

UNIVERSITAT AUTÒNOMA DE BARCELONA

Departament de Pedagogia Aplicada

TESI DOCTORAL

ESTRATÈGIES, DIFICULTATS I ERRORS
EN ELS APRENENTATGES
DE LES HABILITATS ESPACIALS

NÚRIA GORGORIÓ

J.º B.º
Adalberto Ferrández

Director: Adalberto Ferrández

Bellaterra, maig del 1994

4.4 Tractament de dades.

4.4.1 Dades per al primer objectiu.

La consecució del primer objectiu del *problema previ*, veure si les diferències de rendiment entre grups d'incidència detectades en la totalitat del qüestionari es reflecteixen en els aspectes d'orientació, comporta fer una anàlisi quantitativa comparativa del rendiment dels grups d'incidència per a:

- determinar la significació de diferències de rendiment entre grups d'incidència en les qüestions d'orientació i
- associar, quan sigui possible, diferències de rendiment en el test global i diferències de rendiment en les qüestions d'orientació.

Per aquest motiu, per a cadascuna de les variables intervinents que determinen grups d'incidència, s'ha calculat el grau de *significació de la diferència de proporcions d'individus de grups dicotòmics que contesten bé cada ítem*. Les variables intervinents que ens interessa analitzar si condicionen els resultats en les tasques d'orientació són la variable sexe, la variable escolarització i la variable mà amb que escriuen, que són les que en el test global varen produir diferències significatives de rendiment. Per això, s'ha calculat el grau de significació de la diferència de proporcions de nois i de noies que contesten bé cada pregunta. El mateix s'ha fet entre les proporcions d'alumnes que responen correctament cada ítem d'entre els de BUP i d'EGB, els de BUP i d'FP i els de d'FP i d'EGB. El mateix tipus d'anàlisi s'ha fet pels grups de dretans i d'esquerrans.

Per a cada ítem j amb $j = 1 \dots K$, on K és el nombre de preguntes del qüestionari, calculem el coeficient φ_j que ens dona el grau de significació segons la fórmula:

$$\varphi_j = \frac{N(p_{jh}q_{ja} - p_{ja}q_{jh})^2}{(p_{jh} + p_{ja})(q_{jh} + q_{ja})(p_{jh} + q_{jh})(p_{ja} + q_{ja})}$$

- on N és el nombre total d'alumnes a qui s'ha passat el qüestionari,
- grup A i grup B representen els dos grups dicotòmics determinats per la variable intervinent amb que estem treballant i
- per a cada pregunta j els coeficients de la fórmula són els definits a la taula següent:

ITEM j	GRUP A	GRUP B
BE	p_{jh}	p_{ja}
MAL	q_{jh}	q_{ja}

Així, obtenim els diferents graus de significació de les diferències de rendiment entre grups d'incidència que es presenten a les taules següents²¹:

Grup	ítem18	ítem19	ítem36
Nois/noies	33.5532	3.8627	5.2763

Taula 4.4.1.1: Graus de significació de la diferència de rendiment determinada per la variable sexe.

Grup	ítem18	ítem19	ítem36
BUP/FP	0.0489	1.4162	4.7790

Taula 4.4.1.2: Graus de significació de la diferència de rendiment determinada per la variable escolarització: BUP/FP.

Grup	ítem18	ítem19	ítem36
BUP/EGB	0.1033	9.0664	9.9984

Taula 4.4.1.3: Graus de significació de la diferència de rendiment determinada per la variable escolarització: BUP/EGB.

Grup	ítem18	ítem19	ítem36
FP/EGB	0.0017	0.4887	0.1689

Taula 4.4.1.4: Graus de significació de la diferència de rendiment determinada per la variable escolarització: FP/EGB.

Grup	ítem18	ítem19	ítem36
Dretans/Esquerrans	0.0280	0.1128	0.0781

Taula 4.4.1.5: Graus de significació de la diferència de rendiment determinada per la variable mà amb que escriuen.

²¹Al llarg de tota aquesta secció els coeficients de significació es donaran aproximats fins les deu mil·lèsimes.

Aquestes taules es resumeixen en la següent taula de graus de significació de les diferències de rendiment:

	Nois/noies	BUP/FP	BUP/EGB	EGB/FP	Dre/Esq
ítem 18	33.5532	0.0489	0.1033	0.0017	0.0280
ítem 19	3.8627	1.4162	9.0664	0.4887	0.1128
ítem 36	5.2763	4.7790	9.9984	0.1689	0.0781

Taula 4.4.1.6: Graus de significació de les diferències de rendiment entre grups d'incidència en les tres qüestions d'orientació.

Una vegada establertes les diferències de rendiment entre grups de població, ens interessa comparar les diferències de rendiment en el test global amb les diferències de rendiment trobades en les qüestions d'orientació, amb l'objectiu de veure en quines de les qüestions es reproduïxen les diferències significatives de rendiment trobades per al test global.

Per això, la següent taula presenta la significació de les diferències de mitjanes per al test global en comparació amb la significació de les diferències de rendiment per grups d'incidència en cada ítem.

	Nois/noies	BUP/FP	BUP/EGB	EGB/FP	Dre/Esq
Dif. mitj.	3.1816	4.8892	9.9577	0.1506	0.0812
ítem 18	33.5532	0.0489	0.1033	0.0017	0.0280
ítem 19	3.8627	1.4162	9.0664	0.4887	0.1128
ítem 36	5.2763	4.7790	9.9984	0.1689	0.0781

Taula 4.4.1.7: Significació de les diferències de rendiment entre grups d'incidència en el test global i en les tres qüestions d'orientació.

Una de les variables intervinents que condiciona els resultats és el sexe, i no només en els resultats del qüestionari analitzats globalment, sinó també en els resultats considerats pregunta per pregunta. Per aquest motiu, ens sembla interessant analitzar el grau de significació de la diferència entre les proporcions de nois i noies que contesten bé cada pregunta, no només per a la mostra considerada en la seva totalitat, sinó també per a cadascun dels subgrups de la mostra que venen determinats per una altra variable intervinent, el tipus d'escolarització.

Així, les taules següents presenten, per a les tres preguntes en relació a les tasques d'orientació, els resultats de la comparació de proporcions de nois i noies que responen bé a cada pregunta dins del grup d'EGB, del d'FP i del de BUP:

EGB	ítem18	ítem19	ítem36
Nois/noies	10.4796	4.7945	6.2797

Taula 4.4.1.8: Significació de la diferència de rendiment per a cada pregunta dels nois i noies dins del grup d'EGB.

FP	ítem18	ítem19	ítem36
Nois/noies	1.2068	0.0003	1.0301

Taula 4.4.1.9: Significació de la diferència de rendiment per a cada pregunta dels nois i noies dins del grup d'FP.

BUP	ítem18	ítem19	ítem36
Nois/noies	2.4313	0.3269	0.3886

Taula 4.4.1.10: Significació de la diferència de rendiment per a cada pregunta dels nois i noies dins del grup determinat de BUP.

Una vegada més, ens interessa comparar les diferències de rendiment en el test global amb les diferències de rendiment en les qüestions d'orientació per a veure si es reproduïxen les diferències significatives de rendiment trobades per al test global.

Per això, la següent taula presenta els coeficients de significació de les diferències de mitges trobades per al test global en comparació amb els coeficients de significació de les diferències de rendiment entre nois i noies de cadascun dels grups determinats per la variable escolarització:

ITEM	TOTAL	EGB	FP	BUP
Dif. mitges	3.1816	3.8530	2.2816	1.2296
18	33.5532	10.4796	1.2068	2.4313
19	3.8627	4.7945	0.0003	0.3269
36	5.2763	6.2797	1.0301	0.3886

Taula 4.4.1.11: Significació de la diferència de rendiment per a cada pregunta i pel test global dels nois i noies dins de cada grup determinat per la variable escolarització.

4.4.2 Dades per al segon objectiu.

La consecució del segon objectiu del problema previ, *identificar tipus d'errors més freqüents en el grup total i en els grups d'incidència*, comporta fer una anàlisi quantitativa dels errors —i per tant, de les opcions preses— tant a nivell global com a nivell de grups d'incidència per a:

- identificar els errors més freqüents globalment i
- identificar els errors més freqüents per grups d'incidència.

Donat que els distractors de cada pregunta són no només respostes plausibles, sinó que reflecteixen els errors més freqüents detectats en els alumnes al dur a terme les diferents activitats, ens interessa conèixer, per a cada pregunta, la proporció d'alumnes que responen prenent cadascuna de les opcions ja que darrera dels errors hi ha moltes vegades una estratègia errònia que ens interessa controlar. Així, s'ha calculat, per a cadascun dels ítems, el percentatge d'alumnes que prenen les opcions (a), (b), (c) o (d), i també els que deixen la resposta en blanc (—). Aquests càlculs s'han fet prenent com a base no només el grup total, sinó també els subgrups de la mostra que venen determinats per les variables intervinents sexe, escolarització i ma amb que escriuen.

Les taules següents recullen la proporció d'alumnes ²² que en cada ítem prenen una determinada opció dins del grup total i de cadascun dels grups determinats per les variables intervinents.

ITEM	(a)	(b)	(c)	(d)	—
18	42.44	32.82	2.44	21.67	0.61
19	15.87	11.90	11.60	59.38	1.22
36	11.90	19.54	49.61	11.75	7.17

Taula 4.4.2.1: Proporció d'alumnes del grup total que en cada ítem prenen una determinada opció.

²²Al llarg de tota aquesta secció les proporcions d'alumnes es donaran aproximades fins les centèsimes.

ITEM	(a)	(b)	(c)	(d)	—
18	42.02	39.13	1.44	16.81	0.57
19	19.13	11.88	13.33	54.20	1.44
36	11.88	18.26	45.50	15.07	9.27

Taula 4.4.2.2: Proporció d'alumnes d'EGB que en cada ítem prenen una determinada opció.

ITEM	(a)	(b)	(c)	(d)	—
18	43.58	20.51	4.61	30.25	1.02
19	8.07	12.08	10.63	68.58	0.12
36	8.20	20	61.02	7.69	3.07

Taula 4.4.2.3: Proporció d'alumnes de BUP que en cada ítem prenen una determinada opció.

ITEM	(a)	(b)	(c)	(d)	—
18	41.51	34.56	1.51	21.51	0.86
19	19.13	11.30	7.82	59.13	2.60
36	18.26	22.60	42.60	8.69	7.82

Taula 4.4.2.4: Proporció d'alumnes de FP que en cada ítem prenen una determinada opció.

ITEM	(a)	(b)	(c)	(d)	—
18	53.47	27.79	.90	17.52	0.30
19	14.19	9.96	12.08	62.83	0.90
36	9.66	17.82	54.07	11.48	6.94

Taula 4.4.2.5: Proporció de nois que en cada ítem prenen una determinada opció.

ITEM	(a)	(b)	(c)	(d)	—
18	30.03	40.65	4.39	24.54	0.36
19	19.04	12.08	12.08	54.94	1.83
36	14.28	20.51	44.68	11.72	8.79

Taula 4.4.2.6: Proporció de noies que en cada ítem prenen una determinada opció.

ITEM	(a)	(b)	(c)	(d)	—
18	42.37	32.66	2.34	21.94	0.67
19	15.91	11.89	11.22	59.63	1.34
36	11.89	19.93	49.74	11.22	7.20

Taula 4.4.2.7: Proporció de dretans que en cada ítem prenen una determinada opció.

ITEM	(a)	(b)	(c)	(d)	—
18	44.44	33.33	1.85	20.37	0.00
19	16.66	12.96	14.81	55.55	0.00
36	12.96	16.66	46.29	16.66	7.40

Taula 4.4.2.8: Proporció d'esquerrans que en cada ítem prenen una determinada opció.

4.4.3 Dades per al tercer objectiu.

La consecució del tercer objectiu del problema previ, *associar, quan sigui possible, tipus d'errors a grups d'incidència*, comporta fer una anàlisi quantitativa comparativa dels errors —i per tant, de les opcions preses— entre grups d'incidència per a:

- Establir diferències significatives en la selecció d'opcions i
- associar tipus d'errors a grups d'incidència.

Per això, per a cada ítem j amb $j = 1 \dots K$, on j és el nombre de l'ítem del qüestionari que ens interessa, calculem el coeficient χ_j^2 que ens dona el coeficient de significació segons la fórmula:

$$\chi_j^2 = \sum_p \frac{X_{jp} - f_{jp}}{f_{jp}} + \sum_p \frac{Y_{jp} - g_{jp}}{g_{jp}}$$

- on per a cada pregunta j els coeficients de la fórmula són els definits a la taula següent:

(a)	(b)	(c)	(d)	(—)	total
X_{ja}	X_{jb}	X_{jc}	X_{jd}	X_{je}	X
Y_{ja}	Y_{jb}	Y_{jc}	Y_{jd}	Y_{je}	Y
T_{ja}	T_{jb}	T_{jc}	T_{jd}	T_{je}	T

- X_{jp} representa el nombre d'alumnes d'un dels dos grups determinats per la variable intervinent que prenen l'opció p a l'ítem j ,
- Y_{jp} representa el nombre d'alumnes de l'altre dels dos grups determinats per la variable intervinent que prenen l'opció p a l'ítem j ,
- T_{jp} representa el nombre total d'alumnes que prenen l'opció p a l'ítem j ,
- $p = a, b, c, d, e$ representen respectivament les opcions (a), (b), (c), (d) i la resposta en blanc,
- X representa el nombre total d'alumnes del primer grup i, per tant, $X = \sum_p X_{jp}$,
- Y representa el nombre total d'alumnes del segon grup i, per tant, $Y = \sum_p Y_{jp}$,
- T representa el nombre total d'alumnes de la mostra i, per tant, $T = X + Y = \sum_p T_{jp}$

i els els coeficients f_{jp} i g_{jp} que apareixen a la fórmula de χ^2 són les freqüències parcials i es calculen per a $p = a, b, c, d, e$ segons les fórmules:

$$f_{jp} = \frac{XT_{jp}}{T}, \quad g_{jp} = \frac{YT_{jp}}{T}$$

D'aquesta manera s'obtenen els següents graus de significació de diferència d'opcions per a cadascun dels ítems i dels grups determinats per les variables intervinents:

Grup	ítem18	ítem19	ítem36
Nois/noies	40.9423	6.0302	5.9976

Taula 4.4.3.1: Graus de significació de la diferència d'opcions determinades per la variable sexe.

Grup	ítem18	ítem19	ítem36
BUP/FP	9.8510	11.1338	14.3530

Taula 4.4.3.2: Graus de significació de la diferència d'opcions determinades per la variable escolarització: BUP/FP.

Grup	ítem18	ítem19	ítem36
BUP/EGB	28.9414	15.5767	19.9379

Taula 4.4.3.3: Graus de significació de la diferència d'opcions determinades per la variable escolarització: BUP/EGB.

Grup	ítem18	ítem19	ítem36
FP/EGB	1.3857	3.2570	6.4120

Taula 4.4.3.4: Graus de significació de la diferència d'opcions determinades per la variable escolarització: FP/EGB.

Grup	ítem18	ítem19	ítem36
Dretans/Esquerrans	0.5267	1.4819	1.6953

Taula 4.4.3.5: Graus de significació de la diferència d'opcions determinades per la variable mà amb que escriuen.

Aquestes taules es resumeixen en la següent taula de significació de la diferència d'opcions:

ITEM	Nois/noies	BUP/FP	BUP/EGB	EGB/FP	Dre/Esq
18	40.9423	9.8510	28.9414	1.3857	0.5267
19	6.0302	11.1338	15.5767	3.2570	1.4819
36	5.9976	14.3530	19.9379	6.4120	1.6953

Taula 4.4.3.6: Significació de la diferència d'opcions.

Una vegada feta l'anàlisi quantitativa comparativa de les opcions preses i trobats aquells casos en que la diferència és significativa, pretenem associar, quan sigui possible, tipus d'errors a grups d'incidència. Ens cal, per tant, comparar, per grups d'incidència, els percentatges d'alumnes que prenen cada opció en aquells casos en que s'ha produït significació.

Les taules següents ens presenten, per a cada ítem i per cada parell de grups que donen lloc a diferència d'opcions significativa, les proporcions obtingudes per a cada opció i les diferències de proporcions en tant per cent.

Opció	homes	dones	dif.
(a)	53.47	30.03	23.44
(b)	27.79	40.65	-12.86
(c)	0.90	4.39	-3.49
(d)	17.52	24.54	-7.02
(—)	0.30	0.36	-0.06

Taula 4.4.3.7: Diferència de proporcions de nois i noies en les diferents opcions de l'ítem 18.

Opció	BUP	FP	dif.
(a)	43.58	41.51	2.07
(b)	20.51	34.56	-14.05
(c)	4.61	1.51	3.10
(d)	30.25	16.81	13.44
(—)	1.02	0.57	0.45

Taula 4.4.3.8: Diferència de proporcions dels alumnes de BUP i d'FP en les diferents opcions de l'ítem 18.

Opció	BUP	EGB	dif.
(a)	43.58	42.02	1.56
(b)	20.51	39.13	-18.62
(c)	4.61	1.44	3.17
(d)	30.25	16.81	13.44
(—)	1.02	0.57	0.45

Taula 4.4.3.9: Diferència de proporcions dels alumnes de BUP i d'EGB en les diferents opcions de l'ítem 18.

Opció	BUP	FP	dif.
(a)	8.07	19.13	-11.06
(b)	12.08	11.30	0.78
(c)	10.63	7.82	2.81
(d)	68.58	59.13	9.45
(—)	0.12	2.60	-2.48

Taula 4.4.3.10: Diferència de proporcions dels alumnes de BUP i d'FP en les diferents opcions de l'ítem 19.

Opció	BUP	EGB	dif.
(a)	8.07	19.13	-11.06
(b)	12.08	11.88	0.20
(c)	10.63	13.33	-2.70
(d)	68.58	54.20	14.38
(—)	0.12	1.44	-1.32

Taula 4.4.3.11: Diferència de proporcions dels alumnes de BUP i d'EGB en les diferents opcions de l'ítem 19.

Opció	BUP	FP	dif.
(a)	8.20	18.26	-10.06
(b)	20.00	22.60	-2.60
(c)	61.02	42.60	18.42
(d)	7.69	8.69	1.00
(—)	3.07	7.82	-4.75

Taula 4.4.3.12: Diferència de proporcions dels alumnes de BUP i d'FP en les diferents opcions de l'ítem 36.

Opció	BUP	EGB	dif.
(a)	8.20	11.88	-3.68
(b)	20.00	18.26	-1.74
(c)	61.02	45.50	15.52
(d)	7.69	15.07	-7.38
(—)	3.07	9.27	-6.20

Taula 4.4.3.13: Diferència de proporcions dels alumnes de BUP i d'EGB en les diferents opcions de l'ítem 36.

Referències bibliogràfiques del capítol 4.

Ben-Chaim, D., (1985): 'Adolescent girls' and boys' ability to communicate a description of a 3-dimensional building.' *Proceedings of the Tenth International Conference of Psychology for Mathematics Education*, London, pp. 75-80.

Bishop, A.J., (1980a): 'Spatial abilities and mathematics education. A review.' *Educational Studies in Mathematics* 11, pp. 257-269.

Bloom, B.S., Hastings, J.T., Madaus, G.F., (1975): *Evaluación del aprendizaje. III.* Troquel, Buenos Aires.

Eliot, J., Smith, I.M., (1982): *An International Directory of Spatial Tests*, NFER-NELSON.

Hoffer, A., (1977): *Geometry and Visualization. Mathematics Resource Project.* University of Oregon, Creative Publication Inc., Palo Alto.

Lahrizi, H., (1984): *Étude de l'habilité à visualiser des relations géométriques dans trois dimensions chez les élèves et les élèves-professeurs au Maroc*, Thèse, Université Mohamed V, Rabat, Maroc.

Wolfe, L.R., (1970): *The effects of space visualization on spatial ability and arithmetic achievement of junior high school students*, School of Education, Department of Curriculum and Instruction, State University of N.Y. at Albany.

Capítol 5

Conclusions del problema previ.

En aquest capítol, presentem les conclusions del *problema previ*. En la primera secció, presentem el sumari i les conclusions parcials dels tres objectius i, en la segona, les conclusions generals del *problema previ*.

5.1 Sumari i conclusions parcials del problema previ.

Recordem que hem establert com a *problema previ*:

Identificar tipus d'errors manifestats en les activitats del qüestionari on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai i associar-los, quan sigui possible, a grups d'incidència.

En el *problema previ* ens plantegem les següents qüestions:

Les diferències de rendiment entre grups d'incidència detectades en la totalitat del qüestionari, es reflecteixen en les qüestions on la tasca és una rotació a l'espai? És a dir, les varibales sexe i escolarització produeixen poblacions estadísticament diferents en les qüestions on la transformació geomètrica proposada és una rotació?

Es poden identificar tipus d'errors manifestats en les qüestions de rotació del qüestionari, i associar-los a grups d'incidència?

Segons això, hem plantejat com objectius del problema previ els següents:

- 1. Veure si les diferències de rendiment entre grups d'incidència, detectades en la totalitat del qüestionari, es reflecteixen en les qüestions on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.
- 2. Detectar els tipus d'errors més freqüents en el grup total i per grups d'incidència.
- 3. Associar, quan sigui possible, tipus d'errors a grups d'incidència.

5.1.1 Sumari i conclusions del primer objectiu.

El primer objectiu del problema previ pretén *veure si les diferències de rendiment entre grups d'incidència detectades en la totalitat del qüestionari es reflecteixen en les qüestions on la transformació geomètrica és una rotació*, fet que ens porta a establir les següents hipòtesis:

- Les variables intervinents que donen lloc a diferències de rendiment en la totalitat del qüestionari determinen també diferència de rendiment en les qüestions d'orientació. Hi ha diferències significatives de rendiment en les qüestions on la transformació geomètrica és una rotació entre els grups d'incidència establerts per les diferents variables intervinents.
 - La variable sexe dona lloc a diferències de rendiment en les qüestions on la transformació geomètrica és una rotació.
 - La variable escolarització dona lloc a diferències de rendiment en les qüestions on la transformació geomètrica és una rotació.
 - La mà amb que escriuen dona lloc a diferències de rendiment en les qüestions on la transformació geomètrica és una rotació.
- Les diferències de rendiment entre grups d'incidència constatades a la totalitat del qüestionari es reproduïxen en el mateix sentit en les qüestions on l'activitat requereix una rotació.
 - Pel que fa a la variable sexe, els nois responen significativament millor que les noies les qüestions relacionades amb rotacions a l'espai.
 - Pel que fa a la variable escolaritat, els alumnes de BUP responen significativament millor que els de FP i EGB les qüestions relacionades amb rotacions a l'espai, essent les respostes d'aquests dos grups equivalents.
 - Pel que fa a la variable mà amb que escriuen, els detrans responen significativament millor que els esquerrans les qüestions relacionades amb rotacions a l'espai.

A la darrera secció del capítol anterior, (4.4.1), la taula 4.4.1.7 presenta la significació de les diferències de mitges per al test global en comparació amb la significació de les diferències de rendiment per grups d'incidència en cada ítem. Recordem que, si $Z_{\overline{X}_1 - \overline{X}_2} \geq 1.645$ la diferència de mitges és significativa¹ per $\alpha = 0.05$, és a dir, la diferència de mitges en el 95% dels casos no és deguda a l'atzar sinó que podem considerar que les mostres pertanyen a grups de diferent mitja.

De la mateixa manera, si el coeficient φ_j obtingut per a cadascun dels ítems per a cada parell de grups dicotòmics és superior o igual al valor mínim donat per les taules corresponents —per $\alpha = 0.05$ és 3.841—, podem afirmar que, la diferència de rendiment és deguda a les característiques diferencials determinades per la variable intervinent amb una probabilitat del 95%.

La taula següent presenta en quins casos les diferències de rendiment entre els diferents grups establerts per les variables intervinents són significatives² per a cadascun dels ítems. En aquesta mateixa taula es contempla també la significació de la diferència de mitges.

	Nois/noies	BUP/FP	BUP/EGB	EGB/FP	Dre/esq
dif. mitges	SI	SI	SI	NO	NO
ítem 18	SI	NO	NO	NO	NO
ítem 19	SI	NO	SI	NO	NO
ítem 36	SI	SI	SI	NO	NO

Taula 5.1.1.1: Significació de la diferència de mitges i la diferència de rendiment als diferents ítems per als parells de grups dicotòmics.

A partir de la taula 5.1.1.1 observem que, les diferències de rendiment constatades a nivell global per als parells de grups dicotòmics es mantenen només en alguns casos:

- Per a l'ítem 18, entre els grups de nois i noies.
- Per a l'ítem 19, entre els grups de nois i noies i els grups de BUP i EGB.
- Per a l'ítem 36, per als tres casos en que hi havia diferències de rendiment significatives a nivell global. És a dir, entre els grups de nois i noies, els grups de BUP i FP i entre els grups de BUP i EGB.

¹Treballem amb un grau de confiança del 95%.

²Treballem tot al llarg d'aquesta secció amb un marge de confiança del 95%, és a dir amb els valors referits a $\alpha = 0.05$.

Amb tot això veiem que, només algunes de les hipòtesis referides al primer objectiu es veuen confirmades:

- Pel que fa a la variable sexe, els nois responen significativament millor que les noies en les tres qüestions relacionades amb rotacions a l'espai.
- Pel que fa a la variable escolaritat:
 - Només en una de les qüestions relacionades amb rotacions a l'espai, concretament la 36, els alumnes de BUP responen significativament millor que els de FP i EGB essent les respostes d'aquests dos grups equivalents.
 - En una de les qüestions relacionades amb rotacions a l'espai, concretament la 18, no és produeix cap diferència significativa de rendiment essent els grups de BUP, FP i EGB equivalents.
 - En la qüestió restant, la 19, la diferència de rendiment constatada a nivell global pels grups de BUP i FP no es reproduïx, i en canvi la constatada entre els grups de BUP i EGB es reproduïx i en el mateix sentit.
- Pel que fa a la variable mà amb que escriuen, no s'han constatat diferències significatives de rendiment en les qüestions relacionades amb rotacions a l'espai entre el grups de dretans i esquerrans de la mateixa manera que no hi havia diferències significatives de rendiment en la globalitat del test.

