



**Universitat Autònoma de Barcelona**

[DIDÀCTICA DE LA MATEMÀTICA I DE LES CIÈNCIES EXPERIMENTALS](#)

## **L'aprenentatge de les matemàtiques com a participació i construcció social en un entorn virtual**

[Rafael Rodriguez Gayarre](#)

Memòria de tesi doctoral

[Programa de Doctorat en Didàctica de les Ciències i Matemàtiques](#)

Director del treball: [Josep M<sup>a</sup> Fortuny](#)

Bellaterra: abril de 2003

## AGRAÏMENTS

Que aquestes línies siguin de reconeixement i agraïment per a tots aquells que, amb els seus suggeriments i ànims han fet possible que aquesta recerca hagi arribat a bon fi.

## ÍNDIX

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUCCIÓ I PROBLEMÀTICA DE LA INVESTIGACIÓ</b>                             | <b>6</b>  |
| 1.1      | La situació de la investigació   | 6         |
| 1.2      | El context de la investigació  | 8         |
| 1.3      | Problemàtica i objectiu de la tesi   | 9         |
| <b>2</b> | <b>MARC TEÒRIC</b>   | <b>12</b> |
| 2.1      | Sobre la noció d'interacció i situacions d'ensenyament/aprenentatge              | 12        |
| 2.2      | Estructura i funcionalitats de les interaccions                                  | 14        |
| 2.3      | Interacció, elaboració de significat i construcció del coneixement               | 16        |
| 2.4      | Interacció i regulació   | 17        |
| 2.5      | Aprenentatge de la matemàtica i mediació contextual i tecnològica                | 18        |
| <b>3</b> | <b>METODOLOGIA</b>   | <b>22</b> |
| 3.1      | Disseny i implantació del portal   | 22        |
| 3.2      | Gestió del portal d'intermates   | 36        |
| 3.3      | Mostra d'alumnes   | 41        |
| 3.4      | Anàlisi curricular de les activitats   | 44        |
| 3.4.1    | Sobre els objectius didàctics  | 44        |
| 3.4.2    | Sobre el contingut curricular de matemàtiques                                    | 44        |
| 3.4.3    | Sobre els indicadors de qualitat involucrats en la realització de les activitats | 49        |
| 3.5      | Instruments d'anàlisi  | 53        |
| 3.5.1    | Situació de comunicació amb el tutor.  | 58        |

|            |   |            |
|------------|---|------------|
| 3.5.2      | Situació de comunicació entre els alumnes                                     | 61         |
| <b>4</b>   | <b>ANÀLISI DE LES DADES</b>   | <b>64</b>  |
| <b>4.1</b> | <b>Anàlisi de les interaccions tutorialis a través dels quadres de diàleg</b> | <b>64</b>  |
| 4.1.1      | Anàlisi dels referents i de les concepcions inicials en l'activitat 1.        | 64         |
| 4.1.2      | Anàlisi de les explicacions de les elaboracions en l'activitat 2.             | 67         |
| 4.1.3      | Anàlisi de les identificacions de l'instrument de mesura en l' Activitat 3    | 73         |
| <b>4.2</b> | <b>Anàlisi de les converses</b>   | <b>75</b>  |
| 4.2.1      | Moment interactiu 1 de manifestació   | 79         |
| 4.2.2      | Moment interactiu 2 de qüestionament  | 82         |
| 4.2.3      | Moment interactiu 3 de manteniment  | 85         |
| 4.2.4      | Moment interactiu 4 d'exploració  | 86         |
| 4.2.5      | Moment interactiu 5 d'aportacions   | 90         |
| 4.2.6      | Moment interactiu 6 d'evolucions  | 91         |
| 4.2.7      | Moment interactiu 7 de generalització i creativitat                           | 95         |
| <b>4.3</b> | <b>Beneficis socials de les converses apropiats pels participants</b>         | <b>96</b>  |
| 4.3.1      | Habilitats en la participació en la interacció                                | 96         |
| 4.3.2      | La significació dels continguts matemàtics                                    | 102        |
| <b>5</b>   | <b>DISCUSSIÓ I CONCLUSIONS</b>  | <b>108</b> |
| <b>5.1</b> | <b>Sobre la inicialització tutorial del coneixement</b>                       | <b>108</b> |
| 5.1.1      | Sobre la regulació inicial guiada   | 108        |
| 5.1.2      | Sobre l'autoreconeixement tutoritzat  | 108        |
| 5.1.3      | Sobre la mediació de la reflexió  | 108        |
| 5.1.4      | Sobre les explicacions de les aportacions                                     | 109        |
| <b>5.2</b> | <b>Sobre la producció social de coneixements.</b>                             | <b>109</b> |
| 5.2.1      | Sobre la caracterització dels models interactius                              | 109        |
| 5.2.2      | Sobre la constitució de comunitats d'aprenentatge de les matemàtiques         | 109        |
| 5.2.3      | Sobre la visualització de l'evolució del coneixement de la proporcionalitat   | 110        |
| 5.2.4      | Sobre l'explicitació de les propietats del triangles semblants                | 110        |
| 5.2.5      | Sobre la negociació de les argumentacions de les propietats mètriques         | 111        |

## CAPÍTOL 1. PROBLEMÀTICA DE LA INVESTIGACIÓ

|            |   |            |
|------------|---|------------|
| 5.2.6      | Sobre la determinació experimental de les distàncies i la necessitat de demostració | 111        |
| 5.2.7      | Sobre la significació dels conceptes de semblança i de proporcionalitat             | 112        |
| 5.2.8      | Sobre els beneficis interlocutius   | 112        |
| <b>5.3</b> | <b>Limitacions de la investigació.</b>  | <b>113</b> |
| <b>5.4</b> | <b>Implicacions didàctiques</b>   | <b>114</b> |
| <b>6</b>   | <b>BIBLIOGRAFIA</b>   | <b>117</b> |

## 1 INTRODUCCIÓ I PROBLEMÀTICA DE LA INVESTIGACIÓ

### *1.1 La situació de la investigació*

Són moltes les investigacions en didàctica de les matemàtiques centrades en l'anàlisi de les interaccions mitjançant la comunicació entre el professor i l'alumne, i així com entre el mateix alumnat. La majoria d'aquestes recerques es construeixen a partir dels referents de les teories socials de construcció del coneixement (Webb, 1984, 1989 i 1991; Forman, 1989; Lambdin, 1993; Wood, 1996; Yackel, Cobb i Wood, 1991; Cobb i Whittenack, 1996; Cobo i Fortuny, 2000; Kieran, 2001; Zack i Graves, 2001). Aquesta recerca intenta fer una aportació des de la perspectiva de la utilització de les noves tecnologies de la informació i de la comunicació (NTIC), analitzant les interaccions que es poden produir entre el mitjà tecnològic, les activitats, les converses escrites entre els participants (alumnes i professor) i els seus efectes en la construcció i la comprensió de coneixements matemàtics. La finalitat és, precisament, determinar els factors que permeten augmentar la qualitat del coneixement generat, tot analitzant les interaccions desenvolupades al llarg del treball col.laborador i comunicatiu en la realització d'activitats d'una unitat didàctica, referida a contingut matemàtic d'ESO.

L'ús de les noves tecnologies dóna la possibilitat de poder crear nous espais de comunicació i permet establir una nova manera de comunicar-se. A més, la seva utilització possibilita noves maneres de treballar, decidir, pensar, tant pel que fa a l'escola com en el conjunt de la societat (Duart, 2000). En aquest context, les activitats curriculars de matemàtiques en un mitjà tecnològic i amb canals de comunicació permetran fer explícits, visibles i accessibles en tot moment els registres escrits de dos grans tipus d'interaccions: unes de tutorització, encarregades de la inicialització del coneixement, i unes altres de socialització, adreçades a la producció i el desenvolupament col.laborador del coneixement en els diferents rangs d'habilitats dels participants.

Aquesta nova possibilitat de comunicar-nos que ens ofereix la introducció de les NTIC en les activitats matemàtiques pot tenir un potencial que afavorirà la intercomunicació pel que fa a la pròpia activitat, facilitant la seva resolució, tant a nivell exploratori com a nivell col.laborador. A més, pot fer visible el desenvolupament del coneixement dels participants. Així en aquesta situació d'aprenentatge s'integra el procés interactiu de regulació, atès que les interaccions de l'alumne amb el professor, amb els altres alumnes i amb el material didàctic

permeten una adaptació, tant de l'activitat d'aprenentatge que realitza l'alumnat com de la percepció que d'aquest té el professor.

Per tal d'afavorir aquest procés interactiu de regulació s'utilitzarà la possibilitat de fer servir les produccions de les activitats en un treball de discussió i confrontació entre els propis alumnes, a partir de les situacions que es plantegin. En aquest procés els alumnes interaccionaran amb els altres, per tal de verbalitzar el seu procés de construcció i de comprensió dels coneixements matemàtics. Es presenten als alumnes unes activitats, incorporades en un entorn virtual d'aprenentatge de la matemàtica, que pensem que tenen una gran potencialitat per adquirir aprenentatges significatius i rics en contingut. Aquestes activitats contempen una organització que permet el pas de l'interpsicològic a l'intrapsicològic<sup>1</sup>, de manera que tenim en compte el fet que l'alumne pugui interactuar dins del procés comunicatiu que es planteja.

L'aspecte que volem assenyalar en aquest apartat, en relació a la present recerca és la utilització que hem realitzat del llenguatge escrit. D'aquesta manera els diferents agents, constructors de coneixement, poden interactuar dinàmicament, car poden accedir als registres comunicatius generats. En aquest procés comunicatiu incorporarem els quadres de diàleg com a instrument que ens permetrà registrar i fer accessible en tot moment les interaccions entre l'alumne i el professor. També registrarem les interaccions entre els alumnes a través d'un fòrum que considerarem que té la funció d'espai de socialització de les produccions matemàtiques. En aquests moments interactius, els quals constitueixen una dimensió del procés de comunicació (Fortuny i Murillo, 2003), és quan tenen lloc les explicacions, les negociacions i els processos de regulació per part dels interactuants en la construcció i en la comprensió de coneixement.

Les activitats proposades en l'entorn virtual d'aprenentatge de la matemàtica volen afavorir i potenciar les interaccions que es desenvolupen en la resolució de les activitats proposades durant la situació d'ensenyament i aprenentatge.

---

<sup>1</sup>Aquest pas correspon al “nivell de desenvolupament actual, determinat per la capacitat de resoldre independentment un problema, i el nivell de desenvolupament potencial, determinat per la resolució d'un problema sota la guia d'un adult o en col·laboració amb un altre company més capaç” Vygotski (1977).

## *1.2 El context de la investigació*

En la nostra investigació s'actua en un procés d'ensenyament–aprenentatge en què els alumnes treballen a partir d'una MUD (miniunitat didàctica), que descriurem detalladament en l'apartat 3.1 d'aquesta memòria, inserida en un entorn virtual d'aprenentatge de la matemàtica. L'ús que es fa de les NTIC és la potenciació del procés interactiu entre les activitats i el professor, els alumnes i el mitjà tecnològic i comunicatiu.

Aquesta mirada permetrà d'afavorir el tractament de la diversitat entre l'alumnat, ja que el mitjà en qüestió facilitarà que cada alumne sigui el que de manera autònoma prengui la iniciativa en funció de l'itinerari que vulgui desenvolupar en la realització de les activitats.

En aquest context, com ja hem anunciat anteriorment, les activitats volen tenir un potencial que afavoreixi la intercomunicació, pel que fa a les pròpies activitats com al mitjà en què són presentades, de manera que possibilitin i considerin la interacció.

Per poder fer el disseny, que trobareu a l'apartat 3 de la recerca, és important planificar els objectius que cal contemplar dels continguts matemàtics, de manera que aquests poden ser incorporats en el disseny, amb la intencionalitat que l'alumne els conegui i se'n pugui fer una primera representació. Així doncs, s'estableix una interacció entre el contingut de la MUD, els continguts de la matemàtica de l'ESO, la interacció que el disseny propicia en l'alumne i les interaccions entre els alumnes i el professor. Aquesta situació d'aprenentatge oferirà la possibilitat que l'alumne, de forma autònoma i veient contemplada la seva unicitat, pugui interactuar dins del procés comunicatiu.

Amb l'objectiu que aquest procés d'interacció reguladora tingui la seva eficàcia, contemplarem la possibilitat de fer ús de les activitats plantejades a partir de cadascuna de les situacions, de manera que pugui aparèixer la possibilitat d'intercanviar el que cada alumne desenvolupa per resoldre l'activitat. Per tant, es potenciarà una interacció entre els alumnes de manera que cadascú pugui interaccionar amb els altres, per tal de verbalitzar el seu procés de construcció i de comprensió dels coneixements amb la finalitat, que l'aprenentatge neixi fruit d'uns acords i d'una significació real del coneixement.

Així doncs, les interaccions reguladores no tan sols contemplaran la diversitat de cada alumne sinó que, gràcies al mitjà informàtic, podran facilitar un anar i tornar de manera que es



comparteixin o es negociïn els significats referits a la construcció i comprensió dels coneixements. Aquesta interacció d'origen social permetrà la possibilitat que l'alumne pugui explicitar les seves formulacions, les seves idees, les seves representacions, els seus coneixements de manera diversa, tot l'anterior, mitjançant el diàleg podrà ser comparat, compartit, rebutjat, reelaborat...i, a la fi, aportarà a cada alumne una evolució i millora de les significacions matemàtiques. Els quadres de diàleg, que poden esdevenir, com exemple de la pràxis realitzada, permetrà a l'alumnat tenir una relació més directa amb el professor; en canvi al fòrum (espai social preferentment utilitzat pels alumnes) serà on els alumnes podran comunicar-se entre ells, i en conseqüència es produirà una situació didàctica que promourà la comunicació i per tant l'intercanvi. S'afavorirà tant la regulació de les accions com les negociacions dels significats en el procés d'interacció que s'anirà construint i comprnent dins de l'objecte d'estudi plantejat en la MUD.

Hem de destacar com a molt significatiu el fet que les interaccions quedin registrades, la qual cosa permetrà fer ús de l'escrit amb la possibilitat que diferents persones puguin interactuar d'una manera dinàmica. Al mateix temps, fa que la comunicació sigui transparent. Aquesta comunicació afavoreix la reflexió per part de les persones interactuants ja que els escrits queden incorporats en totes les activitats que es van desenvolupant. Els escrits no es perden i es pot reflexionar més sobre el que ens diuen, encara que en moltes ocasions la interacció tingui un estil més informal.

### *1.3 Problemàtica i objectiu de la tesi*

Des de fa uns anys les tecnologies de la informació i la comunicació es troben més inserides en la nostra societat i a l'escola. Tal com ens indica Perrenoud (1999) *"llegir a la pantalla esdevé una pràctica social corrent i els hipertextos són escrits socials tan legítims com els documents impresos com a origen de la transposició didàctica a partir de les pràctiques"*. És en aquesta línia que pensem que un dels nostres referents és el fet d'investigar les potencialitats didàctiques de les noves tecnologies de la informació i de la comunicació en relació amb els objectius de l'ensenyament. En aquest cas la nostra investigació se centra en continguts matemàtics de l'ensenyament secundari obligatori. En aquest context és important assenyalar que tant els alumnes com el professor-tutor participen d'aquests mitjans, donant la possibilitat de mostrar els procediments i facilitant que els alumnes puguin col.laborar, amb la possibilitat d'optimitzar els recursos.

En aquest procés, l'ús de les NTIC configura situacions d'aprenentatge que són situacions socials de comunicació (Cardinet, 1988: Edwards i Mercer, 1988) i que donen lloc a interaccions entre el professor-tutor i l'alumne i entre els propis alumnes al voltant d'una activitat o un contingut específic. Tal com senyala Meirieu (1997, p67) *“l'aprenentatge és sens dubte una producció de significat per la interacció d'informacions i d'un projecte, una estabilització de les representacions i finalment la introducció d'una situació de disfunció, on la inadequació dels projectes respecte de les informacions o de les informacions al projecte obliga a passar a un grau superior de comprensió”*.

Amb aquesta perspectiva, fem un plantejament de la nostra investigació centrada en dos punts: a) l'estudi de les interaccions que es produeixen, a partir d'unes activitats inserides en un entorn virtual d'aprenentatge, sobre l'aplicació de la proporcionalitat en la determinació de la mesura indirecta i b) l'estudi de les interaccions referides a afavorir la comunicació entre l'alumne i el professor mitjançant la consideració de quadres de diàleg inserits en el disseny de les activitats..

Així doncs, la finalitat d'aquesta investigació és esbrinar les interaccions que provoca la potencialitat de l'activitat presentada en el mitjà tecnològic de la informació i la comunicació (NTIC) i quins són els efectes en el procés d'ensenyament-aprenentatge dels participants.

Totes aquestes interaccions es produeixen en el marc d'un mitjà tecnològic que permet tant al professor-tutor com als alumnes comunicar-se en funció de les activitats presentades, de manera que es produeix una interactivitat que és, en un principi, aquesta possibilitat de comunicació entre els actors que hi participen. Podem retrobar simultàniament diversos estímuls en aquesta interactivitat, ja que esdevé una relació en dues direccions: entre el material curricular que comprèn les activitats, i les interaccions que s'hi incorporen, essent sensible allò que fa l'alumne. És des d'aquest punt de vista que la interactivitat no pot ser vista més que per la posada en pràctica d'interaccions i per la creació d'activitats que afavoreixin el diàleg. En aquest context la significació apareixerà com el producte de la interacció entre el sistema (mitjà tecnològic, activitats, etc.) i alumne-professor/tutor i entre els alumnes. És per això que les activitats proposades als alumnes, des del mitjà tecnològic, tal com indica Meirieu (1997, p70) *“fan que es trobin en una situació activa, en una interacció desestabilitzadora i estabilitzadora de les seves representacions successives i és en aquesta interacció que es construeix, molt sovint de manera irracional, la racionalitat”*. És

per aquest motiu que, en el conjunt d'activitats que són presentades als alumnes, s'ha de tenir en compte:

- i. Que les activitats que cal proporcionar a l'alumne, aquest les pugui treballar amb les competències (sabers, coneixements anteriors) de què disposa.
- ii. Que el nivell de complexitat s'adeqüi al nivell de formulació que li correspon
- iii. Que les consignes i instruccions què cal donar facin possible de posar l'alumne en situació de projecte, tal com defineix Meirieu (1997, p73): “ *la manera com comprendre les coses i l'orientació de la seva acció*” per tal que l'alumne hagi de fer el procés de reelaboració de les seves representacions i de les activitats que li són proposades.

En conseqüència, els nostres objectius en la investigació són:

Objectiu1: Caracteritzar les interaccions de tutorització que es produeixen entre el tutor-alumne i els seus efectes en la inicialització del coneixement.

Objectiu 2: Analitzar els efectes de les interaccions entre els alumnes que es produeixen al llarg del procés comunicatiu, quan es confronten les seves produccions a través d'un fòrum.

## 2 MARC TEÒRIC

### 2.1 *Sobre la noció d'interacció i situacions d'ensenyament/aprenentatge*

En una situació d'ensenyament–aprenentatge, les “relacions” entre els alumnes i el professor es produeixen normalment en l'intercanvi cara a cara en converses de forma immediata. En el nostre cas, però, considerem les paraules escrites, com a base de la producció de significats matemàtics i de situacions de construccions de coneixement. Tot i que el llenguatge escrit normalment suposa distanciament, en el nostre cas no ha estat així gràcies al mitjà tecnològic en què s'estableixen el conjunt de relacions entre els participants. En l'ús d'aquestes tecnologies, tal com ens diu Mercer, “*les comunicacions electròniques d'avui, com el correu electrònic i la conferència per ordinador, ens permeten fer ús del llenguatge escrit perquè diverses ments interactuïn de manera dinàmica*” (2001, p31). També es pot crear una discussió significativa i un aprenentatge dialògic i de grup (Pérez, 2000). Això suposa una modificació de la comunicació verbal presencial amb un augment de valor intercomunicatiu i de generació de coneixements i intel·ligència col·lectiva (Lévy, 1994).

Pensem que la interacció és troba en el centre del procés comunicatiu. Així doncs, la nostra concepció de la comunicació s'inscriu en un model sistèmic, que la considera com “*una relació interactiva i una totalitat dinàmica*” (Marc & Picard, 1992, p16).

En la nostra investigació, la comunicació que potenciem és de caire formal, on té sentit el desenvolupament de l'explicació i la justificació (Jorba i altres, 2000), estimulat per l'ús de les NTIC.

Tal com diu Morin, “*les interaccions són les accions recíproques que modifiquen el comportament o la naturalesa dels elements en presència o en influència*” (1999, p69). Més endavant ens especifica que la interacció expressa “*el conjunt de les relacions, les accions i les retroaccions que es fan i s'enllacen en un sistema*” (1990, p245). La definició que dona Morin del terme interacció és molt general. Nosaltres intentarem precisar-la des de l'anàlisi conversacional i interaccional (Vion, 1992), atès que en la comunicació telemàtica, tal com diu Mercer (2001), agafa moltes característiques del llenguatge parlat.

Cal considerar que no podem contemplar les interaccions que es poden produir en les situacions d'aprenentatge, com per exemple una conversa relaxada (no formal). Així doncs, el que diferencia els discursos mantinguts en una situació d'aprenentatge d'aquells mantinguts

en una conversa és que els primers són institucionalitzats i estan orientats des del principi per les “*interaccions especialitzades*” (Vion, 1992, p109). El que diferencia el diàleg didàctic (Amigues,1996) dels altres diàlegs o converses és que en el primer es tendeix a mirar d’instaurar una relació cultural referida a un objecte de saber.

Per precisar la nostra idea d’interacció aprofitarem la definició que en dóna Goffman: “*Per interacció s’entén la influència recíproca que els participants exerceixen sobre les seves accions respectives mentre estan en presència física els uns amb altres*” (citada per Vion, 1992, p100). Per altra banda, Catherine Kerbrat-Orecchioni ens diu: “*Al llarg d’un desenvolupament d’intercanvi comunicatiu qualsevol, els diferents participants, que anomenarem “interactuants”, exerceixen els uns sobre els altres una xarxa d’influències mútues -parlar és intercanviar i és canviar intercanviant-. Des d’aquesta perspectiva, es considera que tot procés comunicatiu implica una determinació recíproca i contínua dels comportaments dels participants*” (1990, p17). Encara que el mitjà utilitzi la comunicació telemàtica, la presència dels interactuants està garantida pel fet que tots poden trobar-se a través dels seus escrits, ja que el mitjà tecnològic facilita aquesta interacció. És per això que pensem que es donen aquestes influències mútues, atès que els alumnes poden interactuar a partir dels seus escrits. En algunes situacions del diàleg oral, no es produeix aquesta interacció, com per exemple la determinació recíproca i contínua, en el sentit de la seva participació i col·laboració en el procés comunicatiu, que donen sentit al terme d’interacció.

Durant el procés comunicatiu que s’esdevé, els alumnes i el professor es troben en una situació de contracte didàctic (Brousseau, 1984) que és alhora un contracte de comunicació (Amigues, 1996) i per tant hi ha un compromís de participar en els diàlegs. Aquest diàleg, per tant, no pot ser entès com un simple seguit d’intervencions dels alumnes o del professor en el sentit que ara un pren la paraula i després, l’altre. Tal com ens diu Francis Jacques: “*Una interacció efectiva no és evidentment una acció o una reacció que passa de l’un a l’altre, ni la mateixa influència recíproca que els participants exerceixen sobre les seves accions respectives, però sí el procés telemàtic que es produeix entre ells. Si les expressions lingüístiques se succeeixen, no s’enuncien en monòlegs aïllats, relacionats a les persones diferents que se’ls rellegiran a cada torn de paraula en la funció de locutor, sinó que en cada enunciació hi ha de convergir almenys una altra enunciació*” (citada per Halté, 1993, p21).

J.Godino i S.Llinares ens diuen, també: “*Perquè un procés de comunicació sigui satisfactori és necessari que les representacions dels individus siguin compatible. D’ací que les*

*interpretacions en el procés d'interacció hagin de tenir en compte les intencions dels altres"* (2001, p3)

## 2.2 Estructura i funcionalitats de les interaccions

Kerbrat-Orecchioni presenta un model jeràrquic en què els diferents components mantenen relacions d'inclusió, de subordinació i de funcionalitat. Les unitats pertinents a cada nivell són dotades de funcions il.locutòries i interactives quan a l'estructura de la conversa. Aquest model està configurat per les unitats dialogals on es contempen les interaccions, les seqüències i l'intercanvi i les unitats monològals que fan referència a les intervencions i als actes de llenguatge.

Entre la interacció i la seqüència, Vion afegeix una altra unitat, el mòdul interactiu, el qual permet de distingir en una interacció l'actualització dels tipus particulars d'interaccions (conversa, discussió, consulta....).

La introducció d'aquesta unitat ens sembla important per poder categoritzar determinats moments que es produeixen en la xarxa conversacional entre els participants. Per aquest motiu, en tota situació d'aprenentatge cal contemplar que "*tota interacció s'inscriu en una història interaccional*" (Vion, 1992, p149), que cal que tinguem en compte en el nostre procés comunicatiu.

Tota interacció es pot descompondre en seqüències, "*blocs d'intercanvis relligats per un fort grau de coherència semàntica i/o pragmàtica*" (Kerbrat-Orecchioni, 1990, p218). L'intercanvi correspon a la més petita unitat dialogal. Està constituït com a mínim de dos locutors diferents i està "*centrat sobre una tasca molt delimitada*" (Vion, 1992, p166) que en la nostra investigació correspon a les activitats que es troben en un entorn virtual d'aprenentatge de la matemàtica i en la qual intervenen grups d'alumnes, tres per a cada grup, i el tutor en moments puntuals.

La intervenció és la més gran unitat monològica de la interacció, però sempre construïda de manera interactiva. Pot ser d'iniciació i/o reactiva. Es compon d'un o diversos actes de llenguatge. L'acte de llenguatge és "*la unitat mínima de la gramàtica conversacional*" (Kerbrat-Orecchioni, 1990, p229).

Per Vion, "*la comunicació condueix els subjectes a produir significats, a les relacions socials i a les imatges identitàries per a la construcció conjunta de formes lingüístiques*" (Vion,

1992, p96) i també, com ens suggereix Mercer, “*atès que els significats de les paraules no són invariables i la comprensió sempre suposa interpretació, l’acció comunicativa sempre implica una activitat creativa conjunta. Les paraules poden transmetre significats diferents dels expressats conscientment pels parlants o pels escriptors perquè els oients i els lectors aporten les seves perspectives als missatges que reben. Les idees expressades d’una manera imprecisa poden ser intel·lectualment més estimulants per als oients i els lectors que els simples fets*” ( Mercer, 2001, p22).

És interessant que, per tal que les nostres idees puguin arribar als altres, les puguem expressar amb paraules o fent ús d’altres tipus de representació simbòlica com la notació matemàtica, les imatges. Si volem que les nostres idees puguin tenir un impacte social en les accions dels altres, les hem de poder comunicar. En aquest sentit Vion assigna tres funcions a les interaccions:

- I. la construcció del significat ja que: “*el treball intersubjectiu permet d’engendrar les significacions*” (1992, p94)
- II. la construcció de la relació social a la qual correspon “*l’establiment de relacions entre els subjectes*” (1992, p95)
- III. la construcció d’imatges identitàries en la mesura en què “*la interacció contribueix directament a la construcció del subjecte i de la seva personalitat les quals es realitzen per mitjà del “mitjancer llenguatge”*” (1992, p96).

En aquest sentit té importància la utilització del llenguatge per “*convertir el pensament individual en pensaments i accions col·lectives*” (Mercer, 2001, p25).

En el nostre cas, volem analitzar les xarxes conversacionals en el domini de les realitzacions d’activitats matemàtiques sobre proporcionalitat i semblança. Tenim l’especificitat temàtica de considerar l’exigència de la justificació de les propietats contemplades en les resolucions; per això, nosaltres considerarem una altra categoria de l’anàlisi del discurs, que és la que anomenarem *moments interactius*, com una agrupació d’una mateixa especificitat d’interaccions, amb una tendència comuna i consubstancial amb les activitats matemàtiques. D’aquesta manera, considerarem un nivell en les unitats dialogals de la jerarquia Kerbrat-Orecchioni i ens aproximarem a la noció de mòdul interactiu de Vion. Els moments *interactius* ens serviran per identificar els punts o nodes decisius en una conversa, que tenen

una naturalesa pròpia i un potencial de canvi o transició específica en els diferents rangs d'habilitats en el desenvolupament del coneixement matemàtic compartit dels participants.

Des d'aquesta situació, ens interessa destacar la funció de construcció i de comprensió del significat en la mesura en què es produeixi una relació entre les interaccions i la situació d'aprenentatge.

### 2.3 *Interacció, elaboració de significat i construcció del coneixement*

Cal tenir present que parlar de comunicació és també parlar del fet que el significat es construeix mentre es comunica. D'acord amb això, la comunicació no és una transferència d'informacions, sinó *"l'elaboració i el repartiment de significacions en un context portador de sentit"* (Marc i Picard, 1992, p19). Sobre aquest aspecte és sobre el que insisteix Sfez (1994, p76) quan escriu: *"La comunicació no és, doncs, ni una reacció ni una interacció plenament, sinó una transacció en la qual l'home inventa /atribueix les significacions per realitzar els seus projectes. En definitiva, el significat és més negociat que rebut"*. Per altra banda, Kerbrat-Orecchioni ens precisa que la interacció pot ser *"definida com el lloc d'una activitat col·lectiva de producció del significat, activitat que implica la posada en pràctica de negociacions explícites o implícites"* (1990, p28) i Vion ens diu que *"produir el significat exigeix un treball interactiu constant. Així, els processos de coadaptació, de reformulació, de sol·licitació, d'explicitació constitueixen alguns dels aspectes d'aquest treball conjunt"* (1992, p94).

Seguint les teories de Vygotski, assumirem la idea que els coneixements s'adquireixen en i mitjançant les interaccions que són un lloc de construcció dels significats. És important tenir present que el coneixement existeix com una entitat social i que, per tant, no solament es troba en possessió d'un individu. Pensem com Mercer (1997) que la comprensió i la construcció del coneixement es comparteixen. Per tant, cada cop que un alumne fa un descobriment, aquest té un sentit i una significació quan el comunica als altres.

Això s'esdevé quan els alumnes tenen l'oportunitat de conèixer les idees i els pensaments dels altres alumnes per mitjà d'un fòrum, on poden fer-los explícits. D'aquesta manera es pot donar una contrastació entre les diferents aportacions que fa cada alumne, possibilitant així una estimulació en el procés de construcció i de comprensió. En aquesta línia es manifesta Vion indicant que en els moments interactius *"cada subjecte està constantment exhortat de*



*confrontar les seves representacions anteriorment adquirides o les representacions que genera el funcionament de l'intercanvi*" (1992, p77).

Tal com ens suggereix Vygotski, els coneixements es construeixen en un primer moment dins del nivell social, en l'inter-psicològic, i després en un nivell individual, en l'intra-psicològic, fonamentalment, a través del llenguatge. Per tant, intentarem veure l'efecte de les interaccions sobre el coneixement dels subjectes (alumnes), en el procés de construcció i de comprensió de coneixement, referit en el nostre cas a la MUD de mesures inaccessibles (vegi's més endavant).

#### 2.4 Interacció i regulació

Tal com diu Perrenuod (1998, p112) *"si hi ha autoregulació és, en part, perquè l'individu es troba col·locat en les situacions de comunicació que el confronten amb els seus propis límits i el conviden, en el millor dels casos, a superar-les"*. En les situacions escolars, tal com ens diu Jorba i Sanmartí (1996), la presa de consciència de cadascun dels alumnes i l'autoregulació dels seus aprenentatges es produeix, fonamentalment, en el marc de les diverses interaccions socials que es produeixen en l'aula, i, en la nostra investigació, en les interaccions que aniran desenvolupant els alumnes en l'entorn virtual d'aprenentatge considerat en aquesta recerca, com també en la utilització dels quadres de diàleg amb el professor.

Doise (1981) ens ha aportat dades experimentals segons les quals el desenvolupament s'afavoreix quan hi ha divergència entre els individus. Quan els alumnes es troben en una mateixa situació i tenen diferents opinions o maneres de fer i de veure (Arca et altri, 1990) es produeixen interaccions i regulacions que possibiliten la coordinació de les diferents perspectives.

Per Edwards (1992), *"el pensament conceptual té el seu origen en el diàleg, i, per tant, ha de seguir les regles i les categories del discurs, dels símbols comunicats i dels textos escrits"*. També considera que quan un alumne verbalitza (Jorba i Casellas, 1996, Jorba i Sanmartí, 1996) un determinat punt de vista no se'l pot considerar com que està manifestant el seu propi pensament, sinó que les seves paraules o els seus escrits cal que siguin analitzats en funció de les interaccions que tenen lloc entre els seus companys, amb el professor, amb les ajudes que es donen en l'entorn d'aprenentatge virtual de la matemàtica, etc.; és a dir, dins del context social en el qual es produeixen.

Per tant, conclourem dient que una interacció és el conjunt d'intercanvis i intervencions produïdes en les converses escrites mantingudes entre dos o més actors que s'influeixen mútuament quan participen en una tasca comuna en un entorn virtual d'aprenentatge. D'aquesta manera s'afavoreix la confrontació de les possibles verbalitzacions/explicitacions de les accions que es produeixen en la realització de les activitats d'una MUD. La delimitació de la influència dels tipus d'interaccions la considerarem en referència al nivell lingüístic, com a pensament i acció cultural o bé al discurs educat i en relació a la dimensió temàtica involucrada.

En aquest sentit, donat el procés comunicatiu d'aprenentatge, pensem que es produeix un procés de canvi. Aquest procés de canvi vindrà marcat per les modificacions que els alumnes vagin fent respecte dels seus marcs de referència, els quals es trobaran dins dels processos de construcció i comprensió de coneixement. En aquest procés juga un paper fonamental el fet de prendre consciència de la situació social de l'aprenentatge i del procés de regulació. Segons això, els alumnes i el professor aprofitant la interacció participen elaborant els nous referents.

### *2.5 Aprenentatge de la matemàtica i mediació contextual i tecnològica*

La nostra concepció de l'aprenentatge se situa en els marcs de la teoria sociocultural i constructivista. Des del marc del constructivisme, es pot considerar que l'alumne té la capacitat de poder representar les propostes que li poden arribar des del món exterior. És en aquest sentit quan parlem que l'alumne no és una capsula negra, on no hi ha res a dintre, sinó que, parteix de la seva lògica, configurada pel que Halwachs (1975) anomena les estructures d'acolliment, que fan referència als requisits d'aprenentatge, a les concepcions alternatives i les estratègies de raonament que utilitzen els alumnes. La representació que fan els alumnes de les tasques que han de realitzar, dels valors, les actituds i els hàbits adquirits en relació amb l'aprenentatge, tal com distingeix Vermersch (1979), no tenen a veure amb la lògica de la disciplina i la lògica de l'expert. De manera que, tal com ens indica Jorba i Casellas (1996), fan referència a les experiències personals a les quals els alumnes poden recórrer, al camp semàntic dels preconceptes que utilitzen i els models espontanis que emprenen per interpretar i explicar els fenòmens en què es troben, però també les estratègies espontànies a què recorren per realitzar les tasques que se'ls proposen realitzar.

La construcció del coneixement que fa l'alumne, com ens suggereix Gómez (1998), no és una repetició o reproducció de l'elaboració disciplinar, sinó que és una reconstrucció personal, un

ús i elaboració específics segons les característiques de cada alumne. El procés de reconstrucció del coneixement tindrà lloc en funció de les evolucions de les representacions que els alumnes vagin elaborant al llarg del seu procés educatiu. Ara bé, aquest procés de construcció de coneixement és realitza amb la interacció amb els altres, de manera que té lloc en funció de les verbalitzacions que es produeixen, de les intervencions que poden donar lloc a intercanvis i contrastos, col·laborant amb els altres, provocant conflictes sociocognitius, negociant les diferents propostes, per tal de poder arribar a un consens en la construcció dels significats, que donaran lloc a la construcció i comprensió del coneixement.

