autónoma a los estudiantes*.

En la educación a distancia tradicional, se han planteado algunos problemas como son: la inercia de las puestas al día de los contenidos del curso, la falta de interacción y de trabajo colaborativo entre estudiantes o entre estudiantes y profesores (Kaye, 1994), la soledad de los estudiantes y la falta de motivación que esta genera (Henri, 1994).

Esto pone en evidencia la importancia de articular en diferentes fases la actividad del estudiante: *fase de trabajo autónomo* y *fase de interacción con un profesor u otros estudiantes* para el mantenimiento de la motivación.

Estos autores han mostrado la manera en que se pueden superar alguno de estos inconvenientes utilizando las nuevas tecnologías de la información y de la comunicación soportadas por el ordenador y que permiten determinados tipos de interacción y colaboración entre estudiantes y profesores.

En estos momentos, existen una gran divergencia entre las capacidades requeridas para los nuevos trabajos y los conocimientos de que disponen el conjunto de trabajadores. Este desfase aumentará en un futuro próximo, dado que un gran número de los puestos de trabajo actuales desaparecerá, y se crearán otros nuevos para los cuales muchos de los trabajadores en activo no tienen las cualificaciones necesarias.

Es del máximo interés, por tanto, que a la vez que se aumenta el nivel de formación de los alumnos que accederán al mercado laboral, se les

adiestre en la utilización de las tecnologías de la información y de la comunicación como medio de instrucción que les posibilite en un futuro actualizar y mejorar su cualificación mediante la formación continua, lo que requerirá desarrollar estructuras de formación más adaptadas, abiertas y flexibles.

[\(<http://www.gse.uci.edu/mriel.html/jit-learning/index.html>\)](http://www.gse.uci.edu/mriel.html/jit-learning/index.html).

Las herramientas telemáticas constituyen un recurso importante que favorece la interactividad entre profesores y alumnos. La utilización en general de la interconexión y de las redes electrónicas parece que constituyen una respuesta adecuada a los requerimientos planteados anteriormente:

[\(<http://blues.uab.es/~ipdm4/Colabora/index.htm>\)](http://blues.uab.es/~ipdm4/Colabora/index.htm).

Por otra parte, existen problemas sociales como son el aumento de la demanda social de formación y especialmente para ciertos colectivos de población que no pueden acceder, por causas distintas, a ninguna de las instituciones de formación. La teleenseñanza puede ser una solución, además los sistemas de formación que estamos considerando, plantean la posibilidad de que simultanear trabajo y estudio sin las limitaciones del tiempo y desplazamientos que exige la asistencia a una enseñanza presencial.

En este contexto de desarrollo tecnológico, es claro que la sociedad futura que les tocara vivir a los actuales alumnos de secundaria, el aprender a aprender, el colaborar, y el saber buscar y analizar informaciones relevantes, serán habilidades básicas que tendrán que dominar. Hoy en día los recientes avances en las tecnologías de Internet nos permiten que podamos complementar la preparación de nuestros alumnos hacia estas capacidades ampliando y dando soporte con nuevas actividades interac-

tivas que convivan con las actividades docentes habituales que reciben en sus centros.

No obstante las ventajas que hemos presentado, no hay que perder de vista el problema que puede aparecer: la educación a distancia y en determinadas condiciones (Arnold et al, 1996), puede ser un medio con el que determinados países desarrollados pueden ayudar a otros en vías de desarrollo para conseguir un progreso en la enseñanza de las matemáticas, y se podría producir un "colonialismo educativo".

Sobre la base de los planteamientos anteriores y analizando diversas experiencias e investigaciones realizadas (Soury-Lavergne, 1998) y otras existentes en la actualidad:

(<http://www.uoc.es>, <http://www.blues.uab.es/~scampus/>) y utilizando como soporte instruccional una red electrónica se ha llevado a cabo la investigación objeto de esta memoria.

2. EDUCACIÓN A DISTANCIA Y LAS NTIC.....	17
2.1. ASPECTOS GENERALES SOBRE LA EDUCACIÓN A DISTANCIA.....	17
2.2. SITUACIÓN ACTUAL Y PROBLEMÁTICA.....	28

Capítulo 3º

3. Marco teórico.

3.1. Marco de referencia.

Desde un punto de vista interaccionista (Bruner 1989, Cobb 1995) del aprendizaje trataremos de evaluar las interacciones a distancia y sus efectos en el aprendizaje de los alumnos y determinar algunos aspectos beneficiosos de la integración de las NTIC en el proceso educativo, de otra forma, ¿cuál es el papel que juegan las interacciones¹? ¿cuál es el impacto del entorno en el proceso de aprendizaje?, cuando los alumnos desarrollan trabajo colaborativo (Cole 1996, Bishop 1988) en un entorno de aprendizaje –ecosistema de aprendizaje de la geometría– que reúne las tres siguientes características: 1- las tareas que se plantean son situaciones problema abiertas, 2- el diseño de las actividades consta de múltiples fases (resolución del problema en pequeño grupo, informe y reflexión) y 3- la utilización de herramientas informáticas. Con la terminología utilizada por Hershkowitz (Hershkowitz, 1999) a un tal entorno, que cumple las tres anteriores características lo llamamos "*entorno rico*" (environment rich).

Para facilitar una educación geométrica interaccionista, una de las tareas fundamentales que debería llevar a cabo el profesor, es la de dise-

ñar entornos de aprendizaje, donde a través de la interacción social se favoreciese el aprendizaje de la Geometría. Promover, diseñar y validar entornos de aprendizaje en general que favorezcan la interacción social en el marco de las NTIC y analizar qué tipos de interacciones se producen y cuáles de ellas son positivas, resulta de gran interés de cara a mejorar y aumentar el aprendizaje de las matemáticas y disminuir el fracaso escolar.

Cuando los estudiantes tienen acceso a la Red, son posibles la colaboración y la mentorización y si los estudiantes trabajan de forma colaborativa se puede acometer un aprendizaje significativo. La colaboración para resolver una tarea se define como la construcción común de una solución, acompañada de un esfuerzo de los colaboradores para mantener una comprensión mutua del razonamiento a lo largo de toda la resolución. La cooperación corresponde a una división de responsabilidades y adjudicación de las tareas en las que cada participante adopta a priori las metas y los resultados de los otros (Baker, 1992).

Ya en los años setenta (Doise et al, 1975, 1976), algunas investigaciones fuera del contexto escolar mostraron que las interacciones sociales podían facilitar el desarrollo cognitivo, aunque es con la aplicación de las teorías de Vygotsky cuando se empieza claramente a mostrar su papel determinante, dando lugar a numerosas investigaciones, que intentan analizar cuál es la influencia en la cognición de las prácticas sociales ligadas a las tareas y a la situación, y cuál es el significado social que se percibe de las mismas en relación al funcionamiento cognitivo y del desarrollo de los individuos. Parece clara la influencia externa de las características físicas y sociales del entorno (consideradas variables independientes) en los procesos psicológicos (variables dependientes), podríamos decir que constituyen una unidad dinámica. El enfoque contextual (Liverta-Sempio, O. et al, 1997) de la psicología del desarrollo pretende un cambio

¹ En un proceso de aprendizaje, puede haber interacción entre educador y aprendiz, entre iguales, con el medio y con el entorno

del estudio "cognición intra-individuo" a "cognición socialmente compartida". Hay que considerar por tanto en el análisis, además del individuo y el entorno, al observador.

En este marco, cada forma de proceder depende de las circunstancias materiales y sociales. El concepto de aprendizaje conduce a la metáfora del desarrollo individual: el desarrollo se basa en la participación de los aprendices en las actividades de la comunidad. La actividad interpretativa del sujeto y los procesos son los que construyen conjuntamente el significado de las tareas y la situación. La cognición se contempla como una construcción intersubjetiva o contrato comunicativo, es una co-construcción de significados, social e institucionalmente situados. En los trabajos que consideran la cognición como una actividad intersubjetiva, se estima que el procesamiento cognitivo de cada participante en la interacción, está basado en el conocimiento mutuo y en compartir el significado atribuido a la situación y en el que el diálogo, matriz natural del proceso, ha mostrado su eficacia en contextos escolares, como herramienta que los alumnos utilizan tanto para desarrollar destrezas metacognitivas como habilidades más específicas de razonamiento como puede ser la argumentación y demostración.

En un nivel teórico más general, el concepto de cognición como co-construcción de significados supone adoptar un modelo bidireccional de transmisión cultural, proceso dinámico en el que todos (profesores y aprendices) participan en la elaboración de mensajes culturales. Las investigaciones contextualizadas permiten a los investigadores trabajar conjuntamente con los profesores y conjugar puntos de vista distintos de una misma realidad, desarrollando formas de colaboración que puedan producir frutos en la gestión del aula, mostrando la importancia que determinados factores— situación, tarea propuesta, actores implicados, contexto, medio— tienen en el éxito y en el interés de los alumnos por las

matemáticas. Como ya hemos señalado anteriormente, de tomar en consideración únicamente la relación binaria *profesor-alumno* se ha pasado a considerar como fundamental en la relación didáctica la tríada *profesor-alumno-saber* (conocimiento) y a ésta añadimos, en nuestra investigación, un cuarto elemento el *medio*. Las relaciones didácticas que se establecen entre los cuatro elementos pueden venir representadas por las aristas de un tetraedro y los cuatro elementos citados se representan en los vértices de dicho tetraedro.

El saber se contempla como una construcción social. El conocimiento matemático que se enseña en la institución escolar es exterior y anterior al aprendiz, pero sólo se producirá el aprendizaje en la medida que este sea capaz de interiorizarlo y dotarlo de significado personal. Aquí radica la importancia de los medios y de los procesos que se pongan en juego para poner a los alumnos en contacto con el saber, posibilitando la deconstrucción del saber existente y su posterior reconstrucción por el sujeto que lo aprehende y es precisamente aquí, en el proceso de apropiación, donde las interacciones sociales juegan un papel fundamental., puesto que la apropiación colectiva puede preceder a la apropiación individual y los conflictos sociocognitivos pueden acelerar ciertas adquisiciones (Anne-Nelly Perret- Clermont, 1984). Por otra parte en distintas investigaciones, también se ha mostrado la importancia que tiene la situación y las instrucciones de trabajo dadas para realizar la tarea y en la calidad de las respuestas dadas por los aprendices; mostrando el hecho de que en la medida en que los sujetos consiguen dotar de significado a la situación se consigue el éxito en las tareas propuestas.

Conviene destacar que para promover interacciones (profesor-alumno, alumno-alumno), que permitan desarrollar estrategias de resolución de problemas, es necesario percibir cómo se construye una intersubjetividad común (una forma de hacer y pensar), como se negocian signifi-

cados(contrato didáctico) y qué papel juegan estos aspectos en el establecimiento de las interacciones sociales.

Recientemente han aparecido trabajos desarrollados con contenidos matemáticos y en el contexto del aula, aspectos fundamentales, ya que lo que sucede en el aula, con unas reglas propias, interacciones múltiples y con diversos actores sociales, dan lugar a un ambiente muy complejo y específico y nada comparable al ambiente de laboratorio. Estudios detallados de cómo se construye el conocimiento a través de las interacciones sociales aparecen en diversos trabajos recientes (César, M., 1994, 1995, 1997, 1998).

En este marco– *Ecosistema de aprendizaje de la Geometría*–, entorno educativo de las matemáticas y en particular de la geometría se intenta que los alumnos adquieran una serie de conocimientos, destrezas y habilidades de tipo geométrico con la ayuda del profesor tutor (profesor virtual) y del soporte instruccional utilizado (red, tablero y correo electrónico y software de geometría CABRI). Todos ellos participan con determinadas tareas específicas y realizan una serie de acciones (plantean preguntas, emiten respuestas, solicitan ayuda, información, etc.). Podemos por tanto pensar que se establecen entre los alumnos y el profesor tutor(profesor virtual) un tipo de relaciones que producen unas retroacciones. Teniendo en cuenta estos aspectos (Meavilla y Fortuny 1998), podemos definir *interacción electrónica* como el intercambio de mensajes electrónicos que tienen lugar entre dos o mas personas que se influyen mutuamente intercambiando información y producen resultados que probablemente ninguno de los actores hubiera producido por separado.

Elementos de cada interacción

Considerando además la información experimental recogida en la primera fase de la investigación, establecemos los siguientes cuatro elementos de cada interacción del tablero electrónico:

1. Pregunta o cuestión planteada.

Enunciado de la actividad que da lugar al desarrollo del foro; se ha podido plantear bien en la Página Principal de actividades bien mediante un mensaje general a todos los alumnos

2. Respuesta:

Es la respuesta que corresponde al planteamiento de algún tipo de actividad o pregunta

Activa: Si produce réplicas

No activa: Si no produce réplicas

3. Réplica:

Corresponde a la acción que se efectúa en contestación a la respuesta dada al planteamiento de algún tipo de actividad o pregunta.

