

### **5.3. Mensajes de correo electrónico. Análisis de las interacciones.**

Se presentan a continuación los datos globales correspondientes a los mensajes de correo electrónico emitidos por todos los miembros integrantes del Proyecto.

Ya se ha dicho anteriormente que el profesor virtual–investigador– es el administrador tanto de la Página Principal como del Tablero Electrónico, por lo que es también responsable de añadir y modificar las actividades. Para ello dispone de un nombre de usuario y de una contraseña, facilitadas por el Administrador general de la Web de la U.R, situación esta que le ha permitido poder almacenar todos los mensajes emitidos por los participantes.

Es de señalar que en esta fase, prácticamente no se han presentado problemas técnicos del soporte –salvo los usuales de las comunicaciones por red–, por lo que los mensajes de tipo técnico entre el administrador general de la Web y el profesor virtual casi no han existido, dado que como ya se ha dicho con anterioridad, fue en la primera fase cuasi experimental de la investigación donde se llevó a cabo la puesta a punto del soporte y durante la misma si que fue necesaria en gran manera la ayuda técnica –configuración de los ordenadores de los usuarios remotos(alumnos y profesor presencial) para poder utilizar como servidor el de la universidad, envío y actualización de contraseñas de acceso, resolución de problemas de acceso, enlaces relativos de las paginas, etc.–. La observación anterior también es válida respecto a la comunicación establecida entre el profesor presencial y el virtual en relación a los problemas técnicos del soporte.

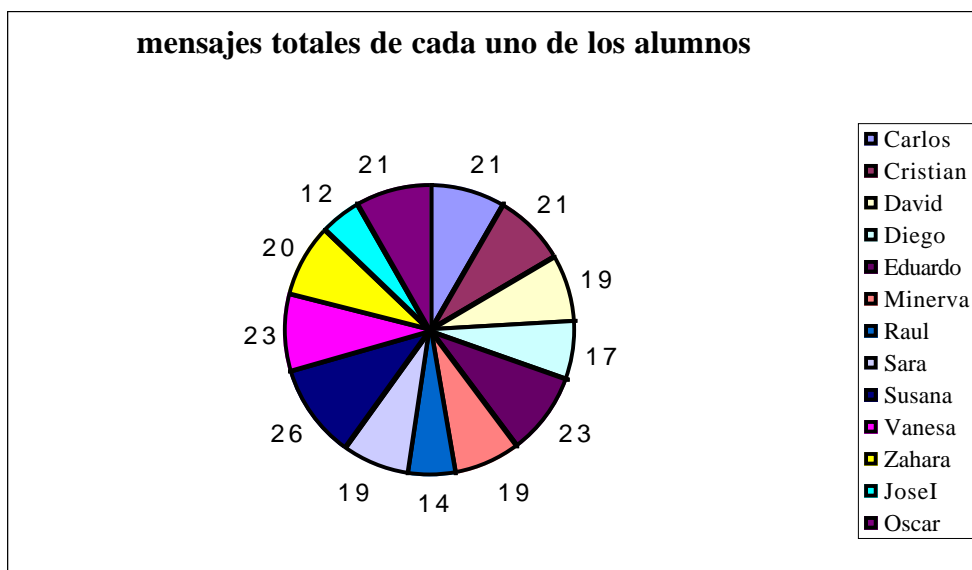
No obstante ha habido comunicación entre ellos y se han producido los siguientes intercambios de mensajes: De profesor virtual al presencial

8 mensajes, de profesor presencial al virtual 4 mensajes. y de profesor virtual al administrador de la Web: 2 mensajes.

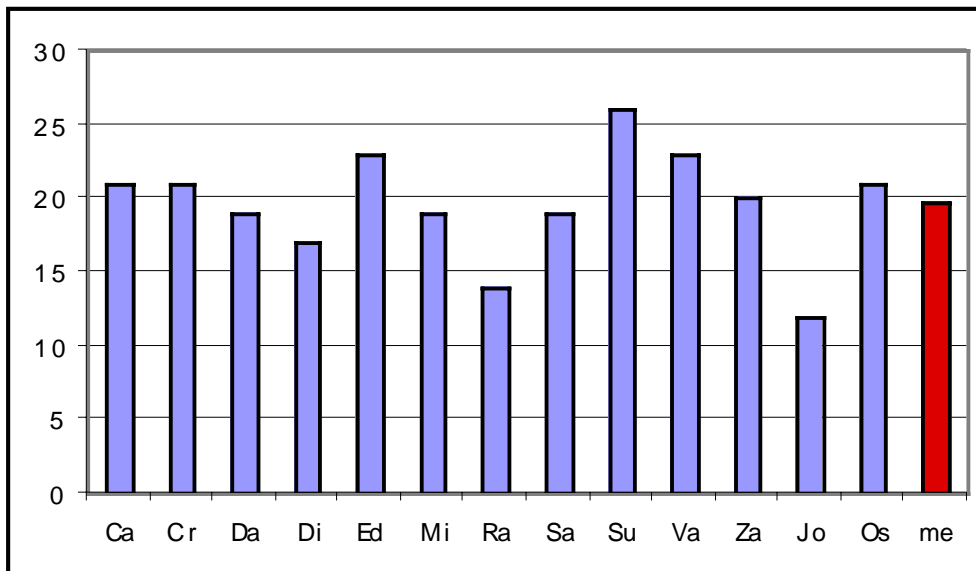
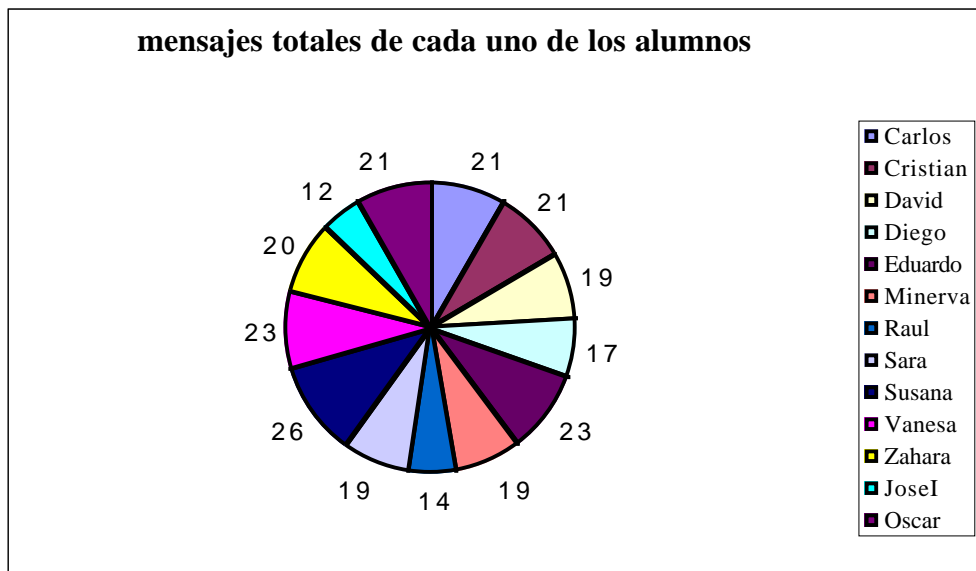
Además de este intercambio de información que se ha producido en relación al funcionamiento técnico del sistema, hay que tener en cuenta que también se han utilizado otros tipos de comunicación como el contacto telefónico o personal.

En un primer momento se comienza con 16 alumnos, la totalidad de los matriculados en la asignatura taller de Matemáticas, pero en los primeros días dos de ellos dejan de asistir y un tercero de integración no puede seguir la marcha ordinaria y aunque el sistema permite una gran flexibilidad en el ritmo, a este alumno le resulta imposible. Hemos diseñado actividades específicas para él –para que pudiera seguir en la clase– pero no lo tomamos en consideración a la hora de recoger datos y proceder a su análisis y consideramos que su seguimiento sería objeto de otro estudio. Podemos considerar por tanto que la clase estaba formada por 13 alumnos.

### 5.3.1. Mensajes totales emitidos por los alumnos.



Se emitieron por parte de los 13 alumnos, durante el desarrollo de la investigación, un total de 255 mensajes de correo electrónico, con el detalle que se presenta en el gráfico anterior y los siguientes.



La media fue de 19'62 mensajes y la desviación estándar 3'731. Aproximadamente el 54% de los participantes por encima de la media y el 46% por debajo. Podemos decir por tanto en una primera aproximación

que el número de mensajes emitidos por los alumnos fue muy homogéneo.

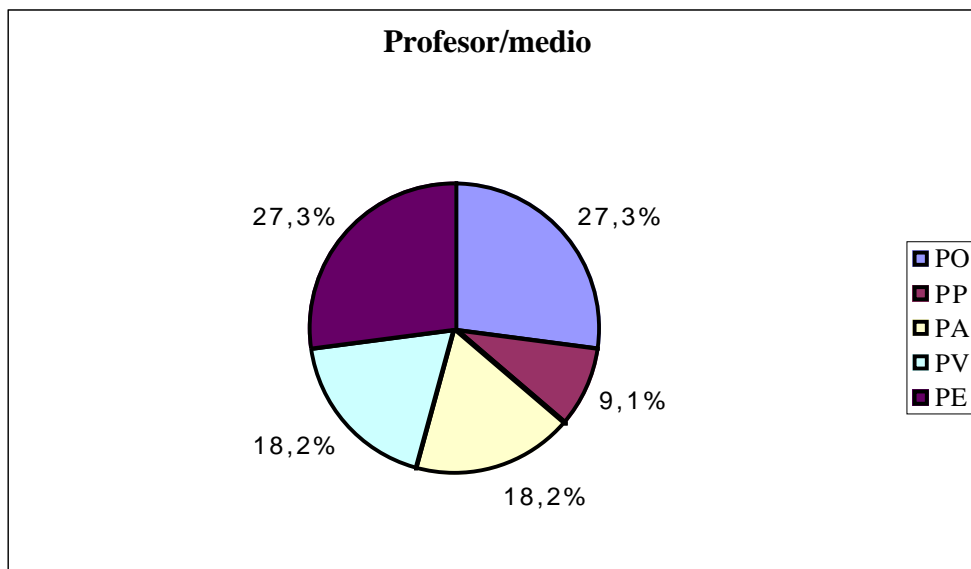
### 5.3.2. Mensajes generales emitidos por el profesor virtual.

Por parte del profesor virtual se han emitido los siguientes mensajes generales clasificados por tipos y categorías.

<b>Mensajes generales:</b>		
	<i>Profesor/medio</i>	
	PO	3
	PP	1
	PA	2
	PV	2
	PE	3
	<i>Profesor/contenido</i>	
	POR	1
	<i>Profesor/alumno</i>	
	PAN	6
	PVA	1
	PPR	3
	PCL	3

De los mensajes generales emitidos por el profesor, considerando su papel como gestor del trabajo, el número de los correspondientes a las categorías *profesor/medio*, se ha distribuido entre las cinco. Un 27% corresponden a las labores de organización y gestión del trabajo (categoría PO), otro 27% corresponde a la información que da el profesor virtual a los alumnos sobre las decisiones que toma sobre la gestión (categoría PE). Sendos 18% corresponden a las categorías PV y PA, relativas a la atención que el profesor presta a las razones de los alumnos, que cuestionan algún aspecto de la presentación de la actividades o sobre advertencias del profesor en relación con las actuaciones de los alumnos. El 7% restante corresponde a cuestiones sobre peticiones de opinión a los alumnos sobre la gestión del sistema.

El siguiente gráfico nos muestra los resultados dados en el comentario del párrafo anterior



Con respecto a la forma en que se presentan los contenidos a los alumnos, categorías *profesor/contenido*, de todas las categorías establecidas sólo se ha emitido un mensaje que corresponde a la categoría POR, en el que se dan recomendaciones de actuación en relación con las normas de funcionamiento y conducta, por tratarse de un mensaje emitido casi al comienzo del curso, se transcribe a continuación:

**Subject: Mensaje para las nuevas direcciones**  
**Date: Wed, 21 Oct 1998 20:17:36 +0100**  
**From: "Jesús Murillo Ramón" <jmurillo@dmc.unirioja.es**  
**Organization: Universidad de La Rioja**  
**To: ProyectoClavijo**

Queridos amigos:

Por el número de mensajes que han aparecido en el Tablero electrónico observo que ya os maneáis estupendamente en las replicas y contraréplicas. Pronto comenzaremos con actividades de tipo matemático y espero y deseo que resulte agradable, divertido y que sirva para que todos aprendamos un poco más cosas que nos ayuden a desenvolvernos en la vida y en el entorno escolar.

Espero y deseo que sin necesidad de abandonar el lenguaje coloquial, mantengamos todos el respeto a los demás en los mensajes y cuestiones que nos intercambiamos.

En cualquier caso como este soporte informático se plantea funda-

mentalmente desde el punto de vista educativo, considero fundamental cuidar la redacción del lenguaje de manera que resulte comprensible, pues uno de los objetivos de las matemáticas es el de CONSEGUIR COMUNICAR NUESTRAS IDEAS.

En la pagina de actividades del Proyecto, cuya dirección figura a continuación, podéis ver que ya aparece la cuestión del TITANIC, como Actividad Inicial.

Página Clavijo:

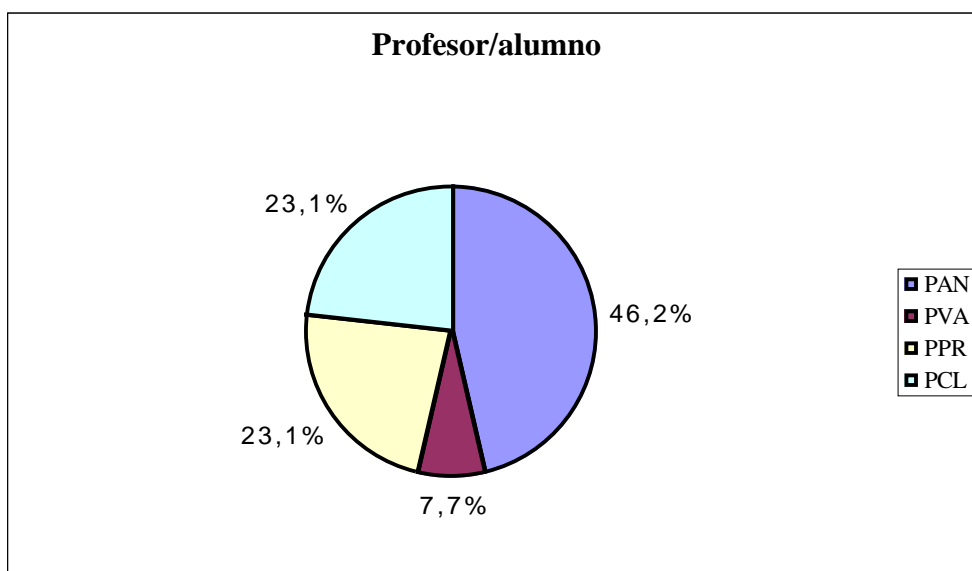
<http://www.unirioja.es/Proyectos/Clavijo/Pag.Clavijo.html>

Espero que este mensaje os llegue a todos

Saludos

Jesús

El resto de las categorías *profesor/contenido* si que aparecen cuando se trata de mensajes particulares correspondientes al intercambio personalizado entre el profesor y cada uno de los alumnos.



Las categorías *profesor/alumno* de actividades de actuación del profesor cuando se dirige a los alumnos en relación con los contenidos, que aparecen en los mensajes generales se distribuyen como sigue: El 46% son de ánimo y felicitación PAN. En algunos casos ante respuestas pertinentes pero incompletas el profesor da ánimos para continuar. El 8%, corresponden a valorar ideas PVA aportadas por los alumnos y la toma de decisiones sobre el interés de las propuestas de los alumnos para facilitar la comprensión. El 46% restante se reparte por igual entre propuestas

del profesor de nuevas perspectivas PPR del problema a partir de las respuestas dadas por los alumnos o solicitudes PCL de clarificación para facilitar la comprensión de los contenidos.

### 5.3.3. Análisis de los mensajes de correo electrónico de Cristian.

Presentamos a continuación un análisis de los mensajes de correo electrónico de Cristian en relación a las actividades que se le han planteado en la página Principal a lo largo del curso.

El número total de mensajes emitidos por Cristian ha sido de 21, el número de mensajes personalizados del profesor virtual ha sido de 11 además de los 25 emitidos con carácter general para todos los integrantes del proyecto. El estudio de los mensajes, corresponde a los enviados por Cristian con motivo de realizar alguna de las actividades planteadas durante el curso. Se han seleccionado aquellas actividades, en las que la estructura de la interacción no es simple, esto es, no se limita simplemente a *pregunta–respuesta alumno-validación del profesor*

#### PRIMERA ACTIVIDAD: PREGUNTA.

##### CATEGORIZACIÓN

##### 0. Subject: pregunta. CATEGORÍAS: PPE.

From: Jesús Murillo Ramón <jmurillo@dmc.unirioja.es>

Organization: Universidad de La Rioja

To: CRISTIAN <cristian.@proys.unirioja.es>

*Hola a todos:*

*Leyendo alguna de las respuestas y cuestiones que me enviáis me ha surgido una duda y me gustara que me ayudaseis.*

*La cuestión es la siguiente:*

*Dado un rombo no cuadrado, si lo cortamos por su diagonal menor se obtienen dos triángulos iguales ¿Es posible pegarlos de nuevo de manera que el cuadrilátero que se obtenga sea un cuadrado? Razona tu respuesta. Por supuesto puedes utilizar el programa Cabri para tus*

*argumentaciones.*

**1. Subject: solución pregunta. CATEGORÍAS: ARE, AEX, ACN.**

From: "CRISTIAN " &lt;cristian@proys.unirioja.es&gt;

To: "Jesús Murillo Ramón" &lt;jmurillo@dmc.unirioja.es&gt;,

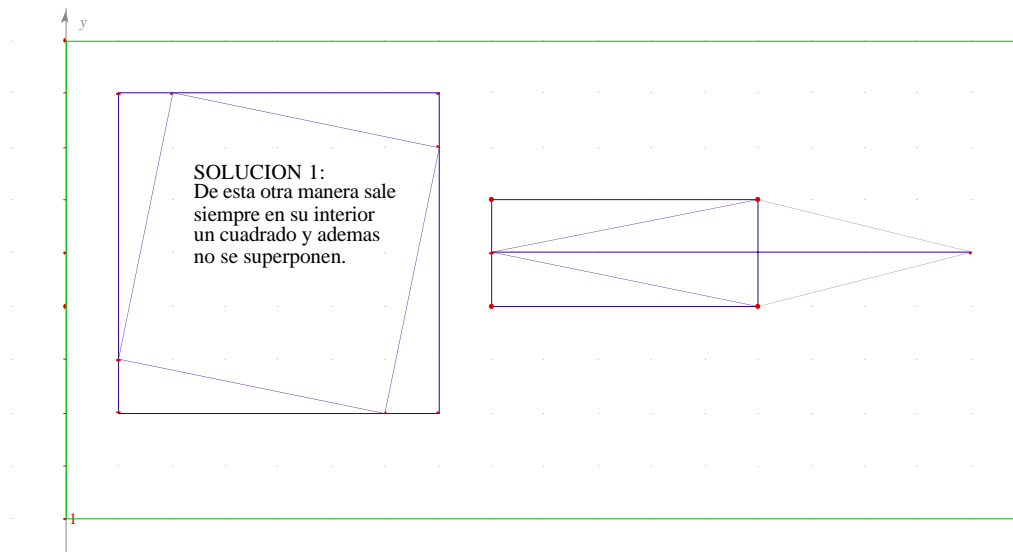
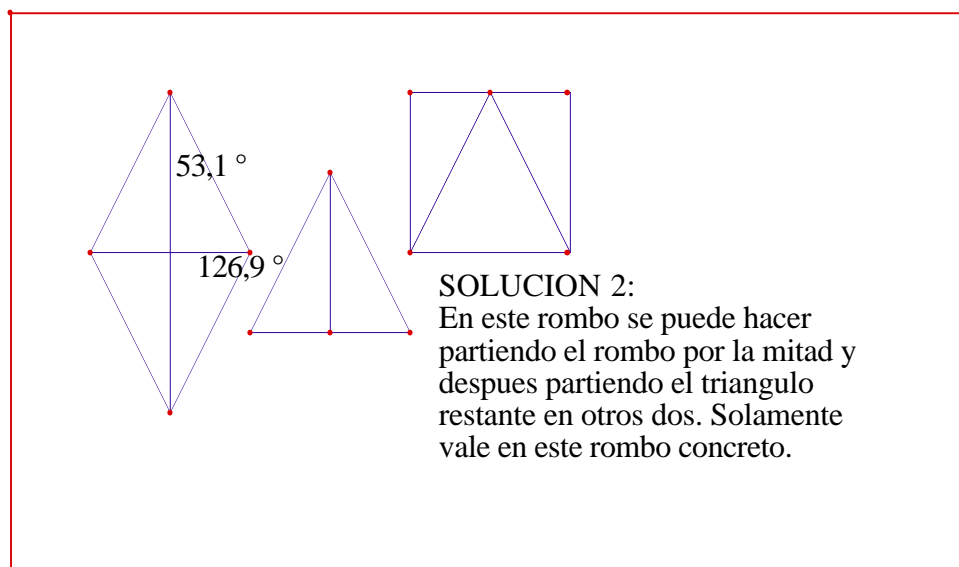
*Hola:**Le envío las soluciones que se me han ocurrido a su pregunta.**Un saludo:**Cristian*

Name: ROMCUAD.fig

Type: Cabri figura (quoted-printable)

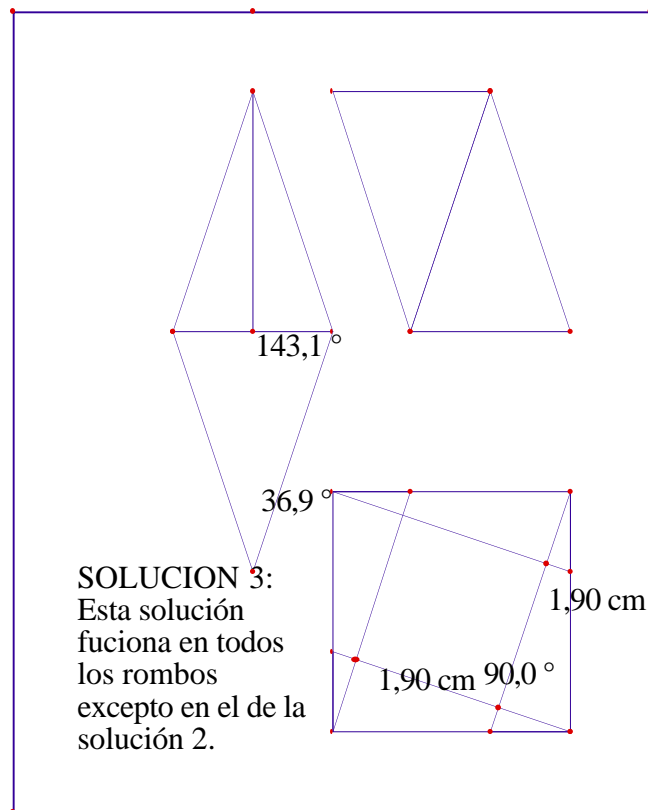
Encoding: quoted-printable

Description: ROMCUAD.fig (Cabri-géomètre II Figura)

**ROMCUAD.fig-1****ROMCUAD.fig -2**



ROMCUAD.FIG-3



**2. Subject: Re: solucion pregunta. CATEGORÍAS: PVA, PEX, PSI**

From: Jesús Murillo Ramón <jmurillo@dmc.unirioja.es>

Organization: Universidad de La Rioja

To: CRISTIAN <cristian.@proys.unirioja.es>

Hola Cristian:

*En las soluciones que envías a la pregunta que os planteaba, sólo en la Solución 2 el cuadrado construido tiene la misma área que el rombo de partida, en todas las demás el cuadrado obtenido no tiene la misma área.*

*En la solución 2, para que el rombo obtenido tenga la misma área que el rombo inicial, ¿se tienen que dar unas determinadas condiciones en cuanto a alguno de sus elementos?, ¿se verifica para cualquiera? Razona tu respuesta e intenta dar un teorema que recoja las condiciones en las que se cumple o no esta situación.*

*Si no he sido suficientemente claro con mi pregunta, no tengas inconveniente en pedirme cualquier aclaración.*

Saludos. Jesús

**3. Subject: respuesta a romcuad. CATEGORÍAS. ARE, ACO, ADE.**

From: "CRISTIAN " <cristian@proys.unirioja.es>

To: "Jesús Murillo Ramón" <jmurillo@dmc.unirioja.es> ,

Hola: He recibido la respuesta a la solución de la cuestión del rombo. He visto las nuevas preguntas que proponía y he modificado las soluciones aclarándolas.

Un saludo: Cristian

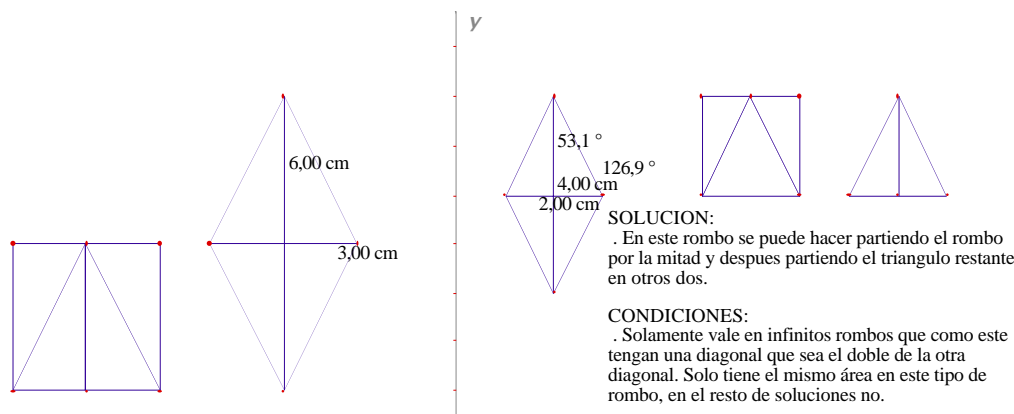
Name: ROMCUAD2.fig

Type: Cabri figura (quoted-printable)

Encoding: quoted-printable

Description: ROMCUAD2.fig (Cabri-géomètre II Figura).

#### ROMCUAD2



#### 4. Subject: de nuevo la pregunta. CATEGORÍAS. PCL, PPR, PAN.

From: Jesús Murillo Ramón <jmurillo@dmc.unirioja.es>

Organization: Universidad de La Rioja

To: "Proyecto Clavijo"

Hola a todos:

Con la pregunta que os planteaba en relación al rombo y al cuadrado, casi con toda seguridad por no haberla hecho con suficiente claridad, ha habido diversas interpretaciones que han aportado muy variadas respuestas, y muchas de ellas realmente creativas y originales. En cualquier caso quiero seguir insistiendo un poquito, planteándola de nuevo, aunque un poco modificada.

Creo que es interesante seguir, pues aparecen propiedades de los cuadriláteros y triángulos que justifican las posibles respuestas, así que de nuevo la pregunta: "Dado un rombo no cuadrado, si lo cortamos por su diagonal menor se obtienen dos triángulos iguales ¿Es posible pegarlos de nuevo (POR UNO DE SUS LADOS IGUALES) de manera que el cuadrilátero que se obtenga sea un cuadrado? Razona tu respuesta. Por supuesto puedes utilizar el programa Cabri para tus argumentaciones"

#### 5. Subject: De nuevo respuesta. CATEGORÍAS. ARE, AEX, ADE.

From: "CRISTIAN " <cristian@proys.unirioja.es>

To: "Jesús Murillo Ramón" <jmurillo@dmc.unirioja.es>

Hola: De nuevo le envío las respuestas a la cuestión que nos planteo sobre el rombo y que de nuevo nos plantea. Envío mis conclusiones en el fichero adjunto de Cabri. Espero que esta vez sean lo suficientemente concisas y explicativas.

Un saludo: Cristian

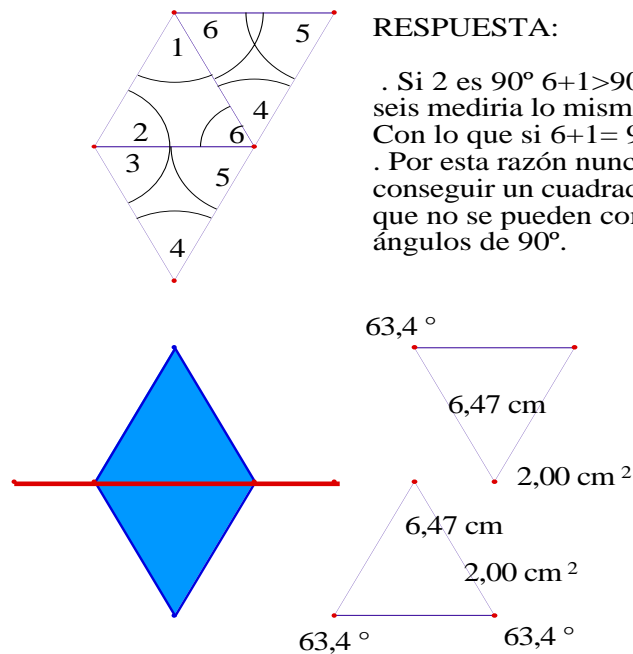
Name: ROMCUAD3.fig

Type: Cabri figura (quoted-printable)

Encoding: quoted-printable

Description: ROMCUAD3.fig (Cabri-géomètre II Figura)

### ROMCUAD3



RESPUESTA:

. Si 2 es  $90^\circ$   $6+1 > 90^\circ$  porque seis mediría lo mismo que 2.  
 Con lo que si  $6+1 = 90^\circ$ ,  $2 < 90^\circ$ .  
 . Por esta razón nunca se podrá conseguir un cuadrado, puesto que no se pueden conseguir dos ángulos de  $90^\circ$ .

### 6. Subject: Re: respuesta a romcuad. CATEGORÍAS. PVA

From: Jesús Murillo Ramón <jmurillo@dmc.unirioja.es>

Organization: Universidad de La Rioja

To: CRISTIAN <cristian@proys.unirioja.es>

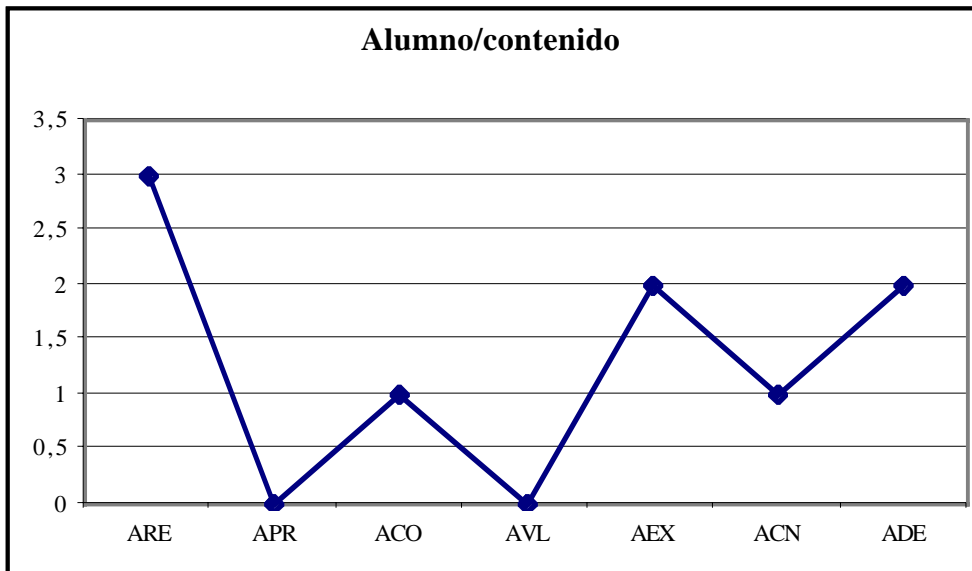
*Hola Cristian. Tus aclaraciones me han servido perfectamente. Gracias*

*Saludos: Jesús.*

#### CRISTIAN. PREGUNTA COMPLETA.

CATEGORÍAS		Profesor/alumno	
Alumno/contenido		PEX	1
ARE	3	PCL	1
APR	0	PCA	0
ACO	1	PVA	2
AVL	0	PPR	1
AEX	2	PAN	1
ACN	1	PSI	1
ADE	2	TOTAL	7
TOTAL	9		

Profesor/contenido	
POR	0
PPE	1
PCO	0
PVL	0
TOTAL	1



### Análisis de las interacciones correspondiente a la actividad PRE-GUNTA.

#### PERFIL DE APRENDIZAJE

En el **Momento 0**, el profesor plantea la pregunta y al alumno Cristian responde en el Momento 1, explicando lo que hace y establece las condiciones en las que se cumplen las condiciones, adjuntando como justificación en el mensaje de correo electrónico los correspondientes archivos de Cabri.

En el **Momento 2**, el profesor valora las respuestas, explora los posibles significados de las mismas e intenta que el alumno sistematice los conocimientos, planteando las preguntas adecuadas y solicitando al alumno que recoja el resultado en forma de teorema.

En el **Momento 3**, Cristian ante las nuevas preguntas planteadas, modifica las soluciones y las aclara, demostrando comprensión de las misma y estableciendo las condiciones.

En el **Momento 4**, el profesor ante las nuevas respuestas, sugiere nuevas cuestiones, aclarando alguna situación y le anima a seguir completando la respuesta.

En el **Momento 5** el alumno responde, establece conclusiones sobre lo tratado y da el resultado en forma de proposición.

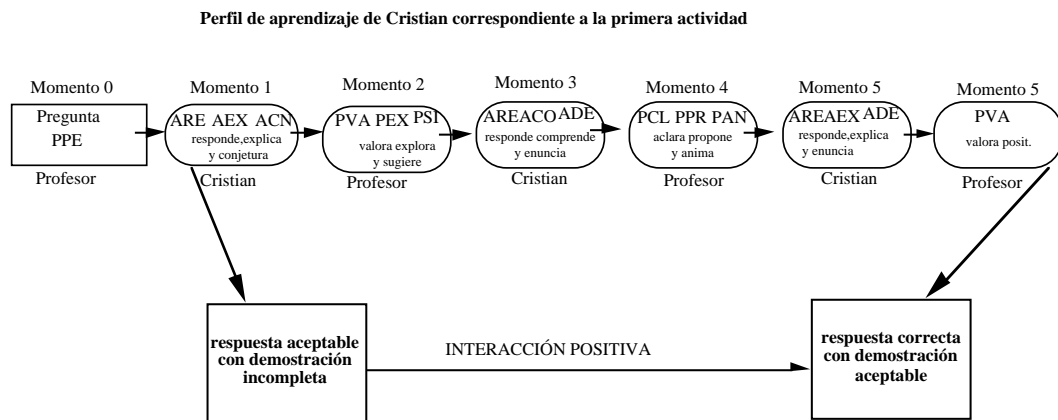
Finalmente el profesor en el **Momento 6**, valora positivamente la actuación del alumno y las últimas propuestas, dando por finalizada la interacción relativa a PREGUNTA.