Cal destacar que en la construcció del coneixement es troben inserits tot un conjunt de factors socials, com les interaccions alumnes-professor i entre els propis alumnes, considerades com a iguals en una situació d'aprenentatge. Aquesta situació ens permet la incorporació del marc sociocultural, de manera que es contempla l'activitat conjunta, entre els participants en la situació d'aprenentatge, com a evolució en el seu desenvolupament.

Des d'aquesta visió sociocultural, a partir de les teories de Vygotsky, contemplem el procés d'aprenentatge com un procés social compartit de construcció del coneixement, en el qual es dona l'apropiació per part dels alumnes d'uns continguts matemàtics, entenent l'aprenentatge de les matemàtiques com una activitat social (Bauersfeld, 1980), de manera que al mateix temps es produeix un procés socialitzador dels participants en la situació d'aprenentatge.

En aquest sentit els participants en aquest procés socialitzador s'incorporen a una determinada cultura i són membres actius d'una societat. En aquesta incorporació es produeix una participació dels actants en el procés d'aprenentatge, de manera que s'incrementen les possibles accions d'aquests en funció de les ajudes i de les col·laboracions que s'estableixen amb els altres, ja sigui entre iguals o més experts, i en conseqüència facilitant la cultura i els seus instruments.

Per mitjà de la interacció i de l'activitat compartida, el tutor es situa en una gestió interactiva, ja que dialoga amb l'autor de la producció (Veslin, 1992), de manera que es produeix una implicació, marcant la seva presència. També reconeix la presència de l'alumne, en el sentit que es produeix un canvi de "l'això és" al "tu", contempla la lògica del que aprèn i per tant la gestió d'error (Astolfi, 1997) com a útil i no en un sentit penalitzador. Anima en un estil de qüestionament, de manera que reenvia les qüestions a l'alumne, hi aporta les ajudes necessàries, fa un guiatge de manera conscient, fa eleccions quant a les seves aportacions,

com a conseqüència d'orientar la regulació, possibilitant que sigui l'alumne qui, a mesura que es va desenvolupant el procés d'aprenentatge, vagi creant el seu propi perfil d'aprenentatge de manera autònoma. Com a conseqüència, en orientar la regulació, proposa als alumnes que comuniquin les seves propostes als altres, de manera que es produeixi una interacció al llarg del procés comunicatiu. També, en aquest procés de comunicació, en la interacció que es produeix, el tutor amb les seves ajudes provoca un determinat estil en la interacció.

Al llarg d'aquest procés comunicatiu on es desenvolupen les interaccions, és quan es produeix l'apropiació, no tant sols dels objectes matemàtics, sinó també del conjunt d'operacions cognitives que s'utilitzen. Des d'aquesta òptica es considera que, en el plantejament de les activitats, es produeix la realització d'unes accions que normalment són executades per operacions en funció dels recursos dels quals es disposen. En el nostre cas, per poder donar sortida a les activitats plantejades en l'entorn virtual d'aprenentatge de la matemàtica cal realitzar unes accions que possibilitin la posada en joc de les operacions en la seva realització, de manera que s'estableixi una utilització dels instruments culturals que possibiliti la seva apropiació. És en aquest cas que el desenvolupament de la MUD permet alhora el desenvolupament d'habilitats cognitives i socials per part dels alumnes així com també l'apropiació dels continguts matemàtics, com a part d'una cultura.

Aquest procés d'apropiació es troba mediat pels instruments i pels signes. En la utilització dels signes i dels llenguatges és on es produeix aquest procés, de l'extern a l'intern, de manera que es dona el desenvolupament tant de les habilitats com dels aprenentatges matemàtics. D'acord amb Gómez (1998), l'ús del llenguatge permet controlar i regular el propi comportament i realitzar-ho de forma conscient i adequada, reaccionant no tant als estímuls externs com als significats continguts en aquests instruments mediadors. En la nostra investigació tindrà lloc l'acte de comunicació social per mitjà tant dels instruments signe (Talizina, 1988; Wertsch, 1988; Leontiev, 1989) com dels tecnològics, mediadors del procés comunicatiu. En aquest marc el mitjà tecnològic crearà un context i una mediació Hershkowitz (1999) on es possibilitarà el procés comunicatiu, en interacció tant amb el propi disseny de l'entorn virtual d'aprenentatge de la matemàtica com en la incorporació en el disseny d'espais facilitadors de comunicació entre el tutor i els mateixos alumnes, fent un ús comunicatiu de la llengua. La utilització del llenguatge com a activitat social i vincle de comunicació permetrà compartir i regular, tant per part del tutor com per part dels propis alumnes, la seva utilització. Aquesta situació té especial importància en el context que

incorpora l'entorn virtual d'aprenentatge de la matemàtica, on oferirà l'oportunitat que els alumnes puguin expressar els seus raonaments tant al tutor com als seus companys, amb la intencionalitat expressa de donar totes les possibilitats de construir social i personalment els coneixements.

Des d'aquesta visió, el significat s'anirà construint i comprenent conjuntament per part dels interlocutors al llarg del procés comunicatiu. Aquest procés comunicatiu es desenvolupa gràcies a la cooperació dels interlocutors que intervenen en el procés, atès que s'estableix una interacció en la qual tots els interactuants participaran d'aquesta construcció negociada de significat. Entenem que l'objectiu de la comunicació és la construcció dels coneixements (significats) per part dels alumnes, i que per poder aconseguir-lo cal que els alumnes participin de manera cooperativa en situacions de comunicació en les quals es construeixin els significats cada vegada més pròxims als que constitueixen els conceptes de la matèria (De la Mata, 1993). Aquesta situació potenciarà l'entorn virtual d'aprenentatge de la matemàtica considerat.

### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 *Disseny i implantació del portal*

La nostra investigació planteja la incorporació de les noves tecnologies, tant a l'escola, com a l'entorn més immediat de l'alumne (biblioteca del centre, altres institucions que possibilitin la utilització d'aquesta tecnologia), dins de l'enfocament de situacions / activitats d'aprenentatge de la matemàtica. L'ús de les NTIC constitueix un instrument transparent per poder considerar la interactivitat entre els alumnes i el professorat i el procés de regulació dels aprenentatges. Desenvolupen una sèrie d'instruments de recerca per tal d'analitzar tot un seguit d'activitats dissenyades amb aquesta finalitat en un entorn propi d'aprenentatge, donant lloc a un procés avaluatiu, que interpretem com un procés comunicatiu (Jorba i altres, 2000). Per tal d'analitzar els comportaments matemàtics dels alumnes i la seva influència en el seu desenvolupament en relació a les interaccions socials que el mitjà del propi entorn propicia, primer analitzarem el disseny de l'entorn proposat a la recerca

En aquesta recerca, en primer lloc destaquem que, es realitza un treball previ sobre els continguts del disseny curricular base referits a l'àrea de matemàtica. L'anterior comporta l'anàlisi dels continguts (conceptes, procediments) que s'imparteixen a les classes de matemàtica, de tal manera que no es dona lloc a cap alteració dels continguts del disseny curricular de matemàtica. Val a dir que, en planificar els objectius que des de la matemàtica cal contemplar, en referència a la MUD de la nostra investigació, aquells són incorporats en el disseny del portal.

A continuació anirem descrivint i justificant les diferents situacions interactives que es donen en la MUD, dins del portal:



Figura 1. Presentació de la MUD.

Aquesta és la primera imatge que l'alumne veu després d'haver realitzat l'entrada al portal.

A la primera plana trobem el títol de la MUD: Els miralls i les distàncies inaccessibles. A continuació, trobem l'enunciat d'una situació, conjuntament amb la seva visualització. Sota de l'enunciat del problema, uns punts interactius que donaran pas a un procés comunicatiu, de manera que s'inicien les possibles interaccions, a demanda de la pròpia situació plantejada.

A continuació trobem d'altres punts interactius (links) que donen accés a noves situacions o punts interactius tant pel que fa referència al context de la innovació com a la seva importància en el registre de les dades d'aquesta tesi.



Figura 1.1

*Redacta*: a l'alumne, se li obren uns quadres de diàleg, on s'estableix una comunicació amb el professor i on l'alumne pot expressar de forma escrita les seves actuacions i reflexions al voltant de la resolució del problema. (vegi's Figura 4).

*Comparteix*: després d'haver-se comunicat amb el professor, a l'alumne se'l convida a explicitar les seves accions amb els altres companys en referència a la resolució del problema (vegi's Figura 5).

*Experimenta:* l'alumne pot manipular un model creat per la situació (Cabri-Geometrie) que li permet veure el funcionament del cas plantejat en el problema, de tal manera que ens trobem en un estat de materialització de la situació mitjançant un model que intenta representar el fet plantejat.



Figura 2. Punts d'interactivitat

*Situa't:* en aquesta botó es troben enunciats els objectius plantejats en la MUD, que fan referència a la primera situació plantejada, amb la qual cosa existeix una interrelació entre els objectius explicitats i la primera situació plantejada. En aquest aspecte, podríem parlar que la primera situació de resolució del problema és com l'epítom (Jorba i Sanmartí, 1996; Reigeluth, 2000) ja que dona a conèixer aprofitant el problema enunciat, els continguts més representatius i fonamentals de la MUD. Al mateix temps, en aquesta situació de "situa't" l'alumne té l'oportunitat de fer-se una primera representació, una primera idea sobre els objectius comunicats. Per tant, podríem parlar d'una comunicació d'objectius que al llarg del desenvolupament de totes les activitats del portal aniran evolucionant de manera dinàmica per tal de conferir el seu perfil d'aprenentatge.

Com es pot veure a la figura, queden explicitats els objectius i, acompanyant-los, el grau de coneixement. Amb l'anterior, l'alumne manifesta el grau de coneixement que creu tenir. En funció d'aquest grau de coneixement manifestat, a sota li surt el tant per cent respecte de cada objectiu (vegi's figura 3).

En referència als objectius, n'hi ha de tres tipus, els quals estan encaminats al compliment de les competències:

conceptual: objectiu 1

procedimental: objectiu 2

estratègies: objectiu 3

Pel que fa als graus de coneixement que l'alumne pot manifestar que té, hi ha quatre possibilitats:

No en sé res



Recordo haver-ho fet, però hi tinc dificultats

En sé alguna cosa , però no del tot

Sabria què dir, ho comprèn bé

| 40 Els miralls i les distàncies inaccessibles   |  |
|---|--|
| SITUA'T PRIMER EN ELS OBJECTIUS A ASSOLIR EN AQUESTA MUD  | MARCA L'OPCIÓ QUE CREGUIS ADDIENT AL TEU CONEIXEMENT PREVI |
| 1. Saber explicar el significat de semblança i raó: La semblança i les figures semblants.                     | Recordo haver-ho fet, pero tinc dificultats ▼              |
| 2. Reconèixer si dues figures són semblants, si dos triangles són semblants partir dels criteris de semblança | Sabria que dir, ho comprènt bé ▼                           |
| 3. Utilitzar la semblança de triangles per calcular elements de triangles i per obtenir                       | Se quelcom pero no del tot ▼                               |

**Nivell d'assoliment previ dels objectius:**




|                 |   |      |
|-----------------|---|------|
| Objectiu primer |    | 50%  |
| Objectiu segon  |   | 100% |
| Objectiu tercer |  | 75%  |

Figura 3. Situació en els objectius

. És important de destacar que aquesta representació anirà evolucionant en funció de les interaccions entre el seguit d'activitats i les mantingudes amb el professor i els seus companys. Pensem que el fet de poder saber-ne els objectius per part dels alumnes mostra d'una manera molt explícita què és el que es vol aconseguir en la realització de la MUD. Podríem dir que s'expliciten els criteris d'avaluació que al final del procés tornaran a aparèixer, després d'haver realitzat les activitats de l'avalua't.

*Guia't:* l'alumne es troba amb tres nivells d'ajudes graduades que li poden facilitar la resolució pautada de les activitats plantejades. Tenen la intencionalitat de fer referència als continguts que es treballen en la MUD, de tal manera que se li indiquen algunes accions que l'alumne hauria de contemplar. En aquestes ajudes hi ha suport visualitzat d'alguns dels continguts que es plantegen en la resolució de les activitats.

*Pràctica:* en aquest cas l'alumne es troba amb tres activitats per resoldre, graduades per ordre de dificultat. Les dues primeres fan referència directament a la situació inicial, de manera que

cada una treballa la mesura de la distància inaccessible. L'activitat 1 (la mesura de l'altura d'un edifici, fent ús dels miralls) i l'activitat 2 (la mesura d'un riu o barranc que no podem mesurar de manera directa), s'acompanyen d'una simulació que ajuda a visualitzar i a materialitzar la situació. Pel que fa a l'activitat 3, consisteix en una altra activitat de trobar l'alçada d'un edifici, però fent ús d'un instrument.

En totes tres activitats hi ha dues situacions importants de comunicació: el redacta i el fòrum

*Redacta:* corresponen a “Escriu la resolució”, “clicqueu per fer la vostra explicació” i “explica't clicant ací”. A totes tres s'obre un quadre de diàleg, on s'estableix una primera interacció amb el professor.

#### Resolució Activitat 1

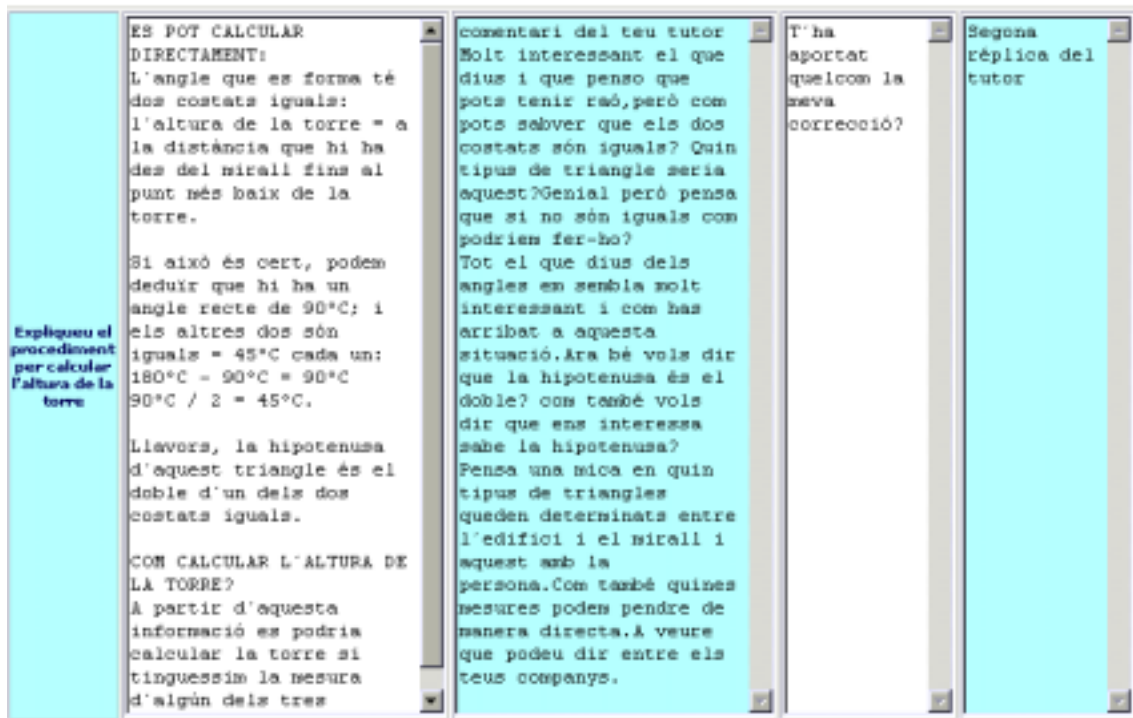


Figura 4. Quadre de diàleg de l'Ariadna en la resolució de l'activitat 1

En aquests quadres de diàleg, tal com mostra la figura, es produeix una interacció amb el professor, on l'alumne primerament ha explicitat/verbalitzat les seves accions en la resolució de l'activitat. Aquesta explicitació té a veure amb les demandes interactives que li proposem en l'activitat, fent-li una proposta interactiva de descripció de les seves accions (correspon al quadre de color blanc). Un cop l'alumne ha explicitat en el primer quadre, a continuació es produeix la interacció del professor de manera tutoritzada estretament relacionada amb la

regulació interactiva explicitada anteriorment, ja que es produeix una intervenció directa del professor sobre l'alumne que, tal com proposa Perrenuod (1991), se centra en l'activitat de l'alumne i en el seu procés d'aprenentatge. S'estableix un diàleg amb l'alumne a partir del seu escrit, amb la intenció de fer-lo reflexionar en funció de la seva explicitació. Per tal que aquesta interacció sigui potencialment reguladora i possibiliti noves accions, el professor pot utilitzar les tècniques que suggereix Mercer (1997, 2001), de "l'entretien d'explicitation" de Vermesch (1997), on el diàleg (Jorro, 2001) dóna la possibilitat que l'alumne faci les modificacions que consideri necessàries, així com noves interaccions.

La intervenció des dels quadres de diàleg que es produeix entre l'alumne i el professor de forma directa i personalitzada pot ser una guia (Mercer, 1997, 2001) i una font potent de regulacions.

*Fòrum:* correspon a "comparteix la teva resolució", "clicu aquí per compartir la vostra explicació". Convida els alumnes a compartir, a col·laborar en la contrastació de les seves idees, de les seves accions de resolució, donant lloc a una interacció entre ells. En aquesta interacció, fent ús de les habilitats cognitivolingüístiques (Jorba i altres, 1998), té lloc la negociació de significats, contrastant les maneres diferents de fer i de pensar, de tal manera que els uns s'apropien del que diuen els altres, amb la intenció d'anar evolucionant en la construcció i comprensió que tenen del coneixement objecte d'estudi.

En aquest fòrum és on es situen les interaccions que provoquen en els alumnes un seguit de modificacions respecte de la situació inicial de cada un dels membres del grup. A partir d'aquest fet, es produeix una millora significativa de les aportacions dels alumnes, a causa de les interpelacions amb els altres.

Un altre aspecte important que s'esdevé en el fòrum és que els alumnes poden reformular el seu coneixement, a causa de les interaccions que es donen amb els altres i en funció de la interacció referida al contingut matemàtic. Pensem que aquesta interacció entre els alumnes té també una component de regulació interactiva entre els mateixos alumnes, atès que en les reformulacions del seu coneixement han de negociar els seus significats per tal de poder arribar a acords.

Tal com hem dit abans, aquests punts interactius del disseny de l'entorn tenen l'avantatge de poder registrar totes les accions que els alumnes i el tutor realitzen, tot escrivint les seves realitzacions i aportacions o demandes, rèpliques, etc. D'aquesta manera l'investigador

## L'APRENENTATGE DE LES MATEMÀTIQUES COM A PARTICIPACIÓ I CONSTRUCCIÓ SOCIAL

disposa d'un cúmul de dades que s'estructuren en diferents xarxes conversacionals escrites, tant pel que fa a les intervencions de tutorització com de col.laboració social. És per aixó, que el propi disseny de l'entorn d'aprenentatge permet, a part de la innovació docent, com a valor afegit, una interpretació etnogràfica densa de dades.



Figura 5. Fòrum d'intermates

A continuació mostrem una seqüència que té lloc en el fòrum, de manera que queda exemplificat una part del procés interactiu que desenvolupen els alumnes en l'espai social d'intermates.

[Activitat 2 \(A4\)](#) - **Ariadna** 15:04:22 5/28/2002 (0)

Francesc i Natàlia: Si desplaces el punt R al punt P les dues rectes estan al mateix lloc. Creus que hi té alguna cosa a veure per respondre la activitat 2?

[Activitat 2 \(A3\)](#) - **Ariadna** 15:00:37 5/28/2002 (0)

Natàlia: Crec que no es pot saber l'amplada del riu perquè no hi ha cap distància determinada on es pugui fer la regla de tres o alguna cosa semblant.

[Activitat 2](#) - **Francesc** 08:52:14 5/29/2002 (3)

Natàlia i Ariadna: hi veig dos triangles rectangles, un de gran a l'esquerra de la fotografia i un altre a la dreta de més petit. Penso que aquests triangles tenen l'origen en comú; si un d'ells fa un gir de  $180^\circ$  pot arribar a estar a l'alçada de l'altre; aleshores aquests triangles penso que són semblants, perquè tenen angles en comú també. Què en penseu vosaltres dues?

[Activitat 2](#) - **Ariadna** 08:59:19 5/29/2002 (2)

Tens raó. Jo també he arribat a la mateixa conclusió. El Rafa m'ha dit que a partir de totes les coses que tinguin en comú els dos triangles semblants podrem esbrinar l'amplada del riu. Què més podem dir d'aquests dos triangles? Què més tenen en comú?

[Re: Activitat 2](#) - **Francesc** 09:09:55 5/29/2002 (1)

Ariadna: jo penso que aquests dos triangles tenen en comú els angles, el punt mig que és l'origen, que són rectangles, i de moment no hi veig res més. Tu sí? Esbrinem-ho!

[Activitat 2 \(N1\)](#) - **Natàlia** 09:05:20 5/29/2002 (5)

El que en principi he vist és que els dos triangles que queden dibuixats són semblants. Crec que el procediment per saber quina és l'amplada del riu és la següent: mesurem el costat R-T del triangle més petit i mesurem el costat T-Q, llavors mirem si hi ha proporcionalitat o alguna relació. Després mesurem el costat R-S del triangle petit. Finalment, apliquem la relació que hi ha del costat T-Q amb R-T al costat mesurat, R-S, i ens dona l'amplada del riu. Per ex: el costat R-T mesura 8 i el costat R-Q 16; la relació és de 2, llavors si el costat R-S mesura 6, l'amplada del riu serà de 12.

Les distàncies que s'hauran de mesurar seran: R-T, R-Q R-S.

[Activitat 2](#) - **Ariadna** 09:11:46 5/29/2002 (4)

Natàlia: No ho acabo d'entendre.

Per què dius que la relació és 2?

Em pots escriure les operacions amb les dades de l'exemple? Crec que el que dius pot ser la solució, però si no tenim cap distància senyalitzada...

[Re: Activitat 2](#) - **Natàlia** 09:22:10 5/29/2002 (3)

Ariadna: les operacions són molt senzilles, pot ser que no m'hagi explicat bé.

Per exemple: si la distància T-R és 3 vegades més petita que la Q-R, la distància R-S serà 3 vegades més petita que la P-Q. Ara ho entens?

[Activitat 2 \(Per a la Natàlia\)](#) - **Ariadna** 09:29:19 5/29/2002 (2)

Ara ho entenc, però demana l'amplada.

Natàlia: la distància des del punt P fins al riu és la mateixa que hi ha des del punt Q al riu.

[Re: Activitat 2 \(Per a la Natàlia\)](#) - **Natàlia** 12:13:58 5/29/2002 (1)

Vols dir que la distància que queda entre els punts Q-P s'hauria d'aplicar al problema?

[Re: Activitat 2](#) - **FRANCESC** 12:30:17 5/29/2002 (0)

PENSO QUE SÍ. TENIU RAÓ TOTES DUES I QUE ESTARIA BÉ FER LA REGLA DE TRES COM HAS DIT TU ABANS, NATÀLIA.

Figura 6. Exemple d'estadi d'una participació en un fòrum

Com es pot veure en aquesta seqüència els alumnes intervenen en el fòrum. En un primer moment de manera "lliure", ja que com en el cas de l'Ariadna, aquesta escriu en el fòrum les seves idees, però no s'observa que tingui cap mena de rèplica a les seves intervencions. A continuació de les intervencions de l'Ariadna, en Francesc escriu i en aquest moment observem com és replicat per l'Ariadna. En un tercer moment observem com s'hi incorpora la

Natàlia, i els altres membres del grup hi participen i es donen les repliques entre ells. En l'anàlisi recollirem el procés que ha tingut lloc en l'activitat 2 entre aquests alumnes.

*Avalua't:* aquí trobem tres situacions diferenciades:

*Autoregulació:*

|  |   |                                |
|--|---|--------------------------------|
| <p>Què penseu<br/>que heu<br/>après en<br/>aquestes<br/>activitats</p> | <p>Escriu un comentari si ho creus necessari:<br/>he apres a calcular mesures apartir de la semblança dels triangles.</p>                 | <p>comentari del teu tutor</p> |
| <p>Quines<br/>coses us han<br/>ajudat a<br/>aprendre</p>               | <p>Escriu un comentari si ho creus necessari:<br/>compartir les meves idees amb les idees dels companys i els consells del professor.</p> |                                |

Figura 7. Component d'autoregulació

La seva finalitat consisteix que l'alumne prengui consciència d'allò que ha après, de tal manera que se'l convida a una reflexió sobre el coneixement construït i comprès. Al mateix temps de reflexionar, té la possibilitat d'estructurar el que creu que ha après.

És interessant el fet de destacar quines són les coses que els han ajudat a aprendre, tant pel que fa al desenvolupament del Portal, com durant tot el procés comunicatiu – interactiu.

*Test d'avaluació:* després de la situació d'autoregulació, es planteja a l'alumne la realització d'una avaluació, que pot ser interpretada com una avaluació de balanç, on es presenten a l'alumne un seguit d'activitats d'aplicació referides als continguts treballats en el Portal i explicitats en el *situa't*.

Hi ha nou qüestions agrupades en tres nivells que responen a l'assoliment dels tres tipus d'objectius plantejats en el *situa't*.

És important de destacar que aquesta avaluació no es troba en contradicció amb l'avaluació com a regulació, ja que pensem que és la complementarietat dels dos conceptes d'avaluació, de tal manera que els alumnes poden tenir un referencial (en el nostre cas els objectius explicitats a *situa't*). Gràcies a la interacció entre el professor i els alumnes pot produir-se un procés de regulació, en el sentit de l'autoqüestionament i com a autoregulació, no tant pensat com a control de la situació, sinó com a procés d'apropiació d'una cultura i en concret d'uns instruments culturals referits a la matemàtica

**Test d'avaluació.**

1. ABCD és un rectangle, en el qual  $DE = 3EC$ , aleshores:

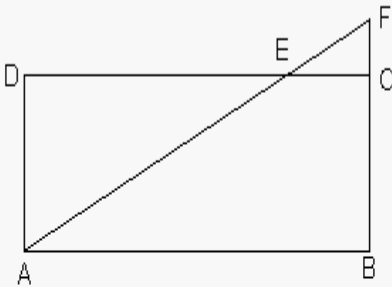
FA = 3FE

AB = 3EC

EF = EC

Cap de les anteriors

PENSO QUE CAP D'AQUESTES FRSES SÓN CERTES.



2. En la figura de la qüestió anterior, els triangles ECF i ABF són semblants perquè:

Són rectangles i tenen un parell de costats homòlegs proporcionals.

Són rectangles i tenen un angle agut comú.

Els tres angles sumen  $180^\circ$

Cap de les anteriors.

PENSO QUE AQUESTA ÉS LA CORRECTA.

Figura 8. Test d'avaluació

Al final del test, a cada alumne li apareix: *el teu perfil mesurador*, on se li presenta la puntuació obtinguda en les activitats en funció de les respostes triades. En *el teu progrés d'aprenentatge*, se li presenta el seu perfil d'aprenentatge i en el *perfil d'aprenentatge* li presenta la seva situació actual respecte del que l'alumne havia explicitat al principi, en funció de les respostes donades en el test, les quals contemplen tots els objectius que s'han presentat anteriorment en el *situa't*. D'aquesta manera, l'alumne pot veure quin progrés fa i quina ha estat la seva evolució des de l'inici fins al final de les activitats.

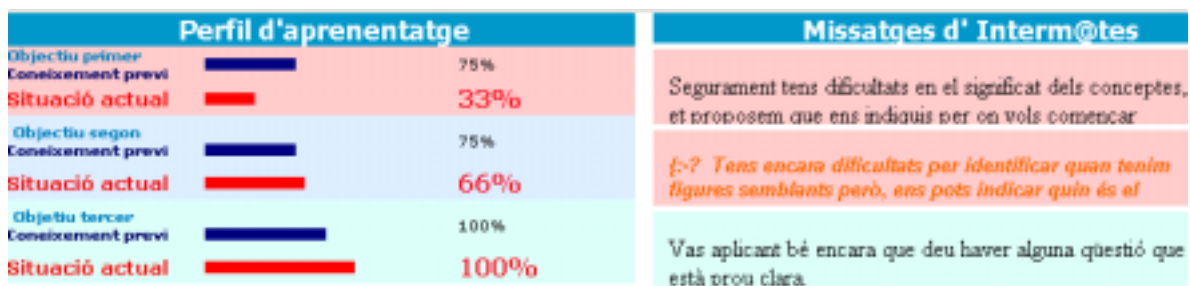


Figura 9 . El perfil d'aprenentatge

L'alumne pot contrastar la seva situació inicial amb la que ha assolit després d'haver realitzat el test, de manera que, per a cada objectiu, l'alumne veu quina és el seu perfil d'aprenentatge i quins són aquells aspectes, referits als objectius, sobre els quals li caldrà reflexionar per tal de superar les dificultats.

*Recorda:* en aquest apartat hi ha una síntesi dels continguts matemàtics més importants, que són la referència de la MUD.

*Autoavaluació:* arribats aquí, la finalitat és copsar la valoració que els alumnes fan de tota la MUD, des d' aspectes diferents: l'aspecte social, referit tant a les interaccions entre el tutor-professor i l'alumne (quadres de diàleg), com a les interaccions que es donen entre els alumnes (fòrum / espai social d'intermates); l'aspecte del mitjà tecnològic, que es refereix a la implementació de les activitats per mitjà d'un portal, fent ús de les noves tecnologies de la informació i de la comunicació.



*L'arquitectura tècnica*

Per satisfer aquestes necessitats s'ha dissenyat una aplicació portable a qualsevol entorn. Per aquest motiu, el portal d'intermates s'ha desenvolupat sobre una arquitectura web. Fent servir els recursos més bàsics que ens proporciona aquest entorn, garantim que, per mitjà de qualsevol ordinador connectat a internet i amb un navegador senzill, l'alumnat pugui interactuar amb el tutor i amb els seus companys sense cap mena d'inconvenient. Fa servir tecnologia Java: (Applets, JSP, Servlets) Es tracta d'una aplicació en un servidor. És a dir, l'entorn d'aprenentatge es troba en una màquina servidora i els alumnes i el tutor s'hi connecten mitjançant el protocol HTTP. La seva arquitectura es modula per tres components de programari (Java Development Kit <[JDK](#)>, Application Server <[resin](#)>, Sample database pool configuration <[MySQL](#)>). És multiusuari: o sigui que permet la connexió de molts alumnes simultàniament. L'alumne, quan entra a l'aplicació, troba a la seva disposició una MUD que té assignada. Quan tria una aplicació, se li mostren totes les eines disponibles per treballar sobre les activitats. Aquestes eines són bàsicament de dos tipus: eines gràfiques per a la manipulació de la representació gràfica de les activitats i eines exploratòries i de simulació per fer explicacions sobre els elements gràfics representats fins a aquell moment. L'alumne pot guardar el seu estat en qualsevol moment, per tal de reprendre la mateixa resolució en un altre moment. Aquest estat es guarda al servidor i no a dins de la màquina local de l'alumne. D'aquesta manera l'alumne pot continuar treballant independentment de la màquina que faci servir (a l'escola, a casa, en una biblioteca, etc.). A més a més, els usuaris poden compartir les seves produccions per mitjà d'un xat i d'un fòrum

*Implementació del portal*

Aquesta implementació fa referència a les diferents actuacions que s'esdevenen en la utilització de l'entorn virtual d'aprenentatge de la matemàtica.

En una primera etapa, cadascun dels alumnes que intervenen en la investigació es troba situat davant d'un ordinador, de manera que la seva primera acció consisteix a introduir l'adreça o el lloc on cal anar per iniciar el desplegament de la MUD (miniunitat didàctica), tal com hem comentat en els apartats anteriors.

Un cop es mostra el lloc a la pantalla, cada alumne hi introdueix el seu nom i la seva contrasenya, de manera que es personalitza el seu procés d'aprenentatge. Un cop l'alumne ha

realitzat aquesta entrada, se li mostra la MUD, Miralls i distàncies inaccessibles, tal com mostrem en l'apartat d'interacció del portal.

Un cop l'alumne té davant seu la MUD en qüestió, el pas següent consisteix a anar al botó *situa't*, on es realitza el desplegament dels objectius de la MUD, de manera que aquests li són comunicats. A més, l'alumne es pot referenciar en aquest primer contacte amb aquests objectius, marcant quin pensa ell que és el seu grau de coneixement previ referent al tema. Un cop l'alumne ha realitzat aquesta actuació, cal que es col·loqui en el botó d'enviar per tal que la seva proposta o primera representació quedi emmagatzemada a la base de dades, de manera que al final del procés d'aprenentatge pugui veure l'evolució de les seves representacions, respecte de la seva situació inicial.

Realitzades aquestes primeres actuacions, l'alumne pot anar a l'activitat inicial presentada a la MUD, de manera visual i en forma d'un enunciat. L'alumne, per poder donar la seva primera explicació referent a aquesta activitat, situa el cursor al *redacta* on es desplega un quadre de diàleg i allà, en el sentit que hem anomenat anteriorment com a estructures d'acolliment, escriu les seves primeres representacions sobre l'activitat plantejada, de manera que es produeix una aportació sobre com l'alumne interpreta aquesta activitat.

Finalitzada la comunicació amb el tutor utilitzant el quadre de diàleg, l'alumne pot dirigir-se al botó *practica*, on l'alumne troba tres activitats seqüenciades en relació a l'activitat inicial presentada.

L'alumne estableix una comunicació amb el tutor, doncs, aquest contacte forma part del contracte explicitat inicialment, abans de poder comunicar-se amb els seus companys de grup. En aquesta primera comunicació l'alumne fa explícites les seves actuacions en referència a l'activitat plantejada. D'aquesta manera, el tutor s'assabenta de quines són les representacions que l'alumne fa de l'activitat. Cal tenir en compte que es contemplen, com ja hem esmentat abans, les estructures d'acolliment, on l'alumne fa paleses les seves concepcions, les seves adquisicions, els seus dubtes, les seves regulacions i les modificacions, a més de les seves reflexions. D'altra banda, també se'l convida a comunicar-se amb els seus companys de grup. En funció de les seves aportacions en el quadre de diàleg, el tutor el convida a poder comunicar-se amb els seus companys de grup, de manera que es produeix l'entrada en l'espai social d'intermates, *fòrum*, on l'alumne es comunica amb els seus companys, explicitant-los les seves elaboracions, de manera que es fan públics els seus coneixements. Els alumnes

estableixen entre ells moments interactius, on tenen lloc les interaccions, els intercanvis i les intervencions produïdes en les converses escrites, atès que el mitjà tecnològic facilita aquest procés per mitjà de les rèpliques i contrarèpliques que té incorporat en el seu disseny. L'alumne, fent ús d'aquest procés comunicatiu, pot en qualsevol moment comunicar-se amb el tutor, de la mateixa manera que el tutor pot intervenir en el fòrum, en funció del seu desenvolupament. Els alumnes poden continuar dialogant amb el tutor o, a proposta d'aquest, intervenir en el fòrum amb els seus companys en relació a la mateixa activitat. En aquest sentit, és interessant de destacar que el mitjà tecnològic fa possible que l'inici del procés comunicatiu estigui plantejat per la proposta suscitada en la resolució de l'activitat, de manera que no és el tutor qui, en un primer moment, comença, sinó que és a partir de l'activitat proposada que es condueix l'alumne a iniciar aquest procés. D'aquesta manera es produeix un canvi quant als tipus de converses que s'esdevenen normalment a les aules, on és el professor qui inicia la conversa i després de la resposta de l'alumne té lloc el feedback o l'avaluació.

Els alumnes, en el desenvolupament de les activitats, poden arribar a acords o conclusions, que poden ser comunicats o no al tutor. També, en funció d'un temps determinat, poden finalitzar les seves intervencions, de manera que se situen en el botó *avalua't* per tal de realitzar les activitats que es troben inserides en el test, que, tal com hem dit abans, recullen els tres objectius presentats a l'inici de la MUD. Un cop l'alumne ha realitzat aquestes activitats, clicant en els botons "el teu perfil mesurador" i "perfil d'aprenentatge", tal com ja hem mostrat anteriorment en la descripció de l'evam, li apareix una indicació del seu procés en referència a la situació inicial.

Un cop realitzades les activitats de l'*avalua't* els alumnes cliquen el botó d'autoavaluació on són convidats a explicar quina és la valoració que ells fan de tot el procés, de manera que es responen unes qüestions plantejades, les quals recullen els aspectes esmentats anteriorment en la descripció de l'evam.