Eficaz: Si produce contrarréplicas

No eficaz: No produce contrarréplicas.

*Neutra:*No produce modificaciones

Positiva: Produce modificaciones positivas

4. Contraréplica:

Corresponde a la acción que se efectúa en contestación a una réplica.

Conforme: Mensaje de acuerdo con la réplica

Positiva: Admite modificaciones

Negativa: No admite modificaciones.

Informativa: Se da información o aclaración sobre algún aspecto solicitado

No eficaz: No produce réplicas

Teniendo en cuenta las modificaciones en los actores del proceso y con la finalidad de estudiar la influencia de las interacciones escritas sobre los interactuantes, podemos hacer uso de ciertos indicadores que pongan de manifiesto el estado en que se encontraba el actor antes y después de la interacción. Se trata de determinar y evaluar la efectividad de las interacciones.

Indicadores para evaluar la efectividad de las interacciones

Consideramos como ***indicador***, todo *par ordenado* cuya primera componente describe el estado del individuo en el momento inicial y cuya segunda componente describe el estado del individuo en un momento posterior o final.

Los siguientes pares ordenados y otros análogos pueden utilizarse como ***indicadores***:

1. (no entiende un concepto, entiende y no sabe explicarlo).
2. (no entiende un concepto, entiende y sabe explicarlo).
3. (respuesta incorrecta, respuesta correcta y demostración incompleta).

-
4. (respuesta incorrecta, respuesta correcta y demostración completa).
 5. (respuesta incorrecta, respuesta incorrecta).
 6. (respuesta aceptable con demostración incompleta, respuesta aceptable con demostración incompleta).
 7. (respuesta aceptable con demostración incompleta, respuesta aceptable con demostración completa).
 8. (respuesta aceptable con demostración incompleta, respuesta correcta con demostración incompleta).
 9. (respuesta aceptable con demostración incompleta, respuesta correcta con demostración completa).
 10. (respuesta correcta con demostración incompleta, respuesta correcta con demostración incompleta).
 11. (respuesta correcta con demostración incompleta, respuesta correcta con demostración completa).
 12. (respuesta aceptable con demostración completa, respuesta correcta con demostración completa).

Los indicadores anteriores nos permiten establecer la influencia de las interacciones en el aprendizaje de los interactuantes y **clasificar** las mismas en :

Interacciones positivas. Se ha producido un cambio positivo en alguno de los actores. El alumno ante la actividad planteada, responde con una respuesta incompleta; con las réplicas y contraréplicas es decir con el diálogo establecido con sus iguales modifica su conocimiento hasta llegar a una respuesta satisfactoria.

Interacciones neutras: No ha habido modificación alguna. Ha habido diálogo entre los participantes en el foro, pero no se ha producido cambios significativos en el conocimiento inicial del alumno.

Interacciones negativas: Se ha producido un cambio negativo en alguno de los actores. La intervención en el diálogo ha conseguido en el alumno una evolución negativa en cuanto a su conocimiento inicial.

El Proyecto Clavijo, base de nuestra investigación, se ha desarrollado con unos estudiantes determinados y en un contexto concreto y en algún sentido determinante de la organización y selección de contenidos. La información y los datos que se va a recoger, construir y analizar están centrados en las acciones entre cada dos componentes del proceso educativo (alumno, contenido, medio y profesor). La sistematización de la información obtenida, nos dará datos sobre las relaciones entre los componentes del tetraedro didáctico. Para realizar el análisis correspondiente son necesarias unas categorías o unidades de análisis (Gairín, 1998), que sistematicen las relaciones entre el profesor, alumno, contenido y medio

El desarrollo de nuestra investigación tiene lugar en un entorno de aprendizaje multimedia (Depover et al, 1998) "*Comunidad virtual de aprendizaje de la Geometría*", que diseñamos y describimos a continuación.

3.2. Un modelo de aprendizaje interactivo. Descripción del ecosistema de aprendizaje.-

Entendemos por **ecosistema de aprendizaje**, *un entorno interactivo, constituido por: los alumnos, el contenido/saber, el profesor/tutor y el medio, cuyos procesos de funcionamiento se relacionan entre sí y se desarrollan en función de los factores físicos de un mismo ambiente. De forma que la modificación de alguno de sus componentes modifica el estado de los restantes.* Mediante el juego interactivo emerge la identidad

personal del alumno por la interacción con los restantes elementos o con sus iguales

Para estudiar y representar las distintas relaciones entre los elementos del ecosistema de aprendizaje, definimos dos planos y tres tipos de pirámides de la siguiente forma.

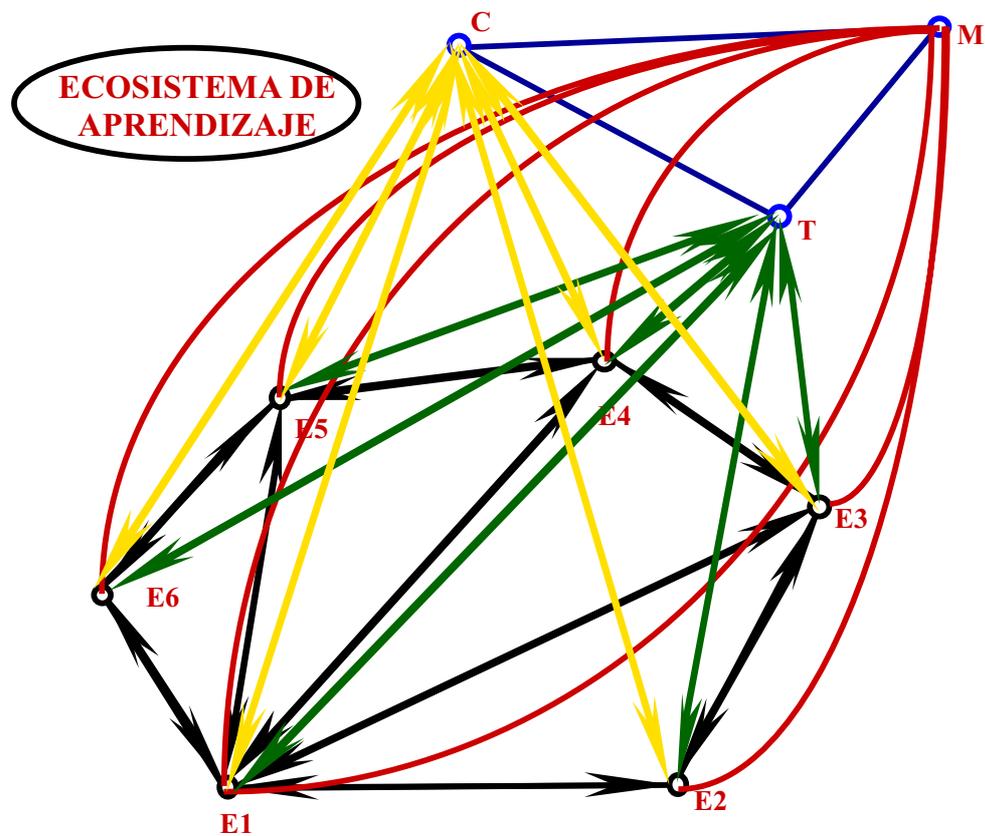
El *plano intersubjetivo*, que llamaremos también *polígono sociograma*, en él tienen lugar las acciones e interacciones entre iguales en el desarrollo del trabajo colaborativo; cada uno de los vértices de dicho polígono representa a uno de los alumnos que participa en la actividad, las aristas y las diagonales representan las acciones e interacciones entre iguales (no están dibujadas todas por claridad en el gráfico).

El *plano de situación*, que llamamos también *triángulo de situación*, en él tienen lugar las acciones e interacciones entre el profesor, el contenido/saber y el medio; cada uno de los vértices representa respectivamente al profesor/tutor, al medio y al contenido/saber, las aristas representan las relaciones e influencias mutuas entre estos vértices.

La interactividad entre los alumnos y el medio la representamos por *la pirámide roja*. La interactividad entre los alumnos y el contenido la representamos por una *pirámide amarilla* y las interacciones entre los alumnos y el profesor las representamos por una *pirámide verde*.

COMUNIDAD VIRTUAL DE APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA:

Mediante el juego interactivo en el ecosistema de aprendizaje la identidad personal emerge por la interacción de los miembros de la comunidad



Pirámide roja: Interactividad en relación al medio.

Pirámide verde: Interactividad en relación al profesor/tutor.

Pirámide amarilla:
Interactividad en relación al contenido o conocimiento

Triángulo de situación.

Vértices: contenido/conocimiento, medio, profesor/tutor

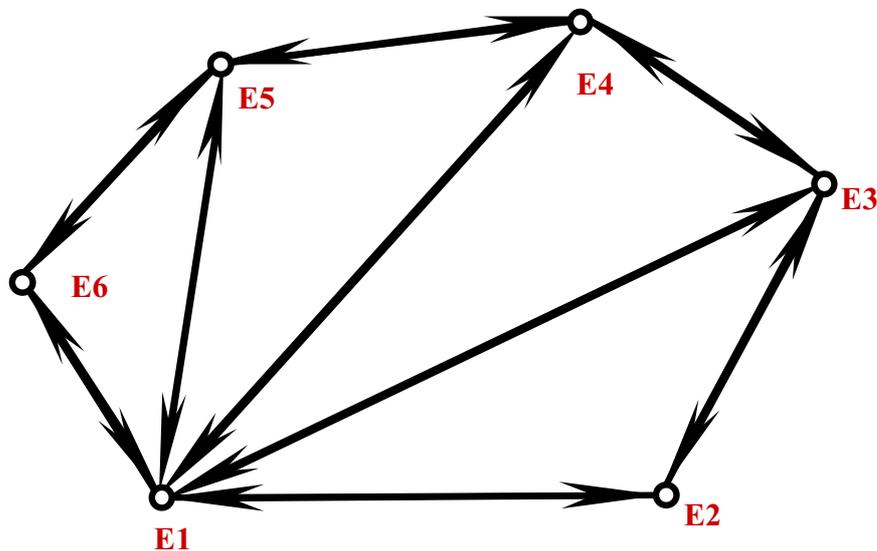
Polígono-Sociograma entre iguales.

Esta nueva situación exige nuevos instrumentos de análisis, que permitan registrar y analizar las características del proceso y la reciprocidad de las interacciones de los distintos actores entre si y con el entorno.

Pasamos a describir los dos planos antes citados

I. PLANO INTERSUBJETIVO

Polígono-Sociograma entre iguales.



En él tienen lugar las acciones e interacciones entre el modo de pensar y actuar de los alumnos, que las denominamos *relaciones entre iguales*. Está representado gráficamente por el polígono interactivo/sociograma entre iguales. Obviamente el número de vértices del polígono no siempre será el mismo (depende del número de alumnos que participa en la actividad) ni tampoco el número de las interacciones. La pertinencia de la elección de la muestra vendrá determinada por los siguientes criterios: La afinidad entre los alumnos para que haya interacciones (ha habido réplicas entre ellos) y los distintos niveles de los alumnos: alumno participativo (en la clase presencial) y nivel sobresaliente, alumno

sobresaliente y menos participativo, dos alumnos que representan al nivel medio de los alumnos de la clase y un alumno con un nivel medio-bajo.

Una potente herramienta para enseñar en situaciones instruccionales escolares, es el *andamiaje*, este término involucra al profesor que realiza una parte de la tarea que el estudiante todavía no puede resolver y le proporciona ayudas. Se utiliza la técnica del *andamiaje* (definido y tratado ampliamente más adelante), un modo de trabajo colaborativo de resolución de problemas de profesor y alumnos, en el que el soporte se modifica gradualmente hasta que los alumnos asumen la responsabilidad de su aprendizaje y la ayuda del profesor se desvanece.

Rol del alumno en la interacción. Conseguir la participación activa de los alumnos en su aprendizaje y en la construcción del conocimiento supone por una parte replantearse el papel que juega el alumno y por otra desarrollar métodos de aprendizaje que produzcan interacciones más efectivas. A este nuevo planteamiento, que evidentemente constituye un reto educativo, responde la llamada enseñanza recíproca (Järvela, 1996), en la que en las situaciones de andamiaje (Bruner 1975, 1978, 1984) los estudiantes deben asumir progresivamente la responsabilidad de su aprendizaje y en la medida en que el andamiaje es un modelo colaborativo de resolución de problemas, los alumnos en su relación con otros compañeros asumen o participan de algunas de las funciones del profesor tutor tales como, aclarar, valorar, proponer, animar, etc....

Para determinar el papel del alumno en las interacciones establecemos una serie de categorías, teniendo en cuenta las relaciones entre iguales, las relaciones con el medio y las relaciones del alumno con el saber.