Tal com veiem, una de les variables intervinents que condiciona els resultats és el sexe i no només, en els resultats del qüestionari analitzats globalment sinó també, en els resultats considerats pregunta per pregunta. Per aquest motiu, ens sembla interessant analitzar en quins casos es produeix significació de la diferència entre les proporcions de nois i noies que contesten bé cada pregunta, no només per a la mostra considerada en la seva totalitat, sinó també per a cadascun dels subgrups de la mostra que venen determinats per una altra variable intervinent, el tipus d'escolarització.

La taula següent presenta, per a les tres preguntes on la transformació geomètrica és una rotació, la significació de la diferència de rendiment de nois i noies dins del grup d'EGB, del d'FP i del de BUP, juntament amb la significació de la diferència de les mitges obtingudes pels nois i noies dins els mateixos grups:

	TOTAL	EGB	FP	BUP
dif. mitges	SI	SI	NO	SI
18	SI	SI	NO	NO
19	SI	SI	NO	NO
36	SI	SI	NO	NO

Taula 5.1.1.2: Significació de la diferència de mitges i de rendiment de nois i noies per a cada ítem dins dels grups determinats per la variable escolarització.

A partir de la taula 5.1.1.2 veiem que, si bé a nivell de la totalitat del qüestionari, els grups de nois i noies eren significativament diferents en tots els casos exceptuant els alumnes de BUP, pel que fa a les qüestions relacionades amb les rotacions a l'espai, només és significativament diferent el rendiment dels nois i les noies dins del grup d'EGB.

5.1.2 Sumari i conclusions parcials del segon objectiu.

El segon objectiu pretén *detectar els tipus de errors més freqüents en el grup total i pels grups d'incidència*, fet que ens porta a establir les següents hipòtesis:

- 1. Es poden tipificar els errors més freqüents per a les qüestions relacionades amb rotacions a l'espai.
 - Per a cadascuna de les qüestions relacionades amb rotacions a l'espai es poden tipificar els errors més freqüents per a la totalitat de la mostra.
 - Per a cadascuna de les qüestions relacionades amb rotacions a l'espai es poden tipificar els errors més freqüents per als diferents grups d'incidència.

Per això s'ha calculat, per a cadascun dels ítems, el percentatge d'alumnes que prenen les opcions (a), (b), (c) o (d) i també els que deixen la resposta en blanc (—). Aquests càlculs s'han fet per al grup total i per a tots els subgrups de la mostra que venen determinats per les variables intervinents sexe, escolarització i mà amb que escriuen. Les taules 4.4.2.1 a 4.4.2.8 de la darrera secció del capítol anterior (4.4.2) recullen la proporció d'alumnes que, en cada ítem, prenen una determinada opció dins del grup total i dins de cadascun dels grups determinats per les variables.

A continuació, presentem una taula resum de l'ordre de preferència —pel grup total i per grups d'incidència— en la selecció de les opcions per a cadascun dels tres ítems:

Grup	Item 18	Item 19	Item 36
Total	a,b,d,c	d,a,b,c	c,b,a,d
EGB	a,b,d,c	d,a,c,b	c,b,d,a
BUP	a,d,b,c	d,b,c,a	c,b,a,d
FP	a,b,d,c	d,a,b,c	c,b,a,d
Nois	a,b,d,c	d,a,c,b	c,b,d,a
Noies	b,a,d,c	d,a,b,c	c,b,a,d
Dretans	a,b,d,c	d,a,b,c	c,b,a,d
Esquerrans	a,b,d,c	d,a,c,b	c,b,d,a

Taula 5.1.2.1: Ordre de preferència³⁴ —pel grup total i per grups d'incidència— en la selecció de les opcions per a cadascun dels tres ítem.

A continuació, presentem els resultats analitzats pregunta per pregunta.

Recordem que, l'ítem 18 requereix efectuar una rotació de 90° en sentit contrari a les agulles del rellotge, al voltant d'un eix perpendicular a un pla paral·lel a la cara on es recolza l'objecte, per comparar l'objecte representat a la figura donada amb els representats a les quatre opcions de resposta.

L'anàlisi de la selecció de respostes de l'ítem 18, confirma les hipòtesis que varen portar a la selecció dels distractors presentades en el capítol anterior en l'apartat referent a l'anàlisi formal de les tasques (4.2.2.). Així veiem que:

- Un dels errors freqüents és la confusió de l'objecte resultant de rotar una figura amb la imatge especular del mateix. Aquest error el suposem degut, no tant al desconeixement de la simetria, com al fet que al fer el gir es té en compte la inversió davant/darrera però s'oblida la inversió dreta/esquerra⁵.
- L'error que cometen els que escullen l'opció (d) és freqüent, encara que no tant com el primer, i el suposem degut al fet de que es conserva la globalitat de la figura i s'efectua el canvi de punt de vista correctament però hi ha una dificultat en la comprensió del codi de representació⁶.

³Per l'ítem 19 el nombre de noies que han escollit l'opció b és igual al de les que han escollit l'opció c.

⁴Per l'ítem 36 el nombre d'alumnes esquerrans que han escollit l'opció b és igual al dels que han escollit l'opció d.

⁵Aquest fet queda pendent de comprovació en la part relativa al problema principal de la recerca.

⁶Queda pendent la verificació d'aquesta suposició per a la part relativa al problema principal de la recerca.

- En alguns casos, molt pocs, l'error consisteix en perdre de vista la configuració global de l'objecte, ja sigui per dificultats d'aplicació de les estratègies d'aproximació a la forma, o per dificultats en la interpretació de la forma de presentació⁷.

A més, per a l'ítem 18 podem tipificar els errors a nivell de preferència d'opcions dels diversos grups, deixant per la part del problema fonamental de la recerca l'estudi dels possibles errors que han portat a cadascuna de les seleccions.

Així, per a l'ítem 18 observem:

- A nivell global, la seqüència de preferència d'opcions és a, b, d, c.
- A nivell de grups dicotòmics determinats per cadascuna de les variables intervinents, la selecció d'opcions en alguns casos es produeix de manera diferent:
 - o Pel que fa a la variable sexe, la selecció d'opcions pels diferents grups es produeix de manera diferent. Així:
 - * La seqüència de preferència pels nois és a, b, d, c.
 - * La seqüència de preferència per les noies és b, a, d, c.
 - o Pel que fa a la variable escolarització, la selecció d'opcions pels diferents grups es produeix d'igual forma entre els grups d'EGB i FP i diferent per al grup de BUP. Així:
 - * La seqüència de preferència pels d'EGB i d'FP és a, b, d, c.
 - * La seqüència de preferència pels de BUP és a, d, b, c.
 - o Pel que fa a la variable mà amb que escriuen, la selecció d'opcions pels diferents grups determinats es la mateixa i igual que la determinada pel grup global.

Recordem que, l'ítem 19 requereix comparar els objectes representats a les quatre opcions de resposta, per a determinar quin d'ells no és congruent amb els altres. Per a fer-ho, cal efectuar diverses rotacions que poden ser descrites com a composició de girs de 90°, al voltant dels eixos de coordenades.

En el cas de l'ítem 19, només podem tipificar els errors a nivell de freqüència de selecció d'opcions sense determinar, ara per ara, quins són els possibles errors subjacents, fet que quedarà pendent pel problema principal de la recerca. Segons el plantejament del problema previ no podem determinar quins són aquests errors

⁷Igual que en els dos casos anteriors la comprovació d'aquest fet correspon a la part dedicada al problema principal de la recerca.

degut a dos motius. D'una banda, la tasca requereix comparar objectes i és impossible saber a priori de quina manera escullen els alumnes les opcions a comparar. De l'altra, una vegada determinats els objectes a comparar són moltes les maneres de descriure els moviments que transformen l'un en l'altre. Malgrat tot, el propòsit de tipificar els errors segueix essent vàlid, en tant en quant, la selecció d'opcions posa de manifest unes pautes diferents entre grups dicotòmics.

Per aquest motiu, descrivim la preferència d'opcions dels diversos grups, deixant pel problema principal de la recerca, l'estudi dels possibles errors que han portat a cadascuna de les seleccions.

Així, per a l'item 19 observem:

- A nivell global, la seqüència de preferència d'opcions és d, a, b, c.
- A nivell de grups dicotòmics determinats per cadascuna de les variables intervinents, la selecció d'opcions es produeix de manera diferent:
 - Pel que fa a la variable sexe, la selecció d'opcions pels diferents grups es produeix de manera diferent, essent les seleccions les següents:
 - * La seqüència de preferència pels nois és d, a, c, b.
 - * La seqüència de preferència per les noies és d, a, b, c i en aquest cas, el nombre de noies que han escollit l'opció b és igual al nombre de les que han escollit l'opció c.
 - Pel que fa a la variable escolarització, la selecció d'opcions pels diferents grups és diferent en els tres casos. Així observem que:
 - * La seqüència de preferència pels d'EGB és d, a, c, b.
 - * La seqüència de preferència pels d'FP és d, a, b, c.
 - * La seqüència de preferència pels de BUP és d, b, c, a.
 - Pel que fa a la variable mà amb que escriuen, la selecció d'opcions pels diferents grups es produeix de manera diferent, essent:
 - * La seqüència de preferència pel grup de dretans és d, a, b, c.
 - * La seqüència de preferència pel grup d'esquerrans és d, a, c, b.

Recordem que, l'item 36 requereix comparar parelles de daus entre sí per esbrinar si existeix la possibilitat de que siguin la representació d'un mateix dau. L'enunciat de l'activitat proposa girar un dels dos daus fins col·locar-lo en la posició de l'altre, fet que implica mantenir la posició relativa de les puntuacions de les cares. El moviment mínim per passar d'un dau a l'altre pot ser descrit com a composició, com a màxim de dos girs de 90° al voltant dels eixos de coordenades.

Igual que en el cas anterior, per a l'item 36, només podem tipificar els errors a nivell de freqüència de selecció d'opcions sense determinar, ara per ara, quins són els possibles errors subjacents, fet que quedarà pendent per a la part dedicada al problema principal de la recerca. Això és degut al fet que, l'estratègia que nosaltres hem descrit —que considera fixat el segon dau, descriu el moviment necessari per posar el primer de manera que les cares comunes a tots dos ocupin la mateixa posició i compara després la tercera cara visible— pot no coincidir en absolut amb les estratègies utilitzades pels alumnes. Malgrat tot, el propòsit de tipificar els errors segueix essent vàlid, en tant en quant, una vegada més, la selecció d'opcions posa de manifest unes pautes diferents entre grups dicotòmics.

Per aquesta raó, igual que en el cas anterior, descrivim la preferència d'opcions entre els diversos grups, deixant pel problema principal de la recerca l'estudi dels possibles errors que han portat a cadascuna de les seleccions.

Així, per a l'item 36 observem:

- A nivell global, la seqüència de preferència d'opcions és c, b, a, d.
- A nivell de grups dicotòmics determinats per cadascuna de les variables la selecció d'opcions es produeix, en tots els casos menys un, de manera diferent:
 - o Pel que fa a la variable sexe, la selecció d'opcions pels diferents grups es produeix de manera diferent, essent:
 - * La seqüència de preferència pels nois és c, b, d, a.
 - * La seqüència de preferència per les noies és c, b, a, d.
 - o Pel que fa a la variable escolarització, la selecció d'opcions pels diferents grups es produeix d'igual manera entre els grups d'FP i de BUP i diferent per al grup d'EGB. Així:
 - * La seqüència de preferència pels d'EGB és c, b, d, a.
 - * La seqüència de preferència pels d'FP i de BUP és c, b, a, d.
 - o Pel que fa a la variable mà amb que escriuen, la selecció d'opcions pels diferents grups determinats es produeix de manera diferent. La selecció d'opcions és la següent:
 - * La seqüència de preferència pel grup de dretans és c, b, a, d.
 - * La seqüència de preferència pel grup d'esquerrans és c, b, d, a i, en aquest cas, el nombre d'alumnes esquerrans que han escollit l'opció b és igual al nombre dels que han escollit l'opció d.

5.1.3 Sumari i conclusions parcials del tercer objectiu.

El tercer objectiu pretén *associar, quan sigui possible, tipus d'errors a grups d'incidència* fet que ens porta a establir la següent hipòtesi:

- Es poden associar determinats errors a grups d'incidència.

En l'estudi de la verificació de les hipòtesis referents al segon objectiu hem observat que, en alguns casos les variables intervinents —sexe, escolarització i mà amb que escriuen— produeixen diferències en la selecció d'opcions. Ens interessa ara associar determinats errors a grups d'incidència. Ens cal, en primer lloc, veure en quins casos aquesta diferència en la selecció d'opcions es produeix de manera significativa.

La taula 4.4.3.6 de la darrera secció del capítol anterior, (4.4.3), resumeix la significació de la diferència d'opcions. Recordem que, la diferència d'opcions és significativa per a un item donat j quan, el valor obtingut per al coeficient χ_j^2 és superior o igual al valor mínim⁸ donat per les taules corresponents —9.588 per $\alpha = 0.05$ —. En aquest cas, podem afirmar que, la diferència en la selecció d'opcions és deguda a les característiques diferencials determinades per la variable intervinent amb una probabilitat del 95%.

La taula següent presenta el resum de la significació de la diferència d'opcions per a $\alpha = 0.05$:

ITEM	Nois/noies	BUP/FP	BUP/EGB	EGB/FP	Dre/esq
18	SI	SI	SI	NO	NO
19	NO	SI	SI	NO	NO
36	NO	SI	SI	NO	NO

Taula 5.1.3.1: Significació de la diferència d'opcions per a $\alpha = 0.05$.

Una vegada feta l'anàlisi comparativa de les opcions preses, i trobats aquells casos en que la diferència és significativa, pretenem associar, quan sigui possible, tipus d'errors a grups d'incidència. Per tant, per aquells grups en que hi ha diferència de rendiment estudiarem què significa la diferència d'opcions. Ens cal, per tant, comparar, per grups d'incidència, els percentatges d'alumnes que prenen cada opció⁹ en aquells casos en que s'ha produït significació.

⁸Recordem que treballem amb un nivell de confiança del 95%.

⁹Les taules 4.4.3.7 a 4.4.3.13 de la darrera secció del capítol anterior (4.4.3) presenten per a cada item i per a cada parell de grups dicotòmics en que la diferència d'opcions és significativa les proporcions obtingudes per a cada opció i les diferències de proporcions.

Per a cada ítem, associem tipus d'errors a grups d'incidència, fixant-nos en la diferència entre grups dels percentatges d'alumnes de cadascun d'ells que prenen una determinada opció¹⁰. Associem els errors a aquells grups que els cometen amb un percentatge molt alt quan la diferència de percentatges és suficientment gran com per a ser la causa de la diferència de significació. Per a l'ítem 18, podem associar els tipus d'errors a través de la interpretació donada als distractors, mentre que, per als ítems 19 i 36, únicament podem associar opcions de resposta ja que, per les raons esmentades anteriorment, no podem, de moment, interpretar el significat de la selecció d'opcions. En tots els casos, deixem per més endavant, quan fem l'anàlisi del problema principal de la recerca, l'estudi d'estratègies, dificultats i errors que han pogut portar a una determinada selecció d'opcions.

Així, per a l'ítem 18 podem associar errors a grups d'incidència de la següent manera:

- Respecte la variable sexe:
 - El grup de noies comet amb més freqüència que els nois¹¹ essencialment dos tipus d'errors:
 - * Confonen l'objecte resultant de rotar una figura amb la imatge especular del mateix.
 - * Conserven la globalitat de la figura i efectuen el canvi de punt de vista correctament però interpreten equivocadament el codi de representació.
- Respecte la variable escolarització¹²:
 - Els alumnes del grup de BUP conserven la globalitat de la figura i efectuen el canvi de punt de vista correctament però interpreten equivocadament el codi de representació.
 - Els alumnes dels grups d'EGB i FP confonen l'objecte resultant de rotar una figura amb la imatge especular del mateix.

¹⁰Veure les taules 4.4.3.7 a 4.4.3.13 de la darrera secció del capítol anterior (4.4.3).

¹¹En aquest cas, la significació és deguda a la diferència entre respostes correctes dels nois i les noies. El percentatge de de noies que cometen cadascun d'aquests errors és molt superior al de nois. Malgrat això, la proporció de nois que cometen un determinat error respecte al total de nois que s'equivoquen és igual a la proporció de noies que el cometen respecte al total de noies que s'equivoquen. Per tot això l'única cosa que podem afirmar és que, les noies cometen aquests errors amb més freqüència que els nois.

¹²En aquest cas, la significació és deguda no únicament a la diferència entre el nombre de respostes correctes i d'errors dels diferents grups, sinó que les proporcions d'alumnes dels diferents grups que escullen cadascuna de les opcions és globalment diferent.

Així, per a l'ítem 19 podem associar opcions de resposta a grups d'incidència en relació a la variable escolarització de la següent manera:

- Els alumnes del grup de BUP escullen preferentment l'opció d.
- Els alumnes dels grups d'EGB i FP escullen preferentment l'opció a.

De la mateixa manera, per a l'ítem 36 podem associar opcions de resposta a grups d'incidència en relació a la variable escolarització de la següent manera:

- Els alumnes del grup de BUP escullen preferentment l'opció c.
- Els alumnes del grup d'EGB escullen preferentment l'opció d i en segon lloc l'opció a.
- Els alumnes del grup d'FP escullen preferentment l'opció a.

5.2 Conclusions del problema previ.

1. Les diferències de rendiment constatades a nivell global per als parells de grups dicotòmics es mantenen només en alguns casos:

- Pel que fa a la variable sexe, els nois responen significativament millor que les noies en les tres qüestions relacionades amb rotacions a l'espai.
- Pel que fa a la variable escolaritat:
 - Només en una de les qüestions relacionades amb rotacions a l'espai, concretament la 36, els alumnes de BUP responen significativament millor que els de FP i EGB essent les respostes d'aquests dos grups equivalents.
 - En una de les qüestions relacionades amb rotacions a l'espai, concretament la 18, no és produeix cap diferència significativa de rendiment essent els grups de BUP, FP i EGB equivalents.
 - En la qüestió restant, la 19, la diferència de rendiment constatada a nivell global pels grups de BUP i FP no es reproduïx, i en canvi la constatada entre els grups de BUP i EGB es reproduïx i en el mateix sentit.

- Pel que fa a la variable mà amb que escriuen, no s'han constatat diferències significatives de rendiment en les qüestions relacionades amb rotacions a l'espai entre el grups de dretans i esquerrans de la mateixa manera que no hi havia diferències significatives de rendiment en la globalitat del test.

2. Si bé a nivell de la totalitat del qüestionari, els grups de nois i noies eren significativament diferents en tots els casos exceptuant els alumnes de BUP, pel que fa a les qüestions relacionades amb les rotacions a l'espai, només és significativament diferent el rendiment dels nois i les noies dins del grup d'EGB.

3. L'anàlisi de la selecció de respostes de l'item 18, confirma les hipòtesis que varen portar a la selecció dels distractors presentades en el capítol anterior en l'apartat referent a l'anàlisi formal de les tasques (4.2.2.). Així veiem que:

- Un dels errors freqüents és la confusió de l'objecte resultant de rotar una figura amb la imatge especular del mateix. Aquest error el suposem degut, no tant al desconeixement de la simetria, com al fet que al fer el gir es té en compte la inversió davant/darrera però s'oblida la inversió dreta/esquerra¹³.
- L'error que cometen els que escullen l'opció (d) és freqüent, encara que no tant com el primer, i el suposem degut al fet de que es conserva la globalitat de la figura i s'efectua el canvi de punt de vista correctament però hi ha una dificultat en la comprensió del codi de representació¹⁴.
- En alguns casos, molt pocs, l'error consisteix en perdre de vista la configuració global de l'objecte, ja sigui per dificultats d'aplicació de les estratègies d'aproximació a la forma, o per dificultats en la interpretació de la forma de presentació¹⁵.

4. Per a l'item 18 podem tipificar els errors a nivell de preferència d'opcions dels diversos grups¹⁶. Així, observem:

- A nivell global, la seqüència de preferència d'opcions és a, b, d, c.

¹³Aquest fet queda pendent de comprovació en la part relativa al problema principal de la recerca.

¹⁴Queda pendent la verificació d'aquesta hipòtesi per a la part relativa al problema principal de la recerca.

¹⁵Igual que en els dos casos anteriors la comprovació d'aquest fet correspon a la part dedicada al problema principal de la recerca.

¹⁶Deixem per la part del problema fonamental de la recerca l'estudi dels possibles errors que han portat a cadascuna de les seleccions.

- A nivell de grups dicotòmics determinats per cadascuna de les variables intervinents, la selecció d'opcions en alguns casos es produeix de manera diferent:
 - Pel que fa a la variable sexe, la selecció d'opcions pels diferents grups es produeix de manera diferent. Així:
 - * La seqüència de preferència pels nois és a, b, d, c.
 - * La seqüència de preferència per les noies és b, a, d, c.
 - Pel que fa a la variable escolarització, la selecció d'opcions pels diferents grups es produeix d'igual forma entre els grups d'EGB i FP i diferent per al grup de BUP. Així:
 - * La seqüència de preferència pels d'EGB i d'FP és a, b, d, c.
 - * La seqüència de preferència pels de BUP és a, d, b, c.
 - Pel que fa a la variable mà amb que escriuen, la selecció d'opcions pels diferents grups determinats es la mateixa i igual que la determinada pel grup global.

5. En el cas de l'item 19, només podem tipificar els errors a nivell de freqüència de selecció d'opcions¹⁷. Així, observem:

- A nivell global, la seqüència de preferència d'opcions és d, a, b, c.
- A nivell de grups dicotòmics determinats per cadascuna de les variables intervinents, la selecció d'opcions es produeix de manera diferent:
 - Pel que fa a la variable sexe, la selecció d'opcions pels diferents grups es produeix de manera diferent, essent les seleccions les següents:
 - * La seqüència de preferència pels nois és d, a, c, b.
 - * La seqüència de preferència per les noies és d, a, b, c i en aquest cas, el nombre de noies que han escollit l'opció b és igual al nombre de les que han escollit l'opció c.
 - Pel que fa a la variable escolarització, la selecció d'opcions pels diferents grups és diferent en els tres casos. Així observem que:
 - * La seqüència de preferència pels d'EGB és d, a, c, b.
 - * La seqüència de preferència pels d'FP és d, a, b, c.
 - * La seqüència de preferència pels de BUP és d, b, c, a.

¹⁷No determinem, ara per ara, quins són els possibles errors subjacents, fet que queda pendent pel problema principal de la recerca.

- o Pel que fa a la variable mà amb que escriuen, la selecció d'opcions pels diferents grups es produeix de manera diferent, essent:
 - * La seqüència de preferència pel grup de dretans és d, a, b, c.
 - * La seqüència de preferència pel grup d'esquerrans és d, a, c, b.

6. Per a l'item 36, només podem tipificar els errors a nivell de freqüència de selecció d'opcions¹⁸. Així, observem:

- A nivell global, la seqüència de preferència d'opcions és c, b, a, d.
- A nivell de grups dicotòmics determinats per cadascuna de les variables la selecció d'opcions es produeix, en tots els casos menys un, de manera diferent:
 - o Pel que fa a la variable sexe, la selecció d'opcions pels diferents grups es produeix de manera diferent, essent:
 - * La seqüència de preferència pels nois és c, b, d, a.
 - * La seqüència de preferència per les noies és c, b, a, d.
 - o Pel que fa a la variable escolarització, la selecció d'opcions pels diferents grups es produeix d'igual manera entre els grups d'FP i de BUP i diferent per al grup d'EGB. Així:
 - * La seqüència de preferència pels d'EGB és c, b, d, a.
 - * La seqüència de preferència pels d'FP i de BUP és c, b, a, d.
 - o Pel que fa a la variable mà amb que escriuen, la selecció d'opcions pels diferents grups determinats es produeix de manera diferent. La selecció d'opcions és la següent:
 - * La seqüència de preferència pel grup de dretans és c, b, a, d.
 - * La seqüència de preferència pel grup d'esquerrans és c, b, d, a i, en aquest cas, el nombre d'alumnes esquerrans que han escollit l'opció b és igual al nombre dels que han escollit l'opció d.

7. Per a l'item 18 podem associar errors a grups d'incidència de la següent manera:

- Respecte la variable escolarització:

¹⁸No podem determinar, ara per ara, quins són els possibles errors subjacents, fet que quedarà pendent per a la part dedicada al problema principal de la recerca.

- El grup de noies comet amb més freqüència que els nois¹⁹ essencialment dos tipus d'errors:
 - * Confonen l'objecte resultant de rotar una figura amb la imatge especular del mateix.
 - * Conserven la globalitat de la figura i efectuen el canvi de punt de vista correctament però interpreten equivocadament el codi de representació.
- Respecte la variable escolarització²⁰:
 - Els alumnes del grup de BUP conserven la globalitat de la figura i efectuen el canvi de punt de vista correctament però interpreten equivocadament el codi de representació.
 - Els alumnes dels grups d'EGB i FP confonen l'objecte resultant de rotar una figura amb la imatge especular del mateix.

8. Per a l'item 19 podem associar opcions de resposta a grups d'incidència en relació a la variable escolarització de la següent manera:

- Els alumnes del grup de BUP escullen preferentment l'opció d.
- Els alumnes dels grups d'EGB i FP escullen preferentment l'opció a.

9. Per a l'item 36 podem associar opcions de resposta a grups d'incidència en relació a la variable escolarització de la següent manera:

- Els alumnes del grup de BUP escullen preferentment l'opció c.
- Els alumnes del grup d'EGB escullen preferentment l'opció d i en segon lloc l'opció a.
- Els alumnes del grup d'FP escullen preferentment l'opció a.

¹⁹En aquest cas, la significació és deguda a la diferència entre respostes correctes dels nois i les noies. El percentatge de de noies que cometem cadascun d'aquests errors és molt superior al de nois. Malgrat això, la proporció de nois que cometem un determinat error respecte al total de nois que s'equivoquen és igual a la proporció de noies que el cometem respecte al total de noies que s'equivoquen. Per tot això l'única cosa que podem afirmar és que, les noies cometem aquests errors amb més freqüència que els nois.