Cal considerar que l'alumne pot accedir de manera lliure a altres botons que es troben inserits en el disseny de l'EVAM. Això vol dir que ell pot fer ús d'aquests botons de manera autònoma, tot i que el tutor, en presentar el portal, dóna unes guies de navegació aconsellables per tal d'optimitzar l'aprenentatge.

Els alumnes treballen individualment des del seu ordinador, situat a casa seva, o en un sala d'ordinadors, ja sigui del seu centre o de qualsevol lloc i a qualsevol hora. Molts, però,

aprofiten les franges horàries que tenen lliures per accedir a les aules d'ordinadors o a la biblioteca del centre. La comunicació sempre s'estableix a nivell telemàtic entre el tutor i el seu grup lliurement creat.

### 3.2 Gestió del portal d'intermates

Pel que fa a la gestió del portal d'intermates diferenciarem dues situacions: una que fa referència a la gestió per part de l'alumne i l'altre que gestiona el professor/tutor.

#### *La gestió de l'alumne*

L'alumne necessita, per poder accedir al portal intermates, introduir-hi el seu nom i la seva contrasenya, tal com mostra la figura.



Figura 10. El portal de l'entorn virtual d'aprenentatge

A continuació, l'alumne entra al portal, de manera personalitzada, i ja pot començar a treballar en funció de la seva tria. A l'alumne, li apareix la pantalla de benvinguda com mostra la següent figura:



Figura 11. Benvinguda

Tal com mostra la figura tenim tres aportacions:

|         |            |
|---------|------------|
| Opcions | Benvinguda |
|         | Avaluació  |

Opcions (situada a la columna de l'esquerra):

Aquí hi ha les següents opcions:

*Agenda:* és on l'alumne pot entrar per anotar o veure les feines; també dóna entrada a la MUD corresponent, en el nostre cas a "Els miralls i les distàncies inaccessibles". A l'alumne, però, se li mostra amb la indicació de "Forma indirecta", se l'informa de la seva situació, tal com mostra la figura.



Figura 12. Agenda de treball

*Perfil:* en aquesta opció es mostren les dades personals de l'alumne



Figura 13. Perfil d'usuari

Com es pot observar a la figura anterior, es fa un recull tant de les seves dades personals com de les activitats assignades que té l'alumne.

*Inici:* en prémer "inici" l'alumne torna a la pantalla de salutacions on es troba l'avaluació. Tal com hem indicat anteriorment, fa referència a l'avaluació com un procés de millora de la comunicació (Jorba i altres, 2000), de manera que aquest procés comunicatiu està relacionat amb la regulació interactiva.

En la primera columna de l'esquerra trobem el nom del professor amb el qual es pot comunicar l'alumne. A continuació, trobem les activitats que l'alumne ha entrat i realitzat.

Cal considerar que, a partir de les activitats, l'alumne pot comunicar-se o amb el professor (quadres de diàleg) o amb els altres alumnes (anar al fòrum o a l'espai social d'intermates). Després trobem el nom de la MUD on l'alumne està treballant (forma indirecta). Tot seguit troba les columnes referides a les modificacions que el professor ha realitzat, així com les modificacions que l'alumne hi ha fet després. És a partir d'aquesta taula, que l'alumne pot ser conscient de quines activitats ha realitzat, quines són aquelles que té pendents i per on pot continuar el desenvolupament del seu procés d'aprenentatge.

*Bústia:* és on l'alumne té l'opció de poder enviar un correu al professor o rebre els seus correus.

*Fòrum:* l'alumne pot triar aquesta opció i anirà directament al fòrum (Espai social d'intermates) on podrà comunicar-se amb els seus companys en funció de les activitats que estiguin fent. És en aquest espai on tenen lloc les interaccions entre els alumnes, però tal com també dèiem abans l'alumne pot entrar en el fòrum mitjançant de la pròpia activitat on se li ofereix la possibilitat de compartir la seva resolució. (Vegi's la descripció feta en la secció del portal).

Altres opcions que es presenten són les de poder connectar-se amb un mòbil (sms), a més de la possibilitat de fer ús dels jocs (jocs) i la del projecte intermates.

### *Gestió del professor*

L'entrada al portal per part del professor es realitza introduint el nom del professor i la seva contrasenya on es troben les diferents parts:

|                    |                         |           |
|--------------------|-------------------------|-----------|
| Opcions alumnes    | Benvinguda              |           |
| Opcions activitats | Itineraris dels alumnes | Avaluació |

La barra d'opcions permet cercar els alumnes, de manera que ens permet de modificar les seves dades o el seu currículum.

Pel que fa a les opcions d'activitats, ens permet incorporar noves activitats, veure el llistat general de les activitats que hi ha en tot el disseny, com buscar-ne una de concreta. Des d'aquesta opció podem participar en el fòrum, i també plantejar petites activitats en funció de com es desenvolupi el procés en els alumnes.

## L'APRENENTATGE DE LES MATEMÀTIQUES COM A PARTICIPACIÓ I CONSTRUCCIÓ SOCIAL

A continuació trobem els itineraris dels alumnes i l'avaluació de cada un d'ells. Hi ha recollides les diferents aportacions que els alumnes i el mateix professor fan a les diferents contribucions, diferenciades en el temps. Això afavoreix un tractament personalitzat, en funció de tot el procés comunicatiu que té lloc entre el professor i els alumnes i entre els mateixos alumnes, en el desenvolupament de les activitats, tal com ens mostra la figura.

The screenshot shows a web interface with a blue sidebar on the left containing navigation icons. The main content area is divided into two panels. The left panel, titled 'Itineraris Alumnes', lists student names and their current activity status. The right panel, titled 'Avaluació', displays a table of evaluation data for each student.

| Nom alumne     | Nom Mud      | Nom Activitat   | Col·labora la va modificar el dia           | I ha la va modificar el dia        |
|----------------|--------------|-----------------|---|------------------------------------|
| Ana Borrero    | practica_100 | Forma indirecta | L'alumne encara no ha modificat l'avaluació | Encara no ha modificat l'avaluació |
| Jasme Cirut    | agenda_100   | agenda          | L'alumne encara no ha modificat l'avaluació | Encara no ha modificat l'avaluació |
| Jasme Cirut    | practica_100 | Forma indirecta | L'alumne encara no ha modificat l'avaluació | Encara no ha modificat l'avaluació |
| Ariadna Picaza | practica_100 | participa       | L'alumne encara no ha modificat l'avaluació | Encara no ha modificat l'avaluació |
| Ariadna Picaza | practica_100 | participa       | L'alumne encara no ha modificat l'avaluació | Encara no ha modificat l'avaluació |
| Ariadna Picaza | practica_100 | participa       | L'alumne encara no ha modificat l'avaluació | Encara no ha modificat l'avaluació |
| Carla Arriagol | practica_100 | participa       | L'alumne encara no ha modificat l'avaluació | Encara no ha modificat l'avaluació |
| Natalia Subera | practica_100 | participa       | L'alumne encara no ha modificat l'avaluació | Encara no ha modificat l'avaluació |
| Aika Perez     | agenda_100   | agenda          | L'alumne encara no ha modificat l'avaluació | Encara no ha modificat l'avaluació |
| Aika Perez     | practica_100 | Forma indirecta | L'alumne encara no ha modificat l'avaluació | Encara no ha modificat l'avaluació |
| Albeto Lora    | practica_100 | Forma indirecta | L'alumne encara no ha modificat l'avaluació | Encara no ha modificat l'avaluació |
| Albeto Lora    | practica_100 | Forma indirecta | L'alumne encara no ha modificat l'avaluació | Encara no ha modificat l'avaluació |
| Albeto Lora    | practica_100 | Forma indirecta | L'alumne encara no ha modificat l'avaluació | Encara no ha modificat l'avaluació |
| Albeto Lora    | practica_100 | Forma indirecta | L'alumne encara no ha modificat l'avaluació | Encara no ha modificat l'avaluació |

Figura 14. Benvinguda del Tutor

Tal com mostra la figura, el professor disposa dels itineraris dels alumnes, per tal de saber quines són les activitats que estan realitzant, i a més per poder oferir-li'n de noves, de manera que li permet construir un currículum personalitzat per a cada alumne d'acord amb les seves necessitats personals.

Pel que fa a l'avaluació, a la primera columna trobem els alumnes a mesura que van fent les activitats. A la segona columna trobem la MUD que estan treballant i a la tercera, el nom de l'activitat que han enviat al professor. Les dues darreres columnes fan referència a les modificacions que es produeixen en el temps, en funció de les diferents aportacions que es van produint entre l'alumne i el professor.



### 3.3 *Mostra d'alumnes*

En la nostra investigació es parteix d'una classe de 12 alumnes de 2n d'Ensenyament Secundari Obligatori (13 anys), d'una escola pública de la ciutat de Barcelona. Tots ells participen de l'entorn virtual d'aprenentatge de la matemàtica, atès que la seva realització està inserida dins del marc de les classes comunes de matemàtiques emmarcat en el disseny curricular del centre. Tots els alumnes havien realitzat el tractament de la proporcionalitat aritmètica a les classes de matemàtiques, centrat en la resolució d'uns tipus de problemes on s'aplica la proporcionalitat, de manera que tots ells disposaven d'unes representacions en referència a aquest contingut. Des d'un primer moment, els alumnes es van distribuir en grups de tres alumnes, fet que ens oferia la possibilitat d'establir quatre grups, entre els seus companys, per poder establir una comunicació fluida. En la nostra investigació, ens centrarem en dos d'aquests quatre grups, ja que reunien el requisit d'una certa regularitat quant a la seva assistència al centre, així com també el fet d'haver manifestat el seu interès per l'ús de les noves tecnologies. Cal tenir en compte que aquests sis alumnes escollits en la nostra investigació mostraven per una banda la capacitat de participar amb els seus companys i per l'altra tenien una predisposició a la superació de les dificultats que podien tenir en l'aprenentatge de les matemàtiques. És en aquest context, que els alumnes escollits no responen tots ells a una bona habilitat per a les matemàtiques, però en canvi sí que mostren unes ganes de participar en el procés comunicatiu, a més d'interès per utilitzar les noves tecnologies en el seu aprenentatge.

Un dels dos grups està integrat per la Carlota, la Raquel i en Pau, i l'altre grup, el formen en Francesc, la Natàlia i l'Ariadna.

A continuació explicarem les característiques de cadascun dels participants en la investigació:

La Carlota és una alumna que té interès en les activitats que es plantegen a classe. Tot i el seu caràcter extravertit, pel que fa a les classes de matemàtica, normalment li costa expressar les seves idees. Demuestra un cert grau d'inseguretat. La seva participació en alguns moments és espontània, i manifesta en moltes ocasions que té dificultats envers la matemàtica. Llavors demana ajuda, i aquest fet provoca que a l'hora de fer les activitats vagi més lenta a acabar. Accepta les idees dels altres, però té molta necessitat que li siguin justificades per poder modificar les seves.

La Raquel és una alumna més reservada, però té interès per la realització de les activitats que es plantegen. Normalment li costa fer intervencions en públic, i les que fa sempre són a requeriment del professor, ja que li costa expressar les seves idees, tot i que quan les explicita procura sempre mantenir el seu criteri, de manera que el procés de modificació que es produeix és molt més lent.

En Pau és un alumne que mostra molt d'interès per totes les activitats que es porten a terme. Normalment participa i es mostra disposat a col·laborar amb els altres. En les seves intervencions manifesta les seves idees, però té una disposició a escoltar els altres i sobretot a reflexionar envers les intervencions dels seus companys, mostrant una capacitat de modificació de les seves idees, tot i que en alguns moments mantingui el seu criteri. És molt reflexiu, cosa que fa que les seves actuacions no siguin tan immediates.

En funció de la descripció que acabem de fer, podem dir que aquest grup d'alumnes (la Carlota, la Raquel i en Pau) es mostren interessats en la realització de les activitats, disposats a fer ús d'un nou entorn i a col·laborar entre ells a fi de superar les dificultats, de manera que, tot i tenint cadascun d'ells la seva singularitat, estan interessats a aprendre. Per tant, formen una comunitat d'aprenentatge que té interès a participar, a negociar, a modificar les seves representacions i a superar les seves dificultats, tal com es podrà contemplar en l'anàlisi del fòrum. Allò que els identifica és l'interès que mostren per tractar les dificultats que tenen.

En Francesc és un alumne que es mostra molt interessat en totes les activitats que es desenvolupen a la classe. Normalment li agrada fer intervencions, buscant sempre la complicitat del professor en les seves aportacions, ja que moltes vegades demana que aquest li manifesti la seva valoració. Mostra en moltes ocasions les dificultats que té en la resolució d'activitats que es plantegen des de la matemàtica, però, al mateix temps, fa palesa una actitud de superació, implicant-se en la recollida de les intervencions dels seus companys i a reflexionar-les.

La Natàlia té un cert grau de tímida, fet que en moltes ocasions la priva de ser més participativa en les classes, i que fa que se senti més còmoda quan es realitza treball en grup. Les seves actuacions normalment són fruit d'una reflexió, ja que és una noia a qui agrada pensar les coses. Té el costum de manifestar les seves idees, i també es mostra molt interessada a recollir les aportacions dels altres i a poder contrastar-les amb les seves. Tot i això, en moltes ocasions si les coses no les veu clares segons els seus criteris demana que li

siguin molt ben justificades. En alguns moments explicita els seus dubtes i dificultats com a producte de la seva reflexió si s'ha d'afrontar a situacions noves.

L'Ariadna és una alumna que sempre mostra un gran interès per les activitats que es duen a terme. S'implica de manera molt activa en la resolució de les activitats, no té cap mena de por a explicitar les seves idees, de manera que sempre està disposada a compartir les seves representacions. En alguns moments es mostra molt segura de les seves aportacions, però accepta de bon grat les aportacions que poden fer els seus companys, de manera que reflexiona sobre les propostes dels altres i és capaç de modificar les seves idees. De vegades realitza les activitats de manera molt ràpida, de manera que li provoca un cert nerviosisme el fet d'haver d'esperar les aportacions dels altres.

Aquest grup d'alumnes (en Francesc, la Natàlia i l'Ariadna) es trobem motivats per realitzar les activitats i també per participar i per col·laborar amb els seus companys, de manera que la seva actitud es manifesta tant a considerar les aportacions dels altres com a reflexionar les seves pròpies. En conseqüència, aquest grup forma una comunitat d'aprenentatge motivada en la resolució de les activitats i implicada en l'ús d'un nou entorn, que els permet poder manifestar-se i actuar per compartir les seves idees i poder contrastar-les per tal de millorar les seves representacions. Allò que els identifica com a comunitat d'aprenentatge és la seva predisposició a contrastar les seves aportacions.

Tots dos grups tenen com característica comuna la seva implicació quant a la resolució de les activitats, la disposició de fer ús d'un nou entorn d'aprenentatge, la implicació en la participació i la cooperació en la realització de les activitats. A partir dels seus estils personals d'aprenentatge, també estan disposats a compartir les seves representacions per assolir-ne la millora i l'evolució. Com a aspecte diferenciador de cadascun dels grups podem destacar que al grup de la Carlota, la Raquel i en Pau es posen de manifest dificultats en la resolució d'activitats de matemàtiques i que en l'altre grup, el del Francesc, la Natàlia i l'Ariadna, no hi estan tan explicitades.

### 3.4 *Anàlisi curricular de les activitats*

#### 3.4.1 *Sobre els objectius didàctics*

Els objectius que es contemplen en el disseny de l'entorn virtual d'aprenentatge de la matemàtica, que de manera significativa estan recollits en desenvolupament del conjunt de les activitats proposades, són:

Saber explicar el significat de semblança i raó: la semblança i les figures semblants.

Reconèixer si dues figures són semblants, si dos triangles són semblants; partir dels criteris de semblança.

Utilitzar la semblança de triangles per calcular elements de triangles per tal d'obtenir mesures indirectes de longituds.

Els alumnes es fan una primera representació de quins són aquests objectius/criteris, ja que fan referència als conceptes, als procediments i a l'aplicació d'estratègies de la semblança de triangles per tal d'obtenir la mesura d'unes distàncies inaccessibles de manera indirecta. Pensem que aquesta explicitació dels objectius als alumnes és important, atès que fan referència als criteris, els quals són considerats en la realització de les activitats, i a l'apropiació d'aquests per millorar la seva representació i al mateix temps una evolució quant a la construcció i a la comprensió objecte d'estudi. Per aquest motiu, els objectius/criteris explicitats no són solament elements de control sinó que també poden ser elements d'orientació per a l'alumne, així com instruments mediadors per afavorir la comunicació. En aquest sentit, s'han planificat un seguit d'activitats amb situacions didàctiques que potencien la comunicació com a element mediador en el procés d'apropiació d'aquests objectius i, en conseqüència, l'apropiació d'una activitat matemàtica.

#### 3.4.2 *Sobre el contingut curricular de matemàtiques*

Un cop tenim els objectius identificats, passarem a l'anàlisi de cadascuna de les activitats plantejades. S'ha escollit la temàtica de la proporcionalitat pel fet de ser un dels continguts centrals o nuclears de les matemàtiques a l'educació secundària. A més a més, la selecció de

la proporcionalitat geomètrica s'ha fet per tal d'aprofitar el gran potencial visualitzador i manipulatiu que té el mitjà tecnològic usat. D'altra banda, les activitats s'han formulat en un context escolar, que ha permès als alumnes d'aquestes edats fer transparents instruments de mesura casolanes i a l'abast de qualsevol. Precisament aquesta transparència en els instruments i en el context en què es presenten les activitats, fa que l'alumnat connecti ràpidament una situació contextual en una situació curricular. A més a més, els contextos escollits permeten recuperar els mètodes històrics i fer un paral·lelisme d'evolució cultural, d'epistemologia genètica i a la vegada didàctica, extremadament formativa en aquestes edats. Cal destacar que aquestes activitats tenen un comú denominador, ja que reflecteixen situacions reals, explicitades de manera que no se centren en unes dades en concret, sinó que més aviat, tenen la intencionalitat de provocar una situació d'identificació de dades del problema. En aquest cas, identificar les mesures que es poden determinar de forma indirecta i també de generalització, siguin quines siguin les dades que cal contemplar. O sigui, que cal tenir present el fet d'aplicar procediments matemàtics per tal de deduir-les.

La primera activitat és una activitat d'inici. Per tant planteja una situació global que recull la problemàtica general per calcular les distàncies inaccessibles, referent a dues situacions: una referida a una altura i l'altra a un obstacle. Així doncs, es contempla la situació en vertical (altura de l'edifici) i la situació en horitzontal (distància del riu). És una activitat amb una potencialitat, ja que relaciona ambdues situacions en una mateixa activitat. Cal considerar que aquesta activitat no era pas objecte de la nostra anàlisi i només tenia per objectiu mostrar la situació general de les mesures inaccessibles, així com la seva relació amb els objectius presentats.

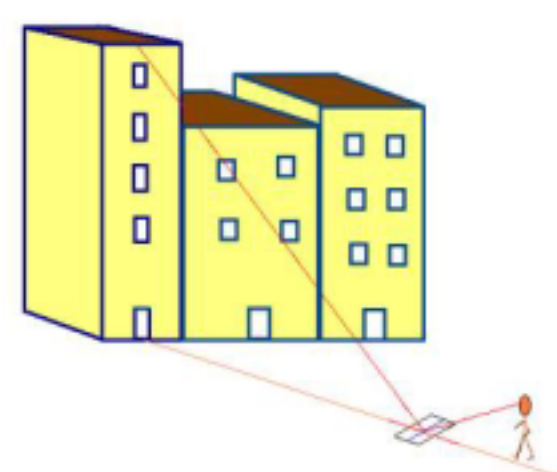
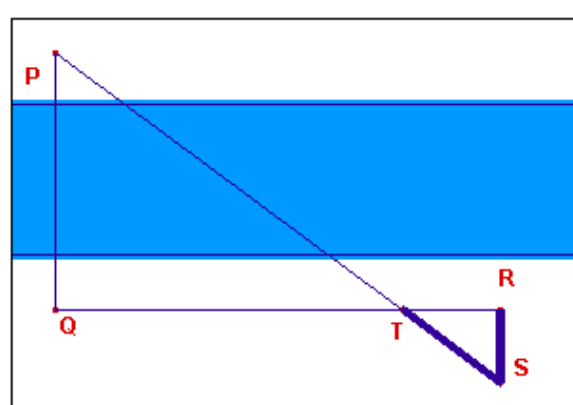
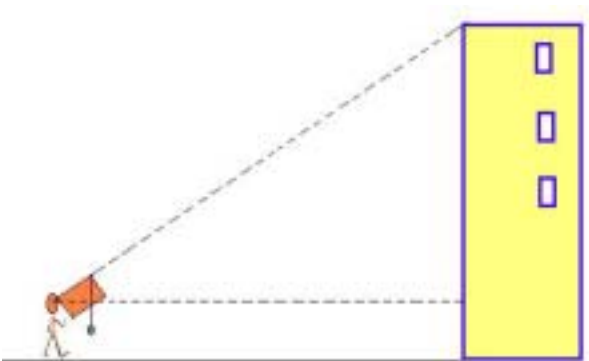
| Activitat 1   |   |
|---|---|
| <p>Imagina't que tens una situació com a la de la figura, en la qual vols calcular l'altura de la torre, al peu de la qual pots accedir</p> <p>Quines distàncies podem mesurar de manera directa?</p> <p>Fent ús d'aquestes mesures podem calcular l'altura de la torre. Com?</p> <p><a href="#">Escriu la resolució</a></p> <p><a href="#">Comparteix la resolució</a></p>                         |   |
| Activitat 2   |   |
|  <p style="text-align: right;">Mou<br/>els punts</p>  | <p>Un mètode per determinar l'amplada d'un obstacle que no podem mesurar directament, per exemple l'amplada d'un riu o d'un barranc, és el que il·lustra la figura:</p> <p style="padding-left: 40px;">Expliqueu en què consisteix el procediment i quines mesures cal prendre.</p> <p><a href="#">clicqueu per fer la vostra explicació</a></p> <p><a href="#">clicqueu per compartir la vostra explicació</a></p> |
| Activitat 3   |   |
| <p>El rectangle graduat i amb plomada de la figura següent és una eina que serveix per mesurar altures inaccessibles.</p> <p>A continuació utilitzem el rectangle graduat amb una plomada per calcular l'altura d'un edifici.</p> <p>El procediment es pot endevinar en les figures:</p> <p><a href="#">Explica't clicant ací</a></p> <p><a href="#">Comparteix la teva solució clicant ací</a></p> |   |

Figura 15 Activitats del practica

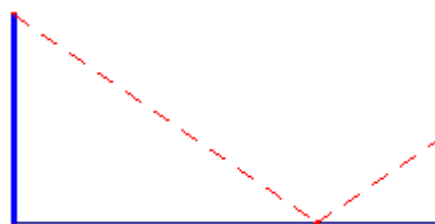
Quant a les activitats que es troben en el *practica* estan seqüenciades de manera que les dues primeres recullen el problema general presentat en el seu aspecte concret, prenent la primera com a suport, la segona com a pràctica i la tercera com aplicació. Totes tres activitats tenen en

comú la identificació de les mesures que es poden prendre de manera directa, la identificació dels triangles rectangles que es volen considerar i l'aplicació dels criteris de semblança dels triangles rectangles fent ús de la proporcionalitat com a aplicació del teorema de Tales.

Les activitats contemplen la visualització de les situacions, gràcies al mitjà tecnològic que ens permet crear aquestes presentacions, de manera que en el *practica* (l'activitat 2) hi ha la possibilitat de poder manipular i experimentar amb el model visualitzat, presentat de manera que els alumnes poden materialitzar les seves accions de resolució de l'activitat, atès que el disseny de l'evam permet fer aquesta actuació. Així doncs, els alumnes poden interactuar amb el model presentat per situar les seves accions en la resolució de l'activitat. Pel que fa a les activitats del test d'avaluació, tal com hem indicat en l'apartat de descripció de l'evam, responen a una aplicació dels coneixements implicats en la realització de les activitats desenvolupades en tota la MUD, de manera que responen a cadascun dels objectius anteriorment formulats.

Des de la nostra perspectiva contemplem l'anàlisi de les activitats que hem mostrat anteriorment, per tal de centrar-nos en el punt de vista del contingut matemàtic. Cal considerar que totes les tres activitats que analitzarem tenen una característica comuna, la de calcular la longitud d'una distància inaccessible, de manera que es puguin conèixer tres mesures de distàncies accessibles i determinar una quarta mesura que estigui en relació amb les altres tres.

Així a l'activitat 1, tal com mostra el dibuix, ens trobem en la situació en què els alumnes han de trobar una distància inaccessible (l'altura de l'edifici), la qual han de poder calcular en funció d'identificar les distàncies que es poden obtenir de manera directa.



Aquesta activitat es recolza en els criteris de semblança dels triangles rectangles:

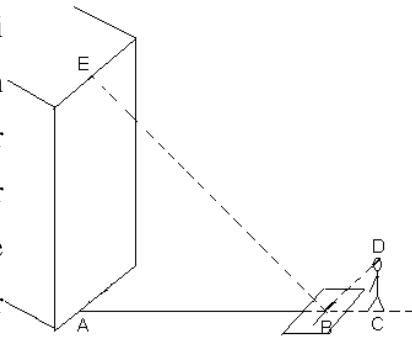
- Atès que tenen un angle recte pel fet de ser triangles rectangles, només caldrà considerar que seran semblants si tenen un angle agut igual.
- Si dos triangles rectangles tenen proporcionals els seus dos catets.

Aquests dos criteris de semblança dels triangles rectangles són un cas particular dels criteris de semblança de triangles que recullen una aplicació pràctica del teorema de Tales, ja que els

catets verticals també són paral·lels entre ells, de manera que tant l'altura de la persona com l'altura de l'edifici són els catets que estan en paral·lel.

Podem mesurar directament les distàncies: AB, BC i CD. Per altra banda, els triangles ABE i CDE són semblants perquè els angles DBC i EBA són iguals (per la propietat dels raigs incident i reflectit). És a partir d'aquesta situació que podem aplicar la relació de proporcionalitat entre les mesures, que podem obtenir de manera directa i l'altre, que obtindrem de manera

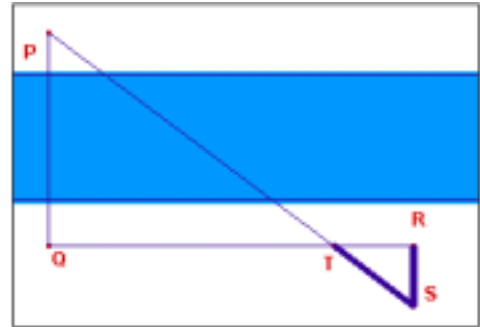
indirecta, com a aplicació de la proporcionalitat entre  $\frac{AE}{AB} = \frac{CD}{BC}$  i, per tant,  $AE = \frac{CD \cdot AB}{BC}$  les mesures dels catets. Així doncs:



Cal considerar que es poden establir les relacions entre els catets considerant les distàncies com les projeccions de les ombres, tant de la persona com de l'edifici, però en aquest cas, tal com ens diu Puig Adam (1934) en l'aplicació a la mesura d'altures: *“Per mesurar l'altura d'un arbre, d'un edifici, etc., no tenim necessitat d'esperar que la inclinació dels raigs solars sigui de 45°. En qualsevol moment, tots els segments verticals i les seves ombres horitzontals són catets dels triangles rectangles semblants, pel fet de tenir un mateix angle agut; per tant, els catets seran proporcionals.”*. De fet la resolució del problema de la mesura indirecta de longituds, així com la de l'activitat que ara analitzem, va ocupar des de l'antiguitat un bon nombre d'estudiosos i va tenir una secció fixa en la majoria dels manuals de Geometria Pràctica escrits durant l'Edat Mitjana i el Renaixement. Un exemple n'és un text clàssic del batxiller Juan Pérez de Moya [*Tratado de Geometria Practica y Speculativa* (1573)] en el qual es descriu, sense cap justificació, un procediment per mesurar l'altura d'un objecte en què el peu és accessible *“Para medir alturas, pondras un baso de agua, o un espejo plano, en el suelo llano cerca del altura que quisieres medir, y despues, teniendo derecho el cuerpo, apartate o llegate tanto hasta que en alguna parte del espejo, o agua, veas lo mas alto de la cosa que mides. Luego mira la proporcion que ay entre el espacio que vuiera entre ti y el espejo con tu altura, porque la misma aura del espacio que vuiera desde la cosa que se mide al espejo con su altura”*. (citada Meavilla, 2003)

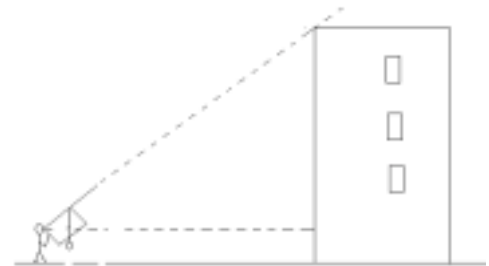


A l'activitat 2, els triangles que queden determinats són també triangles rectangles, però a diferència de l'activitat anterior la situació es presenta de manera horitzontal, donant lloc al que en podríem dir configuració de triangle rectangle creuat. Es mantenen els mateixos criteris de semblança que en l'anterior activitat, amb la identificació de l'angle igual en T; en conseqüència els dos triangles rectangles són semblants, així com també les distàncies, representades per segments,  $PQ \parallel RS$ , establint així de manera clara la semblança entre aquests dos triangles rectangles.



Mou els punts

A l'activitat 3 podem conèixer amb mesura directa DB, AB, EF i FG i hem de calcular BC. Els triangles rectangles EFG i ABC són semblants perquè tenen l'angle  $E = l'angle A$ , ja que ambdós són aguts i tenen els seus costats perpendiculars. Així doncs:



$$\frac{EF}{AB} = \frac{FG}{BC} \text{ i l'altura buscada serà: } DC = DB + \frac{AB \cdot FG}{EF}$$

La diferència entre la primera activitat i la segona és que a la segona els triangles estan en posició de Tales amb angles oposats pel vèrtex i aleshores la justificació que són semblants és una mica diferent del primer cas, en què els triangles no estan en posició de Tales i per a la justificació cal utilitzar les propietats de la reflexió. En canvi, l'activitat 3 té una dificultat més gran, ja que en la justificació de la semblança intervenen la perpendicularitat i altres conceptes més complicats

### 3.4.3 Sobre els indicadors de qualitat involucrats en la realització de les activitats

Per establir els graus de qualitat en l'adquisició del coneixement matemàtic desenvolupat, cal especificar més els elements curriculars involucrats en les activitats, els quals descriurem a continuació:

Les paraules claus del contingut curricular tractat són proporcionalitat, semblança de triangles, raons, mesura indirecta. Els objectius terminals tractats corresponen a les finalitats curriculars:

Buscar relacions angulars i de proporcionalitat entre segments per identificar triangles semblants en situacions reals.

Identificar mètodes per a càlculs de mesures inaccessibles, utilitzant el Teorema de Tales.

Reconèixer els elements necessaris per utilitzar mètodes històrics com són els miralls per calcular distàncies inaccessibles.

En referència als fets, conceptes, sistemes conceptuals i procediments:

La semblança: mesura de forma indirecta.

Tècniques de mesura directa (amb utilització d'instruments) i de mesura indirecta.  
Aspectes geomètrics de la proporcionalitat: la semblança.

La semblança: el teorema de Tales i les seves aplicacions

Aspectes geomètrics de la proporcionalitat: la semblança.

### *Sobre el rang de les habilitats cognitives*

L'anàlisi del desenvolupament cognitiu, que ens permetrà controlar el grau d'elaboració del coneixement generat a partir de la realització de les activitats el fem introduint la idea de rang (Fortuny, Giménez, Alsina, 1994), que ens indica el grau de complexitat de les operacions mentals implicades en la realització d'una activitat matemàtica, i que ens permet descriure el grau d'interconnexió entre els conceptes i les estructures. El rang pot ser considerat com una expressió de la quantitat de qualitat progressiva de les xarxes conceptuals i inclou diferents tipus d'activitats com s'il·lustra en la taula I. L'existència de la variabilitat del rang no indica diferent nivell de dificultat, sinó diferent complexitat del procés mental demandat per l'activitat. S'associa un *rang baix* a les activitats que no requereixen més que un pas de relació conceptual. Entre elles considerem les rutines tècniques, els algorismes estàndard, les definicions, els exercicis tipus, etc. Les tasques anomenades de *rang mitjà* són la resolució de problemes tipus, fer connexions, relacionar i integrar, entre altres. Les habilitats anomenades

de *rang alt* suposen activitats mentals molt elaborades. Requereixen l'anàlisi de situacions complexes amb diversos criteris per tenir en compte. Impliquen una presa de decisions de valor: autoregulació, metacognició, estructuració, creativitat, etc.

Podem considerar, en concret, les següents la representació de coneixements, els principis de raonament, la construcció d'arguments i validació, integrar múltiples perspectives, transferir i significar en diversos contextos, generalitzar, formular qüestions en termes matemàtics, interpretar resultats, provar, comprovar i generar hipòtesis, comunicar, analitzar resultats, desenvolupar actituds crítiques, eixamplar la creativitat, reflexionar en acció, modelar i discutir sobre models. Ser capaç de fer servir la lògica del «sentit comú», esdevenir més «expert», optimitzar, adquirir competència democràtica, anàlisi crítica, coneixement reflexiu, eficàcia i realisme, millorar en significativitat social i cultural. Segons el plantejament que es fa de les activitats i el tipus de reflexió que genera, s'estableixen els tres rangs diferents. Entre ells, el tercer indica un nivell de reflexió cognitiva més alta. A la taula I es veu el plantejament d'algunes de les quinze possibles activitats a considerar.

TAULA I  
Activitats segons rang i tipus

| TIPUS \ RANG                    | RANG BAIX                                      | RANG MITJÀ   | RANG ALT  |
|---------------------------------|--|--|---|
| Conceptes<br>Estructures        | 1. Esmentar conceptes                          | 2. Identificar conceptes                               | 3. Fer mapes conceptuals                            |
| Algorismes Tec<br>instrumentals | 4. Seguir instruccions<br>donades              | 5. Aplicar algorismes de<br>càlcul                     | 6. Dissenyar un programa                            |
| Resolució de<br>problemes       | 7. Exercici                                    | 8. Problema tancat                                     | 9. Situació oberta                                  |
| Llenguatges i<br>visualització  | 10. Construcció                                | 11. Interpretació                                      | 12. Pensament qualitatiu                            |
| Raonament i<br>demostració      | 13. Inferència directa<br>Demostració d'un pas | 14. Inferència indirecta.<br>Demostració de dos passos | 15. Mètode per absurd<br>Demostració de tres passos |

Passem a continuació a detallar el llistat dels continguts matemàtics per activitats:

Activitat 1.

CM1 = llei de reflexió; CM2= Si dos triangles rectangles tenen un angle agut amb la mateixa amplitud, aleshores són semblants; CM3 = Si dos triangles (rectangles) són semblants, aleshores els seus costats homòlegs són proporcionals; CM4 = Identificació dels elements

coneguts, desconeguts, rellevants i irrellevants.: CM5 = Càlcul de la longitud desconeguda en funció de tres longituds que es poden mesurar directament..

Activitat 2.

CM6 = dos angles oposats pel vèrtex tenen la mateixa amplitud; CM2; CM3; CM4 i CM5.

Activitat 3.

CM7 = dos angles aguts de costats perpendiculars tenen la mateixa amplitud; CM2; CM3; CM4 i CM5.