1. CATEGORÍAS ENTRE IGUALES.

Las relaciones entre iguales que se generen en el desarrollo del tra-

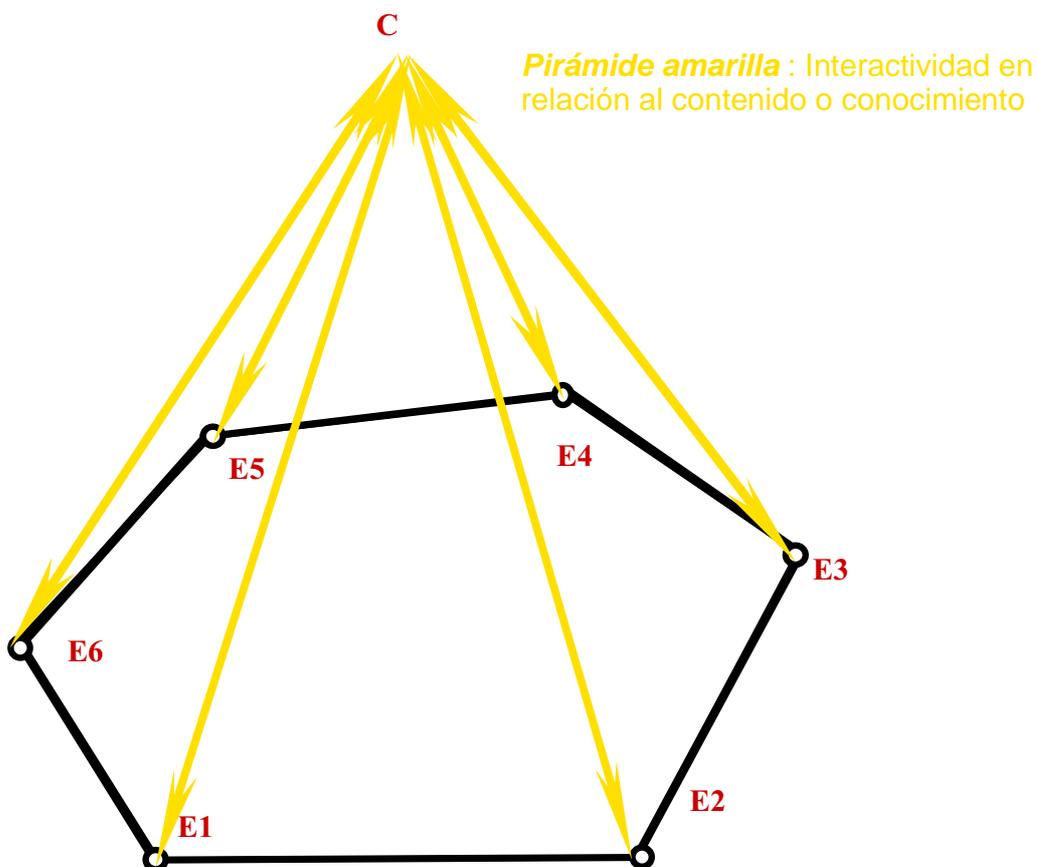
bajo colaborativo, en torno a acciones del tipo aclarar, valorar, animar,...se clasificarán en categorías, que nos permitirán caracterizar las interacciones entre los alumnos.

2. CATEGORÍAS ALUMNO-MEDIO.

Consideramos de interés plantear las distintas categorías entre las relaciones de los alumnos y el medio, que nos permitirán obtener datos sobre cómo funciona el sistema que se ha diseñado; saber si el medio y la organización que lo acompaña son correctos o presentan deficiencias, todo ello desde la perspectiva de los alumnos.

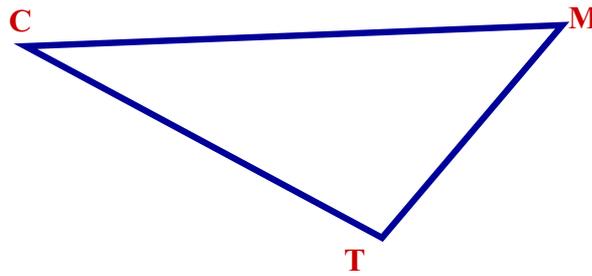
3. CATEGORÍAS ALUMNO-CONTENIDO.

Estableceremos categorías de las relaciones de los alumnos con el contenido, que nos permitirán determinar la comprensión de los contenidos presentados por el profesor(curriculum implementado).



II. Plano de situación

Triángulo de situación. Vértices:
contenido/conocimiento, medio, profesor/tutor



En él tienen lugar las acciones e interacciones entre el profesor, el contenido/saber y el medio. Dichos elementos los representamos en de cada uno de los vértices del triángulo de situación con la siguiente notación: el contenido/saber(C), el profesor/tutor(T) y el medio(M).

II.1. Contenido / saber.

Determinar el currículo de Geometría en la enseñanza secundaria obligatoria no es un asunto trivial. Algunos objetivos generales, en relación con la formación geométrica, parecen claros y se consideran necesarios para nuestros alumnos al finalizar la educación obligatoria: *Incorporar* al lenguaje y modos de argumentación habituales la expresión geométrica, a fin de comunicarse de manera rigurosa y precisa; *utilizar* los conocimientos geométricos para modelizar situaciones que nos permitan resolver problemas reales; *Identificar* las formas y relaciones espaciales que se presentan en la realidad analizando las propiedades implicadas, ...Otro asunto, un poco más delicado y complejo es qué contenidos geométricos concretos se deben seleccionar. No obstante se han de fijar unos contenidos mínimos a partir de los cuales se programen las actividades.

Intentando dar respuesta a la cuestión planteada en el párrafo anterior, vamos a considerar una serie de ideas , concepciones y reflexiones en torno a diversos aspectos de la Geometría.

La fundamentación epistemológica de la Matemática en general y de la Geometría en particular, constituye un primer aspecto a considerar y para el educador matemático una reflexión ineludible, ya que según la posición epistemológica que adopte sobre el conocimiento matemático así interpretará y planteará un currículo y su implementación en el aula. Asumimos el punto de vista de considerar las matemáticas como un producto del pensamiento humano, fuertemente influenciado por la culturas en las que se ha desarrollado.

Otro aspecto a tener en cuenta es el de considerar la Geometría como ciencia del espacio, que supone centrar los aspectos geométricos en el análisis figural de los objetos que configuran el espacio y el de la geometría como visualización, que es el que nos permite visualizar formas, figuras, conceptos, etc. La configuración figural expresa la imagen de la forma que tenemos en la mente a diferencia de la representación gráfica que es un modelo arbitrario de expresar esta imagen en un soporte físico de la forma, de los objetos que organizan el espacio. Dentro del análisis figural se pueden distinguir diversas categorías: estructural, dinámica, discreta y de medida que señalan los grandes ejes en torno a los cuales organizar la enseñanza de la geometría como ciencia del espacio (para una descripción más completa véase Alsina y otros 1997) .

La consideración epistemológica de la Matemática como ciencia de los modelos se sustenta en la acepción de la Geometría como punto de encuentro de la matemática como teoría y como modelo; es el enfoque geométrico el que permite ver (imaginar) los modelos. La descripción de un fenómeno mediante un modelo matemático permite inferir conclusiones lógicas sobre el modelo que predicen el comportamiento futuro del

fenómeno y conjeturar los cambios que se puedan producir así como las implicaciones que se pudieran derivar de actuaciones sobre el mismo.

De esta forma la Geometría se convierte en paradigma de las estructuras del razonamiento deductivo, objetivo que debe estar presente en el proceso educativo de nuestros alumnos.

En las propuestas curriculares oficiales, la formalización, el rigor, la coherencia, la ausencia de ambigüedad y las características del conocimiento matemático no son el punto de partida, sino más bien el punto de llegada de un largo proceso de construcción (M.E.C. 1989), se recoge por tanto la idea de que son más importantes las habilidades matemáticas del trabajo geométrico, que una descripción técnica del vocabulario y de los conceptos abstractos.

Así pues teniendo en cuenta los aspectos , concepciones y reflexiones planteadas anteriormente en torno a la Geometría, la idea que debería guiar el trabajo en la E.S.O., es la de resaltar su potencial para desarrollar las capacidades de modelización, resolución, argumentación y racionalización.

Para facilitar una educación geométrica de este tipo, uno de los aspectos fundamentales de la labor del profesor sería diseñar entornos de aprendizaje, es decir, espacios educativos capaces de generar situaciones de aprendizaje adaptadas e interactivas para trabajar matemáticamente y capaces de promover y soportar el cambio cognitivo de los alumnos, donde a través de la interacción social se favoreciese el aprendizaje de la Geometría.

Categorización de las actividades

A la hora de planificar las actividades geométricas (C.I.P., 1996) con Cabri puede ser de gran utilidad establecer una categorización de las

mismas (esta clasificación está inspirada en Alsina, C. et Fortuny, J.M.,1997).

Todas las actividades A_i , P_{ri} , R_i ,..., utilizadas en nuestra investigación y que citamos a continuación, aparecen relacionadas y con su enunciado completo en el Anexo VI. Además en el Capítulo 4 de Metodología en los apartados 4.2.1.2. y 4.2.1.3., se explicitan las características de los diversos tipos A_i , P_{ri} ,...

1.- Proyecto. Utilización o fabricación de medios y resultados.

Información. Observación de la realidad a través de la geometría.
Actividad A1.

Fabricación. Obtención de nuevos medios a partir de los datos.
Actividad A2

Representación. Utilización de diversos lenguajes. Actividad A2

Aplicación. Utilización de medios (teoremas, algoritmos,...) Actividad A10

2.- Reconocimiento. Examinar la situación.

Algoritmos. Obtener algoritmos para las distintas etapas de las construcciones y realizaciones geométricas. Actividad A8

Identificación. Reconocer propiedades y relaciones. Actividad A4

3.- Modelización. Matematización de una situación de problema, encontrando una estructura matemática.

Significado. Interpretación y formulación de la situación en términos del modelo. Actividad Pr3

Estudio. Análisis y solución dentro del modelo.

Comunicación. Notificación del proceso y de la solución.

4.- Conjeturar. Suponer. un determinado comportamiento ante un descubrimiento o situación. Actividad Pr3

Formulación. Enunciado formal de la conjetura.

Ilustración. Comprobación mediante el uso de ejemplos.

5.- Definir. Detallar y asignar caracterizaciones.

Obtención. Descripción verbal. Actividad A5

Procesal. Conceptos implicados en un conocimiento procesal. Actividad A6.

6.- Argumentar. Razonar sobre una determinada idea.

Declaración. Expresar sentencias declarativas. Actividad A4

Generalización. Razonamiento basado en casos simples. Actividad Pr3

Concreción. Concretar algún descubrimiento o experiencia interesante. Actividad Pr3.

7.- Demostrar. Establecer de forma fundamentada y razonada algún tipo de resultado o propiedad.

Enunciado. Expresar con la terminología y lenguajes adecuados algún tipo de resultado. Actividad A5.

Razonamiento. Utilización de razonamientos. Actividad A2

Comprobación. Utilizar sentencias deductivas que prueben un resultado , conjetura. o proposición. Actividad E9.

II.2. Profesor/tutor.

Desarrollar y aplicar nuevos métodos de aprendizaje para generar interacciones de aprendizaje más efectivas, supone replantearse el papel del profesor y que cada uno reflexione sobre su papel en el proceso educativo. Consideramos que la función fundamental del profesor/tutor sería la de intentar modular y guiar la discusión de los estudiantes, facilitando el aprendizaje y ayudándoles a lo largo de todo el proceso. El objetivo de la discusión que se plantea es que el grupo llegue a comprender un conocimiento o resolver un problema. A lo largo de las discusiones que se establecen, los participantes en el foro de discusión deben realizar alguna de las actividades siguientes (preguntar, aclarar, resumir, conjeturar,...), que más adelante establecemos y clasificamos en categorías.

Al estudiar el *plano intersubjetivo* hemos introducido la herramienta del *andamiaje*, que constituye uno de los métodos esenciales de la enseñanza recíproca (Brown et al, 1982; Palincsar et al, 1984; Jarvela, 1996) y del aprendizaje cognitivo. Bruner y sus colaboradores (1975) acuñaron el término de *andamiaje* (scaffolding) que fue conformado con las ideas teóricas de Vygostky² el cual considera que las interacciones guiadas por adultos pueden ayudar a los niños a desarrollar funcionamiento psicológico superior y que la asistencia de un adulto permite al niño operar en la "zona de desarrollo próximo" (Álvarez y otros, 1997), área situada entre el nivel de lo que un niño puede conseguir por sí solo y el nivel que el mismo niño puede alcanzar con asistencia.

² Las ideas teóricas de Vygostky son muy anteriores, aunque llegaron bastante tarde al mundo occidental. (Vygostky, L. S., 1978. *Mind in Society*. Cambridge: Harvard University Press).