²⁰En aquest cas, la significació és deguda no únicament a la diferència entre el nombre de respostes correctes i d'errors dels diferents grups, sinó que les proporcions d'alumnes dels diferents grups que escullen cadascuna de les opcions és globalment diferent.

Capítol 6

Definicions, hipòtesis i propòsits del problema principal.

En aquest capítol presentem les definicions dels termes que intervenen en el *problema principal*, i establim les hipòtesis i propòsits de la part principal de la recerca.

La primera secció del capítol està estructurada en quatre apartats. En el primer, recordem les definicions de les *habilitats intervinents*, ja establertes en el *problema previ*. En el segon, establim els criteris de caracterització de les activitats: *forma de presentació, formulació, forma de resposta, context, acció requerida i requeriment geomètric*. En el tercer apartat, definim les estratègies intervinents i les seves tipologies: *estratègies de resolució, de processament —visual i verbal—, estratègies d'aproximació —global i parcial—, i els recursos auxiliars*. En el darrer apartat de la secció, definim el que entenem per *processos tipificats*.

En la segona secció, plantegem les limitacions del *problema principal*, i establim les hipòtesis i propòsits d'aquesta part de la recerca en funció de cadascun dels sis objectius establerts.

6.1 Definicions pel problema principal.

6.1.1 Les habilitats estudiades.

Les diferents habilitats intervinents en el problema principal mantenen les definicions establertes en el capítol 3, *Definicions i hipòtesis per al problema previ*. Sense argumentar de nou les motivacions de les definicions, recordem quina és la interpretació que fem de cadascuna de les habilitats que intervenen en aquest treball.

Habilitat.

Considerem habilitat com capacitat, potencialitat o aptitud per a dur a terme una habilitat. Habilitat és sempre habilitat en un determinat tipus d'activitat i, per tant, només es posa de manifest en l'anàlisi d'una activitat específica. Habilitat és un concepte dinàmic ja que, no només es manifesta i existeix en tant en quant hi ha activitat sinó que, també és desenvolupa en l'activitat.

Habilitats espacials.

Habilitat espacial, en general, és habilitat per als conceptes espacials i per operar amb formes espacials. Del fet que interpretem el terme habilitat des d'un punt de vista plural, entenem per habilitat espacial el conjunt d'habilitats necessàries per a resoldre activitats espacials.

La nostra definició no té en consideració, al menys d'entrada, quin tipus de procés cognitiu ha de tenir lloc per a que puguem considerar una habilitat com espacial. Seran habilitats espacials aquelles necessàries per a resoldre una activitat espacial; serà en el moment d'estudiar les estratègies, les dificultats i els errors manifestats pels alumnes que ens interessarà estudiar els tipus de processos cognitius que es donen en la resolució d'una mateixa activitat.

Habilitat d'interpretació d'informació espacial.

Direm *habilitat d'interpretació d'informació espacial*, **IIE**, a l'habilitat necessària per a la comprensió, no només de les descripcions gràfiques o per models dels fenòmens i les relacions espacials sinó també, de les verbals i les mixtes i del vocabulari espacial utilitzat en el treball geomètric.

Habilitat de comunicació d'informació espacial.

Direm *habilitat de comunicació d'informació espacial*, **CIE**, a l'habilitat necessària per a la descripció dels objectes, de les relacions i de les transformacions espacials, essent el contingut d'aquesta comunicació figuratiu, verbal o mixte.

Habilitat de processament espacial.

Direm *habilitat de processament espacial*, **PE**, a l'habilitat necessària per a dur a terme el conjunt d'operacions mentals per a resoldre una activitat espacial. Inclou no només l'habilitat per a imaginar —evocació conscient de la imatgeria visual— els objectes, les relacions i les transformacions espacials sinó també per a codificar-los de manera verbal o mixta. Inclou també l'habilitat no només per a manipular les imatges mentals dels objectes, les relacions i les transformacions espacials sinó també per a resoldre activitats espacials per processos no únicament visuals.

L'habilitat PE és de caire personal mentre que, les habilitats IIE i CIE podríem

dir que són de caire més cultural. L'habilitat PE té a veure amb les característiques de l'activitat i les IIE i CIE amb la forma de l'estímul donat i la requerida per a la resposta respectivament. Tot i això, les tres habilitats IIE, CIE i PE així establertes no es poden considerar totalment separades.

Habilitat d'orientació espacial.

Direm *habilitat d'orientació espacial*, OE, a l'habilitat de processament espacial necessària per a resoldre aquelles activitats espacials on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai. Serà doncs un cas concret d'habilitat de processament espacial on la transformació espacial serà una rotació.

De manera semblant ens mantenim en la diferenciació entre els termes *ability* i *skill*. Insistim en la diferència de matisos de la llengua anglesa. En aquest sentit, interpretarem el terme habilitat —*ability*— en el sentit de potencialitat, capacitat o aptitud per a dur a terme una determinada activitat i el terme habilitat —*skill*— en el sentit de tècnica o experiència necessària per a dur a terme una activitat correctament.

Entenem, en el sentit de Krutetskii (1976), que l'anàlisi de l'habilitat —*ability*— comporta l'anàlisi d'una activitat des del punt de vista de les característiques psicològiques individuals que en permeten la realització. A més, estenem la proposta d'aquest autor ja que interpretem les habilitats no només des del punt de vista de les característiques individuals dels processos mentals que permeten la resolució de l'activitat sinó que, en el nostre estudi, ens interessa també en certa manera l'anàlisi de les capacitats tècniques que fan possible la manifestació d'aquest resultat. Cal fer notar, a més, que la nostra interpretació del terme habilitat —*skill*— difereix de la d'aquells autors que fan servir el terme per a referir-se a destreses mecàniques que no impliquen cap procés de raonament en la seva aplicació.

És per això que, tot i que diferenciem els conceptes, creiem que en la nostra recerca no es poden deslligar. Els processos de resolució implicats en una activitat depenen tant del tipus d'informació donada com del tipus de resposta requerida ja que la presentació de la informació pot condicionar el procés de resolució. Així mateix, la interpretació o producció d'informació espacial, si no és una lectura directa, pot necessitar d'habilitats de processament espacial. Per tot això, no és senzill estudiar separatament aquests dos aspectes. A més, i des del punt de vista dels aprenentatges, aquest lligam és molt més fort si es té en consideració que el desenvolupament de les unes i les altres es pot afavorir conjuntament. Al llarg del treball anomenarem els dos aspectes indistintament habilitat, especificant a quin aspecte ens referim quan ho creguem necessari.

6.1.2 Caracterització de les activitats.

Per caracteritzar les activitats establim els següents criteris:

Forma de presentació. Entenem per forma de presentació *la manera de comunicar la informació en l'enunciat de l'activitat*. Intervenien en la forma de presentació el tipus de *llenguatge* —verbal, oral o escrit— utilitzat en les instruccions i el grau d'*iconicitat* —objecte real, representació plana d'un objecte en tres dimensions, ...— utilitzat en la presentació de l'objecte sobre el que cal fer l'acció.

Formulació. Entenem per formulació *les condicions de l'enunciat que porten a l'estructura de l'activitat que permet relacionar la informació i l'acció requerida*. La formulació de l'activitat pot portar a escollir la millor opció d'entre varies donades, trobar la millor opció de totes les possibles, comparar diverses opcions amb un model, comparar diverses opcions entre elles, etc.

Forma de resposta. Entenem per forma de resposta *la manera de comunicar la informació en la resposta a l'activitat*. Intervenien en la forma de resposta el tipus de *llenguatge* —verbal, oral o escrit— utilitzat en les explicacions i el grau d'*iconicitat* —objecte real, representació plana d'un objecte en tres dimensions, ...— utilitzat en la presentació de l'objecte resultat de l'acció.

Context. Entenem per context *el tipus de situació que presenta l'activitat*. El context d'una activitat pot tenir o no significat real. Una activitat direm que està presentada en un *context amb significat real* quan el subjecte a qui va destinada té alguna experiència prèvia en situacions iguals o semblants a la proposada. Una activitat direm que està presentada en un *context sense significat real* quan l'únic lligam entre el subjecte i la situació plantejada és l'imposat per l'activitat.

Acció requerida. Entenem per acció requerida *l'acció que l'alumne ha de dur a terme per resoldre l'activitat* en el sentit establert per Leinhardt, Zaslavsky i Stein (1990). Segons aquests autors, l'acció requerida pot ser interpretar o construir.

L'acció requerida és d'*interpretació* quan l'alumne ha de donar sentit o obtenir informació a partir d'un objecte o una representació. Requereix reaccionar davant d'una acció geomètrica presentada com acabada.

L'acció requerida és de *construcció* quan el subjecte ha de generar un objecte nou, ja sigui construint-lo o dibuixant-lo. Donat l'objecte inicial l'alumne ha de generar l'objecte final, és a dir ha d'efectuar l'acció geomètrica —mentalment o manipulativa— sobre l'objecte per generar un nou objecte —real, no imaginat.

Tal com presenten aquests autors cal tenir present que mentre que interpretar

no requereix construir, les activitats de construcció sovint comporten un cert grau d'interpretació.

Requeriment geomètric. Entenem per requeriment geomètric *l'acció geomètrica —manipulativa o mental— que relaciona l'objecte donat en la informació amb l'objecte demanat per a la resposta*. El requeriment geomètric d'una activitat pot ser, per exemple, efectuar girs, desenvolupar, compondre, etc.

6.1.3 Les estratègies intervinents.

Per a la definició de les estratègies partim del model proposat per Burden i Coulson (1981). En el seu treball classifiquen les estratègies utilitzades pels subjectes a partir de tres criteris: la forma de representació (*representational mode*), allò sobre el que el subjecte centra la seva atenció (*processing focus*) i els mitjans auxiliars que utilitza (*processing aids*).

Entre les formes de representació en distingeixen tres:

- *Tipus visual:* Classifiquen l'estratègia cognitiva utilitzada pel subjecte com a estratègia visual si el subjecte al referir-s'hi recorre a recursos coneguts sota el nom *picture in the mind*.
- *Tipus verbal:* Quan el subjecte no sembla necessitar cap imatge mental a llarg de la resolució d'una prova espacial es classifica l'estratègia cognitiva utilitzada dins la categoria d'estratègies verbals.
- *Tipus mixt:* Classifiquen les estratègies cognitives del subjecte com a mixtes quan recorre als dos tipus descrits anteriorment.

Pel que fa al focus d'atenció, distingeixen dos tipus d'aproximacions:

- *Aproximació global:* quan l'estratègia cognitiva fa referència a l'objecte considerat globalment
- *Aproximació parcial:* quan l'estratègia considera només una part d'aquest objecte.

Pel que fa als recursos auxiliars utilitzats, els autors consideren els recursos auxiliars concrets utilitzats per l'individu durant la resolució de les activitats espacials.

Aquest model ens és de gran utilitat a l'hora d'establir les nostres definicions. L'objectiu del nostre treball però difereix del d'aquests autors. Pretenem identificar estratègies de resolució d'activitats geomètriques, igual que en el treball citat, però no és objectiu del nostre establir tipologies d'individus. Aquesta diferència ens portarà a establir matisos en la seva proposta. D'altra banda, les aportacions d'altres autors ens fan decidir modificar alguns aspectes concrets de la terminologia que ells estableixen. A més, l'experiència personal ens fa considerar la possibilitat d'altres tipus d'estratègies que aquests autors no han tingut en consideració.

Proposem analitzar els processos de resolució d'activitats espacials segons els següents criteris:

- Estratègies de resolució.
- Estratègies de processament.
- Estratègies d'aproximació a la forma dels objectes.
- Recursos auxiliars.

A continuació, definim cadascun d'aquestes aspectes, partint sempre del model de Burden i Coulson, amb les modificacions degudes a les aportacions d'altres autors i les proposades com a novetat en aquest treball.

Estratègies de resolució.

Entenem per **estratègies de resolució** *les diferents maneres d'enfrontar-se a l'activitat*. Segons això les estratègies de resolució depenen del context, de l'acció requerida i de la formulació de l'activitat.

La situació de l'activitat pot presentar-se en un context amb o sense significat real. Les estratègies de resolució d'una activitat amb context real poden comportar una major o menor implicació en el context. Les estratègies de resolució d'una activitat amb context sense significat real poden comportar en major o menor grau la creació d'un model real que l'expliqui.

Segons l'acció requerida, l'activitat pot ser d'identificació o de construcció. Entenem per identificació l'acció per la qual l'individu dona sentit a una situació que es presenta com acabada. Entenem per construir generar alguna cosa nova. La formulació de l'activitat pot demanar, entre d'altres coses, la resposta més idònia d'entre les possibles, la comparació d'opcions amb un model o de les opcions entre sí o una resposta sota unes condicions fixades. La formulació de l'activitat determina l'aparició d'unes estratègies de resolució o unes altres. Intentem aclarir-ho amb un exemple. Una activitat on calgui comparar diverses opcions de resposta per a

determinar quina és la que respon a determinades condicions, hi ha dues estratègies de resolució possibles. D'una banda, escollir una de les opcions com a model i comparar les altres amb aquesta i, de l'altra, treballar amb totes les opcions fent comparacions successives.

Estratègies de processament.

Entenem per *estratègia de processament l'estratègia cognitiva utilitzada pel subjecte considerada des del punt de vista de la forma de representació mental*. Segons això, la interpretació que proposem del terme *estratègia de processament* es correspon a la definició donada per Burden i Coulson de forma de representació —*representational mode*.

Aquests autors proposen tres tipus de formes de representació —visual, verbal i mixt. La definició d'estratègies visuals i verbals d'aquests autors sembla entrar en contradicció quan estableixen el tipus mixt. Classifiquen les estratègies cognitives d'un subjecte com a mixtes quan recorre als dos tipus descrits anteriorment. Donat que el subjecte pot utilitzar estratègies d'un tipus o un altre segons l'activitat proposada, aquesta aparent contradicció de fet no ho és ja que aquests autors tenen com objectiu caracteritzar els individus.

Burden i Coulson classifiquen l'estratègia cognitiva utilitzada pel subjecte com a estratègia visual si el subjecte al referi-s'hi recorre a recursos coneguts sota el nom *picture in the mind*. A propòsit d'això els autors precisen que la utilització d'aquesta expressió no implica l'acceptació de considerar la imatgeria des del punt de vista de la fotografia mental. Consideren només la idea de fotografia mental en tant en quant és la metàfora utilitzada pels entrevistats a l'intentar comunicar una descripció de les seves representacions mentals. Els mateixos autors Burden i Coulson classifiquen l'estratègia cognitiva com a verbal quan el subjecte no sembla necessitar cap imatge mental al llarg de la resolució d'una prova.

Quan es fa referència a les habilitats espacials, sorgeix immediatament un altre concepte que hi està invariablement relacionat que és la noció d'imatgeria. Per aquest motiu cal establir quina és la postura que es pren en aquesta recerca respecte aquest terme.

Com autors que ens han precedit (Bishop, Clements, Presmeg) afirmem que no és del nostre domini l'estudi del que són les imatges mentals ni com es produeixen. Clements (1981b, 1982) posa de manifest la necessitat de separar la qüestió sobre el que és realment una imatge mental de les qüestions referents als diferents efectes que poden tenir les imatges mentals, sigui quina sigui la seva naturalesa. A més, proposa considerar com a acceptables els testimonis dels individus que expressen els processos mentals a través del que en podríem anomenar metàfores, sense pre-

tendre una explicació més adient de les representacions internes d'aquests tipus de successos, admetent les expressions dels subjectes que diuen *haver imaginat que giraven un objecte*. Aquest article dóna un cert marge de confiança a tots aquells que essent profans en el món de la imatgeria treballen en el camp de les habilitats espacials. L'origen d'aquesta seguretat és l'afirmació del seu autor que, malgrat la controvèrsia existent respecte quina és la millor manera de descriure la imatgeria visual, no hi ha cap raó aparent prou forta per la que els investigadors en educació matemàtica hagin de desconsiderar la tradicional, però simple, teoria *picture-in-the-mind*. A més, cal tenir present que, la qüestió sobre el que una imatge mental pugui ser o deixar de ser es pot separar de la qüestió que ens planteja quin tipus d'efectivitat poden tenir les imatges mentals prescindint del que siguin.

Són molts els autors que en l'anàlisi de diferències individuals fan referència al grau amb que un individu fa servir idees més o menys visuals en la resolució de problemes, no només geomètrics sinó també matemàtics en general. Entre aquests autors, però, no hi ha consens en la manera d'assignar noms a les diferents categories d'individus ni en la interpretació dels termes establerts.

Krutekski (1976) identifica l'individu analític, l'individu geomètric i dues variants de l'individu harmònic, segons predomini en el seu pensament la component lògic-verbal, la component visual-pictòrica o hi hagi un equilibri amb tendència a l'una o l'altra. La recerca d'aquest autor fa referència al tipus preferit de processament com a constructe per a estudiar les diferències individuals en relació al tipus de capacitació matemàtica. Bishop (1980a, 1983) segueix la línia d'aquest autor introduint l'oposició individu analític-individu geomètric segons el grau d'idees visuals presents en la resolució de problemes matemàtics. Descartem la possibilitat d'utilitzar la terminologia proposada per Krutekskii perquè creiem que l'associació entre els termes lògic i verbal per contraposició a l'associació entre els termes visual i pictòric pot induir a pensar que el que és visual és incompatible amb raonament lògic. Pel que fa a la proposta de Bishop, tot i estar d'acord amb els conceptes implicats en la seva caracterització, descartem també la possibilitat d'utilitzar-ne la terminologia, perquè, entre d'altres coses, el fet d'imaginar un objecte no implica necessàriament no poder fer un raonament analític, especialment si entenem per anàlisi el contrari de síntesi.

Estem molt més d'acord amb la proposta de Clements (1982) quan suggereix que, en relació a la dimensió verbal-visual seu pensament, els individus poden agrupar-se en visualitzadors, verbalitzadors i mescladors segons tinguin tendència a utilitzar imatgeria, codis verbals o les dues coses en la resolució de problemes matemàtics. Donat que, ens interessa identificar estratègies i no caracteritzar individus, no té sentit en el nostre cas parlar d'estratègies mixtes ni del continu existent entre el visual i el verbal que estableixen Lean i Clements (1981).

Ens adherim del tot a la proposta de Presmeg (1985, 1986a i b) que parteix de la base de que tots els problemes matemàtics impliquen raonament o lògica en la seva solució. Aquesta autora, defineix com a mètode de solució visual aquell que implica imatgeria visual, amb o sense diagrames, com a part essencial de la resolució, fins i tot si s'utilitzen també mètodes de raonament lògic o algebraic i mètode de solució no visual aquell que no inclou cap mena d'imatgeria visual com a part essencial de la resolució.

Per al nostre treball donat que, no ens interessa analitzar el comportament d'un determinat subjecte al llarg de totes les activitats sinó que, ens interessa analitzar el comportament dels diferents subjectes en un mateixa activitat, establim només la dicotomia visual/verbal —preferint l'expressió verbal a la no-visual.

Així considerem que les estratègies de processament poden ser de dos tipus:

- Estratègies de processament visual.
- Estratègies de processament verbal.

Tenint en compte totes les consideracions prèvies, i també que les activitats geomètriques que proposem als alumnes comporten un moviment a l'espai, definim com **estratègies de processament visual** aquelles *estratègies de processament en que el subjecte diu haver imaginat la situació, un canvi de posició de l'objecte o del subjecte per a resoldre l'activitat.*

De manera semblant, per a la present recerca, definim com **estratègies de processament verbal** aquelles *estratègies de processament en que el subjecte no diu haver imaginat la situació, ni moviments de l'objecte ni del subjecte per a resoldre l'activitat.*

Estratègies d'aproximació a la forma dels objectes.

Burden i Coulson en el seu treball consideren, com a un dels criteris per a classificar les estratègies utilitzades pels subjectes, el que anomenen focus de processament —processing focus— entenen-lo com allò sobre el que els subjecte centra la seva atenció. D'altres autors, Leinhardt, Zaslavsky i Stein (1990), encara que treballant en un altre camp, el de les funcions i les gràfiques, defineixen un terme —focus— amb un conceptualització semblant —localització de l'atenció en una activitat específica— i afirmen que hi ha una gran varietat de llocs on centrar l'atenció. Aquests dos treballs són la base de la definició que establim d'estratègia d'aproximació.

Seguint el model de Burden i Coulson, definim com **estratègia d'aproximació a la forma** *el fet de centrar l'atenció en una aspecte o altre de l'objecte geomètric de l'activitat*. A l'igual que aquests autors establím dos tipus d'estratègies d'aproximació:

- **Estratègia d'aproximació global** quan *l'estratègia cognitiva fa referència a l'objecte considerat globalment*.
- **Estratègia d'aproximació parcial** quan *l'estratègia cognitiva considera només una part d'aquest objecte*.

Cal dir que, la definició d'estratègia d'aproximació parcial que proposem coincideix amb la proposada per Burden i Coulson en els dos aspectes destacats per aquests autors. Així, considerem com a estratègies d'aproximació parcial, d'una banda, aquelles que es poden identificar amb processos de transformació dels objectes per parts i amb sèries de comprovacions i, de l'altra, la identificació de parts o relacions significatives en l'objecte d'estímul i la consegüent concentració en aquestes durant l'activitat.

Recursos auxiliars.

Igual que Burden i Coulson, entenem com a **recursos auxiliars** els *recursos auxiliars concrets utilitzats per l'individu durant la resolució de les activitats espacials*. Entre els recursos auxiliars s'inclouen doncs, tots aquells gestos que fan els entrevistats per indicar moviment o posició i també les accions que fan sobre els objectes que no són explícitament requerides per l'activitat com poden ser girar el full de l'enunciat o de la resposta i rotar els objectes.

6.1.4 Processos tipificats.

Per a estructurar els processos de resolució dels alumnes en cadascuna de les activitats seguim parcialment el mètode proposat per Lahrizi (1984) que es basa en el sistema de classificació d'estratègies proposat per Burden i Coulson per a estructurar les dades obtingudes durant les entrevistes.

Lahrizi a cadascun dels subjectes entrevistats li associa dos valors que resumeixen les estratègies espacials que ha utilitzat. El primer valor està en funció de les formes de representació de les estratègies i el segon en funció dels focus d'atenció. A cadascun dels alumnes li fa correspondre dos índex, l'índex VIS-VER que descriu la tendència de l'individu a utilitzar estratègies visuals o verbals

i l'índex PAR-GLO que descriu la tendència de l'individu a utilitzar estratègies parcials o globals.

Tot i que no estem interessats en el present treball en la caracterització d'individus ens sembla interessant el fet de considerar conjuntament el tipus d'estratègia d'aproximació i el de processament utilitzat en la resolució de l'activitat.

D'aquesta manera, definim **procés tipificat** el *procés de resolució* d'una activitat concreta per part de cadascun dels alumnes *considerant únicament el tipus d'estratègia de processament i d'estratègia d'aproximació a la forma utilitzats* i prescindint de les estratègies de resolució i dels recursos auxiliars i també de l'especificitat de cadascuna de les estratègies que estem considerant.

Així, per a cada activitat, els processos tipificats poden ser de quatre categories mútuament excloents:

- VER/PAR: inclou aquells processos de resolució en el que l'estratègia de processament utilitzada és verbal i l'estratègia d'aproximació a la forma és parcial.
- VER/GLO: inclou aquells processos de resolució en el que l'estratègia de processament utilitzada és verbal i l'estratègia d'aproximació a la forma és global.
- VIS/PAR: inclou aquells processos de resolució en el que l'estratègia de processament utilitzada és visual i l'estratègia d'aproximació a la forma és parcial.
- VIS/GLO: inclou aquells processos de resolució en el que l'estratègia de processament utilitzada és visual i l'estratègia d'aproximació a la forma és global.

6.2 Hipòtesis i propòsits del problema principal.

El *problema principal* pretén:

Establir una tipologia de processos de resolució, i en particular, analitzar i caracteritzar estratègies, dificultats i errors apareguts en els processos de resolució, i associar-les, quan sigui possible, a grups d'incidència.

Segons això, ens plantegem la següent qüestió:

Les diferències de rendiment entre grups d'incidència detectades al qüestionari en les qüestions d'orientació, depenen de diferències de comportament en el procés de resolució de l'activitat?

Aquesta primera qüestió es concreta en tres més:

Es pot establir una tipologia de processos de resolució i, en particular, es poden establir tipologies d'estratègies, dificultats i errors en els processos de resolució d'activitats on la transformació geomètrica proposada és una rotació a l'espai?

Es poden associar tipologies de procés a grups d'incidència?, és a dir, els alumnes dels diferents grups d'incidència manifesten processos de resolució diferents? i, en particular, manifesten estratègies, dificultats i errors diferents en la resolució d'activitats on la transformació geomètrica proposada és una rotació a l'espai?

De quina manera el comportament dels individus en relació a les estratègies, les dificultats i els errors, depèn de les característiques de l'activitat proposada quan la transformació geomètrica és una rotació a l'espai?

A partir d'aquí, hem plantejat com **objectius del problema principal** els següents:

- 1. Analitzar i caracteritzar les diferents estratègies utilitzades pels alumnes en activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.
- 2. Analitzar i caracteritzar les diferents dificultats manifestades pels alumnes en activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.
- 3. Analitzar i caracteritzar els diferents errors comesos pels alumnes en activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.
- 4. Caracteritzar globalment els processos de resolució d'activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.
- 5. Comparar les estratègies, les dificultats i els errors observats en el comportament dels nois i les noies en activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.

- 6. Comparar les estratègies, les dificultats i els errors observats en el comportament dels alumnes de BUP, FP i EGB en activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.