### EFICACIA

*Consideramos que la interacción ha sido altamente positiva, dado que a partir de la primera respuesta del alumno y mediante las preguntas y sugerencias del profesor se ha conseguido mejorar, completar su respuesta y justificación. Podemos considerar que el alumno ha pasado de una respuesta, explicación incompleta y con una conjetura a una respuesta, justificación completa y enunciado en forma de proposición, aunque su deducción es mejorable.*

Para completar el análisis de la interacción y su efectividad, presentamos a continuación el gráfico interactivo correspondiente a la primera actividad:

## GRÁFICO INTERACTIVO

**SEGUNDA ACTIVIDAD: ACTIVIDAD A7****CATEGORIZACIÓN****0. Pregunta. Actividad A7. CATEGORÍAS: PPE, PCO, PSI.**

*Dibuja un triángulo ABC. Dibuja la bisectriz del ángulo ACB, como en la figura.*

*Toma las medidas de segmentos que te hagan falta.*

*Divide AH / BH y también AC / BC.*

**Pregunta 7A:**

*¿Por qué los resultados de las divisiones anteriores son iguales? Razona la respuesta.*

**Pregunta 7B:**

*Este resultado es, sin duda, un TEOREMA. Enuncia con tus palabras el TEOREMA anterior y ponle el nombre que te apetezca.*

**1. Subject: CRISA7. CATEGORÍAS: ACO, ARE, ADE.**

From: "CRISTIAN" <cristian@proys.unirioja.es>

To: jmurillo@dmc.unirioja.es

Name:

CrisA7.fig

Type: Cabri figura (quoted-printable)

Encoding: base64.

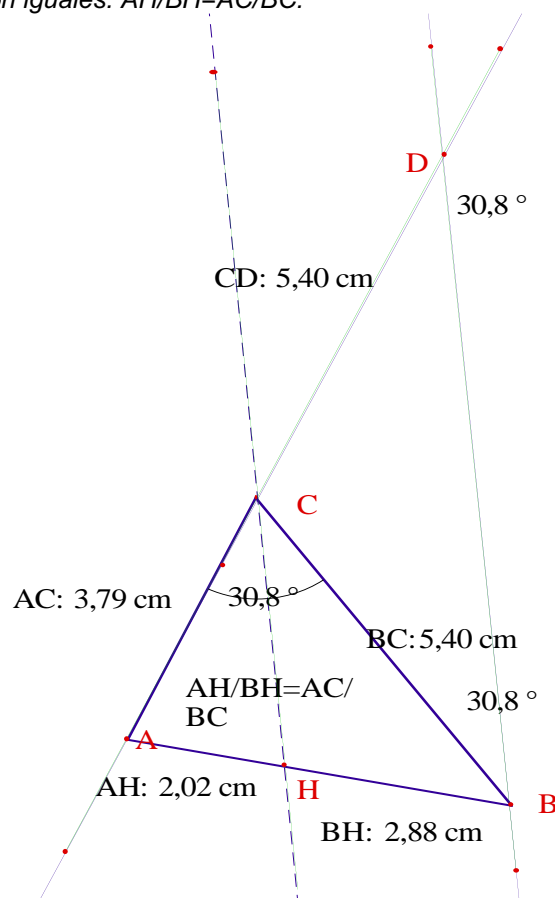
**RESPUESTAS:**

*Porque los segmentos formados por la bisectriz son proporcionales a AC y BC. Con el teorema de Tales se ve, que prolongando los lados del triangulo se forma uno mayor en*

el que se aprecia que el triángulo puede ser una construcción de Tales. Y que el lado BC es igual al CD porque el lado BC está trazado desde la intersección de una paralela con la diagonal del teorema formando la bisectriz en el triángulo y dividiendo el ángulo del triángulo en dos, estos nuevos ángulos miden lo mismo que el ángulo D y por eso al trazar el lado BC es igual al lado CD.

TEOREMA: . Se cumple la siguiente propiedad:

Por Tales se cumple lo siguiente  $AC/AH=BC/BH$ , modificándolo y haciendo producto de extremos es igual a producto de medios se saca la otra relación  $AH/BH = AC/BC$ . Estas dos relaciones son iguales.  $AH/BH=AC/BC$ .



## 2. Subject: Otra vez A7. CATEGORÍAS. AEX, ADE.

From: "CRISTIAN " <cristian@proys.unirioja.es>

To: "Jesús Murillo Ramón" <jmurillo@dmc.unirioja.es>

Hola:

Vuelvo a enviarle la actividad A7 con sus respuestas y con la respuesta a porque el triángulo es isosceles añadida al fichero.

Un saludo: Cristian

Activa7.fig

Name: Activa7.fig





. Por Tales se cumple lo siguiente  $AC/AH=BC/BH$ , modificandolo y haciendo producto de extremos es igual a producto de medios se saca la otra relación  $AH/BH=AC/BC$ . Estas dos relaciones son iguales.

RESPUESTA AL TRIANGULO ISOSCELES:

. El triangulo es isosceles porque el ángulo 1 es alterno interno con el 4 y el 2 es correspondiente al ángulo 3 y como el 3 y el 1 estan formados por una bisectriz son iguales y miden lo mismo. Con lo que 2 a su vez mide lo mismo que 3 y por tanto lo mismo que 1 y 4. Como tiene dos ángulos iguales es un triangulo isosceles.  $AH/BH = AC/BC$

### 3. Subject: Teorema Actividad A7. CATEGORÍAS: ADE.

From: "CRISTIAN " <cristian. @proys.unirioja.es>  
To: "Jesús Murillo Ramón" <jmurillo@dmc.unirioja.es>,

Hola:

Le envio de nuevo el teorema de la actividad A7 en el fichero de Cabri, pero esta vez formulado en forma de teorema.

Un saludo:

Cristian

ActivA7.fig

Name: ActivA7.fig

Type: Cabri figura (quoted-printable)

Encoding: quoted-printable

Description: ActivA7.fig (Cabri-gEomÈtre II Figura)

RESPUESTAS:

Pregunta 7: ¿Por qué los resultados de las divisiones anteriores son iguales? Razona la respuesta.

Porque los segmentos formados por la bisectriz son proporcionales a AC y BC. Con el teorema de Tales se ve, que prolongando los lados del triangulo se forma uno mayor en el que se aprecia que el triangulo puede ser una construcción de Tales. Y que el lado BC es igual al CD porque el lado BC esta trazado desde la intersección de una paralela con la diagonal del teorema formando la bisectriz en el triangulo y dividiendo el ángulo del triangulo en dos, estos nuevos angulos miden lo mismo que el ángulo D y por eso al trazar el lado BC es igual al lado CD.

TEOREMA:

Dado un triángulo cualquiera ABC si trazamos la bisectriz del ángulo C se determinan en el lado opuesto dos segmentos AH y BH que son proporcionales a los segmentos AC y BC.

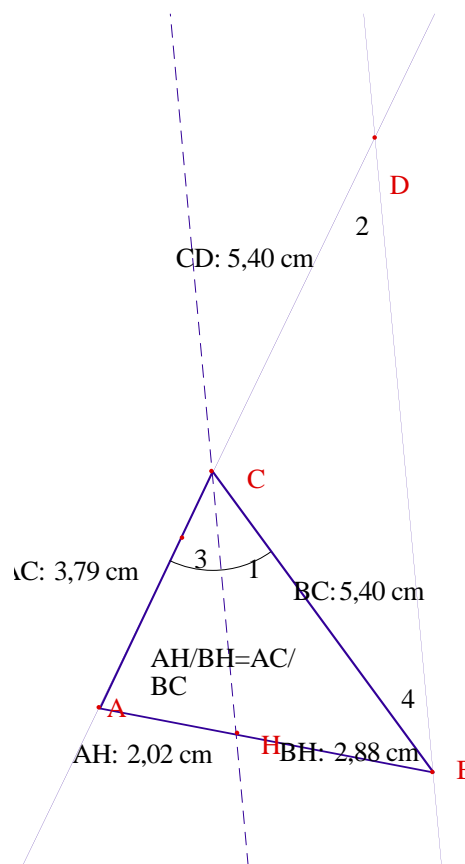
DEMOSTRACION:

Se cumple la siguiente propiedad:

Por Tales se cumple lo siguiente  $AC/AH=BC/BH$ , modificandolo y haciendo producto de extremos es igual a producto de medios se saca la otra relación  $AH/BH=AC/BC$ . Estas dos relaciones son iguales.

RESPUESTA AL TRIANGULO ISOSCELES:

El triangulo es isosceles porque el ángulo 1 es alterno interno con el 4 y el 2 es correspondiente al ángulo 3 y como el 3 y el 1 estan formados por una bisectriz son iguales y miden lo mismo. Con lo que 2 a su vez mide lo mismo que 3 y por tanto lo mismo que 1 y 4. Como tiene dos ángulos iguales es un triangulo isosceles.  $AH/BH = AC/BC$



#### 4. Subject: Re: Teorema Actividad A7. CATEGORÍAS. PVA, PPR.

From: Jesús Murillo Ramón <jmurillo@dmc.unirioja.es>

Organization: Universidad de La Rioja

To: CRISTIAN <cristian. @proys.unirioja.es>

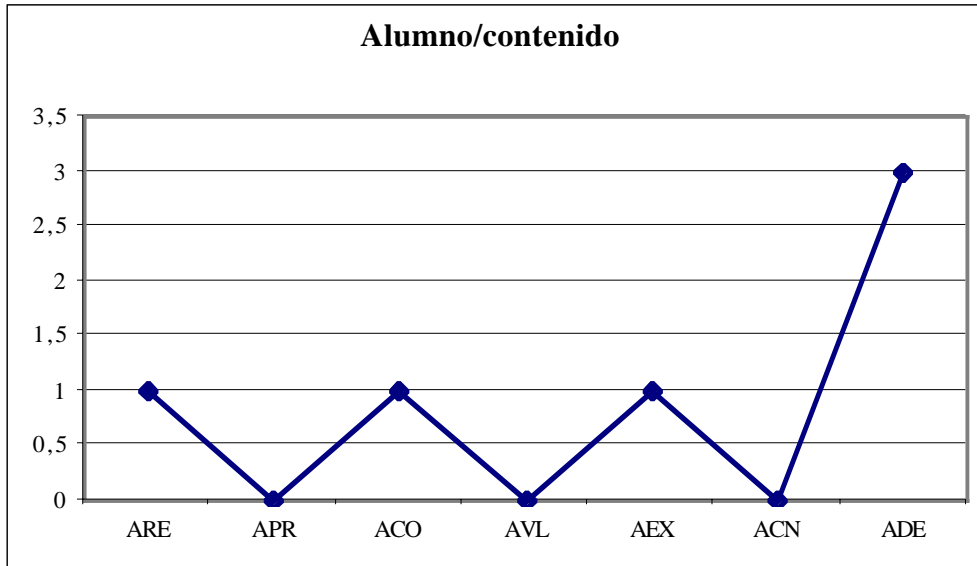
*hola Cristian: El archivo que me has enviado en relación a la actividad A7 es muy completo y me parece estupendo. Señalarte únicamente que el enunciado del teorema se puede hacer más general sin señalar un ángulo determinado del triángulo.*

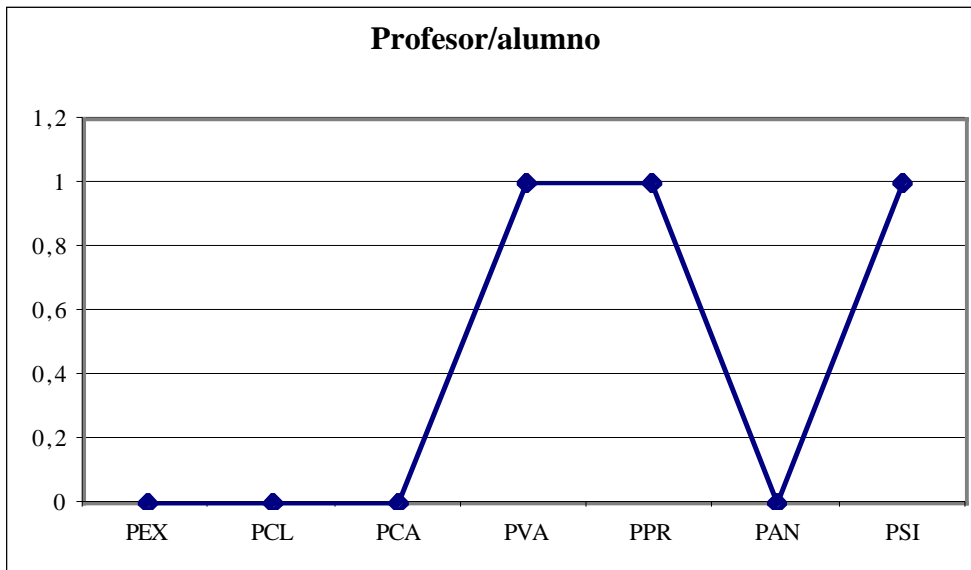
Saludos: Jesús

**CRISTIAN. ACTIVIDAD A7.**

**CATEGORÍAS**

Alumno/contenido		Profesor/alumno	
ARE	1	PEX	0
APR	0	PCL	0
ACO	1	PCA	0
AVL	0	PVA	1
AEX	1	PPR	1
ACN	0	PAN	0
ADE	3	PSI	1
TOTAL	6	TOTAL	3
Profesor/contenido			
POR	0		
PPE	1		
PCO	1		
PVL	0		
TOTAL	2		





### Análisis de las interacciones correspondiente a la actividad Actividad 7.

#### PERFIL DE APRENDIZAJE

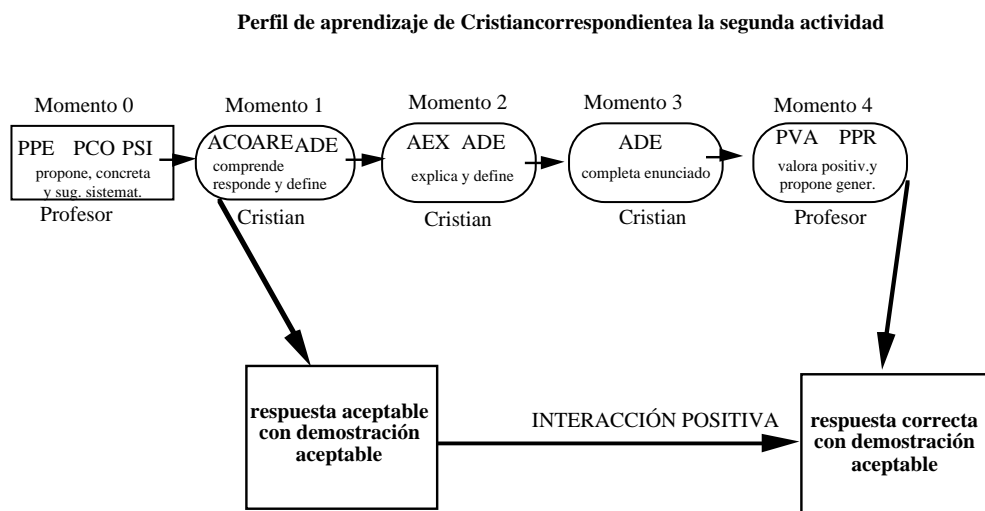
El profesor plantea la actividad en el **Momento 0** y concreta al alumno los trabajos a realizar, a la vez que le señala que como resultado de su trabajo debe institucionalizar los contenidos resultantes, enunciándolos en forma de teorema. En el **Momento 1** el alumno responde a las tareas planteadas, dando muestras de que ha comprendido y recoge en forma de teorema los resultados obtenidos en la solución de la actividad. En el **Momento 2**, el alumno establece por si mismo nuevas conclusiones, explica algún aspecto nuevo y enuncia los resultados de forma más completa, realizando alguna modificación en el resultado enviado con anterioridad, añadiendo algo nuevo, lo enuncia en forma de teorema pero sin demostración. En el **Momento 3**, completa los resultados anteriores, añadiendo la demostración. En el **Momento 4**, el profesor valora muy positivamente el trabajo realizado por el alumno, aunque le plantea la posibilidad de generalizar los resultados, pudiendo enunciar un teorema más general.

## EFICACIA

Podemos decir que en este caso la interacción ha sido positiva, aunque el "diálogo guiado" del profesor ha sido menos intenso, que en el caso anterior. El alumno con el tiempo ha ido mejorando progresivamente su respuesta y la labor del profesor en este caso se ha limitado a plantear la actividad de forma adecuada y a valorar positivamente el esfuerzo del alumno.

Completamos el análisis con el perfil de aprendizaje con el gráfico del perfil de aprendizaje

## GRÁFICO INTERACTIVO

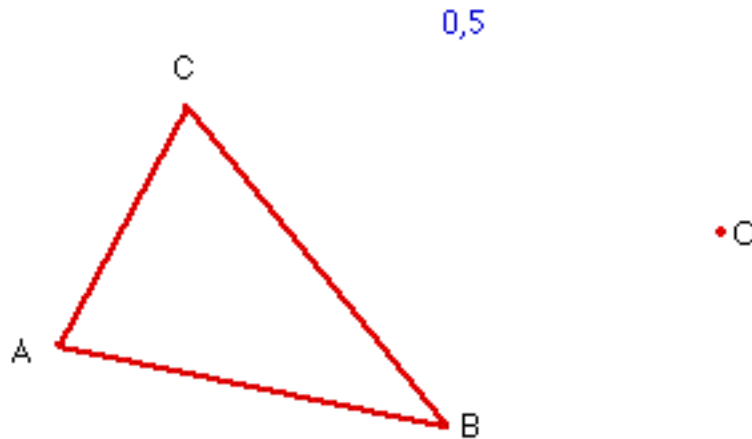


## TERCERA ACTIVIDAD: ACTIVIDAD 8.

### CATEGORIZACIÓN.

#### 0. Pregunta. Actividad A8. CATEGORÍAS: POR, PPE, PCO.

Dibuja un triángulo ABC y un punto O como en la figura siguiente. Con Edición numérica escribe en la pantalla el número 0,5. Activa la opción Homotecia (búscala) y pica con el ratón 3 veces sucesivamente: en el triángulo, en el punto O y en el número 0,5.



Se obtiene otro triángulo que llamaremos  $A'B'C'$ . Mide los lados del triángulo  $ABC$  y los del  $A'B'C'$ , haz operaciones y trata de establecer una relación entre esas medidas y el número de la pantalla. Ahora con Edición numérica pica en el número 0,5 y modifícalo. ¿Se mantiene la relación anterior? ¿Qué ocurre si el número es negativo?

**Pregunta 8A**

¿Qué relación has encontrado?

**Pregunta 8B**

¿Son iguales los triángulos  $ABC$  y  $A'B'C'$ ?

¿Cómo son entre sí?

**Pregunta 8C**

¿Cómo llamarías al número que has escrito directamente en la pantalla?

**Pregunta 8D**

Mide ahora lo siguiente:

Los perímetros de los triángulos  $ABC$  y  $A'B'C'$ .

Las alturas de los triángulos  $ABC$  y  $A'B'C'$  (primero hay que dibujarlas bien).

Las áreas de los triángulos  $ABC$  y  $A'B'C'$ .

Busca ahora relaciones entre las medidas que has tomado y el número de la pantalla.

Intenta ser lo más preciso posible.

**1. Subject: Actividad A8. CATEGORÍAS: ARE, ACO, ADE, AP, AE.**

From: "CRISTIAN " <cristian. @proys.unirioja.es>

To: "Jesús Murillo Ramón" <jmurillo@dmc.unirioja.es> ,

Hola:: Le envío las respuestas a las cuestiones planteadas en la actividad A8 en el fichero de Cabri. Quería comentarle que en la página del proyecto solo aparecen activadas las cuatro primeras preguntas, por lo que faltan esta y todas las demás preguntas. Espero que se solucione y podamos continuar con la actividad A9. Un saludo: Cristian

ActivA8.fig

Name: ActivA8.fig

Type: Cabri figura (quoted-printable)

Encoding: quoted-printable

Description: ActivA8.fig (Cabri-gÈomÈtre II Figura).

h: 1,37 cm

H: 2,74 cm

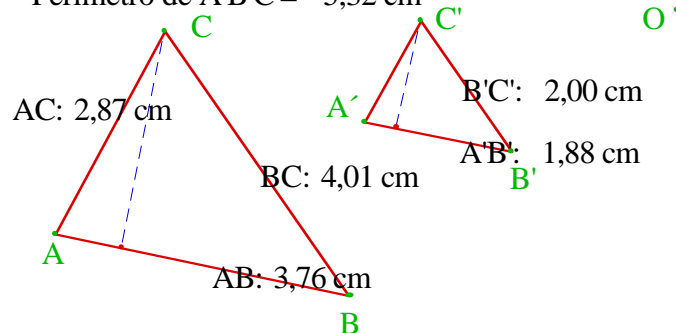
A'C': 1,43 cm

Area de ABC=5,15 cm<sup>2</sup>

Area de A'B'C'= 1,29 cm<sup>2</sup>

Perimetro de ABC= 10,63 cm

Perimetro de A'B'C'= 5,32 cm



$$\frac{AC}{A'C'} = 2,00 \quad \frac{A'B'}{AB} = 0,5$$

**Pregunta 8A:**

*La relación que se establece es que  $AB/A'B'=BC/B'C'=AC/A'C'$ . Los lados de estos dos triángulos son proporcionales y si tu divides en uno un lado por otro cualquiera y repites la operación en el otro la solución es la misma.*

**Pregunta 8B:**

*No son iguales. Son proporcionales entre si.*

**Pregunta 8C:**

*Llamaria al numero factor de proporción.*

**Pregunta 8D:**

*Los perímetros de los triángulos: 10,63cm 5,32cm*

*Las alturas de los triángulos: 2,74 cm y 1,37 cm*

*Las áreas de los triángulos: 5,15 cm<sup>2</sup> y 1,29 cm<sup>2</sup>.*

**RELACIONES:**

*Las relaciones que se forman son que al dividir una medida del triangulo pequeño por su correspondiente en el grande da el factor de proporción(0.5)en todos los casos. Tambien que las medidas del triangulo menor son 1/2 menores que las del triangulo mayor.*

*. La relación entre las áreas es que la del triangulo mayor entre la del menor es igual al cuadrado del factor de proporción.*

*Si modificamos el numero 0,5 la relación sigue existiendo. Y si es negativo tambien, aunque el triangulo pequeño se invierte.*

**2. Subject: Re: Actividad A8. CATEGORÍAS: PV, PVA.**

From: Jesús Murillo Ramón <jmurillo@dmc.unirioja.es>

Organization: Universidad de La Rioja

To: CRISTIAN <cristian.etayo@proys.unirioja.es>

*Hola Cristian: Gracias por el aviso en relación con las actividades.*

*He recibido tus respuestas a las cuestiones planteadas en la actividad A8 y decirte que son correctas.*



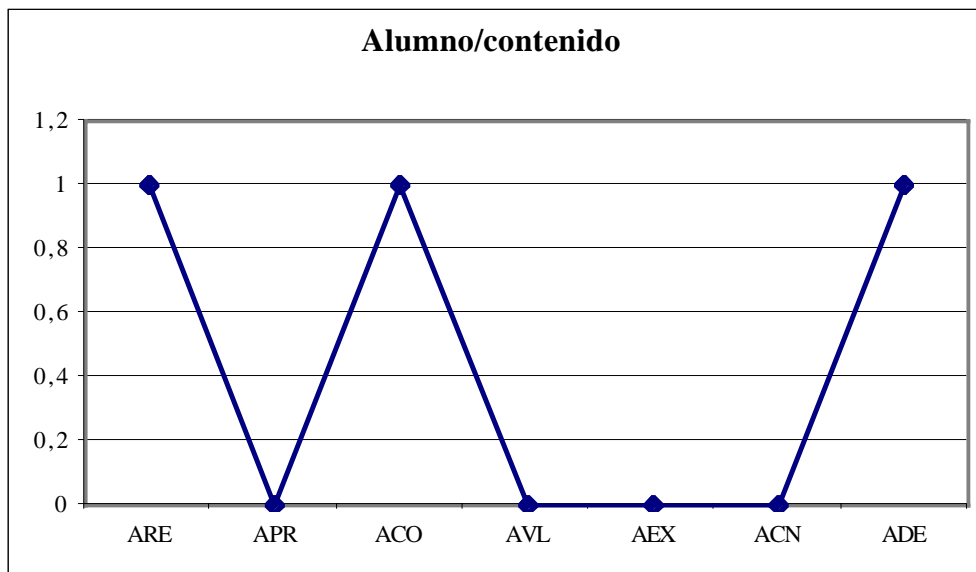
Saludos: Jesús

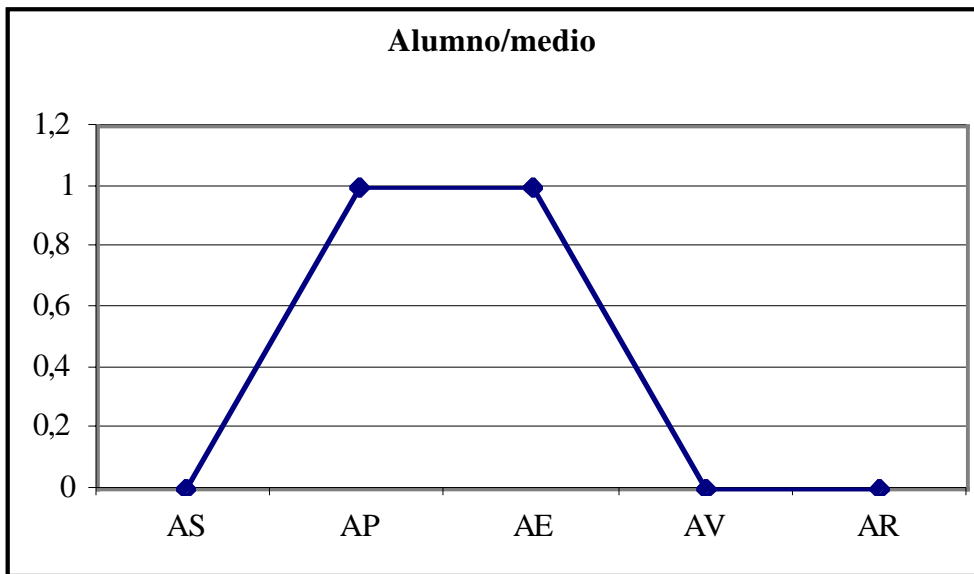
**CRISTIAN. ACTIVIDAD A8.**

CATEGORÍAS		Profesor/alumno	
Alumno/contenido		PEX	0
ARE	1	PCL	0
APR	0	PCA	0
ACO	1	PVA	1
AVL	0	PPR	
AEX	0	PAN	0
ACN	0	PSI	
ADE	1	TOTAL	1
TOTAL	3		

Profesor/contenido	
POR	1
PPE	1
PCO	1
PVL	0
TOTAL	3

Profesor/medio		Alumno/medio	
PO	0	AS	0
PP	0	AP	1
PE	0	AE	1
PV	1	AV	0
PA	0	AR	0
TOTAL	1	TOTAL	2





### **Análisis de la interacciones correspondiente a la actividad A8.**

#### **PERFIL DE APRENDIZAJE**

En el **Momento 0** el profesor organiza y pregunta las cuestiones correspondientes a la actividad, concretando las tareas a realizar por los alumnos. En el **Momento 1**, el alumno responde a las cuestiones planteadas, dando muestras de comprender las tareas realizadas, recogiendo los resultados obtenidos en forma de proposición. En relación al medio comenta algún aspecto de la presentación de las actividades en la página principal y muestra su deseo de que el proceso sea gestionado con eficacia. En el **Momento 2** el profesor valora y agradece el aviso sobre el funcionamiento del sistema y valora positiva mente las respuestas dadas por el alumno.

#### **EFICACIA**

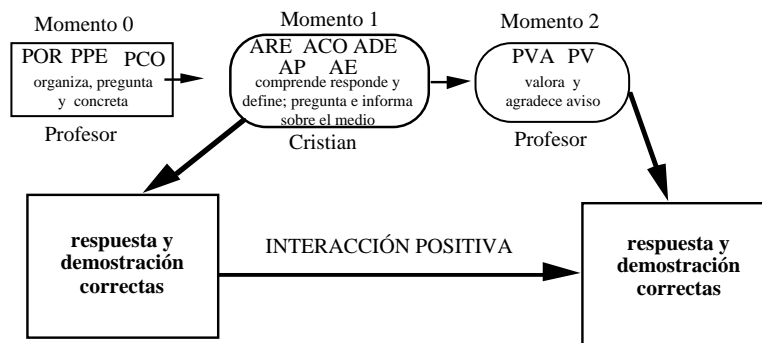
Se trata de una interacción que podíamos decir simple: *pregunta-respuesta-valoración por el profesor*, en la que la intervención del profesor se limita prácticamente en este caso a proponer de forma correcta la actividad y buenas preguntas en el enunciado de la actividad. Consideramos no obstante que la interacción es positiva, pues ha permiti-

do al profesor mejorar la gestión y control del entorno de aprendizaje. Un interés añadido de esta interacción, puede ser que en el desarrollo de la misma se pone en evidencia la participación del alumno como controlador de la gestión del medio.

A continuación presentamos el esquema de aprendizaje correspondiente a esta actividad:

**GRÁFICO INTERACTIVO**

Perfil de aprendizaje de Cristian correspondiente a la tercera actividad



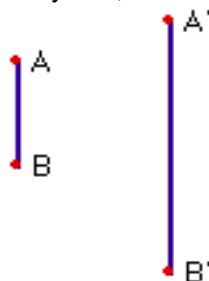
**CUARTA ACTIVIDAD: ACTIVIDAD A9**

**CATEGORIZACIÓN**

0. Pregunta: Actividad A9. CATEGORÍAS: POR, PPE, PCO.

Pregunta 9A

Dibuja dos segmentos paralelos AB y A'B', como en la figura siguiente:

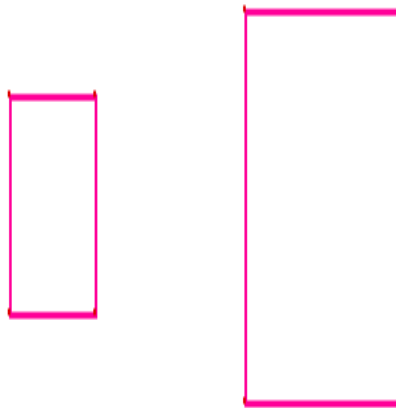


a) Halla la razón y el centro de la homotecia directa que transforma AB en A'B'.

b) Halla también la razón y el centro de la homotecia inversa que hace la misma transformación.

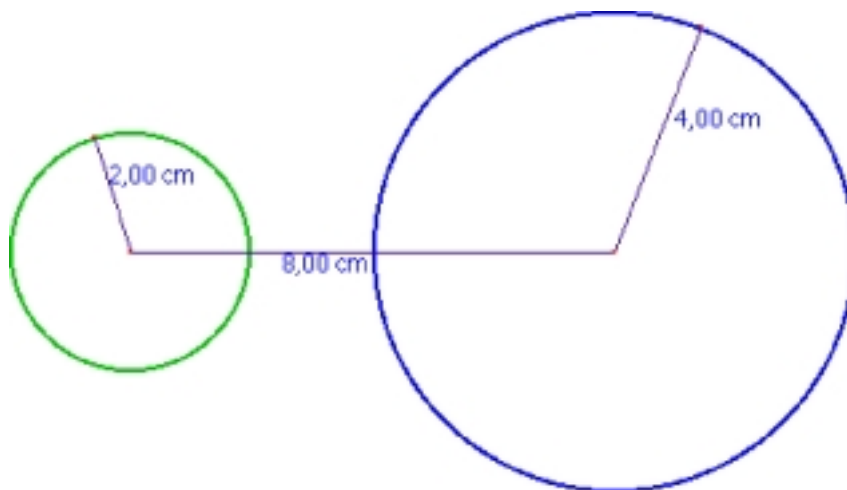
### Pregunta 9B

Dibuja ahora dos cuadrados de lados paralelos como los de la figura que se muestra a continuación y responde a las preguntas a) y b) del apartado anterior.



### Pregunta 9C

Dibuja dos circunferencias de radios 2 y 4 cm, de manera que los centros estén separados 8 cm. Responde igualmente a las preguntas a) y b) del primer apartado.



1. Subject: Actividad A9. CATEGORÍAS: ARE, ACO, ADE.

From: "CRISTIAN " <cristian@proys.unirioja.es>

To: "Jesús Murillo Ramón" <jmurillo@dmc.unirioja.es>,

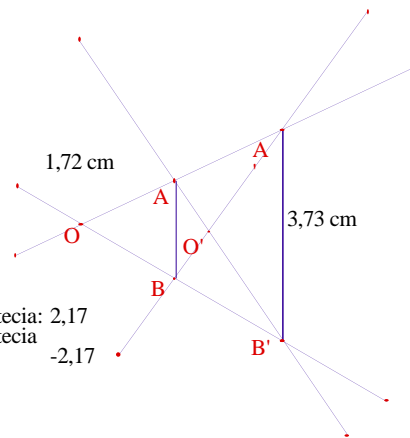
Hola: De nuevo le escribo para enviarle más actividades. Esta vez se trata de la actividad A9. Esta terminada y respondo a todas las cuestiones en el fichero de Cabri. Espero que esten bien. Un cordial saludo: Cristian

Name: ActivA9.fig  
 Type: Cabri figura (quoted-printable)  
 Encoding: quoted-printable  
 Description: ActivA9.fig (Cabri-gEomÈtre II Figura)

Pregunta 9A:

- a) La razón de homotecia se saca de dividir el segmento proyectado con el anterior. El centro de homotecia se haya trazando una recta que pase por los puntos A y A'. Y otra que pase por B yB'. En su intersección esta el centro de homotecia.
- b) La razón de homotecia inversa es el numero negativo de la anterior. El centro de homotecia inversa se haya trazando una recta del punto A al B' y del punto B' al A'. Su intersección es el centro de homotecia inversa.