El *andamiaje* (dar apoyo), es una metáfora esencial en la enseñanza recíproca, se refiere al soporte interactivo que ofrecen a los aprendices personas adultas o sus iguales más expertos. La definición original de *andamiaje* se desarrolló en situaciones en las que los padres ayudaban a sus hijos a expresarse por ellos mismos. Es conocido el ejemplo (Ninio y Bruner, 1978) que describe como una madre y su hijo participan conjuntamente en la lectura de un libro. La madre facilita la lectura del libro respondiendo de una forma guiada a los interrogantes verbales y no verbales planteados por su hijo. Esta participación guiada, sin una idea consciente de enseñar es bastante universal. El *andamiaje* involucra al profesor que realiza parte de la tarea que el estudiante todavía no puede manejar y le proporciona soporte en forma de sugerencias o ayuda, basadas en una diagnosis correcta del nivel actual del alumno en cuanto a destrezas o dificultades. Es por tanto un modo colaborativo de resolución de problemas de profesor y alumnos, en el que el soporte se modifica gradualmente hasta que los alumnos se hacen cargo de su aprendizaje sin la ayuda del profesor.

Rol de profesor en la interacción

Estudiamos a continuación el papel del profesor en las interacciones que se producen en el proceso educativo y establecemos una serie de categorías con respecto a las acciones del profesor en relación con los restantes elementos integrantes del proceso educativo. En primer lugar, señalamos que la *relación paternal* surge de forma natural en la interacción y que se presenta en el proceso de *andamiaje* (scaffolding). En la aproximación antropológica (Rogoff 1990, 1992) admite la metáfora del andamiaje como una participación guiada, en la que el contexto de aprendizaje juega un papel esencial en la función de la interacción. La cultura de cada comunidad particular orienta, mediatiza y acota esta participación

guiada. De otra forma, cómo se concreta la participación guiada, está orientada por las prácticas sociales particulares de cada comunidad, conformando en gran medida las relaciones entre los alumnos y el profesor o con sus compañeros más expertos.

Fundamentalmente la diferencias se presentan alrededor de dos aspectos el grado de simetría que caracteriza sus relaciones y la responsabilidad que el aprendiz asume ante la tarea propuesta o ante su propio proceso de aprendizaje. Al analizar esta idea en el contexto del aula, Rogoff (1994), propone como modelo lo que ella llama "*comunidad de aprendizaje*". Cuando la escuela se organiza como "comunidad de aprendizaje", las actividades se organizan de manera que interesen a los alumnos y les permitan participar en ellas, comprendiendo la finalidad de la misma. El discurso instruccional se transforma en diálogo y el papel del profesor consiste en apoyar el aprendizaje y no en controlar las interacciones en el aula. De esta manera la clase se convierte en una organización compleja, en la que sus miembros deben aprender a asumir la responsabilidad de su propio aprendizaje; todos trabajan y en función del grado de comprensión de su actividad, asumen papeles diferentes y diversos grados de responsabilidad.

Tomando de la ecología la idea de que "*el individuo está encajado en un nicho*", Serpell(1993) determina las condiciones que matizan este encajamiento. La idea ecológica sugiere los aspectos de tiempo y lugar, significa que nuestros alumnos están inmersos en un contexto sociocultural preexistente (el aula); sus relaciones se definen por una estructura de participación, que pone el acento en los cambios que se producen en las actividades sociales de niños y adultos que facilitan una mayor autonomía de los alumnos; la participación supone la aceptación de reglas que determinan lo que en la comunidad se considera una meta a lograr; se asocia la idea de participar con la de ser miembro, de manera que el individuo

no sólo adquiere la conciencia de poder actuar de forma autónoma, sino que también se considera miembro de un grupo.

Así pues, el concepto de *andamiaje* se encuentra entrelazado con varios aspectos teóricos que determinan la necesidad de especificar los conceptos aplicados en situaciones instruccionales en los centros escolares. El diseño y control de los entornos de aprendizaje, facilita el conocimiento matemático, contribuyendo a conseguir el *andamiaje*. Para alcanzar el desarrollo óptimo de los alumnos, el profesor debe ajustar continuamente las submetas en un nivel ligeramente más alto que el que representa la actuación momentánea e independiente del alumno, proporcionando además no solo el soporte adecuado sino también el mínimo necesario.

Categorización de las relaciones del profesor

1. CATEGORÍAS PROFESOR/TUTOR-MEDIO.

Relativas al papel del profesor como gestor del trabajo, consideramos que se deben llevar a cabo como mínimo las siguientes categorías de actividades de organización, interrogación, explicación, valoración y advertencia (tomado de Gairín, J.M, 1998, y de Romero(1995)). Un análisis de este tipo de actividades permitirá estudiar la forma en que se ha organizado la enseñanza, de tener los datos de cómo funciona el sistema que se ha diseñado; interesándonos fundamentalmente conocer si el medio y la organización que le acompaña son correctos o presentan deficiencias. Esta clasificación de categorías permite controlar las interacciones entre las variables profesor/tutor y medio.

PO: El profesor ORGANIZA. Su responsabilidad como gestor del trabajo en la Comunidad Virtual de Aprendizaje le obliga a llevar a cabo

diferentes tipos de actuaciones: *dirigir la gestión, reclamar la atención de los estudiantes,...*

PP: El profesor PREGUNTA. Necesita conocer la opinión de los estudiantes en relación con la gestión de Comunidad Virtual de Aprendizaje: *¿El sistema funciona bien?, ¿hay dificultades en la utilización de los programas?, ¿las respuestas llegan en el tiempo adecuado....?*

PE: El profesor EXPLICA. Tiene que transmitir a los alumnos sus decisiones sobre la gestión: *Para enviar un mensaje con el correo electrónico es necesario ..., las respuestas tienen que llegar en un mensaje de correo con el archivo de CABRI como documento adjunto, responder en el Tablero Electrónico ...*

PV: El profesor VALORA. Las actuaciones que se producen en el desarrollo de alguna actividad pueden ser cuestionadas por los alumnos y, en consecuencia, el profesor debe atender a sus razones.: *Hola Cristian: Gracias por el aviso en relación con las actividades. He recibido tus respuestas a las cuestiones planteadas en la actividad A8 y decirte que son correctas. Saludos: Jesús*

PA: El profesor ADVIERTE. Tiene que juzgar las actuaciones de los alumnos y tomar decisiones al respecto: *observo que no enviáis los mensajes por el procedimiento que se indicó, por favor escribir el texto explicativo en el archivo de Cabri, ...*

2. CATEGORÍAS PROFESOR-ALUMNO.

En cuanto a la relaciones del profesor con los alumnos, estableceremos categorías de actividades de actuación cuando se dirige a los alumnos en relación con los contenidos: explorar, aclarar, valorar, proponer, sistematizar,...

3. CATEGORÍAS PROFESOR/TUTOR-CONTENIDO

En cuanto al diseño y a la forma en como se presentan los contenidos a los alumnos categorías: organizar, preguntar, concretar, valorar e intervenir, que nos permitirán analizar la propuesta que el profesor hace a los alumnos (currículum implementado).

II.3. Medio.

Trabajar con CABRI, implica reconsiderar el papel del docente (CIP, 1996); una clase de taller informático obliga al profesor *“a bajar de su pedestal, pierde su poder”* y se convierte en un guía disponible, la acción didáctica se centra en el aprendiz, pues efectivamente el alumno trabaja a su ritmo descubriendo propiedades y fenómenos y los errores adquieren una nueva dimensión, constituyendo una etapa de su aprendizaje. Esto no significa que el trabajo debe ser individual, sino que se debe tener en cuenta que sólo la cooperación durante la resolución de un problema favorece el control del alumno sobre su actividad.

El entorno interactivo de aprendizaje diseñado como base de nuestra investigación, está constituido fundamentalmente por una red electrónica como soporte instruccional y en el que las actividades con CABRI presentadas en la página Web correspondiente y el correo electrónico constituyen el medio esencial de aprendizaje. Se utiliza además el Tablero electrónico (forum), en el que se pueden plantear preguntas, réplicas y contrarréplicas a todos los miembros, quedando reflejadas y a la vista de todos el texto de las mismas.

Categorías de las relaciones del medio/contenido

Establecemos una serie de categorías entre las relaciones de los contenidos con el medio, que nos permitirán analizar si el tipo de tareas se facilitan o si se realizan con el soporte material dispuesto.

CD: Las tareas con DEFINICIONES se potencian con el medio. Se refiere a las tareas que se resuelven dando una definición o aplicando directamente una definición.

CP: Las tareas con PROCEDIMIENTOS se potencian con el medio. Se trata de analizar si las tareas que se resuelven con procedimientos (cálculo de áreas, perímetros, ...) tienen mayor participación de los alumnos.

CR: Las tareas con RAZONAMIENTOS se potencian con el medio. Se hace referencia a problemas en los que hay que hacer una demostración o algún razonamiento de tipo lógico.

CG: Las tareas con GRAFICOS se potencian con el medio. Se hace referencia a problemas y otras tareas cuya solución se haga con construcciones gráficas.

CC: COMUNICACIÓN matemática. ¿Mejora con el medio la comunicación matemática?

CS: SATISFACCIÓN. ¿se incrementa el placer, la satisfacción, con la utilización de este medio?

3.3. Soporte técnico.

En la clase de 4º de la E.S.O. del I.E.S. Batalla de Clavijo de Logroño instalamos una red local que comunica todos los ordenadores (IN-

TRANET) y su salida al exterior y conexión con el Web de la universidad de La Rioja se realiza mediante una línea RDSI.

En la primera fase los alumnos estaban en cada ordenador por parejas y en la segunda fase cada uno de los alumnos dispuso de ordenador individual. Para llevar a cabo la investigación asignamos a cada uno de los alumnos una cuenta de correo electrónico en el servidor de la universidad, con una contraseña para permitirles acceder a la página principal donde presentamos las actividades y al Forum (Tablero electrónico). El software de correo y navegación que hemos utilizado son Netscape o Explorer y para trabajar en geometría el software CABRI II para Windows o Macintosh.

Los scrips y el Tablero electrónico están escritos en Perl y creados por Matt Wright. Son gratuitos para toda persona que desee usarlos y se pueden conseguir, además de otros, en:

<http://worldwidemart.com/scripts/>.

Los entornos informáticos de aprendizaje humano (EIAH). El caso de Cabri-geometre

Los entornos informáticos permiten a sus usuarios manipular de una forma más directa los objetos matemáticos y sus relaciones, concretando de alguna manera los conceptos matemáticos abstractos. Lo que los diferencia de otros materiales pedagógicos utilizados en la enseñanza de las matemáticas, es su naturaleza intrínsecamente cognitiva (Balachef y Kaput, 1997). Hay un cambio de complejidad entre la manipulación de un instrumento material y la utilización de software, debido no sólo al número o a la velocidad del número de operaciones posibles. Por poner un ejemplo en geometría, la utilización de Cabri es totalmente diferente de la de la

regla y compás. Diferencia que estriba fundamentalmente en que los entornos de aprendizaje como Cabri, manipulan el conocimiento geométrico de una forma totalmente distinta al de la regla. Los entornos informáticos de aprendizaje, se construyen a partir de una representación del conocimiento para un sistema de objetos y relaciones, representación accesible al usuario en la interacción de una forma más o menos significativa en relación al conocimiento (Balacheff, 1994). El aprendizaje es el resultado de una construcción de conocimientos en el curso de la interacción con el entorno. El trabajo realizado con el conocimiento para que resulte manejable por el sistema—transposición informática— determina fuertemente la interacción entre el usuario y el sistema y por tanto el conocimiento que emerge de esta interacción (Balacheff, 1994).

El entorno informático Cabri-geometre es un micromundo para la construcción y manipulación de figuras geométricas. Consideramos *figura geométrica* como la clase de equivalencia de todos los dibujos, en tanto que representación material de un mismo objeto geométrico (Laborde y Capponi, 1994). En Cabri-geometre, el "Cabri-dibujo" corresponde a un conjunto de pixels sobre la pantalla, pero que tiene unas propiedades distintas del dibujo papel-lápiz, esta diferencia se concreta por el hecho de que a partir de un Cabri-dibujo se obtienen por desplazamientos una serie de Cabri-dibujos relativos todos ellos al mismo objeto geométrico.

Las figuras geométricas construidas tienen la característica notable de conservar las propiedades geométricas explícitamente utilizadas en la construcción así como las que se deducen, durante los desplazamientos y deformaciones sucesivas. Este **CA**hier de **BR**ouillon Informatique dedicado a la geometría, es el resultado del cruce entre las teorías constructivistas del aprendizaje derivadas de los trabajos de Piaget y de una concepción de entorno informático derivada de los trabajos de la escuela de Palo Alto.

Los conceptos claves utilizados en la elaboración de Cabri-geometre y que lo caracterizan son los de "micromundo", "manipulación directa" y "compromiso directo en la tarea " (Laborde, J.M. 1995). El que Cabri sea un micromundo significa que los objetos y relaciones de la geometría se ofrecen, por medio del entorno, a la acción, la exploración y la experimentación del usuario. La acción consiste fundamentalmente en la creación de nuevos objetos y relaciones, transformando así el micromundo al grado de los conocimientos del usuario. Estos objetos y relaciones geométricas son accesibles en el interfaz por manipulación directa, esto es, por intermedio de su representación permanente sobre la que el usuario trata físicamente mediante las correspondientes teclas o desplazando el ratón, sus acciones son rápidas, reversibles, incrementales e inmediatamente visibles. Esto crea en el usuario, el sentimiento de estar en contacto directo con los objetos geométricos. La gestión del entorno pasa a segundo plano ante la tarea a cumplir y permite un compromiso directo con el problema geométrico a resolver (Balacheff et Sutherland 1994).