La consecució de cadascun d'aquests objectius comporta diferents fases en el treball en relació al *problema principal*:

- Establir les definicions dels dels termes que s'utilitzen a partir de la revisió de les recerques anteriors.
- Establir les hipòtesis i els propòsits del treball a partir de la revisió de les recerques anteriors.
- Elaborar i validar un conjunt d'activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai, i administrar-les a una mostra d'alumnes representants dels diferents grups d'incidència.
- Analitzar qualitativament les estratègies, les dificultats i els errors observats en la resolució d'aquestes activitats per part dels alumnes entrevistats:
 - Caracteritzar les estratègies, les dificultats i els errors.
 - Estudiar de quina manera les estratègies, les dificultats i els errors depenen de les característiques de l'activitat proposada.
- Caracteritzar qualitativament els processos —considerats globalment— observats en la resolució d'aquestes activitats per part dels alumnes entrevistats:
 - Caracteritzar globalment els processos en funció de les estratègies utilitzades.
 - Analitzar-ne la freqüència i diversitat d'aparició.
- Fer una anàlisi comparativa qualitativa de les estratègies, les dificultats i els errors observats en la resolució d'aquestes activitats per part dels alumnes dels diferents grups d'incidència:
 - Caracteritzar les estratègies, les dificultats i els errors manifestats pels alumnes de cadascun dels grups d'incidència.
 - Estudiar de quina manera les diferències en les estratègies, les dificultats i els errors depenen de les característiques de l'activitat proposada.
 - Veure si les diferències en la utilització d'estratègies porten a diferències en els errors.

6.2.1 Limitacions del problema principal.

La primera limitació del treball prové dels objectius plantejats. La present recerca pretén caracteritzar les estratègies dificultats i errors dels individus en activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai. Aquesta caracterització pot fer èmfasi en dos aspectes, els individus o les activitats.

L'objectiu de la present recerca no és fer un estudi del comportament dels alumnes per a caracteritzar-los individualment com han fet d'altres autors que ens han precedit sinó que, és estudiar les estratègies, dificultats i errors que apareixen en les activitats. En el nostre treball, fem èmfasi en les activitats, analitzant com les diferents activitats condicionen l'aparició de determinats tipus d'estratègies, dificultats i errors. *No és objectiu de la present recerca fer un estudi del comportament de cadascun dels individus al llarg de totes les activitats sinó que és fer un estudi global del comportament de tots els individus per a cadascuna de les activitats.*

La segona limitació prové també dels objectius del treball. La present recerca pretén caracteritzar les estratègies, dificultats i errors manifestats pels alumnes en un tipus concret d'activitats. Aquest fet condiona la metodologia. El caràcter explicatiu de la recerca porta a fer una anàlisi d'un treball a fons amb una mostra reduïda. D'aquest fet es dedueix que, *els resultats tenen caràcter explicatiu i no es poden generalitzar amb cap altre propòsit que no sigui el d'explicar el comportament d'alumnes en condicions paral·leles i en situacions anàlogues.*

La tercera limitació prové del tipus de metodologia utilitzada. Per respondre al problema principal ens basem en entrevistes amb alumnes on han de resoldre situacions referides a objectes i relacions espacials. Per a l'estudi del problema principal, interpretem les explicacions que donen els alumnes del que ha estat el seu procés de resolució i les dades provinents de l'observació del seu comportament. Aquest fet comporta una limitació clara ja que, és difícil controlar el grau d'adequació del que l'alumne descriu amb el que és realment el seu procés mental. Segons tot això, cal tenir present que, *les conclusions a que arribem provenen, en part, de la interpretació de la informació donada pels alumnes en la descripció dels seus processos de resolució.*

La quarta limitació prové de la naturalesa de l'objecte d'estudi. Les activitats presentades als alumnes fan referència a objectes i relacions tridimensionals. D'aquí sorgeix la dificultat d'interpretar les imatges mentals dels alumnes quan aquestes són de naturalesa visual. Per tot això, cal tenir present que, *acceptem com a vàlides les explicacions dels alumnes que diuen que imaginem la situació sense pretendre saber en que consisteix el fet d'imaginar.*

6.2.2 Hipòtesis i propòsits del primer objectiu.

El primer objectiu pretén *analitzar i caracteritzar les diferents estratègies utilitzades pels alumnes en activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai fet que ens porta a establir les següents hipòtesis:*

- Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai les estratègies manifestades pels alumnes poden caracteritzar-se segons els següents criteris:
 - Estratègies de resolució.
 - Estratègies de processament.
 - Estratègies d'aproximació a la forma dels objectes.
 - Recursos auxiliars.
- Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai les estratègies de resolució manifestades pels alumnes depenen de la situació i de la formulació de l'activitat.
- Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai les estratègies de processament manifestades pels alumnes poden caracteritzar-se com a:
 - Estratègies de processament visual.
 - Estratègies de processament verbal.
- Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai les estratègies d'aproximació a la forma dels objectes manifestades pels alumnes poden caracteritzar-se com a:
 - Estratègies d'aproximació global.
 - Estratègies d'aproximació parcial.
- Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai podem caracteritzar els recursos auxiliars utilitzats pels alumnes poden caracteritzar-se segons:
 - Hi intervingui o no el material concret de l'activitat:
 - * Gestuals, per referir-se al moviment, posició o parts de l'objecte.
 - * Accions manipulatives que fan sobre els objectes que no són explícitament requerides per l'activitat.

- o La finalitat que tinguin:
 - * Superar les dificultats de llenguatge.
 - * Simular el requeriment geomètric de l'activitat.

A més de contrastar aquestes hipòtesis el primer objectiu pretén també els següents propòsits:

- Descriure i caracteritzar les estratègies de resolució manifestades pels alumnes. Veure com la forma de presentació, la formulació, la forma de resposta, el context, l'acció requerida i el requeriment geomètric de l'activitat condicionen l'aparició d'estratègies de resolució.
- Descriure i caracteritzar les estratègies de processament manifestades pels alumnes, tant les de processament visual com les de processament verbal. Veure com la forma de presentació, la formulació, la forma de resposta, el context, l'acció requerida i el requeriment geomètric de l'activitat condicionen l'aparició d'estratègies de processament.
- Descriure i caracteritzar les estratègies d'aproximació manifestades pels alumnes, tant les d'aproximació global com les d'aproximació parcial. Veure com la forma de presentació, la formulació, la forma de resposta, el context, l'acció requerida i el requeriment geomètric de l'activitat condicionen l'aparició d'estratègies d'aproximació.
- Descriure i caracteritzar els recursos auxiliars utilitzats pels alumnes. Veure com la forma de presentació, la formulació, la forma de resposta, el context, l'acció requerida i el requeriment geomètric de l'activitat condicionen la utilització de recursos auxiliars.

6.2.3 Hipòtesis i propòsits del segon objectiu.

El segon objectiu pretén *analitzar i caracteritzar les diferents dificultats manifestades pels alumnes en activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai*.

Lahrizi (1984) en la seva recerca afirma, en l'anàlisi global de les dificultats manifestades pels alumnes, que aquestes són de tres tipus:

- Dificultats per interpretar els dibuixos que representen les formes tridimensionals.
- Dificultats per produir dibuixos que representen les formes tridimensionals.

- Dificultats per efectuar transformacions d'imatges mentals.

Estenem la proposta d'aquest autor establint les següents hipòtesis:

- Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai les dificultats manifestades pels alumnes són:
 - Dificultats d'interpretació de l'enunciat.
 - Dificultats de comunicació de la resposta.
 - Dificultats del procés de resolució.
- Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai les dificultats d'interpretació de l'enunciat manifestades pels alumnes són:
 - Dificultats d'interpretació del requeriment geomètric.
 - Dificultats d'interpretació de l'acció requerida.
 - Dificultats d'interpretació del codi utilitzat en la presentació.
 - Dificultats d'interpretació de la formulació.
- Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai les dificultats de comunicació de la resposta manifestades pels alumnes són:
 - Dificultats de llenguatge per a l'explicitació del resultat i del procés de resolució.
 - Dificultats d'utilització del codi requerit per la presentació de la resposta.
- Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai les dificultats del procés de resolució manifestades pels alumnes són:
 - Dificultats d'adaptació de l'estratègia de processament del propi subjecte a la suggerida per l'activitat.
 - Dificultats d'adaptació de l'estratègia d'aproximació del propi subjecte a la suggerida per l'activitat.

A més de contrastar aquestes hipòtesis, el segon objectiu pretén també els següents propòsits:

- Caracteritzar les dificultats d'interpretació de l'enunciat manifestades pels alumnes. Veure com la forma de presentació, la formulació, la forma de resposta, el context, l'acció requerida i el requeriment geomètric de l'activitat condicionen l'aparició de dificultats d'interpretació de l'enunciat.
- Caracteritzar les dificultats de comunicació de la resposta manifestades pels alumnes. Veure com la forma de presentació, la formulació, la forma de resposta, el context, l'acció requerida i el requeriment geomètric de l'activitat condicionen l'aparició de dificultats de comunicació de la resposta.
- Caracteritzar les dificultats del procés de resolució manifestades pels alumnes. Veure com la forma de presentació, la formulació, la forma de resposta, el context, l'acció requerida i el requeriment geomètric de l'activitat condicionen l'aparició de dificultats en el procés de resolució.

6.2.4 Hipòtesis i propòsits del tercer objectiu.

El tercer objectiu pretén *analitzar i caracteritzar els diferents errors comesos pels alumnes en activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai*. De manera paral·lela a com fèiem per al segon objectiu establim les següents hipòtesis:

- Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai els errors comesos pels alumnes són:
 - Errors d'interpretació de l'enunciat de la tasca.
 - Errors en la comunicació de la resposta a la tasca.
 - Errors en la resposta des del punt de vista geomètric.
- Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai els errors d'interpretació de l'enunciat de la tasca comesos pels alumnes són:
 - Errors d'interpretació del requeriment geomètric.
 - Errors d'interpretació de l'acció requerida.
 - Errors d'interpretació del codi utilitzat en la presentació.
 - Errors d'interpretació de la formulació.
- Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai els errors en la comunicació de la resposta comesos pels alumnes són:

- o Errors de llenguatge per a l'explicitació del procés i del resultat.
- o Errors d'utilització del codi requerit per la presentació de la resposta.
- Per a cadascuna de les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai els errors geomètrics comesos pels alumnes són:
 - o Absència de la inversió dreta/esquerra.
 - o Absència de la inversió davant/darrera.

A més de contrastar aquestes hipòtesis el tercer objectiu pretén també els següents propòsits:

- Caracteritzar els errors d'interpretació de l'enunciat comesos pels alumnes. Veure com la forma de presentació, la formulació, la forma de resposta, el context, l'acció requerida i el requeriment geomètric de l'activitat condicionen l'aparició d'errors d'interpretació de l'enunciat.
- Caracteritzar els errors en la comunicació de la resposta comesos pels alumnes. Veure com la forma de presentació, la formulació, la forma de resposta, el context, l'acció requerida i el requeriment geomètric de l'activitat condicionen l'aparició d'errors en la comunicació de la resposta.
- Caracteritzar els errors geomètrics comesos pels alumnes. Veure com la forma de presentació, la formulació, la forma de resposta, el context, l'acció requerida i el requeriment geomètric de l'activitat condicionen l'aparició d'errors geomètrics.
- Veure com la utilització de les diferents estratègies de resolució, de processament i d'aproximació condicionen l'aparició d'errors geomètrics.

6.2.5 Hipòtesis i propòsits del quart objectiu.

Com a quart objectiu pretenem *caracteritzar globalment els processos de resolució d'activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai fet que ens porta a establir la següent hipòtesi:*

- Els processos manifestats pels alumnes en la resolució d'activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai poden caracteritzar-se globalment segons les estratègies de processament i d'aproximació utilitzades a partir de la següent tipologia:

- o VER/PAR: inclou aquells processos de resolució en que l'estratègia de processament utilitzada és verbal i l'estratègia d'aproximació a la forma és parcial.
- o VER/GLO: inclou aquells processos de resolució en que l'estratègia de processament utilitzada és verbal i l'estratègia d'aproximació a la forma és global.
- o VIS/PAR: inclou aquells processos de resolució en que l'estratègia de processament utilitzada és visual i l'estratègia d'aproximació a la forma és parcial.
- o VIS/GLO: inclou aquells processos de resolució en que l'estratègia de processament utilitzada és visual i l'estratègia d'aproximació a la forma és global.

A més de contrastar aquesta hipòtesi el quart objectiu pretén també el següent propòsit:

- Analitzar la freqüència i la diversitat de cadascuna d'aquestes tipologies de procés.

6.2.6 Hipòtesis i propòsits del cinquè objectiu.

El cinquè objectiu pretén *comparar les estratègies, dificultats i errors observats en el comportament dels nois i les noies en activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.*

Amb el pas dels anys la quantitat de tests espacials que han posat de manifest un millor rendiment per part del sexe masculí és impressionant. Aquest fet és cert fins a tal punt que es fa difícil no arribar a la conclusió de que la superioritat masculina en el rendiment és una característica general dels tests espacials.

Una de les opinions més fermes en aquest sentit la trobem reflectida en l'obra d'Eliot i Smith, (1982), autors que afirmen que la superioritat del rendiment per part del sexe masculí és indicatiu de la càrrega espacial d'un test. A més, afirmen que quan en un test espacial no es manifesta clarament la superioritat masculina és pot posar en dubte que sigui vertaderament un test espacial.

Són clarificadores totes aquelles recerques on a més de constatar el millor rendiment dels nois s'aclareix quin tipus de proves han estat considerades per a l'estudi d'aquest rendiment. D'entre aquestes és interessant el treball de Shuard (1982) que en l'anàlisi que fa de les diferències del rendiment en matemàtiques segons el sexe, afirma que està ben establert que els homes tendeixen a resoldre millor que

les dones els tests de visualització espacial que inclouen l'habilitat de rotar objectes en la ment i orientar-se ells mateixos o orientar objectes a l'espai.

En aquest mateix ordre de coses, Lahrizi (1984) constata que, en la globalitat del qüestionari que ell presenta, els nois, tant els alumnes com els futurs professors, obtenen resultats significativament millors que les noies exceptuant una prova del tipus *paper folding* on la diferència significativa de resultats s'ha produït de manera inversa.

Dins d'aquest grup cal considerar també el treball de Wattanawaha, (1977), que arriba a la conclusió de que els nois obtenen millor rendiment que les noies en el cas de proves espacials de visualització, però no necessàriament en el cas d'altres tipus de proves espacials.

Cal fer notar però, que totes aquestes teories fan referència a la diferència de rendiment i no de processos tal com observa també Bishop (1980b) que afirma que hi ha molt poques recerques que ens aportin alguna idea en relació a la diferència de processos utilitzats pels nois i les noies. Aquest autor, apunta també la possibilitat de que el sexe no sigui una variable que estableixi diferències suficients quan ens referim a habilitats i processos.

De la mateixa manera, Lohman (1979a i b), tot i relacionar la diferència de rendiment amb els processos de resolució, no identifica cap característica del pensament dels nois o les noies que permeti suposar l'existència de diferents processos de resolució d'activitats espacials per part dels uns i de les altres.

En aquest mateix ordre de coses, Krutetskii (1976) resumeix les investigacions anteriors a la seva diada, que a partir de les dades existents es pot dir que els nois sobresurten en l'habilitat per al raonament lògic i les noies sobresurten en precisió, rigor i exactitud. Malgrat això es qüestiona la fiabilitat d'aquestes dades i fins a quin punt aquestes característiques són innates. Pel que fa a la seva pròpia recerca l'autor posa de manifest que no ha constatat cap característica qualitativa específica del pensament matemàtic dels nois o les noies tant a partir de les dades directes de la recerca com a partir de la informació donada pels professors.

En el moment de plantejar hipòtesis en relació les possibles diferències entre els dos sexes, no només pel que fa al rendiment espacial, sinó, amb més profunditat pel que fa a processos de resolució, és important tenir en compte els resultats parcials de la recerca de Presmeg (1985) pel que fa a la visualitat dels nois i les noies. Aquesta autora escriu afirma que pel que fa a les dades qualitatives del seu estudi no ha observat cap diferència en el grau de visualització —*visuality*¹— dels nois i les noies. És més, en el resum dels processos de resolució de problemes de 54

¹Presmeg (1985) defineix el grau de visualització —*visuality* d'un individu com el grau de preferència d'utilització de mètodes visuals per a resoldre problemes matemàtics que poden solucionar-se per mètodes visuals i no visuals.

alumnes caracteritzats com a visualitzadors —*visualizers*²— per a cada noi que ha utilitzat un processament visual d'un determinat tipus afirma que es pot trobar una noia que hagi utilitzat el mateix tipus de processament. Resultats semblants són els obtinguts per Battista (1990).

A l'hora d'establir les hipòtesis per al cinquè objectiu ens és de gran ajuda la recerca de Leinhardt, Zaslavsky i Stein (1990) que tot i ser específica del camp de les funcions proposa una conceptualització general per analitzar el comportament dels individus en la resolució d'activitats. Aquests autors proposen considerar les activitats segons l'acció requerida sigui una interpretació o una construcció definint el terme *interpretació* de la següent manera (p. 8):

By interpretation we refer to the action by which a student makes sense or gains meaning from a graph (or a portion of a graph), a functional equation, or a situation.

...

Interpretation actions are subject to both over- and undergeneralizations and to confusion or confounding with pictorial events or a similar nature.

i més endavant el terme *construcció* de la manera següent (p. 12):

By construction we refer to the act of generating something new. Construction refers to building a graph or plotting points from data (or from a function rule or a table) or to building an algebraic function for a graph.

Especialment interessants són les relacions i diferències entre els dos termes com remarquen (pp. 12 i 13 respectivament):

Construction is quite different from interpretation. Whereas interpretation relies on and requires reaction to a given piece of data (e.g., a graph, an equation, or a data set), construction requires generating new parts that are not given.

In terms of their relationship to each other, it can be noted that whereas interpretation does not require any construction, construction often builds on some kind of interpretation.

²Presmeg (1985) defineix com individu visualitzador aquell que prefereix utilitzar mètodes visuals per a resoldre problemes matemàtics que poden solucionar-se per mètodes visuals i no visuals.

Les propostes de Leinhardt, Zaslavsky i Stein ens fan suposar que el comportament dels individus pot ser diferent segons la tasca requereixi interpretació o construcció en els sentit establert per aquests autors. Considerem per al present treball com a activitats d'interpretació aquelles procedents del qüestionari en la que l'alumne ha d'identificar la resposta correcta sense necessitat de construir cap objecte nou. De manera semblant, considerem activitats de construcció aquelles activitats que essent de resposta oberta requereixin que l'alumne la construeixi. Cal dir que el fet de considerar que una tasca sigui d'interpretació no exclou que hi hagi d'haver un processament mental de la informació donada i per tant l'habilitat implicada no és únicament la definida com a IIE sinó que hi intervenen també habilitats PE i OE. De la mateixa manera considerar que una tasca sigui de construcció no vol dir únicament que calgui construir un objecte sinó que entre aquestes hi hauria també les de representar i amb la condició en ambdós casos que l'objecte resultant diferís en alguna condició o característica de l'inicial.

La caracterització de les activitats proposada per Leinhardt, Zaslavsky i Stein, juntament amb les conclusions, d'una banda, dels autors que diuen que hi ha diferència de rendiment entre els nois i les noies en els tests espacials i, de l'altra, les d'aquells autors que afirmen que no hi ha diferència de comportament entre els uns i les altres ens porta a establir les següents hipòtesis per al cinquè objectiu:

- Les diferències qualitatives entre les estratègies utilitzades pels nois i les noies en les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai depenen de l'acció requerida i del tipus d'estratègia que estem considerant.
 - Hi ha diferències qualitatives entre les estratègies de resolució utilitzades pels nois i les noies independentment de l'acció requerida —interpretació o construcció.
 - En relació a les estratègies de processament utilitzades pels nois i les noies:
 - * Hi ha diferències qualitatives en les activitats on l'acció requerida és interpretació.
 - * No hi ha diferències qualitatives en les activitats on l'acció requerida és construcció.
 - No hi ha diferències qualitatives entre les estratègies d'aproximació utilitzades pels nois i les noies independentment de l'acció requerida —interpretació o construcció.
- Les diferències entre les dificultats manifestades pels nois i les noies en les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai depenen del tipus de dificultat:

- Hi ha diferències quantitatives entre les dificultats manifestades pels nois i les noies en relació a la interpretació de l'enunciat.
- No hi ha diferències quantitatives ni qualitatives entre les dificultats manifestades pels nois i les noies en relació a la comunicació de la resposta.
- No hi ha diferències quantitatives ni qualitatives entre les dificultats manifestades pels nois i les noies en relació al procés de resolució.
- Les diferències entre els errors comesos pels nois i les noies en les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai depenen del tipus d'error:
 - Hi ha diferències quantitatives entre els errors comesos pels nois i les noies en la interpretació de l'enunciat.
 - No hi ha diferències quantitatives ni qualitatives entre els errors comesos pels nois i les noies en la comunicació de la resposta.
 - Hi ha diferències quantitatives entre els errors geomètrics comesos pels nois i les noies.

A més de contrastar aquestes hipòtesis el cinquè objectiu pretén també els següents propòsits:

- Caracteritzar les estratègies de resolució i de processament utilitzades pels nois i les noies en les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.
- Caracteritzar les dificultats d'interpretació de l'enunciat, de comunicació i del procés de resolució manifestades pels nois i les noies en les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.
- Caracteritzar els errors d'interpretació de l'enunciat, de comunicació i geomètrics comesos pels nois i les noies en les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.
- Analitzar com la utilització per part dels nois i les noies d'estratègies diferents en els processos de resolució porta a diferències en la resposta.

6.2.7 Hipòtesis i propòsits del sisè objectiu.

Els sisè objectiu de la recerca pretén *comparar les estratègies, dificultats i errors observats en el comportament dels alumnes de BUP, FP i EGB en activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.*

Els plantejaments curriculars dels nivells d'ensenyament d'on provenen els alumnes de la mostra no fan un èmfasi excessiu en la geometria de l'espai i menys des del punt de vista analitzat en aquesta recerca. A més les propostes de geometria que hi apareixen no són diferents en els aspectes tractats ni en la manera de fer-ho sinó en el nivell de dificultat. Per tot això plantegem les següents hipòtesis per al sisè objectiu:

- Les diferències qualitatives que hi ha entre les estratègies utilitzades pels alumnes d'EGB, BUP i FP en les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai depenen de l'acció requerida i del tipus d'estratègia que estem considerant:
 - No hi ha diferències qualitatives entre les estratègies de resolució manifestades pels alumnes d'EGB, BUP i FP independentment de l'acció requerida per l'activitat.
 - Hi ha diferències qualitatives entre les estratègies de processament manifestades pels alumnes d'EGB, BUP i FP en les activitats on l'acció requerida és interpretació.
 - Hi ha diferències qualitatives entre les estratègies d'aproximació manifestades pels alumnes d'EGB, BUP i FP en les activitats on l'acció requerida és construcció.
- Les diferències entre les dificultats manifestades pels alumnes d'EGB, BUP i FP en les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai depenen del tipus de dificultat:
 - Hi ha diferències quantitatives entre les dificultats manifestades pels alumnes d'EGB, BUP i FP en relació a la interpretació de l'enunciat.
 - No hi ha diferències quantitatives ni qualitatives entre les dificultats manifestades pels alumnes d'EGB, BUP i FP en relació a la comunicació de la resposta.
 - No hi ha diferències quantitatives ni qualitatives entre les dificultats manifestades pels alumnes d'EGB, BUP i FP en relació al procés de resolució.
- Les diferències entre els errors comesos pels alumnes d'EGB, BUP i FP en les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai depenen del tipus d'error:
 - Hi ha diferències quantitatives entre els errors comesos pels alumnes d'EGB, BUP i FP en la interpretació de l'enunciat.

- o No hi ha diferències quantitatives ni qualitatives entre els errors comesos pels alumnes d'EGB, BUP i FP en la comunicació de la resposta.
- o No hi ha diferències quantitatives ni qualitatives entre els errors geomètrics comesos pels alumnes d'EGB, BUP i FP.

A més de contrastar aquestes hipòtesis el sisè objectiu pretén també els següents propòsits:

- Caracteritzar les estratègies de resolució, de processament i d'aproximació utilitzades pels alumnes d'EGB, BUP i FP en les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.
- Caracteritzar les dificultats d'interpretació de l'enunciat, de comunicació i del procés de resolució manifestades pels alumnes d'EGB, BUP i FP en les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.
- Caracteritzar els errors d'interpretació de l'enunciat, de comunicació i geomètrics comesos pels alumnes d'EGB, BUP i FP en les activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai.

Referències bibliogràfiques del capítol 5.

Battista, M.T., (1990): 'Spatial visualization and gender differences in high school geometry.' *Journal for Research in Mathematics Education* **21**, pp. 47-60.

Bishop, A.J., (1980a): 'Spatial abilities and mathematics education. A review.' *Educational Studies in Mathematics* **11**, pp. 257-269.

Bishop, A.J., (1980b): *Spatial and Mathematical Abilities —A Reconciliation*, comunicació presentada a 'Conference on Mathematical Abilities at the University of Georgia', Athens, June 12-14, 1980.

Bishop, A.J., (1983): 'Space and Geometry' en R. Lesh, M. Landau, (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. Academic Press Inc., Orlando, Florida, USA, pp. 175-203.

Burden, L.D., Coulson, S.A., (1981): *Processing of Spatial Tasks*. M. Ed. Thesis, Monash University, Melbourne.

Clements, K., (1982): 'Visual Imagery and School Mathematics. Part II.' *For the Learning of Mathematics*, Mar. 1982, **2**(3), pp. 33-38.

Eliot, J., Smith, I.M., (1982): *An International Directory of Spatial tests*. NFER-NELSON.

Krutetskii, V.A., (1976): *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. University of Chicago Press, Chicago.

Lahrizi, H., (1984): *Étude de l'habilité à visualiser des relations géométriques dans trois dimensions chez les élèves et les élèves-professeurs au Maroc*. Thèse, Université Mohamed V, Rabat, Maroc.

Lean, G.A., Clements, M.A., (1981): 'Spatial ability, visual imagery and mathematical performance.' *Educational Studies in Mathematics* 12(3), pp. 1-33.

Leinhardt, G., Zaslavsky, O. i Stein, M.K., (1990): 'Functions, Graphs and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching' en *Review of Educational Research*, Spring 1990, 60(1), pp. 1-64.

Lohman, D.F., (1979a): 'Spatial Ability: a Review and Reanalysis of the Correlational Literature.' *Technical Report n.8. Aptitude Research Project*. School of Education, Stanford University, Oct. 1979.