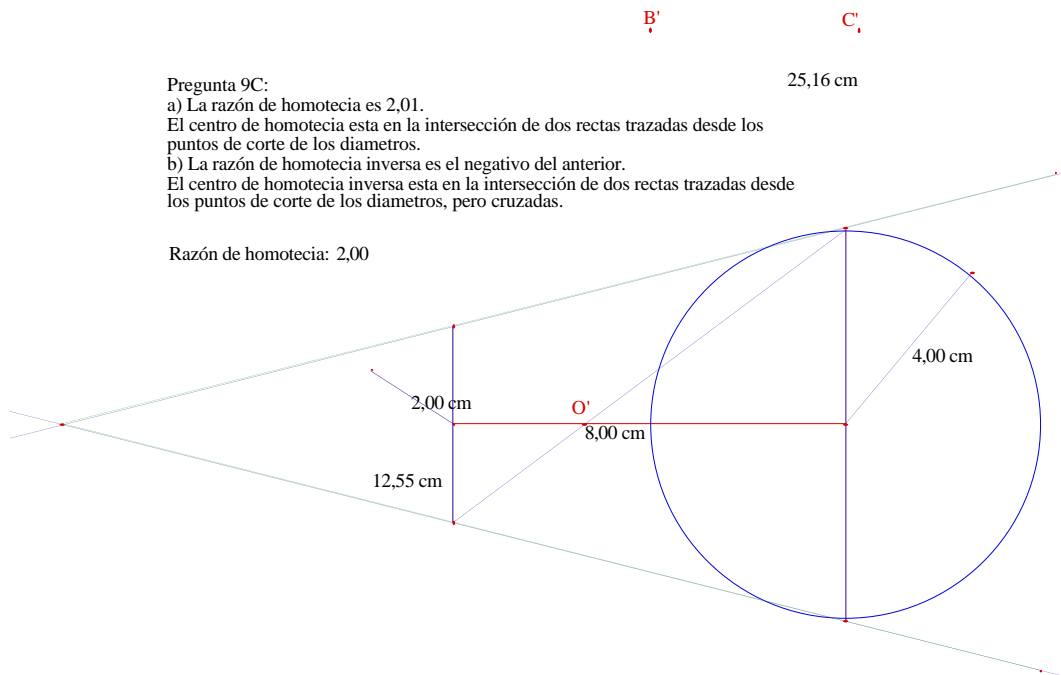
Razón de homotecia: 2,17  
 Razón de homotecia inversa: -2,17



Pregunta 9C:

- a) La razón de homotecia es 2,01. El centro de homotecia esta en la intersección de dos rectas trazadas desde los puntos de corte de los diámetros.
- b) La razón de homotecia inversa es el negativo del anterior. El centro de homotecia inversa esta en la intersección de dos rectas trazadas desde los puntos de corte de los diámetros, pero cruzadas.

Razón de homotecia: 2,00



**2. Subject: Re: Actividad A9. CATEGORÍAS: PVA, PCA, PPR.**

From: Jesús Murillo Ramón <jmurillo@dmc.unirioja.es>  
 Organization: Universidad de La Rioja  
 To: CRISTIAN <cristian@proys.unirioja.es>

Hola Cristian: Tus respuestas en relación con la actividad A9 son correctas, señalarte sólo algún matiz:

Cuidado con HALLA y HAYA.

¿Podrías expresar se una forma un poco más completa la obtención de los centros de la homotecia, en función de elementps homólogos, correspondientes o imágenes?.

Gracias Saludos. Jesús

**3. Subject: Otra vez actividad A9. CATEGORÍAS: ARE, ACO, ADE.**

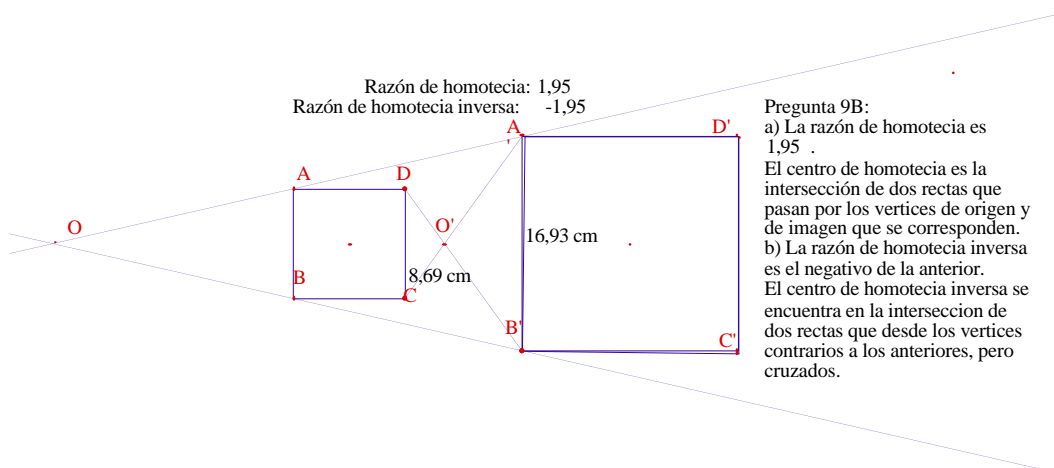
From: "CRISTIAN " <cristian@proys.unirioja.es>  
 To: "Jesús Murillo Ramón" <jmurillo@dmc.unirioja.es>,

Hola: Le envío de nuevo la actividad A9 pero con las correcciones necesarias.

Espero que sean correctas.

Un cordial saludo: Cristian

Name: ActivA9.fig  
 Type: Cabri figura (quoted-printable)  
 Encoding: quoted-printable  
 Description: ActivA9.fig (Cabri-gEomEtre II Figura).



Pregunta 9C:

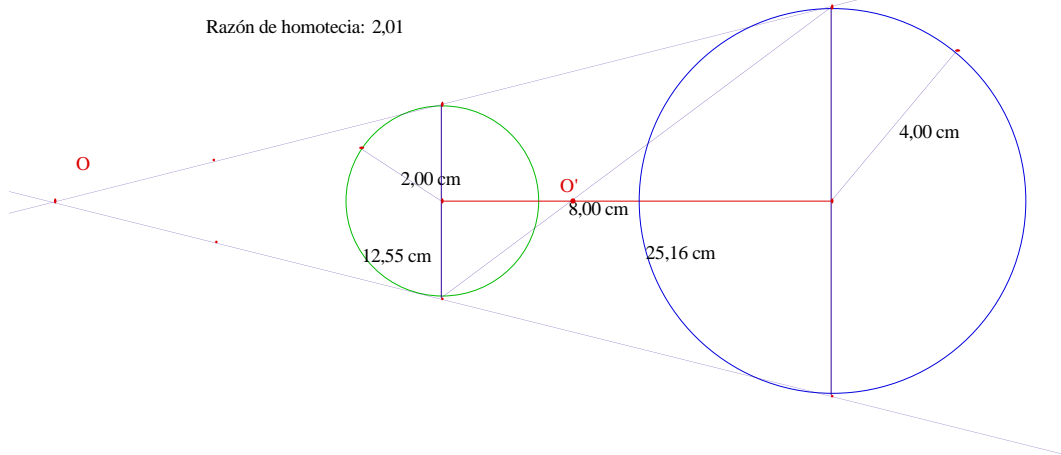
a) La razón de homotecia es 2,01.

El centro de homotecia esta en la intersección de dos rectas trazadas desde los puntos de corte de los diametros, que son perpendiculares a la recta que une los dos centros (diametros homologos).

b) La razón de homotecia inversa es el negativo del anterior.

El centro de homotecia inversa esta en la intersección de dos rectas trazadas desde los puntos de corte de los diametros homologos pero cruzadas entre si.

Razón de homotecia: 2,01



**4. Subject: Re: Otra vez actividad A9. CATEGORÍAS: PVA.**

From: Jesús Murillo Ramón <jmurillo@dmc.unirioja.es>

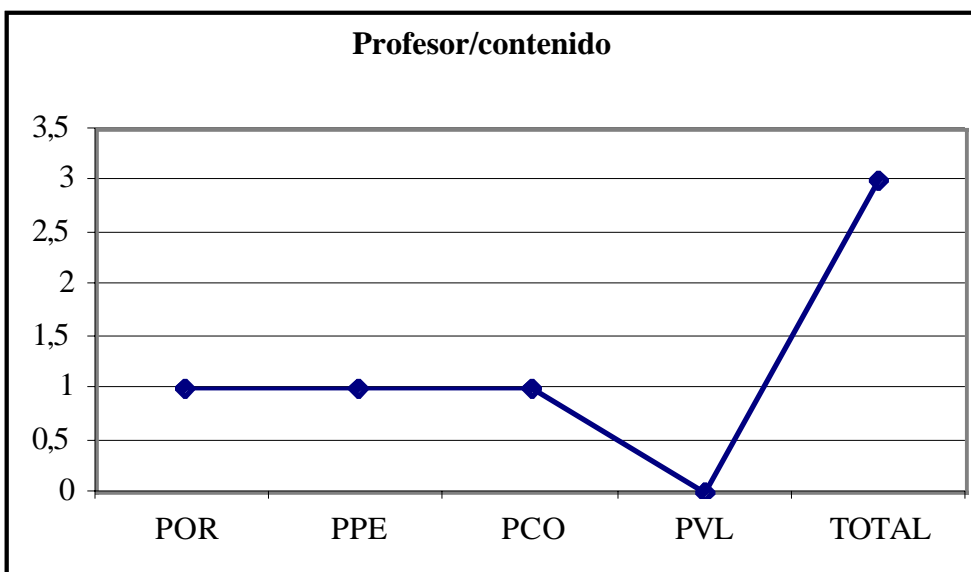
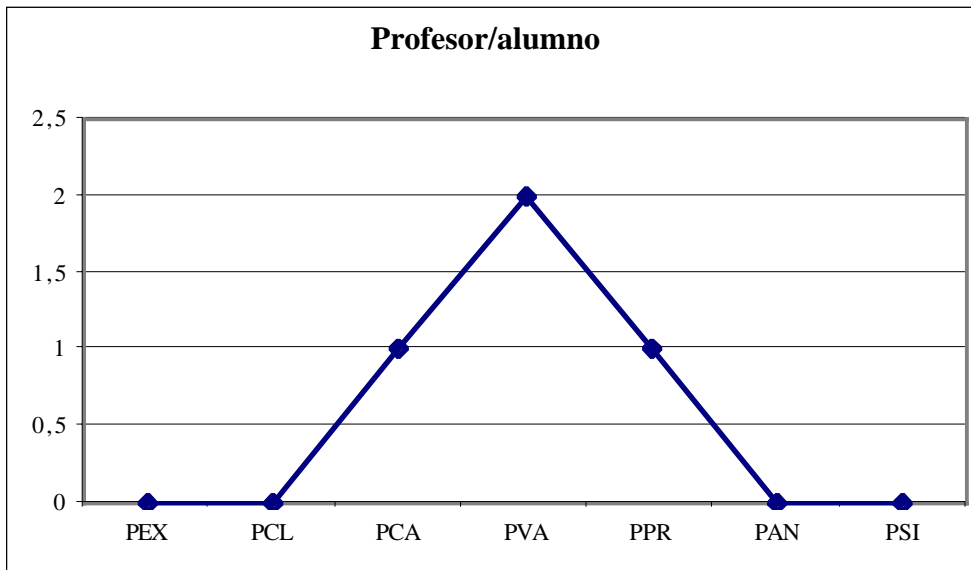
Organization: Universidad de La Rioja

To: CRISTIAN <cristian@proys.unirioja.es

*Hola Cristian: Totalmente correctas las modificaciones*

*Saludos Jesús*

<b>CRISTIAN. ACTIVIDAD A9.</b>			
CATEGORÍAS		Profesor/alumno	
Alumno/contenido		PEX	0
ARE	2	PCL	0
APR	0	PCA	1
ACO	2	PVA	2
AVL	0	PPR	1
AEX	0	PAN	0
ACN	0	PSI	0
ADE	2	TOTAL	4
TOTAL	6		
Profesor/contenido			
POR	1		
PPE	1		
PCO	1		
PVL	0		
TOTAL	3		



### Análisis de las interacciones correspondientes a la Actividad A9.

#### PERFIL DE APRENDIZAJE

En el **Momento 0** el profesor organiza y pregunta las cuestiones correspondientes a la actividad, concretando las tareas a realizar por los alumnos. En el **Momento 1**, el alumno responde a las cuestiones planteadas, dando muestras de comprender las tareas realizadas, recogiendo



los resultados obtenidos en forma de proposición. En el **Momento 2**, el profesor valora las respuestas del alumno y corrige algunas faltas de ortografía. Solicita aclaraciones y propone a partir de las contestaciones nuevas cuestiones que amplían los resultados obtenidos. En el **Momento 3**, Cristian responde, comprende las sugerencias, aporta las correcciones necesarias y recoge las nuevas propuestas más completas en forma de teorema. En el **Momento 4** el profesor valora positivamente las respuestas del alumno y da por terminada la actividad, al no enviar ningún mensaje de réplica.

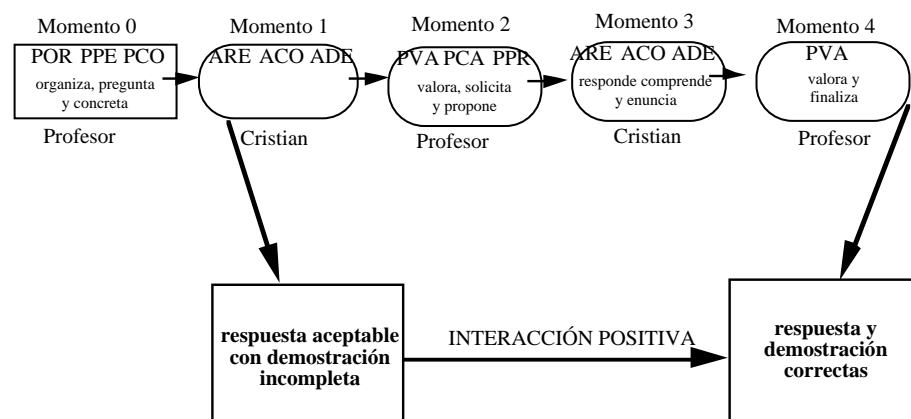
### EFICACIA

La interacción ha sido positiva, puesto que ante las cuestiones planteadas en la actividad la primera respuesta del alumno se ha modificado y ampliado de forma favorable ante las sugerencia y preguntas del profesor.

### GRÁFICO INTERACTIVO.

Presentamos a continuación el perfil de aprendizaje correspondiente a esta cuarta actividad, que completa el análisis y efectividad de la interacción.

Perfil de aprendizaje de Cristian correspondiente a la cuarta actividad



---

**QUINTA ACTIVIDAD: PROBLEMA 1****CATEGORIZACIÓN****0. Pregunta: Problema 1. CATEGORÍAS: PPE, POR, PCO, PSI.**

Sea  $ABC$  un triángulo cualquiera. Sean  $I$  el punto medio del lado  $BC$ ,  $J$  el punto medio del lado  $AC$  y  $K$  el punto medio de  $AB$ . Sean  $E$  el punto medio del segmento  $AK$  y  $F$  el punto medio del segmento  $KB$ . Construir el cuadrilátero  $EJIF$ .

**Pregunta1:**

¿ Para qué condiciones del triángulo  $ABC$ , el cuadrilátero  $EJIF$  es un paralelogramo?

**Pregunta2 :**

¿ Para qué condiciones del triángulo  $ABC$ , el cuadrilátero  $EJIF$  es un rectángulo?

**Pregunta3 :**

¿ Para qué condiciones del triángulo  $ABC$ , el cuadrilátero  $EJIF$  es un cuadrado?.

¿ Serías capaz de recoger las respuestas que has dado a las preguntas anteriores en forma de teorema? Seguro que sí, así que adelante.

Si tienes alguna duda por supuesto que puedes preguntarme lo que te parezca oportuno.

**1. Subject: Problema 1. CATEGORÍAS: ARE, ACO, ADE.**

From: "CRISTIAN" <cristian@proys.unirioja.es>  
To: "Jesús Murillo Ramón" <jmurillo@dmc.unirioja.es>,

Hola:

En esta ocasión le envío las respuestas al problema que nos cuestiono anteriormente llamado problema 1. Las respuestas están en el fichero adjunto de Cabri.

Un cordial saludo:

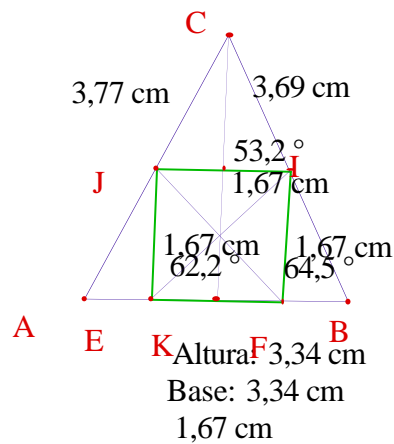
Cristian

Problema1.fig  
Name: Problema1.fig

Type: Cabri figura (quoted-printable)

Encoding: quoted-printable

Description: Problema1.fig (Cabri-gÈomÈtre II Figura)



### Pregunta1:

. No necesitara ninguna condición. Porque el lado  $JI$  y  $EF$  son paralelos. Son paralelos porque segun el teorema de la paralela media el punto medio del lado  $AC$  y el punto medio del lado  $BC$ , unidos, forman una paralela al lado  $AB$  y es su mitad.

. Si el segmento  $JI$  es igual al segmento  $EF$ , tambien tiene que ser igual a los segmentos  $KA$  y  $KB$ . Y el segmento  $EK$  y  $KF$  tienen que ser cada uno  $1/4$ , los dos son  $2/4$  que es la mitad del lado  $AB$  y por tanto igual que  $JI$ . Tambien por el teorema de la paralela media se forman dos triangulos en los que se repite la construcción.

### Pregunta2:

. Solo cuando el triangulo es isosceles de lados iguales los que no tienen la base del poligono sobre ellos, porque entonces el lado sobre el que esta apoyado el poligono, forma un angulo de recto con un segmento trazado desde el punto medio de ese lado con el vertice opuesto.

### Pregunta3:

. Tiene que ser isosceles, como el anterior, y ademas cumplir que la base sea igual que la altura porque el lado  $JI$  es la mitad que la base y el lado  $JE$  tiene que ser la mitad de la altura, con la que furma paralela media.

TEOREMA:

. Dado un triángulo cualquiera, realizamos el teorema de la paralela media. Obtenemos que los lados del polígono formado en su interior son paralelos. En el se cumple que si es isósceles y además cumple que la base sea igual que la altura el polígono es un cuadrado. Y si el triángulo es isósceles, formando un ángulo recto con la altura el polígono es un rectángulo.

**2. Subject: Re: Problema 1. CATEGORÍAS: PVA, PSI.**

From: Jesús Murillo Ramón <jmurillo@dmc.unirioja.es>  
 Organization: Universidad de La Rioja  
 To: CRISTIAN <cristian@proys.unirioja.es>

Hola Cristian: Encantado de escribirte de nuevo.

Tus respuestas y argumentos a las tres cuestiones planteadas en el problema1 son correctas. Saludos. Jesús.

Falta por enunciar los resultados en forma de teorema.

**3. Subject: Teorema Problema1. ARE, AEX.**

From: "CRISTIAN " <cristian@proys.unirioja.es>  
 To: "Jesús Murillo Ramón" <jmurillo@dmc.unirioja.es> ,

Hola: Le escribo para decirle que en la respuesta que le había enviado anteriormente, también estaba el teorema. Le envío de nuevo el mismo fichero por si fue un problema del fichero, ya que en el que tengo si estaba el teorema.

Un saludo: Cristian

**4. Subject: Re: Teorema Problema 1. PVA.**

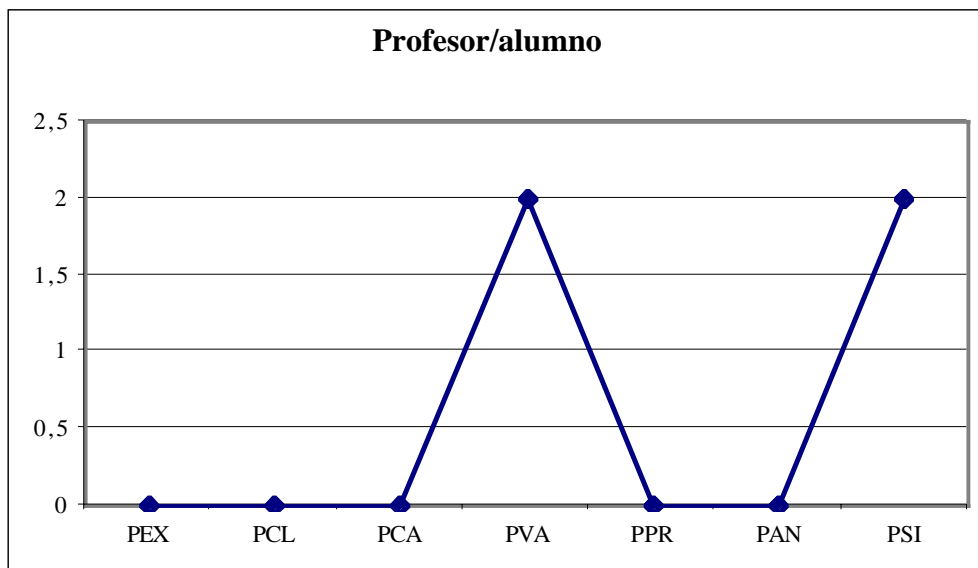
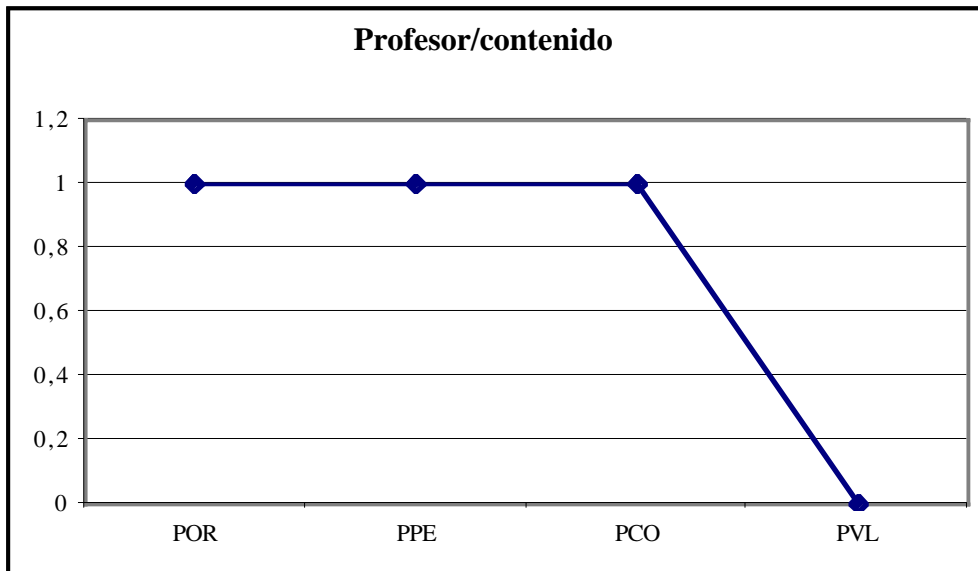
From: Jesús Murillo Ramón <jmurillo@dmc.unirioja.es>  
 Organization: Universidad de La Rioja  
 To: CRISTIAN <cristian@proys.unirioja.es>

Hola Cristian: Efectivamente el enunciado en forma de teorema estaba en el archivo anterior. Lo siento. Saludos, Jesús.

**CRISTIAN. PROBLEMA 1**

CATEGORÍAS		Profesor/alumno	
Alumno/contenido		PEX	0
ARE	2	PCL	0
APR	0	PCA	0
ACO	1	PVA	2
AVL	0	PPR	0
AEX	1	PAN	0
ACN	0	PSI	2
ADE	1	TOTAL	4
TOTAL	5		

Profesor/contenido	
POR	1
PPE	1
PCO	1
PVL	0
TOTAL	3



### **Análisis de las interacciones correspondientes a Problema 1.**

#### *PERFIL DE APRENDIZAJE*

En el **Momento 0** el profesor organiza y pregunta las cuestiones correspondientes a la actividad y concreta al alumno las tareas a realizar. Solicita además que sistematice los resultados obtenidos, recogiendo, las respuestas a las cuestiones planteadas, en forma de teorema. En el **Momento 1**, el alumno responde a las preguntas planteadas, y comprende las tareas realizadas y las organiza, recogiendo los resultados obtenidos en forma de teorema. En el **Momento 2**, el profesor responde en el mensaje con el conforme sobre las respuestas dadas, pero solicita su institucionalización en forma de teorema. En el **Momento 3**, el alumno responde nuevamente y explica al profesor que la respuesta es completa y recogida en forma de teorema. Finalmente en el **Momento 4**, el profesor escribe con el conforme y se disculpa con el alumno.

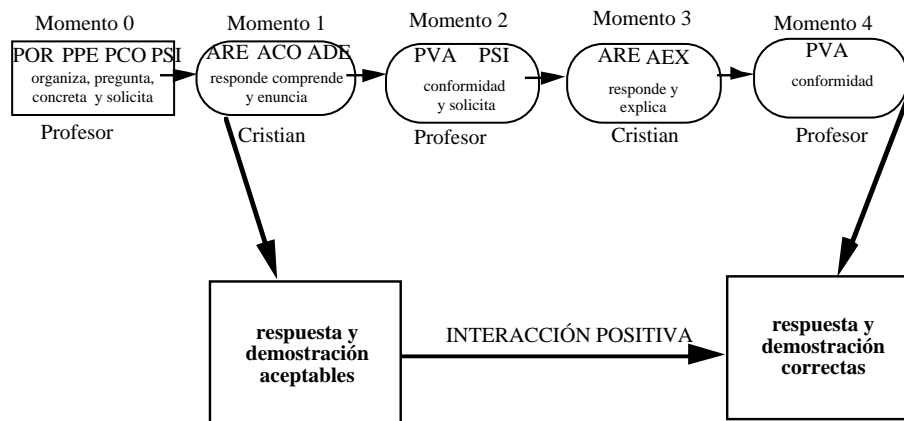
#### *EFICACIA.*

La interacción es positiva, pues las sugerencias del profesor de recoger los resultados en forma de teorema, han conseguido un enunciado más correcto; no obstante esta pregunta en cuanto a su estructura se puede considerar simple pregunta-respuesta-validación. Destacar el hecho de la confusión del profesor en la primera valoración, debida al medio utilizado y no percatarse de que la respuesta era completa.

A continuación el gráfico del perfil de aprendizaje.

GRÁFICO INTERACTIVO

Perfil de aprendizaje de Cristian correspondiente a la quinta actividad

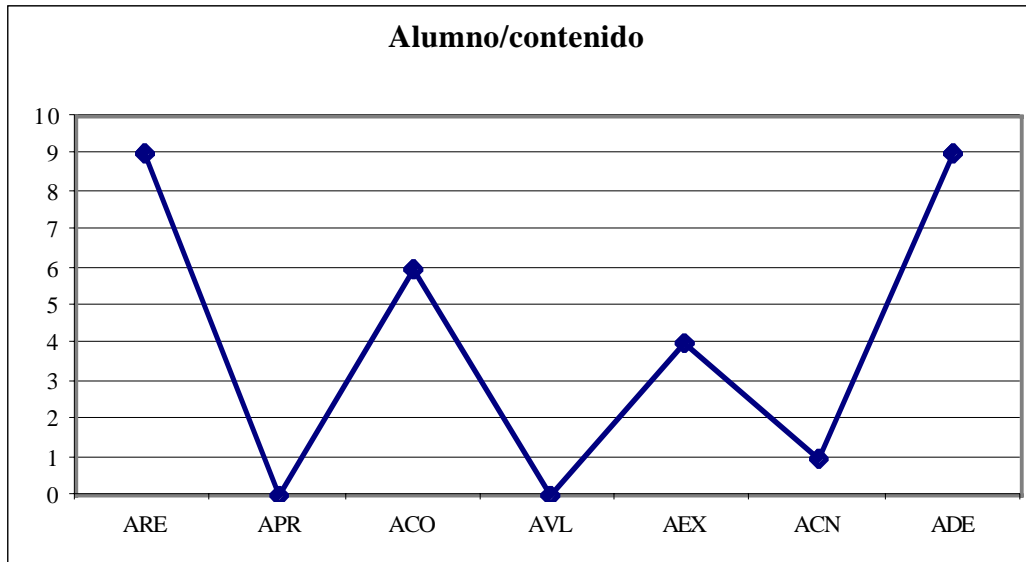


5.3.4. Análisis de los datos globales.

Resultados totales de las categorías de los mensajes emitidos en las interacciones correspondientes al correo electrónico de Cristian.

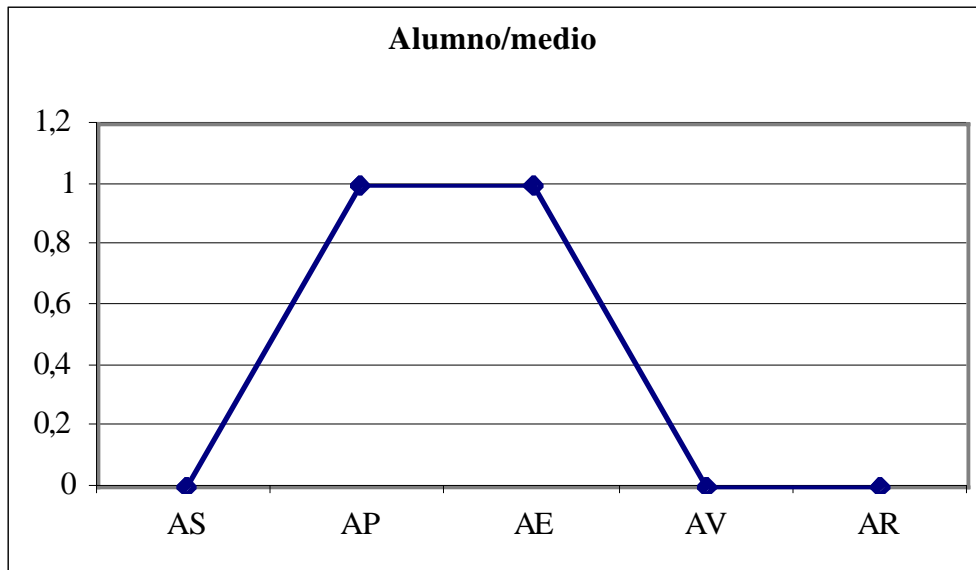
CRISTIAN. TOTALES			
CATEGORÍAS		Profesor/alumno	
Alumno/contenido		PEX	1
ARE	9	PCL	1
APR	0	PCA	1
ACO	6	PVA	8
AVL	0	PPR	3
AEX	4	PAN	1
ACN	1	PSI	4
ADE	9	TOTAL	19
TOTAL	29		
Profesor/contenido			
POR	3		
PPE	5		
PCO	4		
PVL	0		
TOTAL	12		
Profesor/medio		Alumno/medio	
PO	0	AS	0
PP	0	AP	1
PE	0	AE	1
PV	1	AV	0
PA	0	AR	0
TOTAL	1	TOTAL	2

Analizamos a continuación los datos totales de las categorías presentes en los mensajes emitidos con motivo de la realización de las cinco actividades planteadas al alumno Cristian.

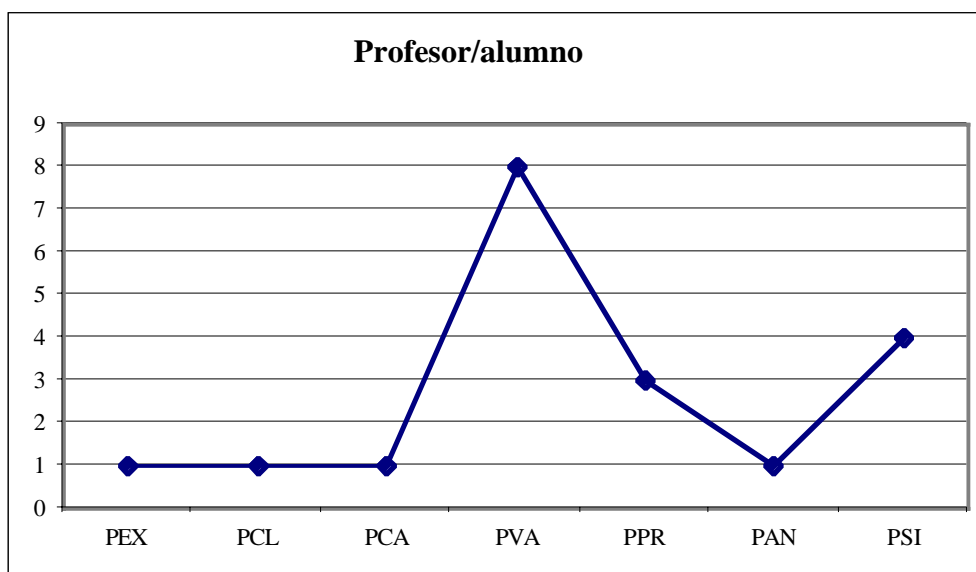


*Categorías alumno/contenido.* Todas las preguntas planteadas reciben respuesta (aproximadamente el 30%, categoría ARE), no existen mensajes solicitando información sobre comprensión del contenido, podemos considerar que los enunciados de las actividades están presentados de forma totalmente comprensible. Esta idea se reafirma con el hecho de que el 20% de los mensajes son de la categoría ACO que ponen expresamente de manifiesto la comprensión en los textos o de los contenidos y el que no haya mensajes AVL relativos a la valoración y toma de posición respecto a los argumentos y contenidos de las actividades propuestas. Un 14% aproximadamente corresponden a explicaciones sobre la forma de hacer del alumno y establecer conclusiones y aproximadamente un 30% tanto a mensajes que institucionalizan los resultados obtenidos en forma de proposición o teorema. El número de conjeturas o hipótesis un 3% es muy bajo, sería necesario fomentar esta posibilidad, aunque en el Tablero electrónico se potencia ampliamente este tipo de actividades.