Així els graus o rangs de coneixement dels alumnes, relatius als continguts matemàtics involucrats en les activitats de l'entorn d'aprenentatge, es poden classificar com s'indica en la taula següent:

TAULA II.  
Relació entre el contingut matemàtic\ grau de qualitat

| CONTINGUT MATEMÀTIC   | HABILITATS DE RANG BAIX                     | HABILITATS DE RANG MITJÀ   | HABILITATS DE RANG ALT  |
|---|---|--|---|
| CM1: llei de reflexió   | Ho desconeix o no ho fa prou explícit       | Interpreta visualment i aparentment utilitza                               | i a més justifica adequadament  |
| CM2:... angle agut amb la mateixa amplitud, són semblants                         | No s'especifiquen els triangles rectangles  | S'assimila a una situació amb evidència                                    | Es reflecteix propietats que se'n dedueixen                                     |
| CM3:.. semblants, costats homòlegs són proporcionals                              | No es produeix la relació entre els costats | Identifica la relació entre els costats homòlegs però l'aplica parcialment | Aplica correctament la relació entre els costats homòlegs                       |
| CM4: Identificació dels elements coneguts, desconeguts, rellevants i irrellevants | No s'identifiquen les mesures a considerar  | Identifica parcialment els elements a considerar                           | Identifica tots els elements que intervenen en la resolució                     |
| CM5:Càlcul de la longitud desconeguda en funció de tres longituds                 | No relaciona les mesures per fer el càlcul  | Realitza el càlcul parcialment o no contempla totes les mesures            | Realitza el càlcul amb precisió i contempla totes les mesures que hi intervenen |
| CM6: dos angles oposats pel vèrtex  | No identifica que són oposats pel vèrtex    | Se n'adona però ho explica i justifica parcialment                         | És capaç d'explicar-ho i justificar-ho correctament                             |
| CM7: dos angles aguts   | No reconeix els costats                     | Identifica els costats   | Identifica els costats  |

|   |                |  |  |
|---|----------------|--|--|
| de costats<br>perpendiculars<br>tenen la<br>mateixa<br>amplitud | perpendiculars | perpendiculars però no ho<br>justifica | perpendiculars i dóna<br>explicacions i<br>justificacions<br>correctament. |
|---|----------------|--|--|

---

### 3.5 Instruments d'anàlisi

En la situació d'aprenentatge que es realitza des de l'entorn virtual d'aprenentatge de la matemàtica, els alumnes són animats a participar en la realització i resolució de les activitats plantejades, de manera que es troben situats en “*un joc complex d'implicacions, d'accions i de retroaccions*” (Marc i Picard, 1992, p40 ). Tal com hem dit abans referint-nos a la situació d'aprenentatge, com a situació social de comunicació i on tenen lloc les interaccions socials, és on es produeixen converses com un acte social (Mercer, 1997) i on es fa ús del llenguatge per compartir la construcció i la comprensió del coneixement. Contemplem que els participants puguin expressar opinions per mitjà del diàleg, que aquestes també puguin estar generades pel mateix diàleg i que puguin ser modificades en funció de la confrontació. Ens trobem que hi ha diferents tipus de diàleg que poden estimular el nostre pensament. Per exemple, en el nostre cas tenim l'intercanvi dels missatges que els alumnes produeixen en el fòrum o espai social d'intermates, ja que aquests intercanvis es produeixen amb paraules i nosaltres els donem resposta en funció del que han escrit i fent possible que tots els participants tinguin l'oportunitat d'aportar-hi alguna cosa.

Cal destacar que el mitjà de comunicació que es fa servir en aquesta recerca és la comunicació escrita a través de l'ordinador, que té característiques pròpies, i que fa que els participants tinguin sempre accés a la història dialogal dels membres del grup o comunitat virtual i que puguin reaccionar de manera més reflexiva i raonada que no pas en la comunicació oral. Des del punt de vista de l'investigador, aquesta característica fa que la recerca pugui ser considerada com a etnogràfica, en el sentit de l'observació participant de l'investigador en el context de la realització d'activitats matemàtiques en l'entorn virtual d'aprenentatge anteriorment descrit, tal com es considera a (Geertz, 1992), usant el terme d'interpretació densa, segons la qual l'investigador interpreta una gran quantitat de dades relacionals dels participants, fet que permet treure regularitats de comportament generals, “*de manera que la descripció etnogràfica presenta tres trets característics: és interpretativa, el que s'interpreta és el flux del discurs social i la interpretació consisteix a rescatar el que es diu en aquest discurs de les ocasions anteriors i fixar-lo en termes susceptibles de consulta [...]. A més a*

*més, la descripció etnogràfica té una quarta característica, i almenys com jo la practico és microscòpica". (Geertz, 1992, p32)*

Per caracteritzar les interaccions, tant les de tutorització com les de discussió, que després utilitzarem en l'anàlisi de dades, ens basarem en la nostra concepció d'interaccions, que hem formulat en el capítol 2 en el marc de les teories sociocognitives. Així, segons les diferents accions de l'anàlisi del discurs dels participants sobre la realització d'activitats matemàtiques, diferenciarem tres tipus d'interaccions, segons es mostrin desacords, es produeixin repeticions o confirmacions o es tractin de forma crítica i constructiva les aportacions dels altres participants.

*Interacció disputant o de discussió:*

Normalment es caracteritza per mostrar el desacord respecte de les opinions dels altres. Pren decisions de manera individual. En alguns moments es poden produir intents d'unir els recursos i oferir una crítica constructiva dels suggeriments. Té alguns trets característics del discurs en breus intercanvis en un sentit afirmatiu i en discussió de punts dubtosos o de refutacions.

*Interacció acumulativa:*

Els participants construeixen positivament, però no críticament. Es construeix un coneixement en comú, producte de l'acumulació. El discurs es caracteritza per les repeticions, les confirmacions i les elaboracions.

*Interacció exploratòria:*

Els participants tracten de forma crítica però constructiva les idees dels altres, ofereixen afirmacions i suggeriments per tal de considerar-los conjuntament, qüestionar-los i defensar-los, de tal manera que les discussions de punts dubtosos han de ser justificades i oferir hipòtesis alternatives.

Podem afirmar, per la descripció que acaben de fer, que la tipologia d'interaccions considerada permet detectar els efectes dels canvis lingüístics, les transicions del pensament i de l'acció, els elements del discurs cultural i après o educat, així com també permet descriure els indicadors de qualitat del progrés del coneixement En la següent taula resumim i

esquematzem el tipus d'interaccions amb les seves corresponents delimitacions respecte de la seva influència.

TAULA III

Resum dels tipus d'interacció i la seva influència

| TIPUS D'INTERACCIONS     | QUE FAN TANT A NIVELL LINGÜÍSTIC   | COM DE PENSAMENT I ACCIÓ   | CULTURAL O DEL DISCURS EDUCAT  | DIMENSIÓ TEMÀTICA  |
|--------------------------|--|--|--|--|
| Disputant o de discussió | Afirmacions<br>Refutacions<br>Poques repeticions i elaboracions                      | Relació competitiva<br>La informació no es comparteix<br>S'oposen les diferències d'opinió en comptes de compartir-les<br>L'actitud és defensiva             | Les afirmacions i/o refutacions no són explicades ni justificades. En referència al contingut matemàtic, poques vegades s'explicita o es té en compte  | Només se sap aplicar la semblança per la determinació de la quarta proporcional sense cap raonament<br>Habilitats de baix rang; corresponen a indicadors de baixa qualitat del coneixement |
| Acumulativa              | Repeticions i elaboracions   | Relacions implícites de solidaritat i de confiança<br>Repetició i confirmació de les idees de les opinions dels companys                                     | Es produeix el recull dels continguts matemàtics i per tant la implicació d'aquests en les seves elaboracions.<br>És més aviat descripció de les accions.  | Comprovar que dos triangles rectangles són semblants.<br>Càlcul de la longitud desconeguda en funció de tres longituds que es poden mesurar directament.                                   |
| Exploràtoria             | Refutar idees<br>Demandar aclariments amb resposta<br>Explicacions<br>Justificacions | Raonament<br>Observar i considerar els punts de vista dels participants<br>Declarar i avaluar explícitament les propostes,<br>Acordar/negociar explícitament | Té en compte les relacions, propietats i continguts de caire matemàtic per donar explicacions i justificacions, de manera que es negocien els significats matemàtics, construint nous significats en relació a les activitats plantejades. | Alta comprensió conceptual de la semblança, rica en interrelacions.<br>Corresponent a habilitats d'alt rang i a indicadors de qualitat del coneixement elevats                             |

Dins del marc de les interaccions que acabem de caracteritzar contemplarem aquells aspectes reguladors que es poden donar en una interacció, com per exemple: “sí”, “d'acord”, o de repeses o recuperacions, amb o sense reformulació, que tenen una funció reguladora i són “*indispensables en el desenvolupament de la interacció*” (Vion, 1992, p249) i que, a més, contribueixen a assegurar la continuació i el manteniment de la interacció. Està clar que no

constitueixen una intervenció, però tenen la funció tant de poder acompanyar el locutor com de reforçar el seu rol en la interacció. Vion indica que aquests reguladors constitueixen un dels motors de l'intercanvi en la mesura en què *“aquestes produccions són portadores de sentit i tenen una influència determinant sobre les estratègies del locutor”* (1992, p162). És interessant destacar la coincidència amb Kebrat-Orecchioni en el sentit que *“aquests reguladors constitueixen un bell exemple d'aquestes influències mútues que exerceixen els interactuants”* (1990, p20). Tal com expressa Wegerif, en la conversa exploratòria el “sí” no crític i instantani de la conversa acumulativa i el “no” defensiu de la conversa disputant es queden en suspens. (Citat per Mercer, 2001, p135).

Michèle Genthon escriu: *“Si tota situació d'aprenentatge o de formació és una situació d'interaccions, cadascú disposa del seu propi referencial a partir del qual pot subministrar la informació als altres i conduir les autovaloracions que li corresponguin. Una primera subfunció sembla necessària: aquella elucidació d'explicitació dels referencials a partir dels quals les informacions van circulant. Per a aquesta explicitació els referencials es troben posats en presència; llavors es pot caracteritzar una segona subfunció : aquella de negociació on la confrontació del referencial serà inductora de regulació i autoregulació, afavorint l'establiment de coordinacions almenys parcials d'aquests referencials”*. (1993, p58))

La interpretació que nosaltres fem dels referencials té a veure amb les idees, els conceptes, els procediments i les maneres de fer i de veure que tenen els alumnes en funció de l'activitat plantejada i que han de resoldre.

Fent una interpretació d'aquestes subfuncions, podem plantejar la següent categorització de les intervencions:

- Intervencions en funció de l'explicitació dels referencials, que correspondran a les intervencions dels alumnes i del professor on fan explícits els seus referents referits a les activitats.
- Intervencions en funció de l'elaboració de les idees (conceptes, procediments) que tenen a veure amb les activitats de l'entorn d'aprenentatge virtual de la matemàtica, durant les quals els alumnes verbalitzen les referències que estan construint en relació a coneixements anteriors.



- Intervencions en funció de la negociació dels referents i per tant dels significats que els alumnes estan posant en pràctica al llarg de tot el procés comunicatiu.

Considerarem aquestes intervencions dins del procés interactiu com a intercanvis de significació, contemplant l'elaboració i/o aplicació dels referents i la negociació que els alumnes van construint i comprenent en la resolució de les activitats.

Dins del procés interactiu considerem l'aspecte de funcionament referent a la regulació del sistema com un procés organitzat i desorganitzat (Morin, 2001), en el sentit que hem indicat a l'apartat 1.2 citant Meireiu, de manera que tindrem en compte intervencions que tenen a veure amb una conservació del significat en referència als continguts matemàtics, i aquelles que són creadores de significació, que poden reorganitzar en la mesura que afavoreixen l'apropiació de nous referents i que provoquen canvi.

Per tal de realitzar l'anàlisi del conjunt de les dades recollides, ens centrarem en les dues situacions de comunicació, que hem descrit en el capítol anterior i que fa referència a la descripció de l'entorn virtual per a l'aprenentatge de les matemàtiques.

Tal com diem, ens trobem en dues situacions de comunicació diferenciades, una que té una dimensió social (Laborde, 1991), asimètrica que respon a la comunicació entre el tutor i l'alumne, i l'altra duta a terme entre iguals i que es desenvolupa en el fòrum.

En primer lloc, farem l'anàlisi de la interacció que es produeix entre el tutor i cadascun dels alumnes que queden determinats en els quadres de diàleg. Per poder contemplar l'anàlisi de les interaccions, que es produeixen entre aquests dos participants de la situació didàctica, caldrà tenir present que es produeix un contracte (Brousseau, 1984), de manera que tots dos actuants col·laboren en el procés interactiu.

Pensem que, com ja hem dit anteriorment en la descripció de l'entorn virtual per a l'aprenentatge de les matemàtiques, les dues situacions de comunicació són importants, donat que cada una d'elles té una funcionalitat social.

3.5.1 *Situació de comunicació amb el tutor.*

En la primera situació de comunicació té lloc una explicitació de l'alumne, que contempla la devolució (Brousseau,1986) que li permet situar-se i centrar-se en funció de l'activitat/problema plantejat. És per aquest motiu que es demana a l'alumne, en un primer moment, que estableixi ell la primera acció de comunicació amb el tutor. D'aquesta manera, el tutor inicia en la seva interacció amb l'alumne un procés de regulació, que contempla la interacció com un diàleg on es produeixen les informacions, els referents que l'alumne té sobre l'activitat i on el tutor actua en funció d'aquests, de manera que el retorna a l'activitat, i també el convida a la participació i a la cooperació amb els altres alumnes del seu grup, tal com s'il·lustra<sup>2</sup> en la figura 16.

|  |  |
|--|--|
| <p><i>El que diuen</i></p> <p>:Alumne:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ES POT CALCULAR DIRECTAMENT:</li> <li>2. L'angle que es forma té dos costats iguals: l'altura de la torre = a la distància que hi ha des del mirall fins al punt més baix de la torre.</li> <li>3. Si això és cert, podem deduir que hi ha un angle recte de 90°C; i els altres dos són iguals = 45°C</li> <li>4. cada un: <math>180^{\circ}\text{C} - 90^{\circ}\text{C} = 90^{\circ}\text{C} / 2 = 45^{\circ}\text{C}</math>.</li> <li>5. Llavors, la hipotenusa d'aquest triangle és el doble d'un dels dos costats iguals.</li> <li>6. COM CALCULAR L'ALTURA DE LA TORRE?</li> <li>7. A partir d'aquesta informació es podria calcular la torre si tinguéssim la mesura d'alguns dels tres costats del triangle.</li> </ol> | <p>T'ha aportat quelcom la meua correcció?</p> |
| <p>Comentari del teu tutor</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>8. Molt interessant el que dius i penso que pots</li> </ol>  | <p>Segona rèplica del tutor</p>                |

<sup>2</sup> Es respecten literalment tots els escrits dels alumnes amb l'objectiu de comptar amb els originals tal com han estat produïts per ells. És així que el lector pot trobar freqüents errors gramaticals, ortogràfics, dels escrits, que voluntàriament no han estat manipulats per conservar l'esperit i la forma original de les converses.

|  |  |
|--|--|
| <p>tenir raó,</p> <p>9. Però com pots saber que els dos costats són iguals?</p> <p>10. Quin tipus de triangle seria aquest?</p> <p>11. Genial, però pensa que si no són iguals com podríem fer-ho?</p> <p>12. Tot el que dius dels angles em sembla molt interessant</p> <p>13. Com has arribat a aquesta situació.</p> <p>14. Ara bé, vols dir que la hipotenusa és el doble? com també vols dir que ens interessa saber la hipotenusa?</p> <p>15. Pensa una mica en quin tipus de triangles queden determinats entre l'edifici i el mirall i aquest amb la persona.</p> <p>16. Com també quines mesures podem prendre de manera directa.</p> <p>17. A veure què hi podeu dir entre els teus companys.</p>  |  |
| <p><i>El que fan:</i></p> <p>L'alumne fa explícita la manera de calcular, [1] “es pot calcular directament”, per donar-nos una justificació [2] [3] i una raó [4] de quin és el procediment que segueix per poder calcular de manera directa. Per, al final [5] concloure, però sense explicitar com; situació que es torna a preguntar [6] tot dient que a partir d'aquestes informacions necessita la mesura d'un dels tres costats [7], situació que ens informa de quina és la idea o la representació que l'alumne es fa del problema.</p> <p>El tutor fa una aportació de reconeixement del que l'alumne diu [8] de manera que es respecta el seu escrit. A la vegada es mostra informat de quina és la interpretació que l'alumne es fa de l'activitat l'alumne. A continuació, retorna a l'alumne les qüestions, a partir del seu escrit, les quals tenen la funció de convidar l'alumne a reflexionar sobre el seu raonament explicitat [9,10,11] de manera que no es tracta d'emetre un judici o valoració sobre l'exactitud, sinó una avaluació centrada més en l'òptica de la regulació, i li proposa una discussió sobre el seu treball [13]. El tutor dóna els indicadors [14,15,16] per tal que l'alumne els pugui considerar, de manera que té lloc una devolució de l'activitat/problema, i a la vegada se li fa la proposta de compartir l'activitat amb els seus companys de grup [17]. Aquesta situació tindrà lloc en el fòrum.</p> |  |

Figura 16. Quadre de diàleg de l'Ariadna, activitat 1

Des d'aquesta situació contemplarem els següents indicadors d'acció que es poden donar:

*Explicitació:*

Explicitació al tutor per part dels alumnes de les accions de realització en la resolució de l'activitat plantejada, on es troba la demanda interactiva que té incorporada l'activitat, a través dels quadres de diàleg que s'activen en clicar: "Escriu la resolució", "clicueu per fer la vostra explicació", "explica't clicant ací" que, tal com hem indicat en la descripció, el situa en un quadre de diàleg.

*Resposta:*

El tutor interactua amb l'alumne i li respon en el quadre de diàleg que li correspon. La intervenció que es produeix per part del tutor recull el que hem expressat anteriorment en la descripció. Es personalitza per a cadascun dels alumnes en funció de les seves explicacions/verbalitzacions. D'aquesta manera, es procura que el tutor respongui en funció del que l'alumne explicita, i així s'evitin les possibles mediatitzacions que es poden produir en funció de cadascuna de les interaccions que tenen lloc amb alumnes de manera individual a través de cada quadre de diàleg personal. Aquesta situació de comunicació es produeix sempre a primera instància, sense haver-se produït encara, per part de l'alumne, el seu pas pel fòrum. Aquesta comunicació pot tenir continuïtat al llarg de tot el procés comunicatiu, sempre que l'alumne ho desitgi, doncs, queda enregistrat tant en la seva avaluació com en la del tutor.

*Modificació:*

L'alumne interactua amb el tutor, però en aquesta situació de comunicació es produeix una diferència respecte a l'anterior, ja que l'alumne pot haver interactuat amb els seus companys de grup en el fòrum, i després, pot haver tornat a comunicar-se amb el tutor. També es contempla la possibilitat que l'alumne no es torni a comunicar amb el professor.

*Cloenda:*

El tutor té la possibilitat d'interaccionar amb l'alumne, en funció de si aquest ha escrit en el quadre de diàleg o no. Pot interpretar-se com una situació d'institucionalització i/o tancament, tot i que l'alumne pot tornar a intervenir en funció d'aquest tancament que el tutor realitza.

Com a conseqüència, en l'explicitació es produeix una interacció acumulativa ja que l'alumne presenta la seva elaboració respecte de la demanda plantejada en l'activitat, i que respon a la interpretació que l'alumne fa de la resolució de l'activitat. En aquesta

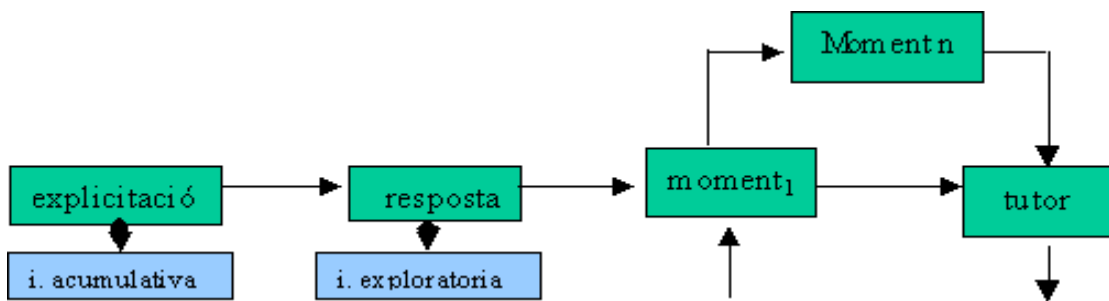
interacció tenen lloc les descripcions de les accions que l'alumne considera, així com també el fet d'informar sobre la seva situació personal envers l'activitat.

Pel que fa a la situació de resposta, donat que respon el tutor, es produeix una interacció exploratòria, atès que es plantegen les qüestions/preguntes per tal de provocar la reflexió per part de l'alumne, en una intenció clara de potenciar les explicacions i les justificacions de la seva elaboració inicial.

En quant a la modificació, es poden produir interaccions acumulatives, que responen a noves elaboracions, i interaccions exploratòries. També es poden donar explicacions i justificacions, així com també demanar aclariments. Aquestes interaccions estan determinades tant per la intervenció anterior del tutor, com per la possibilitat d'haver interactuat amb els companys de grup.

Aquesta situació que mostra la figura respon a la tutorització.

Figura 17. Esquema de tutorització



### 3.5.2 Situació de comunicació entre els alumnes

Com hem dit anteriorment, en la descripció de l'entorn virtual d'aprenentatge de les matemàtiques, és on tenen lloc les interaccions entre els alumnes. Per tant és un espai important, on els alumnes poden contrastar les seves idees, les representacions que tenen de l'activitat/problema, així com la construcció i la comprensió conjunta de la resolució de l'activitat. És un lloc d'intercanvi social més lliure i més autònom que, dona la possibilitat de poder col.laborar entre els membres del grup sense la intervenció directa del tutor. Més endavant, ens centrarem en l'anàlisi d'aquestes interaccions que es produeixen en el fòrum. Al fòrum, hi té lloc una xarxa conversacional on es fan paleses les situacions següents:

*Aportacions:*

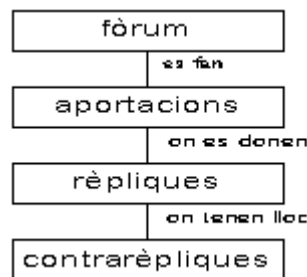
Els alumnes fan les seves aportacions en referència a l'activitat, després d'haver passat pel tutor.

*Rèpliques:*

Els alumnes contrasten i comparen les explicacions que han realitzat en les aportacions.

*Contrarèpliques:*

Situació que trobem en funció del que cada alumne va explicitant en la seva rèplica i que pot donar lloc a les negociacions entre els propis alumnes. Permeten una evolució de les seves aportacions i correspondrà a una millorar respecte de la situació inicial de l'alumne.



*Figura 18.* Esquema de participació en el fòrum

Per tant, en les aportacions tenen lloc les interaccions acumulatives, ja que els alumnes, en les seves intervencions, presenten les seves elaboracions, on expliciten als seus companys del grup la seva interpretació en la resolució de l'activitat. A continuació, en les rèpliques i contrarèpliques, s'esdevenen les interaccions acumulatives i exploratòries en funció del desenvolupament de les intervencions que tenen lloc en el procés comunicatiu. Cal considerar que no sempre es produeixen aquestes interaccions, ja que en alguns moments interactius només té lloc un manteniment de la interacció per part dels participants

En la figura adjunta presentem una síntesi d'aquest procés comunicatiu.

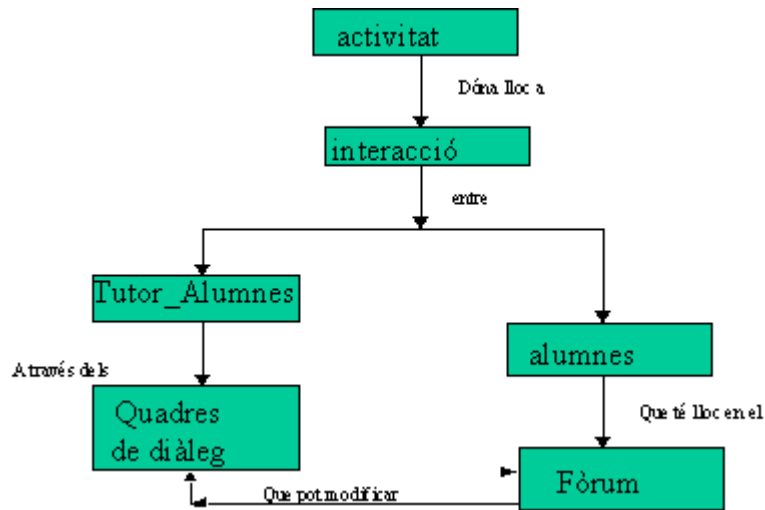


Figura 19. Esquema del procés de comunicació

És a partir d'aquesta disposició, que primerament ens centrarem en l'anàlisi de la interacció, que s'esdevé entre el tutor i l'alumne des dels quadres de diàleg, i a continuació, ens dedicarem a l'anàlisi de les interaccions, que s'han produït en el fòrum entre els alumnes de cada grup.

Les etapes que mantindrem en aquesta anàlisi seran les següents:

- a. Anàlisi de les interaccions tutor - alumne a través del quadre de diàleg respecte de cadascuna de les activitats.
- b. Anàlisi de les interaccions entre els alumnes de cada grup, que tenen lloc en el fòrum, referides a la mateixa activitat.

A l'etapa "a", ens centrarem en les diferents interaccions de cadascun dels alumnes amb el tutor, analitzant cadascun dels quadres de diàleg referit a l'activitat, per després situar-nos en l'etapa "b", on analitzarem les interaccions entre els alumnes, que facin referència a la mateixa activitat. Aquest procés el mantindrem per a cadascuna de les activitats, que es troben plantejades en l'entorn virtual d'aprenentatge de les matemàtiques.

## 4 ANÀLISI DE LES DADES

## 4.1 Anàlisi de les interaccions tutorialis a través dels quadres de diàleg

## 4.1.1 Anàlisi dels referents i de les concepcions inicials en l'activitat 1.

Les primeres intervencions dels alumnes ens situen en els referents i concepcions que tenen els alumnes sobre l'activitat, en les idees que se'n fan, en l'explicitació dels dubtes i de les dificultats. Aquestes intervencions queden registrades en els quadres de diàleg. Aquesta primera situació de comunicació permet al tutor con a l'investigador conèixer quins són els referents de cadascun dels alumnes en relació a l'activitat.

En concret l'Ariadna explicita el seu criteri per poder calcular de manera directa l'altura de l'edifici fent referència a l'angle determinat per l'edifici i l'horitzontal [2],

## Escenari 1: Anàlisi quadre de diàleg de l' Ariadna en l'activitat 1

*El que diu:*

1 Es pot calcular directament.

2L'angle que es forma té dos costats iguals: l'altura de la torre = a la distància que hi ha des del mirall fins al punt més baix de la torre.

3Si això és cert, podem deduir que hi ha un angle recte de  $90^\circ$ ; i els altres dos són iguals =  $45^\circ$  cada un:  $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$   $90^\circ / 2 = 45^\circ$ .

4Lavors, la hipotenusa d'aquest triangle és el doble d'un dels dos costats iguals.5.Com calcular l'altura de la torre?

1. A partir d'aquesta informació es podria calcular la torre si tinguéssim la mesura d'alguns dels tres costats del triangle.

*Comentari del teu tutor*

2.Molt interessant el que dius i penso que pots tenir raó,

3.però com pots saber que els dos costats són iguals?

4.Quin tipus de triangle seria aquest?

5.Genial, però pensa que si no són iguals com podríem fer-ho?

6.Tot el que dius dels angles em sembla molt interessant i també el camí com has arribat a aquesta situació.

7.Ara bé, vols dir que la hipotenusa és el doble? I vols dir també que ens interessa saber la hipotenusa?



8. Pensa una mica en quin tipus de triangles queden determinats entre l'edifici i el mirall i aquest amb la persona.
9. Pensa també quines mesures podem prendre de manera directa.
10. A veure què podeu dir entre els teus companys.

situació que també es repeteix en el Francesc, tot i que ell només informa [3], a diferència de l'Ariadna que fa una concreció centrada en la mesura dels angles [3], com a justificació de la seva proposta anterior.

Escenari 2: Anàlisi quadre de diàleg d'en Francesc en l'activitat 1

|  |  |
|--|--|
| <p><i>El que diu:</i></p> <p>1. Hi veig un triangle rectangle com el de l'altre problema del portal, amb el seu angle de 90°.</p> <p>2. A la imatge, no hi veig cap més triangle.</p> <p>3. Penso que l'amplada que hi ha des de l'edifici al mirall és igual a l'altura.</p> <p>4. També penso que sí que es pot calcular l'altura de l'edifici a partir de les dades que ens donen mitjançant la imatge, però no sé com fer-ho.</p> <p>5. Rafa, fent la simetria del mirall a partir del mirall es podria saber ?</p> <p>6. Penso que fent un pas com el de la mena del problema del billar es podria fer.</p> | <p>T'ha aportat quelcom la meva correcció?</p> <p>13. Ara després de la teva correcció hi veig dos triangles</p> <p>14. Un amb els segments següents: un va des de l'edifici al mirall, l'altre des del mirall a l'altura màxima de l'edifici, i per últim aquests dos lligats.</p> <p>15. L'altre triangle, el dels segments relacionat amb l'home, el seu peu i el mirall.</p> <p>16. Penso que podem mesurar l'amplada de l'edifici i altres.</p> |
| <p>Comentari del teu tutor</p> <p>On veus el triangle rectangle?</p> <p>Entre la persona i el mirall no hi veus cap triangle?</p> <p>Quines són les mesures que pots prendre de manera directa, o millor ho podem obtenir només mesurant?</p> <p>Vols dir que fent una simetria, quin és</p>   |  |

|   |  |
|---|--|
| <p>l'eix?</p> <p>11. Com saps que l'amplada i l'altura són iguals, com ho saps?</p> <p>12. Ànims i a veure com va la interacció amb els teus companys.</p>  |  |
| <p><i>El que fan:</i></p> <p>En la seva intervenció, en Francesc fa una referència a la situació inicial de l'entorn virtual d'aprenentatge de la matemàtica [1], la qual cosa podem interpretar com que l'alumne identifica una part del problema general de l'inici amb aquest problema. Considera, segons la seva visualització de l'activitat, que només hi ha un triangle [2], de manera que no contempla el triangle determinat per l'home i el mirall. En la seva identificació del triangle, informa que hi ha dues distàncies iguals [3], com si es tractés d'un triangle rectangle isòsceles, per intentar relacionar la imatge de nou amb les dades donades per fer l'activitat [4], però en cap moment hi ha una proposta de com fer-ho. Manifesta que té dificultats [4], però a continuació explicita un nou element, la simetria [5], qüestió que és plantejada al tutor, però que pot ser una pregunta que es planteja l'alumne a si mateix, fent relació a una situació externa a l'activitat plantejada, de manera que l'alumne demana si té a veure amb activitats realitzades anteriorment.</p> <p>El tutor planteja una primera qüestió, de manera que l'alumne identifiqui els triangles que estan determinats, en funció de la imatge que diu que veu [7 i 8]. A continuació, es refereix a les mesures [9], procurant que l'alumne se centri en l'activitat. Per tal que reflexioni, el qüestiona sobre la possibilitat de realitzar una simetria, tot pensant a situar l'eix de simetria [10], per identificar-lo. Al final de la intervenció, li demana que faci explícit "com sap que l'amplada i l'altura són iguals"[11], amb la intenció que faci públics els seus criteris. Per finalitzar, se'l convida a comunicar-se amb els seus companys.</p> |  |

L'alumne es comunica de nou amb el tutor, fent explícita en la seva intervenció una modificació [13], identificant els triangles que són determinats, però parlant de segments en comptes de distàncies [14 i 15]. Mostra la possibilitat de poder mesurar, però, a diferència de la intervenció anterior, informa que pot "mesurar l'amplada de l'edifici i altres"[16] ho podem interpretar, que contempla les mesures que es poden realitzar de manera directa

Aquesta explicitació la podem interpretar com que els alumnes s'estan centrant en un triangle rectangle isòsceles, de manera que consideren que els raigs formen un angle de  $45^\circ$  amb l'horitzontal, situació que també ens la suggereix la Natàlia, encara que no la verbalitza. En la

seva intervenció en Francesc relaciona aquesta activitat amb l'activitat inicial de l'entorn virtual de l'aprenentatge de la matemàtica [1].

En les seves intervencions tots tres alumnes manifesten que sí que poden calcular l'altura de l'edifici, però cap del tres no fa ús de les lletres per designar les distàncies, situació que pot ser ve determinada, pel fet que no venen expressades en el disseny de l'activitat, i els alumnes no hi incorporen aquesta possibilitat, tot i que es troba en una de les ajudes.

En l'anàlisi dels escrits d'en Francesc es produeix una regulació [13], perquè modifica la seva intervenció anterior en funció de la intervenció que el tutor ha realitzat, la qual cosa implica una evolució quant a la seva situació inicial. Per tant, tots tres alumnes es troben en una coherència pel que fa a les seves intervencions; fan referència a les distàncies, al tipus de triangle determinat, a les mesures, de manera que expliciten els seus referents, en funció del que proposa l'activitat. En algun alumne en concret es produeix una regulació respecte de la seva intervenció inicial.

El tutor reconeix les aportacions de cadascun dels alumnes, i procura que es mantingui la interacció, actuant de manera expansiva: “Molt interessant”, “Totalment d'acord”. A més, estableix una mediació de col·laboració, de manera que per mitjà de les qüestions provoca la reflexió en els alumnes, així com la possibilitat de regulació.

Per tant, en la intervenció del tutor es produeix una evolució reguladora en la següent intervenció d'en Francesc, situació que en els altres alumnes queda en suspens. En conseqüència, caldrà tenir en compte el procés comunicatiu que s'establirà entre ells en el fòrum.

#### *4.1.2 Anàlisi de les explicitacions de les elaboracions en l'activitat 2.*

Tal com recullen els quadres de diàleg de cadascun dels alumnes, se centren en l'explicitació de les seves elaboracions en funció del model presentat, tal com ens manifesta l'Ariadna [1] i la Natàlia [1], a diferència del Francesc que ens situa en la identificació dels triangles que es presenten en l'activitat. Pel que fa a aquestes informacions, l'Ariadna ens enuncia un criteri relacionat amb la seva aportació “la seva forma no canvia”, i la justificació del seu criteri de semblants. Però, pel que fa a la Natàlia, només ens explicita que “són semblants”, però no ens indica quins són els seus criteris per dir que són semblants. Tot i que aquests criteris no són explicitats, sí que ens informa quines són les accions que realitza per obtenir l'amplada del

riu, fent una aportació interessant, ja que relaciona les distàncies [3] indicant “si hi ha proporcionalitat o alguna relació” . Ho podem interpretar que és com a conseqüència de la semblança dels triangles, però que en cap moment de la seva intervenció s’ha explicitat.

Escenari 3: Anàlisi quadre de diàleg del grup de l’Ariadna-Francesc-Natalia en l’activitat 2

|   |   |
|---|---|
| <p>El que diu l’Ariadna:</p> <p>He observat que els dos triangles que apareixen són semblants. La seva forma no canvia.</p>   | <p>8. Tenen en comú el tipus d’angle: un és rectangle i els altres dos són aguts (-90°C).</p> <p>9. Això podria ser una de les raons de que són semblants.</p> <p>10. A més si trasllades el punt R fins al punt P les rectes dels dos triangles estan en la mateixa posició que les rectes del triangle de l’esquerre.</p> <p>11. Això també ho afirmen els meus companys!!!</p> <p>12. Me fixat també que la distància que hi ha des del punt T al riu és la mateixa que la distància des del punt P al riu.</p> <p>13. Crec que avui em pogut deduir moltes informacions necessàries per solucionar l’activitat.</p> <p>14 He observat que si desplaço el punt Q fins a la part de a dalt del riu (a sota del punt P) i després el punt T el moc cap a l’esquerra fins que el punt S es troba a la part de sota del riu.</p> <p>15. Es pot veure que el triangle de l’esquerra encara segueix sent semblant que el triangle de la dreta. I la recta que es veu al final, RS, es la distància de l’amplada del riu.</p> |
| <p>Comentari del teu tutor</p> <p>2.. Molt bé,</p> <p>com saps que són semblants?</p> <p>Què tenen en comú?</p> <p>Crec que a partir d’aquí pots trobar la distància que no sabem.</p> <p>Quan et comuniquis amb els teus companys mireu de trobar aquesta distància.</p> <p>Ànims.</p> | <p>Segona rèplica del tutor</p> <p>16. Quines són aquestes informacions necessàries per poder solucionar l’activitat?</p> <p>17. Què en podeu fer d’aquestes d’informacions ,es poden relacionar entre elles?</p>   |

El que fa l'Adriana:

En la seva intervenció l'Ariadna explicita en funció de l'observació del model presentat en l'activitat que els triangles són semblants [1], tot donant una justificació: "la seva forma no canvia"[1].