Lohman, D.F., (1979b): 'Spatial Ability: Individual Differences in Speed and Level.' *Technical Report n.9. Aptitude Research Project*. School of Education, Stanford University, Oct. 1979.

Presmeg, N.C., (1985): *The Role of Visually Mediated Processes in High School Mathematics: A Classroom Investigation*, Unpublished PhD Dissertation. University of Cambridge.

Presmeg N.C., (1986a): 'Visualisation in high school mathematics.' *For the Learning of Mathematics* 6(3), pp. 43-44.

Presmeg N.C., (1986b): 'Visualisation and mathematical giftedness.' *Educational Studies in Mathematics* 17(3), pp. 297-311.

Shuard, H.B., (1982): 'Differences in Mathematical Performance between Boys and Girls' en W.H. Crockroft, (Ed.), *Mathematics counts*. Her Majesty's Stationery Office, Londres.

Wattanawaha, N., (1977): *Spatial Ability and Sex Differences in Performance on Spatial Tasks*. M. Ed. Thesis, Monash University, Melbourne.

Capítol 7

Metodologia del problema principal.

En aquest capítol presentem, justifiquem i descrivim la metodologia utilitzada per a trobar respostes a les qüestions plantejades en el problema principal.

En la primera secció, argumentem els motius de l'elecció d'un corrent metodològic determinat per a la resolució de les qüestions que tenim plantejades. Analtzem perquè considerem la utilització d'una metodologia qualitativa, basada en la tècnica d'entrevistes, com la més apropiada per l'estudi dels processos implicats en les habilitats de processament espacial, i presentem les recerques que ens han facilitat la presa de decisions en relació als aspectes metodològics concrets, és a dir, l'elaboració de les activitats, el disseny de les entrevistes, la recollida i l'anàlisi de dades.

En la segona secció, presentem les activitats proposades als alumnes, descrivim el seu procés d'elaboració, analitzant els passos que ens han portat a la redacció de cadascuna d'elles, en fem una anàlisi formal i presentem la seva caracterització.

A continuació, en la tercera secció, presentem la mostra i el procés de recollida de dades. En primer lloc, exposem els condicionaments que varen portar a la selecció dels individus, i descrivim les seves característiques i, en el segon apartat, detallem el procés de recollida de dades.

En la quarta secció d'aquest capítol, exposem les diverses etapes en la construcció de l'instrument d'anàlisi de dades i el mateix procés d'anàlisi. Justifiquem la utilització de xarxes sistèmiques tant en la fase de reducció com en la d'exposició de dades. Presentem, després, l'estudi comparatiu del comportament dels grups d'individus en relació a cadascun dels aspectes observats, que s'ha dut a terme amb l'objectiu d'identificar tendències i d'analitzar com la utilització d'estratègies diverses porta de manera diferent a les respostes.

A continuació, en la cinquena secció, presentem les accions dutes a terme amb la finalitat d'assegurar, a més de la validesa de l'instrument utilitzat per a l'obtenció de les dades, la validesa del procés de recollida de les mateixes, la de l'instrument d'anàlisi i de la pròpia anàlisi, i la consistència dels resultats.

En la darrera secció d'aquest capítol, exposem, per a cada activitat, les dades i presentem el procés d'establiment de resultats.

7.1 Justificació de la metodologia.

En aquesta secció, es pretén justificar l'elecció d'un corrent metodològic, entre els diversos existents, per a la resolució del problema principal. Aquesta justificació es fa a partir de les recomanacions proposades, en les recerques existents en relació al tema, sobre quin tipus de metodologia és l'apropiat per a la resolució de les qüestions que tenim plantejades.

Tal com recordem en la justificació de la metodologia del problema previ, capítol 4.1, són diverses les opcions a considerar pel que fa a la metodologia de recerca en aquest camp. Una vegada més, cal deixar clar, d'entrada, que l'elecció d'una metodologia o d'una altra no respon a una presa de postura teòrica general sinó a la necessitat de resoldre un problema concret. Tal com comentem en la secció citada, hi ha dues maneres d'enfrontar l'anàlisi d'una habilitat: juntament amb la utilització de tests i diferents mètodes estadístics i matemàtics de processar els resultats, trobem també recursos basats en l'anàlisi de produccions individuals en combinació amb informació biogràfica.

La qüestió plantejada en el problema principal és veure si les diferències de rendiment entre grups d'incidència, detectades en el problema previ, depenen de diferències de comportament en els processos de resolució de les activitats. Els objectius del problema principal poden agrupar-se en dos grans blocs: d'una banda, analitzar i caracteritzar les estratègies, dificultats i errors, i tipificar els processos de resolució, i de l'altra, fer un estudi comparatiu del comportament dels nois i de les noies, i dels alumnes de BUP, FP i EGB, en els processos de resolució d'activitats geomètriques on la transformació espacial proposada és una rotació.

Molts autors —Bishop (1980a, 1983), Burden i Coulson (1981), Clements (1981b, 1982), Lahrizi (1984), Lean (1981), Lean i Clements (1981), Lohman (1979a, b), Presmeg (1985, 1986a i b)— afirmen que es poden resoldre tasques espacials per mètodes analítics. Krutetskii (1976), a més, posa exemples de com es pot arribar a solucions idèntiques per processos diferents que impliquen diferents habilitats o diferents nivells d'habilitat (p. 16):

The psychometrician, in each instance cited above, must conclude that the pupils are equal in their manifestations of mathematical ability, whereas analysis of the process suggests that we are dealing with different levels of mathematical ability in the first two problems and with different varieties of mathematical ability in the second two.

Aquest fet ens ha fet plantejar la pregunta de fins a quin punt els resultats en un test espacial representen una mesura de l'habilitat espacial d'un individu. Aquesta qüestió ha portat la nostra atenció cap als processos personals utilitzats al resoldre les activitats espacials. La dificultat d'interpretar els resultats obtinguts en aquests tipus de tests per individus que poden haver utilitzat estratègies diferents en el procés de resolució, ens ha conduït a interessar-nos pels processos més que pels resultats.

Els tests posen de manifest, únicament, el resultat final de l'execució d'una tasca per part de l'individu, ignorant la naturalesa del procés que ha portat a l'obtenció del resultat, i no posen de manifest les característiques qualitatives del procés. Krutetskii (1976) afirma que per a trobar les diferències entre individus ens cal fer una anàlisi del procés.

Més tard, molts dels autors implicats en el camp de les habilitats espacials remarquen la necessitat de centrar l'atenció en les estratègies dels processos de resolució i la necessitat d'utilitzar dades qualitatives. Així Lohman (1979b) (p. 126):

Future research on spatial ability must attend to these important intra-subject and intersubject differences in solution strategy. One way to do this is through experiments that are designed to yield qualitatively different patterns of scores for different solution strategies. Proportional subject sampling, selective item administration and modeling performance at the level of item types within individuals are also recommended as part of the proposed research.

Des que es van iniciar les investigacions interessades en els processos, més que en els resultats, s'han estat utilitzant metodologies de recerca basades en tècniques qualitatives. Alguns dels autors han justificat abastament la necessitat d'utilitzar-les i la validesa dels resultats que permeten obtenir. Així, Richardson (1977), referint-se a la metodologia de recerca apropiada per a comprovar hipòtesis lligades a les diferències individuals, en relació a les habilitats d'imaginar-se situacions amb contingut relacionat amb els sentits, afirma que les dades necessàries són de caràcter qualitatiu i s'han d'obtenir a través de *self-report* tot i que hi pugui haver diferents opinions pel que fa a l'ús d'aquest tipus d'informació.

Tot i que, dins d'alguns corrents d'investigació, hi ha encara una certa reticència a acceptar els resultats obtinguts per mètodes qualitius, creiem que ha estat suficientment provat que aquests tipus de dades no només són admissibles sinó també desitjables i de gran utilitat empírica.

Per tot això, per a la resolució del problema principal, optem per utilitzar una metodologia qualitativa, insistint, una vegada més, que la decisió de basar-nos en aquest tipus de metodologia més que a la situació personal dins del paradigma qualitatiu, respon a qüestions pràctiques i, de cap manera, implica la renúncia al que és quantitatiu, ja que, quan ens cal i és possible, analitzem també quantitativament les dades obtingudes a partir del treball qualitatiu.

Bishop (1983) afirma que la metodologia necessària per analitzar les diferents habilitats implicades en treballs com el nostre, depèn de l'habilitat que estem considerant (p. 185):

Whereas it is possible to test the ability for IFI in a group mode, it seems much more necessary to use individual clinical procedures to test the ability for VP.

Tot i que partim del supòsit que l'habilitat de processament espacial i, en particular, l'habilitat d'orientació espacial, no es poden considerar deslligades de les habilitats d'interpretació i de comunicació d'informació espacial, del fet que ens interessem en els processos de resolució de tasques espacials per estudiar-ne les estratègies, les dificultats i els errors, utilitzem una metodologia qualitativa basada en la tècnica d'entrevistes, que és la que es considera més apropiada per l'estudi de les habilitats de processament espacial, tot i que, l'anàlisi de les habilitats d'interpretació i comunicació d'informació espacial pot fer-se utilitzant mètodes quantitius.

Sense entrar en la discussió —que, d'altra banda, considerem que no és del nostre domini— de si la introspecció i la retrospecció ens permeten obtenir dades útils, volem esmentar alguns dels punts d'aquesta discussió, essencialment, aquells que han condicionat que, dins del mètode d'entrevistes, ens decantéssim per demanar l'explicació del procés poc després de que hagi tingut lloc i no una explicació concurrent. També volem remarcar els suggeriments fets per aquells autors que han estudiat la descripció de processos mentals en que intervenen imatges visuals.

Ericson i Simon (1980), són alguns dels psicòlegs que han argumentat el valor de les dades de caràcter qualitatiu. La investigació d'aquests autors resulta especialment interessant perquè, a més de defensar la validesa de les dades obtingudes a partir d'entrevistes, estudien els processos de verbalització de codificacions visuals. Aquests autors ens fan observar que, en els estudis en que la reflexió i/o

la descripció verbal tenen lloc al final d'un experiment, i no s'ha dit als subjectes que a continuació s'els demanaria la descripció verbal dels processos, el fet de fer una descripció verbal no té perquè afectar els processos mateixos; en canvi, si els individus saben que hauran de descriure els seus processos, es possible que aquest fet afecti els processos que faran servir.

En el camp de la investigació en didàctica de les matemàtiques, Clements (1981b, 1982) presenta les implicacions per aquest camp de la discussió en relació a la descripció dels processos de resolució de les activitats espacials. Revisant el treball d'altres autors, planteja el fet de que es pot ser conscient dels productes dels processos mentals, però que els processos mentals en sí, estan per sobre de les possibilitats de la introspecció. D'altra banda, afirma que la introspecció no és un indicatiu de la consciència dels processos causals, sinó que correspon, més aviat, a teories de tipus causa-efecte que l'individu construeix a l'intentar explicar el seu comportament. El fet que el subjecte sap que ha d'explicar-los pot afectar els processos que faci servir. En aquest sentit, afirma que és probable que les explicacions donades poc després d'haver acomplert una determinada tasca ens permetin una reflexió més fiable sobre els processos fets servir de manera natural que la que ens permetrien les explicacions concurrents.

A partir d'aquestes reflexions, hem optat per demanar la descripció del procés un cop acomplerta l'activitat, i no hem anticipat als alumnes que els la demanarem; és més, hem, proposat als alumnes alguna activitat —que no pretenem analitzar— en la que no s'els demana l'explicació del procés, a fi i efecte d'evitar que suposin que els caldrà sempre explicar-lo.

De particular interès en l'article d'Ericson i Simon (1980), és la discussió presentada en relació a la verbalització de codificacions visuals. La instrucció de descriure una escena visual requereix, presumptament, una recodificació de la imatge, l'anàlisi de la qual pot necessitar un tractament extensiu que, d'altra banda, no és objectiu de la nostra recerca. Aquests autors afirmen que demanar als subjectes que verbalitzin i donin explicacions en tasques amb estímuls visuals complexos pot causar modificacions de les estratègies i per tant dels rendiments. Per aquest motiu, a llarg del nostre treball, acceptem com a vàlides les estratègies dels alumnes que diuen haver imaginat ja sigui una situació, un objecte o un moviment, sense exigir que descriguin la imatgeria visual.

Els investigadors que ens han precedit en la utilització d'aquest tipus de metodologia, ens adverteixen de les limitacions que comporta el fer-la servir. Un dels objectius del treball de Krutetskii (1976) era descobrir els aspectes qualitatius dels processos de resolució de problemes dels alumnes i, amb aquest objectiu, utilitzà entrevistes en els que l'alumne expressava la solució per escrit i al mateix pensava

en veu alta. Reconeix que aquest tipus de metodologia té limitacions (p.92):

The study of problem solving is gratly complicated because the process is not always expressed objectively enough; many links in the mental process of solving a problem escape the investigator.

A més presenta dues dificultats com a desavantatges principals d'aquest tipus de metodologia. En primer lloc, afirma que els alumnes poden tenir dificultats per a verbalitzar el procés de solució i, fins i tot, poden no ser-ne conscients. A més, suggereix que la presència d'un observador pot pertorbar o destorbar el procés de solució. A més, Krutetskii també fa notar que no és el mateix pensar en veu alta que explicar el procés de resolució. Amb això, ens adverteix que l'explicació del procés de solució feta de manera que sigui comprensible als altres és, ben sovint, no seqüencial, sinó que és una descripció lògica, un camí pas a pas, des de les dades cap a la solució, és a dir una descripció analítica. El procés de pensament real de l'alumne pot haver estat molt diferent, fins i tot per aquells que no han respost per atzar o intuïtivament. Cal, doncs, tenir en compte aquestes advertències a l'hora d'aplicar la metodologia.

Una vegada justificada l'elecció de la metodologia que utilitzem en el problema principal, presentem les recerques dels autors que ens han facilitat la presa de decisions en relació als aspectes metodològics concrets, és a dir, el disseny de les entrevistes, la recollida i l'anàlisi de dades.

En el moment del disseny de les entrevistes, ens han estat de gran utilitat els models de Nussbaum i Novak (1976), Booth (1984) i Kerslake (1986) dels que hem seguit les propostes. En relació a l'anàlisi i exposició de les dades recollides, ens basem en les propostes fetes per Bliss i Ogborn (1979), Bliss i alt. (1983) i Miles i Huberman (1984). Especialment interessants i útils són els models d'anàlisi de dades a través de xarxes sistèmiques proposats per Bliss i alt. (1983) ja que ens permeten no només fer un descripció de les característiques col·lectives de grups d'individus, respectant els matisos individuals, sinó també obtenir una visió global que posa en relleu les interdependències entre els diferents aspectes i interpretacions dels objectes d'estudi, i facilita la categorització dels models de processos i de resposta, i la seva codificació.

En relació a la validació, tant de l'instrument com del procés de recollida i d'anàlisi de dades, i a la consistència dels resultats, hem de dir que ens han estat de gran utilitat els comentaris i suggeriments fets per la professora Carmen Azcárate del Departament de Didàctica de les Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.

7.2 L'instrument del problema principal.

Tal com hem argumentat en la secció anterior, (7.1), treballem amb dades qualitatives, obtingudes a partir de l'enregistrament i observació del comportament dels alumnes en la resolució d'activitats. En aquesta secció, presentem les activitats proposades als alumnes, descrivim el seu procés d'elaboració, justificant els motius que ens han portat a la redacció de cadascuna d'elles, i presentem la seva caracterització. En primer lloc, descriurem les característiques comunes a totes les activitats i, després, analitzarem els aspectes diferencials.

D'entrada, cal dir que les activitats proposades als alumnes poden resoldre's independentment una de l'altra i en un espai de temps prou curt com perquè no siguin abandonades per cansament. A més, a fi de fer operatiu el procés de recollida de dades, l'objecte resultant és fàcil d'enregistrar, ja sigui guardant les produccions de l'alumne o, en els casos en que cal construir-lo, a partir d'esquemes del procés i de l'objecte resultant.

En totes les activitats, la transformació geomètrica necessària per a resoldre-la és una rotació a l'espai, ja que pretenem estudiar els processos implicats en l'habilitat d'orientació espacial definida (3.1.3 i 6.1.1) com l'habilitat de processament espacial necessària per a resoldre aquelles activitats on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai. En set de les activitats, la transformació és, més concretament, un gir de 180° ja que ens interessa, especialment, estudiar el comportament dels alumnes en relació a la inversió dreta/esquerra i la inversió davant/darrera quan es produeix un gir d'aquest tipus. En els altres dos casos, el moviment més senzill per passar d'un objecte a l'altre pot resoldre's en un màxim de dos girs de 90° al voltant d'un dels eixos de coordenades.

En tots els casos, menys un, els objectes que cal rotar són o bé cubs o bé composicions de cubs. En les activitats on hi ha un suport figuratiu, s'han utilitzat o bé codis usuals de representació plana d'objectes en tres dimensions —perspectiva obliqua, perspectiva isomètrica o plànol d'una ciutat—, o s'ha introduït un codi de representació prou senzill com perquè la majoria d'alumnes el comprenguin —representació d'una planta de l'objecte amb una codificació numèrica que indica quants cubs cal apilar sobre cadascun dels quadrats de la planta. Tot i que es podria argumentar que no es pot assegurar el nivell de familiaritat dels alumnes amb aquest tipus de representacions, cal dir que, d'una banda, en el qüestionari global hi havia dos ítems destinats a verificar el grau de coneixement d'aquests tipus de representacions, i el rendiment obtingut en aquests ítems ens permet acceptar-les com a familiars, en general, al menys pel que fa a la seva interpretació. De l'altra, abans d'iniciar cada bloc d'activitats, hi ha una activitat introductòria que ens ha permès garantir un nivell mínim de comprensió per part dels alumnes dels codis

que s'utilitzen en cada bloc.

Els objectes implicats en totes les activitats han estat escollits de tal manera que, tot i que no contenen cap part diferenciada, tenen una estructura i una forma que permet que l'alumne al treballar-hi pugui considerar de manera diferent alguna part de l'objecte si utilitza estratègies d'aproximació parcial.

En el plantejament de les hipòtesis i propòsits del problema principal, establim que la caracterització de les activitats pot determinar l'aparició de manera diferent d'estratègies, dificultats i errors en els processos de resolució. Per tant, cal que les activitats proposades tinguin present aquest condicionament, a fi i efecte que permetin contrastar les hipòtesis i assolir els propòsits plantejats.

Partim del supòsit que el comportament dels alumnes ve condicionat per la forma de presentació, la formulació, la forma de resposta, el context, l'acció requerida i el requeriment geomètric. És necessari, doncs, estructurar les activitats de manera que aquestes característiques estiguin organitzades per a facilitar l'obtenció de conclusions.

En l'apartat de caracterització de les activitats, (6.1.2), establim com a forma de presentació la manera de comunicar la informació en l'enunciat de les activitats. Intervenien en la forma de presentació el tipus de llenguatge —oral, verbal o escrit— utilitzat en les instruccions, i el grau d'iconicitat —objecte real, representació plana...— utilitzat en la presentació de l'objecte sobre el que cal fer l'acció.

A partir de la revisió de les recerques anteriors a la present, i arrel de les converses mantingudes amb el professor Alan Bishop, hem cregut necessari que totes les activitats proposades tinguin suport figuratiu —objecte real o dibuix— ja que les activitats espacials proposades únicament a partir d'informació verbal, requereixen per a ser resoltes un esforç complementari, el de traducció, fet que per a ser estudiat a fons necessitaria un treball de recerca específic. També a partir dels suggeriments del professor Alan Bishop, i del professor Claude Gaulin, plantejem un mateix tipus d'activitat amb diferents suports figuratius —objectes reals o dibuixos— ja que, segons aquests investigadors, els processos de resolució poden venir condicionats pel grau d'iconicitat de l'objecte d'estímul.

Pel que fa al llenguatge verbal referit a conceptes espacials, hem procurat evitar-lo a no ser que tinguéssim la intenció explícita de veure com es produeix la traducció de termes verbals a conceptes espacials. Així doncs, en aquelles activitat on apareixen termes verbals referits a conceptes espacials sense suport figuratiu, cal tenir present que hi són presents intencionadament.

Entenem per formulació les condicions de l'enunciat que porten a l'estructura interna de l'activitat que permet relacionar la informació i l'acció requerida. A l'hora de redactar les activitats, hem tingut present que la formulació de l'activitat pot portar a escollir l'opció correcta entre diverses que representen errors plausibles, trobar la millor d'entre les possibles, comparar-ne de diverses amb un model, comparar-les entre elles. El plantejament de les activitats sota diferents formulacions és especialment important en les activitats on l'acció requerida és interpretació.

Hem definit forma de resposta com la manera requerida per comunicar la informació en la resposta a l'activitat. Igual que en el cas de la forma de presentació, hi intervenen el tipus de llenguatge —verbal, oral o escrit— utilitzat en les explicacions de l'alumne, i el grau d'iconicitat —objecte real, representació plana...— utilitzat en la presentació de l'objecte resultat de l'acció. Igual que en el cas de la forma de presentació i, també, per suggeriment del professor Alan Bishop, plantejem com activitats diferents les que, essent d'un mateix tipus, requereixen diferents formes de resposta. A més, a proposta d'aquest investigador, presentem activitats on la forma de presentació i de resposta estan creuades, és a dir, donem, per exemple un dibuix i demanem la construcció d'un objecte amb cubs de fusta.

Entenem per context el tipus de situació que presenta l'activitat. El context d'una activitat pot tenir o no significat real. Una activitat diem que està presentada en un context amb significat real, quan el subjecte a qui va destinada té alguna experiència prèvia en situacions iguals o semblants a la proposada. Una activitat està presentada en un context sense significat real quan l'únic lligam entre els subjecte i la situació plantejada és l'imposat per l'activitat. Del fet que una de les hipòtesis que pretenem contrastar és que el tipus de context condiciona les estratègies que apareixen en el procés de resolució, algunes de les activitats plantejades es presenten en un context amb significat real i, d'altres, en un context sense significat real.

De manera semblant a Leinhardt, Zaslavsky i Stein (1990), entenem per acció requerida l'acció que l'alumne ha de dur a terme per a resoldre l'activitat i aquesta pot ser interpretar o construir. L'acció requerida és interpretar quan l'alumne ha de donar sentit o obtenir informació a partir d'un objecte o una representació. Requereix reaccionar davant d'una transformació geomètrica presentada com acabada. L'acció requerida és construir quan el subjecte ha de generar un objecte nou, ja sigui construint-lo o dibuixant-lo. Donat l'objecte inicial, l'alumne ha de generar l'objecte final, és a dir, ha d'efectuar l'acció geomètrica —mentalment o manipulativa— per generar un nou objecte, real, no imaginat. Donat que en les hipòtesis plantejem la possibilitat que el tipus d'acció requerida condicioni

l'aparició de manera diferent d'estratègies en el procés de resolució, les activitats proposades als alumnes contemplen aquestes dues possibilitats. Com que en les tres activitats provinents del test passat als alumnes l'acció requerida és interpretació, hem cregut convenient que l'acció requerida en les altres activitats proposades als alumnes fos majoritàriament construcció.

Entenem per requeriment geomètric l'acció geomètrica —manipulativa o mental— que relaciona l'objecte donat en la informació amb l'objecte demanat per a la resposta. El requeriment geomètric d'una activitat pot ser, per exemple, efectuar girs, desenvolupar, compondre... Donat que partim del supòsit que les condicions del requeriment geomètric determinen l'aparició d'un tipus o un altre d'estratègies en el procés de resolució, i que la transformació geomètrica, en tots els casos, és efectuar girs, hem cregut necessari presentar les activitats, que demanen una mateixa transformació geomètrica, formulant-ne les condicions de diverses maneres. Per aquest motiu, en algunes activitats les condicions comporten implícitament un canvi de posició del subjecte —*com es podria anar caminant, com ho veuria una persona asseguda davant teu*—, en d'altres, un canvi de posició de l'objecte —*fent-lo girar, posant-los en la mateixa posició*— i, en una de les activitats, un canvi de posició de l'objecte presentat explícitament com a condició equivalent a un canvi de posició de l'objecte —*després de fer-lo girar, és a dir, com si tinguessis davant teu el que ara és la seva cara del darrera*.

Donat que ens interessa també estudiar com la complexitat de l'objecte d'estímul influeix en les estratègies, hem intentat controlar també aquesta variable. Tot i que els objectes presentats als alumnes creiem que són prou senzills per que la majoria puguin, almenys, intentar resoldre l'activitat, n'hem presentat de més complicats que d'altres.

Quan ens referim a la complexitat dels objectes cal tenir presents dos aspectes. D'una banda, la complexitat de l'objecte real en sí; des d'aquest punt de vista són objectes complexos els que estan formats per un nombre gran d'unitats més petites que cal tenir en compte a l'hora de resoldre l'activitat. Són objectes complexos doncs els de les activitats 1—A i 2—A —estan formats per un nombre gran de cubs—, el de l'activitat *carrers* i el de l'activitat *item 36* —cal tenir en compte la puntuació de les cares—. De l'altra, considerem la dificultat d'extreure, a partir de la representació donada de l'objecte, la informació necessària per a resoldre l'activitat. Des d'aquest punt de vista, no considerem com a objecte complex el de l'activitat *carrers*, ja que sobre un plànol és fàcil determinar un itinerari que condueixi d'un punt a l'altre.

Donat que creuar totes les possibilitats per a cadascuna de les variables dóna

lloc a un nombre excessivament gran d'activitats per al nostre propòsit, hem redactat les activitats tenint en compte que es cobrissin al màxim les condicions esmentades.

Les activitats han estat agrupades en tres grans blocs. El primer conté les quatre activitats on l'acció requerida és interpretació. La primera d'elles és una activitat nova pels alumnes i, les altres 3, són les tres qüestions del test on la transformació geomètrica és una rotació a l'espai. En la primera de les activitats d'aquest bloc —*activitat carrers*—, es presenta un plànol d'una ciutat i es demana descriure un recorregut des d'un punt situat a la part superior fins un altre situat a la part inferior.