En la reproducción o construcción de figuras geométricas, este software, favorece la puesta en funcionamiento de procedimientos de carácter analítico, alcanzándose de esta manera uno de los objetivos de la enseñanza de la geometría. Cabri es una herramienta para el aprendizaje de la geometría (Belleman y Capponi, 1992) y más exactamente sus características lo convierten en un medio idóneo para el aprendizaje de la noción de figura geométrica (Laborde y Capponi, 1994). Mediante el desplazamiento de las figuras en Cabri, se ponen en evidencia los invariantes geométricos, descalificándose los procedimientos de construcción que explícitamente no utilizan las propiedades geométricas necesarias. El alumno, de esta manera, está obligado a explicitar, para comunicarlo a Cabri, el procedimiento de construcción de su figura. Además tiene acceso a las propiedades geométricas de su figura que permanecen invariantes en el curso de los desplazamientos. Así pues, en el desarrollo de la

interacción entre el alumno y el logicial, se pone el acento más en el procedimiento de construcción (relación geométrica) que en el resultado perceptivo (relación espacial) facilitando a priori el aprendizaje de la geometría y de la noción de figura geométrica.

El software de geometría Cabri, permite construir puntos, segmentos, rectas, circunferencias y la casi totalidad de las figuras de geometría plana que se presentan en la enseñanza secundaria, modificarlas, transformarlas o manipularlas, así como visualizar conjuntos de puntos de muy diversa naturaleza, explorar sus propiedades y realizar a partir de estos objetos, construcciones geométricas, creando relaciones entre estos objetos. Está pensado para que cuando los objetos básicos se desplacen mediante el ratón, se conserven las relaciones definidas entre ellos, siendo posible observar de forma continua las modificaciones experimentadas por la figura construida.

El entorno interactivo Cabri de tratamiento de las figuras geométricas, es un sistema en cuyo desarrollo y funcionamiento intervienen muy diversas ciencias: informática, matemáticas, didáctica de las matemáticas y de la física, ergonomía, psicología,... En este entorno, los objetos se manipulan con la ayuda de acciones físicas mas que con una sintaxis complicada. En cualquier circunstancia el ordenador responde a la solicitud del usuario, siendo el resultado inmediatamente visible e incremental (la tarea a realizar está modularizada). La manipulación directa favorece la imaginación mental, entre otras causas por la posibilidad de visualizar tanto posiciones más generales como casos particulares. El tratamiento dinámico de la figura, que Cabri facilita, da sentido a la actividad matemática que se pide al alumno, la manipulación directa permite un gran número de observaciones y situaciones tanto de carácter general como particular, que facilita la elaboración de conjeturas; el alumno explora, observa, hace ensayos, anticipa, imagina el problema resuelto disminuye o aumenta las restricciones, reconoce alguna situación y prácticamente se le

invita a encontrar una demostración. Finalmente hay que señalar que esta manipulación es un medio de validar una construcción –debe ser compatible con el desplazamiento– permitiendo visualizar los errores de la misma, que en un primer momento pudiera parecer visualmente correcta.

En cuanto al seguimiento y control de los alumnos por parte del profesor en su quehacer geométrico, Cabri dispone de una serie de herramientas (CIP, 1996), que facilitan los aspectos anteriores, en relación con la construcción de las figuras, como son la de *revisar construcción*, que permite reconstruir paso a paso la figura y la de *mostrar/ocultar*, que permite visualizar todos los objetos geométricos que se han utilizado en la construcción.

Una de las tareas a realizar por el alumno ante una figura de Cabri, es la relativa a la verificación de las propiedades que están ligadas específicamente a la figura. Soury-Lavergne(1998) establece cuatro tipos de verificación de una propiedad sobre un Cabri-dibujo.: La primera verificación que llama *perceptiva*, consiste en constatar la propiedad sobre un Cabri-dibujo. La segunda *percepción instrumentada*, consiste en asegurar esta percepción sobre un Cabri-dibujo mediante la asistencia y utilización de construcciones geométricas anexas, jugando estas construcciones accesorias el papel de un instrumento de verificación (Rollet, 1997). La tercera verificación, *percepción aumentada*, consiste en controlar perceptivamente la propiedad sobre una serie de Cabri-dibujos conceptualizados como representantes de la misma figura geométrica. La elección de los puntos desplazados y de los desplazamientos a efectuar, permite controlar la representatividad de los Cabri-dibujos obtenidos en relación a la figura geométrica, al nivel al que se realiza la verificación. Es importante señalar que estas verificaciones están ligadas a la percepción y por lo tanto de alguna forma dependientes de las capacidades de observación del usuario.

La única verificación ligada a la presencia de la figura de Cabri, pero que no es dependiente de la percepción del usuario es la que se obtiene con "el oráculo"³, verificación fundamentalmente diferente de las tres primeras. Su papel es el de liberar al usuario del control perceptivo. El *oráculo* implementado en la actualidad en Cabri II, libera al usuario de la percepción pero efectúa sin embargo el control al nivel de cada Cabri-dibujo dando una respuesta para cada uno de los dibujos, pudiendo estar asociada a un desplazamiento.

En el entorno CABRI (C.I.P., 1996), los objetos tienen una representación permanente y la manipulación, como ya hemos señalado, se efectúa más bien con la ayuda de acciones físicas que con una sintaxis complicada. En cualquier circunstancia el ordenador responde de manera conforme a como se espera, ante una solicitud del usuario. El resultado es rápido e inmediatamente visible en cada operación y reversible (se puede anular la última instrucción, con lo que se aumenta la confianza del usuario) e incremental (la tarea a efectuar está parcelada). La manipulación directa confiere un nuevo estatus a la figura, pierde su carácter estereotipado (fijo) y se convierte en un objeto dinámico. La manipulación directa proporciona un nuevo estatus al aprendiz (y por consiguiente al profesor).

Principales características del Cabri-geometre.

Destacamos a continuación algunas de las características del software de geometría Cabri II que de cara a nuestra investigación, consideramos más interesantes.

³ Oráculo, figuradamente, respuesta que da Cabri ante la petición de comprobación de una determinada propiedad.

Cabri II es un entorno interactivo de aprendizaje con ordenador (EIAO) (Depover et al., 1998) que permite construir y explorar objetos geométricos de forma interactiva y que tiene dos características fundamentales:

1. *Coexistencia de funciones primitivas de dibujo puro y funciones primitivas geométricas.*

2. *Manipulación directa del dibujo.*

En general todos los objetos geométricos se dibujan utilizando una serie de puntos, de manera que la forma en que se construye una figura geométrica determina si es *dependiente* o *independiente*, distinción que resulta fundamental cuando arrastramos la figura por la pantalla utilizando el ratón. Un punto dibujado individualmente se llama *punto básico* (Texas Instruments, 1997), de manera que *un objeto independiente* es aquél que se construye utilizando únicamente puntos básicos. Los objetos independientes no pueden ser modificados directamente, aunque si pueden desplazarse mediante arrastre y de forma indirecta se pueden modificar moviendo alguno de los puntos básicos utilizados en su construcción. Un *objeto dependiente* es aquél que se construye utilizando un objeto independiente (u otro dependiente). Los objetos dependientes no pueden arrastrarse ni modificarse directamente. Pueden moverse o modificarse moviendo o modificando los puntos básicos o los otros objetos independientes responsables de su existencia.

Durante el desarrollo de la experiencia se insistirá a los alumnos en que comprueben los resultados de una construcción con los recursos que el programa Cabri proporciona, que a continuación deformen la figura, desplazando alguno de los elementos básicos, que observen y anoten los resultados y estén atentos a las posibles coincidencias que se pudieran producir. De esta manera es posible descubrir por parte de los alumnos,

propiedades geométricas curiosas que en algunos casos resultan sorprendentes.

La manipulación directa de los objetos geométricos que Cabri permite, ofrece la posibilidad de una retroacción a los alumnos, aspecto este que no se facilita en la resolución de tareas al estilo tradicional con lápiz y papel. Consideremos, por ejemplo el caso de un alumno que tiene que construir una figura que satisface unas determinadas condiciones, en este caso el alumno puede mover, girar la hoja de papel y ver el dibujo en diferentes posiciones, pero no puede hacer variar los elementos que lo transforman en un nuevo dibujo, situación altamente atractiva que si permite Cabri.

Descubrir, a través del análisis de un dibujo realizado con Cabri, las dependencias geométricas entre propiedades del objeto puede ser otro tipo de actividades experimentales, consistentes en suprimir las relaciones geométricas entre elementos y verificar si las relaciones que se suponían dependientes no se satisfacen entonces.

En resumen, el diseño de un *entorno rico* (Hershkowitz, 1999), que facilite las interacciones entre los alumnos que desarrollan trabajo colaborativo, consideramos que facilitará una potenciación y aumento de la educación geométrica.

Utilizando como herramienta instruccional *el andamiaje* (dar apoyo) en las tareas a realizar por nuestros alumnos, en las que el apoyo viene dado por el tutor o por sus iguales y con el soporte de la Red y las nuevas tecnologías, es posible que se trabaje de forma colaborativa y conseguir aprendizajes significativos. Se trata de conseguir que el saber sea una construcción social, poniendo en evidencia a la vez la importancia de los medios y los procesos que ponemos en juego para poner en contacto a los estudiantes con el saber. Es fundamental pasar de considerar de forma exclusiva en el proceso educativo la relación profesor-alumno a tomar

en consideración las relaciones e influencias del propio saber y del medio, a la vez que se modifican los roles del profesor y el alumno, el profesor deja de ser la única fuente de conocimiento y parte de sus funciones son asumidas por el alumno o por alguno de sus iguales, siendo su papel fundamental la de moderador o guía.

3. MARCO TEÓRICO.....	35
3.1. MARCO DE REFERENCIA.	35
ELEMENTOS DE CADA INTERACCIÓN.....	40
INDICADORES PARA EVALUAR LA EFECTIVIDAD DE LAS INTERACCIONES	41
3.2. UN MODELO DE APRENDIZAJE INTERACTIVO. DESCRIPCIÓN DEL ECOSISTEMA DE APRENDIZAJE.-.....	43
I. PLANO INTERSUBJETIVO.....	46
ROL DEL ALUMNO EN LA INTERACCIÓN.	47
II. PLANO DE SITUACIÓN.....	49
II.1. CONTENIDO / SABER.	49
CATEGORIZACIÓN DE LAS ACTIVIDADES.....	51
II.2. PROFESOR/TUTOR.	54
ROL DE PROFESOR EN LA INTERACCIÓN.....	55
CATEGORIZACIÓN DE LAS RELACIONES DEL PROFESOR.....	57
II.3. MEDIO.	59
CATEGORÍAS DE LAS RELACIONES DEL MEDIO/CONTENIDO.....	60
3.3. SOPORTE TÉCNICO.	60
LOS ENTORNOS INFORMÁTICOS DE APRENDIZAJE HUMANO (EIAH). EL CASO DE CABRI-GEOMETRE.....	61
PRINCIPALES CARACTERÍSTICAS DEL CABRI-GEOMETRE.	66

Capítulo 4º

4.- Metodología.

Como el proceso de nuestra investigación se ha desarrollado en dos fases claramente diferenciadas, la metodología que hemos seguido en cada una de ellas también ha sido distinta.

4.1. Primera fase

La primera fase de nuestra investigación la hemos realizado durante el curso 1997/98, con los veintisiete alumnos de un curso de 4º de la ESO y con la colaboración de dos de sus profesores en el Centro. Previo al comienzo real de la investigación los alumnos estaban instruidos en el manejo del software de geometría CABRI II.

Teniendo en cuenta las dificultades que nos surgieron tanto técnicas como burocráticas hasta conseguir la instalación completa del soporte técnico y que las primeras sesiones las dedicamos a enseñar a los alumnos las habilidades técnicas para interconectarse y comunicarse utilizando el correo electrónico y para navegar por Internet, podemos considerar que hasta el mes de abril no empezamos a trabajar con las tareas correspondientes del curso. Todas las actividades, cuestiones y problemas planteados, están enmarcados en el programa de Geometría de 4º de la E.S.O. y se proponían en la [página Web principal del Proyecto](#).

En esta primera fase ensayamos diversas estrategias metodológicas, que se han concretado en el planteamiento y realización de actividades distintas de acuerdo con su finalidad. Planteamos primero unas actividades sencillas, que consideramos de tipo simple, y que en general se refieren a un único tipo de contenido, otras actividades (problemas) un poco más complicadas que integran varios tipos de contenidos y finalmente actividades de evaluación. Además en esta primera fase también planteamos algunas actividades específicamente para alumnos con necesidades especiales.