El tutor recull l'aportació de l'Ariadna [2], però formula un seguit de qüestions [3 i 4], amb la intenció de provocar en l'alumne la reflexió i l'explicitació de les seves raons o criteris, de manera que siguin justificats, en relació a la resolució de l'activitat. Fa retornar l'alumne a centrar-se en la distància [5], però en funció les qüestions anteriors. També centra la comunicació entre els altres membres del grup sobre aquesta distància. En aquest cas es produeix una orientació de la resolució de l'activitat, la qual cosa estimula l'alumna [7].

Informacions necessàries per solucionar l'activitat[13], informació que es confirma, ja que torna a situar-se en el model. A continuació, la següent intervenció de l'Ariadna se centra a explicitar què tenen en comú aquests triangles fent referència als angles [8], i ho concreta en identificar que "l'angle rectangle i els altres dos són aguts (-90°C)" fent un abús en el llenguatge, ja que escriu rectangle en comptes de recte. Podem interpretar que fa referència a l'angle recte. Aquesta informació li permet dir "això podria ser una de les raons per què són semblants"[9], fet que podem inferir com a justificació que donar a conèixer el criteri de per què són semblants aquests triangles.

Ens informa de l'acció que el model presentat li permet de realitzar, expressant concret l'acció realitzada [10], fent coincidir els punts R i P, situació que li permet dir "que les dues dels dos triangles estan en la mateixa posició que les rectes del triangle de l'esquerra", però no infereix cap nova proposta en funció d'aquesta acció; més aviat es troba en un procés de manipulació, de materialització de l'acció (Talizina, 1988; Jorba, 1996) gràcies al fet que el model permet poder desenvolupar i simular aquestes materialitzacions, la qual cosa facilita una interacció des del mateix entorn virtual de l'aprenentatge de la matemàtica. També es produeix una confirmació pel que fa referència a la posició de les rectes, ja que ens deixa constància que "això també ho afirmen els meus companys!"[11], deixant força clar que tots coincideixen en aquesta informació. Però ens sembla interessant de destacar que aquesta intervenció està propiciada en funció de la interacció que els alumnes han mantingut en el fòrum..

Continuant la seva intervenció, ens informa d'unes distàncies que té en compte [12], però no ens diu per què les té en compte i quina és la finalitat de poder contemplar -les. En definitiva, és com si estigués identificant algunes distàncies, atès que l'activitat fa referència a distàncies inaccessibles.

També es produeix una intervenció en un sentit expansiu ja que explicita que "hem pogut deduir moltes informacions necessàries", a situar-se en el model presentat i ens enumerar-les són les accions que realitza en el model [14] i que el fet de poder anar manipulant els punts li permet continuar mantenint que els triangles són semblants. En aquest cas, però, no explicita les seves raons, ni fa cap justificació en relació a les accions que està realitzant, ni com aquesta manipulació dels punts li permet visualitzar els diferents triangles, per després afirmar que "la recta que es veu al final, RS, és la distància de l'amplada del riu"[15], conclusió que es permet enunciar gràcies a la visualització del model.

En la seva nova intervenció, el tutor reclama que siguin verbalitzades aquestes informacions [16], ja que l'alumne no les ha fet públiques en la seva intervenció. A més, també vol provocar la reflexió de quines són aquestes informacions, així com el fet de qüestionar què es pot fer amb elles i quin tipus de relació es pot establir entre elles, per tal que puguin ser utilitzades en la resolució de l'activitat.

|  |   |
|--|---|
| El que diu el Francesc:  | T'ha aportat quelcom la meua correcció? |
| Rafael, segment que va desde el punt p al punt q, amb el segment que va desde el punt q al | A partir de lo que em vas dir           |

|   |   |
|---|---|
| <p>punt t i el segment que va desde el punt t al punt p formen un triangle rectangle.</p> <p>Tambe hi veig un altre triangle, lligat pels segments t,s i r.</p> <p>No se que fer exactament amb totes aquestes activitats.</p>  | <p>He vist que podem fer uns girs de 180° amb el sentit de les agulles del rellotge o el contrari amb els quals podem aconseguir, veure perfectament la semblança dels triangles: els seus angles, el punt de l'origen, que son rectangles, etc...</p> <p>He vist també que es pot fer una regla de tres per saber l'amplada.</p> |
| <p>Comentari del teu tutor</p> <p>Molt bé per la teva primera aportació.</p> <p>Ara pensa com són aquests triangles, què poden tenir en comú i a partir d'això pensa que es pot fer.</p> <p>Ànims que amb la comunicació amb els altres companys et poden aclarir els teus dubtes.</p> <p>No et preocupis que ja ens sortirem.</p>  |   |
| <p>En la seva intervenció en Francesc ens parla dels segments en comptes de les distàncies, però identifica els triangles que són presentats en el model [1], tot i que en referència a un dels triangles fa un abús de llenguatge en associar els punts T, S i R a segments [2]. A continuació ens diu que un cop identificats els triangles “no se què fer exactament amb totes aquestes activitats” [3], de manera que explicita la seva impossibilitat de continuar en la resolució de l'activitat.</p> <p>En la seva intervenció el tutor recull l'aportació realitzada per l'alumne [4], per després centrar-se, a partir de la seva intervenció, en els triangles que ha identificat. Es plantegen un seguit de qüestions [5] que facin possible que l'alumne reflexioni sobre elles, amb la intenció de convidar-lo a situar-se en els elements que li poden permetre una modificació i una millora en referència a la resolució de l'activitat. A continuació, se'l convida a comunicar-se amb els altres companys dels grups [6]; a més també es dona suport a l'alumne.</p> <p>L'alumne en la seva nova intervenció verbalitza noves aportacions en referència a la intervenció que ha realitzat el tutor [8], de manera que a continuació ens informa de com estableix una relació de semblança pel fet de realitzar un “gir de 180°” [9], però no ens explicita quin és el centre de gir, ni per què ha realitzat aquesta acció. Ens afirma que fent aquest gir pot veure la semblança dels triangles, fent constar que té en compte “els seus angles, el punt de l'origen i que són rectangles” [9].</p> <p>Per finalitzar la seva intervenció fa una aportació interessant en el seu discurs quan diu “he vist també que es pot fer una regla de tres per saber l'amplada” [10], però no verbalitza quins són els criteris que li han fet plantejar aquesta proposta, de manera que no queda justificada, ni tampoc ens diu com estableix aquesta regla de tres.</p> |   |

|  |   |
|--|---|
| <p>El que diu la Natàlia:</p> <p>El que en principi he vist és que els dos triangles que queden dibuixats són semblants.</p> | <p>T'ha aportat quelcom la meva correcció?</p> <p>12. Si,</p> |
|--|---|

|  |   |
|--|---|
| <p>Crec que el procediment per saber quina és l'amplada del riu és la següent:</p> <p>mesurem el costat R-T del triangle més petit i mesurem el costat T-Q, llavors mirem si hi ha proporcionalitat o alguna relació. Després mesurem el costat R-S, del triangle petit.</p> <p>Finalment, apliquem la relació que hi ha, del costat T-Q amb R-T, al costat mesurat, R-S i ens dona la amplada del riu. P.</p> <p>ex: El costat R-T mesura 8 i el costat R-Q 16, la relació és de 2, llavors si el costat R-S mesura 6, l'amplada del riu serà de 12.</p> <p>Les distàncies que s'hauràn de mesurar seràn: R-T, R-Q R-S.</p> | <p>13. ja que m'he adonat de que podria haver explicat millor el problema posant les lletres com a una equació.</p> |
| <p>Comentari del teu tutor</p> <p>Molt bé.</p> <p>però podries explicar com saps que són semblants els triangles, en quines coses et bases per dir que són semblants.</p> <p>Molt d'acord quan dius establir la proporció,</p> <p>penso que la podries escriure no et sembla,</p> <p>pots utilitzar les lletres com feient en les equacions i escriu la proporció.</p>   |   |

El que fa la Natàlia:

En la seva intervenció, la Natàlia ens deixa constància que, en funció de la seva observació del model presentat, els dos triangles són semblants [1], però sense fer explícit cap criteri que justifiqui la seva aportació. A continuació, explicita les accions que cal considerar per trobar l'amplada del riu [3 i 4], de manera que segueix una seqüència d'aquestes accions, iniciant el seu procés centrat en la mesura dels dos costats dels triangles situats en la mateixa horitzontal. Així doncs, introdueix el concepte de "proporcionalitat o alguna relació" entre les mesures d'aquests costats, i tot seguit fet de mesurar un altre costat, "el costat R-S, del triangle petit", per "finalment, apliquem la relació que hi ha, del costat T-Q amb R-T, al costat mesurat, R-S i ens dóna l'amplada del riu, P". En la seva enunciació, identifica les mesures que calen contemplar per a la resolució de l'activitat i quina és la relació que es pot establir entre elles, però ho fa de manera parcialitzada, ja que contempla cadascun dels costats, tot i que acaba relacionant totes tres mesures, però parteix de la raó de dues longituds, que després aplica a l'altre costat, sense explicitar, però, com pensa aplica-ho. Presenta un exemple de la seva proposta de resolució de l'activitat [5] que és força coherent amb l'explicitació realitzada anteriorment., perquè estableix una relació (raó de semblança) entre dos costats homòlegs dels triangles i, en conseqüència, aplica aquesta relació a l'altre costat.

Finalitza la seva intervenció indicant quines són les distàncies que cal contemplar i per tant mesurar.

El tutor recull la proposta de l'alumna, que dóna un caràcter expansiu a la interacció [7]. A continuació, situa la seva intervenció en la demanda que faci públics quins són els criteris que l'alumna ha contemplat per poder afirmar que són semblants els triangles, de tal manera que aquests criteris justifiquin la seva proposta [8]. La següent intervenció del tutor recull allò manifestat per l'alumna [9], però la convida a escriure la proporció [10] i li facilita l'orientació, fent referència a un tema que ella ja ha treballat i que per tant coneix [11], de manera que pugui escriure la proporció en funció de les mesures que ha considerat.

En la nova intervenció, la Natàlia respon afirmativament a l'aportació del tutor [12], però no expressa quins són els criteris que justifiquen la semblança entre els triangles, i se centra en la utilització de "les lletres com a una equació"[13] com a indicador que li permet explicar millor el problema. Tot i que reconeix aquest fet, finalitza la seva intervenció sense escriure la proporció entre les mesures que ha considerat.

Cal considerar, que en funció de les diferents intervencions que el tutor realitza amb cadascun dels alumnes, es poden produir canvis i modificacions en ells com és el cas de l'Ariadna, ja que en la següent intervenció dóna resposta a les qüestions plantejades pel tutor, produint-se una interacció exploratòria, perquè justifica un dels criteris de la semblança [8 i 9]. Tot i així, no fa ús dels punts per indicar quins són els angles que considera, situació que podem interpretar com a explicitada pel propi disseny de l'activitat. En aquest sentit, és molt interessant com l'Ariadna ens informa de la interacció amb el model presentat [10] i de la interacció que es produeix amb els seus companys de grup, ja que la incorpora en la seva intervenció amb el tutor [11]. Per tant, és important de destacar que els alumnes poden interaccionar entre ells, però també que el mitjà tecnològic permet sempre la possibilitat de poder comunicar-se amb el tutor o a l'inrevés, i a partir del fòrum explicitar noves aportacions



al tutor, de manera que puguin ser orientades, qüestionades o simplement informades per tal que aquest, si ho considera necessari, pugui incitar noves reflexions o regulacions, en funció d'aquestes aportacions.

En el cas d'en Francesc es produeix una modificació, de manera que fa una explicitació de quins són els elements que considera per justificar la semblança en els triangles, tot i que el criteri pel qual hi arriba no queda prou clar [9]. A continuació aporta el reconeixement de poder fer la “regla de tres per saber l'amplada”, de manera que s'ha produït un canvi important en referència a la superació de les seves dificultats, però aquest no ha estat expressat, ja que només informa, no explica com fer-la, ni justifica com aplicar-la, ni com arriba a aquesta formulació.

Pel que fa a la Natàlia s'observa una regulació “sí”[12] que fa referència a la utilització de les lletres per expressar la proporció entre les distàncies.

Per tant, com a conseqüència de les diferents intervencions, que es produeixen entre els alumnes i el tutor, podem afirmar que es manifesta un canvi en els alumnes, donat que les seves aportacions, en un principi, se situen en una interacció acumulativa, i les seves propostes són explicitades, però no fan justificacions en referència a les seves aportacions. En funció de les intervencions del tutor es produeixen algunes justificacions, com la incorporació de nous elements en el seu discurs. Aquest discurs té una coherència doncs està centrat en la resolució de l'activitat, com pel fet de poder interaccionar amb el model presentat, la qual cosa permet la materialització de les accions, i en conseqüència la seva verbalització.

#### 4.1.3 Anàlisi de les identifikacions de l'instrument de mesura en l'Activitat 3

Tots tres alumnes identifiquen l'instrument de mesura configurat pel rectangle i la plomada, però centrant-se en les unitats de mesura que es troben en el rectangle de “6x4”.

Escenari 4: Anàlisi quadre de diàleg del grup de l'Ariadna en l'activitat 3

|  |   |
|--|---|
| <p>El que diu l'Ariadna:</p> <p>De moment es pot saber que l'element de mesura fa 6 X 4.</p> <p>Però ens marca un altre triangle que</p> | <p>7. si són semblants els seus costats haurien de ser proporcionals.</p> |
|--|---|

|  |  |
|--|--|
| <p>també parteix com l'altre del origen situat " al cap del nino".</p> <p>Els dos triangles són semblants; comparteixen un mateix angle. Els dos triangles tenen un rectangle de 90°C.</p>   |  |
| <p>Comentari del teu tutor</p> <p>Totalment d'acord,</p> <p>Doncs ara penso que ja pots explicitar què faràs per saber la longitud de l'alçada que no sabem.</p> <p>Si els dos triangles són semblants com són els seus costats?</p>   | <p>Segona réplica del tutor</p> <p>Molt bé ,</p> <p>i per tant ara que podem fer coneixent unes distàncies per que les podem mesurar i l'alçada de de l'edifici no.</p> <p>Com les podem relacionar per trobar aquesta alçada?</p> |
| <p>El que fa l'Ariadna:</p> <p>L'Ariadna, en la seva primera intervenció, ens informa de la utilització del rectangle i de la plomada com a instrument de mesura, tot concretant, en funció de la visualització que es presenta en l'activitat, de manera que "fa 6 x 4" [1]. A continuació, identifica la determinació d'un triangle, sense indicara quin triangle es refereix, però en funció del context dóna a entendre que es refereix al triangle obtingut pel rectangle graduat i la plomada [2]. En la seva darrera intervenció l'alumna enuncia com són els triangles, però sense fer referència a quins són els triangles que considera, situació que ve determinada per la presentació de l'activitat i que l'alumna no explicita. Al mateix temps dóna el criteri pel qual són semblants els dos triangles, "comparteixen un mateix angle. Tots dos triangles tenen un rectangle de 90°C".</p> <p>El tutor en la seva intervenció mostra el seu grau d'acord de manera que l'alumna es trobi recolzada en la seva verbalització per tal de poder mantenir la interacció amb ell. A continuació la convida a reflexionar i a expressar quines són les accions que caldran fer per trobar l'alçada de l'edifici.. És en aquest sentit que, al final de la seva intervenció, la situa en la reflexió sobre la relació que cal contemplar entre els seus costats.</p> <p>L'Ariadna dóna resposta a la qüestió plantejada pel tutor, sense donar cap altra explicació.</p> <p>El tutor manifesta el seu acord i li retorna l'activitat, fent-li constar que hi ha mesures que poden ser obtingudes de forma directa i la de l'edifici, no, de manera que miri de relacionar-les per poder obtenir aquesta alçada.</p> |  |

És interessant veure que els tres alumnes identifiquen triangles semblants, però que cap d'ells expressa quins són aquests triangles rectangles semblants. Interpreten que l'instrument els permet obtenir triangles semblants, però en cap de les seves intervencions concreten quins són els rectangles que han quedat determinats, amb la qual cosa podem suposar que la seva interpretació dels triangles rectangles semblants té a veure amb el model visualitzat. És a dir, el donen com a suposat, tot i que fan referència a "l'angle que comparteixen" i "parteixen

d'un mateix punt". Un altre aspecte interessant per destacar, és el fet que els alumnes expliciten els criteris de semblança entre els triangles rectangles, tal com acabem de veure en les expressions anteriors. Situació que representa una evolució respecte de les intervencions, que es produïen al principi del procés comunicatiu, en les quals els alumnes no verbalitzaven els criteris en referència als angles. No fan referència, en la seva explicitació, al fet que tenen un angle agut en comú, sinó que fan servir l'expressió "compartir un angle". En funció d'aquesta semblança, incorporen el fet que els seus costats/distàncies han de ser proporcionals. El tutor, en les seves intervencions, intenta recollir les aportacions dels alumnes i mediar en propostes de reflexió sobre les verbalitzacions dels alumnes. Cal considerar que es produeix un error en les seves intervencions, però haver demanat la concreció clara de quins són els triangles semblants, que consideren els alumnes en les seves intervencions, ja que d'aquesta manera la negociació de l'aplicació de la semblança així com el fet d'establir entre ells la relació de semblança pot donar motius de confusió pel fet de no ser els triangles rectangles adequats.

Per tant, podem dir que els alumnes en les seves intervencions i en funció de la visualització del model presentat fan una interpretació coherent quan, a partir del fet de "compartir un angle" o "partir d'un mateix punt", consideren que són semblants, i en conseqüència tots els costats dels triangles tenen la mateixa inclinació i per tant tenen la mateixa forma. Aquesta situació, com hem dit anteriorment, és una evolució interessant pel motiu de contemplar un dels criteris de la semblança dels triangles rectangles, atès que l'altre angle sempre és recte. També ens sembla interessant la conseqüència de ser proporcionals. Malgrat l'anterior, només una alumna fa referència concreta al fet de poder trobar l'altura de l'edifici, sense establir la proporció entre les distàncies.

#### 4.2 *Anàlisi de les converses*

Un cop realitzat l'anàlisi dels quadres de diàleg entre el tutor i cadascun dels alumnes, amb l'objectiu de propiciar l'inici d'adquisició de coneixement, que hem anomenat de tutorització, considerarem la socialització, entesa com a suport a la generació, a la producció i a l'explotació del coneixement. Per tant, analitzarem les interaccions que s'esdevenen entre els alumnes, en l'espai social a través d'un fòrum. Mentres que en la tutorització hem analitzat els escenaris d'inicialització de coneixement, ara ens centrarem en els moments interactius entre

els participants: els dos grups de tres alumnes. Més endavant interpretarem que formen comunitats d'aprenentatge: la d'en Pau, la Carlota i la Raquel, caracteritzada per la preocupació a solucionar les seves dificultats, i l'altre grup, format per l'Ariadna, el Francesc i la Natàlia, centrat més en el contrast dels seus coneixements de cara, com hem dit, a produir i explotar el coneixement involucrant-se en les activitats del portal d'intermates.

Tal com hem mostrat anteriorment en la descripció de l'entorn virtual d'aprenentatge, els alumnes participen en el fòrum deixant constància tant de les seves aportacions com de les rèpliques i contrarèpliques que es produeixen entre ells. En aquesta situació social de comunicació queden recollides el conjunt de les aportacions que els alumnes elaboren. El mitjà tecnològic que suporta el fòrum possibilita el seu emmagatzematge, així com la recuperació de cadascuna de les intervencions, que es produeixen per part dels alumnes en cada un dels grups.

Amb la finalitat de poder realitzar l'anàlisi de les interaccions que es produeixen entre els alumnes de cadascun dels grups, organitzem el recull de totes les seves aportacions en funció dels moments interactius, introduït en el capítol 2, en què aquestes aportacions, les rèpliques i les contrarèpliques es van produint en el fòrum, i que facilitaran l'anàlisi de les interaccions que es produeixen entre els alumnes, dins del procés comunicatiu de construcció i comprensió de coneixements matemàtics, a partir d'unes activitats presentades en l'entorn virtual de l'aprenentatge.

En el fòrum, tal com ja hem explicat anteriorment, es desenvolupen les interaccions de caire global. Hi tenen cabuda les intervencions, les converses i els intercanvis que es produeixen entre els alumnes. Aquesta perspectiva metodològica d'anàlisi es basa en la consideració de l'aprenentatge com a identitat de participació en la pràctica d'una comunitat virtual (Wenger, 1998). Aquesta decisió, quan a l'anàlisi, ens permetrà de seguir una cronologia de les interaccions que es van produint entre els alumnes, que possibiliti veure l'evolució d'aquestes interaccions. D'aquesta manera, podrem interpretar quina és l'evolució respecte de la construcció i la comprensió dels coneixements matemàtics que plantegen a través de l'activitat presentada en l'entorn virtual d'aprenentatge de les matemàtiques. Per tant, presentarem la interacció estructurada de cada grup referida a l'activitat en qüestió, contemplant els moments interactius, l'aportació, la rèplica i les contrarèpliques que tenen lloc entre els membres del grup.

Definirem els moments interactius com l'agrupació d'un determinat tipus d'interaccions, que tenen una identitat pròpia i representen un node central dintre de tota la xarxa de converses, que s'esdevenen entre els participants.

No es pot parlar d'una seqüència temporal lineal en l'evolució dels moments interactius, expressada en l'apartat 2.2 del capítol 2, sinó més aviat d'una temporalitat cíclica, ja que el mitjà tecnològic permet la incorporació o no dels participants en cada un dels moments interactius en diferents instants temporals, fruit de les revisions, les reflexions i l'estructuració que afecta la interacció social.

Els moments els seqüenciem segons diferents estadis de desenvolupament del coneixement. Les transicions entre els estadis de coneixement seran fruit de les interaccions socials entre els participants. Els estadis del coneixement no són discrets, sinó que hi ha una continuïtat entre ells, depenent tant del potencial de l'activitat que s'està treballant, com de les característiques empaticosociocognitives dels participants. Amb la intenció de facilitar l'anàlisi interpretarem que el conjunt de converses en l'espai social es poden descriure identificant o fent emergir set grans moments: M1 de manifestació, M2 de qüestionament, M3 de manteniment, M4 d'exploració, M5 d'aportacions, M6 d'evolucions i M7 de creativitat i generalització.

A continuació definirem cadascun dels moments interactius:

*Moment interactiu 1 de manifestació:* es produeix quan els participants expliciten les accions de realització de les activitats, i fan aportacions pertinents des de la seva interpretació. Aquesta interpretació pot ser des de la perspectiva, en què apareguin els elements de caire matemàtic, com d'altres intervencions no específicament matemàtiques. Per tant, es produeixen intervencions en les quals s'expressen de manera pública les primeres elaboracions per part dels alumnes. Com a conseqüència, es produeixen interaccions de tipus acumulatiu.

*Moment interactiu 2 de qüestionament:* es produeix quan els participants, en les seves intervencions, manifesten algunes qüestions que fan referència a les elaboracions que han explicitat. Les qüestions plantejades tant poden tenir relació amb els continguts matemàtics presentats pels participants, com poden ser qüestions que tot i fer-les públiques siguin una interrogació personal. Aquestes qüestions, no necessàriament, poden ser recollides pels participants com a provocadores de respostes. Poden tenir la intencionalitat de transmetre la

necessitat d'aclariments, com un inici d'una interacció exploratòria on es justifiquin les seves aportacions des del punt de vista d'utilitzar els continguts matemàtics.

*Moment interactiu 3 de manteniment:* es dona quan els participants se centren en les seves intervencions en l'ús de repeticions i no es produeixen noves aportacions des de la matemàtica. Poden fer referència tant a qüestions de funcionament de la pròpia conversa, com a situacions de caràcter tècnic, que es produeixen en el procés de la conversa. Mantenen una coherència temàtica en les intervencions que hi ha. També es poden demanar explicacions centrades a nivell més general i no només en funció dels continguts concrets implicats en la resolució de l'activitat.

*Moment interactiu 4 d'exploració:* es produeix quan, per part dels participants, es concreta la demanda d'explicacions i de justificacions en funció de les aportacions que s'esdevenen en les diferents intervencions de la conversa. Hi ha una demanda clara d'explicitació dels elements matemàtics que donen sentit a la seva aportació, de manera que, els participants se centren a fer ús dels continguts matemàtics que calen per justificar la seva realització en la resolució de l'activitat.

*Moment interactiu 5 de recollida d'aportacions:* es considera quan alguns dels participants tenen en compte, de manera explícita, l'aportació de contingut matemàtic d'un altre membre, incorporant-la sense posar-la en qüestió.

*Moment interactiu 6 d'evolucions i canvis:* es produeix quan al llarg de les intervencions que realitzen els participants té lloc una modificació en les aportacions matemàtiques inicials, de manera que ha ocorregut una confrontació que ha originat una negociació per tal d'arribar a un acord final referent a les actuacions en la resolució de l'activitat. També hi trobem un canvi en els significats per part dels alumnes.

*Moment interactiu 7 de generalització i creativitat:* es dona quan els participants són capaços de justificar la seva aportació en funció d'una demanda, d'un aclariment o o d'un qüestionament, de manera que en la seva aportació expliciten els continguts matemàtics que justifiquen la seva acció en la realització de l'activitat. Per tant, es produeix una estructuració que té en compte els elements del discurs matemàtic, tot i que no siguin explicitats en el llenguatge propi de la matemàtica.

4.2.1 *Moment interactiu 1 de manifestació*

En aquest primer moment, els participants manifesten les seves realitzacions de les activitats, i només les presenten com a primera acció comunicativa. A tall d'il·lustració analitzem un primer moment de participació en el fòrum, sobre l'activitat 1 del grup d'en Pau, la Carlota i la Raquel, que ha quedat registrada en el següent estadi de la xarxa, a la pagina web del fòrum

*El que conversen*

[Activitat 1](#) - **Pau** 14:50:15 5/28/2002 (2)

Per fer l'activitat 1 he fet una mena de regla de tres. He fet: La distància entre l'home i el mirall és a la distància entre el mirall i la torre com l'alçada de l'home és a X (alçada de la torre).

[Re: Activitat 1](#) - **CARLOTA** 15:01:55 5/28/2002 (0)

RESPOSTA:

ESTIC MOLT D'ACORD AMB EL QUE TU DIUS. EN AQUESTA POSIBILITAT NO HI HAVIA CAIGUT.( ESTÀS SEGUR DE QUE LA TEVA RESPOSTA ÉS LA CORRECTA O CREUS QUE POT HAVERI ALGUN ALTRE CAMÍ.

HAS TINGUT ALGUN TIPUS DE DIFICULTAT?( NO SÉ SI ET PODRE AJUDAR GAIRE PERÓ PER LO MENYS INTENTAR-HO). CARLOTA

[Re: Activitat 1](#) - **raquel** 15:00:16 5/28/2002 (0)

jo crec que el que dius es correcte,però,crec que no fa falta utilitzar la regla de tres.Veient nomes l'angle pots dedui l'altura de la torre.

*El que fan:*

Aquest moment interactiu comença amb l'aportació d'en Pau tot explicitant el que ha fet [1]. Informa sobre l'acció que realitza: "una mena de regla de tres". A continuació verbalitza quina és la relació que estableix entre les distàncies [2], establint la proporció entre aquestes distàncies i fent ús de manera coherent del llenguatge de les proporcions. " La distància entre l'home i el mirall és a la distància entre el mirall i la torre com l'alçada de l'home és a X (alçada de la torre)", fet que ens fa explícit quina és la distància que cal trobar, i ens ho identifica amb una "X (l'alçada de la torre)". Ens trobem que en la seva aportació s'inicia una interacció acumulativa ja que expressaquina és la seva resolució "regla de tres", així com quines són les distàncies que considera per tal de poder trobar "la X (l'alçada de la torre)", quedant aquesta aportació a disposició dels altres membres del grup de manera que pot comportar rèpliques i contrarèpliques, la qual cosa afavorirà la seva anàlisi i la seva contrastació.

La Carlota, en la seva aportació, manifesta un manteniment de la interacció/conversa [3] "estic molt d'acord amb el que tu dius" amb allò que proposa en Pau, de manera que es produeix una interacció d'expansió que, tal com hem definit en el marc teòric, fa un manteniment de la interacció/conversa, però sense cap mena de raonament sobre el que planteja el seu company. També és molt interessant com reconeix que l'aportació del seu company l'ha fet reflexionar sobre l'existència d'una altra possibilitat a l'hora de resoldre l'activitat [4] "en aquesta possibilitat no havia caigut", tot i que no dona a conèixerquina és la possibilitat que ella havia pensat.

En la continuació de la seva aportació/rèplica li planteja per una banda la interrogació sobre la seva manera de fer "estàs segur que la teva resposta és correcta"[5] i per l'altra la possibilitat de si ell ha pensat en una altra "camí" [5], però no ens comunica quina ha estat la seva reflexió ni quina és la seva aportació; més aviat ens mostra els seus dubtes i i les seves dificultats, o més aviat inseguretats, en

front de l'activitat [6], però destacant que està disposada a participar en el procés interactiu “no sé si et podré ajudar gaire però per lo menys intentar-ho”[6] on també ens diu que vol col.laborar en tot el desenvolupament de la comunicació, manifestant una situació de feblesa respecte del company que ha iniciat la interacció/conversa [6].

Pel que fa a la Raquel ens manifesta un inici expansiu en la seva interacció [7] “jo crec que el que dius és correcte”, però sense explicitar per què pensa que és correcte. Seguidament fa una aportació en la qual qüestiona la manera de fer d'en Pau “però crec que no fa falta utilitzar la regla de tres”[8], fent una possible justificació de si no cal contemplar aquesta acció, i donant una explicació sobre què cal tenir en compte per trobar l'altura de la torre “veient només l'angle pots deduir l'altura de la torre”[8]. En aquesta darrera intervenció explicita una altra possibilitat per poder trobar l'alçada, però només ens la fa saber, sense cap mena de justificació. És per aquest motiu que l'alumna es troba en una interacció acumulativa, ja que no exposa els seus raonaments, ni justifica les seves aportacions.

En aquest moment interactiu es pot observar com en Pau fa públic l'inici de la interacció el seu raonament [1 i 2] i el comunica als altres membres del grup que interaccionen amb ell. Inicia el seu procés comunicatiu amb una interacció acumulativa [1] per continuar amb una d'explorativa [2] ja que justifica quines són les distàncies que té en compte i com les relaciona entre elles. tot seguint el plantejament de la lectura d'una proporció, que anteriorment anomena “regla de tres”[1]. És molt interessant com ens expressa en el seu discurs, quins són els elements matemàtics que fa intervenir en la seva realització “he fet una mena de regla de tres”[1] i també el fet que sap que cal trobar una distància desconeguda i per tant aplica la regla de tres, atès que ens donen tres distàncies desconegudes i hem de trobar l'altra que és desconeguda.. En cap moment fa ús de l'escriptura de les proporcions, ni identifica les distàncies amb lletres tret de la desconeguda, ni tampoc ens justifica en quins criteris es basa per poder establir la relació que estableix entre les distàncies.

Tant la Carlota com la Raquel mostren una relació expansiva respecte de l'aportació d'en Pau, ja que ens fan saber el seu “acord” ,”correcte”[3 i 7] , sense manifestar el perquè del seu “acord” i “correcte” que expressen totes dues. Tot i que trobem un element interessant de reflexió en la Carlota “en aquesta possibilitat no havia caigut”[4], el fet de no comunicar-nos quins criteris té en compte per poder estar-hi d'acord no ens dona cap element de cohesió en la seva intervenció (en cap moment de la seva explicació fa cap referència a cap dels continguts proposats per en Pau), i fa una aportació de la seva situació de caire més aviat personal. És com si fos una comunicació referida a ella mateixa (Kieran,2001)<sup>3</sup> de tipus personal o problemàtica (Jorro, 2000) pel que fa a la seva comprensió, però al mateix temps intersubjectiva, on ens expressa unes qüestions [5 i 6] que podem interpretar com els dubtes i les dificultats que té. Mostra interès a participar, tot i que podem suposar que es dona una interacció de regulació, ja que li ha permès que reflexionés sobre una altra possibilitat en la qual, tal com diu ella mateixa, no havia pensat “en aquesta possibilitat no hi havia caigut”[4]. Ara be, no podem assegurar que és del tot explorativa, atès que no ens explicita quines són les altres possibilitats, ni quins elements ha utilitzat per adornar-se d'aquesta nova possibilitat. Un fet remarcable, però, és que com a mínim ha pogut llegir i reflexionar el que un altre company ha pensat, situació que farà que al llarg de tot el procés interactiu s'apropriï o no d'aquest coneixement.

Per la seva banda, la Raquel participa de manera coherent amb l'aportació d'en Pau “regla de tres”[8], tot contemplant una altra possibilitat de resolució, però que no explicita. Només es limita a anunciar-la, sense cap mena de justificació, perquè se centra en “l'angle”[8], de quins són els criteris que li permeten fer la deducció [8]. Tots tres alumnes es troben implicats en el procés interactiu, que es troba manifestat pel criteri d'expressió “ he fet”, “jo crec” “estic” en relació a la visió personal de l'activitat plantejada.

*Figura 20. Moment interactiu 1 Activitat 1 Grup Pau, Carlota i Raquel*



Resumint, podem dir que en el moment interactiu 1 en Pau realitza una aportació conceptual “regla de tres”[1] com expressa la relació que estableix entre les distàncies [2] sense fer ús de l’expressió de les proporcions. Això el situa en una interacció/conversa acumulativa ja que no realitza la justificació de les seves actuacions. En canvi la Carlota fa una aportació de manteniment de la interacció sense cap aportació de caire matemàtic, però ha reflexionat sobre l’aportació d’en Pau, sense explicitar en què consisteix la seva reflexió. En relació a la Raquel, es manté en una coherència/cohesió temàtica atès que recull la intervenció d’en Pau “regla de tres”[8] sense comunicarles raons de la seva aportació. Hi introdueix un nou element, però no ens explica el perquè d’aquesta opció. Podem considerar que ens trobem en una interacció acumulativa de manera que s’expliciten les seves idees per la resolució de l’activitat, però no es produeixen les explicacions que les justifiquin .

Cal remarcar que en els primers moments interactius es presenten noves realitzacions com la referida a l'activat 2 del grup al qual ara ens referim.

|  |
|--|
| <p>El que conversen</p> <p><a href="#">activitat 3</a> - pau 12:49:06 5/29/2002 (1)</p> <p>Per les dues. En l'activitat 3 crec que es pot resoldre de la següent manera: si us fixeu en la línia discontinua ke va cap a l'edifici de manera paralela al terra, doncs si la multiplikem per l'angle ke forma akesta línia i l'altre línia ke surt també de l'ull de l'home i ke va fins a la punta de l'edifici en trobarem l'alçada.<br/>Pau</p> <p><a href="#">Re: activitat 3</a> - CARLOTA 12:53:43 5/29/2002 (0)</p> <p>SIUSPLAU CONTESTAM A LA PREGUNTA QUE T'HE FORMULAT AVANS SOBRE L'ACTIVITAT ANTERIOR.</p>  |
| <p><i>El que fan:</i></p> <p>En aquesta intervenció en Pau enunciaquina és la seva resolució, però a diferència de les seves intervencions anteriors, ara en aquesta se situa en primer lloc en identificar una mesura o distància [1] per contemplar l’angle, multiplicar aquestes dues mesures i obtenir l’alçada [2]. Aquesta aportació ens sembla molt interessant i diferent de les plantejades fins ara i fa pensar en la tangent de l’angle, tot i que seria interessant que fos explicada i justificada.</p> <p>La Carlota, tot i manifestar el seu acord, demana que li siguin contestades les seves demandes referides a l’activitat anterior. És per això que pensem que, tot i estar d’acord amb en Pau, no ha reflexionat sobre la resolució que ha plantejat. [3, 4 i 5]</p> |

Figura 21. Moment interactiu 1 Activitat 3 Grup Pau, Carlota i Raquel

O també repeticions del que han explicat al tutor. Vegi’s la següent participació.

|   |
|---|
| <p><a href="#">Activitat 1</a> - ariadna 14:46:21 5/28/2002 (0)</p> |
|---|

Activitat 1:

A l'activitat 1 es pot veure que hi ha un tres àngles i llavors formen un triangle. Un d'ells és de  $90^{\circ}\text{C}$  i els altres si són iguals haurien de ser de  $45^{\circ}\text{C}$ .