La segona de les activitats d'aquest primer bloc —*activitat item 18 del qüestionari*—, és una qüestió extreta del test. Presenta cinc figures representades en perspectiva isomètrica, una de les quals és el model, i demana efectuar una rotació de 90° , en sentit contrari a les agulles del rellotge, sobre la base de l'objecte per a determinar quina de les opcions representa el mateix objecte que el del model donat. Les opcions que es presenten com a distractors són errors plausibles.

La tercera de les activitats del bloc d'interpretació —*activitat item 19 del qüestionari*—, requereix comparar els objectes representats en quatre opcions, efectuant diverses rotacions, que poden ser descrites com a composició de girs de 90° al voltant dels eixos de coordenades, per a determinar quina de les opcions representa un objecte diferent dels altres tres.

La darrera de les activitats d'aquest primer bloc —*activitat item 36 del qüestionari*—, requereix comparar els daus de les parelles representades a cada opció, per a determinar per quina parella existeix la possibilitat de que les dues figures siguin la representació d'un mateix dau.

Les activitats del segon bloc —*activitats A*— són tres activitats de construcció, i tenen en comú el tipus de suport figuratiu —dibuix en perspectiva isomètrica— de la forma de presentació o de resposta. Les tres activitats d'aquest bloc han estat plantejades de més difícil a més fàcil ja que creiem que ordenar-les a la inversa podria facilitar l'aprenentatge en el procés de resolució. Malgrat que, creiem que, de totes maneres, aquest aprenentatge es produeix, pensem que plantejant en primer lloc la més difícil, es pot obtenir una informació menys desviada de les estratègies del procés de resolució.

La primera, —*activitat 1—A*—, considerada la més difícil, dona un objecte complex dibuixat en perspectiva obliqua i demana representar-lo tal com es veuria després d'efectuar un gir de 180° sobre la seva base. L'*activitat 2—A* presenta el mateix estímul figuratiu que l'anterior i demana efectuar la mateixa transformació

geomètrica, però les condicions del requeriment geomètric són diferents i en la resposta cal construir l'objecte amb cubs. La tercera, *activitat 3—A—*, dóna un objecte construït amb cubs i cal dibuixar-lo en perspectiva obliqua, després d'efectuar la mateixa transformació geomètrica. Inicialment, el bloc d'activitats A contenia una quarta activitat que, tot i que ha estat administrada als alumnes, no hem analitzat ja que degut a la facilitat de la tasca proposada no dona cap informació nova, perquè presenta als alumnes el mateix objecte que el de l'*activitat 3—A* i demana construir l'objecte després d'efectuar la rotació de 180° . Molts dels alumnes, havent respost correctament l'activitat anterior, quan els presentem aquesta, diuen que no cal construir-lo perquè és el mateix objecte que ja han dibuixat.

Les activitats del tercer bloc —*activitats B—* són dues activitats de construcció, i tenen en comú el tipus de suport figuratiu —dibuix en planta d'un objecte— de la forma de presentació. En aquest bloc, i per les mateixes raons que abans, presentem en primer lloc l'activitat que creiem que és més difícil —degut al tipus de suport figuratiu exigint per a la resposta. La primera, —*activitat 1—B—*, presenta la planta d'un objecte amb un codi numèric i verbal, i demana la planta de l'objecte després d'efectuar un gir de 180° sobre la seva base. L'*activitat 3—B* presenta el mateix estímul figuratiu que l'anterior, i demana efectuar la mateixa transformació geomètrica, però les condicions del requeriment geomètric són diferents, i com a resposta cal construir un objecte amb cubs. Aquest bloc, inicialment contenia una altra activitat, l'*activitat 2—B*, que no presentem ni n'analitzem les respostes dels alumnes perquè s'aparta dels objectius del present treball.

A continuació, presentem un seguit de taules on es resumeix com s'han cobert en l'elaboració de les activitats les diverses possibilitats de les variables que poden condicionar l'aparició d'un tipus o un altre d'estratègies, dificultats i errors.

La primera taula presenta el tipus d'acció requerida en cadascuna de les activitats. Presentem aquesta taula en primer lloc perquè el tipus d'acció requerida determina les possibilitats de variació de les altres característiques de les activitats.

Activitat	interpretació	construcció
<i>Carrers</i>	x	
<i>Item 18</i>	x	
<i>Item 19</i>	x	
<i>Item 36</i>	x	

Activitat	interpretació	construcció
1—A		x
2—A		x
3—A		x
1—B		x
3—B		x

Taula 7.2.1: Acció requerida en les activitats.

La segona taula presenta la informació relativa a la forma de presentació. En la primera columna s'hi assenjala quan l'enunciat conté informació espacial donada en termes verbals sense suport figuratiu. Les altres cinc columnes indiquen el tipus de suport figuratiu. D'aquestes, la primera reflecteix les activitats que es presenten amb un objecte construït amb cubs, i les restants les que es presenten utilitzant una representació plana indicant-ne el tipus d'iconicitat.

Activitat	verbal/ espacial	objecte	perspectiva obliqua	perspectiva isomètrica	planta	plànol
<i>Carrers</i>						x
<i>Item 18</i>				x		
<i>Item 19</i>			x			
<i>Item 36</i>				x		
1—A			x			
2—A			x			
3—A	x	x				
1—B	x				x	
3—B					x	

Taula 7.2.2: Forma de presentació de les activitats.

La taula següent presenta la informació relativa a la forma de resposta requerida en cadascuna de les activitats. En la primera columna s'indica les activitats on la forma de resposta és oral, i en les altres aquelles en que la forma de resposta és figurativa, indicant quin tipus d'iconicitat s'exigeix —objecte real, dibuix en perspectiva o en planta de l'objecte. Per les quatre primeres activitats la forma de resposta és oral ja que l'acció requerida és interpretació. Per a les altres cinc activitats, donat que l'acció requerida és construcció, cal construir o dibuixar un objecte. És clar que, en aquestes, els alumnes han de donar també informació oral, ja sigui per explicar la seva resposta o el seu procés, però l'objectiu de l'activitat és construir o representar un objecte.

Activitat	oral	objecte	perspectiva isomètrica	planta
<i>Carrers</i>	x			
<i>Item 18</i>	x			
<i>Item 19</i>	x			
<i>Item 36</i>	x			
<i>1—A</i>			x	
<i>2—A</i>		x		
<i>3—A</i>			x	
<i>1—B</i>				x
<i>3—B</i>		x		

Taula 7.2.3: Forma de resposta de les activitats.

A continuació, presentem la taula referida a la forma de presentació i a la forma de resposta simultàniament per què es pugui veure com s'han creuat. Les dues primeres columnes presenten el tipus de suport figuratiu utilitzat en la presentació ja que totes contenen informació verbal. Les tres columnes restants indiquen la forma de resposta. En les quatre primeres activitats, la forma de presentació és sempre verbal, el suport figuratiu és per totes un dibuix, i la forma de resposta és oral ja que l'acció requerida és interpretació.

Activitat	objecte	dibuix	oral	objecte	dibuix
<i>Carrers</i>		x	x		
<i>Item 18</i>		x	x		
<i>Item 19</i>		x	x		
<i>Item 36</i>		x	x		
<i>1—A</i>		x			x
<i>2—A</i>		x		x	
<i>3—A</i>	x				x
<i>1—B</i>		x			x
<i>3—B</i>		x		x	

Taula 7.2.4: Forma de presentació i forma de resposta.

La taula següent presenta el tipus de formulació de cadascuna de les activitats d'interpretació. Aquesta taula no inclou les activitats on l'acció requerida és construcció ja que per totes aquestes el que es demana és construir la resposta que millor s'ajusti a les condicions de l'enunciat.

Activitat	una possibilitat	comparar amb model	comparació entre opcions	comparació intra opcions
<i>Carrers</i>	x			
<i>Item 18</i>		x		
<i>Item 19</i>			x	
<i>Item 36</i>				x

Taula 7.2.5: Formulació de les activitats d'interpretació.

A continuació, es presenta la taula on es recull el tipus de context —amb o sense significat real— de les activitats d'interpretació. No hi hem inclòs les activitats on l'acció requerida és construcció ja que totes elles estan presentades en un context sense significat real degut a les limitacions de caire pràctic de la recerca.

Activitat	significat real	significat no real
<i>Carrers</i>	x	
<i>Item 18</i>		x
<i>Item 19</i>		x
<i>Item 36</i>	x	

Taula 7.2.6: Context de les activitats d'interpretació.

La taula següent presenta la complexitat de l'objecte presentat en l'enunciat de l'activitat.

Activitat	senzill	complex
<i>Carrers</i>		x
<i>Item 18</i>	x	
<i>Item 19</i>	x	
<i>Item 36</i>		x
<i>1-A</i>		x
<i>2-A</i>		x
<i>3-A</i>	x	
<i>1-B</i>	x	
<i>3-B</i>	x	

Taula 7.2.7: Complexitat¹ dels objectes donats en les activitats.

¹L'objecte de l'activitat *carrers* considerem que és un objecte complex. Malgrat això, cal diferenciar la complexitat de l'objecte real de la dificultat d'extreure de la representació donada la informació necessària per a resoldre l'activitat. Des d'aquest punt de vista, en l'anàlisi de les respostes a cadascuna de les activitats, considerem que aquest objecte és senzill.

A continuació, presentem la taula que recull, per a cadascuna de les activitats, les condicions del requeriment geomètric, indicant per a cada activitat si suggereix un canvi de posició de l'objecte, del subjecte o dels dos.

Activitat	canvi posició subjecte	canvi posició objecte
<i>Carrers</i>	x	
<i>Item 18</i>	x	
<i>Item 19</i>		x
<i>Item 36</i>		x
<i>1-A</i>	x	x
<i>2-A</i>		x
<i>3-A</i>	x	
<i>1-B</i>	x	
<i>3-B</i>		x

Taula 7.2.8: Condicions del requeriment geomètric de les activitats.

La darrera taula d'aquest apartat presenta la caracterització de les activitats, recollint, per a cadascuna d'elles, la forma de presentació, la forma de resposta, el tipus de context, l'acció requerida, les condicions del requeriment geomètric i la complexitat² de l'objecte donat.

Activitat	forma presen.	forma resposta	signif. context	acció	condició req.geo.	objecte
<i>Carrers</i>	dibuix	oral	real	inter.	canvi subjecte	complex
<i>Item 18</i>	dibuix	oral	no real	inter.	canvi subjecte	senzill
<i>Item 19</i>	dibuix	oral	no real	inter.	canvi objecte	senzill
<i>Item 36</i>	dibuix	oral	real	inter.	canvi objecte	senzill

²Recordem que considerem que l'objecte de l'activitat carrers és complex. Malgrat això, tal com hem argumentat, en l'anàlisi de les respostes a l'activitat el considerem senzill des del punt de vista d'extreure de la representació la informació necessària per a resoldre l'activitat.

Activitat	forma presen.	forma resposta	signif. context	acció	condició req.geo.	objecte
1—A	dibuix	dibuix	no real	const.	canvi subj/obj.	complex
2—A	dibuix	objecte	no real	const.	canvi objecte	complex
3—A	objecte	dibuix	no real	const.	canvi subjecte	senzill
1—B	dibuix	dibuix	no rela	const.	canvi subjecte	senzill
3—B	dibuix	objecte	no real	const.	canvi objecte	senzill

Taula 7.2.9: Caracterització de les activitats.

Per a cadascuna de les activitats, a fi de garantir l'obtenció d'informació comparable en les entrevistes als diferents alumnes, hem elaborat un guió per a les entrevistes³

A continuació presentem la caracterització de les activitats i l'enunciat de cadascuna d'elles, tal com es presenten als alumnes⁴.

Activitat carrers.

Forma de presentació: dibuix, plànol.

Formulació: trobar una possibilitat.

Forma de resposta: oral.

Context: significat real.

Acció requerida: interpretació

Condicions requeriment geomètric: canvi de posició del subjecte.

Complexitat objecte: complex⁵.

³Les pautes d'entrevista per a cadascuna de les activitats es presenten a l'annex 12..

⁴Cal tenir en compte que presentem una reducció del full lliurat als alumnes i, per tant, que aquests podien fer-ne la lectura més fàcilment del que es pot fer en la present memòria.

⁵Recordem que considerem l'objecte d'aquesta activitat carrers com a complex. Malgrat això, tal com hem argumentat, en l'anàlisi de les respostes a l'activitat el considerem senzill des del punt de vista d'extreure de la representació de l'objecte la informació necessària per a resoldre l'activitat.

A continuació tens una part del plànol de Sant Cugat. Quines instruccions donaries a algú que situat a la casa del punt A et preguntés com es pot anar caminant fins a la casa del punt B.



Activitat carrers.

Activitat ítem 18.

Forma de presentació: dibuix, perspectiva isomètrica.

Formulació: comparar amb un model.

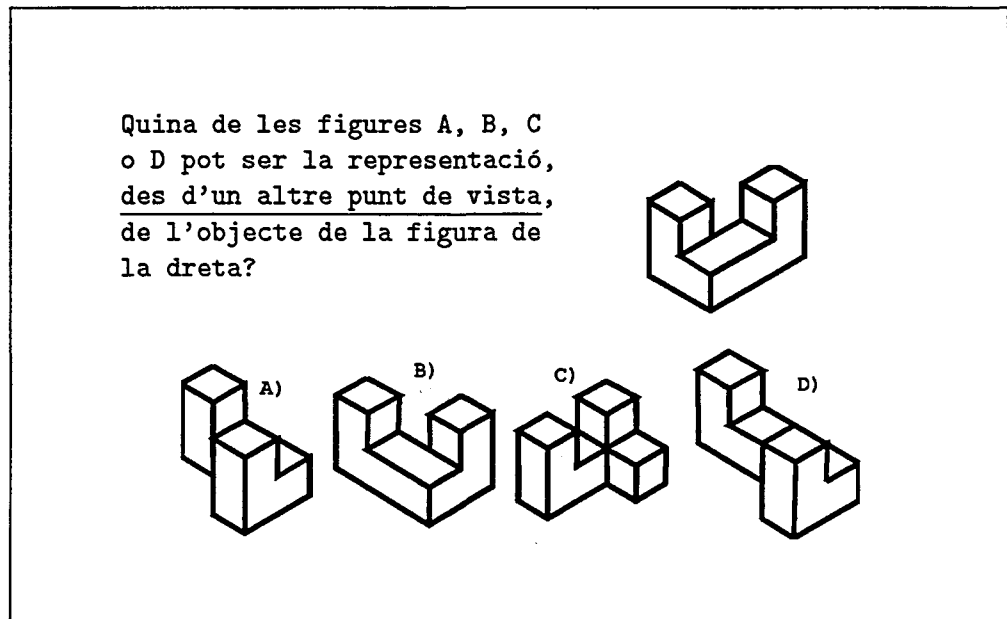
Forma de resposta: oral.

Context: sense significat real.

Acció requerida: interpretació.

Condicions requeriment geomètric: canvi de posició del subjecte.

Complexitat objecte: senzill.



Activitat item 18.

Activitat item 19.

Forma de presentació: dibuix, perspectiva obliqua.

Formulació: comparació entre opcions.

Forma de resposta: oral.

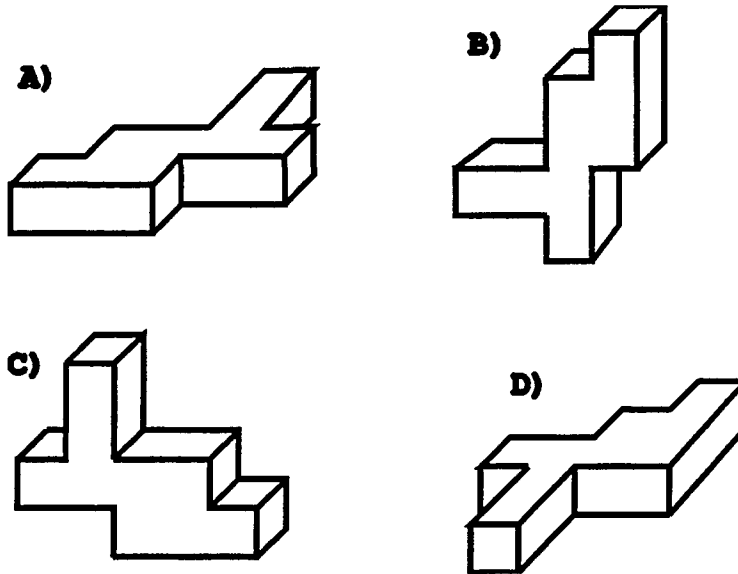
Context: sense significat real.

Acció requerida: interpretació.

Condicions requeriment geomètric: canvi de posició de l'objecte.

Complexitat objecte: senzill.

Entre els objectes següents n'hi ha tres que són iguals però estan col·locats en diferents posicions. N'hi ha un que encara que canviï la seva posició no és igual a cap dels altres tres. Quin és A, B, C o D?



Activitat item 19.

Activitat item 36.

Forma de presentació: dibuix, perspectiva isomètrica.

Formulació: comparació dels objectes de cada opció.

Forma de resposta: oral.

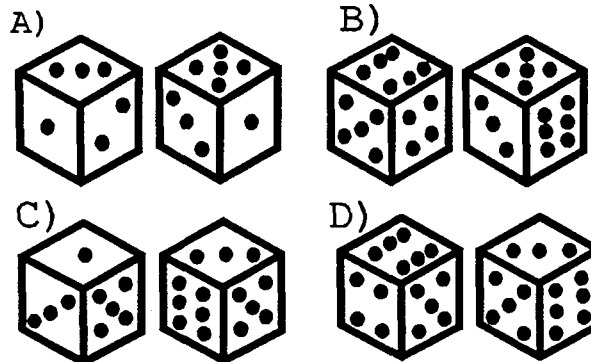
Context: amb significat real.

Acció requerida: interpretació.

Condicions requeriment geomètric: canvi de posició de l'objecte.

Complexitat objecte: complex.

Els daus dibuixats a continuació tenen les cares marcades col·locades de diferents maneres.
 D'entre les següents parelles només n'hi ha una
en la que fent girar un dels dos daus
es pot posar en la posició de l'altre. Quina és
 A, B, C o D?



Activitat item 36.

Activitat 1—A.

Forma de presentació: dibuix, perspectiva obliqua.

Formulació: —

Forma de resposta: dibuix, perspectiva obliqua.

Context: sense significat real.

Acció requerida: construcció.

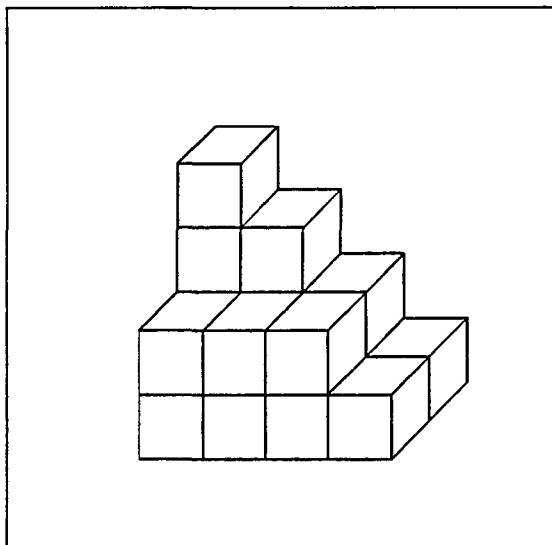
Dibuixa, fent servir el paper quadriculat,
 l'objecte del full "ACTIVITATS-A", tal com es veuria
després de fer-lo girar 180° sobre la seva base,
 és a dir, has de dibuixar el que es veuria
 quan tinguessis davant teu el que ara és la cara
 del darrera de l'objecte.

Activitat 1—A.

Condicions requeriment geomètric: canvi de posició del subjecte i de l'objecte.

Complexitat objecte: complex.

L'objecte donat en el full *activitats A* és:



Objecte del full "activitats-A".

Activitat 2—A.

Forma de presentació: dibuix, perspectiva obliqua.

Formulació: —

Forma de resposta: objecte construït amb cubs.

Context: sense significat real.

Acció requerida: construcció.

Condicions requeriment geomètric: canvi de posició de l'objecte.

Complexitat objecte: complex.

Construeix, amb els cubs de fusta,
l'objecte del full "ACTIVITATS-A", tal com quedaria
després de fer-lo girar 180° sobre la seva base.

Activitat 2—A.

Activitat 3—A

Forma de presentació: objecte real construït amb cubs.

Formulació: —

Forma de resposta: dibuix.

Context: sense significat real.

Acció requerida: construcció.

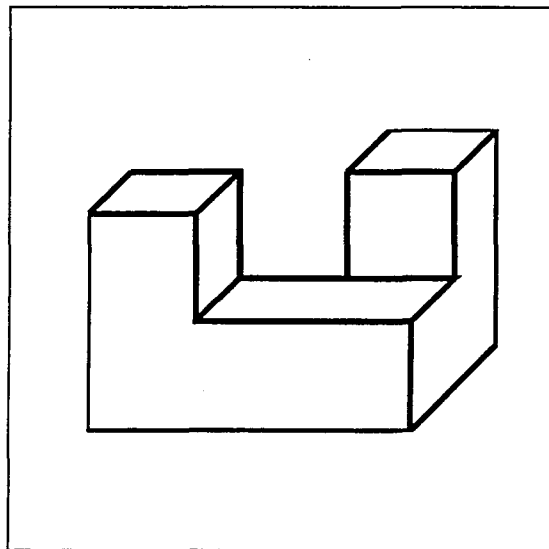
Condicions requeriment geomètric: canvi de posició del subjecte.

Complexitat objecte: senzill.

Donat l'objecte 3-A, dibuixa'l tal com el veuria
una persona que estes asseguda davant teu.

Activitat 3—A.

L'objecte 3—A és un objecte construït amb cubs representat a la figura següent:



Objecte 3—A.

Activitat 1—B

Forma de presentació: dibuix, planta amb codi numèric i verbal.

Formulació: —

Forma de resposta: dibuix.

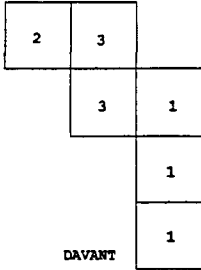
Context: sense significat real.

Acció requerida: construcció.

Condicions requeriment geomètric: canvi de posició de l'objecte.

Complexitat objecte: senzill.

La figura representa l'esquema de construcció d'un objecte a partir de cubs.



Dibuixa l'esquema de construcció que hauriem de donar a una persona asseguda davant teu per que puguessiu construir entre tots dos i al mateix temps l'objecte.

Activitat 1—B

Activitat 3—B

Forma de presentació: dibuix, planta amb codi numèric i verbal.

Formulació: —

Forma de resposta: objecte construït amb cubs.

Context: sense significat real.

Acció requerida: construcció.

Condicions requeriment geomètric: canvi de posició de l'objecte.

Complexitat objecte: senzill.

La figura representa l'esquema de construcció d'un objecte a partir de cubs.

Construeix l'objecte de manera que et quedi al davant la seva cara de darrera.

Activitat 3—B

7.3 Característiques de la mostra i procés de recollida de dades.

Els alumnes a qui es varen administrar les activitats són una part de la mostra a qui s'havia passat el qüestionari. Aquest fet, i gràcies al control de la mostra en el moment d'administrar el qüestionari⁶, ens permet assegurar que els alumnes entrevistats no han treballat a l'escola temes relacionats amb els implicats en les activitats.

A l'hora d'escollir el grup d'alumnes a qui s'havia de passar les activitats es va procurar que es complissin dues condicions. En primer lloc, i donat que ens interessa estudiar les estratègies, dificultats i errors dels alumnes, hem cregut que la mostra havia d'incloure alumnes que haguessin obtingut diferents nivells de rendiment en el qüestionari. La segona condició venia determinada pel tipus de metodologia utilitzada. Donat que treballaríem amb tècnica d'entrevistes, calia seleccionar els individus de manera que es pogués garantir la seva disponibilitat de temps i la seva disposició a cooperar.

⁶Veure a l'annex 10 les fitxes dels grups a qui es va administrar el qüestionari.

Els rendiments globals, a nivell d'escola, en el qüestionari havien estat molt diferents. Mentre que entre les escoles d'EGB implicades hi havia grans diferències de rendiment, les escoles de BUP i FP havien obtingut rendiments més homogenis. Per aquest motiu, treballem amb quatre grups d'alumnes, dos grups d'alumnes de 8è d'EGB, un d'una escola amb un bon rendiment global i un altre d'una escola amb un rendiment global baix, un grup d'alumnes de 2on de BUP i un grup d'alumnes de 2on d'FPI. Les escoles s'han escollit dins de cada grup tenint en compte les disponibilitats i les facilitats donades pels claustres i les condicions abans esmentades.

Una vegada teníem els grups classe, calia escollir els alumnes. Per a escollir la mostra varem tenir en compte les propostes de Lohman (1979b) en relació a la selecció d'individus. En primer lloc, i degut a que volíem comparar els comportaments dels individus dels dos sexes, varem tenir en compte que en la nostra mostra hi haguessin representats tants nois com noies. En segon lloc, volíem que la mostra contingués alumnes amb diferents nivells de rendiment. Per això, a partir de les puntuacions en el qüestionari, es va fer una primera selecció d'alumnes de cada escola que contenia diversos nois i noies agrupats segons els rendiments — bo, mitjà i baix respecte el grup classe. A partir d'aquesta primera selecció, i després de parlar amb els alumnes implicats i els seus professors del tipus de requeriment que els fèiem, varem escollir els alumnes que constituïrien la mostra definitiva: per a cadascuna de les escoles escollim 1 noi i 1 noia amb un bon rendiment en el qüestionari, 1 noi i 1 noia amb un rendiment mitjà, i 1 noi i 1 noia amb un rendiment baix, amb disposició i capacitat per a col·laborar.

Així, hem passat les entrevistes a un total de 24 alumnes, 12 nois i 12 noies, 12 d'ells provinents de 2 grups d'EGB, 6 d'un de 2on de BUP i els altres 6 d'un de 2on de FPI. D'aquests, 8 —4 nois i 4 noies— havien obtingut un rendiment bo en el qüestionari, 8 un rendiment mitjà i els altres 8 un rendiment baix —sempre per comparació al grup classe.

La taula 7.3.1 presenta les característiques dels centres⁷ i el codi numèric que s'els assigna i al que fem referència a partir d'ara.