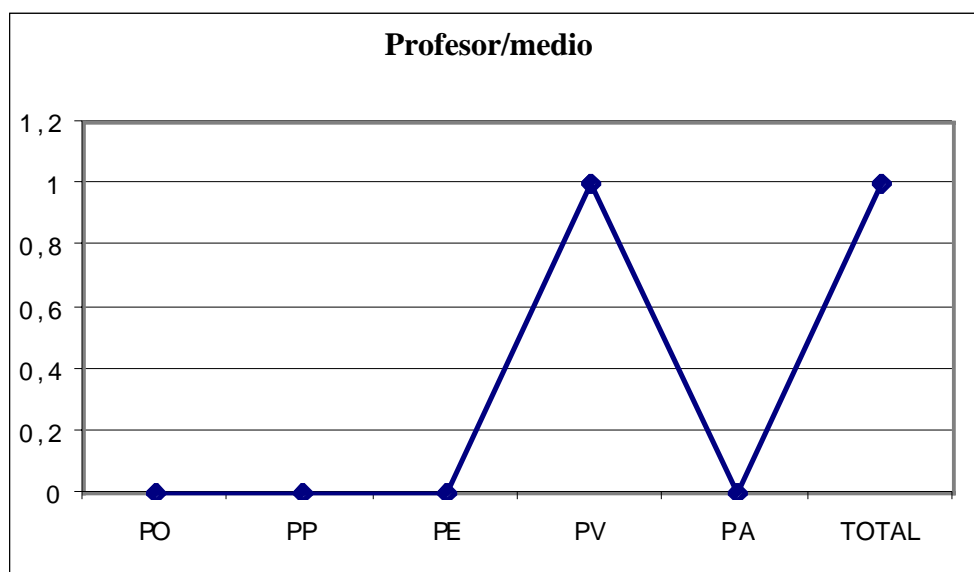




*Categorías alumno/medio.* El número de mensajes emitidos por parte del alumno en relación al funcionamiento del sistema soporte ha sido de 2, que corresponden a las categorías AP y AE,. En el mensaje se hace mención a la no disponibilidad de acceso a algunas de las actividades del Proyecto y a su deseo de que el sistema sea gestionado de forma adecuada y que funcione a la mayor brevedad posible. Podemos considerar por tanto que desde la perspectiva del alumno, el sistema diseñado funciona de forma correcta.



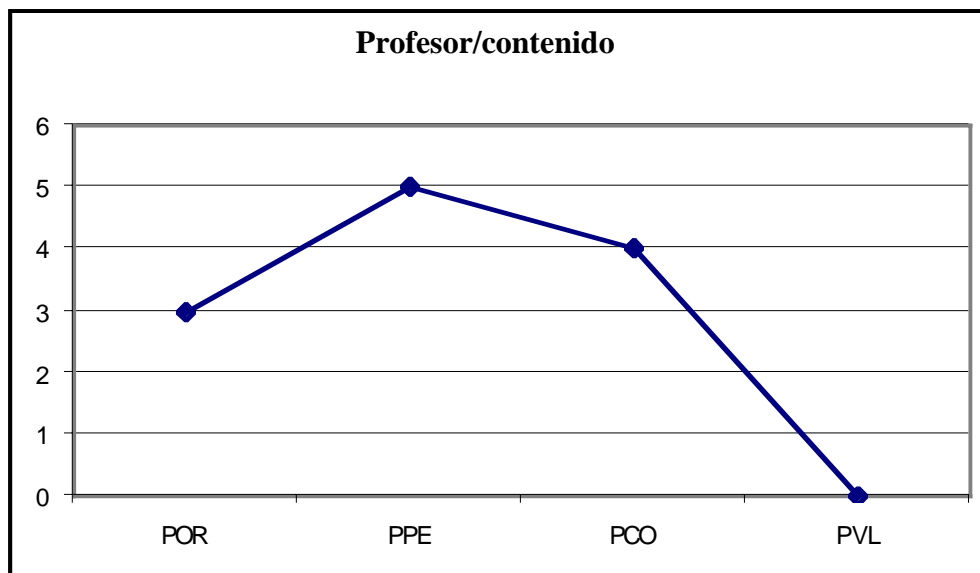
*Categorías profesor alumno.* El 40% de los mensajes corresponden a la categoría PVA, que reflejan el papel del profesor como validador de las respuestas del alumno y facilitador de la comprensión. El 15% corresponden a mensajes del profesor en los que aclara, solicita aclaraciones y explora significados con la finalidad de facilitar la comprensión y profundización en los contenidos. En torno al 15% de los mensajes corresponden a nuevas propuestas del profesor, en las que a partir de las contestaciones el alumno, le sugiere nuevos problemas o ampliaciones o generalizaciones. El 20% corresponde a propuestas de sistematización e institucionalización de los contenidos. Finalmente un 5% aproximadamente corresponden a mensajes de ánimo para seguir adelante o completar una respuesta pertinente pero incompleta.



*Categorías profesor/medio.*

Sólo hay un mensaje correspondiente a la categoría PV, en la que el profesor agradece el aviso sobre el funcionamiento de la página principal de actividades. Podemos considerar muy poco significativas estas categorías desde el punto de vista de los mensajes enviados a Cristian con carácter individual, no así los enviados con carácter general(11) y analiza-

dos en el apartado de mensajes generales emitidos por el profesor virtual (habría que considerar también aquí los 8+4 mensajes establecidos entre el profesor virtual y el presencial).



#### *Categorías profesor/contenido*

La cuarta parte de los mensajes emitidos por el profesor corresponden a la categoría POR, en las que el profesor organiza el trabajo a desarrollar en relación a los contenidos. Un 40% son mensajes de la categoría PPE, en las que el profesor hace las propuestas y un tercio son de la categorías PCO, en las que el profesor concreta al alumno trabajos o tareas a realizar.

---

5.3. MENSAJES DE CORREO ELECTRÓNICO. ANÁLISIS DE LAS INTERACCIONES.....	285
<b>5.3.1. Mensajes totales emitidos por los alumnos.....</b>	<b>286</b>
5.3.2. MENSAJES GENERALES EMITIDOS POR EL PROFESOR VIRTUAL.....	288
5.3.3. ANÁLISIS DE LOS MENSAJES DE CORREO ELECTRÓNICO DE CRISTIAN.....	291
<b>PRIMERA ACTIVIDAD: PREGUNTA.....</b>	<b>291</b>
CATEGORIZACIÓN.....	291
ANÁLISIS DE LAS INTERACCIONES CORRESPONDIENTE A LA ACTIVIDAD PREGUNTA.....	296
PERFIL DE APRENDIZAJE.....	296
EFICACIA.....	297
GRÁFICO INTERACTIVO.....	298
SEGUNDA ACTIVIDAD: ACTIVIDAD A7.....	298
CATEGORIZACIÓN.....	298
ANÁLISIS DE LAS INTERACCIONES CORRESPONDIENTE A LA ACTIVIDAD ACTIVIDAD 7.....	304
PERFIL DE APRENDIZAJE.....	304
EFICACIA.....	305
GRÁFICO INTERACTIVO.....	305
TERCERA ACTIVIDAD: ACTIVIDAD A 8.....	305
CATEGORIZACIÓN.....	305
ANÁLISIS DE LA INTERACCIONES CORRESPONDIENTE A LA ACTIVIDAD A8.....	310
PERFIL DE APRENDIZAJE.....	310
EFICACIA.....	310
GRÁFICO INTERACTIVO.....	311
CUARTA ACTIVIDAD: ACTIVIDAD A9.....	311
CATEGORIZACIÓN.....	311
ANÁLISIS DE LAS INTERACCIONES CORRESPONDIENTES A LA ACTIVIDAD A9.....	316
PERFIL DE APRENDIZAJE.....	316
EFICACIA.....	317
GRÁFICO INTERACTIVO.....	317
QUINTA ACTIVIDAD: PROBLEMA 1.....	318
CATEGORIZACIÓN.....	318
ANÁLISIS DE LAS INTERACCIONES CORRESPONDIENTES A PROBLEMA 1.....	322
PERFIL DE APRENDIZAJE.....	322
EFICACIA.....	322
GRÁFICO INTERACTIVO.....	323
5.3.4. ANÁLISIS DE LOS DATOS GLOBALES.....	323

# Capítulo 6º

## 6. Aportaciones sobre Investigación e Innovación.

Las aportaciones sobre investigación e innovación que se presentan en este apartado, se hacen en base al análisis de los datos recogidos en la investigación a partir del tablero electrónico, los mensajes de correo electrónico, la información correspondiente recogida por el profesor presencial y la aportada por la encuesta pasada a los alumnos.

Consideramos que Windows 95, sistema operativo fundamentalmente utilizado en el entorno de aprendizaje, es bastante intuitivo y atractivo que facilita mucho el trabajo con varias aplicaciones, pero hay que entender que los participantes en el proyecto han debido adaptarse a utilizar a la vez el navegador de Internet, el correo electrónico y el programa de geometría CABRI GEOMETRE II, dividiendo la pantalla en dos ventanas para tener a la vista la pregunta en el navegador y la elaboración de la respuesta con CABRI II.

Además dado el doble sistema de trabajo utilizado, en el que la participación puede hacerse: unas veces en el tablero electrónico de respuestas (Foro de discusión) que tiene su dinámica particular de respuestas, réplicas y contrarréplicas y otras a través del correo en el que debían además adjuntar su archivo de CABRI II que tenían que haber guardado previamente, puede ocurrir que el atractivo y posibilidades del medio tropiecen con las dificultades de la propia herramienta a la hora de trabajar con ella.

---

De hecho al principio durante las clases, una parte del tiempo se dedicaba a resolver aspectos de funcionamiento del navegador, el correo o el foro de discusión, pese a que previamente se dedicó un tiempo que aparentemente era suficiente para que los alumnos se familiarizaran con su manejo.

No se puede dar por sentado que los alumnos aprenden a manejar cualquier programa en poco tiempo y sin ninguna dificultad, es necesario darles el tiempo suficiente no sólo para que los utilicen correctamente, sino para que interioricen la forma especial de trabajar con ellos y sepan emplearlos adecuadamente.

No obstante con el transcurso del tiempo esto se ha realizado con toda naturalidad por nuestros alumno, pero consideramos que es verdaderamente complicado y habrá *que dedicar el tiempo necesario para el aprendizaje de las herramientas del soporte.*

Como el aula de ordenadores, aunque globalmente se puede considerar una buena instalación , se utiliza diariamente en las clases de informática de todo el I.E.S., exige un mantenimiento constante. La utilización individualizada de los ordenadores evitaría esta situación.

Se ha comprobado con el cambio de ordenadores, con una mejor configuración que la utilizada en la fase primera, que se ha facilitado el funcionamiento adecuado del sistema soporte, con una velocidad adecuada en el envío y recepción de los mensajes emitidos y evitando también muchos problemas de tipo técnico y en muchos casos una ralentización en el desarrollo del proceso.

### **6.1. Aportaciones de investigación.**

Se recogen en este apartado aportaciones de investigación relativas tanto a los objetivos como a las interacciones producidas en el tablero electrónico y a través del correo electrónico.

### **6.1.1. En relación con los objetivos.**

Se ha conseguido básicamente el objetivo de establecer una red electrónica como medio de instrucción; no obstante y como ya se ha dicho anteriormente en cuanto a su validación como soporte podíamos decir que la instalación de red realizada es globalmente aceptable, aunque cabe señalar que dado que el aula en la que se había instalado era de uso general, es necesario realizar un mantenimiento diario de la red.

Se han diseñado actividades para los alumnos, que les han permitido encontrar modelos conceptuales propios colaborando a despertar un mayor interés por las matemáticas y han elaborado en algunos casos teoremas propios –por ejemplo en relación con el teorema de Pitágoras, el llamado Teorema de Patufete y otros varios

Los errores cometidos por los alumnos, en algunos casos nos han permitido utilizarlos como recurso de aprendizaje.

### **6.1.2. En relación con las interacciones.**

#### *6.1.2.1. Tablero electrónico.*

A la vista del análisis y de los perfiles de aprendizaje que se han dado en el foro 1, considerando que la metodología con la que se ha planteado este foro ha sido la siguiente: Una vez que los alumnos han efectuado las primeras respuestas la Problema 3 y a la vista de las mismas, el profesor virtual ha hecho sugerencias de organización y profundización de los resultados obtenidos, enviando un mensaje general a todos que sirve de base de discusión y diálogo del foro y desarrollo del trabajo colaborativo, establecemos las siguientes maneras de aprender utilizando el Tablero electrónico,

**Cristian interactúa con un único compañero.** Las categorías *entre iguales* que se han presentado son: ACA, ACL y AVA con el 100%.y las



---

categorías *alumno/contenido* : ARE, ADE con el 75%.y AEX con 25%.  
Habiendo resultado: INTERACCIÓN POSITIVA.

**Diego interactúa con varios compañeros.** Las *categorías entre iguales* que se han presentado son: ACA, ACL y AVA con el 50%., ACI y ANA con el 30% y otros con el 20%. Las *categorías alumno/contenido* que se han presentado son ARE y ADE con el 100%.. Habiendo resultado INTERACCIÓN NEUTRA.

**Eduardo interactúa con el profesor.** Las *categorías entre iguales* que se han presentado son: ACL con el 100%.y las *categorías alumno/contenido* que se han presentado: ARE con el 66% y ACN con el 33%. Habiendo resultado INTERACCIÓN POSITIVA.

**Minerva interactúa con varios compañeros.** Las *categorías entre iguales* que se han presentado son: ACA, ACL y AVA con el 90%.y AAA con el 10%.y las *categorías alumno/contenido* que se han presentado: ARE, con el 50% y ACN con 50%. Habiendo resultado INTERACCIÓN POSITIVA.

**Sara interactúa con dos compañeros.** Las *categorías entre iguales* que se han presentado son: ACA, ACL y AVA con el 100%. Las *categorías alumno/contenido* que se han presentado: ARE y ADE con el 100%. Habiendo resultado INTERACCIÓN POSITIVA.

En todas las maneras de aprender que se han presentado, independientemente de si han interactuado con uno o con varios iguales o con el profesor, dentro de las *categorías entre iguales* el grupo (ACA, ACL, AVA) se presentan en todas ellas entre el 90 y el 100% del total, salvo en el caso de la correspondiente a Diego, en la que debido al "en-

---

frentamiento" con un compañero, aparecen respuestas no pertinentes y de no aceptación de sugerencias con un 30%; en cualquier caso también aquí se presenta el grupo (ACA, ACL; AVA) con un 50% de las totales.

En las categorías *alumno/contenido* el grupo (ARE, ADE) se da con una frecuencia del 50 al 100% y el resto en una menor proporción.

Podíamos concluir por tanto, que el foro de discusión generado a partir de la actividad Problema 3, en cuanto a las categorías *entre iguales* correspondería a la que podríamos llamar *modalidad ACA-ACL-AVA* (solicitud de aclaraciones-aclaraciones-valoraciones) y en cuanto a las categorías *alumno-contenido*, la modalidad sería *ARE-ADE* (respuesta-proposición).

Tomando en consideración el análisis realizado y los perfiles de aprendizaje que se han presentado en el foro 2, y que en este caso la metodología utilizada ha sido la de comenzar el foro a partir de un mensaje electrónico general enviado a todos, que sirve de base de discusión, diálogo del foro y desarrollo del trabajo colaborativo, establecemos las siguientes maneras de aprender utilizando el Tablero electrónico.

**Cristian interactúa con varios compañeros.** Las categorías *entre iguales* que se han presentado son: ACA, ACL con el 100%. Las categorías *alumno/contenido* que se han presentado son: ARE, ADE y ADE con el 100%. Habiendo resultado INTERACCIÓN POSITIVA.

**Diego interactúa con varios compañeros.** Las categorías *entre iguales* que se han presentado son: ACA, ACL con el 100%. Las catego-

---

rías alumno/contenido que se han presentado son: ARE y AEX con el 100%. Habiendo resultado INTERACCIÓN NEUTRA.

**Eduardo interactúa con varios compañeros.** Las *categorías entre iguales* que se han presentado son: ACA y ACL con el 80% y AVA y AAA con el 20%. Las *categorías alumno/contenido* que se han presentado son: ARE y AEX con el 100%. Habiendo resultado INTERACCIÓN POSITIVA.

**Sara interactúa con varios compañeros.** Las *categorías entre iguales* que se han presentado son: ACA y ACL con el 75%. y AVA con el 25%. Las *categorías alumno/contenido* que se han presentado son: ARE y AEX con el 100%. Habiendo resultado INTERACCIÓN POSITIVA.

**Vanesa interactúa con varios compañeros.** Las *categorías entre iguales* que se han presentado son: ACA y ACL con el 75%. y AVA con el 25%. Las *categorías alumno/contenido* que se han presentado son: ARE y AEX con el 100%. Habiendo resultado INTERACCIÓN POSITIVA.

En todos los casos las interacciones de los cinco alumnos han tenido lugar con numerosos compañeros. Dentro de las *categorías entre iguales* el par (ACA, ACL) se presenta en todas ellas entre el 75 y el 100% del total y el resto corresponde a la categoría AVA. Si consideramos el grupo (ACA,ACL, AVA) se presenta con el 100 de los casos.

En las *categorías alumno/contenido* el par (ARE, AEX) se presenta en cuatro de los cinco alumnos con el 100% y en uno el grupo (ARE, AEX, ADE) en la misma proporción.

Podríamos concluir por tanto, que el foro de discusión generado partir de la actividad *Pregunta para discutir: triángulo equilátero*, en

---

cuanto a las categorías *entre iguales* correspondería a la que podríamos llamar *modalidad principal ACA-ACL* (solicitud de aclaración - aclaración) y una *modalidad secundaria ACA-ACL-AVA* (solicitud de aclaración - aclaración - valoración), y en cuanto a las categorías *alumno/contenido* la *modalidad principal* sería el par *ARE-AEX* (respuesta - explicación) y la *modalidad secundaria ARE - AEX - ADE* (respuesta - explicación - proposición).

#### 6.1.2.2. Correo electrónico

MENSAJES GENERALES: En relación al aprendizaje a través de los mensajes de correo electrónico, considerando el papel del profesor como gestor del trabajo, de los mensajes generales emitidos pertenecientes a las categorías *profesor/medio*, un 27% corresponden a las labores de organización y gestión del trabajo (categoría PO), otro 27% corresponde a la información que da el profesor virtual a los alumnos sobre las decisiones que toma sobre la gestión (categoría PE). Un 36% corresponden a las categorías PV y PA, relativos a la atención que el profesor presta a las observaciones de los alumnos cuestionando aspectos de la presentación o sugerencias del profesor sobre las actuaciones de los alumnos. El 7% restante corresponde a peticiones a los alumnos para que valoren el funcionamiento del sistema.

En cuanto a la presentación de los contenidos a los alumnos de todas las categorías *profesor/contenido*, sólo se ha emitido un mensaje correspondiente a la categoría POR de recomendaciones sobre el funcionamiento y normas de conducta.

El resto de las categorías *profesor/contenido*, aparecen en mensajes particulares correspondientes al intercambio personalizado entre el profesor y cada uno de los alumnos.

---

En los mensajes generales, las categorías *profesor/alumno* de actuación del profesor cuando se dirige a los alumnos en relación con los contenidos, casi el 50% son de ánimo y felicitación PAN, y casi otro 50% se reparte por igual entre propuestas del profesor de nuevas perspectivas PPR del problema o solicitudes PCL de clarificación.

MENSAJES A/DE CRISTIAN: Procedemos a continuación a analizar los datos totales de las categorías presentes en los mensajes emitidos por Cristian al responder a las cinco actividades.

*Categorías alumno/contenido.* Todas las actividades reciben respuesta (aproximadamente el 30%, categoría ARE), no existen mensajes solicitando aclaraciones sobre el contenido de los enunciados, por lo que podemos considerar que éstos están planteados de forma totalmente comprensible. Este idea se confirma con el hecho de que el 20% de los mensajes son de la categoría ACO, que denotan comprensión del texto del enunciado y el que no haya mensajes AVL de valoración de los argumentos y contenidos de las actividades propuestas.

Aproximadamente, un 14% son de explicaciones sobre la forma de hacer del alumno y un 30% corresponden a mensajes que institucionalizan los resultados obtenidos en forma de proposición o teorema.

El bajo número de conjeturas, un 3%, hace necesario fomentar este tipo de acciones, no obstante esta situación se puede compensar con las acciones en el Tablero electrónico donde se potencia ampliamente este tipo de actividades.

*Categorías alumno/medio.* Podemos considerar que desde la perspectiva el alumno, el sistema diseñado funciona de forma correcta, dado el bajo número de mensajes 2, que corresponden a las categorías AP y AE

---

*Categorías profesor alumno.* El 40% de los mensajes corresponden a la categoría PVA, que reflejan el papel del profesor como validador de las respuestas del alumno y facilitador de la comprensión.

En el 15% el profesor aclara, solicita aclaraciones y explora significados para facilitar la comprensión y profundización en los contenidos.

Aproximadamente el 15% de los mensajes son de nuevas propuestas del profesor, sugiriendo nuevos problemas, ampliaciones o generalizaciones.

El 20% de los mensajes corresponden propuestas de sistematización e institucionalización de los contenidos.

Finalmente aproximadamente un 5% son mensajes de ánimo para continuar o completar una respuesta pertinente pero incompleta.

*Categorías profesor/medio.* Estas categorías las podemos considerar muy poco significativas, –sólo se ha emitido un mensaje– desde el punto de vista de los mensajes enviados a Cristian con carácter individual, no así los enviados con carácter general(11) y analizados en el apartado de mensajes generales emitidos por el profesor virtual

*Categorías profesor/contenido.* A la categoría POR, en la que el profesor organiza el trabajo a desarrollar en relación a los contenidos, corresponde el 25%. Un 40% son mensajes de la categoría PPE, en las que el profesor hace las propuestas y un tercio son de la categorías PCO, en las que el profesor concreta al alumno las tareas a realizar.

Así pues, el análisis de los acciones que se han llevado a cabo por parte de los cinco alumnos en el Tablero electrónico y de las de Cristian con el correo electrónico, utilizando el soporte diseñado, en la realización de las actividades propuestas, confirma la idea de que el trabajo colaborativo– la construcción social del conocimiento– constitu-

---

ye un método valiosísimo de enseñanza y reafirma la importancia del medio y de los procesos que se ponen en juego en la institución escolar para conseguir el aprendizaje. La efectividad de las interacciones es patente, pues según el análisis en los dos foros de las diez consideradas ocho son positivas y dos neutras y en las de Cristian con el profesor a través del correo electrónico todas han resultado positivas.

Las interacciones entre iguales han jugado un papel fundamental para facilitar y acelerar ciertas adquisiciones de destrezas, habilidades y conocimientos. El acceso a la Red ha posibilitado la mentorización y el trabajo colaborativo y ha sido clara la influencia externa de las características físicas y sociales del entorno diseñado, que ha facilitado el aprendizaje y como ya se ha dicho, prácticamente todas han resultado positivas tanto en los foros de discusión como a través del correo electrónico. Así pues la utilización de este soporte, entorno interactivo de aprendizaje de la geometría –ECOSISTEMA DE APRENDIZAJE– ha potenciado el aprendizaje y una actividad más positiva hacia la Geometría y en consecuencia el que nuestros alumnos tengan un mayor éxito en sus estudios.

Dentro del entorno de aprendizaje diseñado, cabe señalar que en el Tablero electrónico las interacciones que se han producido son *multidireccionales* entre todos los participantes en el foro de discusión, en el que podemos considerar que el profesor es uno más –aunque tiene algunas funciones específicas, como ser el responsable de plantear las cuestiones a resolver, organizar el foro...–. Sin embargo en las actividades propuestas y realizadas utilizando el correo electrónico como medio de comunicación la interacción ha sido *bidireccional*.

En el primer caso –Tablero– podemos hablar de trabajo colaborativo en la resolución de problemas, los alumnos en su relación con

otros compañeros participan de algunas de las funciones del profesor. En las interacciones establecidas a través del correo electrónico podemos considerarlo más bien como una enseñanza y tutoría personalizada.

Tanto en un caso como en el otro, a través de las preguntas planteadas bien por el profesor bien por otro compañero se ha conseguido una participación activa de los alumnos en su aprendizaje y construcción del conocimiento.

El papel de los alumnos ha cambiado pasando a ser parte activa en la construcción de su conocimiento y en el de sus iguales y también el del profesor en el sentido de no ser la única fuente de conocimiento, sino que más bien actúa como guía de las discusiones de los alumnos, facilitando y ayudándoles a lo largo del proceso de aprendizaje, mediante las sugerencias y ayudas oportunas. El control y gestión del entorno de aprendizaje se ha mostrado como un aspecto también fundamental del papel del profesor.

## ***6.2. Sobre aspectos de innovación docente.***

En este apartado se recogen aspectos funcionales de los alumnos, sobre el profesor virtual, sobre el diseño y estructura de las actividades y sobre la metodología docente.

### **6.2.1. Aspectos generales.**

En relación con los aspectos funcionales con los alumnos, consideramos que un hecho muy interesante y positivo ha sido: el cambio de actitud en la clase, la información recogida (la totalidad de los mensajes emitidos pueden ser guardados de una forma bastante cómoda), el vocabulario de especial cortesía que se ha desarrollado en todos los niveles de comunicación, el ascendiente que adquiere sobre los alumnos



---

la figura virtual del profesor de la Universidad que acusa recibo, corrige y sugiere, el dominio por parte de los alumnos de la red, que les acerca más al perfil de los alumnos del siglo que viene y sobre todo el aprendizaje de una serie de técnicas de comunicación que les pueden ser útiles a nuestros alumnos en su posterior inserción laboral y profesional.

El curso de Taller de Matemáticas de 4º de E.S.O. se comienza enseñando la utilización del programa de geometría CABRI GEOMETRE II, sus diferentes opciones de menús y sus distintas posibilidades de utilización. Se plantean ejercicios que pueden ser resueltos por los alumnos con las instrucciones que en ellos se dan. Las respuestas se dan en los propios ejercicios o mediante un comentario en el propio archivo de CABRI.

Seguidamente se instruye a los alumnos en el manejo del navegador, del correo electrónico, del uso de dos ventanas abiertas a la vez: el navegador con la pregunta y el CABRI II para elaborar la respuesta, la utilización del foro de discusión y la manera de enviar un archivo adjunto a un mensaje de correo electrónico. Se les explica la idea del proyecto y se les insiste en la figura del profesor virtual, que será el que reciba sus respuestas y contestará a sus mensajes.

La actitud general sigue siendo muy positiva hacia el programa, aunque ahora deben esforzarse mucho más para dar una respuesta que inexcusablemente debe ser por escrito, que puede ser examinada y contestada—tablero electrónico— por todos sus compañeros y, sobre todo, por aquella figura ajena al entorno normal, el profesor virtual que efectivamente da respuestas a todo lo que envían, que solicita muchas aclaraciones a las respuestas e incluso llama la atención sobre la ortografía utilizada. Es cierto que el trabajo se hace aparentemente más lento, pero a cambio las preguntas hay que contestarlas con mayor ri-

---

gor, observar las respuestas de los compañeros y replicar , aspecto que nos ha permitido alcanzar otros objetivo de la enseñanza –las matemáticas como comunicación, institucionalización de los resultados obtenidos, aprendizaje colaborativo, etc...–.

A pesar de algunas dificultades de tipo técnico, que se han presentado sobre todo en la primera fase de la experiencia , la actitud general de los alumnos ha sido muy positiva hacia la utilización de la red, el nivel de ilusión por descubrir cosas y que sean reconocidas por el “profesor virtual” aumenta y el nivel de precisión de las respuestas es muy superior al que había antes de la implantación de la red.

#### **6.2.2.- Sobre el profesor virtual.**

Desde un principio consideramos que la figura de un profesor actuando exclusivamente a través de la red iba a ser un estímulo educativo importante en nuestra experiencia, lo que no llegamos a intuir era la importancia que iba a tener en ella.

El “profesor virtual” ha conseguido sobre los alumnos un ascendiente que le sitúa en condiciones de alcanzar objetivos distintos de los que pueden conseguir los profesores presenciales del I.E.S.

En opinión de los profesores del I.E.S., los alumnos consideran al profesor virtual, un personaje “mágico”, un “super-profesor” que habita en la red , que lo domina todo. Cualquier indicación del “profesor virtual” es atendida inmediatamente, incluso antes que las sugerencias de los profesores presenciales. La opinión de “El” prima sobre cualquier opinión. En la idea de los alumnos el profesor de la red está siempre en primer lugar, al responder a través del ordenador lo hacen a un ser “extraño” que les corrige personalmente, se dirige a ellos utilizando un vocabulario claro y que muestra con ellos una educación y una forma de trato

---

exquisitos, les da indicaciones, les devuelve los archivos enviados con errores y pide unas explicaciones más claras a las respuestas dadas por ellos.

Los alumnos controlan con mayor o menor fortuna el ordenador y de él surgen las indicaciones del profesor virtual que llegan a ser para ellos tan incontestables y veraces como los mensajes que envía el ordenador cuando hay un error. Es necesario subsanar el error para que el “ordenador-profesor” deje de emitirlo. Pensamos que se ha establecido una “simbiosis” entre la figura del profesor y la precisión del ordenador, a la que ha contribuido en gran medida el nivel de trato amable y educado que se ha establecido entre todos los participantes. .

El vocabulario que se utilizaba en los mensajes sigue las pautas que les da el “profesor en red” y las fórmulas de cortesía y el respeto en el trato son la tónica dominante.

Consideramos que la experiencia de contacto escrito, a través del correo electrónico ha sido muy positiva para todos, abarcando su influencia no sólo el ámbito instructivo, con ramificaciones en distintas áreas, sino que entra dentro del ámbito puramente educativo del respeto hacia los demás, de la cortesía en el trato, de las buenas maneras, de la importancia del trabajo bien hecho y la expresión clara, en fin, de esa “educación” en su sentido más amplio de la palabra.

Pensamos que el “profesor en red” hiciera una visita a la clase para conocerse y charlar. Después de tratarlo a fondo pensamos que era mejor demorar la visita y mantener ese “aura” y esa simbiosis “profesor-red-máquina” que estaba resultando tan atractiva.

La visita se realiza el último día de clase. Fue muy interesante ver las expresiones de las caras de los alumnos al verle. Pensamos que esa figura “virtual” debe mantenerse en la red el mayor tiempo posible.

Antes de la utilización del soporte de la red, el control de la clase de la asignatura Taller de Matemáticas se conseguía a través del atractivo de las actividades y del medio utilizado: ordenador y programa CABRI GEOMETRE II.,

el ambiente era excelente y los alumnos estaban muy interesados con lo que hacían y el ascendiente del profesorado del I.E.S. sobre ellos era importante. Se discutían los resultados con los alumnos, se intentaba que hicieran una demostración si se requería y ellos consultaban sobre todo aspectos geométricos, teoremas y propiedades de las figuras con las que trabajaban; en menor medida recibíamos consultas técnicas del funcionamiento del programa y del ordenador.

En el momento en que el profesor virtual entró en escena, el profesorado del I.E.S., perdió importancia y quedó un poco en segundo plano, dedicado fundamentalmente a solucionar problemas técnicos. Bien es cierto que también hacían preguntas de índole geométrica, pero en mucha menor medida que antes. Todo el aspecto científico-educativo es guiado hacia el profesor virtual. Cuando se pregunta sobre algún asunto geométrico, las preguntas suelen ser fundamentalmente de estos dos tipos: si el profesor virtual aceptara aquella respuesta o si será suficientemente buena para enviarla al profesor de la red.

La complejidad técnica, lógicamente aumentó con el inicio de la experiencia y los problemas técnicos deben ser solucionados por los profesores presenciales, de aquí el aumento de las preguntas de esa clase al profesorado presencial. Hemos de decir que con la visita del profesor virtual se *desmitificó* un poco todo el ambiente que se había creado.

### **6.2.3. Sobre el diseño de las cabri-actividades.**

Se han utilizado dos tipos de actividades: unas, al comienzo, muy dirigidas y organizadas, en las que se detallaban de manera precisa las tareas a desarrollar por los alumnos y que básicamente tenían como misión el aprendizaje del programa y del entorno informático en el que se desenvolvía; y otras, con posterioridad mucho más abiertas.

---

Consideramos que estos dos tipos de actividades deben coexistir. Las primeras enseñan el manejo de la herramienta, deben estar diseñadas de modo que se puedan resolver con muy *poca ayuda exterior*, deben ser lo suficientemente *interesantes* como para mantener la atención del alumno, además deben permitir que su *gran imaginación* se manifieste, es decir, no deben buscar un único resultado para todos igual, sino que deben dar salida a ese enorme caudal de creatividad de nuestros alumnos, dejando que se ponga de manifiesto, bien en la originalidad de la respuesta, o en el método para llegar a ella.

Las segundas, una vez conocido el manejo del programa informático y después de saber utilizar adecuadamente el entorno de la red, deben plantearse a fin de poner en contacto al alumno con la *genuina actividad matemática* de creación y búsqueda de soluciones utilizando todos sus conocimientos, habilidades y capacidades, echando mano en muchísimos casos de la imaginación, de la creatividad y de la libertad que el entorno les permite.

No vamos a hacer un análisis del programa informático CABRI GEOMETRE II, pero sí señalar que lo consideramos un medio adecuado para que el alumno maneje los conceptos geométricos de una forma muy intuitiva, que le permite comprobar propiedades, descubrir coincidencias que más tarde hay que demostrar, utilizar sus propias construcciones (macros) para resolver distintos problemas y que en definitiva da una enorme libertad al alumno para que formule conjeturas, las compruebe, las defina, e incluso que les ponga nombre.

Las actividades abiertas (p. e. generalizaciones del teorema de Pitágoras., [P1](#)). suponen un esfuerzo importante a nuestros alumnos, y a veces están desorientados, no saben qué camino elegir y solicitan bastantes orientaciones, pero los resultados obtenidos y la satisfacción encontrada al responder, muestra que son necesarias y útiles. Opinamos que se han divertido haciendo matemáticas, recogido en la opinión

---

expresada en la encuesta, y que han utilizado de una manera diferente sus conocimientos y han desarrollado la imaginación y la creatividad.