L'Ariadna, en la seva aportació, està centrada en la visualització presentada en el model, i repeteix de manera resumida la seva intervenció amb el tutor.

Figura 22. Moment interactiu 1 Activitat 12 Grup Ariadna, Francesc i Natàlia

És una interacció acumulativa ja que només subratlla uns elements que posa en consideració dels seus companys públicament.

#### 4.2.2 Moment interactiu 2 de qüestionament

En el moment interactiu 2 s'estableix fonamentalment una interacció acumulativa ja que els participants continuen amb la seva aportació de manera que repeteixen el que havien manifestat en el moment anterior. Alguns qüestionen les intervencions dels altres, i inicien una interacció exploratòria on es demanen aclariments i justificacions, i fins i tot, explicitacions públiques dels seus dubtes o dificultats. Aquestes preguntes que formulen poden interpretar-se per una banda com un qüestionament personal, (Kieran, parla dels canals personals de comunicació, quan els alumnes es troben en situació de comunicació amb si mateixos (2001)) i per l'altra com a reguladores, pel fet de fer-les públicament. A tall d'il·lustració és interessant veure com la Carlota té en compte l'aportació realitzada pel Pau en el moment interactiu 4, tal com indica la figura adjunta, referida a la relació que hi ha entre l'home i l'edifici [18], gràcies al mitjà tecnològic, el qual ens mostra totes i cadascuna de les aportacions que realitzen els alumnes.

El que conversen:

[activitat 1](#) - **raquel** 14:54:04 5/28/2002 (3)

l'angle que forma els raigs, es un triangle rectangle,jo crec que si per que te un angle de  $90^{\circ}$ . si sabesim la longitud de l'home saria molt més facil.  
per saber la altura de la torre, tindriem que saber,quin es l'angle del triangle.  
aleshores, crec que la torre medeix 90.

**Re: activitat 1** - **CARLOTA** 15:05:23 5/28/2002 (2)

CONTESTACIÓ A LA RAQUEL:  
CREUS NOMÉS QUE HI HA UN ANGLE?. QUINA RELACIÓ TENEN L'HOMA AMB L'ADIFICI?.QUE SON ELS ANGLS REFLECTITS RESPECTE L'ALTRE

**Re: activitat 1** - **raquel** 15:13:28 5/28/2002 (1)

TENEN L'HOMA AMB L'ADIFICI?.QUE SON ELS ANGLES

REFLECTITS RESPECTE L'ALTRE

per la carlota:

no es que cregi nomes que ja un angle, però el que et diu clarament la mesura de l'angle es el de 90°.

la relació que te el home en l'edifici és que si no hi estigues l'home no sabriem,contesta tant facilment la pregunta.

[Re: activitat 1](#) - CARLOTA 15:18:18 5/28/2002 (0)

COM POTS VEURE HI HA UN ALTRE ANGLE OGUT( ES A DIR. QUE TE MENYS DE 90°) RESPECTE A LO DE LA RELACIÓ QUE TÉ L'HOME RESPECTE A L'EDIFICI ÉS QUE SON DIRECTAMENT PROPORCIONALS (AQUESTA RESPOSTA ME LA HA ENVIAT EL PAU)

El que fan:

La Raquel comença amb una interacció acumulativa ja que fa una explicació sobre el tipus d'angle que queda determinat pels raigs [9], però sense indicar la identificació de quins són els angles que considera. Fa una mena d'abús en la seva explicació, ja que no informa de quin és el triangle rectangle determinat. Fa una justificació, dóna una raó: "jo crec que si per que te un angle de 90°"[9] amb la qual cosa podríem dir que inicia una interacció exploratòria ja que justifica la mesura de l'angle, però d'una manera confosa, perquè no sabem si es refereix a l'angle reflectit en el mirall o a un altre angle. A continuació, fa una intervenció on ens diu "si sabéssim la longitud de l'home seria molt més fàcil"[10], però no ens diu per què seria més fàcil, i no dóna cap mena de justificació o de raó. És per això, que considerem aquesta aportació com una interacció acumulativa. Continua fent referència a l'angle per saber l'altura de la torre "per saber l' altura de la torre, tindríem que saber, quin es l'angle del triangle aleshores, crec que la torre medeix 90°"[11], situació que es va introduir en el moment interactiu 1 [8], on ens situa en referència a l'angle com la possibilitat de deduir l'altura de la torre. En aquesta situació es troba en una interacció disputant, ja que continua mantenint el seu criteri de referència ja iniciat anteriorment i que no ha modificat, tot i que hi afegeix un element nou com és la "longitud de l'home"[10]. Podem interpretar que la Raquel està justificant la seva intervenció realitzada en el moment interactiu 1, i ho aprofita per identificar la mesura de l'angle amb l'altura de la torre.

En la seva rèplica, la Carlota qüestiona el fet que la Raquel es fixi només en un angle [12]. Per tant, aprofita l'anterior intervenció de la Raquel per fer un qüestionament de les aportacions de la seva companya, no tant sols el referit als angles sinó al conjunt de les aportacions realitzades per la Raquel, "quina relació tenen l'home amb l'edifici"què són els angles reflectits respecte de l'altre". Fa que ella mateixa es qüestioni el que podem interpretar com interrogacions que ella mateixa es formula o bé que són fruit de la reflexió que ha provocat la interacció de la seva companya. Aquesta intervenció ens torna a situar en el canal personal (Kieran, 2001) pel fet que aquest qüestionament es fa públic, però no hi ha cap aportació respecte a la situació de l'activitat, tot i que comporta un manteniment de la cohesió, perquè les qüestions fan referència als elements que intervenen en totes dues aportacions. Al mateix temps, es produeix una interacció de regulació, ja que el fet de qüestionar el que l'altre companya ha expressatobre les portes a l'altre per tal que contempli més elements que al seu parer no ha tingut en compte. En aquest cas concret, podem dir que el fet de preguntar està obrint pistes als altres. En aquest sentit la interacció és interessant per tal com l'alumne és capaç d'interrogar-se, ni que sigui per fer palès els interrogants personals que són comunicats a l'altra companya. Un altre aspecte que ens sembla interessant destacar és el que fa referència al desconeixement sobre els raigs reflectits [14], la qual cosa ens assenyala que possiblement no ha fet ús interactiu de l'entorn virtual d'aprenentatge de les matemàtiques, ja que aquesta qüestió es troba incorporada en una de les ajudes d'aquest entorn.

A continuació, la Raquel fa una interacció/conversa disputant, ja que es manté ferma en la seva afirmació sobre la mesura de l'angle [15] sense donar cap mena de justificació, ni explicació sobre quin és el criteri que fa servir per tal de relacionar la mesura de l'angle amb l'altura de la torre. Tal com hem dit anteriorment en referència al marc teòric, repeteix la seva aportació, sense haver-hi incorporat cap element nou. És per això, que es troba en una interacció disputant, ja que no ha reflexionat sobre altres aspectes que es van aportant en tot el procés

comunicatiu. En referència a la relació de l'home, la seva aportació no ens dóna cap indici d'explicació sobre quin és el paper que hi juga. Fa una aportació que no manifesta cap canvi respecte de l'enunciació anterior, i tampoc no ens verbalitza les raons de per què "seria més fàcil contestar"[16]. Ens permetem interpretar-ho com que l'alumne ha de considerar l'alçada de l'home, però en cap cas manifesta com utilitzar o relacionar aquesta dada per trobar l'alçada de la torre.

La Carlota torna a intervenir manifestant que cal considerar un altre angle en aquest cas " com pots veure hi ha un altre angle agut"[17], però sense donar a conèixer quin dels angles aguts es refereix. Aquesta aportació, però, té l'aspecte interessant d'haver expressat que cal considerar altres angles diferents de l'angle recte.

Seguidament recull l'aportació del seu company Pau "respecte a lo de la relació que té l'home respecte a l'edifici és que són directament proporcionals"[18], la qual s'ha produït en un altre moment interactiu (moment interactiu 4) i que gràcies al mitjà tecnològic aquesta situació de comunicació ha pogut quedar recollida, i li ha donat la possibilitat d'alternar en un interval de temps la conversa. L'alumna comparteix aquesta aportació amb l'altra companya, sense fer cap raonament sobre això, per la qual cosa podem dir que ens trobem davant d'una interacció acumulativa, ja que no hi ha cap mena de justificació ni de reflexió sobre aquesta aportació.

Figura 23. Moment interactiu 2 Activitat 1 Grup Pau, Carlota i Raquel

En aquest moment interactiu també es pot produir una interacció exploratòria, de manera que un participant fa una justificació de la seva proposta de realització condicionada i afavorida pel mitjà tecnològic, però no justifica en cap moment en quins criteris es basa per dir que són semblants.

Aquesta interacció exploratòria es manté des del punt de vista que un altre participant demana explicacions i aclariments en funció de les aportacions que ha realitzat. A més també mostra el seu manteniment de la interacció de manera expansiva. Vegem-ne un exemple.

El que conversen:

[ACTIVITAT 2](#) - PAU 08:50:04 5/29/2002 (1)

Pel ue fa a l'activitat 3,l'he intentat resoldre la mitjançant una proporció, ja ue veig ue els dos triangles ue hi han poden ésser proporcionals i semblants. Jo faria el següent: el costat R-S és al costat X (P- ) com el costat -t és al costat T-R

[Re: ACTIVITAT 2](#) - CARLOTA 09:08:16 5/29/2002 (0)

PAU: ESPER-HO QUE AGIS LLEGIT LES MEVES RESPOSTES I M'AGRADERIA QUE EMB RESPONGUESIS EMBERS EL QUE T'HE ESCRIT,( SI ESTAS D'ACORD, SI NO HO ESTAS I PER QUE.) M'HA AGRADAT DE QUE EMB DONGUIS MES ALTERNATIVES PER INTENTA RESOLDRE AQUESTA ACTIVITAT.8 CARLOTA)

El que fan:

En Pau inicia aquest moment expressant que la seva resolució és "mitjançant una proporció"[7] i justifica la seva intervenció referida als triangles que veu [8] tot indicant que "poden ésser proporcionals i semblants"[8]. Aquesta situació pensem que és afavorida i/o condicionada pel model presentat, o sigui mercès al model tecnològic, que incorpora una simulació de la situació. A més, també permet la seva manipulació, de manera que fa possible que els alumnes interactuïn amb la pròpia activitat. És una justificació que fa sobre el fet de considerar la proporció per resoldre l'activitat, però en cap moment ens justifica per què són semblants, ni

explicita quins són els triangles que considera com a semblants. Sí que aquests triangles, tal com hem dit abans, queden visualitzats en el model presentat i podria ser que per això l'alumne no consideri necessari fer explícits quins són, perquè ja queden prou clars. A partir de la justificació que esmenta, l'alumne informa de la relació que estableix entre els costats [12] fent ús dels punts que són visualitzats en el model de l'activitat, per tal d'establir la proporció entre els diferents costats dels triangles que considera. Un fet interessant i destacable en relació a l'activitat 1, és que l'alumne fa ús dels punts que són donats pel model de l'activitat, i en cap moment, parla de les distàncies. Això, és significatiu respecte de l'activitat anterior, car aquí són utilitzats i en canvi anteriorment no, tot i que en el disseny de l'entorn d'aprenentatge de les matemàtiques, en concret en les ajudes, eren explicitats, així com en les intervencions amb el tutor.

La Carlota fa una intervenció en què li demana explicacions referides a les aportacions que ella ha manifestat, reclamant-li els seus acords i desacords [11] de manera que li siguin verbalitzats i justificats. Al mateix temps reconeix les alternatives que li són presentades [12]. És molt interessant el fet que en el seu discurs vagi incorporant el plantejament de qüestions, d'aclariments i de justificacions, perquè afavoreixen l'explicitació i la negociació que els alumnes van realitzant de la construcció i la comprensió del contingut.

Figura 24. Moment interactiu 2 Activitat 2 Grup Pau, Carlota i Raquel

#### 4.2.3 Moment interactiu 3 de manteniment

En el moment interactiu 3 es produeix una interacció/conversa acumulativa en què un participant fa una aportació cohesiva referida als angles i manifesta una evolució respecte del moment anterior. Un altre participant fa una repetició de les seves aportacions, fet que podem interpretar com una interacció acumulativa. A causa de la seva insistència, però, la podem considerar com una interacció disputant, ja que no modifica les seves intervencions, tot i que reconeix el que l'altre lievidencia, però no té en consideració, i per tant no reflexiona, allò que l'altre ha explicat. Això passa en el següent estadi:

El que conversen:

[ACTIVITAT 1](#) - **carlota** 14:57:12 5/28/2002 (3)

en aquesta activitat no tinc un resultat, emb motiu de que no l'acabo d'entendre del tot.

el que puc concloure es el següent:

\* tenim identificat un angle que no se quan mesura.

\* és el mateix angle el que es reflecteix amb l'altre.

\* crec que els angles que queden determinats: un angle de  $90^\circ$  es a dir, un angle recte; i un altre angle menor de  $90^\circ$  es a dir, un angle agut.

LA PREGUNTA QUE TINC DIFICULTATS I M'HA PREGUNTAT QUINA RELACIÓ TENEN ENTRE L'ADIFICI I EL MIRALL I ENTRE EL MIRALL I L'EDIFICI.

[Re: ACTIVITAT 1](#) - **raquel** 15:05:57 5/28/2002 (2)

carlota:crec que no tes de complicar tant,perquè si saps que el triangle format pels raigs és de  $90^\circ$ .Crec que el mirall sol es per ajudar a saberne l'altura de la torre.

[Re: ACTIVITAT 1](#) - **CARLOTA** 15:10:47 5/28/2002 (1)

SI, PERÓ UNA COSA RAQUEL L'HAS DE TENIR CLARA PER QUE NO NOMÉS HI HA UN ANGLE RECTE, ES A DIR, DE 90°, SINÓ QUE HI HA UN ALTRE ANGLE AGUT ES A DIR DE MENYS DE 90°. COMPROVA HO

[Re: ACTIVITAT 1 - raquel 1](#) 15:18:27 5/28/2002 (0)

carlota:ja hu se però crec que l'angle agut no te res a veure per descobrir la mesura de la torre.(vaig a començar a fer la segona activitat).

El que fan:

La Carlota planteja els seus dubtes en la resolució de l'activitat, "en aquesta activitat no tinc un resultat, amb motiu que no l'acabo d'entendre del tot"[19] i els fa públics als altres membres del grup. A continuació arriba a una mena de conclusió [20] que podem interpretar de l'observació i de l'anàlisi que fa de l'activitat. Com a fet destacable,, una evolució respecte de la situació que es donava en la seva intervenció anterior [14]. Ara ens diu que "és el mateix angle el que es reflecteix amb l'altre"[20], centrant-se en els angles que queden determinats en l'activitat.

Accentuant les seves dificultats i preguntant-se ella mateixa "quina relació tenen entre l'edifici i el mirall i entre el mirall i l'edifici"[21], ens tornem a trobar en un canal personal de comunicació (Kieran,2001) on l'alumne manifesta la seva dificultat de poder interpretar quin és el paper que realitza el mirall a l'hora de trobar l'altura de l'edifici. Pensem que és interessant aquesta aportació, en la mesura que revela les dificultats que té a nivell personal i les comunica als altres.

La Raquel, en la seva intervenció, l'anima a no complicar-se "Carlota: crec que no t'has de complicar tant"[22] però la justificació que li aporta continua fent referència al valor de l'angle recte de 90° [22]. Ens trobem davant d'una explicació, però sense la justificació de per què tria aquest camí. A continuació reconeix que el mirall té una utilitat, però en cap cas l'explicita [23].

En la rèplica la Carlota hi insisteix "perquè no només hi ha un angle recte, es a dir, de 90°, sinó que hi ha un altre angle agut, és a dir de menys de 90°"[24], en una clara mostra de fer prevaler la seva opinió, fet que no trobem en una interacció disputant, ja que vol que es consideri la seva aportació respecte del fet que hi ha un altre angle que cal considerar. És per això, quan a continuació fa la intervenció, que l'altra companya ho comprova "comprova-ho"[25]

La Raquel manifesta la seva conformitat "ja ho se però crec que l'angle agut no te res a veure per descobrir la mesura de la torre"[26], tot insistint que l'angle agut no cal considerar-lo, però sense explicar per què no cal tenir en consideració l'angle. A continuació ens informa que deixa aquesta activitat i que comença a realitzar la segona [27].

*Figura 25. Moment interactiu 3 Activitat 1 Grup Pau, Carlota i Raquel*

En aquest moment, les intervencions, són demandes d'explicacions de caire general i no se centren en cap element en concret. Aquestes demandes les podem situar en una interacció interlocutiva, atès que es fa un requeriment d'explicacions, però sense cap aportació referida a les situacions plantejades en les intervencions dels participants.

#### 4.2.4 Moment interactiu 4 d'exploració

Pel que fa al moment interactiu 4, els participants se situen d'entrada en un manteniment de la interacció, però a continuació se situen en una interacció exploratòria, de manera que

demanen explicacions i justificacions del que han aportat altres participants. En aquest sentit la intervenció del tutor en aquesta interacció/conversa continua en la línia de la interacció exploratòria, i planteja les qüestions d'una manera que provoca que els alumnes explicitin quins són els seus raonaments i que alhora els puguin justificar. Amb la seva intervenció procura que es produeixi un avançament de la interacció acumulativa cap a l'exploratòria, de manera que quedin exposats els referents de contingut matemàtic que els alumnes van construir i comprenent.

El que conversen:

[Activitat 1](#) - pau 2 15:09:07 5/28/2002 (4)

La relació que faig entre el mirall-l'home i entre el mirall-edifici és perquè crec que la relació que hi ha entre l'home i el mirall és directament proporcional a l'edifici i el mirall

[Re: Activitat 1](#) - rafa 09:13:18 5/29/2002 (2)

Em sembla que podem coincidir en el que dius però com saps que és una relació proporcional. En quins criteris et bases per dir això que em sembla molt interessant i encertat. Penso que pot aclarir idees que després podeu aprofitar.

[Re: Activitat 1](#) - raquel 09:24:33 5/29/2002 (1)

jo crec que es si que es directament proporcional, però tinc alguns dubtes.

[Re: Activitat 1](#) - pau 09:30:49 5/29/2002 (0)

penso ue és proporcional i semblant peruè tenen els mateixos angles o un angle en comú

[Re: Activitat 1](#) - CARLOTA 15:13:56 5/28/2002 (0)

RESPECTE A LO QUE HI DIUS ES CORRECTE PERÒ EXPLICAM AMB CLAREDAT COM HO HAS FET PERQUE( SI NO ET FA RES ESCLAR)

El que fan:

En Pau torna a intervenir donant una explicació de la relació que estableix entre les distàncies que ell té en compte “és perquè crec que la relació que hi ha entre l'home i el mirall és directament proporcional a l'edifici i el mirall”[28], però, tal com prova el seu escrit, no explicita com arriba a establir aquesta relació de proporcionalitat, quins són els criteris que té en compte per poder afirmar aquesta relació entre les distàncies que ell considera. Aquesta interacció acumulativa és interessant que s'expliciti ja que així els altres membres del grup poden recollir-la i analitzar-la o qüestionar-la. També té una importància pel fet que l'alumne informa els altres companys de quines són les distàncies que ell considera que cal tenir en compte.

La Carlota recull aquesta aportació, i fa un manteniment de la interacció “respecte a lo que dius és correcte”[29] tot i que li demana explicacions, “però expliquem amb claredat com ho has fet perquè”[29]. Això ho podem interpretar com una necessitat per part de la Carlota de conèixer quins són els criteris de realització que ha utilitzat en Pau per tal de poder establir la relació entre les distàncies que ell ha considerat. En definitiva, li està demanant que faci públic el seu raonament

La intervenció del tutor comença per reconèixer el que l'alumne diu [30]. En aquest cas, en Pau ho ha expressat, i a continuació s'ha centrat en la demanda a partir de la seva enunciació, la justificació del “com saps que és una relació de proporcional”[31], de manera que pugui fer explícits quins són els criteris pels quals estableix aquesta relació, amb la intencionalitat que passi d'una interacció acumulativa a una d'exploratòria on doni raons i si és

possible les justifiqui de manera que els altres membres del grup puguin apropiar-se d'aquests criteris, tal com mostra la continuació de la intervenció del tutor[32]. Sempre reconeixent l'aportació de l'alumne i també fent un reforçament d'aquesta expressió "molt interessant i encertat". En aquest cas es produeix una mediació (Cadzen, 1991) en la qual el tutor vol que es faci explícit el raonament i la justificació de l'alumne, de tal manera que el diàleg (Jorro, 2000) tingui continuïtat amb els seus companys i sigui possible la construcció i la comprensió del contingut matemàtic.

Es produeix la intervenció de la Raquel que recull tant la intervenció del Pau com la del tutor[34], però sense donar-la seva justificació. A continuació manifesta que "tinc alguns dubtes"[35]., sense informar de quins són aquests dubtes; es queda en una situació de comunicació interpersonal, en el sentit de fer palès que té dubtes, però sense fer-los públics.

En Pau, en aquesta aportació, dóna a conèixer el seu pensament "penso que és proporcional i semblant, perquè tenen els mateixos angles o un angle en comú"[36], tot recollint la proposta que anteriorment havia plantejat el tutor. Per tant, en la seva justificació, ens informa de quin és el criteri que ha utilitzat per determinar la relació proporcional, però sense fer referència al fet que són semblants.

Figura 26. Moment interactiu 4 Activitat 1 Grup Pau, Carlota i Raquel

En aquest moment interactiu es produeix un canvi força interessant respecte de les intervencions que hi ha hagut en els moments interactius anteriors. Fixem-nos en el següent estadi:

[Activitat 3](#) - **PAU** 11:16:42 6/03/2002 (12)

Per les dues, en l'activitat 3 s'ha d'aplicar el teorema de Pitàgores tal com hem dit a classe. Jo faria el següent: Com ke l'alçada de l'edifici (línia blava perpendicular al terra) no podem saber kina és utilitzaria la plomada. Si ens hi fixem forma un triangle semblant al gran. Mirant les distàncies ke determinen la plomada i la visió de l'home podem establir el teorema de Pitàgores entre el triangle petit i el gran.  
PAU

[Re: Activitat 3](#) - **pau** 12:01:43 6/03/2002 (0)

: PAU

[Re: Activitat 3](#) - **Rafa** 11:59:43 6/03/2002 (0)

Pau, mira de pensar si realment necessitem el teorema de Pitàgores. Com són els triangles que queden determinats i com podeu establir la relació de proporcionalitat per esbrinar l'alçada de l'edifici.

[Re: Activitat 3](#) - **Pau** 11:52:35 6/03/2002 (1)

M'he euivocat, ja ke s'ha d'aplicar una proporció entre els triangles semblants. Com ke no podem mesurar les distàncies de la torre de manera directa, jo utilitzaria una proporció entre el triangle petit i el gran. Exactament no sé les distàncies dins del triangle petit però crec ke es poden saber fàcilment mirant on es creuen la plomada i la visió de l'home

[Re: Activitat 3](#) - **Pau** 11:56:50 6/03/2002 (0)

: M'he euivocat, ja ke s'ha d'aplicar una proporció entre els triangles semblants. Com ke no podem mesurar les distàncies de la torre de manera directa, jo utilitzaria una proporció entre el triangle petit i el gran. Exactament no sé les distàncies dins del triangle petit però crec ke es poden saber fàcilment mirant on es creuen la plomada i la visió de l'home

[Re: Activitat 3](#) - **CARLOTA** 11:21:22 6/03/2002 (1)



Per les dues, en l'activitat 3 s'ha d'aplicar el teorema de Pitàgores tal com hem dit a classe. Jo faria el següent: Com ke l'alçada de l'edifici (línia blava perpendicular al terra) no podem saber kina és utilitzaria la plomada. Si ens hi fixem forma un triangle semblant al gran. Mirant les distàncies ke determinen la plomada i la visió de l'home podem establir el teorema de Pitàgores entre el triangle petit i el gran.

[Re: ACT 3 - Enric 11:25:04 6/03/2002](#) (0)

La respuesta la as encontrado tu?

[Re: Activitat 3 - raquel 11:20:13 6/03/2002](#) (6)

raquel pel pau:  
estic d'acord amb tu,

[Re: Activitat 3 - raquel 11:42:42 6/03/2002](#) (5)

raquel a els dos:  
jo crec que podriem mesura la altura del home més la del edifici. Com l'exercisi que hem fet en la classe anterior. El exercisi de la cometa; no?

[Re: Activitat 3 - CARLOTA 11:46:24 6/03/2002](#) (4)

: jo crec que podriem mesura la altura del home més la del edifici. Com l'exercisi que hem fet en la classe anterior. El exercisi de la cometa; no?

[Re: Activitat 3 - raquel 11:52:39 6/03/2002](#) (0)

per el Pau ja es entes que no es pot aplicar el teorema de pitagores. jo també cria que sabia de aplicar però ja m'ha ne adonat. ¿i, tu?

[Re: Activitat 3 - raquel 11:50:06 6/03/2002](#) (2)

de la raquel per carlota: jo creia també que aplicant el teorema de pitagores estava bé, però es verita el que tu dius sol serveix per la hipotenusa.

[Re: Activitat 3 - CARLOTA 11:54:22 6/03/2002](#) (1)

SOBRE EL SEGON ACLARIMENT ESTIC D'ACORD LLAVORENS LA TEVA CONCLUSIÓ SERIA QUE LA ACTIVITAT TRES FARIES EXACTAMENT EL EXERCICI QUE HEM COMENTAT A LA CLASSE D'EL COMETA. NO?  
EMB PODRIES EXPLICAR AMB LES DADES QUE ET FORMULA L'ACTIVITAT?

[Re: Activitat 3 - raquel 11:58:43 6/03/2002](#) (0)

exactament no però hem guiaria amb l'exercisi que emb fet a classe. Les dades serien, l'altura del home, els triangles semblants, triangles rectangles.

*Figura 27. Moment interactiu 4 Activitat 3 Grup Pau, Carlota i Raquel*

En aquest moment interactiu es produeix un canvi força interessant respecte de les intervencions d'en Pau, manifestat en els moments interactius anteriors. La interacció acumulativa d'en Pau, produïda per una situació externa [17] al desenvolupament de

l'activitat, la podem interpretar com la continuació d'un contracte (Brousseau, 1984) o de costum (Balacheff, 1988) que té la seva influència en el desenvolupament de l'activitat. Explicita les accions per a la resolució, com per exemple la utilització de l'instrument plomada [18]. També reconeix que el triangle, suposem que es refereix al que es determina en la plomada, és semblant al gran [19]. A continuació estableix una relació entre tots dos triangles i el teorema de Pitàgores, i no expressa com estableix aquesta relació tot aplicant el teorema de Pitàgores [20]. En aquest cas es produeix la intervenció del tutor per tal de posar en consideració la d'en Pau, de manera que es produeix una regulació, i es retorna a una interacció exploratòria, en què es qüestiona la necessitat d'aplicar el Th. de Pitàgores. Aquesta intervenció del tutor fa reflexionar els altres membres del grup, però cal contemplar la intervenció de la Carlota, ja que fa explícit el seu desacord [31] i el justifica en referència a la hipotenusa. Per tant, es produeix un canvi en la interacció acumulativa i la Carlota passa a situar-se en una interacció exploratòria, referida en aquest cas a l'aplicació del Th. de Pitàgores.

#### 4.2.5 Moment interactiu 5 d'aportacions

És molt interessant veure com en aquest moment la intervenció que es produeix comporta un manteniment de la interacció. L'aportació important, però, és la interpretació que en fa l'alumne, a partir de l'enunciació del procediment de resolució d'un altre alumne, i com fa pública la seva demanda de confirmació. Vegi's l'estadi següent.

[activitat 2](#) - francesc 09:21:54 5/29/2002 (0)

ARIADNA: ME LLEGIT LO QUE HA DIT LA NATALIA, I A OBSERVAT EL MATEIX QUE JO I A MÉS TOT EL PROCEDIMENT, PENSO QUE ES UNA BONA MANERA DE SABER LA SOLUCIO.  
NATALIA: VOLS DIR FENT'HI LA REGLA DE TRES, OI?

*Però aquest fet no ha estat justificat per l'alumne en concret, per què ell considera que és fer la regla de tres, sinó que es limita a interpretar l'aplicació de la regla de tres.*

Figura 28. Moment interactiu 5 Activitat 2 Grup Ariadna, Francesc, Natàlia

#### 4.2.6 Moment interactiu 6 d'evolucions

Il·lustrem aquest moment amb l'estadi del fòrum de l'activitat 2 del Grup Ariadna, Francesc, Natàlia

[Continuem amb l'activitat 2!](#) - **Ariadna** 12:07:05 5/29/2002 (13)

Em de continua fent l'activitat 2 per veure si podem arribar a alguna conclusió. D'acord?  
Si volueu escriure un missatge feu-lo després d'aquest.  
Val?

[Continuació de la 2](#) - **Ariadna** 12:55:19 5/29/2002 (0)

La recta PT és semblant a la recta TS o RS?

[Re: ACTIVITAT 2](#) - **FRANCESC** 12:18:41 5/29/2002 (0)

VINGA SI PERO EM DE INTENTAR RELACIONAR TOTES LES IDEAS PER TREUREN UNA CONCLUSIO, COM HO FEM? JO ESTIC PENSANT-HO.

[Re: Continuem amb l'activitat 2!](#) - **FRANCESC** 12:16:24 5/29/2002 (10)

VALE, PERO TENIM QUE AGAFAR TOTES LES IDEAS I INTENTAR RELACIONARLAS, D'ACORD?  
VINAGA SOMI!

[Act. 2](#) - **Ariadna** 12:23:29 5/29/2002 (9)

He observat que si desplaçem el punt Q fins a la part de adalt del riu (a sota del punt P) i després el punt T el mous cap a esquerra fins que el punt S es troba a la part de sota del riu. Ho enteneu? Feu-lo i veure-ho que el triangle de l'esquerra encara segueix sent semblant que el triangle de la dreta. I la recta que es veu al final, RS, es la distància de l'amplada del riu.

[Re: Act. 2](#) - **Natalia** 12:28:15 5/29/2002 (5)

ARIADNA: He fet això que dius i entenc perque ho fas però no sé com esbrinarem l'amplada ja que el costat ampliat canvia de distància. Pots explicar-m'ho, siusplau?

[T'ho explico Natalia](#) - **Ariadna** 12:30:53 5/29/2002 (4)

La recta PQ ha de ser proporcional a la recta RS si són triangles semblants.

[Re: T'ho explico Natalia](#) - **Natalia** 12:37:28 5/29/2002 (3)

Això no és el mateix que el que jo deia, però a l'inrevés?

[Re: T'ho explico Natalia](#) - **Ariadna** 12:41:24 5/29/2002 (2)

Si però és que no t'havia entès. Però com a l'inreves?

[Re: T'ho explico Natalia](#) - **Natalia** 12:45:09 5/29/2002 (1)

Resoldre-ho com dius tot, però sense canviar de lloc els costats.

[per a la Natalia](#) - **Ariadna** 12:46:58 5/29/2002 (0)

Ah...

Fes un moment el que te dit, sius plau.

Quan estiguis avisam. D'acord?

[Re: Act. 2](#) - **FRANCESC** 12:27:50 5/29/2002 (2)

TENS RAÓ PERO... TINDRIEM D'ANAR CAP A L'ACTIVITAT TRES MENTRE ANEM PENSANT SOBRE LA DOS, PERQUE SINO SENS PASSA EL TEMPS.D'ACORD?CONTESTEU!.

[Re: Act. 2](#) - **Natalia** 12:34:08 5/29/2002 (0)

Tens tota la raó, però has vist alguna cosa en l'act. 3?

[Re: Act. 2](#) - **Natalia** 12:31:46 5/29/2002 (0)

Tens tota la raó, però has vist alguna cosa?

*Figura 29.* Moment interactiu 6 Activitat 2 Grup Ariadna, Francesc, Natàlia

Aquest moment interactiu s'inicia amb la intervenció de l'Ariadna, fent un manteniment de la interacció, convidant els seus companys a trobar alguna conclusió en referència a l'activitat. També fa el suggeriment de continuar la interacció a partir de la seva intervenció.

En la següent aportació, l'Ariadna planteja una qüestió als seus companys, però no diu per què la fa, què vol saber i quins són els seus motius per plantejar-la. A l'hora de fer la nostra interpretació d'aquesta intervenció, pensem que es produeix una confusió en el llenguatge que utilitza, ja que fa referència a rectes semblants, de manera que podem pensar que l'alumna vol referir-se a rectes proporcionals, quan de fet hauria de parlar de distàncies o de costats dels triangles proporcionals i no semblants. En aquest cas, és possible, que sigui un abús en quan a la utilització del discurs coherent, en referir-se als criteris de semblança, i la relació de proporcionalitat entre els seus costats com a conseqüència d'aquesta semblança de triangles.

Tot i que el fet d'haver plantejat una pregunta o qüestió podria situar la intervenció en una interacció exploratòria, cal considerar que no expressa el seu raonament, sinó que simplement queda plantejada, com si fos una pregunta que es fa a si mateixa i com si demanés una resposta a l'interrogant que té plantejat.

Les intervencions d'en Francesc fan referència a un manteniment de la interacció. En aquestes no es produeix cap nova aportació des del punt de vista del discurs per a la resolució de l'activitat. Convida les seves companyes a treure'n una conclusió i planteja el recull de totes les idees [42 i 44].

Es produeix una interacció interlocutiva on es fa palès el manteniment de la interacció, sense fer aportacions noves cap a la resolució de l'activitat.

L'Ariadna, en la seva nova intervenció, enumera les accions que realitza en el model presentat [46], tal com mostra la següent figura on queden seqüenciades les accions que l'alumna ha

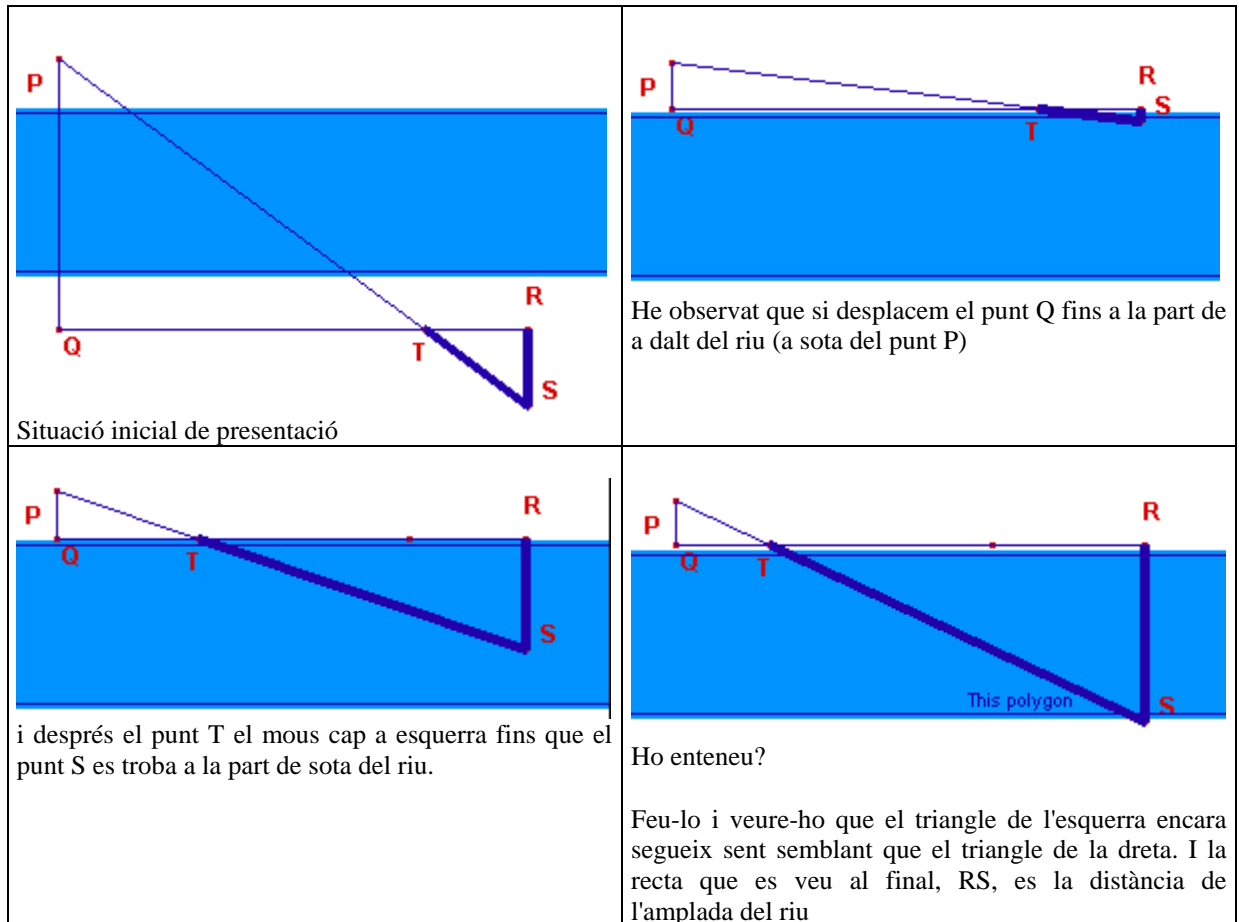


Figura 30. Descripció dinàmica de les accions realitzades per l'Ariadna

realitzat però sense dir en què consisteix aquesta manipulació/experimentació a partir del model, ni expressa què pretén quan realitza aquestes accions. A continuació demana als seus companys si el que ha comunicat s'entén. En la següent intervenció proposa que els seus companys ho facin i informa que els triangles són semblants [48]. És molt interessant la manipulació que l'alumne realitza a partir del model proposat, de manera que ha verbalitzat les accions que ha realitzat en el model per obtenir de manera experimental la distància del riu, situació important, ja que destaca que els triangles continuen sent semblants, però sense donar a conèixerel perquè d'aquesta semblança. Per tant el model presentat, gràcies al mitjà tecnològic que interactua amb l'alumne, fa una mediació en la resolució visual de l'activitat. En tot el procés de la seva intervenció no fa una explicació ni una justificació de les seves

accions. Només es limita a exposar les accions que ha realitzat gràcies a la manipulació del model per poder trobar la distància del riu. El fet significatiu és la seva verbalització/explicitació pública de les accions que ha realitzat per obtenir aquesta distància, en el sentit que poden ser analitzades i contrastades amb els seus companys.