La taula 7.3.2 presenta les característiques dels alumnes: el codi numèric assignat a cadascun d'ells, l'escola de la qual procedeixen⁸, el sexe⁹, i els rendiments obtinguts en el qüestionari, considerant, en primer lloc, l'obtingut en la totalitat del qüestionari, i en segon, l'obtingut en la part espacial relacionada amb els

⁷Per a més informació relativa a aquests centres cal referir-se a la secció (4.3) on es presenta la mostra global del qüestionari.

⁸El codi numèric de les escoles és el que s'acaba d'introduir.

⁹Indiquem amb un 1 les noies i amb un 2 els nois.

aspectes no explícits en el currículum.

Escola	Codi	Titularitat	Ensenyament	Lloc
Casas	1	Ajuntament Barcelona	EGB	El Clot Barcelona
Ignasi Iglesias	2	Ajuntament Barcelona	EGB	Sant Andreu Barcelona
Santa Eulàlia	3	Generalitat	BUP	L'Hospitalet del Llobregat
J. Serrat i Bonastre	4	Ajuntament Barcelona	FP	Sant Gervasi Barcelona

Taula 7.3.1: Característiques dels centres d'on prové la mostra.

Les activitats de les entrevistes estaven organitzades en tres blocs. El primer contenia les quatre activitats on l'acció requerida és interpretació, tres de les quals provenen del qüestionari. El segon bloc el formen les activitats *A*, i el tercer les activitats *B*. Primerament es varen presentar a tots els alumnes les activitats del primer bloc, i els altres dos blocs es varen presentar ordenats aleatòriament per controlar les interferències degudes, especialment, al tipus d'acció requerida i a les condicions del requeriment geomètric. Malgrat això, i per les raons esmentades en la secció anterior, (7.2.1), l'ordre dins de cada bloc d'activitats es manté. Per a cadascuna de les activitats, a l'hora de les entrevistes s'han seguit les pautes¹⁰ elaborades a fi d'obtenir, de cadascun dels alumnes, informacions que després siguin comparables.

Les entrevistes amb els alumnes tenen lloc de finals de març a finals d'abril de 1989, transcorreguts entre un i dos mesos des de que varen passar el qüestionari. El període de temps transcorregut entre l'administració del qüestionari i les entrevistes és degut a que cal recollir i analitzar les dades de totes les escoles per fer la selecció d'alumnes. Aquest període de temps no afecta la validesa de les dades ja que el tipus de dades obtingudes a partir de les entrevistes no es veu afectat per aprenentatges escolars ja que aquest tipus de contingut no és present als programes dels centres.

Totes les entrevistes varen ser dutes a terme per la pròpia investigadora i, en cap d'elles, es va observar cap comportament estrany ni es va notar que els alumnes se sentissin incòmodes, així, per exemple oblidaven ràpidament la presència de la gravadora.

¹⁰Veure annex 12.

Les entrevistes amb els alumnes varen tenir una durada aproximada al voltant de mitja hora, respectant al màxim el cansament dels alumnes. Així, si algun alumne va manifestar símptomes de cansament varem deixar la feina per una altra sessió. L'annex 13 presenta les taules que reflecteixen els dies en que els alumnes han resolt cadascuna de les activitats.

Alumne	Escola	Sexe	Rendiment(G)	Rendiment(P)
01	1	1	31	23
02	1	1	23	16
03	1	2	24	17
04	1	2	18	12
05	1	2	32	23
06	1	1	15	8
07	2	1	14	10
08	2	2	21	14
09	2	1	21	16
10	2	2	17	14
11	2	2	25	20
12	2	1	30	23
13	3	2	33	23
14	3	1	24	18
15	3	2	21	13
16	3	3	32	21
17	3	1	17	13
18	3	2	21	14
19	4	1	28	19
20	4	1	27	21
21	4	1	19	15
22	4	2	34	24
23	4	2	21	14
24	4	2	13	11

Taula 7.3.2: Caracterització dels alumnes de la mostra.

Les entrevistes varen ser enregistrades en cinta magnetofònica i es varen guardar les produccions dels alumnes. En el cas dels dibuixos es guarden els fets pels alumnes i es prenen notes i es fan esquemes relatius al procés del dibuix. De manera semblant, es registren a través d'esquemes els objectes construïts pels alumnes juntament amb el procés de construcció. Durant les entrevistes es varen prendre notes de les accions, gestos i moviments dels alumnes que podien donar informació

relativa a les estratègies. Aquestes notes són especialment importants de cara a l'estudi dels recursos auxiliars.

Durant les sessions, l'actitud de l'entrevistadora va procurar ser la d'impulsar les respostes dels alumnes, sense deixar però entreveure si eren correctes o no. En el cas de que l'alumne dubtés d'alguna resposta se l'incitava a que ho tornés a pensar la qual cosa ha portat a tenir, per alguna entrevista, informacions complementàries, i fins i tot contradictòries, fet que en dificulta l'anàlisi, però que, en molts casos aporta dades interessants, especialment en relació a les estratègies.

Pel que fa a les incidències, cal fer notar que es varen perdre algunes entrevistes, tot i que molt poques, degut a problemes tècnics en l'enregistrament. Per aquest motiu, hi ha alguna activitat on la mostra no la constitueixen tots 24 alumnes, sinó només 23.

7.4 Tractament de dades.

El primer pas a fer en un anàlisi de dades d'aquest tipus és reduir-les. Aquesta reducció comporta seleccionar, simplificar i estructurar les dades. Seleccionar les dades implica determinar quines es codifiquen i quines es descarten. Simplificar les dades comporta reduir-les i organitzar-les de tal manera que siguin comprensibles i manipulables, però sense caure en el perill de fer-ne interpretacions simplistes, és a dir, trobar descripcions i codificacions que permetin manipular-les sense perdre excessiva informació. Estructurar les dades implica veure com es poden agrupar i classificar, quins models representen una classe determinada i com es poden relacionar les dades procedents dels diferents aspectes observats per elaborar models més generals.

Una vegada reduïdes les dades cal fer-ne una exposició. Els textos narratius utilitzats sovint per a l'exposició de dades, quan intenten ser breus poden portar a interpretacions simplistes i quan són minuciosos tendeixen a dificultar la visió global de les dades.

Per a la reducció i exposició de les dades hem utilitzat les xarxes sistèmiques proposades per Bliss i Ogborn (1979) i Bliss, Monk i Ogborn (1983). Aquest mètode ens ha resultat útil i ric tant en la fase de reducció com en la de l'exposició de dades. En el procés de reducció de dades, ha resultat interessant ja que permet una descripció de les característiques col·lectives de determinats grups de subjectes respectant els matisos individuals, dona una visió global que posa de manifest les interdependències entre els diferents tipus d'estratègies analitzades i les respostes obtingudes i facilita la tipificació de processos de resolució i la seva codificació.

En la fase d'exposició de les dades ens és útil ja que permet exposar-les no només centrant l'atenció en cadascun dels aspectes observats sinó també considerant-ne l'organització global.

A continuació descrivim el procés de construcció de l'instrument d'anàlisi de les dades corresponents a cada activitat. Cadascuna de les entrevistes ha estat transcrita íntegrament¹¹ i literalment i s'han acompanyat les transcripcions amb les produccions dels alumnes i les notes preses durant les entrevistes. A partir de les transcripcions, en primer lloc, ens ha calgut separar les entrevistes agrupant-les per activitats. Un vegada organitzades les entrevistes per activitats el procés seguit per a la reducció i exposició de les dades i l'establiment de resultats ha estat el mateix per totes elles.

Per a cada activitat, hem llegit diverses vegades les transcripcions de totes les entrevistes per tal de familiaritzar-nos amb el contingut dels processos descrits i les respostes donades.

A partir de l'estudi pilot que es descriu en l'apartat següent —7.5.1—, hem establert els aspectes a observar en el contingut de cadascuna de les entrevistes: la interpretació de l'enunciat, la resposta, la justificació de la resposta, les estratègies de resolució, de processament i d'aproximació, la utilització de recursos auxiliars i el llenguatge utilitzat.

Una vegada familiaritzats amb el contingut de l'entrevista, i tenint en compte els aspectes a observar, hem iniciat el procés de reducció de dades. Hem escollit a l'atzar les entrevistes de 6 alumnes. Partint de paràgrafs sencers, hem anat reduint la informació buscant frases més senzilles que sintetitzessin, acompanyant-les de comentaris, el comportament dels alumnes per a poder codificar-lo en termes dels aspectes que ens havíem proposat observar.

Després d'aquesta primera reducció i codificació de les dades, hem assajat diverses estructuracions dels processos i de les respostes per elaborar un model d'organització del comportament d'aquests 6 alumnes escollits. A partir d'aquí, hem elaborat un patró d'estructuració de les dades vàlid per tots els alumnes. Per a fer-ho, hem aplicat aquesta xarxa sistèmica als processos i respostes d'un grup més gran d'alumnes —al voltant dels 12— que inclou els 6 inicials. L'intent d'aplicar-la a aquesta nova informació ha permès modificar-la al mateix temps que ha servit per revisar la validesa de les codificacions assignades als 6 alumnes anteriors.

L'aplicació d'aquesta xarxa sistèmica modificada a les dades de tots els alumnes en processos successius de revisió ens ha portat a l'elaboració de la xarxa sistèmica

¹¹En l'annex 14 es presenten les transcripcions d'algunes de les entrevistes corresponents a l'activitat *item 18*.

corresponent a l'activitat i ens ha permès revisar la validesa de les codificacions assignades a les dades estructurades amb anterioritat.

Donat que pretenem fer una anàlisi global dels comportaments en les diferents activitats, hem cregut necessari treballar amb un model de xarxa sistèmica que fos vàlid, considerat globalment, per a l'anàlisi de les diferents activitats.

Per això, una vegada elaborades les xarxes sistèmiques corresponents a tres de les activitats, hem fet processos successius de comparació i globalització fins a trobar un model general de xarxa sistèmica que fos aplicable a totes les activitats, en termes, al menys, dels aspectes que pretenem observar.

L'aplicació d'aquest model general a les xarxes sistèmiques de les 3 activitats ens ha permès modificar-lo i revisar-lo. A partir d'aquest model general, hem construït les xarxes sistèmiques de les altres sis activitats, seguint el mateix procés que per a les 3 primeres. És a dir, hem començat aplicant-la a les dades d'un grup de 6 alumnes, modificant-la a partir de l'aplicació a les dades d'un grup més gran que inclou l'anterior i, finalment, a la totalitat de les entrevistes corresponents a l'activitat. Aquest procés ens ha permès estructurar a partir de xarxes sistèmiques¹² les dades corresponents a totes les activitats de manera que fossin comparables per a l'establiment de resultats globals.

Per a cada activitat, a partir de la xarxa sistèmica, presentem, descrivint-les i exemplificant-les, les categories d'interpretació de l'enunciat, de resposta, de justificació de la resposta, d'estratègies en els processos i de processos globals, així com un estudi del llenguatge utilitzat pels alumnes. Quantifiquem el nombre de casos dins de cada categoria, tant pel grup global com pels diferents grups de la mostra, per donar una idea de la importància quantitativa de cada categoria i per poder comparar el comportament dels individus en relació a cadascuna d'elles.

Després, amb l'objectiu d'identificar tendències, s'ha fet, per a cada activitat, un estudi comparatiu del comportament dels grups d'individus en relació a cadascun dels aspectes observats i s'ha analitzat com la utilització d'estratègies diverses porta de manera diferent a les respostes. Aquest estudi comparatiu de les dades qualitatives el fem basant-nos en dades quantitatives, fent una anàlisi estadística senzilla per a determinar si les tendències són significatives. D'aquesta manera arribem a l'establiment de resultats per a cada activitat.

En la darrera secció d'aquest capítol, *Anàlisi de dades, sumari i conclusions de les activitats*, (7.6), per a cada activitat, s'exposen les dades i es presenta el procés

¹²En l'annex 15 presentem la xarxa sistèmica corresponent a les dades de l'activitat *item 18*, la mateixa per la que hem presentat anteriorment les transcripcions.

d'establiment de resultats¹³. Cadascun dels apartats d'aquesta secció fa referència a una de les activitats i està estructurat de la següent manera:

- Caracterització de l'activitat.
- Anàlisi descriptiva de les dades obtingudes. Categories de:
 - interpretació de l'enunciat.
 - resposta.
 - justificació de la resposta.
 - d'estratègies en els processos.
 - processos tipificats.
 - estudi del llenguatge.
- Anàlisi comparativa de les dades obtingudes, identificació de tendències en:
 - la resposta.
 - la justificació de la resposta.
 - les estratègies de resolució.
 - les estratègies de processament.
 - les estratègies d'aproximació.
 - els processos tipificats.
- Sumari i conclusions de l'activitat.

De cara a l'establiment de resultats generals del problema principal que permetin contrastar les hipòtesis i assolir els propòsits plantejats per objectius fem un estudi comparatiu dels resultats de les activitats tenint en compte la informació obtinguda a partir de cadascuna d'elles i les seves caracteritzacions. Aquest procés es presenta en el següent capítol, (8. *Sumari i conclusions del problema principal.*)

¹³En aquest apartat presentem únicament els resums de les anàlisis quantitatives comparatives. A l'annex 16 presentem el procés complet dut a terme per una de les activitats, l'activitat *item 18*, que és la mateixa per a la qual en annexos anteriors hem presentat les transcripcions i la xarxa sistèmica final.

7.5 Validesa i consistència.

Una recerca que, com la present, utilitza mètodes experimentals basats en dades qualitatives, requereix la realització d'un seguit d'accions que permetin assegurar, a més de la validesa de l'instrument utilitzat per a l'obtenció de les dades, la validesa del procés de recollida de les mateixes, la del procés de construcció de l'instrument d'anàlisi i de la pròpia anàlisi, i la consistència dels resultats. En aquesta secció, exposem quines han estat aquestes accions en el present treball de recerca.

7.5.1 Validació de l'instrument.

En aquest apartat, presentem les diverses etapes en el control de validesa de l'instrument realitzades en el procés d'elaboració del mateix, és a dir, la justificació de les diverses actuacions fetes fins arribar a la redacció definitiva de les activitats.

Partim inicialment d'un bloc d'activitats consistent en un banc de situacions de resposta oberta i qüestions tancades, adaptades de les utilitzades en recerques d'altres autors i, d'algunes activitats d'aprenentatge que apareixen en materials destinats a l'aula.

Aquest bloc d'activitats passa una primera validació per experts ¹⁴. Les persones que fan aquesta primera revisió són un total de 15, i pertanyen al camp de les Ciències de l'Educació i de les Matemàtiques —7 i 8 respectivament—, i, en el moment de fer la revisió del bloc d'activitats estan treballant i/o fent recerca en l'àmbit de les Ciències de l'Educació, de la Didàctica de les Matemàtiques, o són professors de BUP o d'FP.

El procés de validació per jutges, els seus comentaris i la reflexió a que varen portar les seves opinions, tant pel que fa als aspectes formals com de contingut, va ser de gran utilitat a l'hora de la selecció i organització de les preguntes. Especialment interessant, pel que fa a les preguntes de resposta oberta destinades a ser plantejades com activitats, és la informació obtinguda en relació a la validesa externa que mesura la importància, des del punt de vista de l'avaluador, del fet que els alumnes de la mostra manifestin les habilitats necessàries per a resoldre una determinada activitat.

A partir de les activitats considerades més rellevants pel grup d'experts, s'elabora un primer bloc d'activitats de resposta oberta, per a ser passat per escrit a un grup d'alumnes, amb la finalitat de veure quines d'aquestes activitats ens

¹⁴Veure apartat 4.2.1 —l'instrument considerat globalment.

permeten obtenir el tipus d'informació que ens és necessària pel nostre projecte. Tenint en compte que els individus que formarien la nostra mostra serien de 8è d'EGB, i 2on de BUP i d'FPPI, els alumnes a qui es va passar aquest qüestionari escrit són els d'un grup de 8è d'EGB de l'escola pública Bellaterra.

A partir de les respostes d'aquests alumnes obtenim informació en relació a la dificultat de les activitats i, de l'adaptació de les mateixes als objectius de la nostra recerca, fet que ens va permetre eliminar aquelles activitats que, per ser massa difícils o massa fàcils, no ens donaven una informació prou rica en relació als nostres objectius i aquelles que donaven informació que s'apartava dels objectius proposats.

A partir d'aquesta selecció, i en funció dels comentaris i suggeriments fets pels professors Claude Gaulin i Alan Bishop durant el congrés ICME VI a Budapest, varem millorar les activitats no només en relació als aspectes formals, sinó també als de contingut. De la revisió de les activitats feta amb els professors esmentats, sorgeixen les activitats que s'utilitzen en l'estudi pilot.

En l'estudi pilot, plantegem als alumnes, entre d'altres, les situacions que després han constituït l'instrument, i definim les qüestions objecte de recerca. L'objectiu d'aquest treball previ era múltiple. D'una banda, millorar l'instrument que després hauríem d'utilitzar i adquirir la pràctica necessària per a servir-nos-en correctament i, de l'altra, obtenir informació que ens permetés fer un plantejament més realista de la recerca. Amb aquesta doble finalitat es varen passar les situacions, en forma d'entrevista, a 6 alumnes de 8è d'EGB de l'escola pública Bellaterra.

En relació a la millora de l'instrument, hem de dir que l'estudi pilot ens va permetre no només analitzar si el plantejament de les situacions era prou clar, i si els alumnes podien arribar a resoldre-les, per a poder modificar-les segons els nostres objectius, sinó també l'elaboració del guió de les entrevistes, d'acord amb les respostes donades i el tipus d'informació que volíem obtenir.

En un altre ordre de coses, cal dir que l'estudi pilot va permetre també l'adquisició de pràctica no només en la preparació i realització d'entrevistes, sinó també en el mètode d'anàlisi de dades qualitatives.

Les millores de caire tècnic fruit de l'estudi pilot són importants, però hem de dir que les reflexions fetes a partir dels resultats obtinguts i les dificultats enfrontades en són, potser, més ja que ens varen permetre un plantejament més realista tant dels objectius de la recerca com dels aspectes metodològics. En aquesta fase final de l'elaboració de l'instrument, varem comptar amb la col.laboració del professor Alan Bishop que ens va ajudar en la presa de decisions finals en relació a la versió definitiva, i en l'elaboració dels redactats definitius de les activitats.

Totes aquestes raons ens porten a considerar que les activitats proposades als alumnes en els problema principal de la recerca estan prou fonamentades des del punt de vista de l'estudi de la validesa.

7.5.2 Validesa del procés de recollida de dades.

Pel que fa a la validesa del procés de recollida de dades, hem de dir que aquesta queda garantida pel control del paper de la pròpia investigadora en les entrevistes. En aquest sentit, podem assegurar que es va evitar en tot moment fer suggeriments o donar indicacions als alumnes de les respostes o dels processos a seguir. Així, a les respostes dels alumnes contestàvem sempre de manera neutra, sense deixar entreveure si eren correctes o no. De manera semblant, quan un alumne dubtava d'una resposta li demanàvem que hi tornes a pensar. En les descripcions dels processos, quan no ens quedaven clares les seves explicacions, demanàvem que ens ho tornessin a explicar, repetint si calia les seves paraules, però sense manifestar quina era la interpretació que nosaltres en fèiem.

7.5.3 Validesa de l'anàlisi de dades i consistència dels resultats.

En relació a la validesa de la construcció de l'instrument d'anàlisi de dades i de la pròpia anàlisi, hem controlat diversos aspectes.

Pel que fa a la validesa de l'instrument d'anàlisi de les dades, hem de dir, en primer lloc, que la informació obtinguda en l'estudi pilot ens ha permès garantir que els aspectes observats són adequats als nostres propòsits.

El mètode utilitzat per a la reducció i estructuració dels resultats, les xarxes sistèmiques, assegura que el procés d'anàlisi de les dades és consistent ja que l'aplicació de les xarxes sistèmiques, construïdes en les diverses etapes, a dades successivament ampliades permet un autocontrol dels possibles errors de procés.

El fet que la informació obtinguda en el problema previ, a partir d'un treball quantitatiu, concorda amb l'obtinguda a partir d'aquest anàlisi qualitatiu, contribueix a assegurar la validesa de la construcció de l'anàlisi de dades qualitatives i la consistència dels resultats.

A més, hem garantit també la validesa de la construcció de l'anàlisi de dades i de la pròpia anàlisi, i de la consistència dels resultats, a través d'un control extern, ja que hem comptat amb la col·laboració del professor Jordi Deulofeu del Departament de Didàctica de les Matemàtiques de la Universitat Autònoma de

Barcelona que ha seguit i revisat el procés de reducció i estructuració de les dades, així com l'establiment dels resultats.

Finalment, i en relació a la consistència dels resultats, cal dir que la contrastació dels resultats de la present recerca amb els de treballs d'altres investigadors que ens han precedit, permet assegurar-la.

7.6 Anàlisi de dades, sumari i conclusions de les activitats.

En aquesta secció, per a cada activitat, s'exposen les dades i es presenta el procés d'establiment de resultats¹⁵. Cadascun dels apartats d'aquesta secció fa referència a una de les activitats i està estructurat de la següent manera:

- Caracterització de l'activitat.
- Anàlisi descriptiva de les dades obtingudes. Categories de:
 - interpretació de l'enunciat.
 - resposta.
 - justificació de la resposta.
 - d'estratègies en els processos.
 - processos tipificats.
 - estudi del llenguatge.
- Anàlisi comparativa de les dades obtingudes, identificació de tendències en:
 - la resposta.
 - la justificació de la resposta.
 - les estratègies de resolució.
 - les estratègies de processament.
 - les estratègies d'aproximació.
 - els processos tipificats.
- Sumari i conclusions de l'activitat.

¹⁵En aquesta secció presentem únicament els resums de les anàlisis quantitatives comparatives. A l'annex 16 presentem el procés complet dut a terme per una de les activitats, l'activitat *item 18*, que és la mateixa per a la qual en annexos anteriors hem presentat les transcripcions i la xarxa sistèmica final.

7.6.1 Anàlisi de dades, sumari i conclusions de l'activitat 'carrers'.

Caracterització de l'activitat.

- Forma de presentació: dibuix, plànol.
- Formulació: trobar una possibilitat.
- Forma de resposta: oral.
- Context: significat real.
- Acció requerida: interpretació
- Condicions requeriment geomètric: canvi de posició del subjecte.
- Complexitat objecte: complex¹⁶.

Anàlisi descriptiva de les dades obtingudes.

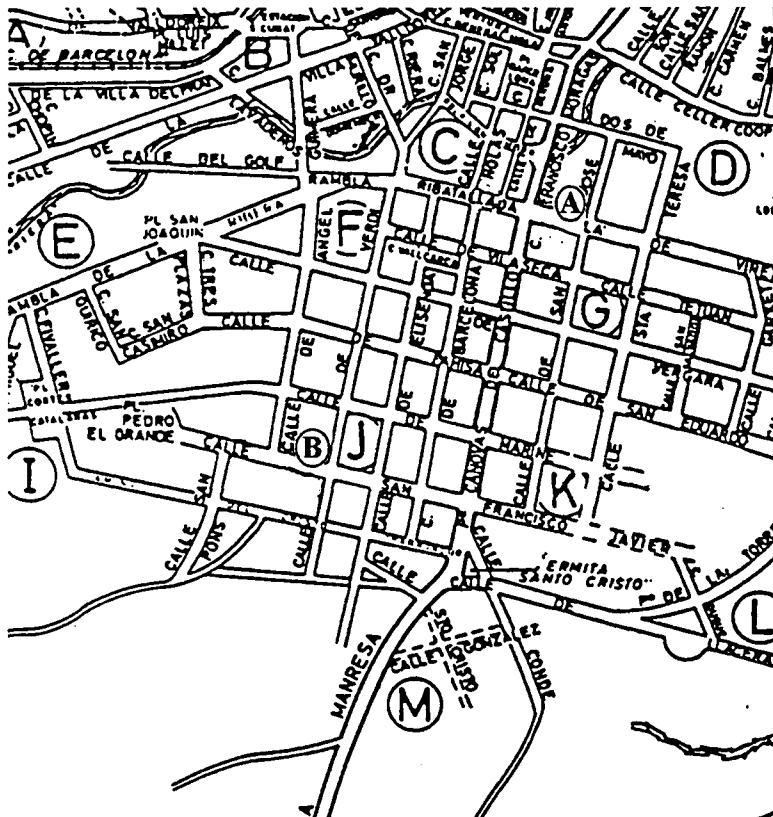
Degut a problemes d'enregistrament, varem perdre part de les entrevistes. Per tant, la mostra d'aquesta activitat la constitueixen 23 alumnes, 11 nois i 12 noies, procedents del diferents nivells d'escolarització implicats: 12 d'EGB —6 nois i 6 noies—, 6 de BUP —3 nois i 3 noies— i 5 d'FP —2 nois i 3 noies.

Respostes.

En aquest apartat analitzem la correcció de les respostes. Per a fer-ho, tenim en compte que l'itinerari descrit incloïa diverses instruccions de gir. La majoria dels alumnes descriuen el camí a recórrer seguint un itinerari que inclou tres girs. Per això, a l'estudiar la correcció de la resposta, analitzarem les instruccions de canvi de direcció des del punt de vista dels girs cap a la dreta o cap a l'esquerra dels tres casos observats en la majoria dels itineraris.

¹⁶Recordem que considerem l'objecte d'aquesta activitat com a complex. Malgrat això, tal com hem argumentat, en l'anàlisi de les respostes a l'activitat el considerem senzill des del punt de vista d'extreure de la representació de l'objecte la informació necessària per a resoldre l'activitat.

A continuació tens una part del plànol de Sant Cugat. Quines instruccions donaries a algú que situat a la casa del punt A et preguntés com es pot anar caminant fins a la casa del punt B.



Activitat carrers.

La taula següent recull el nombre de respostes¹⁷ recollides per a cadascun dels girs, segons siguin correctes, incorrectes o l'alumne ignori que cal girar:

¹⁷El total de casos corresponent al tercer gir és diferent de 23 perquè hi ha 4 alumnes que proposen seguir un recorregut diferent.