#### **6.2.4. Sobre metodología docente.**

Un aspecto metodológico a destacar es la insistencia a lo largo todo el curso en la comprobación de los resultados de una construcción con los recursos que el programa proporciona, y que deformen la figura, moviendo uno de los elementos primarios, que observen y anoten los resultados y comprueben las posibles coincidencias que se puedan producir. Esto ha permitido descubrir propiedades geométricas curiosas. Por ejemplo: Una actividad consistía en hallar el área comprendida entre las llamadas Lúnulas de Hipócrates. Al hacer la construcción se comprueba que el área entre las lunas es igual al área del triángulo rectángulo isósceles que ha servido de base para construir las lúnulas.

Estas situaciones han contribuido a aumentar el interés de los alumnos por la asignatura y mostraron en algunos casos que no son los alumnos que consideramos “mejores” los que están más preparados para estas actividades, sino “otro tipo de alumnos” los que han descubierto estos resultados

La actitud hacia el programa es en general positiva y todos se esfuerzan de acuerdo con sus capacidades en resolver los problemas planteados y en tratar de descubrir algo nuevo. El profesor tiene que insistir mucho para conseguir que los alumnos expliquen con sus propias palabras los resultados obtenidos. Normalmente encuentran la solución del problema, pero les cuesta mucho esfuerzo poner las conclusiones por escrito en su hoja de trabajo, aspecto fundamental de cara a poder utilizar con posterioridad el entorno interactivo de aprendizaje. En los mensajes de correo y en el Tablero se sigue insistiendo en la necesidad de expresar y justificar todo por escrito – el profesor virtual les hace repetir los envíos con mensajes *de ...no entiendo lo que quieres decir...*, hasta conseguir que los alumnos se expresen de un forma mas correcta

---

La participación de los alumnos ha sido importante en cuanto al número de mensajes emitidos a través del correo electrónico, de los 13 alumnos activos en la clase de taller de matemáticas, se emitieron 255 mensajes, con una media aproximada de 20 y una desviación típica de 3,7, por lo que podemos considerar la participación bastante homogénea con un 54% por encima de la media y el resto por debajo.

Si consideramos la afectividad y respeto por los iguales destacar el trato exquisito, como se desprende del texto de los mensajes, salvo quizás en un caso, el correspondiente al "*enfrentamiento*" con Oscar que da lugar a abundantes réplicas y contraréplicas no pertinentes, situación esta que se puede hacer extensiva a la interacción con Carlos, en el foro 1.

Se han notado cambios muy significativos en la conducta de los alumnos según su tipología.

Señalaremos que los alumnos *más tímidos—opinión del profesor presencial—* y reservados se comunicaban mejor con el profesor a través de la red que en directo con el profesor real. No les importa mandar correos largos en los que explican sus problemas y dudas; sin embargo en directo su timidez les impide en muchos casos tener una comunicación fluida con profesores y compañeros. A la hora de debatir una solución a un problema, estos alumnos casi no participan en la discusión ; en cambio por la red es diferente, ellos controlan el medio, se sienten desinhibidos y se expresan bastante bien.

Los alumnos *más capaces* se esmeran en expresar con más claridad los resultados de los problemas, las respuestas a las preguntas o la forma de describir una construcción geométrica. Saben que el profesor de la red es exigente con los mensajes y que no sólo valora la corrección de la respuesta, sino también la forma de expresión, la claridad, la precisión y hasta la corrección ortográfica. Esto les ayuda a conocer mejor sus limitaciones de expresión, a no dar por válido un razonamiento hasta que no esté correctamente elaborado y enunciado, a

---

nombrar adecuadamente cada elemento geométrico de la construcción para que la descripción sea lo más clara posible y, en definitiva, a interiorizar un estilo de lenguaje matemático lo más claro y preciso posible.

Los alumnos *con problemas de conducta* se han sentido atraídos por el medio que se utiliza, se han comprobado las posibilidades de trabajar con ellos con este soporte e incluso han dado lugar a resultados curiosos y notables. Podemos citar el *Teorema de Pitafete*, enunciado por dos alumnos y amigos de las características citadas, que presentamos a continuación:

#### TEOREMA DE PITAFETE

*Cualquier polígono semejante construido sobre los lados de un triángulo (rectángulo) respeta a Pitágoras, aunque los polígonos ocupen sólo la mitad del lado que están ocupando o cualquier medida, siempre que los polígonos ocupen la misma parte en su lado del triángulo.*

Como se observa, la respuesta no es muy precisa, pero la idea del “respeto a Pitágoras” queda geoméricamente clara en sus mentes y muestran imaginación a la hora de expresarla. Pensamos que es muy significativo este hecho y consideramos que otro gran campo de trabajo está en la forma de llegar a estos *alumnos difíciles* y la utilización de la *red electrónica* puede ser un camino muy útil que merece la pena desarrollar.

Consideramos que el ambiente general de trabajo e interés, que había antes de la utilización de la red, no ha experimentado grandes modificaciones, ahora bien, el trato exquisito que se tiene en la comunicación electrónica con el profesor virtual, se extrapola de alguna manera al trato directo entre los alumnos y los profesores presenciales. Podemos decir que se establecen unas relaciones distintas gracias al trabajo a través de la red. Una labor de intercambio de mensajes hecha en estas condiciones puede ser muy válida para *mejorar actitudes, formas y maneras* en el trato profesor-alumno y entre alumnos entre sí, aspectos éstos que tanto se echan en falta en los I.E.S. actuales.



---

<b>6. Aportaciones sobre Investigación e Innovación.....</b>	<b>329</b>
<b>6.1. Aportaciones de investigación.....</b>	<b>330</b>
<b>6.1.1. En relación con los objetivos. ....</b>	<b>331</b>
<b>6.1.2. En relación con las interacciones. ....</b>	<b>331</b>
6.1.2.1. <i>Tablero electrónico. ....</i>	331
6.1.2.2. <i>Correo electrónico.....</i>	335
<b>6.2. Sobre aspectos de innovación docente. ....</b>	<b>339</b>
<b>6.2.1. Aspectos generales.....</b>	<b>339</b>
<b>6.2.2.- Sobre el profesor virtual.....</b>	<b>341</b>
<b>6.2.3. Sobre el diseño de las cabri-actividades.....</b>	<b>343</b>
<b>6.2.4. Sobre metodología docente.....</b>	<b>345</b>

# Capítulo 7º

---

## 7. Conclusiones e implicaciones didácticas.

### 7.1. Conclusiones.

A continuación establecemos una serie de conclusiones y señalamos algunos de los aspectos destacables que se han puesto de manifiesto en relación con la enseñanza, con la utilización del entorno interactivo; atendiendo a los diferentes componentes básicos del proceso educativo.

#### **En relación con los alumnos.**

La utilización del entorno diseñado, plantea la posibilidad de dirigirse a una población heterogénea en cuanto a la edad y su cualificación, frente a la enseñanza presencial que en general va dirigida a una población homogénea, al menos en cuanto a la edad. Más aún, en el aula han convivido alumnos de diferentes edades, niveles cognitivos y capacidades. Por supuesto para los alumnos con necesidades educativas especiales fue necesario diseñar actividades específicas, como ya se ha dicho anteriormente

Aprendizaje en situación libre, en un contexto de independencia frente a una situación controlada, generalmente en un contexto de dependencia.

---

Obtención de registros completos, precisos y conteniendo numerosa información sobre el desarrollo de los alumnos

### **7.2. Implicaciones didácticas.**

Con la experiencia obtenida, consideramos que se podría extender el uso del soporte diseñado a la enseñanza con alumnos a distancia que se comunicarían con el tutor a través de la red. Una vez analizada la importancia de la figura del “profesor virtual” pensamos que sería muy interesante para aquellos grupos de alumnos que por su lejanía o su imposibilidad de acudir a clases presenciales no tuvieran acceso a la enseñanza presencial. Esto puede extenderse a todas las materias.

En los niveles de enseñanza en la E.S.O., desarrollando mediante actividades de CABRI II todo el temario de 4º de E.S.O. de geometría se podría, mediante un ordenador y el módem, realizar el seguimiento de los alumnos del instituto que por causa de enfermedad no pudieran asistir temporalmente a las clases presenciales.

Esta investigación y experiencia realizada en el ámbito de la Geometría, se podría realizar en otras partes de las matemáticas como la Estadística que podría perfectamente ser desarrollada con una hoja de cálculo, incluso con la del programa WORKS proporcionado por el M.E.C.

Los alumnos con necesidades educativas especiales, aunque hemos tenido que diseñar actividades específicas –en relación con el tema considerado– también han podido participar de forma activa en la experiencia. Hemos notado un aumento de su independencia a la hora de interpretar una pregunta y elaborar una respuesta. Destacamos además que para estos alumnos, la forma de proceder con ellos, señalando específicamente sus actividades, no ha resultado discriminatoria, porque los demás no accedían a ellas y no sabían el nivel de las mismas; simplemente

---

se indicaba que eran unas preguntas con un asterisco que no debían contestar. Estas preguntas eran respondidas siempre por correo electrónico, salvando de esta forma el anonimato con relación a los demás. En este caso el uso de la red puede ser muy interesante porque permite esa independencia y el adaptarse con relativa facilidad a las diferencias individuales de nuestros alumnos. Quizás los alumnos con necesidades educativas especiales sean los que más se pueden beneficiar del uso de la red, porque ésta les permite un tratamiento individualizado y adaptado a sus necesidades, les deja disfrutar de más tiempo y tranquilidad a la hora de elaborar sus conclusiones, debido al hecho de no sentirse presionados por el resto de la clase, les obliga a utilizar intensivamente la expresión escrita que es absolutamente necesaria en este tipo de enseñanza, lo que les va a permitir mejorar sus niveles de conocimiento, expresión y autoafirmación de sus posibilidades.

#### **En relación con la metodología.**

Es importante, resaltar el tiempo mínimo de respuesta a los problemas y a las demandas de los alumnos, a pesar de la distancia, utilizando la tutoría telemática, bien mediante el tablón o el correo electrónico. Se podrían desarrollar estrategias que mejorasen todavía más el tiempo de respuesta, como por ejemplo la tutoría en tiempo real, pero esta estaría limitada al menos por el número de alumnos.

En la evaluación a distancia, aunque en nuestro caso casi no nos ha planteado problemas de validez, si que se ha dado el caso de recibir algún mensaje improcedente, pues aunque a los alumnos participantes en el Proyecto se les insistía en la necesidad de no dejar escrita la contraseña de acceso, en algunos casos no ha sido así, siendo difícil detectar el fraude. Las prevenciones contra el fraude son difíciles. haciendo que se reduzca la credibilidad en la evaluación a distancia.

---

Una posible solución sería combinar la autoevaluación con una evaluación presencial.

Es importante, caer en la cuenta de que se trata de una enseñanza a través de combinación de diversos medios técnicos, en algunos casos muy sofisticados, que requiere una formación específica de los enseñantes en cuanto a metodología y uso de los recursos tecnológicos.

Requiere producción de material específico y muy bien elaborado, en el que deben participar profesionales de la didáctica de la materia correspondiente e incluso diseñadores gráficos que hagan más atractiva la presentación de los materiales y actividades.

Es necesaria, una formación específica de los aprendices en cuanto al uso de los recursos tecnológicos; no se puede dar por sentada la destreza en la utilización de los mismos, si bien es cierto que cada vez los alumnos llegan a los centros siendo más duchos en el uso de determinadas herramientas informáticas.

La oferta de actividades se puede adaptar a entornos, niveles y estilos diversos de aprendizaje, permitiendo una gran flexibilidad en ritmos propios de aprendizaje, dando autonomía suficiente para que cada alumno programe su ritmo y forma de aprender. Convierte al alumno en el centro del proceso de aprendizaje y en sujeto activo de su formación. Es fundamental a la hora de preparar las actividades tener en consideración el tipo de alumnos destinatarios de la formación.

El material didáctico se puede estructurar de manera que sea posible la autoevaluación, con lo que de motivador tiene conocer con inmediatez los progresos del propio aprendizaje.

Se potencia la iniciativa personal, el alumno adquiere actitudes, intereses, valores y hábitos formativos que le facilitan los mecanismos precisos para regirse a sí mismo y para aprender a aprender.

Un inconveniente de este tipo de enseñanza puede ser alcanzar aquellos objetivos que no atienden a capacidades que se expresen por escrito, que en gran parte podrían ser obviados con una utilización adecuada y complementaria de la teledifusión y videoconferencia de grupo.

La eficacia de los sistemas formativos depende en gran parte de la formación, capacidades y actitudes de sus docentes. En este sistema de enseñanza, la docencia no es directa, se utilizan recursos técnicos más o menos sofisticados para posibilitar la comunicación bidireccional (multidireccional) en la que colabora un profesor/ tutor, por lo que además de ser expertos en los contenidos de la disciplina correspondiente se requiere un período de capacitación tecnológica, que en principio no puede darse por sentada

**Anexos**



# **ANEXO I**

**Modelo de encuesta pasada a los alumnos del proyecto Clavijo y resultados de la misma**

**MODELO DE ENCUESTA A LOS ALUMNOS DEL PROYECTO CLAVIJO.**

**Valora de 1(poco) a 5(mucho) las siguientes preguntas**

1. Asisto con regularidad a clase.....
  
2. Asisto a gusto a esta clase.....
  
3. Si he necesitado ayuda en alguna actividad, la he encontrado bien a través del correo electrónico bien de forma presencial.....
  
3. La atención que he recibido por parte de los profesores en las consultas que les he hecho ha sido adecuada.....
  
- 4.¿ Crees que las actividades y problemas planteados son adecuados a vuestros conocimientos de geometría?.....
  
5. Las actividades y problemas están planteados con claridad.....
  
6. Las respuestas efectuadas bien a través del tablón bien a través del correo electrónico han sido efectuadas con claridad y precisión. ....
  
7. Los profesores se interesan por el aprendizaje de los alumnos.....
  
8. Considerando globalmente todos los aspectos de las clases del taller, estoy satisfecho con el desarrollo de las mismas.....
  
9. Estoy satisfecho con mi trabajo realizado en la clase.....
  
10. Estoy satisfecho con el trabajo llevado a cabo por los profesores .....

11. Los contenidos que se imparten en esta asignatura me parecen adecuados para mi formación .....

12. Me ha resultado gratificante participar en esta experiencia .....

---

13. ¿Volverías a participar en alguna experiencia semejante.?.....

14. ¿Crees que una experiencia de este tipo se podría llevar a cabo con alguna otra asignatura ? Di cuáles: .....

.....

.....

15. Escribe si te parece oportuno algún comentario en relación con la experiencia que hemos realizado.

.....

.....

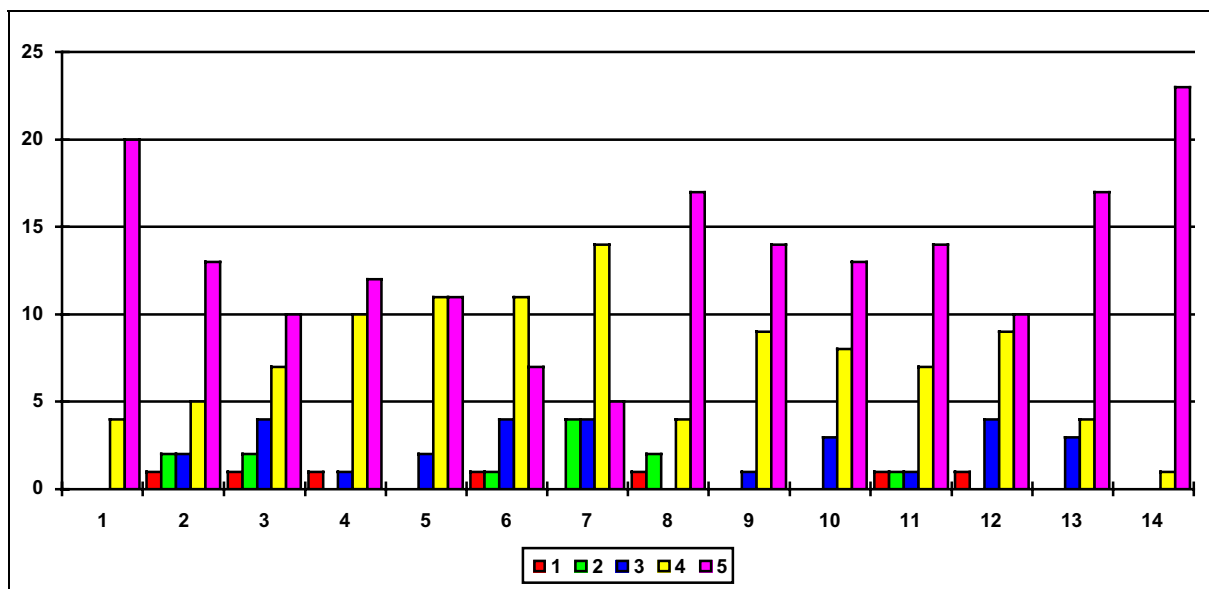
.....

**DATOS DE LA ENCUESTA A LOS ALUMNOS DEL PROYECTO CLAVIJO**

Valora de 1(poco) a 5 (mucho) las siguientes preguntas

PREGUNTA	VALORACIÓN				
	1	2	3	4	5
1.- Asisto con regularidad a clase	0	0	0	4	20
2.- Asisto a gusto a esta clase	1	2	2	5	13
3.- Si he necesitado ayuda en alguna actividad, la he encontrado bien a través del correo electrónico, bien de forma presencial	1	2	4	7	10
4.- La atención que he recibido por parte de los profesores en las consultas que les he hecho ha sido adecuada	1	0	1	10	12
5.- ¿Crees que las actividades y problemas planteados son adecuados a vuestros conocimientos de geometría?	0	0	2	11	11
6.- Las actividades y los problemas están planteados con claridad?	1	1	4	11	7
7.- Las respuestas efectuadas bien a través del tablón, bien a través del correo electrónico han sido efectuadas con claridad y precisión?	0	4	4	14	5
8.- Los profesores se interesan por el aprendizaje de los alumnos?	1	2	0	4	17
9.- Considerando globalmente todos los aspectos de las clases de taller, estoy satisfecho con el desarrollo de las mismas	0	0	1	9	14
10.- Estoy satisfecho con mi trabajo realizado en clase	0	0	3	8	13
11.- Estoy satisfecho con el trabajo llevado a cabo por los profesores	1	1	1	7	14
12.- Los contenidos que se imparten en esta asignatura me parecen adecuados para mi formación	1	0	4	9	10
13.- Me ha resultado gratificante participar en esta experiencia	0	0	3	4	17
14.- ¿Volverías a participar en alguna experiencia semejante?	0	0	0	1	23
15.- ¿Crees que una experiencia de este tipo se podría llevar a cabo con alguna otra asignatura? Di cuáles					
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Historia</li> <li>• Biología</li> <li>• Diseño</li> <li>• Plástica</li> <li>• Matemáticas</li> </ul>					
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tecnología</li> <li>• Ciencias</li> <li>• Lengua</li> <li>• Física y Química</li> <li>• Cualquiera</li> </ul>					
16.- Escribe si te parece oportuno algún comentario en relación con la experiencia que hemos realizado					
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interesante y he aprendido bastante</li> <li>• Clases divertidas y he aprendido mucho</li> <li>• Se aprende internet, es aprendizaje lento, no se aprende como con un profesor presencial</li> <li>• Oportunidad de conocer a más personas</li> <li>• Puedes consultar con otros alumnos sin moverte</li> </ul>					
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ha aprendido el manejo del ordenador más que en dos años de informática Aprende a trabajar con ordenador, aprende geometría y a utilizar mejor el ordenador</li> <li>• Puede valer</li> <li>• Muy satisfactorio, espero que se hagan más</li> <li>• No le parece oportuno hacer ningún comentario</li> </ul>					

**ENCUESTA A LOS ALUMNOS DEL PROYECTO CLAVIJO**  
**Valora de 1 (poco) a 5 (mucho) las preguntas 1 a 14**





## **ANEXO II**

**Modelo de base de datos del tablero electrónico**





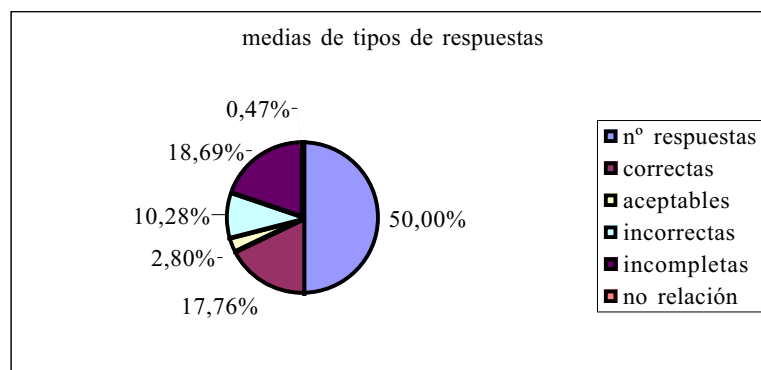
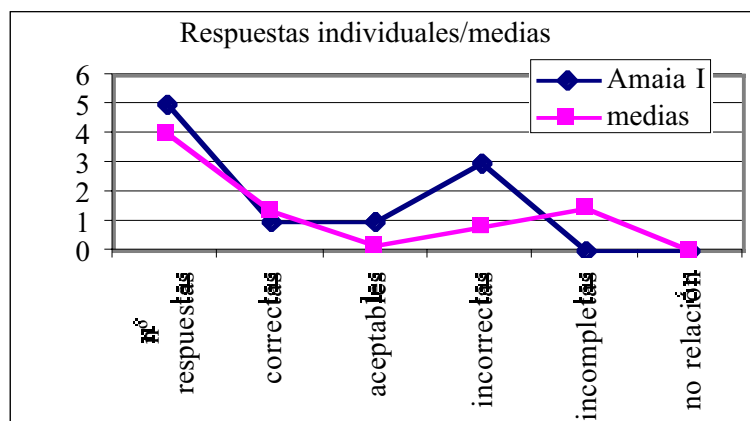
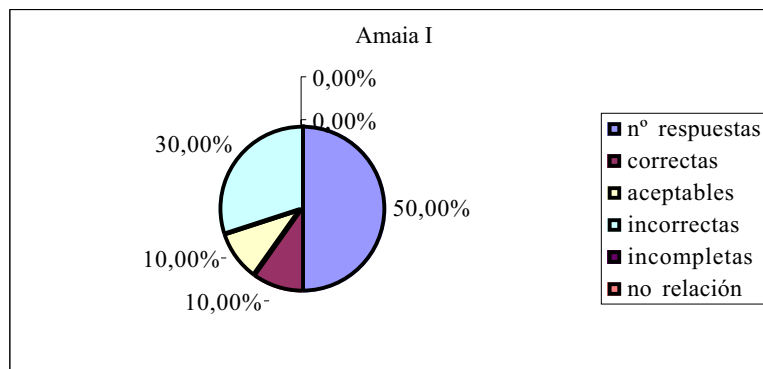




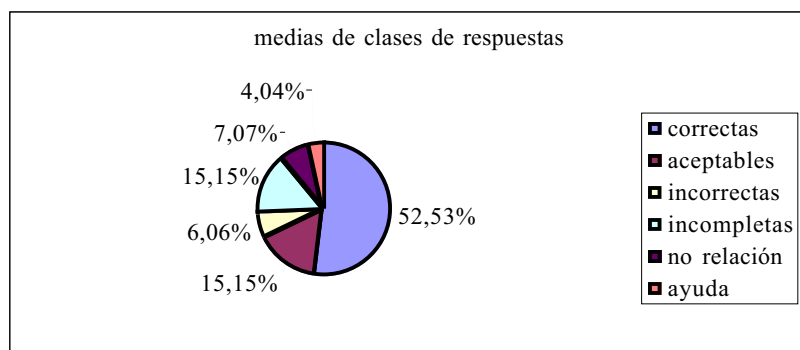
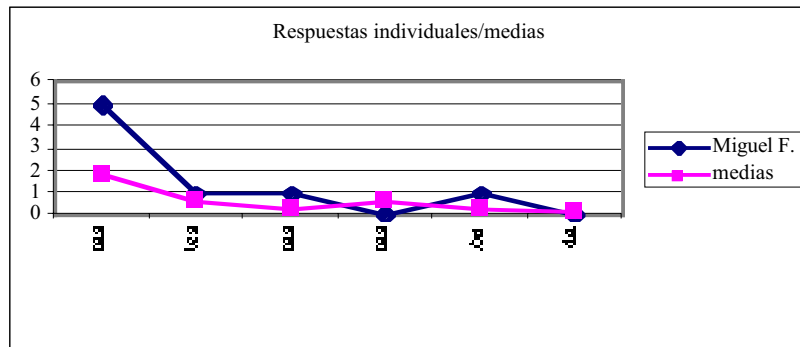
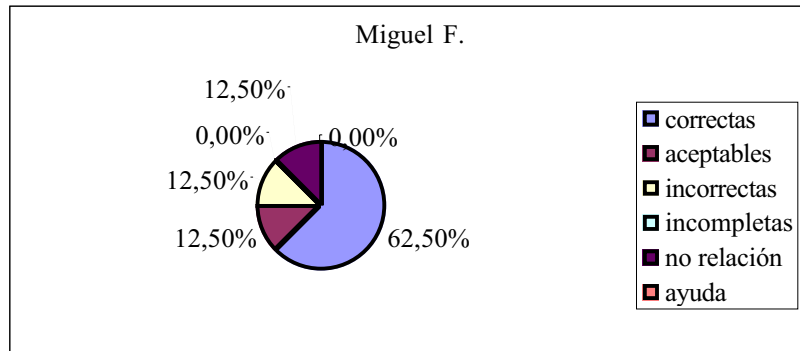
## **ANEXO III**

**Modelos de gráficos individuales correspondientes al tablero  
y correo electrónicos.**

### MODELO DE GRÁFICOS INDIVIDUALES CORRESPONDIENTES AL TABLERO ELECTRÓNICO.



**MODELO DE GRÁFICOS INDIVIDUALES CORRESPONDIENTES AL CORREO ELECTRÓNICO.**





## **ANEXO IV**

**Datos totales y análisis de los mismos correspondientes a las pruebas realizadas a los alumnos del Proyecto al comienzo y al final del curso 1998/99.**





## ANÁLISIS DE LAS PRUEBAS DE GEOMETRÍA REALIZADAS A LOS ALUMNOS DE TALLER DE MATEMÁTICAS DE 4º CURSO DE E.S.O. UTILIZANDO LA RED ELECTRÓNICA COMO SOPORTE INSTRUCCIONAL

### 1. Introducción

En octubre de 1998 se pasó una prueba de Geometría a todos los grupos de 4º de E.S.O. del I.E.S. “Batalla de Clavijo” con el objetivo de medir los conocimientos que tenían al comienzo del curso (PRUEBA INICIAL).

De todos estos alumnos, un grupo de 15 asistió a Taller de Matemáticas y recibió instrucción a través de la red electrónica durante dos horas semanales.

Al finalizar el curso se les volvió a pasar *la misma prueba* con el fin de determinar si había alguna diferencia significativa (PRUEBA FINAL).

Se hace un estudio comparativo de los resultados del total de grupos y de los alumnos del taller, tanto de los resultados globales como en los distintos aspectos estudiados en la prueba.

La prueba constaba de 15 preguntas y estudiaba los siguientes aspectos:

- Conceptos geométricos en general: idea de bisectriz, mediatriz, circuncentro, etc. y sus propiedades. Preguntas 1 y 2.
- Semejanzas. Preguntas 3, 4, 5 y 13.
- Traslaciones. Preguntas 6 y 7.
- Giros. Preguntas 8, 9 y 10.
- Simetrías. Preguntas 11 y 12.
- Aplicaciones geométricas de los teoremas de Pitágoras, altura y cateto. Preguntas 14 y 15.

Se calificó a dos puntos por pregunta.

## 2. Análisis de los resultados globales

Los resultados globales (sobre 30 puntos) de la prueba fueron:

	INICIAL			FINAL			VARIACIÓN		
	$\mu$	$\sigma$	C.V.	$\mu$	$\sigma$	C.V.	$\mu$	$\sigma$	C.V.
<b>TODOS</b>	17,47	4,12	0,24	17,89	4,68	0,26	0,42	0,56	0,02
<b>TALLER</b>	19,6	3,72	0,19	20,10	3,16	0,16	0,50	-0,56	-0,03

Se ve que hay una mejora de los resultados en el total de grupos a lo largo del curso. Los alumnos del Taller ya tenían unos conocimientos superiores al resto al comenzar el curso y también han mejorado al final. El aumento es más acusado en los alumnos del Taller y su dispersión al final es menor que al comienzo del curso. El uso de la red electrónica parece que produce una mejora en los resultados y que el grupo se hace más homogéneo en los resultados, presenta una menor dispersión, aunque las diferencias no son muy acusadas.

## 3. Análisis de los resultados por aspectos de la prueba

### 3.1. Conceptos geométricos.

Puntos totales 4.

	INICIAL			FINAL			VARIACIÓN		
	$\mu$	$\sigma$	C.V.	$\mu$	$\sigma$	C.V.	$\mu$	$\sigma$	C.V.
<b>TODOS</b>	3,06	0,99	0,32	3,68	0,72	0,20	0,62	-0,27	-0,12
<b>TALLER</b>	3,2	0,98	0,31	4,00	0,00	0,00	0,80	-0,98	-0,31

Aquí el aumento es muy significativo y la dispersión de los resultados es mucho menor en los alumnos del Taller que en la generalidad de éstos.

### 3.2. Semejanzas

Puntos totales 8.

	INICIAL			FINAL			VARIACIÓN		
	$\mu$	$\sigma$	C.V.	$\mu$	$\sigma$	C.V.	$\mu$	$\sigma$	C.V.
<b>TODOS</b>	5,00	0,97	0,19	5,10	1,77	0,35	0,10	0,80	0,16
<b>TALLER</b>	5,00	0,63	0,13	5,4	1,02	0,19	0,40	0,39	0,06

El mismo efecto anterior. Además podemos indicar que es uno de los aspectos conceptualmente más complicado, que da pie a multitudes de aplicaciones geométricas y que es la base para el inicio de las demostraciones en general.

### 3.3. Traslaciones

Puntos totales 6.

	INICIAL			FINAL			VARIACIÓN		
	$\mu$	$\sigma$	C.V.	$\mu$	$\sigma$	C.V.	$\mu$	$\sigma$	C.V.
<b>TODOS</b>	1,00	1,28	1,28	0,95	1,23	1,29	-0,05	-0,05	0,01
<b>TALLER</b>	1,80	1,46	0,81	1,6	1,62	1,01	-0,20	0,16	0,20

Aquí parece que la dificultad conceptual de los vectores libres del plano ha hecho descender los resultados. Es un aspecto a estudiar para el curso próximo, tanto en el Taller como en las clases normales. De cualquier manera, los alumnos del Taller están por encima de la media de los demás grupos.

**3.4. Giros**

Puntos totales 6.

	INICIAL			FINAL			VARIACIÓN		
	$\mu$	$\sigma$	C.V.	$\mu$	$\sigma$	C.V.	$\mu$	$\sigma$	C.V.
<b>TODOS</b>	3,29	1,07	0,33	3,64	1,48	0,41	0,35	0,41	0,08
<b>TALLER</b>	3,60	1,36	0,38	4,00	0,63	0,16	0,40	-0,73	-0,22

Se mantiene la misma tendencia que en los anteriores aspectos.

**3.5. Simetrías**

Puntos totales 4.

	INICIAL			FINAL			VARIACIÓN		
	$\mu$	$\sigma$	C.V.	$\mu$	$\sigma$	C.V.	$\mu$	$\sigma$	C.V.
<b>TODOS</b>	2,94	0,87	0,30	2,42	1,04	0,43	-0,52	0,17	0,13
<b>TALLER</b>	3,40	0,49	0,14	2,80	0,98	0,35	-0,60	0,49	0,21

Hay también dificultades en este aspecto y los resultados parciales han bajado. Los alumnos del Taller están por encima de la media.

**3.6. Aplicaciones geométricas de los teoremas**

Puntos totales 4.

	INICIAL			FINAL			VARIACIÓN		
	$\mu$	$\sigma$	C.V.	$\mu$	$\sigma$	C.V.	$\mu$	$\sigma$	C.V.
<b>TODOS</b>	2,35	0,97	0,41	2,00	0,92	0,46	-0,35	-0,05	0,05
<b>TALLER</b>	2,80	0,40	0,14	2,60	0,75	0,29	-0,20	0,35	0,15

Hay un descenso menos acusado en los alumnos del taller que están igualmente por encima de la media.

#### **4. Comentario final**

Con los datos actuales es difícil hacer una afirmación categórica, se debería hacer una prueba más exhaustiva para poder dar unos resultados más fundamentados. No obstante, salvo en algunos aspectos, los resultados del Taller han sido mejores que los del grupo en general, la mejora de puntuaciones a lo largo del curso ha sido más acusada y las diferencias individuales parece que se liman: es un grupo que trabaja más al unísono y da unos resultados más homogéneos.