Las primeras actividades que diseñamos fueron las tres que denotamos por [R1, R2 y R3](#) (cuyo enunciado completo figura en el Anexo VI de actividades) y en ellas aparecen varias cuestiones con distintos niveles de dificultad y profundidad, que en su caso, llevan incorporadas ayudas progresivas para facilitar al alumno la realización de la actividad correspondiente con el programa CABRI II. Recomendamos a los alumnos consultar las ayudas sólo en caso de ser necesario. En las cuestiones había un enlace con el [Tablero](#) electrónico –donde se daban las respuestas correspondientes–, de forma que todos los alumnos participantes en la investigación tenían acceso a las respuestas, con la idea fundamental de que mediante el establecimiento de debates se produjera un incremento del aprendizaje .

En caso de necesidad se podía solicitar ayuda a través del correo electrónico bien a los profesores bien a otros compañeros. Para facilitar este sistema de ayuda en todas las actividades aparecía un enlace con la lista de las [direcciones electrónicas](#) de los participantes en la investigación y que denominamos Proyecto Clavijo, como ya hemos señalado anteriormente.

Como ya hemos dicho en la primera fase de nuestra investigación participaron dos alumnos con necesidades educativas especiales y diseñamos ocho actividades específicas para ellos.

Teniendo en cuenta que la realización de algunas actividades puede estar condicionada por aprendizajes anteriores del alumno, planteamos algunos problemas con la finalidad de reafirmar y resumir los aprendizajes adquiridos y a la vez para evaluar el progreso de los alumnos.

Así el [Problema1\(P1\)](#) y el [Problema2\(P2\)](#) (ver Anexo VI de actividades) se han diseñado con la idea expuesta en el párrafo anterior de resumir los aprendizajes adquiridos en otras actividades anteriores.

Realizadas las primeras actividades, los alumnos dan las respuestas a través del correo electrónico adjuntando el correspondiente archivo de CABRI II, dotando así de significado a dichas respuestas. En esta línea planteamos los problemas 6, 7 y 8.([T6, T7 y T8](#)) (ver Anexo VI de actividades)

Finalmente planteamos los problemas 9 y 10 ([T9 y T10](#)) con varias cuestiones para ser respondidas en el Tablero y enviar por correo electrónico los correspondientes archivos de Cabri II.

Clasificación y análisis de los datos

Los datos que analizamos están constituidos por la totalidad de los mensajes de correo enviados, así como por la información recogida en el tablero electrónico –foro de debate–, las observaciones realizadas por los profesores presenciales en el aula y la información dada por los alumnos en una encuesta (cuyo modelo aparece en el ANEXO I). Con la información recogida en el tablero electrónico elaboramos una base de datos (recogidos en el ANEXO II) con un registro por alumno-respuesta,

figurando además en el registro el enunciado de la pregunta correspondiente, así como en algunos casos algunas observaciones pertinentes.

Realizamos un análisis descriptivo, tomando en consideración las frecuencias de los mensajes y clasificamos los mismos de la siguiente forma:

Mensajes del tablero electrónico

1^a. *De funcionamiento y de respuesta.* Los primeros hacen relación a algún aspecto técnico –relativos a la interconexión, al hardware o al software– y las respuestas son relativas a las cuestiones que planteamos en el tablero electrónico.

2^a. *Mensajes de réplica entre los propios alumnos.* Este aspecto creemos que debe ser trabajado de cara a conseguir como objetivo de la enseñanza de las matemáticas de secundaria –que nuestros alumnos desarrollen la capacidad de argumentación y defensa de sus respuestas–.

3^a. *Clases de respuestas:*

Correcta, Aceptable, Incompleta, Incorrecta, No relación.

4^a. *Repetidos.*

A.- Resultados globales. (ver Anexo VI de actividades)

En una tabla presentamos los resultados globales y las clases de respuestas y determinamos los principales parámetros estadísticos de centralización y de dispersión.

B.- Resultados individuales. (ver modelo en el Anexo III)

Para cada uno de los alumnos participantes activos(26) en nuestra investigación, se realizaron gráficos descriptivos del porcentaje de respuestas *correctas, aceptables, incorrectas, incompletas y no relación*. Las medias de tipos de respuestas y un gráfico comparativo de cada alumno con la “media de tipos de respuesta”. Estos gráficos permiten hacer una evaluación individualizada de cada alumno en relación al comportamiento “medio”.

Mensajes del correo electrónico

1ª. *Clases de respuestas:*

Correcta, Aceptable, Incompleta, Incorrecta

2ª. *Repetidos:*

A.- Resultados globales. (ver Anexo V)

En una tabla se presentarán los resultados globales y las clases de respuestas mediante el correo electrónico, adjuntando en su caso el correspondiente archivo explicativo de CABRI y se determinarán los principales parámetro de centralización y de dispersión.

B.-Resultados individuales. (ver modelo en el Anexo III)

Se presentarán los gráficos descriptivos del porcentaje de respuestas *correctas, aceptables, incorrectas, incompletas, no relación y ayuda*. Las medias de tipos de respuestas y un gráfico comparativo de cada alumno con la “media de tipos de respuesta”. Estos gráficos nos permiten hacer un seguimiento y evaluación individualizada de cada alumno en relación al comportamiento “medio”.

4.2. Segunda fase.

4.2.1. Metodología de innovación.

En esta segunda fase, establecemos el curriculum del Taller de Matemáticas, haciendo una selección de los contenidos, determinamos los elementos para el diseño de las actividades (estructura), clasificamos y finalmente presentamos un cuadro resumen de asignación curricular y categorización de las actividades, que nos informa sobre los objetivos y contenidos geométricos de las mismas. Detallamos el funcionamiento del forum y de los mensajes de correo cuando se realizan las actividades.

4.2.1.1. Curriculum. Selección de contenidos.

Los contenidos que se presentan a continuación se han seleccionado en base a los planteamientos considerados en el marco de referencia (apartado 3.1. Marco de referencia) y el Real Decreto 1345/1991 de 6 de Septiembre, que establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria.(E.S.O.). La no inclusión de algunos contenidos., ha sido debido al hecho de que los mismos se habían de implementar en una clase de Taller de Matemáticas, asignatura optativa con dos horas semanales de clase.

El enunciado completo de todas las actividades, como ya hemos señalado anteriormente, se puede ver en el Anexo VI de actividades

I.-Medida, estimación y cálculo de magnitudes.

Conceptos: Mediciones indirectas.

Relación entre las medidas lineales y las de área en un cuerpo geométrico [Actividades: [A1](#), [Pr3](#), [Pr6](#), [Pr7](#), [E8](#), [Er9](#), [E10](#), [E11](#)].

Fórmulas para calcular perímetros y áreas de figuras geométricas. [Actividades: [A1](#), [A2](#), [A3](#)].

El teorema de Pitágoras: Enunciado y demostración. [Actividades: [R1](#), [R2](#), [R3](#)]. Aplicaciones del teorema de Pitágoras [Actividades: [R1](#), [R2](#), [R3](#)]. Teorema de Pitágoras generalizado. [Actividades: [P1](#)]. Teoremas de la altura y del cateto. [Actividades: [P2](#)].

Procedimientos: Utilización de distintos lenguajes. Utilización del vocabulario adecuado para interpretar y transmitir informaciones sobre el tamaño de los objetos. [Actividades: [A1](#), [A2](#), [A3](#)].

Actitudes: Referentes a la apreciación de las matemáticas. Reconocimiento y valoración de la utilidad de la medida para transmitir informaciones precisas relativas al entorno. [Actividades: [A5](#)]

II.- Representación y organización en el espacio

Conceptos:

1. Los elementos geométricos en el plano: Relaciones básicas para la descripción y organización del espacio: paralelismo, perpendicularidad e incidencia. [Actividades: [A4](#), [Pr1](#), [Pr2](#), [Pr3](#), [Pr4](#), [Pr5](#), [E8](#), [E9](#), [E10](#), [E11](#), [P1](#)].

2. Figuras: Utilidad e importancia de algunas figuras para propósitos concretos. [Actividades: [A4](#)].

3. Figuras semejantes: Características de dos formas iguales: Idea de semejanza. Teorema de Tales: directo y recíproco: [Actividades: [A5](#), [A6](#)]. Aplicaciones del teorema de Tales. [[A5](#), [A6](#), [A7](#), [A10](#)]. Polígonos y figuras semejantes: Relación entre las medidas de dos figuras semejantes. [[Pr7](#)]. Homotecia: Relación entre las medidas de dos figuras homotéticas. [[A8](#), [A9](#)].

4. Transformaciones isométricas: Translaciones, giros y simetrías: Propiedades que se conservan en las transformaciones. [T4, T5]. Composición de transformaciones en casos sencillos. [T6, T9, T10]. Aplicaciones de las transformaciones [T7, T8].

Procedimientos

1. Utilización de distintos lenguajes: Utilización de la terminología adecuada para describir con precisión situaciones, formas, propiedades y configuraciones geométricas. [A4, A6, A7,A8,A9, Pr4]. Descripción verbal de problemas geométricos y del proceso seguido en su resolución, confrontándolo con otros posibles. [Pr1, Pr2].

2. Algoritmos y destrezas: Utilización del teorema de Tales para obtener o comprobar relaciones métricas entre figuras. [A7, A10]. Utilización de las transformaciones para la obtención de propiedades geométricas de las figuras y de las relaciones entre ellas. [T4, T5]. Utilización de las transformaciones para el diseño de frisos y mosaicos. [T7,T8, T9, T10].

3. Estrategias generales: Formulación y comprobación de conjeturas acerca de propiedades geométricas y de solución e problemas geométricos en general. [P1, Pr3, Pr4, Pr5, Pr6, E8, E11, R1, R2, R3, P1, T6, T8, T9, T10]. Utilización de métodos inductivos y deductivos para la obtención de propiedades geométricas de las figuras y de las relaciones entre ellas. [A5, Pr1, Pr2, Pr3, Pr6, Pr7, E8, E9, E10, P1, P2].

Actitudes:

1. Referentes a la apreciación de las matemáticas: Interés y gusto por la descripción verbal precisa de formas y características geométricas. [A10, Pr3, P2].

2. Referentes a la organización y hábitos de trabajo: Perseverancia en la búsqueda de soluciones a los problemas geométricos y en la mejora de las ya encontradas. [[Pr3](#), [R1](#), [R2](#), [R3](#), [P1](#)]. Interés y respeto por las estrategias y soluciones a los problemas geométricos distintas de las propias. [[Pr3](#), [R1](#), [R2](#), [R3](#)]. Sensibilidad y gusto por la realización sistemática y presentación cuidadosa y ordenada de los trabajos geométricos. [[R1](#), [R2](#), [R3](#), [P1](#), [P2](#)].

4.2.1.2. Elementos para el diseño de las actividades. Estructura.

Partimos de una hipótesis general constructivista sobre el aprendizaje. El que aprende construye su propio significado de los conocimientos. Esta construcción hace intervenir sus adquisiciones anteriores. Los significados que se elaboran en el transcurso de un aprendizaje dependen para un mismo sujeto, de la situación en la que se encuentra y de la interacción social en la que está situado. La efectividad en los procesos de aprendizaje se alcanza si se especifican, estructuran e instrumentalizan los conceptos, los procedimientos de interpretación, interacción y reflexión metacognitiva.

Construimos una serie de actividades formativas con una doble finalidad, por una parte que puedan ser casi autosuficientes y por otra que desarrollen un espíritu de confianza alumno-profesor y de colaboración y ayuda entre alumnos, además por supuesto de conseguir los objetivos planteados en cuanto al aprendizaje de los contenidos geométricos. Todas las actividades, cuestiones y problemas que planteamos, enmarcados en el programa de Geometría de 4º de la E.S.O., los proponemos en la [página Web principal del Proyecto](#) y para acceder a las mismas es necesario identificarse con una contraseña. Las actividades con varias cuestiones de distintos niveles de dificultad y profun-

dad, llevan incorporadas ayudas progresivas, que facilitan al alumno la realización de la actividad utilizando el programa CABRI II. Para solicitar otro tipo de ayuda a los profesores o a otros compañeros pueden hacerlo a través del correo electrónico, por eso en todas las actividades aparece un enlace con la lista de las [direcciones electrónicas](#) de los participantes en la investigación.

Estructura de las actividades.

Las actividades responden básicamente a la siguiente estructura:

1.- Enunciado de la actividad. Si para responder a la actividad es necesario construir con CABRI II algún tipo de figura y el alumno no sabe como hacerlo, en el propio texto de la actividad aparecen enlaces que permiten hacer la construcción

2.- Se plantean sucesivamente cuestiones en relación con la actividad. Si el alumno no encuentra respuesta o solución a la cuestión planteada, se le da la opción de consultar sucesivos enlaces-ayuda. Si finalmente no encuentra la respuesta, utilizando el correo electrónico, puede solicitar ayudas, aclaraciones..., a otros compañeros o al tutor.