En la següent intervenció, la Natàlia informa que ha realitzat les accions sobre el model presentat i mostra la seva comprensió pel que fa a aquesta actuació “entenc perquè ho fas”, però sense enunciar quins són els criteris d'aquesta comprensió. Al mateix temps posa en dubte l'actuació per determinar l'amplada del riu, ja que fa referència a un “costat ampliat” en el qual s'ha produït un canvi de “distància” [50]. Finalitza la seva intervenció demanant una explicació sobre això.

En aquesta situació de comunicació es veu clarament una interacció exploratòria, pel fet que els alumnes posen en qüestió les seves aportacions. També es dona una interpretació no explicitada de la comprensió, quan a entendre i a interpretar l'actuació d'un alumne en la resolució de l'activitat, però fent constar la seva demanda d'explicacions que aclareixin el seu procediment. En aquest cas es produeix una situació en el sentit que els alumnes estan en una coherència i en un context en què no cal els perquè, ja que es donen per suposats.

L'Ariadna, en funció de la demanda plantejada per la seva companya, se centra en el fet de donar una justificació de proporcionalitat entre la recta PQ i la recta RS pel fet que són triangles semblants [52]. En aquesta intervenció és fa pública la justificació de la proporcionalitat, com a conseqüència de l'experimentació anterior i de la demanda plantejada, car com que els triangles continuen sent semblants les rectes han de ser proporcionals. Però no s'expressa de manera general com es pot trobar aquesta distància. Per tant, es fa un intent de constatar que els triangles són semblants i que les distàncies són proporcionals, però no s'expressa aquesta relació en funció de les dades que es tenen de manera que permeti expressar una relació per trobar la distància del riu.

La Natàlia, en la seva intervenció, posa de manifest la seva coincidència amb la seva companya, però manifestant que és el mateix que havia aportat ella, “però a l'inrevés”[53]. En funció d'aquesta intervenció es mostra una negociació entre els alumnes sobre les seves actuacions, de tal manera que al mateix temps s'està realitzant una negociació dels significats que cadascú té en la resolució de l'activitat.

L'Ariadna, en la seva intervenció, primerament mostra el seu acord, confirma que anteriorment “no t’havia entès”, per a continuació demanar un aclariment “però com a l'inrevés?”, ja que l'alumne no interpreta aquest “inrevés”.

La Natàlia fa entendre en la seva intervenció què significa “inrevés”, de manera que aprofita la resolució de la seva companya, però amb la indicació de “sense canviar de lloc els costats”[55].

L'Ariadna confirma, en la seva intervenció, el que ha estat explicitat per la Natàlia “Ah..” i hi mostra el seu acord, però al mateix temps insisteix que torni a experimentar, però sense evidenciar amb quina intencionalitat. No sabem si només és per donar constància de la confirmació de la seva actuació.

#### 4.2.7 Moment interactiu 7 de generalització i creativitat

Una vegada que s'ha produït una interacció exploratòria s'obliga els participants en la interacció a fer públiques les seves explicacions i les seves justificacions, la qual cosa implica que han de fer fer la seva pròpia construcció i comprensió de les seves idees, tal i com obliga que es faci una estructuració en referència al discurs matemàtic.

Vegi's els estadis següents.

[activitat 2](#) – **raquel 6** 12:19:23 5/29/2002 (2)

pau:que t'ha fet pensar per fer la regla de tres?per dir l'amplada del riu

[Re: activitat 2](#) - **pau** 12:25:59 5/29/2002 (1)

: pau:que t'ha fet pensar per fer la regla de tres?per dir l'amplada del riu. Ha veure Rakel, tu veus ke els angles dels triangles són iguals oi? Per tant si són iguals voldrà dir ke akests triangles són els mateixos però un té els segments més grans però de manera proporcional respecta l'altre.

[Re: activitat 2](#) - **raquel 7** 12:31:47 5/29/2002 (0)

raquel a pau:  
si que vec que els angles son iguals.val ja hu he entes millor.

En aquest moment la Raquel expressa de manera clara el fet que se li justifiqui l'aplicació de la “regla de tres” per trobar l'amplada del riu [58], ja que sembla que per a ella aquesta acció encara no està clara . És interessant que es facin aquestes demandes doncs, això, obliga els participants en la interacció a donar explicacions i justificacions de les seves accions. A més, també es veuen convidats a estructurar el seu discurs de manera que pugui ser entenedor per als altres.

En Pau repeteix de nou un plantejament que ja havia realitzat anteriorment en un altre moment, de manera que identifica el criteri dels angles [59] i com a conseqüència d'aquesta igualtat dels seus angles explicita quina és la relació que s'estableix entre els seus costats [60], tot indicant que els segments són més grans en un triangle que en l'altre. És molt interessant veure com en Pau, en aquesta intervenció, per tal de donar coherència al seu discurs no utilitza el concepte de semblança, i el canvia per "són els mateixos" i com en funció d'aquest criteri introdueix de nou el fet que un és més gran que l'altre i que tenen una relació proporcional entre ells.

La Raquel confirma que els angles són iguals [61]. Manifesta que s'ha produït un canvi respecte de la situació anterior, "val je ho he entès millor"[61], cosa que ens permet interpretar que s'ha produït una evolució respecte de la situació inicial de la Raquel, gràcies a les aportacions d'en Pau. Per tant, podríem dir que s'ha produït una regulació.

*Figura 31 Moment interactiu 7 Activitat 2 Grup Pau, Carlota, Raquel*

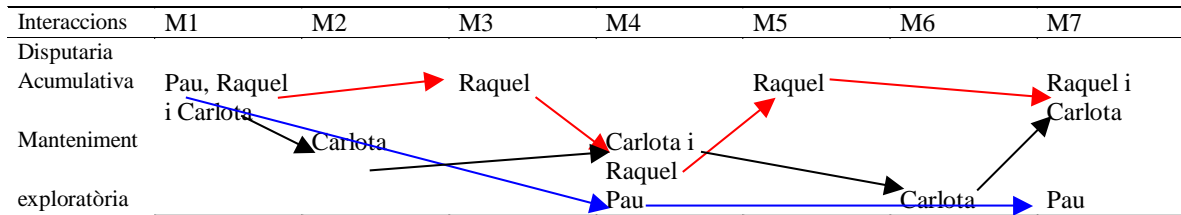
Tot i que es produeixen unes justificacions per part d'en Pau, aquestes faciliten que la Raquel manifesti la seva comprensió, que es contempli un canvi respecte de les situacions anteriors, i que tinguin un efecte de regulació, gràcies a la intervenció d'en Pau.

### *4.3 Beneficis socials de les converses apropiats pels participants*

#### *4.3.1 Habilitats en la participació en la interacció*

En funció de l'anàlisi de cadascun dels moments interactius que tenen lloc en el procés comunicatiu entre els alumnes participants, podem dir que es produeix una evolució en el Pau, ja que al principi es manifestava en una interacció acumulativa, i s'ha anat modificant cap a una interacció exploratòria, on es tenen en compte les propietats dels triangles rectangles referits a la semblança. En Pau és capaç d'organitzar un discurs coherent en l'explicitació de les accions de resolució. En canvi, tant la Carlota com la Raquel se situen en una interacció acumulativa, tot i que la Raquel en determinats moments se situa en una interacció disputant per la seva insistència en les repeticions. No obstant, en funció de tota la xarxa conversacional, van evolucionant en la incorporació dels aspectes matemàtics que calen considerar per a la resolució de l'activitat. Pensem que aquests moments són més reflexionats per part de la Carlota, tal com mostra la Taula IV

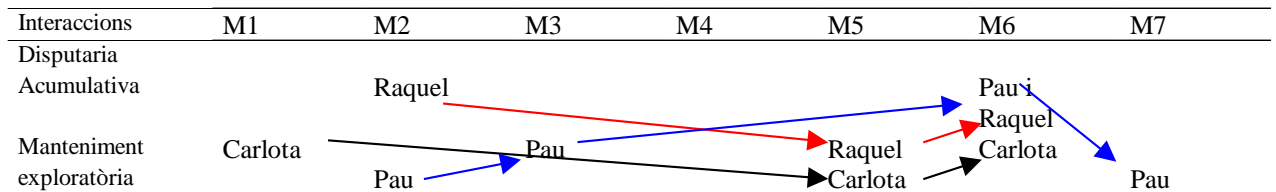




TAULA IV

Sobre l'activitat 1 i el grup del Pau, la Carlota, la Raquel

Tal com es posa de manifest en l'anàlisi, els alumnes participants es troben centrats en unes interaccions acumulatives, tot i que en determinats moments interactius es produeixi un canvi cap a les exploratòries, de manera que donen explicacions, justificacions o demanen aclariments en funció de les intervencions dels seus companys. És a dir, s'estan posant en joc habilitats d'alt rang (vegi's Figura 32). Per tant podem destacar com a fet important que les interaccions disputants no es produeixen, i això ens permetem de valorar-ho com un benefici del procés comunicatiu, ja que els alumnes se centren en la resolució de l'activitat. És interessant com les interaccions de manteniment permeten afavorir en alguns moments les regulacions que els propis alumnes realitzen, i permeten també donar coherència a tot el procés comunicatiu. Cal destacar un benefici molt important, com és l'aportació que el mitjà tecnològic juga a favor de les interaccions que els alumnes realitzen. Aquesta eina facilita l'apropiació per part dels alumnes d'elements sobre el contingut matemàtic, de la participació i del canvi en la forma de participar, elements que abans no estaven recollits i que ara són incorporats en les seves interaccions, tal com mostrem en la següent taula.

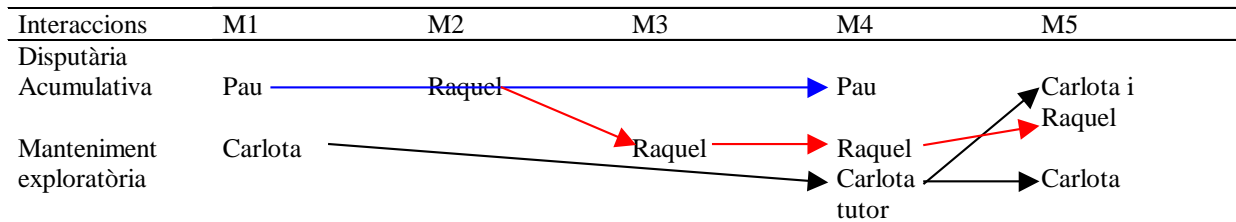


TAULA V

Sobre les interaccions en l'activitat 2 i el grup d'en Pau, Carlota, Raquel

En funció de l'anàlisi i de la síntesi, tal com recull la figura adjunta taula VI, podem manifestar que s'han produït canvis en les intervencions d'en Pau, ja que en la seva interacció acumulativa fa referència a continguts nous, en concret, a la relació dels costats i els angles.

Però en el moment interactiu 4, gràcies a la intervenció del tutor, es produeix una regulació quant a la seva interacció acumulativa, que recull un element extern, l'aplicació del teorema de Pitàgores, la qual cosa afavoreix que la Carlota expressi un canvi en realitzar una justificació durant aquesta interacció, situació que ens sembla molt interessant de destacar com a evolució per part de la Carlota.

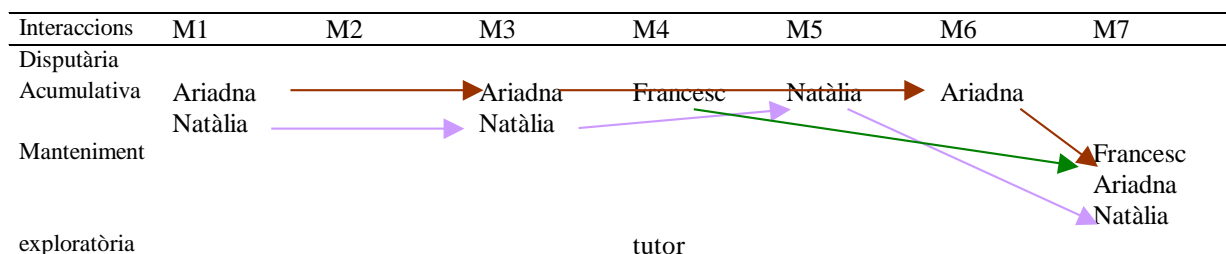


TAULA VI

Sobre l'activitat 3 i el grup d'en Pau, la Carlota i la Raquel

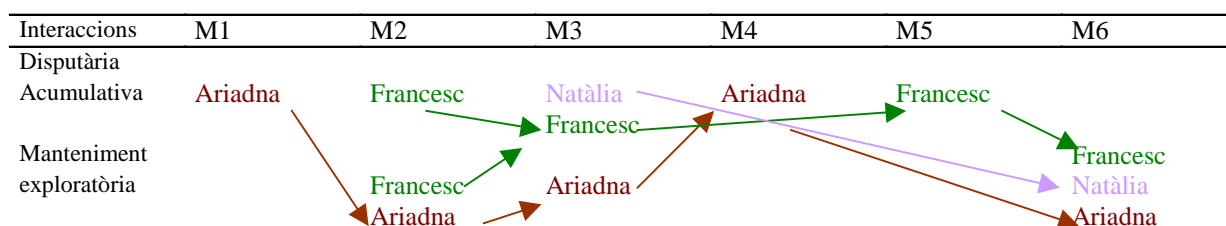
A partir de l'anàlisi dels moments interactius, podem destacar que les primeres intervencions que es produeixen, per part de l'Ariadna i la Natàlia, no han recollit les reflexions que s'han produït en els quadres de diàleg amb el tutor. Per tant, podem interpretar que aquestes alumnes no han tingut en compte les reflexions i han intervingut en el fòrum sense considerar-les, manifestant així una interacció acumulativa, ja que repeteixen el que ja havien manifestat en la comunicació amb el tutor. Així doncs, no es produeix un procés de regulació, que pugui ser aprofitat en les interaccions que tenen lloc en el fòrum. Aquesta situació és diferent de la d'en Francesc, ja que ell inicia la seva interacció acumulativa des de la regulació produïda amb el tutor. En algun moment es produeix un intent de situar-se en una interacció exploratòria, però s'abandona per situar-se de nou en interaccions acumulatives i de manteniment, de manera que no són explicitats els criteris o motius en funció de les seves elaboracions. La intervenció del tutor en un moment determinat provoca una modificació, per tant una regulació en la interacció que s'està produint, que fa que l'alumne canvi el seu enfocament referent als plantejaments que havia realitzat fins ara, però que no són recollits pels altres membres del grup, la qual cosa fa que quedi en suspens la seva evolució. Cal considerar que es produeixen força interaccions de manteniment de la interacció, però que no són aportacions en referència a la resolució de l'activitat en concret, sinó que estan més aviat orientades al manteniment de la comunicació. Per tant, el seu context no està centrat en l'activitat. En conseqüència, doncs, no es produeixen modificacions dels seus referents.

També podem interpretar que es produeix un cert relaxament en les seves aportacions, pel fet que en un moment concret es produeixen força interaccions interlocutives, tal com es mostra en la taula VII



Taula VII  
sobre l'activitat 1 i el grup Natàlia , Francesc i Ariadna

Cal destacar que en el procés de comunicació que es du a terme per part dels participants en el fòrum, a mesura que el procés avança en la resolució de les activitats, tenen lloc intervencions que se situen en una interacció acumulativa, i es produeix una evolució cap a interaccions exploratòries en les quals tenen lloc poques interaccions de manteniment, o no són tan destacables, tal com mostra la figura de la taula VIII



Taula VIII  
sobre l'activitat 2 i el grup Natàlia,Francesc i Ariadna

Com a conseqüència de l'evolució que es produeix en el procés comunicatiu, podem inferir que, en funció del desenvolupament de les activitats i de la participació en el fòrum, els alumnes mantenen unes xarxes conversacionals concentrades, no tan disperses com en les

activitats anteriors, fent que les rèpliques i les contrarèpliques es produeixin col.laborativament entre els alumnes, i produint-se una implicació entre els alumnes a l'hora de la resolució de les activitats, tal com es mostra en la figura següent.

[Continuem amb l'activitat 2!](#) - **Ariadna** 12:07:05 5/29/2002 (13)

Em de continua fent l'activitat 2 per veure si podem arribar a alguna conclusió. D'acord?

Si voleu escriure un missatge feu-lo després d'aquest.

Val?[Continuació de la 2](#) - **Ariadna** 12:55:19 5/29/2002 (0)

La recta PT és semblant a la recta TS o RS?

[Re: ACTIVITAT 2](#) - **FRANCESC** 12:18:41 5/29/2002 (0)

VINGA SI PERO EM DE INTENTAR RELACIONAR TOTES LES IDEAS PER TREUREN UNA CONCLUSIO, COM HO FEM? JO ESTIC PENSANT-HO.

[Re: Continuem amb l'activitat 2!](#) - **FRANCESC** 12:16:24 5/29/2002 (10)

VALE, PERO TENIM QUE AGAFAR TOTES LES IDEAS I INTENTAR RELACIONARLAS, D'ACORD?

VINAGA

SOMI!

[Act. 2](#) - **Ariadna** 12:23:29 5/29/2002 (9)

He observat que si desplaçem el punt Q fins a la part de adalt del riu (a sota del punt P) i després el punt T el mous cap a esquerra fins que el punt S es troba a la part de sota del riu. Ho enteneu? Feu-lo i veure-ho que el triangle de l'esquerra encara segueix sent semblant que el triangle de la dreta. I la recta que es veu al final, RS, es la distància de l'ampladadelriu.

- [Re: Act. 2](#) - **Natalia** 12:28:15 5/29/2002 (5)

ARIADNA: He fet això que dius i entenc perquè ho fas però no sé com esbrinarem l'amplada ja que el costat ampliat canvia de distància. Pots explicar-m'ho, siusplau?

- [T'ho explico Natalia](#) - **Ariadna** 12:30:53 5/29/2002 (4)

La recta PQ ha de ser proporcional a la recta RS si són triangles semblants.

- [Re: T'ho explico Natalia](#) - **Natalia** 12:37:28 5/29/2002 (3)

Això no és el mateix que el que jo deia, però a l'inrevés?

- [Re: T'ho explico Natalia](#) - **Ariadna** 12:41:24 5/29/2002 (2)

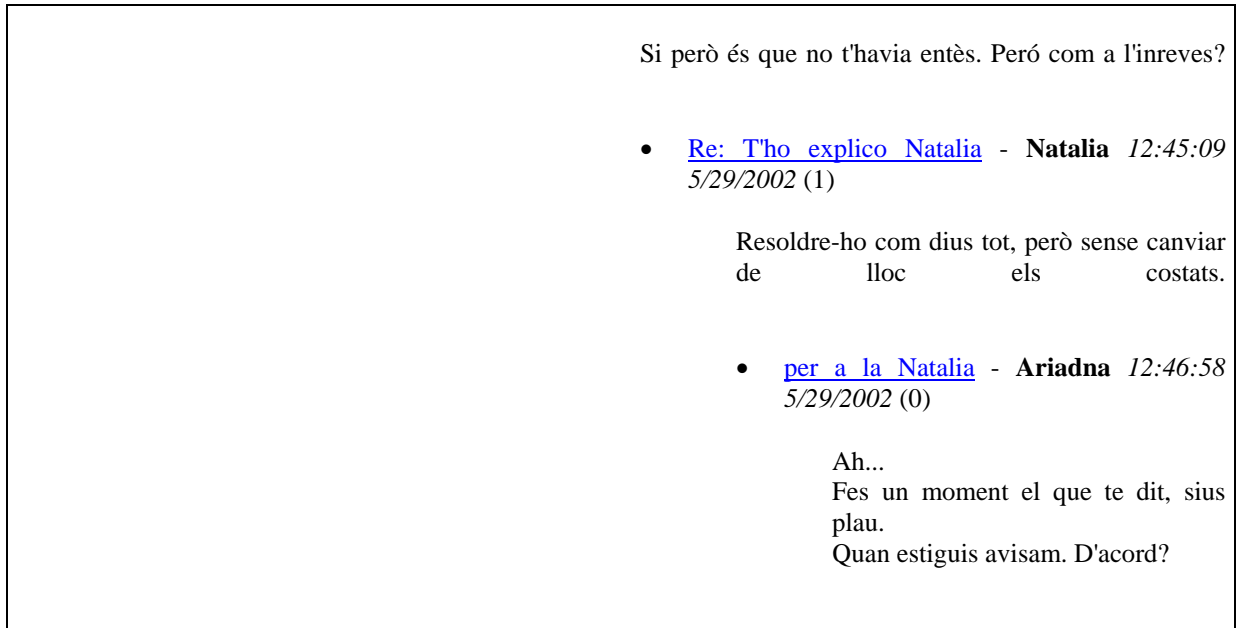


Figura 32. Beneficis socials de la xarxa conversacional

Si analitzem l'evolució dels participants podem identificar com mostren diferents rangs d'habilitats i com passen de les habilitats de rang mitjà

([Act. 2](#) - Ariadna 12:23:29 5/29/2002 (9))

- He observat que si desplaçem el punt Q fins a la part de adalt del riu (a sota del punt P) i després el punt T el mous cap a esquerra fins que el punt S es troba a la part de sota del riu. Ho enteneu? Feu-lo i veure-ho que el triangle de l'esquerra encara segueix sent semblant que el triangle de la dreta. I la recta que es veu al final, RS, es la distància de l'amplada del riu.)

a les de rang alt:

([T'ho explico Natalia](#) - Ariadna 12:30:53 5/29/2002 (4))

La recta PQ ha de ser proporcional a la recta RS si són triangles semblants.)

En aquesta anàlisi podem identificar les tres característiques que proposa Wenger (2001) per definir una comunitat de pràctica. En primer lloc, es veu que els participants es comprometen a renegociar les diferents accions de la resolució de l'activitat 2; en segon lloc, hi ha un compromís mutu i tàcit de treballar col.laborativament en les aportacions que cadascun dels participants fa per tal d'arribar a la solució de l'activitat i, en tercer lloc, utilitzen un repertori compartit de recursos com és el propi Aplet de Cabri Java i els seus escrits (converses que utilitzen el llenguatge escrit) tenen una coherència respecte del contingut matemàtic, ja que utilitzen la mateixa terminologia.

4.3.2 *La significació dels continguts matemàtics*

Un cop hem contemplat els aspectes de la participació en la interacció, considerem que és prou important de destacar els aspectes matemàtics que es negocien i es desenvolupen per part dels participants en la interacció i que donen una significació matemàtica al discurs que els interactuants manifesten en la resolució de l'activitat, mostrant d'aquesta manera la seva evolució al llarg del procés. Cal tornar a remarcar que les interaccions són un mitjà per construir i negociar significats matemàtics i que l'aprenentatge l'entendem aquí com un canvi en la forma de participar i d'interaccionar i en la incorporació d'elements i relacions matemàtiques com a contingut de les interaccions. Tal com hem vist en l'apartat anterior, en la mesura que es produeix el desenvolupament de les interaccions els participants posen de manifest els seus significats matemàtics en relació a l'activitat, i mentre aquest es va duent a terme els participants van negociant i modificant el significat matemàtic en qüestió, tal com mostra la taula adjunta en referència a l'activitat 2 del grup de l'Ariadna, Natàlia i Francesc. No considerem les interaccions disputants o de discussió, que no es produeixen, ni les que fan referència al manteniment, perquè ens interessa ressaltar el canvi de significació que s'esdevé en referència al contingut matemàtic, entenent que sempre es produeixen interaccions de manteniment intercalades amb les altres.

TAULA IX

Sobre el significat matemàtic en referència a l'activitat 2 del grup de l'Ariadna, la Natàlia i en Francesc

| INTERACCIONS | M1   | M2   | M3   | M4  | M5   | M6 |
|--------------|--|--|--|---|--|----|
| ACUMULATIVA  | <u>Ariadna</u>                             | <u>Francesc</u>  | <u>Natàlia</u>   | <u>Ariadna</u>                              | <u>Francesc</u>  |    |
|              | Triangles semblants                        | Dos triangles que tenen en comú un origen.                 | Són semblants<br>Mesura de R-T i T-Q<br>llavors mirem si hi ha proporcionalitat                  | Distàncies dels punts T i R respecte al riu | Identificació de la relació entre les distàncies:<br>aplicació de la regla de tres |    |
|              | Angles en comú:<br>90°<br>dos menys de 90° | Gir de 180°<br>Són semblants perquè tenen un angle en comú | Mesura de R-S i aplicar la relació del costat T-Q amb R-T al costat mesurat R-S i dóna l'amplada |   |  |    |
|              |  |  | Exemplificaci  |   |  |    |

|              |   |  |   |
|--------------|---|--|---|
|              |   | ó concreta<br>amb nombres.   |   |
|              |   | R-T mesura 8,<br>R-Q mesura<br>16, vol dir que<br>la relació és<br>2, llavors R-S<br>és 6 l'amplada<br>del riu serà<br>12. |   |
|              |   | Identificació<br>de les mesures<br>: R-T,R-Q,R-<br>S   |   |
| EXPLORATÒRIA | <u>Ariadna</u>  | <u>Ariadna</u>   | <u>Ariadna</u>  |
|              | Què més<br>tenen en comú<br>aquests<br>triangles?                 | Per què la<br>relació és 2?<br><br>Concreció<br>amb dades no<br>senyalitzades  | P-T és<br>semblant a T-<br>S o R-S?<br><br>Relació de les<br>accions de<br>resolució i<br>visualització |
|              | <u>Francesc</u>   |  |   |
|              | Tenen en<br>comú els<br>angles, el punt<br>mig que és<br>l'origen | Natàlia<br><br>T-R 3 vegades<br>més petita que<br>Q-R, R-S serà<br>3 vegades més<br>petita que P-Q                         | Són semblants<br><br>P-Q ha de ser<br>proporcional a<br>la recta R-S si<br>són triangles<br>semblants   |
|              | Són rectangles  |  | <u>Natàlia</u><br><br>El mateix<br>però sense<br>canviar de<br>lloc els costats                         |

Des de la matemàtica, en aquest procés, té una significació important, la identificació dels triangles semblants, ja que l'Ariadna i en Francesc expliciten el criteri, concretat en els angles, que contempen en relació a la semblança dels triangles, com el fet de ser triangles rectangles. Cal considerar que en Francesc introdueix el fet del gir. Fet que podem interpretar com la necessitat de situar els dos triangles rectangles en posició de Tales, confirmant així que l'origen en comú és l'angle que tenen en comú. En aquest sentit, la Natàlia recull la significació dels triangles semblants i se centra en el procediment de trobar la distància del riu, de manera que identifica les mesures que cal tenir presents en la resolució de l'activitat.

El seu procediment se centra en el fet de comparar les distàncies, la qual cosa interpretem en el sentit que la raó o la relació entre les distàncies té una significació important, com si determinés la raó de semblança entre els triangles. Tot i això, però, no ho formula en la seva expressió matemàtica per mitjà de la proporció entre les distàncies. En aquest cas pren força sentit, en el marc de la interacció, la demanda explicitada per l'Ariadna, ja que no agafa el mateix significat i per ella la relació és 2.

En Francesc interpreta la relació plantejada per la Natàlia prenent un significat clar, “regla de tres”, com una interpretació matemàtica del procediment per calcular la distància. Aquest fet el podem considerar com una evolució important en referència a la seva situació inicial, ja que abans només se centrava en el criteri dels angles, i ara té en compte l'aplicació de la regla de tres per trobar-ne la distància que hi manca.

En acabar el procés es produeix un canvi en l'Ariadna, facilitat per la manipulació del model, pel fet que presenta una evolució i, al mateix temps, una negociació dels significats amb la Natàlia per poder obtenir la distància del riu, deixant constància que són semblants i que P-Q i R-S han de ser proporcionals.

Per tant, constatem una evolució en l'Ariadna pel que fa a la significació matemàtica, tal com mostra la taula adjunta, ja que en el procés interactiu que es desenvolupa es produeix una transformació de l'estadi inicial, on contempla la mesura i l'amplitud dels angles, i, per tant, la identificació dels triangles rectangles en funció del criteri dels angles. A l'estadi intermedi 1, considera la necessitat de les distàncies, i la mesura de les longituds. Atès que no és suficient aquest criteri per obtenir la distància inaccessible del riu i en relació amb aquesta mesura de longitud, qüestiona “la relació de 2”, com a aportació obtinguda en el fòrum, on s'esdevé la comparació entre les diferents distàncies, emprant com a exemple, la raó entre aquestes distàncies que, en l'estadi final, dona el significat matemàtic en referència als triangles, els quals són semblants i, en la mesura, són proporcionals.

#### TAULA X

Sobre l'evolució del significat matemàtic de l'Ariadna

---

|                |                     |
|----------------|---------------------|
| ESTADI INICIAL | Triangles semblants |
|                | Angles en comú:     |
|                | - 90°               |
|                | dos menys de 90°    |



---

|                    |   |  |
|--------------------|---|--|
| ESTADI INTERMEDI 1 | Concreció amb dades no senyalitzades        |  |
|                    | Distàncies dels punts T i R respecte al riu |  |
| ESTADI INTERMEDI 2 |   | Per què relació és 2?  |
| ESTADI FINAL       |   | Són semblants  |
|                    |   | P-Q ha de ser proporcional a la recta R-S si són triangles semblants |

---

Pel que fa al Francesc, tal com mostra la taula adjunta, la seva significació se centra en l'amplitud dels angles, en la identificació dels triangles rectangles, fonamentada per l'amplitud de l'angle agut, considerada com a igual, atès que identifica el punt mig, en el sentit de dos angles oposats pel vèrtex que tenen la mateixa amplitud. La seva evolució i el seu canvi en la significació matemàtica es produeix gràcies a l'aportació produïda durant la interacció, en identificar la relació entre les distàncies per significar l'aplicació de la regla de tres, com a càlcul de la longitud desconeguda en funció de les tres que es poden mesurar directament.

TAULA XI

Sobre l'evolució del significat matemàtic del Francesc

---

|                  |   |   |
|------------------|---|---|
| ESTADI INICIAL   | Dos triangles que tenen en comú un origen.  |   |
|                  | Gir de 180°                                 |   |
|                  | Són semblants perquè tenen un angle en comú |   |
| ESTADI INTERMEDI |   | Tenen en comú els angles, el punt mig que és l'origen                           |
|                  |   | Són rectangles  |
| ESTADI FINAL     |   | Identificació de la relació entre les distàncies: aplicació de la regla de tres |

---

En referència a la Natàlia, tal com mostra la taula, la seva significació matemàtica s'inicia afirmant que els triangles són semblants i se centra en la identificació dels elements coneguts i desconeguts, en les longituds que mesurem directament, per tal de tenir en compte la relació que es pot establir entre aquestes longituds, com a conseqüència d'anar comparant els costats homòlegs dels triangles rectangles considerats. Acaba confirmant la proporcionalitat entre les distàncies gràcies a la possibilitat de manipulació que ofereix el model.

TAULA XII

Sobre l'evolució del significat matemàtic de la Natàlia

|                  |  |  |
|------------------|--|--|
| ESTADI INICIAL   | <p>Són semblants</p> <p>Mesura de R-T i T-Q llavors mirem si hi ha proporcionalitat</p> <p>Mesura de R-S i aplicar la relació del costat T-Q amb R-T al costat mesurat R-S i dóna l'amplada</p> <p>Exemplificació concreta amb nombres.</p> <p>R-T mesura 8, R-Q mesura 16, vol dir que la relació és 2, llavors R-S és 6 l'amplada del riu serà 12.</p> <p>Identificació de les mesures : R-T,R-Q,R-S</p> | El mateix però sense canviar de lloc els costats |
| ESTADI INTERMEDI | T-R 3 vegades més petita que Q-R, R-S serà 3 vegades més petita que P-Q  |  |
| ESTADI FINAL     |  | El mateix però sense canviar de lloc els costats |

Quan es desenvolupen les interaccions, els participants expressen els seus significats matemàtics, en relació a cadascuna de les activitats que es presenten. Es produeix una evolució en els significats matemàtics per part dels participants, ja que se centren en la identificació dels triangles rectangles semblants, en funció del reconeixement de les amplituds dels angles, però aquest criteri no és suficient i passen a considerar la mesura de les longituds que es poden obtenir directament i la relació entre elles, amb l'objectiu d'obtenir la distància

de la mesura inaccessible. S'evoluciona en la significació de l'aplicació de la regla de tres o la proporcionalitat entre aquestes longituds.

Es crea un context que facilita aquesta significació matemàtica, entesa en referència a un objecte matemàtic, el teorema de Tales i la semblança de triangles, el qual té una entitat caracteritzada en l'aplicació de les propietats que contemplen aquest objecte, i del qual els alumnes tenen diferents referents, centrant-se en la mesura de l'amplitud dels angles. Per tant, el fet que en el propi enunciat es presenti una figura geomètrica que es pot manipular directament amb el mitjà tecnològic, desencadena un procés de visualització de la proporcionalitat en els alumnes que els hi permet canviar els seus referents per millorar la seva significació respecte de l'objecte, reconeixent no tan sols la forma (la mesura de l'amplitud dels angles) sinó també incorporant la relació entre les distàncies conegudes i la que es desconeix, per acabar arribant a la conclusió que aquestes són proporcionals. Així doncs, aquest canvi de significació és degut al mitjà tecnològic que facilita la manipulació i la materialització de les accions, així com al fet de poder enregistrar en llenguatge escrit les converses que es produeixen en el fòrum, la qual cosa permet la contrastació i per tant la millora de les significacions matemàtiques en referència a l'objecte. Aquest canvi de significació està en coherència amb l'anàlisi fenomenològica de Freudental (1983) que distingeix els fenòmens que corresponen a la noció de raó, en el nostre cas, primer estadi de significació, després la noció de proporció com estadis intermitjos i la noció de proporcionalitat com estadi final. Com també en la categorització que fa Lamon (1993) que ordena en sis nivells, de menor a major raonament proporcional, les diferents estratègies o actuacions que habitualment utilitzen els alumnes en la resolució de problemes de proporcionalitat que engloben el mateix camp semàntic com les activitats que nosaltres hem tractat en aquesta recerca.