## **ANEXO V**

**Resultados globales del tablero electrónico. Clases de respuestas.**

**Resultados globales del correo electrónico. Clases de respuestas**

**PRIMERA FASE.**

**RESULTADOS GLOBALES DEL TABLERO ELECTRÓNICO. CLASES DE RESPUESTAS.**

lista	Amaia I	Ana M.	Ana R.	Carlos R.	Daniel M.	Daniel R.	Daniel S.	Diego M.	Diego U.	Eduardo G.	Fernando J.	Idoia E.	Ivan M.
<b>correctas</b>	1	0	1	0	1	0	0	1	3	0	1	2	2
<b>aceptables</b>	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
<b>incorrectas</b>	3	0	0	0	0	1	0	4	0	0	0	4	1
<b>incompletas</b>	0	0	0	3	1	0	0	1	4	1	1	1	0
<b>no relación</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<b>nº respuestas</b>	5	0	1	4	2	1	0	6	7	2	2	7	3

lista	Javier B.	Javier O.	Jesus G.	Jesus N.	Judith N.	Miguel F.	Oscar R.	Raul R.	Ricardo	Ruben E.	Ruben G.	Tamara J.	Vanesa B.	Zahara V.
<b>correctas</b>	2	4	1	1	2	3	1	0	0	3	3	1	1	4
<b>aceptables</b>	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<b>incorrectas</b>	0	0	1	0	0	1	0	0	0	4	1	1	1	0
<b>incompletas</b>	0	1	0	0	0	1	8	9	2	1	1	1	2	2
<b>no relación</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
<b>nº respuestas</b>	2	5	3	2	3	5	9	9	2	8	6	3	4	6

	medias	varianza	desv. típica	mediana	moda	máximo	mínimo
<b>correctas</b>	1,407407407	1,558404558	1,248360749	1	1	4	0
<b>aceptables</b>	0,222222222	0,179487179	0,423659273	0	0	1	0
<b>incorrectas</b>	0,814814815	1,772079772	1,331194866	0	0	4	0
<b>incompletas</b>	1,481481481	5,105413105	2,259516122	1	0	9	0
<b>no relación</b>	0,037037037	0,037037037	0,19245009	0	0	1	0
<b>nº respuestas</b>	3,962962963	6,806267806	2,608882482	3	2	9	0



## RESULTADOS GLOBALES DEL CORREO ELECTRÓNICO. CLASES DE RESPUESTAS.

lista	Amaia I	AnaM	Ana R.	CarlosR.	DanielM.	DanielR.	DanielS.	DiegoM.	DiegoU.	EduadoG.	FernandoJ.	Idoia E.	IvanM.
correctas	0	0	0	3	0	2	0	5	0	3	4	2	0
aceptables	0	0	0	0	0	2	0	1	0	1	1	3	0
incorrectas	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0
incompletas	0	0	0	3	0	1	1	1	0	0	0	1	0
no relación	0	0	1	1	0	0	0	2	0	0	0	0	1
ayuda	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0
nº respuestas	0	0	1	8	0	5	1	10	0	7	5	7	1

lista	Javier B.	Javier O.	Jesus G.	Jesus N.	Judith N.	MiguelF.	Oscar R.	Raul R.	Ricardo	Ruben E.	RubenG.	TamaraJ.	Vanesa.	Zahara .
correctas	2	0	3	1	3	5	6	0	0	5	0	0	6	2
aceptables	1	0	0	0	1	1	1	0	0	2	0	0	1	0
incorrectas	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
incompletas	2	0	1	0	1	0	2	1	0	0	0	0	1	0
no relación	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
ayuda	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
nº respuestas	5	0	4	1	7	8	9	1	0	8	0	0	9	2

	medias	varianza	desv. típica	mediana	moda	máximo	mínimo
correctas	1,925925926	4,455840456	2,110886178	2	0	6	0
aceptables	0,555555556	0,641025641	0,800640769	0	0	3	0
incorrectas	0,222222222	0,179487179	0,423659273	0	0	1	0
incompletas	0,555555556	0,641025641	0,800640769	0	0	3	0
no relación	0,259259259	0,276353276	0,525693139	0	0	2	0
ayuda	0,148148148	0,284900285	0,533760513	0	0	2	0
nº respuestas	3,666666667	13	3,605551275	2	0	10	0

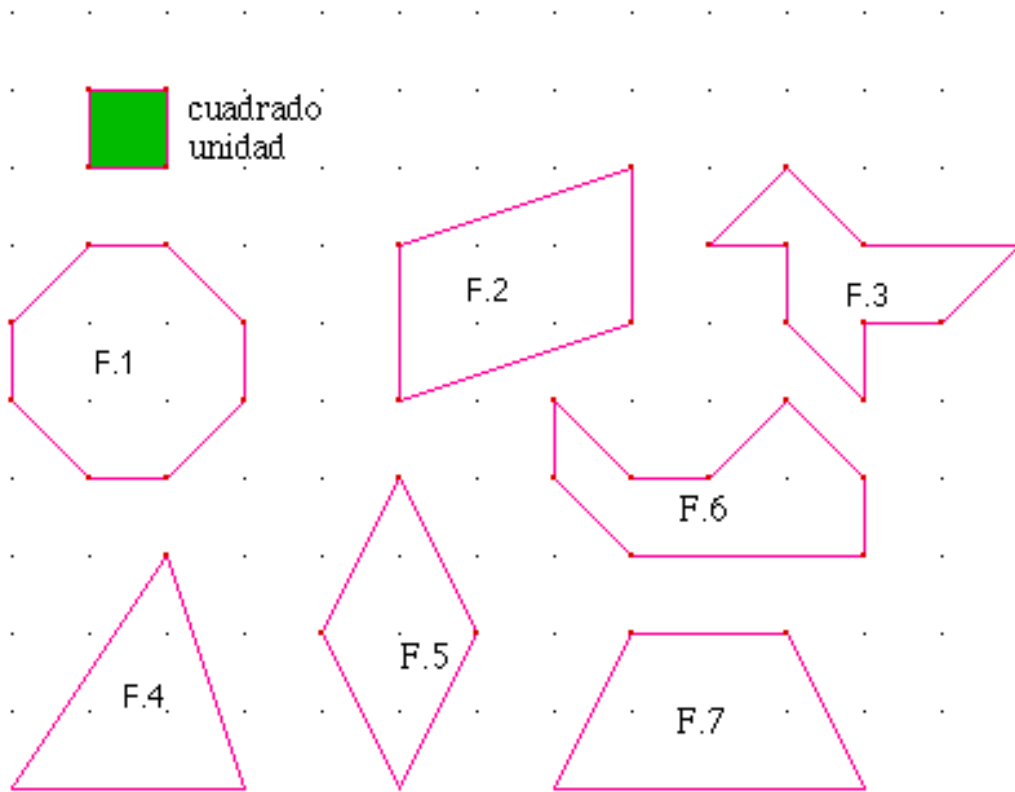


## **ANEXO VI**

**Actividades tal y como aparecen en la página principal de actividades.**

**ACTIVIDAD1**

Dado el gráfico que se presenta a continuación, reproducélo utilizando el programa CABRI. Intenta responder a las preguntas que se hacen en relación al mismo, justificando tus respuestas.



NOTA: El cuadrado de color verde representa la unidad cuadrada.

**Pregunta1A.** ¿Cuántas unidades cuadradas del tipo anterior miden las áreas de cada una de las figuras que hay dibujadas?

**Pregunta1B** ¿Sabrías calcular el perímetro de cada figura?

NOTA: Los números irracionales tienen el mismo derecho a la existencia que los demás.

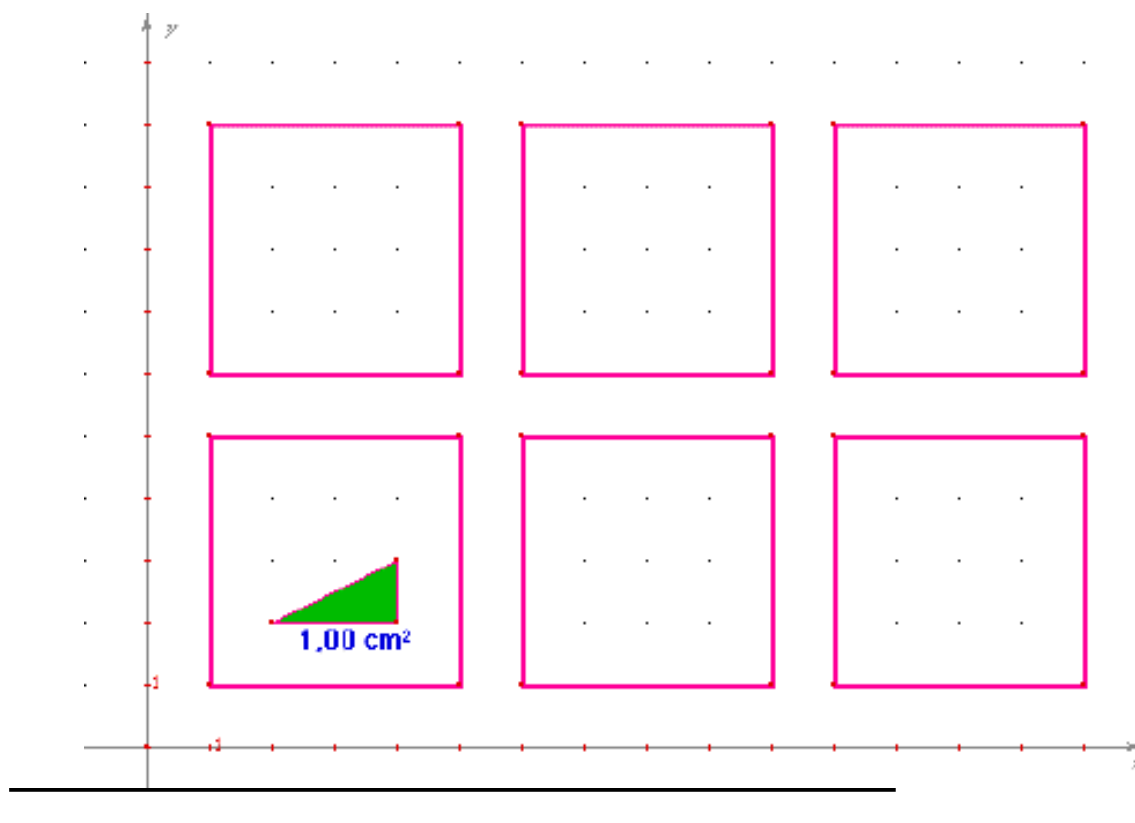
RESPONDE ENVIANDO UN MENSAJE DE CORREO CON SU CORRESPONDIENTE ARCHIVO DE CABRI

### ACTIVIDAD 2

- En la figura que se muestra a continuación tienes un triángulo de área UNA UNIDAD dentro de un cuadrado. Se trata de que dibujes todos los triángulos de área UNA UNIDAD que tengan los vértices en puntos de la cuadrícula del interior del cuadrado.
- Dibuja también triángulos que no tengan ningún lado paralelo a los lados del cuadrado.
- Hay dibujados varios cuadrados para que los puedas dibujar todos. Cuando no te quepan en uno, dibújalos en otro. Si te hacen falta más cuadrados dibújalos.

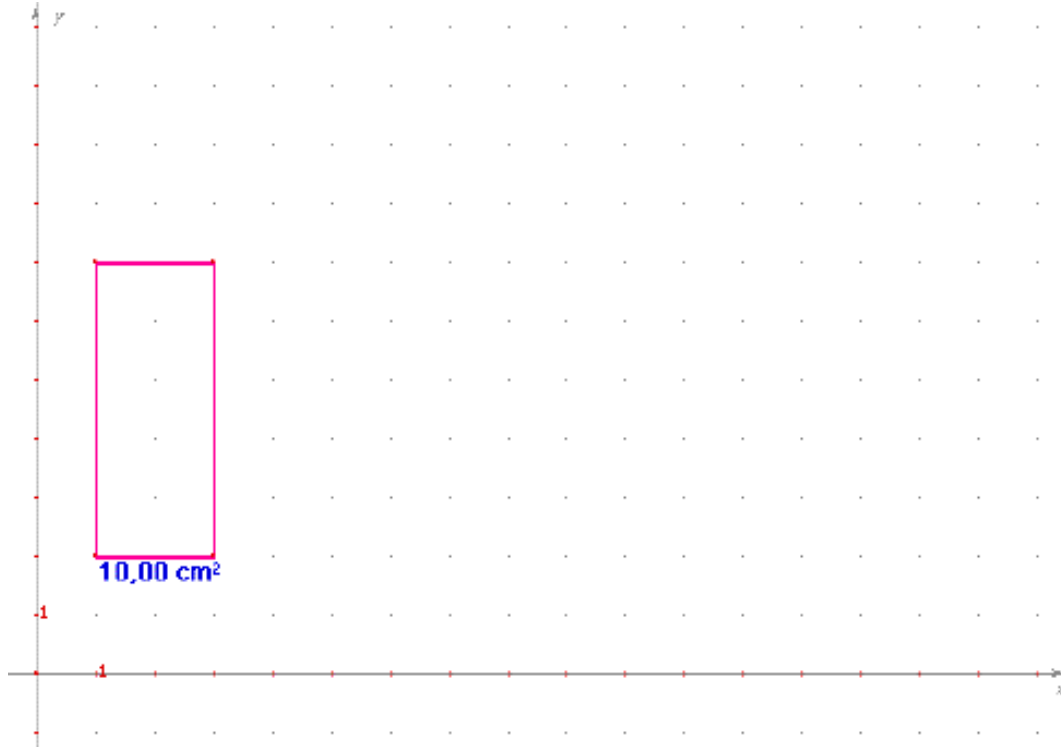
Razona la respuesta mediante un comentario en la pantalla.

RESPONDE ENVIANDO UN MENSAJE DE CORREO CON SU CORREPONDIENTE ARCHIVO DE CABRI.



**ACTIVIDAD 3.**

En la figura, que se muestra a continuación, tienes un RECTÁNGULO de área 10 UNIDADES.



Se trata de que construyas todos los rectángulos de área 10 UNIDADES que se puedan, con los vértices en la cuadrícula.

Observación: hay más de 3 posibilidades.

**Pregunta 3A:**

¿Cuántos rectángulos de área 10 unidades hay? Razona la respuesta.

**Pregunta 3B:**

¿Cuál de los rectángulos de área 10 unidades tiene mayor PERÍMETRO? Razona tu respuesta

**Pregunta 3C:**

Cuál es el rectángulo de mayor área y de perímetro 20 UNIDADES. Dibuja los rectángulos que te hagan falta y razona la respuesta.

**RESPONDE ENVIANDO UN MENSAJE DE CORREO CON SU CORRESPONDIENTE ARCHIVO DE CABRI.**

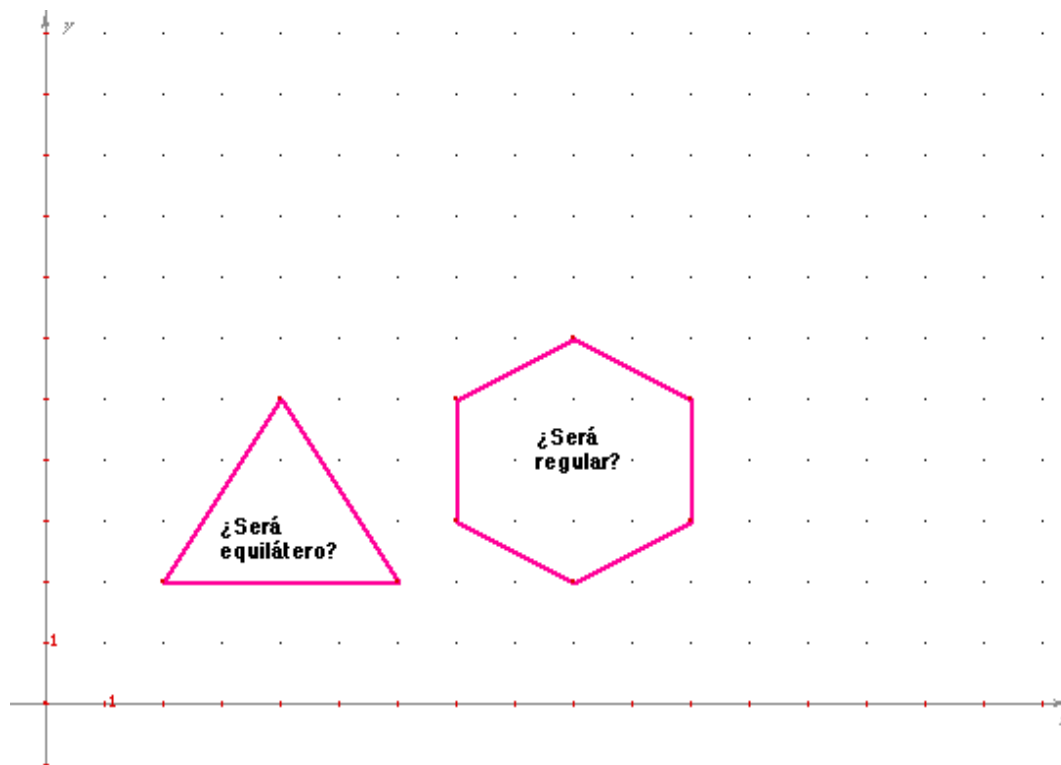
---



---

**ACTIVIDAD 4.**

En la figura que se muestra a continuación tienes dibujados un triángulo y un hexágono que no sabemos si son regulares.



**Pregunta 4A:**

¿Se puede dibujar un triángulo equilátero con vértices en la cuadrícula? Razona.

**Pregunta 4B:**

¿Qué polígonos regulares se pueden dibujar con vértices en la cuadrícula? Dibújalos y razona la respuesta.

RESPONDE ENVIANDO UN MENSAJE DE CORREO CON SU CO-RREPONDIENTE ARCHIVO DE CABRI.

---



---

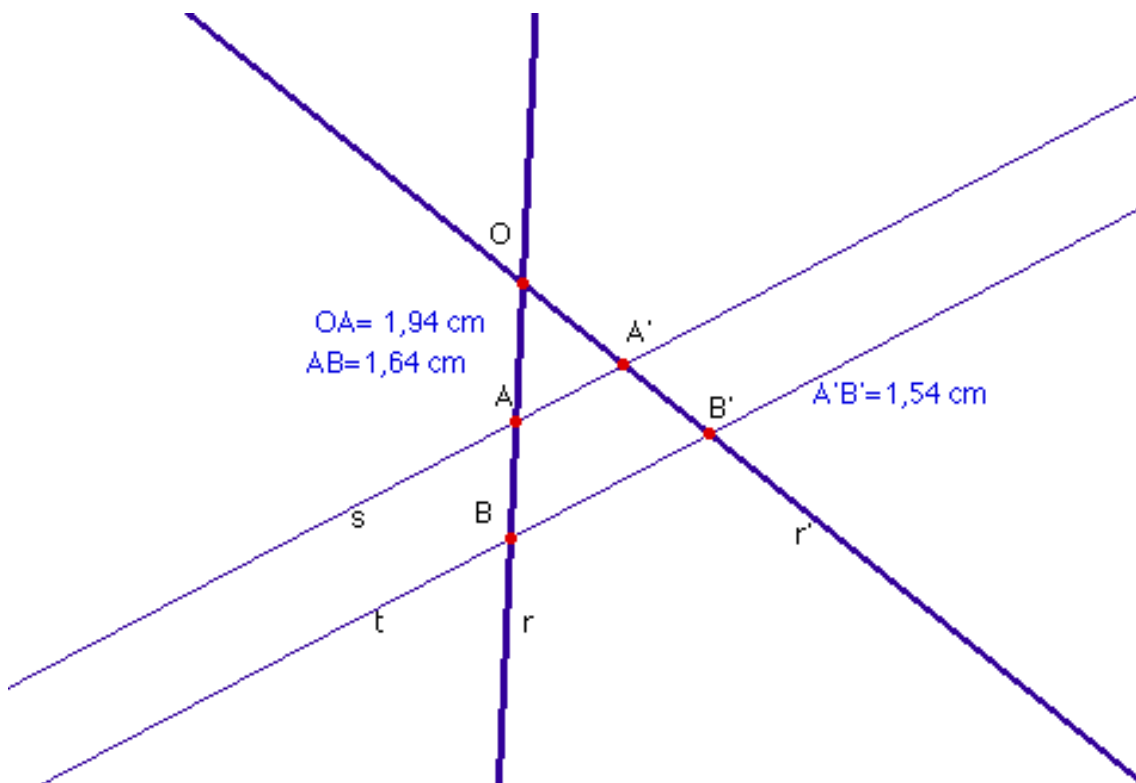
## Actividad A5

Haz una figura como la que hay debajo (las rectas  $s$  y  $t$  son paralelas) y mide todos los segmentos que aparezcan en la misma.

Se trata de saber si hay alguna RELACIÓN entre las medidas de esos segmentos, y que la expreses con palabras. Para ello es conveniente que hagas operaciones con esas medidas (no te decimos cuáles), para ver si encuentras algo. No olvides que esa relación se debe mantener cuando muevas con el ratón los puntos  $A$  y  $B$  o las rectas  $r$  y  $r'$ .

Si el resultado es curioso podrías formularlo como un TEOREMA y bautizarlo con tu nombre o ponerle el nombre que te parezca bien.

¿Cuál es esa RELACIÓN o TEOREMA?




---



---



## Actividad A6

### Pregunta 6A

Dibuja un segmento cualquiera AB y haz la construcción necesaria para dividirlo en 3, 4, 5, ... partes iguales. Razona cómo lo has conseguido. No vale utilizar la calculadora para dividir el segmento.

### Pregunta 6B

Divide un segmento cualquiera en tres partes, de manera que la primera sea doble que la segunda y ésta doble que la tercera. Razona cómo lo has conseguido.

### Pregunta 6C:

Divide un segmento cualquiera en PARTES PROPORCIONALES a los números 2, 3 y 5. (Los números **a**, **b** y **c** son proporcionales a los **a'**, **b'** y **c'** si se puede hacer con ellos una PROPORCIÓN, es decir, si cumplen esta relación:  $\mathbf{a / a' = b / b' = c / c'}$ ). Razona la respuesta.

### Pregunta 6D

Dados tres segmentos AB, CD y EF. Hallar un cuarto segmento XX' que sea cuarto proporcional con AB, CD y EF. (Un segmento es cuarto proporcional de otros tres cuando entre sus medidas se puede formar la proporción  $\mathbf{AB / CD = EF / XX'}$ ). Razona la respuesta.

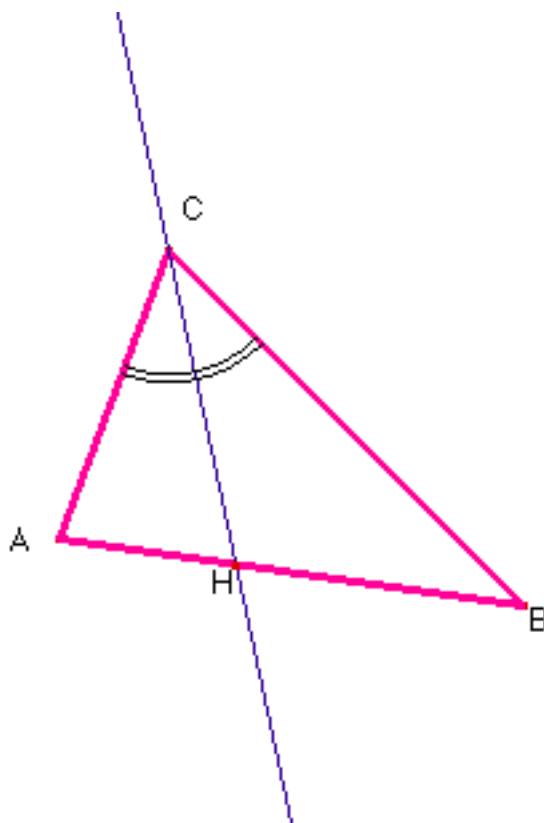
---

---

**Actividad A7:**

Dibuja un triángulo **ABC**. Dibuja la bisectriz del ángulo **ACB**, como en la figura. Toma las medidas de segmentos que te hagan falta

Divide **AH / BH** y también **AC / BC**.



**Pregunta 7A:**

¿Por qué los resultados de las divisiones anteriores son iguales? Razona la respuesta

**Pregunta 7B:**

Este resultado es, sin duda, un TEOREMA. Enuncia con tus palabras el TEOREMA anterior y ponle el nombre que te apetezca

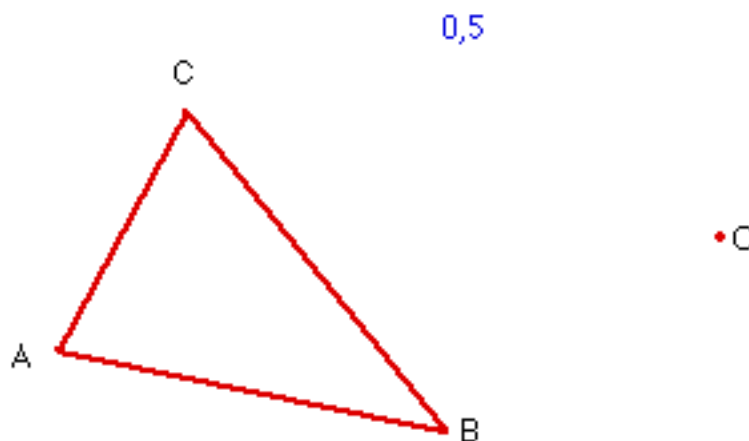
---



---

**Actividad A8**

- Dibuja un triángulo ABC y un punto O como en la figura siguiente



- Con **Edición numérica** escribe en la pantalla el número **0,5**.
- Activa la opción **Homotecia** (búscala) y pica con el ratón 3 veces sucesivamente: en el triángulo, en el punto O y en el número 0,5. Se obtiene otro triángulo que llamaremos A'B'C'
- Mide los lados del triángulo ABC y los del A'B'C', haz operaciones y trata de establecer **una relación** entre esas medidas y el número de la pantalla.
- Ahora con **Edición numérica** pica en el número 0,5 y modifícalo. ¿;Se mantiene la relación anterior? ¿;Qué ocurre si el número es negativo?

**Pregunta 8A**

¿Qué **relación** has encontrado?

---

---

**Pregunta 8B**

¿Son iguales los triángulos ABC y A'B'C'?  
 ¿Cómo son entre sí?

**Pregunta 8C**

¿Cómo llamarías al número que has escrito directamente en la pantalla?

**Pregunta 8D**

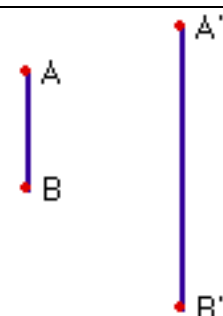
Mide ahora lo siguiente:

Los **perímetros** de los triángulos ABC y A'B'C'. Las **alturas** de los triángulos ABC y A'B'C' (primero hay que dibujarlas bien). Las **áreas** de los triángulos ABC y A'B'C'.

Busca ahora **relaciones** entre las medidas que has tomado y el **número** de la pantalla. Intenta ser lo más preciso posible.




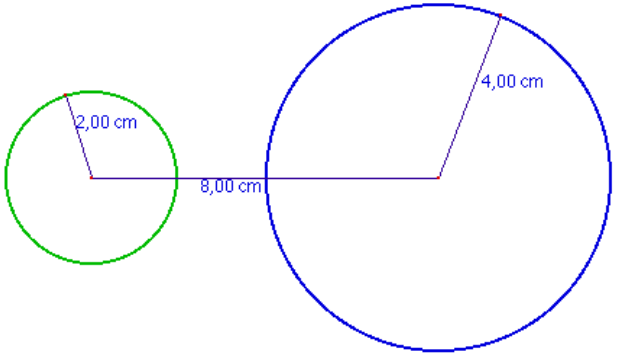
**Actividad A9**

<p><b>Pregunta 9A</b></p> <p>Dibuja dos <b>segmentos</b> paralelos <b>AB</b> y <b>A'B'</b>, como en la figura siguiente:</p>	
--	--

a) Halla la **razón** y el **centro** de la homotecia directa que transforma **AB** en **A'B'**.

b) Halla también la **razón** y el **centro** de la homotecia inversa que hace la misma transformación.

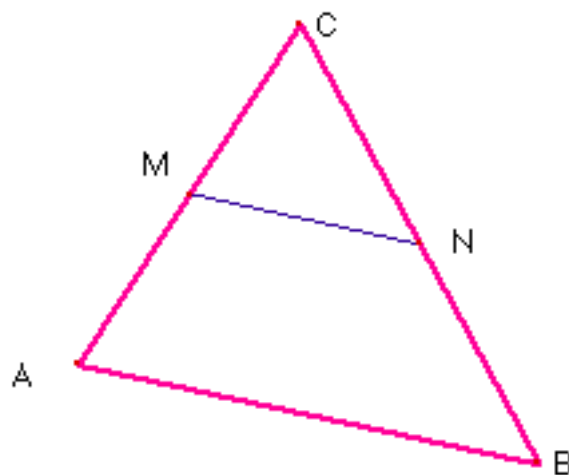
<p><b>Pregunta 9B</b></p> <p>Dibuja ahora dos <b>cuadrados</b> de lados <u>paralelos</u> como los de la figura que se muestra a continuación y responde a las preguntas a) y b) del apartado anterior.</p>	
--	--

<p><b>Pregunta 9C</b></p> <p>Dibuja dos <b>circunferencias</b> de radios 2 y 4 cm, de manera que los centros estén separados 8 cm. Responde igualmente a las preguntas a) y b) del primer apartado</p>	
--	--



**Actividad A10.**

Construye un triángulo  $ABC$ . Traza los **puntos medios** de los lados  $AB$  y  $AC$  y une los puntos hallados  $M$  y  $N$  con un segmento, como en la figura.

**Pregunta 10A:**

¿Qué **relación** hay entre las medidas de  $MN$  y de  $AB$ ? Justifica la respuesta.

**Pregunta 10B:**

Enuncia el **TEOREMA** que has encontrado con tus palabras y ponle nombre

---

---

**Problema1.(Pr1)**

Sea  $ABC$  un triángulo cualquiera. Sean  $I$  el punto medio del lado  $BC$ ,  $J$  el punto medio del lado  $AC$  y  $K$  el punto medio de  $AB$ . Sean  $E$  el punto medio del segmento  $AK$  y  $F$  el punto medio del segmento  $KB$ . Construir el cuadrilátero  $EJIF$ .

**Pregunta1:** ¿ Para qué condiciones del triángulo  $ABC$ , el cuadrilátero  $EJIF$  es un paralelogramo?

**Pregunta2 :** ¿ Para qué condiciones del triángulo  $ABC$ , el cuadrilátero  $EJIF$  es un rectángulo?

**Pregunta3 :** ¿ Para qué condiciones del triángulo  $ABC$ , el cuadrilátero  $EJIF$  es un cuadrado?.

¿Serías capaz de recoger las respuestas que has dado a las preguntas anteriores en forma de teorema? Seguro que sí, así que adelante.

Si tienes alguna duda por supuesto que puedes preguntarme lo que te parezca oportuno.

---

---

**Problema 2(Pr2)**

ENUNCIADO:

Sean **AB** y **CD** dos segmentos cualesquiera. Construimos a partir de ellos el cuadrilátero **ABCD**. Sean **E**, **F**, **G** y **H** respectivamente los puntos medios de los lados **AB**, **BC**, **CD** y **DA**.

**Pregunta1**:¿ Para qué condiciones del cuadrilátero **ABCD**, el cuadrilátero **EFGH** es un paralelogramo?

**Pregunta2** :¿ Para qué condiciones del cuadrilátero **ABCD**, el cuadrilátero **EFGH** es un rectángulo?

**Pregunta3** :¿ Para qué condiciones del cuadrilátero **ABCD**, el cuadrilátero **EFGH** es un rombo?

**Pregunta4** :¿ Para qué condiciones del cuadrilátero **ABCD**, el cuadrilátero **EFGH** es un cuadrado?. Justificar las respuestas

¿Serías capaz de recoger las respuestas que has dado a las preguntas anteriores en forma de teorema? Seguro que sí, así que adelante.

*Si tienes alguna duda por supuesto que puedes preguntarme lo que te parezca oportuno.*

---

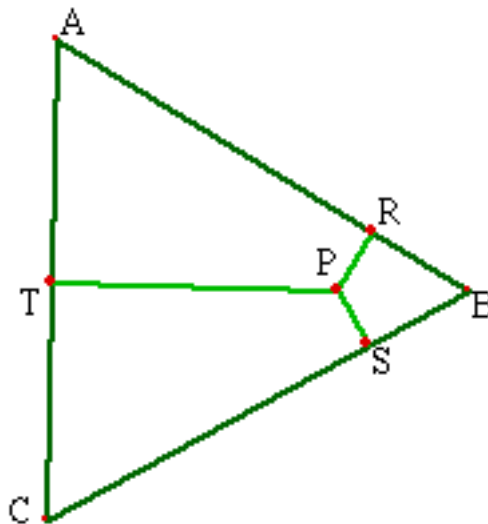
---



### Problema 3(Pr3)

Sea  $ABC$  un triángulo equilátero cualquiera (es importante que el triángulo que construyas con Cabri se mantenga siempre equilátero). Sea  $P$  un punto interior del triángulo  $ABC$ . Determinar las distancias  $PS$ ,  $PR$  y  $PT$ , desde el punto  $P$  a cada uno de los tres lados del triángulo.

Nota: si tienes problemas para determinar la distancia de un punto a una recta haz click en el texto en azul y subrayado distancias,



- Suma las longitudes de los segmentos  $PS$ ,  $PR$  y  $PT$ . (utiliza la calculadora de Cabri).
- Elige otro punto  $P'$  también interior al triángulo  $ABC$ . Realiza las mismas operaciones que con el punto  $P$  del apartado anterior. Compara el resultado de la suma de este apartado con la obtenida en el apartado 1.
- La comparación de los resultados del apartado anterior ¿te sugiere alguna idea? Por favor piensa un poco y reflexiona -es muy importante-. Si no se te ocurre nada haz click en [ayuda](#). Si después de haber utilizado [ayuda](#) to-

davía no te sugiere alguna idea puedes consultar [más ayuda](#).

- ¿Qué crees que pasará si se modifica el tamaño del triángulo equilátero?. Haz una conjetura sobre la suma de distancias de un punto interior a los lados del triángulo

(a continuación el texto correspondiente al enlace [distancias](#))

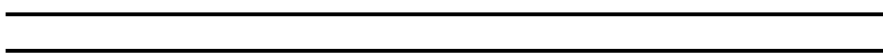
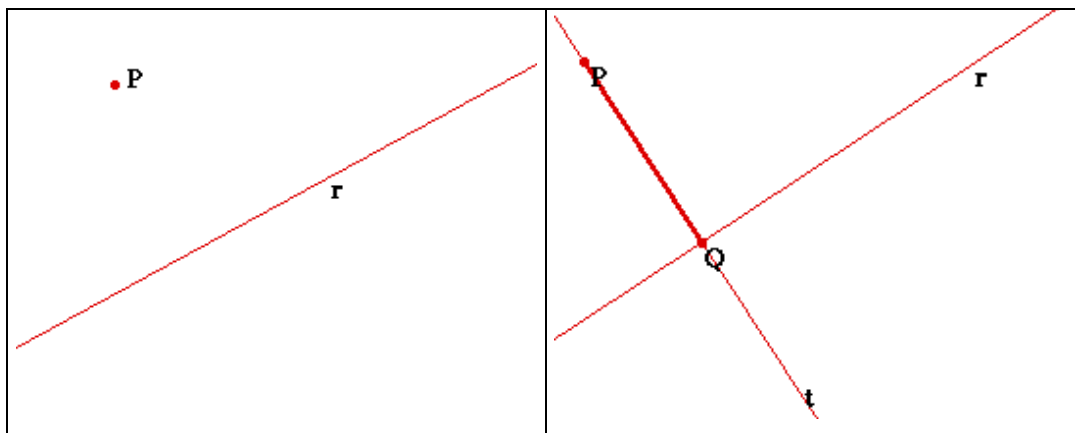
### Ayuda para determinar la distancia de un punto a una recta:

Para determinar la distancia de un punto **P** a una recta :

- Se traza la perpendicular **t** a la recta **r** que pasa por el punto **P**
- Se determina la intersección de la perpendicular **t** y **r** (punto **Q**)

Se determina la distancia entre los puntos **P** y **Q** o la longitud del segmento

**PQ**.



(a continuación el texto correspondiente al enlace [ayuda](#))

### Ayuda

Arrastra el punto **P** por el interior del triángulo equilátero (sin que varíe la longitud del lado del triángulo) y observa que ocurre con el valor resultante de la suma de las tres distancias.