3.- Encontrada una respuesta o solución esta se envía:

- Al profesor (virtual) que evalúa la misma y en su caso el correspondiente archivo de CABRI, estableciéndose un diálogo mediante el correo electrónico sobre la validez, claridad, argumentos...

- Al Tablero electrónico (foro de discusión). En otros casos, según el tipo de cuestiones, la respuesta se envía al tablero para poder ser replicada por el resto de los alumnos participantes en la investigación.

La información y los resultados de la primera fase de la investigación nos han guiado en el diseño y desarrollo definitivo de las actividades de esta segunda fase, en la que también se han ensayado diversas estrategias metodológicas. En un primer momento planteamos actividades sencillas con un primer nivel de dificultad y complejidad ([A1](#), [A2](#),...), con la intención de que los alumnos adquieran soltura y se acostumbren al manejo de la nueva herramienta y soporte. En un segundo momento, se plantean problemas con la idea de resumir aprendizajes adquiridos con las actividades anteriores y que presentan un mayor grado de complejidad ([Pr1](#), [Pr2](#),...) y finalmente se plantean problemas de evaluación de los alumnos. ([E8](#), [E9](#) ,...)

Así pues y dado que perseguimos un conocimiento con un cierto grado de complejidad, hemos modularizado el proceso en cuanto al tipo de actividades, descomponiéndolo en otros más elementales; luego mediante preguntas adecuadas intentamos integrar los aprendizajes obtenidos previamente para dar lugar a la adquisición de otros más complejos. Sirvan como ilustración de esta situación las actividades [R1](#), [R2](#) y [R3](#) presentamos como actividades elementales y las [P1](#) y [P2](#) como más complejas.

En general y como ya hemos señalado anteriormente con las actividades A_i , pretendemos que los alumnos adquieran un conocimiento, habilidad o aptitud. Con las actividades P_i y P_{ri} , intentamos que para responder a la misma, los alumnos tengan que integrar diversos conocimientos adquiridos previamente, y las actividades E_i , son de evaluación. Además, hemos planteado determinados problemas con la idea de resumir los aprendizajes adquiridos con actividades anteriores, y de hacer un seguimiento de los progresos que hacen los alumnos en su aprendizaje.

En el diseño de las actividades con CABRI señalamos distintos puntos de interacción que se corresponden con diversas acciones de tutorización:

Palabras clave. Insertadas en el propio texto de la actividad que enlazan con archivos gráficos de CABRI que muestran la construcción efectiva de determinadas figuras necesarias para el desarrollo de la actividad.

Ayuda. Enlace con un texto que sugiere al alumno alguna línea general de actuación de cara a realizar la actividad propuesta, por ejemplo establecer algún tipo de relación entre los elementos constitutivos del problema, particularizar, generalizar,...

Más ayuda. Enlace con un texto que informa al alumno sobre alguna línea más concreta de actuación o dar algún dato complementario, como por ejemplo el valor de una determinada constante,...

Ayuda en línea. Envío de un mensaje de correo al profesor o a alguno de los compañeros: "Si todavía no has encontrado una respuesta, puedes solicitar alguna ayuda enviando un mensaje por correo electrónico a algún compañero o a tus profesores, solicitando alguna aclaración".

Sugerencias. Particularizar para algún caso concreto, generalizar alguna situación conocida.

Facilitar. algún tipo de instrucción.: planificación, secuenciación,...

Consultar. las [respuestas](#) dadas por [otros compañeros](#) en el Tablón de respuestas.

Ampliación. "El problema está abierto, sigue pensando en su posible desarrollo hasta que des con alguna respuesta que te guste y que merezca la pena de recibir el nombre de TEOREMA DE TU-NOMBRE".

Ayudas técnicas. Facilitar algún tipo de instrucción o ayuda en relación con el soporte técnico utilizado: Para enviar la respuesta y el archivo de CABRI que te ha servido para encontrarla, haz click en el texto profesores, resaltado en azul que te llevará directamente al editor de correo donde podrás enviar tu mensaje.

En el diseño de las actividades pueden aparecer iconos correspondientes a puntos de interacción que se corresponden con acciones de tutorización. Estos han de activar algún elemento tecnológico por el que se produce la interactividad.

En la tabla siguiente ponemos algunos ejemplos:

Proponer temas de debate	
Conectar con un compañero	
Facilitar información	
Consultar dudas al tutor	
Publicar en el Tablero	

4.2.1.3. Clasificación de las actividades

En este apartado clasificamos las actividades que hemos planteado a los alumnos, atendiendo a los contenidos curriculares. La clasificación la hacemos tanto para las actividades correspondientes a la primera fase como a las de la segunda fase de la investigación.

Notaciones.

Las distintas notaciones utilizadas corresponden a un control de tipo operativo y se corresponden con diferentes características y finalidades de las mismas, en base al planteamiento de diversas estrategias metodológicas.

En la primera fase :

1. La notación R_i y T_i , corresponden a actividades simples y que en general se refieren a un único tipo de contenido.
2. La notación P_1, P_2, \dots corresponde a actividades(problemas) en los que en general se integran varios contenidos.
3. La notación con * corresponde a actividades para alumnos con necesidades educativas especiales.

En la segunda fase :

1. La notación A_1, A_2, A_3, \dots corresponde a actividades simples y que en general se refieren a un único tipo de contenido.
2. La notación Pr_1, Pr_2, \dots corresponde a actividades (problemas) en los que en general se integran varios contenidos.
3. La notación con E_1, E_2, \dots corresponde a actividades de evaluación.

Actividad A1. Mediciones: Relación. Lenguajes. Utilización.

Conceptos. *Mediciones indirectas:* Relación entre las medidas lineales y las áreas de una figura. Fórmulas para calcular perímetros y áreas de figuras geométricas.

Procedimientos. *Utilización de distintos lenguajes:* uso del vocabulario adecuado para interpretar y transmitir información sobre el tamaño de los objetos.

Actividad A2. Mediciones: Relación y fórmulas. Lenguajes. Utilización y descripción.

Conceptos. *Mediciones indirectas:* Relación entre las medidas lineales y las áreas de una figura. Fórmulas para calcular perímetros y áreas de figuras geométricas.

Procedimientos. *Utilización de distintos lenguajes:* Uso del vocabulario adecuado para interpretar y transmitir información sobre el tamaño de los objetos.

Actividad A3. Mediciones: fórmulas. Lenguajes: Utilización y descripción.

Conceptos. *Mediciones indirectas:* Utilización de fórmulas para calcular perímetros y áreas de figuras geométricas.

Procedimientos. *Utilización de distintos lenguajes:* Uso del vocabulario adecuado para interpretar y transmitir información sobre el tamaño de los objetos.

Actividad A4. Elementos: Relación. Figuras: Utilidad. Lenguajes: Utilización.

Conceptos. *Elementos geométricos en el plano:* Relaciones básicas para la descripción y organización del espacio. *Figuras:* Utilidad de algunas figuras con propósitos concretos.

Procedimientos. *Utilización de distintos lenguajes:* Uso de la terminología adecuada para describir con precisión situaciones, formas, propiedades y configuraciones geométricas.

Actividad A5. Figuras semejantes: Thales. Lenguajes: Utilización. Estrategias: Inducir/deducir. Apreciación: Valoración.

Conceptos. *Figuras semejantes:* Teorema de Thales y sus aplicaciones.

Procedimientos. *Utilización de distintos lenguajes:* Uso de la terminología adecuada para describir con precisión situaciones, formas, propiedades y configuraciones geométricas. *Estrategias generales:* Utilización de métodos inductivos y deductivos para la obtención de propiedades geométricas de las figuras y de relaciones entre ellas.

Actitudes. *Referentes a la apreciación de las matemáticas:* Reconocimiento y valoración de la medida para transmitir informaciones precisas.

Actividades A6 y A7. Figuras semejantes: Thales. Lenguajes: Utilización y descripción. Algoritmos y destrezas: Utilización Thales.

Conceptos. *Figuras semejantes:* Teorema de Thales y sus aplicaciones.

Procedimientos. *Utilización de distintos lenguajes:* Uso de la terminología adecuada para describir con precisión situaciones, formas, propiedades y configuraciones geométricas. *Algoritmos y destrezas:* Utilización del teorema de Thales para obtener o comprobar relaciones métricas entre figuras.

Actividades A8 y A9. Figuras semejantes: Homotecia y relaciones entre las medidas. Lenguajes: Utilización. Algoritmos y destrezas: Utilización y transformaciones.

Conceptos. *Figuras semejantes::* Homotecia, relación entre las medidas de figuras homotéticas..

Procedimientos. *Utilización de distintos lenguajes:* Uso de la terminología adecuada para describir con precisión situaciones, formas, propiedades y configuraciones geométricas. *Algoritmos y destrezas:* Utilización de las homotecias para obtener o comprobar relaciones métricas entre figuras.

Actividad 10. Figuras semejantes: Thales. Algoritmos y destrezas: Utilización Thales.

Conceptos.*Figuras semejantes:* Teorema de Thales y sus aplicaciones.

Procedimientos. *Algoritmos y destrezas:* Utilización del teorema de Thales para obtener o comprobar relaciones métricas entre figuras.

Actividades Pr1 y Pr2. Elementos. Relaciones básicas. Estrategias: inducir/deducir.

Conceptos. *Los elementos geométricos en el plano:* Relaciones básicas para la descripción y organización del espacio.

Procedimientos. *Utilización de distintos lenguajes:* Descripción verbal de problemas geométricos y del proceso seguido en su resolución, confrontándolo con otros posibles. *Estrategias generales:* Utilización de métodos inductivos y deductivos para la obtención de propiedades geométricas de las figuras y de las relaciones entre ellas.

Actividad Pr3. Mediciones: Relación. Elementos. Relaciones básicas. Lenguajes: Descripción. Estrategias: Formular, inducir/deducir. Apreciación: Interés. Organización: Perseverancia, interés.

Conceptos. *Mediciones indirectas:* Relación entre las medidas lineales y las de área en una figura. *Los elementos geométricos en el plano:* Relaciones básicas para la descripción y organización del espacio.

Procedimientos. *Utilización de distintos lenguajes:* Descripción verbal de problemas geométricos y del proceso seguido en su resolución. *Estrategias generales:* Formulación y comprobación de conjeturas acerca de propiedades geométricas y de solución de problemas geométricos. Utilización de métodos inductivos y deductivos para la obtención de propiedades geométricas de las figuras y de las relaciones entre ellos.

Actitudes. *Referentes a la apreciación por las matemáticas.* Interés y gusto por la descripción verbal precisa de formas y características geométricas. *Referentes a la organización y hábitos de trabajo:* Perseverancia en la búsqueda de soluciones a los problemas geométricos y en la mejora de las ya encontradas. Interés y respeto por las estrategias y soluciones distintas de las propias.

Actividades Pr4 y Pr5. Elementos: Relaciones básicas. Lenguajes: Utilización. Estrategias: Formular. Mediciones: Relación.

Conceptos. *Los elementos geométricos en el plano:* Relaciones básicas para la descripción y organización del espacio.

Procedimientos. *Utilización de distintos lenguajes:* Utilización de la terminología adecuada para describir con precisión situaciones formas y configuraciones geométricas. *Estrategias generales:* Formulación y comprobación de conjeturas acerca de propiedades geométricas y de solución de problemas geométricos en general.

Actividad Pr6. Mediciones: Relación. Estrategias: Formular, inducir/deducir.

Conceptos. *Mediciones indirectas:* Relación entre las medidas lineales y las de área en una figura.

Procedimientos. *Estrategias generales:* Formulación y comprobación de conjeturas acerca de propiedades geométricas y de solución de problemas geométricos. Utilización de métodos inductivos y deductivos para la obtención de propiedades geométricas de las figuras y relaciones entre ellas.

Actividad Pr7. Mediciones: Relación. Estrategias: Formular.

Conceptos. *Mediciones indirectas:* Relación entre las medidas lineales y las de área.

Procedimientos. *Estrategias generales:* Formulación y comprobación de conjeturas acerca de propiedades geométricas y de solución de problemas geométricos en general. Utilización de métodos inductivos y deductivos para la obtención de propiedades geométricas de las figuras y relaciones entre ellas.

Actividad E8. Mediciones: Relación. Estrategias: Formular, inducir/deducir.

Conceptos. *Mediciones indirectas:* Relación entre las medidas lineales y las de área.

Los elementos geométricos en el plano: Relaciones básicas para la descripción y organización del espacio: paralelismo, perpendicularidad e incidencia.

Procedimientos. *Estrategias generales:* Formulación y comprobación de conjeturas acerca de propiedades geométricas y de solución de problemas geométricos en general. Utilización de métodos inductivos y deductivos para la obtención de propiedades geométricas de las figuras y relaciones entre ellas.

Actividad E9. Mediciones: Relación. Estrategias: Inducir/deducir.