## 5 DISCUSSIÓ I CONCLUSIONS

Les nostres conclusions recullen els aspectes que fan referència tant a la situació tutorial d'inicialització del coneixement com a la producció social de coneixements. En primer lloc, ens centrarem en aquelles que es refereixen a la inicialització tutorial del coneixement, i a continuació ens centrarem en les que tenen a veure amb la producció social de coneixements.

### *5.1 Sobre la inicialització tutorial del coneixement*

#### *5.1.1 Sobre la regulació inicial guiada*

Tal com hem indicat en els objectius, en la caracterització de les interaccions de tutorització que es produeixen entre el tutor i l'alumne, la primera situació de comunicació que potencien les activitats permet al tutor de conèixer quins són els referents i les estructures d'acolliment de cadascun dels alumnes i, a la vegada, permeten a cadascun dels participants prendre consciència de les seves concepcions inicials, dels seus dubtes i de les seves dificultats, la qual cosa els fa produir una regulació inicial, tal com recollim en els apartats 2.5 del capítol 2, fruit de les intervencions en els escenari inicials de tutorització.

#### *5.1.2 Sobre l'autoreconeixement tutoritzat*

En el procés comunicatiu (Sfard 2001), tal com recull l'objectiu 1 i en funció de les diferents intervencions que el tutor realitza amb cadascun dels alumnes, durant les realitzacions de les activitats es produeix l'explicitació de les elaboracions per part dels alumnes. A partir d'aquí s'esdevenen canvis i modificacions en els rangs de les habilitats que van adquirint progressivament els alumnes en les intervencions que donen resposta a les qüestions plantejades pel tutor, tal com es posa de manifest en l'activitat 3, on tenen lloc aquests canvis i modificacions, així com també en l'activitat 2, on una alumna manifesta el seu reconeixement, i per tant un canvi, pel que fa a l'enunciació inicial, en referència a l'ús de les equacions per poder expressar la proporcionalitat (activitat 2, quadre de diàleg de la Natàlia).

#### *5.1.3 Sobre la mediació de la reflexió*

En en les seves intervencions, el tutor, recull les aportacions dels alumnes i actua de mitjancer, realitzant propostes de reflexió sobre el que van explicitant els alumnes. Aquesta

actuació provoca que els alumnes, en les seves intervencions i en funció de la visualització del mitjà tecnològic presentat, facin una interpretació coherent, la qual cosa els permet iniciar una evolució dels seus coneixements, que posteriorment serà explotada en l'espai social cap a l'adquisició d'habilitats de rang alt.

#### *5.1.4 Sobre les explicacions de les aportacions*

Tal com assenyalarem en els objectius i també en la nostra concepció de la interacció mostrada en l'apartat 2.4, es potencien i es fan efectives les interaccions socials (Balacheff, 1999; Sfard, 2001) per part del tutor, convidant els alumnes a expressar les seves idees entre ells com a element generador de canvi que es produeix en el procés comunicatiu. Per tant, els alumnes se centren a explicitar les seves idees als seus companys, recollint les aportacions que s'han produït en la relació amb el tutor.

### *5.2 Sobre la producció social de coneixements.*

#### *5.2.1 Sobre la caracterització dels models interactius*

En funció dels objectius plantejats referents a la caracterització de les interaccions, s'han identificat set categories de moments interactius: M1: de manifestació, M2: de questionament, M3: de manteniment, M4: d'exploració, M5: d'aportacions, M6: d'evolucions i M7: de creativitat i generalització, els quals ens han permès seguir la transició dels diferents estadis de coneixement específics de cada participant, passant en alguns casos de les habilitats de rang baix o mitjà a rang alt, com també el fet de poder analitzar la xarxa conversacional que es produeix entre els alumnes en les seves intervencions, pel que fa al seguiment de les seves rèpliques i contrarèpliques.

#### *5.2.2 Sobre la constitució de comunitats d'aprenentatge de les matemàtiques*

Aquests moments interactius estan vinculats a veritables comunitats d'aprenentatge, que han constituït els dos grups d'alumnes considerats en aquesta recerca. La identificació comunitària s'ha caracteritzat per assumir objectius col·lectius, a través de la realització de les activitats de l'entorn virtual d'aprenentatge de la matemàtica, mitjançant l'explicitació, la negociació, la comprensió i l'explotació del coneixement involucrat en aquestes activitats. Per tant, s'ha creat un context en el sentit de Mercer (1997), que es va desenvolupant a mesura que es

produeix el procés de comunicació entre els participants, tal com hem indicat en l'apartat 2.3 del capítol 2. A més, podem assegurar que s'han donat les tres característiques de la pràctica que determinen la constitució d'una comunitat d'aprenentatge, tal com enuncia Wenger (1998): en primer lloc, el compromís mutu registrat en les interaccions i els moments interactius que caracteritzen les xarxes conversacionals de l'espai social d'intermates; en segon lloc, l'empresa col·lectiva de fer aportacions i repliques per millorar la resolució de les activitats; i per acabar, el repertori compartit per la disponibilitat i l'accés a tots els registres conversacionals dels participants en la resolució de les activitats del portal.

### *5.2.3 Sobre la visualització de l'evolució del coneixement de la proporcionalitat*

L'entorn virtual d'aprenentatge de la matemàtica considerat ha permès visualitzar l'evolució del coneixement, tal com recull el disseny i la implantació explicitat en l'apartat 3.1, i que també es contempla en l'apartat 2.5, ja que les diferents intervencions al llarg del procés queden recollides a través dels escrits que els alumnes van incorporar en les rèpliques i contrarèpliques que es van duent a terme. Així doncs, l'ús de les NTIC constitueix una eina transparent que potencia el treball col·laboratiu, la interactivitat entre els propis alumnes i el tutor, i que afavoreix el procés de regulació dels aprenentatges i la construcció i la comprensió de coneixement. L'aportació del mitjà tecnològic com a mediador permet una manipulació i una interacció, i origina canvis conceptuals i de procediment en els rangs d'habilitats cognitives dels alumnes, definidesen l'adquisició progressiva d'habilitat de rang superior, tal com es posa de manifest en l'activitat 2, atès que el suport del disseny implementat origina la manipulació de les accions en la resolució de l'activitat, tal com s'ha il·lustrat a la taula I. Això permet una millora en la significació matemàtica pel que fa a la semblança de triangles rectangles, ja que en un principi es fa referència a la mesura de l'amplitud dels angles com a criteri de semblança, però a continuació, en funció de la manipulació que ofereix el mitjà tecnològic, es considera la proporcionalitat entre les distàncies, tenint en compte la mesura de les longituds dels costats determinats pels triangles rectangles, tal com mostrem en l'apartat 4.3.2.

### *5.2.4 Sobre l'explicitació de les propietats del triangles semblants*

En el moment interactiu 4, d'exploració, és fonamental la intervenció del tutor en el fòrum, de cara a plantejar les qüestions que poden comportar que els alumnes expressinquin són els

seus raonaments, alhora que els puguin justificar. El tutor procura amb la seva intervenció que es produeixi un avançament des de la interacció acumulativa cap a l'exploràtoria, i com a conseqüència provoca una interrogació en relació a l'explicitació de l'aplicació de les propietats dels triangles rectangles, i l'aplicació de la proporció entre les distàncies que poden ser obtingudes de manera directa i aquella que és inaccessible, tal com es recull en l'anàlisi curricular, on es pretén que els alumnes trobin la distància d'un dels catets dels triangles rectangles. Sempre reconeixent l'aportació de l'alumne i fent també un reforçament de l'expressió "molt interessant i encertat". En aquest cas es produeix una mediació (Cazden, 1991) en què el tutor vol que es facin explícits el raonament i la justificació de l'alumne, de manera que el diàleg (Jorro, 2000) tingui continuïtat amb els seus companys i sigui possible la construcció i la comprensió del contingut matemàtic.

#### 5.2.5 *Sobre la negociació de les argumentacions de les propietats mètriques*

El moment exploratori és un motor de canvi d'estat de coneixement, i per tant el moment de millorar el rang de les habilitats cognitives, ja que els alumnes han de fer explícites les seves justificacions en referència a les seves aportacions, tal com es posa de manifest entre la Natàlia i l'Ariadna, en l'activitat 3. En la seva resolució mostren el seu discurs i, en funció de les seves intervencions, arriben a negociar entre elles una resolució. La interacció acumulativa d'un participant, produïda per una situació externa al desenvolupament de l'activitat, s'interpreta com la continuació d'un contracte (Brousseau, 1984) o d'un costum (Balacheff, 1988) que té la seva influència en el desenvolupament de l'activitat. Això fa que els participants enuncïin les accions per assolir la resolució, com és la utilització d'instruments o de mitjans tecnològics, fent emergir propietats que són validades amb el reconeixement de teoremes coneguts, com per exemple la utilització del teorema de Pitàgores que apareix en algunes de les intervencions dels alumnes. Aquí podem afirmar que els efectes de la intercomunicació han permès adquirir, en molts dels casos considerats, habilitats d'alt rang amb una adquisició de coneixements matemàtics sobre l'aplicació de la proporcionalitat de més qualitat.

#### 5.2.6 *Sobre la determinació experimental de les distàncies i la necessitat de demostració*

La manipulació i l'exploració que realitzen els alumnes a partir del mitjà tecnològic proposat - en concret en la consideració de l'applet en l'activitat 2- juntament amb els dispositius

comunicatius, han permès verbalitzar les accions que es realitzen en el model per tal d'obtenir de manera experimental la distància del riu. Situació important ja que destaca que els triangles continuen essent semblants, però sense explicar el perquè d'aquesta semblança. En conseqüència, el mitjà tecnològic ha possibilitat una mediació en la resolució visual de l'activitat. En aquesta situació d'exploració, tal com ens indica Balacheff (1994) *“es demostra la solidesa o la consistència del que es veu a la pantalla. Aquesta tendència perceptual és tan forta que fins i tot pot comportar que els estudiants arribin a entendre per què és necessari demostrar-ho”*. Per tant, han arribat a adquirir habilitats d'alt rang. Fins a cert punt, l'eficiència del software ha eliminat la necessitat de demostració, però en la nostra investigació és important la verbalització de les accions que es realitzen, de manera que la seva enunciació no solament es quedi en l'exploració visual de les accions, sinó que es tracta de donar raons i justificacions d'aquestes accions, tal com exposem en el nostre marc teòric.

#### *5.2.7 Sobre la significació dels conceptes de semblança i de proporcionalitat*

En funció del procés comunicatiu que s'estableix i des del punt de vista matemàtic, es posa de manifest un canvi i una evolució en la significació matemàtica, de manera que es consideren les significacions de l'anàlisi fenomenològica de Freudenthal (1983) en relació als conceptes de raó, proporció i proporcionalitat, com les darreres investigacions de Fernández i Puig (2002). En la nostra investigació, aquesta significació es considera en referència als conceptes de semblança de triangles i la proporcionalitat tal com mostren les taules X, XI i XII. Donat que el primer significat matemàtic se centra en la consideració de la semblança des de la interpretació de la mesura de l'amplitud dels angles, i que en el desenvolupament de la interacció exploratòria, s'incorporen la mesura de la longitud dels costats, les distàncies conegudes i la distància inaccessible, i aprofitant la potencialitat del mitjà podem afirmar que es millora la significació matemàtica dels conceptes de semblança i proporcionalitat.

#### *5.2.8 Sobre els beneficis interlocutius*

Les interaccions disputants no es produeixen, aspecte que ens permet valorar com un benefici del procés comunicatiu, ja que els alumnes se centren en la resolució de l'activitat. Cal destacar com les intervencions interlocutives permeten un manteniment de la interacció, afavorint, tal com ja hem indicat en l'apartat 3.5, alguns moments de regulació que els propis alumnes realitzen, com també el fet de donar coherència a tot el procés comunicatiu.



Un benefici molt important és l'aportació que el mitjà tecnològic fa en favor de les interaccions que els alumnes realitzen, de manera que interacciona amb els alumnes facilitant l'apropiació per part seva d'elements que abans no estaven recollits i que ara són incorporats en les seves interaccions. Així doncs, es produeix un canvi important en els alumnes pel fet que són ells mateixos els qui plantegen les qüestions. És fet i fet, una manera d'interaccionar amb els seus mateixos companys.

En definitiva, i coincidint amb Sigalés (2002): *“Considerem els entorns virtuals com a espais de comunicació que permeten l'intercanvi d'informació i que, segons la manera d'emprar-los, farien possible crear un context d'ensenyament i d'aprenentatge en què es facilités la cooperació del professor i els estudiants, en un marc d'interacció dinàmica, amb uns continguts culturalment seleccionats i materialitzats mitjançant la representació, per mitjà de diversos llenguatges que el mitjà tecnològic es capaç de suportar. En aquests espais adquireixen una significació especial tant el caràcter sociocultural com el caràcter discursiu de la interacció a què fem referència”*

### 5.3 Limitacions de la investigació.

No s'ha fet un seguiment dels rastres de navegació en la web de l'entorn dels participants, respecte de les funcionalitats didàctiques que han tingut a l'abast. Per exemple, no s'han analitzat les vegades i els moments en què els alumnes han consultat les ajudes, o els objectius i els corresponents perfils d'aprenentatge, així com els *recorda*, que tenien a disposició.

No s'ha pogut evidenciar si un participant ha re-escrit diverses vegades una comunicació en el quadre de diàleg que té a disposició, a causa del disseny tecnològic tant específic.

La futura utilització dels rastres de navegació didàctica o “logs” dels sistema permetrà disposar d'una informació complementària i valuosa per tal de localitzar de manera més precisa el comportament sociocognitiu dels participants en relació al coneixent didàctic treballat.

Caldria també tenir present, que una de les limitacions de l'estudi ha estat la impossibilitat de poder contrastar les evolucions dels coneixement dels participant en un entorn virtual versus un entorn presencial i/o modal, en el sentit de situacions en què es combinen els dos entorns. Per exemple, els casos d'usuaris en centres, on es segueixi un entorn presencial amb el grup

classe habitual, combinat amb un treball personal fora dels centres, ja sigui en els domicilis particulars o a les biblioteques, complementant així l'entorn presencial amb el virtual.

Una altra limitació és que cada usuari ha participat sol davant de la pantalla i no ha tingut una interacció presencial o sincrònica, ja que no s'ha utilitzat el xat que tenen a disposició, ni s'han reunit un parell o més d'alumnes davant d'una mateixa pantalla aprofitant-se de les interaccions sincròniques, tant presencials com virtuals.

Caldria també analitzar l'evolució de les interaccions en situacions especials d'ensenyament-aprenentatge, en les quals l'aïllament físic i temporal és considerable, com és el cas de les situacions dels alumnes en aules hospitalàries o una llarga participació en centres esportius durant un període de temps llarg.

### 5.4 *Implicacions didàctiques*

Considerem que la presentació de les activitats a través d'un mitjà tecnològic pot provocar interaccions entre les activitats i els participants (alumnes i professor-tutor), i l'aspecte de canvi conceptual, referit a la participació en el desenvolupament del conjunt de les activitats i el canvi en la manera d'enfrontar-se a aquestes activitats. Aquest canvi té a veure amb la transferència (canvi conceptual) en l'aplicació de continguts matemàtics, de tal manera que l'alumne pren consciència d'aquest canvi pel que fa a l'aspecte de la conducta, referit al canvi de conducta en l'aprenentatge.

Aquest enfocament té en compte la participació i la cooperació amb els altres, i potencia tant les interaccions entre els alumnes com la possibilitat d'interaccionar amb el professor, però lliurement. En aquest entorn es propicia un canvi en el fet de com aprendre els coneixements, de tal manera que l'alumne ha pogut fer-se el seu propi perfil d'aprenentatge.

En aquest sentit, s'afavoreix la participació i la implicació de l'alumne en els seu procés d'aprenentatge, i en funció de les seves aportacions, reconegudes pel tutor, es va duent a terme en el procés comunicatiu la millora i l'evolució de les representacions.

Parlant de l'activitat del tutor, cal subratllar els comentaris dels estudiants sobre el tipus de suport donat. Alguns d'ells afirmaven que el suport havia estat "millor" gràcies a dos aspectes: en primer lloc, perquè feia que l'acompanyament de les diferents fases de les

activitats fos més senzill i, en segon lloc, perquè podien obtenir respostes escrites a les preguntes, cosa que implicava que el professor era "més clar i objectiu". Com que ofereix l'oportunitat de crear una distància en el temps, permet al professor fer més recerca i, així, poder contestar les preguntes dels estudiants d'una manera més completa i meditada.

Aquests comentaris confirmen la manera en què Lévy (1994) concep l'antropologia del ciberespai: un espai per al coneixement, un no-espai que sorgeix virtualment, habitat i animat per intel·lectes col·lectius que cerquen formes de comunicació desconegudes.

Aquests experiments ens indiquen que l'ús de les TIC, és a dir, del Web, conté un potencial de canvi en el paradigma pedagògic de l'ensenyament, que apunta cap a un augment de la qualitat de l'aprenentatge.

Per una altra banda, com ja hem explicat anteriorment, en el curs del desenvolupament de la situació d'aprenentatge es desenvolupen els diàlegs entre els alumnes i aquests amb el professor, de manera que hi pot haver tant una "co-construcció" dels significats com un "co-raonament" (Mercer, 2001), on hi ha la possibilitat que els interlocutors puguin compartir els coneixements.

Aquest procés afavoreix la formació de les capacitats entorn dels quatre tipus d'educació fonamental que es necessiten en aquest període marcat per la societat de la informació: "aprendre a saber", "aprendre a fer", "aprendre a socialitzar" i "aprendre a ser" (UNESCO, 1996).

Cal saber identificar els moments o nodes crucials en un xarxa conversacional, per tal de gestionar la transició i les oportunitats de canvi de coneixements

Cal també afavorir les funcionalitats de l'entorn d'aprenentatge de cara que es pugui dur a terme una pràctica matemàtica com un procés actiu, dinàmic i històric de participació i de negociació del significat dels continguts matemàtics escolars.

Cal afavorir com a valor afegit l'aprenentatge autònom, l'adquisició d'actituds, valors i hàbits formatius que en un futur com a ciutadà podrà utilitzar en la nova era de la societat de la informació i del coneixement, i integrar-lo en el nou paradigma sociocultural en què l'alumnat comparteixi la responsabilitat d'aprendre i treballi de forma col·laborativa.

## CAPÍTOL 5. DISCUSIÓ I CONCLUSIONS

Els dissenys de les activitats han de ser fets de manera que facilitin el diàleg i el sentit de comunitat entre els aprenents

Cal que proposem les experiències educatives en el marc de la comunicació que té com a mitjancer l'ordinador així com les zones d'intersecció conjunta de tres elements situacionals: la presència del tutor, la presència cognitiva de l'alumnat de forma individual i la presència social com a comunitat. La xarxa conversacional i de discurs correspon a la intersecció justament de les presències cognitives i socials. En canvi, la selecció de continguts correspon a la intersecció de la presència tutorial amb la presència cognitiva, el clima educatiu correspon a la intersecció de la zona de la presència tutorial amb la social, i finalment la intersecció conjunta de les tres zones dóna la situació de l'experiència educativa.

6 BIBLIOGRAFIA

- Amigues, R. et Zerbato-Poudou, M.: 1996, "Les pratiques scolaires d'apprentissage et d'évaluation" Dunod, Paris.
- Arca, M, Guidoni, P. & Mazzonii, P.: 1990, "Enseñar ciencia" Paidós, Barcelona
- Astolfi, J.P.: 1997, " L'erreur, un outil pour enseigner", ESF éditeurs, Paris
- Balacheff, N.: 1988, "Le contrat et la coutume, deux registres des interactions didactiques", en *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique*. La pensée sauvage, Grenoble
- Balacheff, N.: 1994, "Didactique et intelligence artificielle", *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 14, n° 12, 9-42.
- Balacheff, N.: 1999, "Es la argumentación un obstaculo? Invitación a un debate, <http://www-didactique.imag.fr/preuve/Newsletter/990506Theme/990506ThemeES.html>
- Bauersfeld, H.: 1980, "Hidden dimensions in the co-called reality of mathematics classroom" *Educational Studies in Mathematics*, Vol.11, n° 1, 13-23
- Brousseau, G.: 1984, " Le role central du contrat didactique dans l'analyse et la construction des situations d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques", *actes de la 3 école d'été des didactique des mathématiques*, IMAG, Grenoble
- Brousseau, G.: 1986, "Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques", *Recherches en didactique des mathématiques*, 7, 2, 33-115.
- Cardinet, J.: 1988, "La maitrise, communication réussie" in Huberman, M. (ed), "Assurer la réussite des apprentissages scolaires?", Dalachaux & Niestle, Paris pp 155-195
- Cazden, C.: 1991, "El discurso en el aula. El lenguaje de la enseñanza y del aprendizaje" Paidós, Barcelona

- Cobb, P. and Whitenack, J. W.: 1996,. "A Method Conducting Longitudinal Analyses of Classroom Videorecordings and Transcripts", *Educational Studies in Mathematics* 30, 213-228..
- Cobo, P. and Fortuny, J.M.: 2000, "Social Interactions and Cognitive Effects in Contexts of Area-Comparison Problem Solving", *Educational Studies in Mathematics* 42: 115-140
- De la Mata, M.: 1993, " Interacción social, discurso y aprendizaje en el aula" *Investigación en la escuela*, 21 pp 21-29
- Doise, W. & Mugny, G.: 1981, "The social developement of the intellect" Pergamon Press, Oxford
- Duart, J. M.: 2000, "Aprendizaje sin distancias", [electronic paper: [http://campus.uoc.es/web/cat/articles/josep\\_maria\\_duart.html](http://campus.uoc.es/web/cat/articles/josep_maria_duart.html).
- Edwards, D.: 1992, "Discurso y aprendiazaje en el aula" en Roders, C. & Kutnick, P. *Psicologia social de la escuela primaria*, Paidós, Barcelona. pp 4-81
- Edwards, D. & Mercer, N.:1988, "El conocimiento compartido". Paidós, Barcelona.
- Fernández, A. y Puig,L.: 2002, "Análisis fenomenológico de los conceptos de razón,proporción y proporcionalidad". *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, vol 5.núm 2 ( en prensa)
- Forman, E.: 1989, "The Role of Peer Interaction in the Social Construction of mathematical Knowledge", *International Journal of Education Research* 13, 55-70.
- Fortuny, J.M, Gimenez, J. and Alsina C.: 1994, "Integrated Assessment on Mathematics 12-16", *Educational Studies in Mathematics* 27: 401-412
- Fortuny, J. and Murillo, J.: 2003, "Cognitive effects of interaction in a virtual environment for learning geometry in high school education", Manuscrit Draft (Sommet to ESM)Freudenthal, H.: 1983, *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*, D. Rreidel, Dordrecht.
- Geertz, C.: 1992, "La interpretación de las culturas", Gedisa, Barcelona
- Genthon,M.: 1993, "Apprentissage, Evaluation, Recherche.Genèse des interactions complexes

comme ouvertures régulatrices”. Thèse d’habilitation à diriger des recherches. Aix-Marseille

Godino. J. & Llinares, S.: 2000: “El interaccionismo simbólico en educación matemática” *Educación Matemática* vol 12 nº1, México

Gómez, I.: 1998, “Bases teòriques d’una proposta didàctica per afavorir la comunicació a l’aula” en Jorba, J; Gómez, I; Prat, A.(eds), “Parlar i escriure per aprendre”. ICE-UAB, Barcelona.

Halté. J.F.: 1993, “L’enjeu didactique de l’interactionnisme”, *Inter-actions, sous la direction de Halté, J.F.*, Centre d’analyse syntaxique de l’Université de Metz, Metz., p7-21

Halwachs, F.: 1975, “La physique du maître entre la physique du physicien et la physique de l’élève”, *Revue française de pédagogie*, 33, 19-29

Hershkowitz, R. And Schwarz, B.: 1999, “The emergent perspective in rich learning environments: some roles of tools and activities in the construction of sociomathematical norms”, *Educational Studies in Mathematics* 39, 149-166.

Jorba, J.; Casellas, E.(eds): 1996, “La regulació i autoregulació dels aprenentatges”, ICE-UAB, Barcelona.

Jorba, J; and Sanmartí, N.: 1996, “Enseñar, aprender y evaluar un proceso de regulación continua”, MEC, Madrid

Jorba, J.; 1998, “La comunicació i les habilitats cognitivo lingüístiques”. en Jorba, J; Gómez, I; Prat, A.(eds) “Parlar i escriure per aprendre”, ICE-UAB, Barcelona.

Jorba, J.; Casellas, E.; Prat, A.; Quinquer, D.; 2000, “Avaluar per millorar la comunicació i facilitar l’aprenentatge”, ICE-UAB, Barcelona

Jorro, A.; 2000, “L’enseignant et l’évaluation”, De Boeck Université, Bruxelles

Kerbrat-Orecchioni, C.: 1990-1994, “Les interactions verbales”. Tomos I, II and III, Armand Colin, Paris.

- Kieran,C.: 2001, “The mathematical discourse of 13-year-old.Partenered problem solving and its relation to the mathematics that emerges”, *Educational Studis in Mathematics* 46; 187-228
- Laborde, C.: 1991, “Deux usages complémentaires de la dimension sociale dans les situations d'apprentissage en mathématiques” in Garnier,C., Bednarz,N & Ulanovskaya,I “Après Vygotski et Piaget”, De Boeck, Bruxelles, pp29-49
- Lamon, S.J.:1993, Ratio and Proportion: Children's Cognitive and Metacognitive Processes, in T. Carpenter, E.Fennema and T. Romberg (Eds): *Rational Nimbers : An Integration of Research*, pp.131-156, Hillsdale, NJ, Erlbaum.
- Leontiev,A.: 1989, “El problema de la actividad en la psicología” Cap III en L.Vygostki, A Leontiev, A Luria “Actividad, conciencia, personalidad en el proceso de formación de la psicología marxista”, Progreso, Moscú
- Lévy, P.: 1994,“L'intelligence collective - Pour une anthropologie du cyberspace”. París, La Découverte.
- Marc, E. and Picard, D.:1992, “La interacción social. Cultura, instituciones y comunicación”. Paidós, Barcelona
- Meavilla, V.: 2003, “Los espejos también sirven para medir: una experiencia didáctica con alumnos y alumnas de magisterio inspirada en la historia de las matemáticas”, *Comunicación presentada en las XI JAEM*.
- Meireiu, P.: 1997, “ Aprender, sí. Pero ¿cómo?”, Octaedro, Barcelona
- Mercer, N.: 1997, “La construcción guiada del conocimiento”, Paidós, Barcelona,
- Mercer, N.: 2001, “Palabras y mentes”, Paidós, Barcelona
- Morin.E.: 1990, “Science avec conscience”, Seuil, París
- Morin, E.: 1999, “ El método. La naturaleza de la naturaleza”, Cátedra.Madrid



- Morin,E.: 2001, “Tenir el cap clar.per organitzar els coneixements i aprendre a viure”, La campana, Barcelona
- Pérez, M.: 2000, “La situación de la docencia en línea:consideraciones sobre su evaluación”, en Rueda, M. y Díaz, F.:” Evaluación de la docencia” Paidós, Barcelona pp157-175
- Perrenoud, Ph.: 1991, “ Pour une approche pragmatique de l'évaluation formative” en *Mesure et évaluation en éducation*,vol 13 (4) ,pp.49-81
- Perrenoud, Ph.: 1998, “L'évaluations de élèves”. De Boeck Université, Bruxelles
- Perrenoud, Ph.: 1999, “Dix nouvelles compétences pour enseigner”. ESF éditeur, París.
- Puig Adam, P. y Rey Pastor, J.:1934, “Elementos de geometría”, Madrid
- Reigeluth, C.M.(ed): 2000, “Diseño de la instrucción. Teorías y modelos” Aula Santillana Madrid
- Sefz,.L.: 1994, “La communication”, PUF, París
- Sfard, A. 2001 “Learning mathematics as developing a discourse”. In R.Speiser, C. Maher, C. Walter (Eds), *Proceedings of 21st Conference of PME-NA* (pp. 23-44). Clearing House for Science, mathematics, and Environmental Education Columbus, Ohio
- Sigales, C.: 2000, <http://www.uoc.edu/web/cat/art/uoc/sigales0102/sigales0102.html>, ( 08/10/02)
- Talizina, N.: 1988, “Psicología de la enseñanza”, Editorial Progreso, Moscú.
- UNESCO.: 1996,. Report to UNESCO of the International Commission on Education for the Twenty-first Century. UNESCO,París.
- Vermersch, P.:1979,”Analyse de la tâche et fonctionnement cognitif dans la programmation de l'enseignement. *Bulletin de psychologie* 33 (343) 179-189.
- Vermersch, P.: 1997 “ Pratiques de l'entretien d'explicitation” ESF éditeurs, París

- Veslin, O. and Veslin, J.:1992, “Corriger des copies”. Hachette Éducation, París
- Vion, R.: 1992, “La communication verbal. Analyse des interactions”, Hachette, París
- Vygotski, L. S.: 1977, “Pensamiento y lenguaje”. La pléyade, Buenos Aires
- Webb, N. M.: 1984, “Interacción entre estudiantes y aprendizaje en grupos pequeños”. *Infancia y Aprendizaje* 27/28, pp.159-183.
- Webb, N. M.: 1989, “Peer Interaction and Learning in Small Groups”, *International Journal of Education Research* 13, 21-39.
- Webb, N. M.: 1991, “Task-Related Verbal Interaction and Mathematics Learning in Small Groups”, *Journal for Research in Mathematics Education* 22, 5 , pp. 366-389.
- Wenger, E: 1998, “Communities of practice: Learning as a social system”, [en línea]<<http://www.co-i-l.com/coil/knowledge-garden/cop/lss.shtml>>. [Consulta: 18 de gener de 2003]
- Wenger, E.: 2001, “Comunidades en práctica”, *Paidós, Barcelona*.
- Wertsch,J.V.:1988, “Vygotski y la formación social de la mente”,Paidós, Barcelona
- Wood, T.: 1996, “Events in Learning Mathematics: Insights from Research in Classrooms”, *Educational Studies in Mathematics* 30, 85-105.
- Yackel, E., Cobb, P. and Wood, T.:1991, “Small-group Interactions as a Source of Learning Opportunities in Second-Grade Mathematics”, *Journal for Research in Mathematics Education* 22, 5, pp. 390-408.
- Zack, V. & Graves,B.:2001, “Making mathematical meaning trough dialogue: once you think of it , the Z minus three seems pretty weird”, *Eduactional Studies in Mathematics*, 46; 229-271

## TAULA D'IL·LUSTRACIONS

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Figura 1. Presentació de la MUD.</b> .....   | <b>23</b> |
| <b>Figura 2. Punts d'interactivitat</b> .....   | <b>24</b> |
| <b>Figura 3. Situació en els objectius</b> .....  | <b>25</b> |
| <b>Figura 4. Quadre de diàleg de l'Ariadna en la resolució de l'activitat 1</b> .....                               | <b>26</b> |
| <b>Figura 5. Fòrum d'intermates</b> .....   | <b>28</b> |
| <b>Figura 6. Exemple d'estadi d'una participació en un fòrum</b> .....  | <b>29</b> |
| <b>Figura 7. Component d'autoregulació</b> .....  | <b>30</b> |
| <b>Figura 8. Test d'avaluació</b> .....   | <b>31</b> |
| <b>Figura 9. El perfil d'aprenentatge</b> .....   | <b>32</b> |
| <b>Figura 10. El portal de l'entorn virtual d'aprenentatge</b> .....  | <b>36</b> |
| <b>Figura 11. Benvinguda</b> .....  | <b>37</b> |
| <b>Figura 12. Agenda de treball</b> .....   | <b>38</b> |
| <b>Figura 13. Perfil d'usuari</b> .....   | <b>38</b> |
| <b>Figura 14. Benvinguda del Tutor</b> .....  | <b>40</b> |
| <b>Figura 15 Activitats del <i>practica</i></b> .....   | <b>46</b> |
| <b>TAULA I Activitats segons rang i tipus</b> .....   | <b>51</b> |
| <b>TAULA II. Relació entre el contingut matemàtic\ grau de qualitat</b> .....                                       | <b>52</b> |
| <b>TAULA III Resum dels tipus d'interacció i la seva influència</b> .....   | <b>55</b> |
| <b>Figura 16. Quadre de diàleg de l'Ariadna, activitat 1</b> .....  | <b>59</b> |
| <b>Figura 17. Esquema de tutorització</b> .....   | <b>61</b> |
| <b>Figura 18. Esquema de participació en el fòrum</b> .....   | <b>62</b> |
| <b>Figura 19. Esquema del procés de comunicació</b> .....   | <b>63</b> |
| <b>Escenari 1: Anàlisi quadre de diàleg de l' Ariadna en l'activitat 1</b> .....                                    | <b>64</b> |
| <b>Escenari 2: Anàlisi quadre de diàleg d'en Francesc en l'activitat 1</b> .....                                    | <b>65</b> |
| <b>Escenari 3: Anàlisi quadre de diàleg del grup de l'Ariadna-Francesc-Natalia en</b><br><b>l'activitat 2</b> ..... | <b>68</b> |
| <b>Escenari 4: Anàlisi quadre de diàleg del grup de l'Ariadna en l'activitat 3</b> .....                            | <b>73</b> |
| <b>Figura 20. Moment interactiu 1 Activitat 1 Grup Pau, Carlota i Raquel</b> .....                                  | <b>80</b> |
| <b>Figura 21. Moment interactiu 1 Activitat 3 Grup Pau, Carlota i Raquel</b> .....                                  | <b>81</b> |
| <b>Figura 22. Moment interactiu 1 Activitat 12 Grup Ariadna, Francesc i Natàlia</b> .....                           | <b>82</b> |
| <b>Figura 23. Moment interactiu 2 Activitat 1 Grup Pau, Carlota i Raquel</b> .....                                  | <b>84</b> |

|   |            |
|---|------------|
| <b>Figura 24. Moment interactiu 2 Activitat 2 Grup Pau, Carlota i Raquel .....</b>            | <b>85</b>  |
| <b>Figura 26. Moment interactiu 4 Activitat 1 Grup Pau, Carlota i Raquel .....</b>            | <b>88</b>  |
| <b>Figura 27. Moment interactiu 4 Activitat 3 Grup Pau, Carlota i Raquel .....</b>            | <b>89</b>  |
| <b>Figura 28. Moment interactiu 5 Activitat 2 Grup Ariadna, Francesc, Natàlia .....</b>       | <b>90</b>  |
| <b>Figura 29. Moment interactiu 6 Activitat 2 Grup Ariadna, Francesc, Natàlia .....</b>       | <b>92</b>  |
| <b>Figura 30. Descripció dinàmica de les accions realitzades per l'Ariadna .....</b>          | <b>93</b>  |
| <b>Figura 31 Moment interactiu 7 Activitat 2 Grup Pau, Carlota, Raquel .....</b>              | <b>96</b>  |
| <b>TAULA IV Sobre l'activitat 1 i el grup del Pau, la Carlota, la Raquel.....</b>             | <b>97</b>  |
| <b>TAULA V Sobre les interaccions en l'activitat 2 i el grup d'en Pau, Carlota, Raquel ..</b> | <b>97</b>  |
| <b>TAULA VI Sobre l'activitat 3 i el grup d'en Pau, la Carlota i la Raquel.....</b>           | <b>98</b>  |
| <b>Taula VII sobre l'activitat 1 i el grup Natàlia , Francesc i Ariadna .....</b>             | <b>99</b>  |
| <b>Taula VIII sobre l'activitat 2 i el grup Natàlia,Francesc i Ariadna .....</b>              | <b>99</b>  |
| <b>Figura 32. Beneficis socials de la xarxa conversacional.....</b>                           | <b>101</b> |
| <b>TAULA IX Sobre el significat matemàtic en referència a l'activitat 2 del grup de</b>       |            |
| <b>l'Ariadna, la Natàlia i en Francesc .....</b>  | <b>102</b> |
| <b>TAULA X Sobre l'evolució del significat matemàtic de l'Ariadna.....</b>                    | <b>104</b> |
| <b>TAULA XI Sobre l'evolució del significat matemàtic del Francesc .....</b>                  | <b>105</b> |
| <b>TAULA XII Sobre l'evolució del significat matemàtic de la Natàlia .....</b>                | <b>106</b> |