(a continuación el texto correspondiente al enlace [Más ayuda](#))

### Mas ayuda

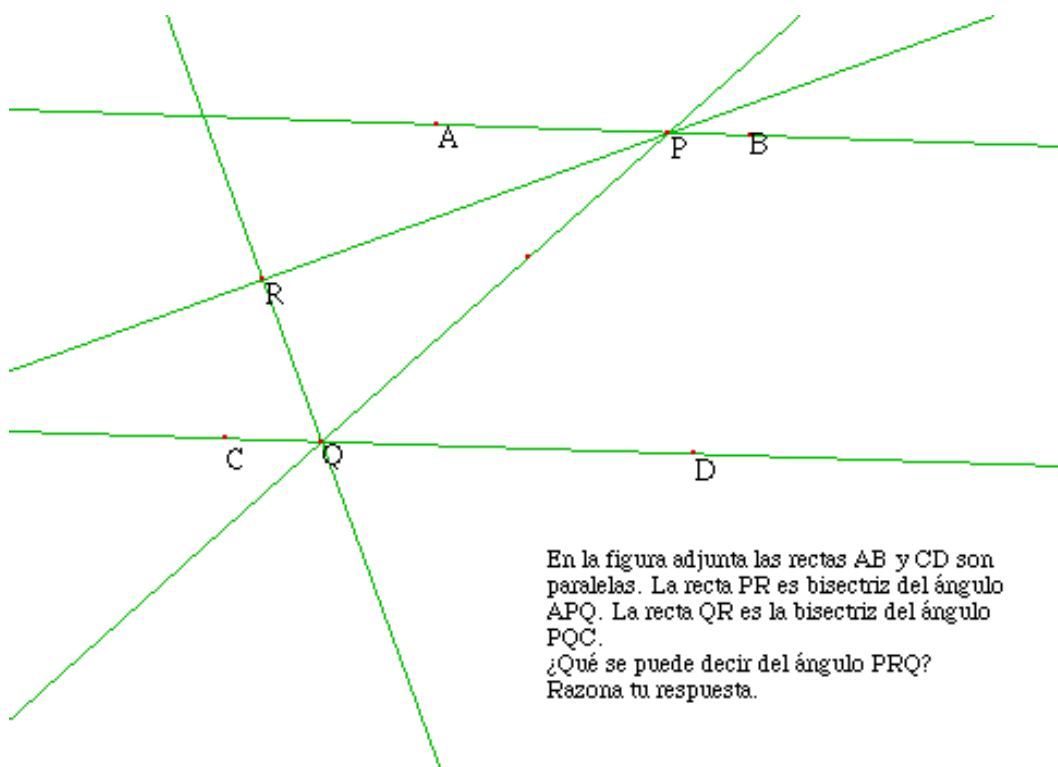
Observa que independientemente de donde se encuentre el punto **P** el resultado de la suma de distancias no varía

---



---

### Problema 4(Pr4)




---



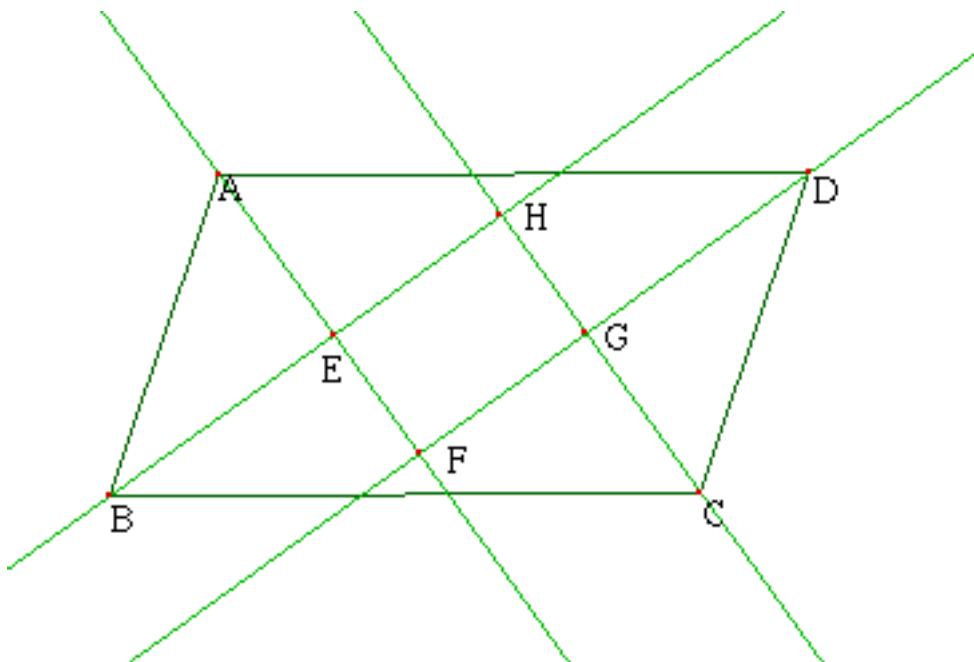
---

**Problema5.(Pr5)**

La figura de abajo **ABCD** es un paralelogramo. Las rectas **AF**, **BH**, **CH** y **DF** son las bisectrices de los ángulos **A**, **B**, **C** y **D**. **EFGH** es el cuadrilátero determinado por estas rectas.

1. ¿Qué tipo de cuadrilátero es **EFGH**? ¿Por qué?
2. ¿Qué figura es **ABCD** cuando **EFGH** resulta un cuadrado.
3. ¿Qué figura es **ABCD** cuando **E**, **F**, **G** y **H** coinciden en el mismo punto?

¿Necesariamente los puntos **E**, **F**, **G** y **H** deben ser puntos interiores del paralelogramo **ABCD**? Razona la respuestas.




---



---

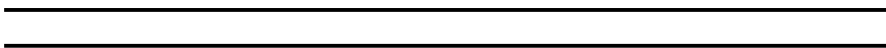
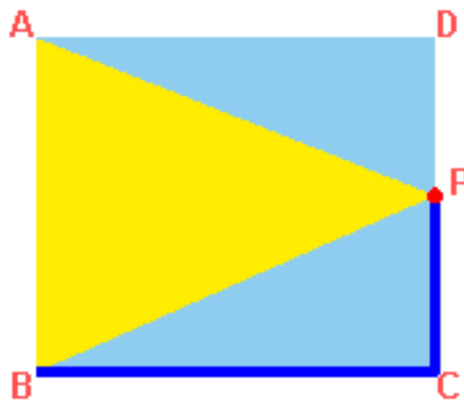
**Problema 6(Pr6)**

El punto **P** se mueve a lo largo del borde del rectángulo **ABCD** en la figura de abajo.

¿Cómo se modifica el área del triángulo **ABP** cuando el punto **P** se mueve.

El punto **P** se mueve desde el punto **B** hasta el punto **A**, pasando por el punto **C** (punto **D**).

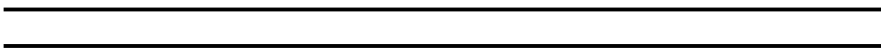
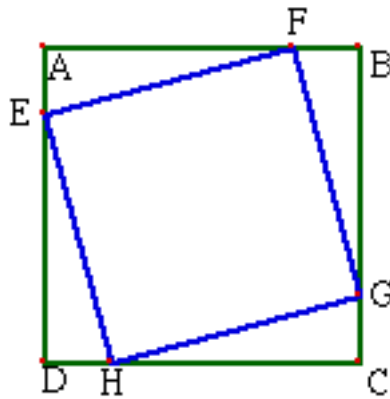
Hacer las observaciones que estiméis pertinentes en relación a los datos iniciales y que permitan situaciones particulares y variaciones.



**Problema 7.(Pr7).**

En un cuadrado  $ABCD$ , se inscribe otro cuadrado  $EFGH$ , según se muestra en la figura de abajo. ¿Varía el área de este cuadrado inscrito según la posición del punto  $F$  sobre el lado  $AB$  del cuadrado  $ABCD$ ?

Hacer las consideraciones que estiméis oportunas. Los resultados anteriores te permiten hacer alguna conjetura en relación al área del cuadrado inscrito. Enúnciala en forma de teorema y trata de demostrarla.

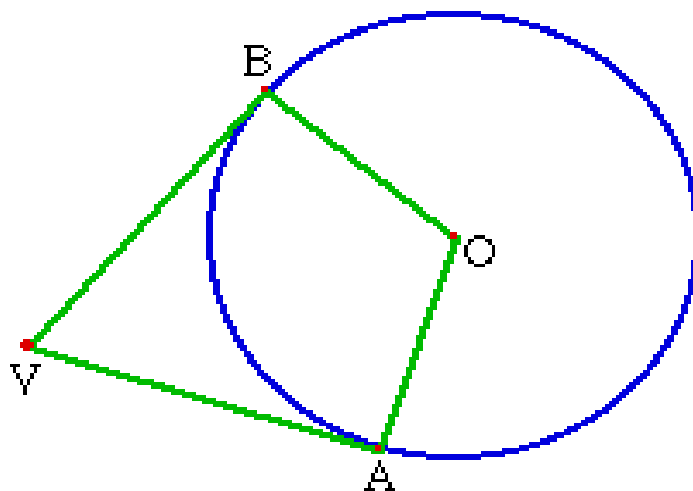


**Problema 8(E8)**

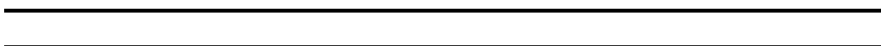
Dada una circunferencia se trazan las tangentes desde un punto exterior  $V$ , como muestra la figura de la derecha.

¿Cómo son los segmentos  $VA$  y  $VB$ .

Razona tu respuesta

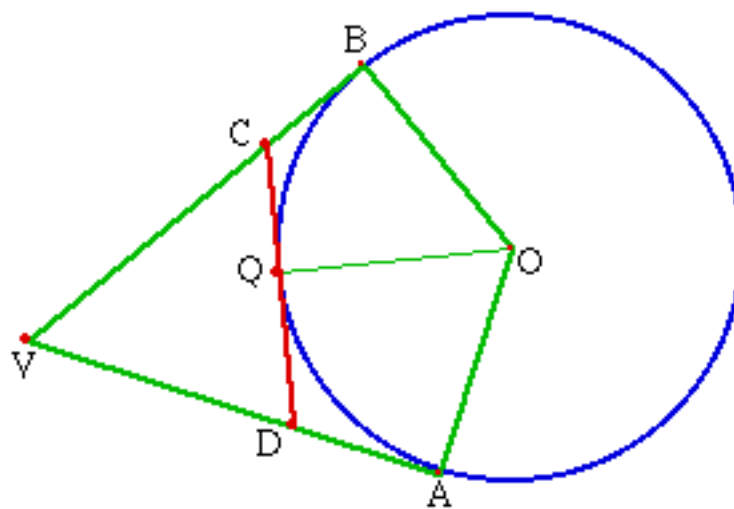


Nota: las rectas tangentes a una circunferencia son perpendiculares al radio en el punto de tangencia.



**Problema 9(E9)**

Sean  $VA$ ,  $VB$  y  $CD$  tangentes a una circunferencia y  $Q$  un punto arbitrario del arco  $AB$  como se muestra en la figura de abajo Demostrar que:  $VA + VB = VD + DC + CV$ .



**NOTA:** Se pueden utilizar, por supuesto, resultados obtenidos anteriormente.

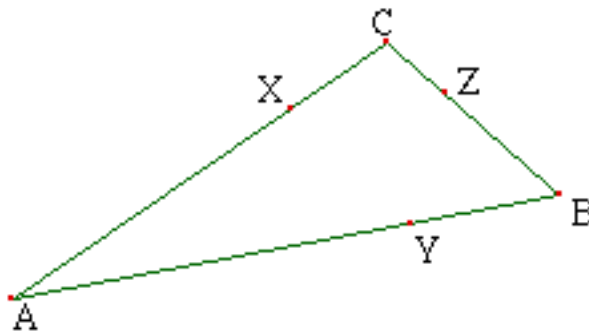




**Problema 10(E10)**

Dado un triángulo cualquiera **PQR**, determinar tres puntos **X**, **Y**, **Z** en sus lados de manera que:

$$AX = AY; BY = BZ \text{ y } CX = CZ$$

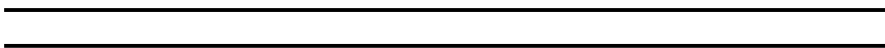


[Ayuda:](#)

(a continuación el texto correspondiente al enlace [Ayuda](#))

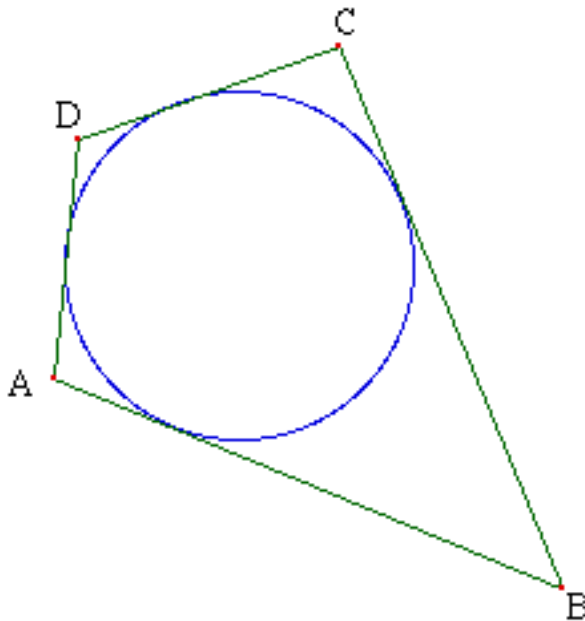
**Ayuda al problema 10.**

**Intenta utilizar algún resultado obtenido con anterioridad en relación a puntos exteriores y tangentes a circunferencias.**



**Problema 11(E11)**

Dada una circunferencia, circunscribir un cuadrilátero **ABCD**.



Calcular la suma de longitudes de pares de lados opuestos ( $AB + DC$ ) y ( $AD + BC$ ). ¿Qué observas? Circunscribe otro cuadrilátero. ¿Qué observas?.

¿Podrías hacer alguna conjetura en relación a la suma de longitudes de pares de lados opuestos de un cuadrilátero circunscrito a una circunferencia?

Intenta demostrar la conjetura que hayas hecho.

**Nota:** Un cuadrilátero circunscrito a una circunferencia es aquel cuyos lados son tangentes a la misma.

Para demostrar la conjetura puedes utilizar resultados que hayas podido obtener en alguna otra actividad.

## ACTIVIDAD R1.

**Vamos a intentar determinar si existe alguna relación entre las áreas de los cuadrados contruidos sobre los lados de un triángulo rectángulo.**

1. Construye, utilizando el programa CABRI, un triángulo ABC, rectángulo en C.

*NOTA: Es importante que el triángulo rectángulo que obtengas, se mantenga siempre rectángulo, aunque modifiques mediante arrastre de los vértices las dimensiones y posición del mismo.*

2. Construye un cuadrado sobre cada uno de los lados del triángulo ABC.

3. Determina las áreas A1, A2 y A3 de estos cuadrados.

**Pregunta 1.1: ¿Existe alguna relación entre éstas áreas?. ¿Cuál?.**

[Ir al tablón de respuestas](#)

Si no encuentras ninguna relación y no puedes responder a esta pregunta, puedes consultar [Ayuda R1.1](#). (haz click sobre el texto Ayuda R11 en azul). Solicita la ayuda, sólo en el caso de que después de haber pensado no encuentres alguna relación.

[Mas Ayuda R11](#) (haz click sobre el texto Mas Ayuda R11 en azul).

Si todavía no has encontrado una respuesta puedes solicitar alguna ayuda enviando un mensaje por correo electrónico a algún compañero o a tus profesores, solicitando alguna aclaración.

---

Una vez que hayas respondido a la Pregunta 1. 1, sigue leyendo este documento.

[Pregunta 1.2.](#) (Haz click sobre el texto Pregunta 1.2., resaltado en color azul para pasar a la siguiente cuestión en relación con la actividad R1).

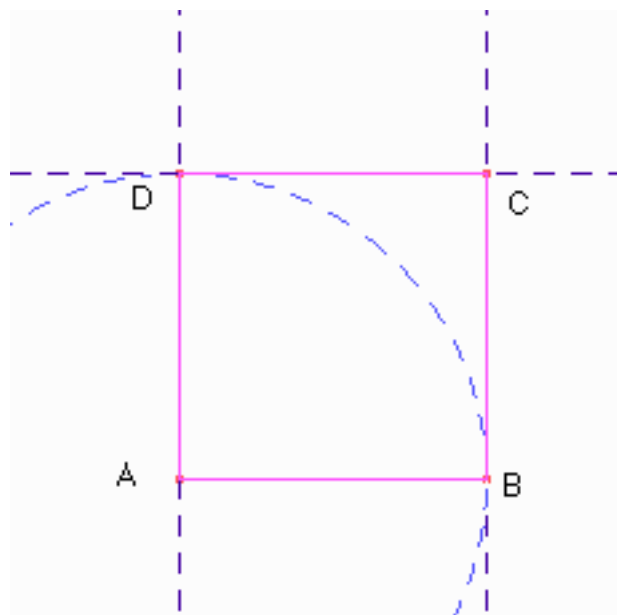
[Ir al tablón de respuestas](#)

(A continuación el texto correspondiente al enlace [cuadrado](#)).

## CONSTRUCCIÓN DEL CUADRADO

- Dibuja un segmento AB.
- Dibuja dos Perpendiculares al segmento AB por los puntos A y B.
- Dibuja una Circunferencia con centro en A y que pase por B, aparecerá un punto de intersección D con la primera perpendicular.
- Traza una Paralela a AB que pase por D, aparecerá un punto C de intersección con la segunda perpendicular.
- Ajusta un Polígono a los puntos A, B, C y D. Para que se cierre el polígono deberás volver al punto de partida A.

Si necesitas el cuadrado como MACRO elige los puntos A y B como Objeto inicial y el Polígono como objeto final.



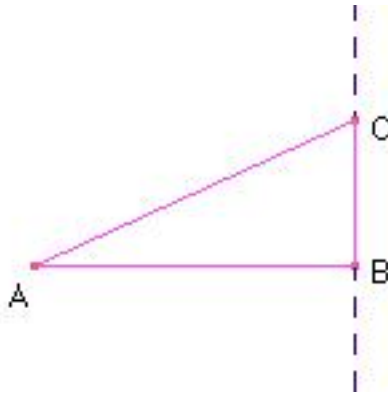
(a continuación el texto correspondiente a [triángulo rectángulo](#))

## CONSTRUCCIÓN DEL TRIÁNGULO RECTÁNGULO

*Procedimiento 1:*

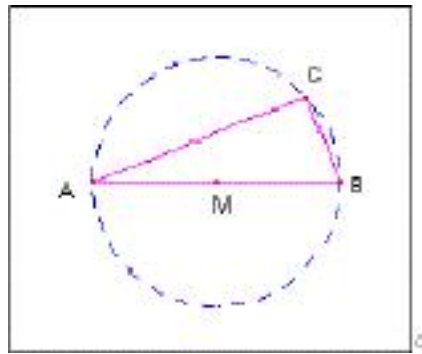
- Dibuja un segmento AB.
- Dibuja una **Perpendicular** al segmento AB por el punto B.
- Ajusta un **Triángulo** a los puntos A, B y un punto cualquiera C de la perpendicular que has trazado.

Oculto la **Perpendicular** que has trazado



*Procedimiento 2:*

- Dibuja un segmento AB.
- Dibuja una **Circunferencia** con centro en el **Punto medio** M del segmento y que pase por A.
- Ajusta un **Triángulo** a los puntos A, B y un punto cualquiera C de la circunferencia construida.



(A continuación el texto correspondiente al enlace [Ayuda R1.1](#)).

### **Ayuda R11.**

Compara la medida de una de las áreas con la suma de las otras dos.

[Volver a Actividad R1.](#)

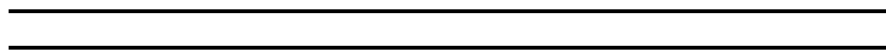
(A continuación el texto correspondiente al enlace Más [Ayuda R1.1](#)).

### **Más Ayuda R11.**

Compara la medida de una de las áreas con la suma de las otras dos.

Arrastra los vértices del triángulo rectángulo y observa que pasa con la relación entre las áreas.

[Volver a Actividad R1.](#)



## **ACTIVIDAD R2.**

Hemos encontrado un enunciado geométrico del teorema de Pitágoras que dice:

**" El área del cuadrado construido con lado la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos con lados respectivamente los catetos del mismo triángulo rectángulo"**

**Pregunta 2.1.** ¿Crees que la relación pitagórica anterior entre las áreas de los cuadrados construidos sobre los lados de un triángulo rectángulo se mantendrá si en lugar de cuadrados construimos [hexágonos regulares](#)? Razona y justifica tu respuesta. (Pulsa el texto siguiente si no tienes una respuesta) [Ayuda R2.1](#)

[Ir al tablón de respuestas](#)

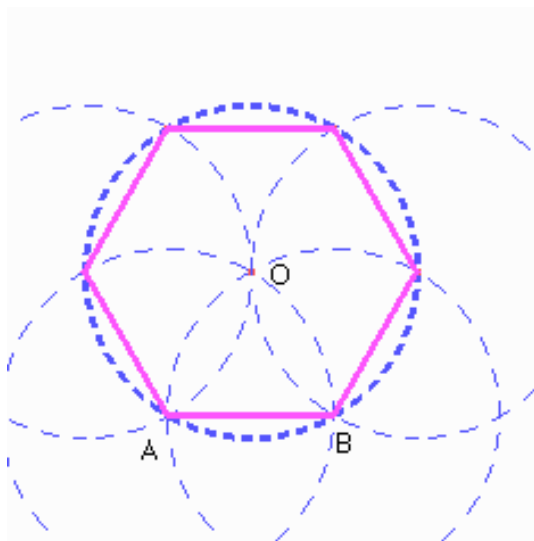
**Pregunta 2.2.** ¿Crees que la relación pitagórica anterior entre las áreas de los cuadrados construidos sobre los lados de un triángulo rectángulo se mantendrá si en lugar de cuadrados construimos octógonos regulares?. Razona y justifica tu respuesta. (Pulsa el texto siguiente si no tienes una respuesta) [Ayuda R2.2](#)

[Ir al tablón de respuestas](#)

(A continuación el texto correspondiente al enlace [hexágono regular](#))

### CONSTRUCCIÓN DE UN HEXÁGONO REGULAR

- Dibuja un Segmento **AB**.
- Traza una Circunferencia con centro en **A** y que pase por **B** y otra con centro en **B** y que pase por **A**. Aparecerá un punto de intersección entre las dos circunferencia **O**. Este es el centro de la circunferencia que contiene al hexágono.
- Haz la Circunferencia de centro en **O** y que pase por **A** y completa la figura.
- Ajusta un Polígono a los puntos del hexágono. Deberás cerrarlo volviendo al punto de partida.



(A continuación el texto correspondiente al enlace [Ayuda R2.1](#))

### **Ayuda R2.1.**

Construye un triángulo rectángulo,.

Construye los hexágonos sobre sus lados.

Establece la relación entre sus áreas.

Selecciona la opción **Comentario** del menú y escribe en él esta relación

Arrastra los vértices del triángulo y observa lo que pasa.

[Volver a Actividad R2.](#)

(A continuación el texto correspondiente al enlace [Ayuda R2.2](#))

### **Ayuda R2.2.**

Construye un triángulo rectángulo,.

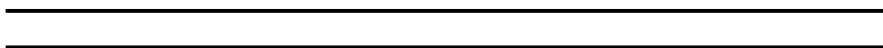
Construye los octógonos regulares sobre sus lados.

Establece la relación entre sus áreas.

Selecciona la opción **Comentario** del menú y escribe en él esta relación

Arrastra los vértices del triángulo y observa lo que pasa.

[Volver a Actividad R2.](#)





### ACTIVIDAD R3.

Hemos encontrado un enunciado geométrico que generaliza el teorema de Pitágoras para hexágonos y octógonos que dice:

**" El área del hexágono (octógono) construido con lado la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la suma de las áreas de los hexágonos (octógonos) construidos con lados respectivamente los catetos del mismo triángulo rectángulo"**

**Pregunta 3.1.** ¿Crees que la relación pitagórica anterior entre las áreas de los polígonos regulares construidos sobre los lados de un triángulo rectángulo se mantendrá si en lugar de cuadrados construimos polígonos regulares con cualquier número de lados?. Razona y justifica tu respuesta. (Pulsa el texto siguiente si no tienes una respuesta). [Ayuda R3.1](#)

[Ir al tablón de respuestas](#)

**Pregunta 3.2.** ¿Crees que la relación pitagórica anterior entre las áreas de los cuadrados construidos sobre los lados de un triángulo rectángulo se mantendrá si en lugar de cuadrados construimos semicírculos ?. Razona y justifica tu respuesta. (Pulsa el texto siguiente si no tienes una respuesta). [Ayuda R3.2](#).

[Ir al tablón de respuestas](#)

(A continuación el texto del enlace correspondiente a [Ayuda R3.1](#))

#### Ayuda R3.1

Construye un triángulo rectángulo,.

Construye los polígonos regulares sobre sus lados.

Establece la relación entre sus áreas.

Selecciona la opción **Comentario** del menú y escribe en él esta relación

Arrastra los vértices del triángulo y observa lo que pasa.

NOTA:1 (Un polígono regular con el mismo número de lados en cada uno de los del triángulo).

NOTA2: Repite el proceso con varios polígonos.

(A continuación el texto del enlace correspondiente a [Ayuda R3.2](#))

**Ayuda R3.2**

Construye un triángulo rectángulo,.

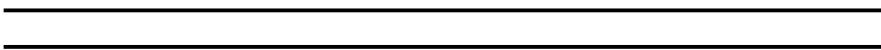
Construye las semicircunferencias sobre sus lados.

Establece la relación entre las áreas de los semicírculos correspondientes.

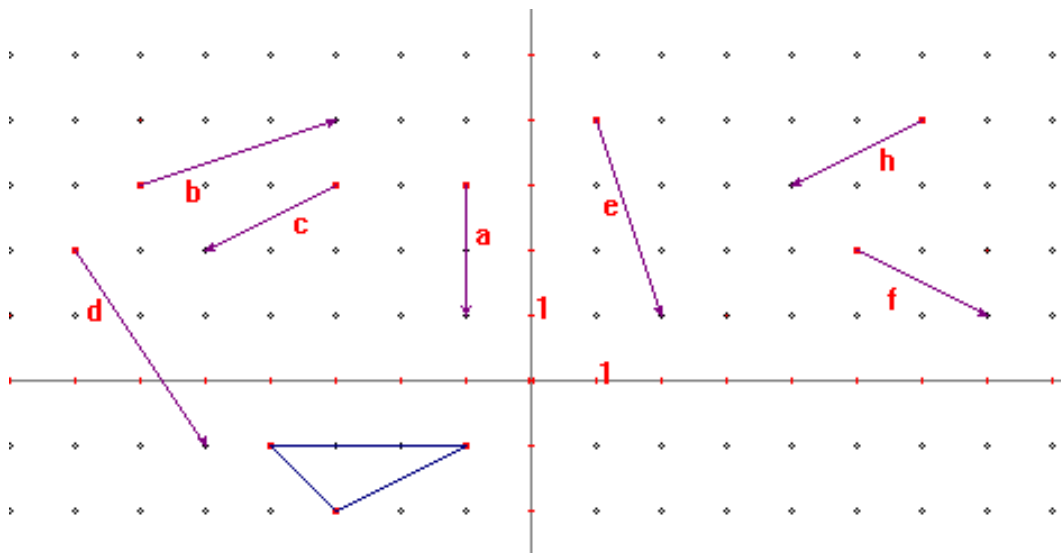
Selecciona la opción **Comentario** del menú y escribe en él esta relación

Arrastra los vértices del triángulo y observa lo que pasa.

[Volver a la Actividad R3](#)



**Actividad T4: Determinación coordenadas de vectores en el plano.**



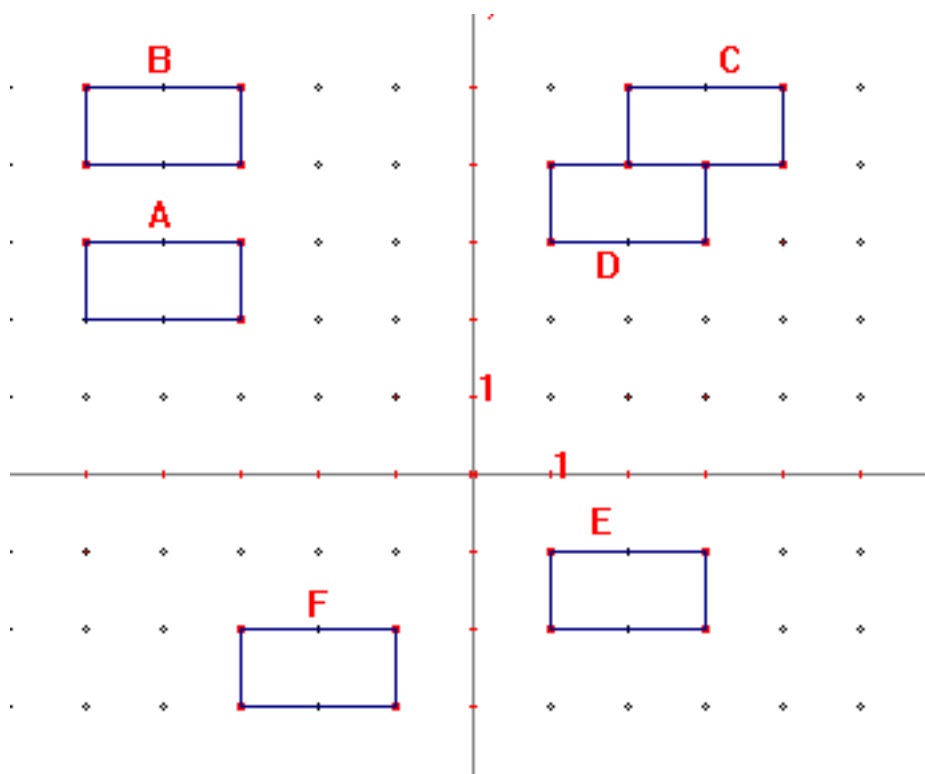
Activa la opción **Mostrar ejes**. Después activa **Definir cuadrícula** y pincha en los ejes. Aparecerá la rejilla del dibujo. Dibuja los vectores y el triángulo de la figura sobre puntos de la rejilla. Da las *coordenadas* de los vectores que apa-

recen en la pantalla. Señala los vectores que correspondan a la misma traslación. Con la opción **Traslación**, traslada el triángulo de la parte inferior de acuerdo con los vectores que definen la misma traslación, así comprobarás que coinciden las imágenes.

Pasa al tablón de respuestas.

[TABLÓN DE RESPUESTAS](#)

**Actividad T5 : Traslaciones**



Dibuja los polígonos que aparecen en la figura sobre puntos de la rejilla. Da las coordenadas de los vectores de las traslaciones que llevan la figura A hasta cada una de las otras figuras. Dibuja después los vectores que has señalado y

traslada la figura para comprobar si has acertado con la traslación correspondiente.

### [TABLÓN DE RESPUESTAS](#)

---

---

#### **Problema 1(P1)**

En las cuestiones R1, R2 y R3 hemos ido viendo que se cumple la relación pitagórica (área del polígono regular de lado hipotenusa, igual a la suma de las áreas de los polígonos regulares con los catetos como lados)

¿Puede ser cierta la relación pitagórica anterior para polígonos no regulares?. ¿Por qué?

[Página de actividades y problemas.](#)

**Ayuda:**

Plantear la relación para la mitad de los cuadrados construidos sobre los lados del triángulo rectángulo... plantear para la mitad de los rectángulos anteriores. ¿En dos triángulos?

¿La ayuda anterior te sugiere alguna idea? Exprésala con palabras y ponle el nombre: Teorema de TUNOMBRE

El problema está abierto, sigue pensando en su posible desarrollo hasta que des con alguna respuesta que te guste y que merezca la pena de recibir el nombre de TEOREMA DE TUNOMBRE.

Para enviar la respuesta y el archivo de CABRI que te ha servido para encontrarla, haz click en el texto [profesores](#), resaltado en azul que te llevará directamente al editor de correo donde podrás enviar tu mensaje.

Si tienes alguna duda puedes preguntar a cualquiera de ellos, o a tus compañeros por correo.

[lista general de direcciones electrónicas](#)

---

---

**Problema 2(P2).**

"Dado un triángulo rectángulo cualquiera, determinar un punto **P** sobre la hipotenusa, de manera que la recta **r** perpendicular a la hipotenusa y que pasa por este punto **P**, divide al cuadrado construido sobre la hipotenusa en dos **rectángulos** de áreas respectivamente iguales a las de los cuadrados construidos sobre los catetos".