Conceptos. *Mediciones indirectas:* Relación entre las medidas lineales y las de área.

Los elementos geométricos en el plano: Relaciones básicas para la descripción y organización del espacio: paralelismo, perpendicularidad e incidencia.

Procedimientos. *Estrategias generales:* Utilización de métodos inductivos y deductivos para la obtención de propiedades geométricas de las figuras y relaciones entre ellas.

Actividad E10. Mediciones: Relación. Estrategias: Inducir/deducir.

Conceptos. *Mediciones indirectas:* Relación entre las medidas lineales y las de área.

Los elementos geométricos en el plano: Relaciones básicas para la descripción y organización del espacio: paralelismo, perpendicularidad e incidencia.

Procedimientos. *Estrategias generales:* Utilización de métodos inductivos y deductivos para la obtención de propiedades geométricas de las figuras y relaciones entre ellas.

Actividad E11. Mediciones: Relación. Elementos: Relaciones básicas. Estrategias: Formular, inducir/deducir.

Conceptos. *Mediciones indirectas:* Relación entre las medidas lineales y las de área.

Los elementos geométricos en el plano: Relaciones básicas para la descripción y organización del espacio: paralelismo, perpendicularidad e incidencia.

Procedimientos. *Estrategias generales:* Formulación y comprobación de conjeturas acerca de propiedades geométricas y de solución de problemas geométricos en general. Utilización de métodos inductivos y deductivos para la obtención de propiedades geométricas de las figuras y relaciones entre ellas.

Actividades R1, R2 y R3. Mediciones: Pitágoras. Estrategias: Formular. Organización: Perseverancia, interés, sensibilidad.

Conceptos. *Mediciones indirectas:* Generalizaciones del teorema de Pitágoras y aplicaciones.

Procedimientos. *Estrategias generales:* Formulación y comprobación de conjeturas acerca de propiedades geométricas y de solución de problemas geométricos en general.

Actitudes. *Referentes a la organización y hábitos de trabajo:* Perseverancia en la búsqueda de soluciones a los problemas geométricos y en la mejora de las ya encontradas. Interés y respeto por las estrategias y soluciones distintas de las propias. Sensibilidad y gusto por la realización sistemática y presentación cuidadosa y ordenada.

Actividad P1. Mediciones: Pitágoras. Elementos: Relaciones básicas. Estrategias: Formular, inducir/deducir. Organización: Perseverancia.

Conceptos. *Mediciones indirectas:* Generalizaciones del teorema de Pitágoras.

Los elementos geométricos en el plano: Relaciones básicas para la descripción y organización del espacio.

Procedimientos. *Estrategias generales:* Formulación y comprobación de conjeturas acerca de propiedades geométricas y de solución de problemas geométricos en general. Utilización de métodos inductivos y deductivos para la obtención de propiedades geométricas de las figuras y de las relaciones entre ellos.

Actitudes. *Referentes a la organización y hábitos de trabajo:* Perseverancia en la búsqueda de soluciones a los problemas geométricos y en la mejora de las ya encontradas.

Actividad P2. Mediciones: Pitágoras. Estrategias: Inducir/deducir.

Conceptos. *Mediciones indirectas:* Teoremas de la altura y del cateto.

Procedimientos. *Estrategias generales:* Utilización de métodos inductivos y deductivos para la obtención de propiedades geométricas de las figuras y de las relaciones entre ellos.

Actividad T4 y T5. Algoritmos y destrezas: Utilización de transformaciones.

Conceptos. *Elementos geométricos en el planos:* Translaciones y propiedades.

Procedimientos. *Algoritmos y destrezas:* Utilización de las transformaciones para la obtención de propiedades geométricas de las figuras y de las relaciones entre ellas.

Actividad T6. Transformaciones: Propiedades, composición. Estrategias: Formular, inducir/deducir.

Conceptos. *Transformaciones isométricas:* Composición de transformaciones.

Procedimientos. *Estrategias generales:* Formulación y comprobación de conjeturas acerca de propiedades geométricas y de solución de problemas geométricos en general.

Actividad T7 y T8. Algoritmos y destrezas: Utilización, transformaciones.

Conceptos. *Transformaciones isométricas:* Aplicaciones de las transformaciones.

Procedimientos. *Algoritmos y destrezas.* Utilización de las transformaciones para el diseño de frisos.

Actividad T9 y T10. Transformaciones: Propiedades, composición. Estrategias: Formular.

Conceptos. *Transformaciones isométricas:* Composición de las transformaciones.

Procedimientos. *Estrategias generales:* Formulación y comprobación de conjeturas acerca de propiedades geométricas de las transformaciones.

4.2.1.4. Asignación curricular y categorización de actividades.

Una vez que hemos seleccionado los contenidos y hemos diseñado las actividades con Cabri Geometre, con la idea de su integración curricular, las situamos en un cuadro resumen de asignación curricular y categorización de las actividades, que nos informa sobre los objetivos y contenidos geométricos de las mismas.

Actividad	Categ. del Contenido	Categ. de la actividad	Tipo de la actividad
A1	Conceptos	Proyecto	Representación
A1	Procedimientos	Proyecto	Información
A2	Conceptos	Proyecto	Representación

Actividad	Categ. del Contenido	Categ. de la actividad	Tipo de la actividad
A2	Conceptos	Proyecto	Fabricación
A2	Procedimientos	Proyecto	Información
A2	Procedimientos	Demostración	Razonamiento
A3	Conceptos	Proyecto	Fabricación
A3	Procedimientos	Proyecto	Información
A3	Procedimientos	Demostración	Razonamiento
A4	Conceptos	Reconocimiento	Identificación
A4	Conceptos	Argumentación	Declaración
A4	Procedimientos	Conjeturar	Formulación, Ilustración
A5	Conceptos	Proyecto	Fabricación
A5	Procedimientos	Definición	Obtención
A5	Procedimientos	Demostración	Enunciado
A5	Actitudes	Reconocimiento	Identificación
A6 y A7	Procedimientos	Definición	Obtención, Procesal
A6 y A7	Procedimientos	Demostración	Razonamiento
A8 y A9	Conceptos	Proyecto	Información
A8 y A9	Conceptos	Reconocimiento	Identificación
A8 y A9	Procedimientos	Definición	Obtención
A10	Conceptos	Proyecto	Aplicación
A10	Procedimientos	Demostrar	Enunciado, Razonamiento
Pr1 y Pr2	Conceptos	Conjeturar	Formulación
Pr1 y Pr2	Procedimientos	Definir	Obtención
Pr3	Conceptos	Reconocimiento	Identificación
Pr3	Procedimientos	Conjeturar	Formulación

Actividad	Categ. del Contenido	Categ. de la actividad	Tipo de la actividad
Pr3	Procedimientos	Argumentar	Declaración, Concreción, Generalización
Pr3	Procedimientos	Modelización	Significado
Pr3	Actitudes	Demostrar	Razonamiento
Pr4 y Pr5	Conceptos	Reconocimiento	Identificación
Pr4 y Pr5	Procedimientos	Conjeturar	Formulación
Pr4 y Pr5	Procedimientos	Demostrar	Razonamiento
Pr6	Conceptos	Reconocimiento	Identificación
Pr6	Procedimientos	Definir	Obtención
Pr6	Procedimientos	Argumentar	Concreción, Generalización
Pr7	Conceptos	Reconocimiento	Identificación
Pr7	Procedimientos	Demostrar	Enunc., Razonamiento
E8	Conceptos	Reconocimiento	Identificación
E8	Procedimientos	Demostrar	Razonamiento
E9	Conceptos	Proyecto	Aplicación
E9	Procedimientos	Demostrar	Comprobación
E10	Conceptos	Reconocimiento	Identificación
E10	Procedimientos	Demostrar	Comprobar
E11	Conceptos	Reconocimiento	Identificación
E11	Procedimientos	Conjeturar	Formulación
E11	Procedimientos	Demostrar	Razonamiento
R1,R2 R3	Conceptos	Proyecto	Fabricación
R1,R2,R3	Conceptos	Reconocimiento	Identificación
R1,R2,R3	Procedimientos	Argumentar	Declaración
R1,R2,R3	Procedimientos	Demostrar	Enunciado, Razonamiento

Actividad	Categ. del Contenido	Categ. de la actividad	Tipo de la actividad
R1,R2,R3	Aptitudes	Argumentar	Concreción
P1	Conceptos	Reconocimiento	Identificación
P1	Procedimientos	Argumentar	Declaración
P1	Aptitudes	Conjeturar	Formulación
P2	Conceptos	Proyecto	Aplicación, Fabricación
P2	Procedimientos	Argumentar	Declaración
T4 y T5	Procedimientos	Reconocimiento	Identificación
T6	Conceptos	Proyecto	Representación
T6	Procedimientos	Definir	Obtención
T6	Procedimientos	Demostrar	Enunciado, Razonamiento
T7 y T8	Procedimientos	Modelización	Significado
T7 y T8	Procedimientos	Proyecto	Fabricación
T7 y T8	Procedimientos	Reconocimiento	Identificación
T9 y T10	Conceptos	Reconocimiento	Identificación
T9 y T10	Procedimientos	Demostrar	Razonamiento

4.2.2. Metodología de indagación y de evaluación.

Con los planteamientos e instrumentos (categorías, elementos de la interacción electrónica e indicadores) que hemos establecido en el marco teórico y los conceptos de *Momento* y de *Episodio*, que definimos a continuación, procederemos a un análisis, estudio y evaluación de la naturaleza de las interacciones que aparecen, cuando un grupo de cinco alumnos desarrollan trabajo colaborativo en la resolución de actividades.

Definimos *Momento 0* como el intervalo de tiempo en el que tiene lugar el planteamiento de la actividad.

Definimos *Momento i* como el intervalo de tiempo en el que tiene lugar una acción generada por la que ha tenido lugar en *el Momento i-1*.

Definimos *Episodio* como el conjunto de Momentos que han tenido lugar a partir de un *Momento 1*.

Para el estudio de las interacciones tendremos en cuenta las relaciones entre iguales, relaciones alumno/medio, relaciones alumno/contenido, relaciones profesor-tutor/medio, profesor-/alumno, profesor/contenido y profesor/medio que nos permitirán determinar la naturaleza de las mismas y atendiendo a los cuatro *elementos* de la interacción electrónica y a los *indicadores* determinaremos la efectividad de las interacciones y señalaremos la influencia de las interacciones en el aprendizaje de los interactuantes.

La selección de los alumnos la hemos llevado a cabo atendiendo a las siguientes criterios: por una parte son alumnos que han participado en el desarrollo de los foros, ha habido réplicas entre ellos y por otra que sean representativos de diferentes niveles de los alumnos de la clase (este criterio lo hemos fijado de acuerdo con el profesor presencial). Cristian y Sara podemos considerar que son dos alumnos brillantes, aunque Cristian es más abierto y participativo en las clases presenciales. Eduardo y Diego representan al nivel medio de la clase y Minerva—sustituida en el segundo foro por Vanesa, de nivel medio— una alumna en principio poco participativa y de rendimiento medio-bajo.

Analizamos dos foros que se desarrollan con distinta metodología, en el primero de ellos planteamos previamente un problema —Problema3— en la página de actividades y una vez que han respondido

a la cuestión propuesta, les planteamos un nuevo reto el de justificar y determinar por qué se da una determinada propiedad para ser discutida y replicada por todos los alumnos del grupo, en el [Tablero Electrónico](#). En el segundo caso planteamos la pregunta mediante un mensaje general a todos los alumnos y que sirve de elemento de discusión a partir del cual desarrollamos un foro.

En relación al correo electrónico, procedemos por una parte a una categorización global de todos los mensajes emitidos por todos los alumnos de la clase y a un análisis pormenorizado de los mensajes de Cristian estableciendo las categorías que aparecen y procediendo a evaluar la efectividad de las interacciones. Señalamos que en este caso el tipo de acciones desarrolladas ha sido bidireccional profesor/alumno y no aparecen categorías entre iguales. También estudiamos de forma global todas las categorías que aparecen en los distintos mensajes emitidos por profesor/Cristian.

4.- METODOLOGÍA.....	71
4.1. PRIMERA FASE.....	71
Clasificación y análisis de los datos.....	73
MENSAJES DEL TABLERO ELECTRÓNICO	74
MENSAJES DEL CORREO ELECTRÓNICO	75
4.2. SEGUNDA FASE.....	76
4.2.1. Metodología de innovación.....	76
4.2.1.1. <i>Curriculum. Selección de contenidos.....</i>	<i>76</i>
4.2.1.2. <i>Elementos para el diseño de las actividades. Estructura.....</i>	<i>79</i>
ESTRUCTURA DE LAS ACTIVIDADES	80
4.2.1.3. <i>Clasificación de las actividades</i>	<i>84</i>
4.2.1.4. <i>Asignación curricular y categorización de actividades.....</i>	<i>94</i>
4.2.2. METODOLOGÍA DE INDAGACIÓN YDE EVALUACIÓN.....	97