**Nota importante:**

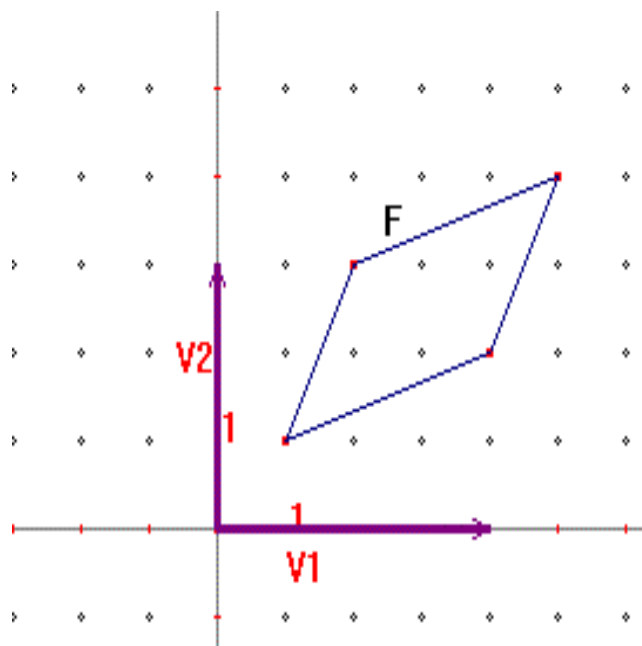
Para enviar la respuesta y el archivo de CABRI que te ha servido para encontrarla, haz click en el texto [profesores](#), resaltado en azul que te llevará directamente al editor de correo donde podrás enviar tu mensaje.

Si tienes alguna duda puedes preguntar a cualquiera de ellos, o a tus compañeros por correo.

[lista general de direcciones electrónicas](#)

**Problema 6(T6):**

Dibuja el paralelogramo **F** y los vectores **V1** y **V2**.



Traslada  $\mathbf{F}$  según una traslación de vector  $a$  ( $T_{\mathbf{v}_1}$ ) y llama  $\mathbf{F}'$  a la imagen obtenida.

Traslada ahora  $\mathbf{F}'$  según la traslación de vector  $\mathbf{V}_2$  ( $T_{\mathbf{v}_2}$ ), obtendrás otra figura, llámala  $\mathbf{F}''$ .

**Pregunta R6.1.** *¿Habrá algún vector  $\mathbf{V}$  que sea capaz de trasladar directamente la figura inicial  $\mathbf{F}$  a la última figura obtenida  $\mathbf{F}''$ ? Da las coordenadas de ese vector  $\mathbf{V}$  mediante un **comentario** en la pantalla.*

**Pregunta R6.2.** Señala las coordenadas de los vectores  $\mathbf{V}_1$ ,  $\mathbf{V}_2$  y  $\mathbf{V}$ . *¿Qué relación hay entre ellas? Escribe una frase que la exprese claramente. (en la pantalla).*

Lo que acabas de hacer es una composición o producto de dos traslaciones  $T_{\mathbf{v}_1}$  y  $T_{\mathbf{v}_2}$ . Para indicar esta composición se escribe  $T_{\mathbf{v}_2} \circ T_{\mathbf{v}_1}$ . Fíjate que están en orden inverso (la primera traslación que actúa está *a la derecha* de la segunda).

**Pregunta R6.3.** Dibuja en un lugar adecuado de la cuadrícula los vectores  $c = (-2, 3)$  y  $d = (-1, -1)$  y aplica a la figura  $\mathbf{F}$  la traslación  $T_d \circ T_c$ . *Da las coordenadas del vector de la traslación resultante en la pantalla. Aplica ahora sobre  $\mathbf{F}$  la traslación  $T_c \circ T_d$  (orden inverso al anterior). ¿Qué propiedad te atreverías a asegurar que tiene la composición de dos traslaciones?. Haz una frase en la pantalla en la que se explique y razone esta propiedad.*

Para responder a las cuestiones anteriores, envía un mensaje a [José Francisco Martín y Jesús Murillo](#) con el archivo correspondiente

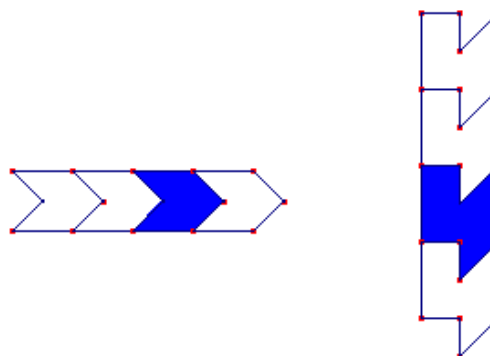
---

---

**Problema 7(T7)**

Un friso es una banda de figuras que se prolonga indefinidamente de manera que éstas no se superpongan ni dejen huecos entre ellas.

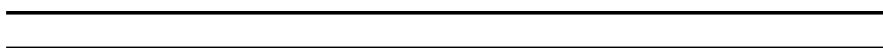
Una forma de construirlas es partir de una figura como modelo y definir unos vectores que trasladen la figura sucesivamente a lo largo de la banda.

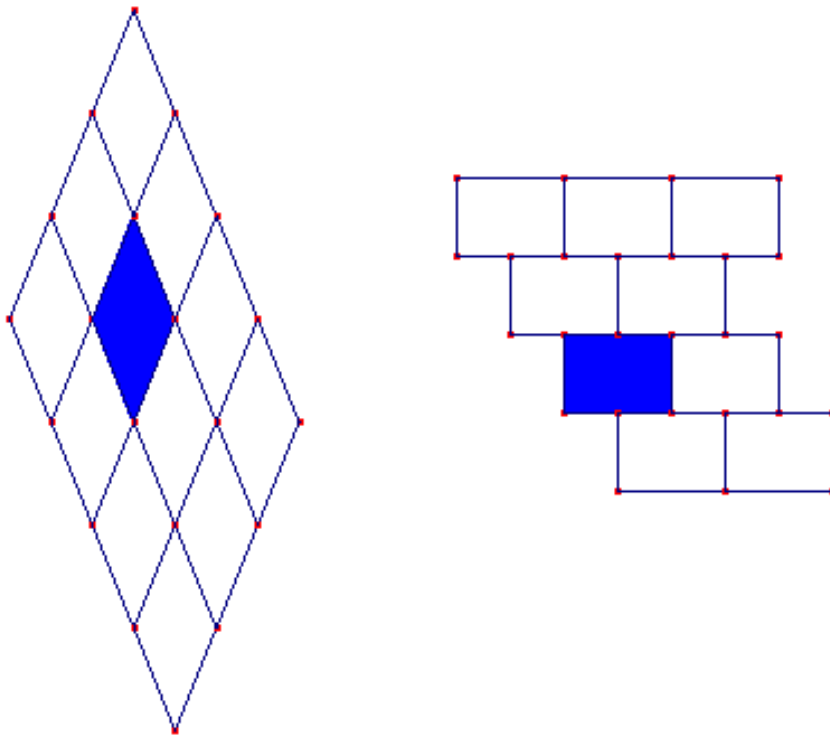


**Pregunta 7.1** Construye los frisos de la figura y, en la pantalla, señala el par de vectores que permiten construir el friso en los dos sentidos de la banda. (NO UTILICES MACROS).

**Pregunta 7.2** Inventa otros dos frisos diferentes. Acuérdate de que las figuras deben encajar. Dibuja los vectores de la traslación que genera el friso. Piensa que los vectores puedes colocarlos sobre la misma figura original, esto ayuda mucho a la hora de construirlos. ¿Qué condiciones debe cumplir la figura original para que con ella se pueda hacer un friso? Responde con un comentario en la pantalla.

Envía las respuestas, junto con los archivos de Cabri correspondientes por correo electrónico a los profesores. [Profesores](#)



**Actividad T8**

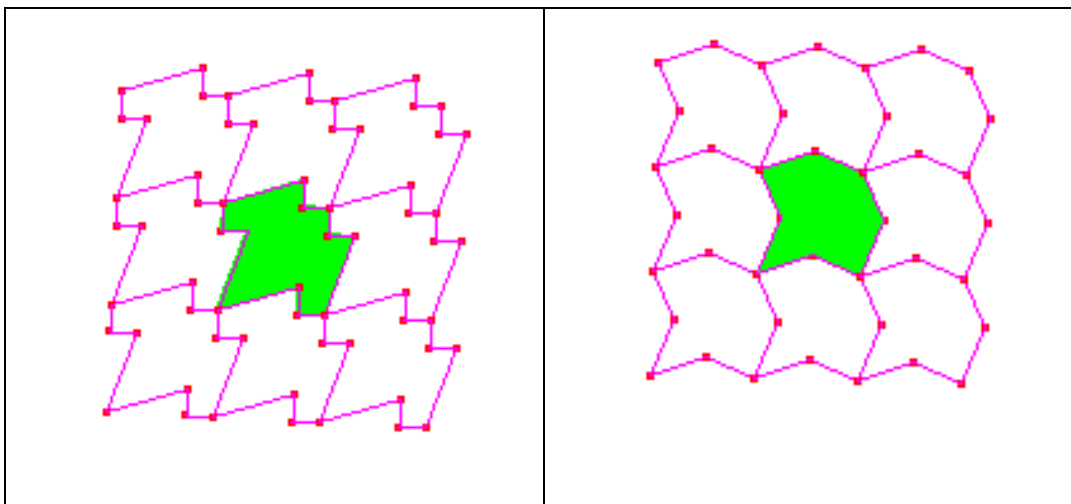
En la figura tienes representados dos mosaicos. Debes construirlos a partir de la figura coloreada y definir después un conjunto de traslaciones que permita generar el mosaico al actuar sobre ella.

**Pregunta T8.1** Señala cuáles son los vectores de esas traslaciones en un comentario en la pantalla.

**Pregunta T8.2.** Señala otro conjunto de vectores distintos de los anteriores que también generen los mismos mosaicos. Indícalos en la pantalla.

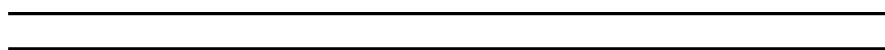
**Pregunta T8.3.** ¿Se puede hacer un mosaico con traslaciones partiendo de un único polígono regular? ¿Qué polígonos regulares permiten construir mosaicos de esta forma? Construye todos los mosaicos que se puedan construir con un único polígono regular y explica por qué pueden hacerse?. Indícalo en la pantalla.





**Pregunta T8.5.** Aquí tienes ahora dos mosaicos muy especiales. Constrúyelos e indica las traslaciones que los generan (sistema generador). Sólo como pista te diremos que se basan en un polígono regular que hemos deformado convenientemente.

**Pregunta T8.6.** Ahora tú debes inventar otros dos mosaicos distintos de éste. Señala cómo has construido el polígono y cuál es el sistema generador de traslaciones que permite fabricarlo.



### Problema 9(T9)

Dada la traslación  $T_a$  de vector  $a=(3,1)$ :

**Pregunta 9.1** ¿Es posible descomponerla en una composición o producto de dos traslaciones?

En caso afirmativo, ¿qué coordenadas tienen los vectores de estas dos traslaciones?

**Pregunta 9.2** Si es posible descomponer  $T_a$  ¿puedes dar cuatro soluciones diferentes?

**Pregunta 9.3** ¿Es posible que el vector de una traslación de la descomposición  $T_a$  tenga de coordenadas (5, 2)?

¿Y que tenga de coordenadas (-7, 6)? Razona.

Responde a estas cuestiones en el [tablón de respuestas](#)

---

---

### Problema 10(T10)

Dada la traslación  $T_v$  de vector  $\mathbf{v} = (v_1, v_2)$ :

**Pregunta 10.1** ¿De cuántas formas se puede descomponer esta traslación en producto de dos traslaciones? Di qué condiciones deben cumplir las coordenadas de las traslaciones de la descomposición: Si  $T_v = T_r \circ T_s$ , siendo  $\mathbf{r} = (r_1, r_2)$  y  $\mathbf{s} = (s_1, s_2)$  los vectores de las traslaciones que intervienen en la descomposición, expresa la relación entre los vectores  $(v_1, v_2)$ ,  $(r_1, r_2)$  y  $(s_1, s_2)$

**Pregunta 10.2** Si queremos descomponer una traslación  $T_v$  en producto de tres, cuatro, ... traslaciones, explica cuántas soluciones diferentes hay en cada caso. Da ejemplos concretos descomponiendo la traslación  $T_v$  de vector  $\mathbf{v} = (1, 0)$  en producto de tres o cuatro traslaciones.

**Pregunta 10.3** En general, dada una traslación cualquiera  $T_v$  de vector  $\mathbf{v} = (v_1, v_2)$ , ¿qué condiciones deben cumplir las coordenadas de los vectores  $\mathbf{r} = (r_1, r_2)$ ,  $\mathbf{s} = (s_1, s_2)$  y  $\mathbf{t} = (t_1, t_2)$  para que sea cierto que  $T_v = T_r \circ T_s \circ T_t$  ?

Responde a estas cuestiones en el [tablón de respuestas](#)

# Bibliografía

---

**BIBLIOGRAFÍA**

AAAS, 1989. "Science for all americans" American Assotiation for the Advancement of Science. Washington.

ALSINA, C., FORTUNY, J.M. et al, 1987. Por qué geometría? : propuestas didácticas para la ESO . Sintesis. Madrid.

ALSINA, C., FORTUNY, J.M., 1997 Invitación a la didáctica de la geometría. Sintesis. Madrid.

ALVAREZ, A., et al. 1997. Presentación: Lo actual y lo potencial en la Zona de Desarrollo de la educación española. *C & E : Cultura y Educación*, 6-7 Septiembre.

ARNOLD, S. et al., 1996. Critical Issues in the Distance Teaching of Mathematics and Mathematics Education., in A.J. Bishop et al(eds.). *International Handbook of Mathematics Education*, Dordrech The Netherlans: Kluwer Academic Publisher, pp. 701-753.

ARTZ, ALICE., 1999. Cooperative Learning in Mathematics Teacher Education. *Mathematics Teacher*. Vol. 92- issue 1. Pag 11-19.

ATKINS, M.J. et al., 1991. "L'enseignement des sciences, des mathematiques et de la techcologie dans les pays de l'OCDE". CERI/SMT. Paris.

BAKER, M., 1992. Le rôle de la collaboration dans la construction d`explications. In M. Joab(ed). *Explication ´92. Actes des Deuxiemes Journees Explication, 17-19 juin 1992*, Sophia-Antipolis INRIA, pp 25-40.

BALACHEFF N. et KAPUT, J., 1997. Computer-Based Learning Enviroments in Mathematics. *International Handbook on Mathematics Education*. Dordrecht The Netherlands: Academic Publisher, pp 469-501.

BALACHEFF, N, SUTHERLAND, R. 1994. Epistemological Domain of Validity of Microworlds: The case of Logo and Cabri-Geometre, en R. Lewis et al (eds.). *Lessons from Learning*, IFIP Conference TC·WG·., North Holland, 137-150.

- 
- BALACHEFF, N., 1994. Didactique et intelligence artificielle. *Recherches en Didactique des Mathematques*, Vol. 14, nº 12, 9-42.
- BALACHEFF, N., 1996. TéléCabriUn environnement pour le préceptorat à distance. Laboratoire Leibniz - IMAG. Crenoble.
- BELLEMAIN, F., CAPPONI, B., 1992. Specificité de l'organisation d'une sequence d'enseignement lors de l'utilisation de l'ordinateur. *Educational Studies in mathematics*, 23(1), pp. 59-97.
- BISHOP, A.: 1988, *Mathematical Enculturation: A Cultural Perspective on Mathematics Education*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- BROWN, A.L., and PALINCSAR, A.S., 1982. Inducing strategic learning from text by means of informed, self-control training. *Topics in learning and Learning Disabilities*, vol. 2, 1-17.
- BRUNER, J., 1975. The ontogenesis of speech acts. *Journal of Child Language*, vol 2, 1-40.
- BRUNER, J., 1978 The role of dialogue in language acquisition. The child's conception of language. New York. Springer-Verlag.
- BRUNER, J., 1984. Capítulo 4: La intención en la estructura de la acción y de la interacción en *Acción, pensamiento y lenguaje* / compilación de J. Linaza. Madrid : Alianza Editorial.
- BRUNER, J.: 1996. *The Culture of Education*, Harvard University Press. Ed. en castellano: *La educación, puerta de la cultura*, Visor, Madrid, 1997.
- C.E.C., 1995. "Telematics for Flexible and Distance Learning". Commission of the European Communities.
- C.I.P., 1996. *Apprivoiser la géométrie avec CABRI-GEOMETRE*. Centre Informatique Pedagogique.
- CARRILLO A, 1999. Trazado de curvas ilustres. Una propuesta con Cabri II :En: *Suma*; nº 30, p. 103-110.
- CARUGATTI, F. & GILLY, M., 1993. The multiples sides of the same tools. *European Journal of Psychology of Education*, vol Viii, nº 4: 345-354.

- 
- CESAR, M., 1994. Factores psico-sociais e equações. *Actas do ProfMat 94*. Lisboa. APM, pag: 82-92.
- CESAR, M., 1995. Interacção entre pares na resolução de tarefas matemáticas. Lisboa Instituto Piaget. *Col. Horizontes Pedagógicos*, nº 23.
- CESAR, M., 1997. Students interactions in the maths class. *CIEAEM 49. Proceeding Book*.
- CESAR, M., 1998. ¿Cómo aprender juntos?. Interacciones entre parejas en la clase de matemáticas. *UNO. Revista de Didáctica de las matemáticas*, nº 16.
- COBB, P., BAUERSFELD, H. (Eds.): 1995, *The emergence of Mathematical Meaning: Interaction in Classroom Cultures*. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale.
- COBO, P. and FORTUNY, J.M., "Analysis of the discourse in problems solving which compare different areas" (enviado para su publicación). Dto. de Didáctica de las Matemáticas y de las C. Experimentales. UAB.
- COBO, P. and FORTUNY, J.M., en prensa. "Social Interactions and Cognitive Effects in Contexts of Area-Comparison Problem Solving", *Educational Studies in Mathematics*
- COLE, M., 1996, *Cultural Psychology. A one and future discipline*, Harvard University Press.
- CROOK, CH., 1994, *Computers and the Collaborative Experience of Learning*. Routledge, London. Edición en español: *Ordenadores y aprendizaje colaborativo*. Morata-MEC, 1998.
- CHEVALLARD, Y., 1997. *La transposición didáctica : del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires : Aique.
- D. NIX & R. SPIRO, 1990. "Cognition, Education and Multimedia". Lawrence Erlbaum Ass. N.J.
- D.A. SCHÖN, 1991. "Educating the reflective practitioner" J. Bass. SF.
- DEPOVER, C., GIARDINA, M., 1998. *Les environnements d'apprentissage multimédia. Analyse et conception*. L'Harmattan. Paris(France).

- 
- DOISE, W. et al, 1975. Social interaction and development of cognitive operations.. *European Journal of Social Psychology*, vol. 5, nº 3: 367-383.
- DOISE, W. et al, 1976. Social interaction and development of cognitive operations.. *European Journal of Social Psychology*, vol. 6, nº 2: 245-247.
- DUART, J. M., 2000. Aprendizaje sin distancias [electronic paper: [http://campus.uoc.es/web/cat/articles/josep\\_maria\\_duart.html](http://campus.uoc.es/web/cat/articles/josep_maria_duart.html)] Universitat Oberta de Catalunya.
- DUART, J. M.; SANGRA, A. (ed.), 1999. Aprenentatge i virtualitat. Disseny de materials didàctics per a la formació a través del Web. Ed. Proa/Ediuc, Barcelona
- DUART, J. M.; SANGRA, A., 1998. Materiales del Postgrado de "Diseño formativo de materiales didácticos multimedia para entornos virtuales de aprendizaje". . Publicado en web, Universitat Oberta de Catalunya
- FETTERMAN, D.M., 1996. "Videoconferencing On-Line: Enhancing
- FLAVELL, J. H., 1993. .El desarrollo cognitivo. Madrid : Visor.
- FORTUNY, J. M., MURILLO, J., et al., 1999. Aprendizaje sin límites. Un modelo de diseño interactivo como soporte y ampliación instruccional en la enseñanza de la geometría en la ESO. *Contextos Educativos: Revista de Educación*, 2, 27-52
- FRASER, S., DEANE, E., 1999. Educating Tomorrow's Scientists: IT as a tool, not an educator. *Teaching in Higher Education*, Vol. 4 No 1.
- GAIRÍN, J.M. 1998. Sistemas de representación de números racionales positivos. Un estudio con maestros en formación. Tesis doctoral. Departamento de matemáticas. Universidad de Zaragoza.
- GIMÉNEZ, J. 1997. Evaluación en matemáticas: una integración de perspectivas. Madrid: Síntesis,
- GURI-ROZENBLIT, S., 1993. Differentiating between distance/open education system. *Revue Internationale de Pedagogie* 39(4) 287-306.
- HENRI, F., 1994. Distance Learning and Computer-Mediated Communication: Interactive, Quasi-Interactive or Monologue? In C. O'Malley(ed.).

---

*Computer Supported Collaborative Learning*, NATO ASI Series, vol 128, Berlin: Springer-Verlag, pp. 146-161.

HERSHKOWITZ, R. and SCHWARZ, B., 1999. The emergent perspective in rich learning environments: some roles of tools and activities in the construction of sociomathematical norms". En *Educational Studies in Mathematics* 39: 149-166.

JÄRVELÄ, S., 1996. New models of teacher-student interaction: A critical review. *European Journal of Psychology of Education*. Volume XI, nº 3, 249-268.

KAYE, A. R., 1994. Computer Supported Collaborative Learning in a Multi-Media Distance Education Environment, in C. O'Malley(ed.). *Computer Supported Collaborative Learning*, NATO ASI Series, vol 128, Berlin: Springer-Verlag, pp. 125-143.

LABORATOIRE LEIBNIZ-CABRI-GÉOMÈTRE . Cabri Classe Collège : Apprendre la géométrie avec le logiciel Cabri-géomètre. Grenoble (France) . Editions Archimède.

LABORATOIRE LEIBNIZ-CABRI-GÉOMÈTRE., 1996. Apprivoiser la géométrie avec CABRI - GÉOMÈTRE. . Grenoble (France) . Editions Archimède.

LABORDE J. M. 1995. Des connaissances abstraites aux réalités artificielles, le concept de micromonde Cabri, en J.F. Nicaud et al (eds.). *Actes des 4èmes Journées francophones Environnements Interactifs d'Apprentissage avec Ordinateur*. Paris.

LABORDE, C., CAPPONI, B., 1994. Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches en Didactiques des mathématiques*, vol.14, 165-210.

LACASA, P., 1997. Aprendizajes en la zona de desarrollo próximo. *C & E : Cultura y Educación*, 6-7 Septiembre.



- 
- LEIKIN, R., ZASLAVKY, O., 1999. Connecting Research to teaching-Cooperative Learning in Mathematics. *Mathematics Teacher*, Vol. 92- issue 3. Pag 207.
- LEÓN, J.A.,1998, Nuevas tecnologías para el aprendizaje, pp 65--86. León, J. Eds. PIRÁMIDE. Madrid.
- LIVERTA-SEMPIO, O., & MARCHETTI, A., 1997. Cognitive development and theories of mind: Towards a contextual approach. *European journal of Psychology od Education*, Vol. XII, nº 1, pag: 3-21.
- MEAVILLA, V y FORTUNY, J.M. Análisis de la influencia de las interacciones verbales sobre el proceso de enseñanza aprendizaje del álgebra elemental. *Departamento de Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias Experimentales. Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad Autónoma de Barcelona*
- MEC, 1989. "Diseño curricular base". Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid.
- MOSCOVICI, S., 1985. Psicología social. Barcelona : Paidós,
- NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES AND THE NATIONAL ACADEMY OF ENGINEERING, 1995. Reinventing schools: The technology is now! <http://www.nas.edu/nap/online/techgap/welcome.html>.
- NCTM, 1991. "Professional standards for teaching mathematics". Reston, VA (USA).
- NINIO, A., BRUNER, J. 1978. The achievement and antecedents of labelling. *Journal of Child Language*, 5, 1-15.
- PALINCSAR, A.S , BROWN, A.L., 1984. The reciprocal teaching of comprehension monitoring activities. *Cognition and Instruction*, 1, 117-175.
- PAQUELIER, Y., 1999. Interaccionar con un programa de construcción matemática (trad. del francés por M<sup>a</sup> Luz Callejo). *La Gaceta de la RSME*, volumen. 2. nº 1.
- PERRET-CLERMONT, A., 1984. La construcción de la inteligencia en la interacción social : aprendiendo con los compañeros / Madrid : Visor.

- 
- RESNICK, B., 1990. La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos. Barcelona : Paidós ; Madrid : M.E.C.
- RESNICK, L.B., 1989. Knowing, Learning and Instruction. Lawrence Erlbaum Ass. N.J.
- ROGOFF, B., 1990. Apprenticeship in Thinking. Cognitive Development in Social Context. Nueva York Oxford University Press (Trad. castellana Aprendices del pensamiento : el desarrollo cognitivo en el contexto social. Barcelona : Paidós, 1992.
- ROGOFF, B., 1994. Developing understanding of idea of communities of learners. *Mind, Culture and Activity*, 1(4), 209-229.
- ROGOFF, B., 1992. Observing sociocultural activity on three planes: participatory appropriation, guided participation, apprenticeship. En A. Alvarez, P. Del Río y J.V. Wertsch (Edts). Perspectives on sociocultural research. Edición en castellano: La mente sociocultural. Madrid: Fundación Infancia y Aprendizaje.
- ROLLET, C., 1997. Dessin et figure en geometrie: analyse des conceptions de futurs enseignants dans le contexte Cabri-geometre, Tesis de l'Universite Claude Bernard Lyon 1.
- SALINAS, J., 1997. Nuevos ambientes de aprendizaje para una sociedad de la información. *Revista Pensamiento Educativo*, 20. Pontificia Universidad Católica de Chile 81-104.
- SCHOENFELD, A. H. (1985). Mathematical Problem Solving. Academic Press, Inc. Orlando.
- SERPELL, R., 1993. Interface between socio-cultural and psychological aspects of cognition. En E.A. Forman et al (eds.), *Context for learning . Sociocultural dynamics in children's development*. New York: Oxford University Press.
- SIERPINSKA, A.; LERMAN, S., 1996, Epistemologies of Mathematics and of Mathematics education. En: *International Handbook of Mathematics Education* Bishop et al. Eds. Kluwer Academic Publishers, pp 827-876.

---

SIÑERIZ, L., 1999. El uso didáctico del CABRI : implicaciones. *En SUMA*, nº 30, 97-102.

SOURY-LAVERGNE, S., 1998. Etayage et explication dans le preceptorat distant, le cas de TeleCabri. Tesis doctoral. Université Josep Fourier. UFR Informatique et Mathématiques appliquées. Grenoble.

TEXAS INSTRUMENTS, 1997. Introducción a Cabri Géometre II. Texas Instruments.

VIGOSTKY, L. S., 1978. *Mind in Society*. Cambridge: Harvard University Press.

VIGOSTKY, L. S., 1979. El desarrollo de los procesos psicológicos superiores . Edición al cuidado de Michael Coll [et al.]; [traducción castellana de Silvia Furió]. -- Barcelona : Crítica, D.L. 1979

WAUGH, M., 1996. Group Interaction and Student Questioning Patterns in an Instructional Telecommunications Course for Teachers. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching* 15(4), 353-382.

WERTSCH, J., 1988. *Vygotsky y la formación social de la mente*. Barcelona : Paidós.

### **Theories of Learning and Cognition in Collaboration:**

<http://www.cs.usask.ca/grads/vsk719/academic/890/project2/node7.html>

DILLENBOURG, P. et al. 1994. The Evolution of Research on Collaborative Learning.: <http://tecfa.unige.ch/tecfa-research/lhm/ESF-Chap5.text>

### **Sitios Web sobre teleformación:**

<http://www-icdl.open.ac.uk/bib/bib2.htm>

<http://webster.commnet.edu/HP/pages/DARLING/journals.htm>

<http://webster.commnet.edu/HP/pages/darling/distance.htm>

<http://www.uwex.edu/disted/lobart.htm>

<http://www.ruv.itesm.mx/info/redinter/capacitacion/articulos.htm>

<http://www.curtin.edu.au/conference/ASCILITE97/papers-index.html>

---

<http://www.ieev.uma.es/ieev/publ.htm>  
[http://tecfa.unige.ch/edu-comp/edu-  
ws94/contrib/schneider/schneide.book.html](http://tecfa.unige.ch/edu-comp/edu-<br/>ws94/contrib/schneider/schneide.book.html)  
<http://geocities.com/Athens/Sparta/6407/>  
<http://www.monografias.com/trabajos/edudistancia/edudistancia.shtml>  
<http://nti.uji.es/docs/nti/index.html>  
<http://www.uidaho.edu/evo/distglan.html>  
<http://www.doe.d5.ub.es/te/teeode/THEBOOK/files/spanish/html/index.htm>  
<http://www.teleformacion.edu/>  
<http://www.educadis.com.ar/home2.htm>  
<http://www.gate.upm.es/>  
<http://www.ieev.uma.es/edutec97/edu97por.htm>  
<http://tecnologiaedu.us.es/edutec/paginas/indtemas.htm>

### **Publicaciones en enseñanza abierta o a distancia:**

**American Journal of Distance Education.** Three issues per year. ISSN 0892-3647 The American Centre for the Study of Distance Education, 110 Rackley Building, University Park, PA 16802-3202, USA.

**Distance Education.** Two issues per year. ISSN 0158-7919. Distance Education Centre, University of Sothern Queensland, Toowoomba, Qld 4350, Australia.

**Epistolodidaktika.** Two issues per year. Subscription and business correspondence: Mrs Jane Walker, 'Bon-accord', 7 Wydell Close, Lower Morden, Surrey, SM4 4NS, United Kingdom.

**Journal of Distance Education.** Two issues per year. ISSN 0830-0445. Canadian Association for Distance Education Secretariat, 205-1 Stewart Street, Ottawa, Ontario, Canada, K1N 6H7.

**Open Learning.** Three issues per year. ISSN 0268-0513. Pitman Publishing, 128 Long Acre, London, WC2E 9AN, United Kingdom.

---

**Open Praxis.** Two issues per year. ISSN 0264-0210. Editor: Dr David Sewart, Regional Academic Services, The Open University, Walton Hall, Milton Keynes, MK7 6AA, United Kingdom.

### Otras publicaciones:

#### en inglés.

**Agora.** Five issues per year. FIM-Psychologie, Universität Erlangen-Nürnberg, Konrad-Zuse-Str.3, D-91052 Erlangen, Germany.

the **EDEN Newsletter**, published irregularly by the European Distance Education Network (EDEN), from the EDEN Secretariat - UK, Walton Hall, Milton Keynes, MK6 7AA

the **European Journal of Open Learning**, newly launched online by EDEN and accessible at <http://www.nks.no/eurodl>

**OLS [Open Learning Systems] News.** Quarterly. ISSN 0269-9729 OLS News, 11 Malford Grove, Gilwern, Abergavenny, Monmouthshire, NP7 0RN, United Kingdom.

**Open Learning Today: the Journal of the British Association for Open Learning.** Six issues per year. British Association for Open Learning, Suite 16, Pixmore House, Pixmore Avenue, Letchworth, Herts, SG6 1JG, United Kingdom.

#### En francés:

**Repères et références statistiques sur les enseignements et la formation.** Revue annuel. Ministère de l'Education nationale - DEP, 58 bd du Lycée, 92170 Vanves, France.

**Nouvelles technologies et formations de gestion.** Monthly. ISSN 1271 7525 Groupe ESC, 20 bd Lascrosses - BP 7010, 31068 Toulouse Cedex 7, France.

---

**Canal éducation, la revue du CNED.** Quarterly (since 1995). Centre National d'Enseignement à Distance(CNED), Avenue du Téléport, BP 200, 86980 Futuroscope Cedex, France. Web: <http://www.cned.fr>

**J'aime Gemme, Lettre du groupement pour l'enseignement sur mesure médiatisé.** Weekly (since 1995). Groupement pour l'enseignement sur mesure médiatisé (GEMME), Centre René Cassin, 17 rue St Hippolyte, 75013 Paris, France.

**Info Flash.** Monthly. Centre Inffo, Tour Europe, 33 place des Corolles, 92049 Paris La Défense Cedex, France.

**Les dossiers de l'ingénierie éducative.** Monthly. Centre National de Documentation Pédagogique (CNDP), 29 rue d'Ulm, 75230 Paris Cedex 05, France.

**Actualité de la formation permanente.** Bi-monthly. Centre Inffo, Tour Europe, 33 place des Corolles, 92049 Paris La Défense Cedex, France.

**Sciences et techniques éducatives.** Four issues per year. Ed.Hermès, 14 rue Lantiez, 75017 Paris, France.

**Education permanente.** Four issues per year. ISSN 0339-7513 Revue de l'Education permanente, 16 rue Berthollet, 94110 Arcueil, France.

**Ressources : la lettre de l'Observatoire des ressources pour la formation.** Monthly. ISSN 1260 0407 ORAVEP, 6 bd St Denis, 75010 Paris, France.

**Les cahiers d'études du C.U.E.E.P.** Two to four issues per year. Centre Université Economie d'Education Permanente (C.U.E.E.P)/Université des Sciences et Technologies de Lille, 9/11 rue Angellier, 59046 Lille Cedex, France.

**La lettre de l'université : l'hebdomadaire de l'enseignement supérieur et de la recherche.** Twice-weekly. ISSN 1266 826 Média Sud Communication pour l'Etudiant citoyen, BP 77, 31902 Toulouse Cedex 9, France.

---

**Connexion.** Two issues per year. ISSN 1183 1561 Réseau d'enseignement francophone à distance du Canada (REFAD), CP 670 succursale C, Montréal, Québec, H2L 4L5, Canada.

**En italiano.**

**Istruzione a Distanza** is a journal which frequently contains articles from other countries in addition to Italy. It is published quarterly at the Università degli Studi di Roma, Dipartimento di Scienze dell'Educazione, via Castro Pretorio, 00185 Roma, Italy.

**En español:**

**A Distancia.** Published irregularly. ISSN 1135-1608. Vicerrectorado de Coordinación, Universidad Nacional de Educación a Distancia, C/Bravo Murillo 38, Madrid, Spain.

**Radio y Educación de Adultos.** Three issues per year. ISSN: 0213-4969. Radio ECCA, Avda Antonio Mesa y López, 35080 Las Palmas de Gran Canaria, Spain.

**Revista de Educación a Distancia (RED).** Three issues per year. ISSN: 1131-8783. CIDEAD (Ministry of Education and Culture), C/Argumosa 43, 28012 Madrid, Spain.

**Revista Iberoamericana de Educación a Distancia (RIED).** Two issues per year. ISSN: 1138-2783. Instituto Universitario de Educación a Distancia, UNED, Ciudad Universitaria, 28040 Madrid, Spain. [This journal is published for the first time in October 1997, succeeding the previously published **Revista Iberoamericana de Educación Superior a Distancia.**]