	1er gir	2on gir	3er gir
Ignoren	13	3	15
Correctes	9	14	1
Incorrectes	1	6	3

Taula 7.6.1.1: Nombre de respostes correctes, incorrectes i casos en que ignoren els girs.

A continuació, detallem el contingut de les respostes, en relació a de cadascun dels girs:

- Primer gir:

- 13 dels alumnes l'ignoren.
- 9 alumnes l'indiquen correctament:

L.S. ... cruzarías la calle de, de avenida Pla de Vinyet... y entonces girando a la izquierda ...

- Només 1 l'indica malament:

R.V. Primero le diría que cogiera la calle donde está la casa A, que es la Rambla Ribatallada, ... y ... a la derecha ... hasta que encuentre la calle ...

- Segon gir:

- 3 alumnes l'ignoren.
- 14 dels alumnes l'indiquen correctament:

A.B. ... pues le diría que... que bajase 5 calles para abajo y estaría a mano izquierda, bueno, bajando él a mano derecha.

un d'ells, referint-se als punts cardinals:

J.N. ... fer el camí en direcció sud i l'altre en direcció oest.

- 6 alumnes l'indiquen malament:

C.S. ... la quinta calle hacia la izquierda ...

- Tercer gir:

- 15 dels alumnes ignoren que la casa està situada a la dreta segons el sentit de la marxa

* 11 d'entre ells sense situar-la:

A.P. i quan ha baixat la sisena, es tro... es trobarà en el carrer, en el carrer que està el punt B ...

* 4 alumnes, però, la situen en relació als carrers:

E.M. El punt B està a la plaça Pedro el Grande, ..., no, abans.

o Només 1 alumne l'indica correctament:

C.S. ... y luego pues ... sigues, después de girar a la izquierda, sigues para abajo y la cuarta a la derecha.

o 2 alumnes l'indiquen malament.

o 1 alumne una vegada l'indica bé i, l'altra, malament.

o 4 dels alumnes fan un recorregut diferent i

* 1 d'ells no situa la casa.

* 1 d'ells situa la casa correctament segons el sentit de la marxa:

O.M. ... que giri cap a l'esquerra i ja està ... la casa B a la seva dreta

* 2 d'ells situen la casa entre carrers referint-se als noms:

R.V. ... haciendo esquina entre la calle Verdi y la calle Sant Pons

Justificació de les respostes.

Recollim, a continuació, les justificacions donades pels alumnes quan els preguntem perquè diuen que cal girar a la dreta o a l'esquerra en cada cas.

Les justificacions de les instruccions de gir han estat:

● De 5 dels alumnes no n'obtenim cap ja que:

- o 2 d'ells ignoren totalment que giren.
- o en 1 cas no ho hem preguntat.
- o 2 dels alumnes no ens ho saben explicar.

● 3 dels alumnes es refereixen al plànol de manera directa

o 1 d'ells diu que s'imagina el plànol:

R.U. Em fico el plànol dins el cap com és. Me'l dibuixo i llavors doncs li vaig indicant.

- o 1 alumne, havent girat el plànol, argumenta que, sense girar-lo, la dreta seria l'esquerra:

R.V. ... pues que le indicaría, en vez de, de la casa A hacia la derecha tendría que decirle hacia la izquierda ...

- o 1 d'ells diu que és com si el plànol estes del revés, sense girar-lo:

A.F. ... i si el portal està aquí, al punt A, pues lògicament tenia que estar el plànol al revés i llavors seria cap a la dreta.

- 10 alumnes s'imaginen la situació d'una manera o altra:

- o 6 d'ells donant explicacions que implicarien una tercera persona:

- * 1 alumne diu únicament que s'imagina la persona caminant:

A.B. ... si, porque me he imaginado al señor que bajaba para abajo ...

- * 2 alumnes diuen, de diferents maneres, que si la persona es desplaça de cara a nosaltres la seva dreta és la nostra esquerra:

A.P. ... que ell baixava de cara, ... que si hagués baixat d'esquena li hagués dit mà esquerra.

- * 3 d'ells argumenten, amb expressions diverses, que si la persona està de cara a nosaltres la seva dreta és la nostra esquerra:

S.I. Si, ... bueno, dreta d'ell ... perquè si està, pues, mirant cap acà,...

- o 4 d'ells donen una justificació en primera persona:

- * 1 alumne argumenta que, si es desplaça de cara a nosaltres, la seva dreta és la nostra esquerra:

A.C. ... perquè ... estic així , perquè jo vinc d'aquí.

- * 3 d'ells argumenten, amb expressions diverses, que, estant situats de cara a nosaltres, la seva dreta és la nostra esquerra:

M.C. ... pues es que estando de espaldas pues ... ésto está a la derecha ...

- 3 alumnes diuen haver fet la inversió dreta/esquerra al llegir el plànol:

- o 1 d'ells argumenta que, segons la situació en que s'està, els carrers són a la dreta o a l'esquerra:

C.S. ... vas andando en ese sentido, pues ... la calle que es para abajo, es la que queda a mano izquierda.

- o 2 alumnes diuen, amb diferents expressions, que, partint del punt del plànol del que sortim, els carrers situats a la dreta en el plànol estaran situats a l'esquerra en la realitat, i a la inversa:

L.S. ... porque yo lo veo que ésto para aquí es para la izquierda y para aquí es para la derecha.

- D'altres justificacions recollides han estat:

- o 1 dels alumnes afirma que sense mirar el carrer no ho pot saber:

H.G. ... veient el mapa és a l'esquerra però ... després... no sé... tindria de mirar el carrer de San Francisco.

- o 1 altre alumne fa referència als punts cardinals:

J.N. o sigui jo estigués aquí, eh?, en direcció sud, fer el camí en direcció sud, i l'altre en direcció oest.

Estratègies en els processos.

Una vegada han completat la descripció de l'itinerari, els preguntem com han sabut quin és. Agrupem en tres grans blocs els alumnes, en funció de l'estratègia de resolució descrita en l'explicació donada:

- 12 dels alumnes resolen la tasca donant les instruccions dient els noms dels carrers per on caldria passar.

A.P. ... que baixés per... per carrer de Sant Josep fins trobar el carrer de Mariné i llavors que agafés el carrer, ... agafés el carrer Mariné fins... trobar el carrer Verdi ...

A l'incidir, demanant com donarien les instruccions si en els carrers no hi haguessin les plaques amb els noms, obtenim diferents tipus de respostes:

- o 7 dels alumnes donen les instruccions comptant els carrers:

P.G. ... 5 bocacalles y después de 5 bocacalles que siguiera para abajo ...

- o 1 dels alumnes resol la tasca comptant i dient noms:

J.N. ... carrer de Santa Teresa abaix i des... després la ... entre la cinquena i sisena carrer a l'esquerra ... fins que s'acabés.

- o 4 alumnes donen d'altres tipus de resposta:

- * 1 d'ells diu que comptaria, però no ho fa, i diu els noms dels carrers:

M.L. Pues... le diría según las calles, contando las calles que tiene que pasar... hasta que llega a la de San Francisco...

- * 1 alumne respon comptant i referint-se a les característiques del carrer:

L.S. ... bueno, pues contaría dos, dos, calles o sea dos ... entonces ésa la tiraría toda para adelante, entonces llegaría hasta el final ¿no? y vería una, una calle grande tirando para allá ...

- * 1 d'ells diu que l'acompanyaria:

A.F. ... si tingués temps l'acompanyaria.

- * 1 d'ells a l'incidir interpreta que no hi ha carrers:

M.S. ... sí, més val que l'acompanyi, ... clar que si no hi ha carrers, llavors ...

- 10 alumnes resolen la tasca comptant i dient noms:

- 6 d'ells donant els noms com a confirmació de quin és el carrer que esmenta amb ordinals:

M.C. ... una, dos, tres, cuatro ... hasta la quinta, hasta ... a ver, hasta el quinto cruce ... que será Avenida San Francis... no, calle de San Francisco.

- 2 dels alumnes donen les instruccions dient noms una vegada i l'altra comptant; a l'incidir dient que no hi ha noms als carrers, insisteixen en la seva resposta:

O.P. ... que tirés abaix, fins ... al ... carrer de Sant ... Francesc Xavier ... i que al carrer Francesc Xavier ... anés ... tirés cap a la seva dreta fins... arrib... arribar, no sé ... fins arribar a la bueno fins arribar a casa seva... és que no sé ... fins ... a veure quantes hi ha? (compta) tirant quatre ... quatre travessies ...

- 1 alumne respon dient noms una vegada i l'altra comptant; a l'incidir, compta i dóna les característiques del carrer:

A.C.-II ... bueno si estem aquí ... el primer... un, dos, tres, quatre ... cinc! i la cinc fa el carrer gran ... que dic l'ample!

- 1 d'ells dóna els noms dels carrers per indicar el sentit de la marxa:

D.P. Sortint al carrer... vaig per la Rambla Riba...Ribatallada, Avinguda pla del Vinyet ... direcció a la plaza San Joaquín...

- 1 dels alumnes resol la tasca ja directament només comptant:

A.C. ... ha d'esperar la primera travessia ... i llavors ha de seguir recte, el mateix camí ... una, dos, tres, quatre, cinc, cinc travessies més enllà d'aquesta que estem ara ...

En el moment d'analitzar la correcció de les instruccions de gir, en funció de l'estratègia de resolució i , a l'hora de descriure els itineraris de procés, considerem les estratègies de resolució espontànies dels alumnes, és a dir les que han utilitzat abans de que incidíssim demanant com resoldrien la situació si en els carrers no hi hagués els noms.

A l'hora d'estudiar les **estratègies de processament**, agrupem els alumnes segons la que han utilitzat. Alguns alumnes l'expressen explícitament, i per a d'altres, la podem deduir de les explicacions donades. Segons això:

- 11 dels alumnes ens expliciten haver utilitzat diferents estratègies de processament que es poden agrupar de la següent manera:
 - 1 d'ells afirma haver-se imaginat el plànol:

R.U. Em fico el plànol dins el cap com és. Me'l dibuixo i llavors doncs li vaig indicant.
 - 6 dels alumnes diuen haver-se imaginat la persona caminant:

A.C. M'imaginat a la persona que estigués en el punt A i ... com caminant... que fins arribar al punt B.
 - Uns altres 4 diuen haver interpretat el plànol:
 - * 2 ho fan incorrectament tot i que han argumentat la inversió dreta/esquerra.
 - * i 2 més ho fan correctament ja que havien girat el plànol.
- Per a uns altres 11 alumnes es pot deduir, de tot el que ens han dit durant el procés, quines han estat les estratègies de processament utilitzades. Aquestes es poden agrupar de la següent manera:
 - 5 alumnes s'imaginen en la situació de caminar.
 - i els altres 6 resolen la tasca interpretant el plànol

- * 1 d'ells incorrectament tot i que ha argumentat la inversió dreta/esquerra.
 - * 2 ho fan correctament utilitzant diferents recursos:
 - 1 d'ells referint-se a punts cardinals i parlant de dreta i esquerra.
 - i l'altre referint-se a punts cardinals i parlant de dalt i baix.
 - * 3 dels alumnes intenten interpretar el plànol però no se'n surten.
- Hi ha 1 alumne pel qual desconeixem l'estratègia de processament ja que no ens ha sabut explicar el seu procés.

Agrupant les estratègies de processament dels alumnes, segons siguin visuals o verbals, tenim que:

- 14 alumnes utilitzen estratègies de processament visual. D'aquests:
 - Només 1 diu que imagina el plànol.
 - 11 imaginem el desplaçament.
 - 2 fan lectura del plànol després de girar-lo¹⁸.
- 8 alumnes fan servir estratègies de processament verbal. D'aquests:
 - 3 interpreten el plànol argumentant la inversió dreta/esquerra.
 - 2 interpreten el plànol utilitzant els punts cardinals i d'altres informacions.
 - 3 intenten interpretar el plànol però no ho aconsegueixen.
- Hi ha 1 alumne pel qual no podem codificar la seva estratègia de processament ja que ha estat incapaç de descriure el seu procés.

Per aquesta activitat totes les **estratègies d'aproximació a la forma** recollides han estat estratègies d'aproximació parcial. Interpretem aquest fet degut al requeriment de la tasca ja que per a descriure un recorregut només hi ha una possibilitat que és donar-lo per parts.

A l'indicar el sentit de la marxa, o al decidir l'itinerari a seguir, un terç dels alumnes fan servir **recursos auxiliars** significatius. Així, hem observat, o ens han dit que fan servir, els següents recursos auxiliars:

¹⁸Considerem aquesta estratègia de processament visual, tot i que és una lectura del plànol, perquè no els ha calgut fer la inversió dreta/esquerra i pel tipus d'argumentació que presenten quan justifiquen perquè l'han girat.

- 1 dels alumnes mou la mà per indicar pendent.
- 2 alumnes s'imaginen en una situació concreta:

*E.S. Jo interpreto que la casa A està a dalt com si fos una...
com Santa Coloma.*

- 1 dels entrevistats entregira el cap.
- 1 dels alumnes té el plànol girat.
- 2 alumnes assenyalen damunt del paper el recorregut.

De la mateixa manera, gairebé per a la meitat dels alumnes, observem recursos auxiliars significatius al donar les instruccions de gir. Els recursos auxiliars implicats en els girs han estat els següents:

- 5 alumnes entregiren el cos quan diuen:
 - 2 perquè venim/ve d'aquí.
 - 1 perquè estem d'esquena.
 - 1 perquè si baixem A és al nord.
 - 1 té el cos inclinat tota l'estona mentre resol la tasca.
- 4 dels alumnes en algun moment giren el full.
- 1 mou els braços per indicar direcció.

El diagrama següent sintetitza les combinacions d'estratègies en els processos de resolució¹⁹, així com el nombre²⁰ de respostes correctes²¹ i errors a què s'arriba a través de cadascun d'ells.

¹⁹Les xifres en negreta corresponen als números assignats a cadascun dels itineraris i són els mateixos que apareixen més endavant en la tipificació de processos.

²⁰Considerem l'estratègia de resolució utilitzada espontàniament per l'alumne.

²¹Considerem com a respostes correctes les d'aquells alumnes que indiquen correctament el segon gir que és el que realment comporta fer la inversió dreta/esquerra.

itineraris	noms	[imagina	[parcial(5)	[correctes:4		
]]]	incorrectes:2		
			[no imagina	[parcial(2)	[correctes:1	
]	incorrectes:4	
	compta/noms	[imagina	[parcial(4)	[correctes:7		
]		
				[no imagina	[parcial(1)	[correctes:1
]	incorrectes:2
		[compta	[imagina	[parcial(3)	[correctes:1

Processos tipificats.

Ens interessa establir itineraris en els processos de resolució descrits. Per a fer-ho, tenim en compte les estratègies aparegudes en els processos descrits pels alumnes:

- de resolució; descriure el recorregut:
 - referint-se als noms dels carrers,
 - comptant i dient els noms dels carrers o
 - només comptant els carrers.
- de processament:
 - visual:
 - * imaginar la situació o el plànol,
 - * fer lectura del plànol havent-lo invertit.
 - verbal:
 - * fer lectura del plànol referint-se als punts cardinals,
 - * fer lectura del plànol fent la inversió dreta/esquerra.
- d'aproximació:
 - utilitzant estratègies d'aproximació parcial.

La taula següent recull quines d'aquestes estratègies han estat utilitzades per cadascun dels alumnes, així com les respostes²² a que arriben:

²²Indiquem la correcció del 2on gir, que és la que ens interessa analitzar. Assenyallem amb una b els alumnes que l'han indicat correctament i, amb una m, els que ho han fer malament.

Al.	noms	compta noms	compta	global	parcial	visual	verbal	2on gir
01			x		x	x		b
02	x				x	x		m
03	x				x	x		b
04	x				x	x		b
05		x			x	x		b
06	x				x		x	m
07		x			x	x		b
08	x				x	x		b
09		x			x		x	m
10	x				x		x	b
11		x			x		x	b
12		x			x	x		b
13		x			x	x		b
14	x				x		x	m
15	x				x	?	?	m
16		x			x		x	m
17	x				x		x	m
18		x			x	x		b
19		x			x	x		b
20		x			x	x		b
21	x				x	x		b
22	x				x		x	m
23	x				x	x		m

Taula 7.6.1.2: Estratègies utilitzades per cadascun dels alumnes.

La identificació d'aquestes estratègies en la resolució de les tasques per part dels alumnes ens permet descriure 5 tipus diferents de processos que inclouen tots els observats²³. Aquests processos poden descriure's de manera general a partir com l'alumne resol la tasca:

- 1.- Fent aproximacions parcials a la forma, utilitzant estratègies de processament verbal i descrivint el recorregut donant els noms dels carrers i comptant-los.

²³Hi ha un alumne del procés del qual no ha pogut ser codificat perquè desconexim l'estratègia de processament utilitzada.

- 2.- Fent aproximacions parcials a la forma, utilitzant estratègies de processament verbal i descrivint el recorregut donant els noms dels carrers.
- 3.- Fent aproximacions parcials a la forma, utilitzant estratègies de processament visual i descrivint el recorregut comptant els carrers.
- 4.- Fent aproximacions parcials a la forma, utilitzant estratègies de processament visual i descrivint el recorregut donant els noms dels carrers i comptant-los.
- 5.- Fent aproximacions parcials a la forma, utilitzant estratègies de processament visual i descrivint el recorregut donant els noms dels carrers.

D'aquesta manera, caracteritzem els processos segons les quatre tipologies, indicant-ne la freqüència:

	VER/PAR	VER/GLO	VIS/PAR	VIS/GLO
processos	1 i 2	—	3, 4 i 5	—
casos	3 + 5	-	1 + 7 + 6	-

Taula 7.6.1.3: Processos tipificats i freqüència.

Estudi del llenguatge.

Pel que fa a l'anàlisi del llenguatge utilitzat pels alumnes en la resolució de l'activitat, ens interessa especialment estudiar les expressions fetes servir per indicar el sentit de la marxa.

La taula següent recull les expressions utilitzades per indicar el sentit de la marxa:

Expressions	casos
baixar	17
pujar i baixar	3
caminar recte	2
anar cap a l'esquerra	1

Taula 7.6.1.4: Expressions utilitzades per indicar el sentit de la marxa.

Concretem, a continuació, el significat de les expressions utilitzades per referir-se al desplaçament:

- 17 dels entrevistats utilitzen el verb baixar:

C.S. ... bajara para abajo y en la calle San Francisco ...

juntament amb d'altres sinònims amb els següents significats:

- o Per a 2 d'ells el significat està relacionat amb la posició dels punts al plànol:

- * Perquè al plànol és a dalt

- per a un d'ells és l'única justificació:

C.S. pues de la parte del plano de arriba ... hacia abajo.

- 1 altre es refereix inicialment a pendent, negant-la posteriorment:

R.U. ... que anés direcció cap abaix, ... i el punt B està més abaix ... situat al plànol.

- o 4 alumnes interpreten baixar com a caminar direcció Nord/sud, cap al sud.

- * 2 d'ells sense més interpretació:

P.G. perquè has d'anar ... direcció... sud, no?

- * 1 argumenta que, sense números, no sap si el carrer puja o baixa, i que, per tant, diu baixar com a sinònim de caminar cap al sud:

D.P. ... per al sud, vas per al sud..., ... doncs és que aquí com que no fica números no saps per on va ...

- * 1 d'ells fa servir avall com a sinònim de direcció sud, i recte, com a sinònim de direcció oest:

J.N ... o sigui jo estigués aquí eh! en direcció sud, fer el ... camí en direcció sud i l'altre en direcció oest.

- o 2 utilitzen baixar com a sinònim de seguir recte incloent pendent:

E.S. Jo interpreto que la casa A està a dalt com si fos una, com Santa Coloma, com si estigués a dalt de tot i que el, la casa B està, està avall, o sigui la casa A està a dalt ...

- o 7 la utilitzen com a sinònim de caminar endavant i d'altres expressions equivalents:

A. F. ... tot recte pues, cap endavant.

- o 1 la fa servir com a sinònim d'acostar-se, per contraposició a allunyar-se que seria pujar:

A.P. ... si pugem ens allunyem i si baixem ens apropem.

- o Per a 1 d'ells no podem deduir el significat d'aquesta expressió.

- 3 alumnes indiquen el sentit de la marxa alternant pujar i baixar, o sinònims:

- o 1 la utilitza justificant el pujar perquè és mes llarg:

M.C. ... no sé... a lo mejor es porque ésto es más largo, me hace pensar que es para arriba, pero ...

- o 2 la fan servir com a sinònim de caminar recte:

- * 1 l'utilitza sense matisar el seu sentit:

E. ¿Qué significa tirar para abajo o ir hacia abajo?

M.L. Continuar recto

...

E. ¿Qué significa subir?

M.L. Pues volver a andar recto.

- * 1 alumne diu baixar referint-se al desplaçament de la part de dalt del plànol a la part de baix i, en l'horitzontal del plànol, diu amunt referint-se a la dreta, i avall, referint-se a l'esquerra:

A.C.-I.I. ... però com estic aquí a dalt i l'altre està aquí, ... pues és com si baixés... és dir recte

...

... cap a la dreta, si ell va baixant així ...

- Només 2 alumnes fan servir l'expressió caminar recte o sinònims per indicar el sentit de la marxa:

O.M. Jo li dic que avanci ... quatre travessies ...

- Només 1 diu cap a l'esquerra fent una lectura directa del plànol (cap a l'esquerra seria si caminés de costat):

M.S. ... aniria per cap allà ... cap a l'esquerra vull dir...

Anàlisi comparativa. Identificació de tendències.

Ens interessa analitzar si els valors de les dues variables amb que treballem, nivell d'escolarització i sexe, estan lligats, d'alguna manera, a diferències de comportament per cadascun dels aspectes observats, així com estudiar si els diversos tipus d'estratègies porten de manera diferent a respostes correctes o errors.

En la resposta.

Volem estudiar si existeixen tendències determinades per les variables sexe i escolarització en la resposta donada. En concret, ens interessa analitzar si indiquen o no els tres canvis de sentit existents en la majoria d'itineraris descrits, i si ho fan correctament. Així, per a cadascun dels tres girs del recorregut, estudiem comparativament les dades dels que l'ignoren, dels que l'indiquen correctament i dels que ho fan malament. En aquest sentit observem:

- Per al primer canvi de sentit:
 - Més de la meitat dels alumnes s'obliden d'indicar que cal girar.
 - No observem diferències significatives entre el fet d'ignorar, encertar o equivocar-se ni entre els nois i les noies²⁴ ni entre els diferents nivells d'escolarització²⁵ estudiats.
- Per al segon canvi de sentit:
 - Només tres alumnes s'obliden d'indicar que cal girar.
 - Dels que l'indiquen, més de dues terceres parts —14 de 20— ho fan correctament.
 - No observem diferències significatives entre el fet d'ignorar, encertar o equivocar-se entre els nois i les noies.
 - En relació a la variable escolarització tampoc observem diferències importants.

²⁴Tot al llarg del treball, quan comparem el comportament dels nois i les noies, treballem amb un grau de significació del 85%. Donada la grandària de la mostra, 12 nois i 12 noies, considerem suficient treballar amb aquesta significació. Això vol dir, per exemple, que si afirmem que en el 85% dels casos les noies manifesten un determinat comportament, 10 de les 12 noies entrevistades l'han manifestat, quantitat que ens sembla prou remarcable donat el caire qualitatiu i explicatiu de la recerca.

²⁵Donat que en la mostra només hi ha 6 alumnes de BUP i 6 d'FP, no hem fet cap anàlisi estadística de les diferències de comportament. Tot al llarg del treball, considerem que hi ha diferències importants entre dos grups d'escolarització quan la resta de les proporcions d'alumnes de dos grups que manifesten un determinat comportament és estrictament més gran que un terç.

- Per al tercer canvi de sentit:
 - L'ignoren tres quartes parts dels alumnes.
 - Només l'indiquen correctament 3 alumnes.
 - No observem diferències significatives entre el fet d'ignorar, encertar o equivocar-se entre els nois i les noies.
 - En relació a la variable escolarització observem:
 - * Hi ha tendència per part dels alumnes d'EGB i d'FP a respondre malament o ignorar el gir.
- Analitzant la correcció del recorregut global, pel que fa a canvis de sentit, veiem que només 2 alumnes indiquen tots tres girs correctament.

En les estratègies de resolució.

Volem veure si existeixen tendències pel que fa a les estratègies de resolució més comunes:

- Indicar l'itinerari donant els noms dels carrers,
- indicar-lo donant els noms dels carrers i comptant i
- fer-ho només comptant.

En relació a les estratègies de resolució, analitzem si el nombre de nois i noies i d'alumnes de BUP, FP i EGB que les utilitzen, i el nombre d'encerts i d'errors recollits per a cadascuna determinen o no tendències²⁶.

De l'observació de les taules es desprèn:

- La variable sexe no produeix tendències notables.
- La variable escolarització no produeix tendències notables.
- Pel que fa al nombre de respostes correctes i incorrectes observem que es produeixen tendències:
 - Els que indiquen el recorregut dient noms i comptant o només comptant, tendeixen a respondre correctament —9 encerts i 2 errors.

²⁶considerem únicament les estratègies utilitzades inicialment pels alumnes, és a dir, les que fan servir abans de que incidim preguntant com resoldrien la situació si en els carrers no hi haguessin les plaques.

- o els que indiquen el recorregut només dient noms tendeixen a respondre malament —5 encerts i 7 errors.

Si calculem χ^2 per la taula on es comparen els encerts i errors recollits sota cadascuna de les estratègies de resolució, obtenim un valor de $\chi^2 = 2.3816$ que és significatiu per $\alpha = 0.15$. Aquest fet ens permet afirmar, amb una probabilitat del 85%, que els encerts i errors obtinguts venen condicionats per l'estratègia de resolució utilitzada. Així, en el 85% dels casos, descriure els recorreguts basant-se únicament en els noms dels carrers està lligat a errors, i fer-ho comptant i donant noms, o només donant noms, està lligat a encertar.

En les estratègies de processament.

Hem observat que, independentment de les estratègies de resolució recollides, apareixen dos tipus d'estratègies de processament:

- les estratègies de processament visual —imaginar la situació viscuda o el plànol i llegir el plànol havent-lo girat— i
- les estratègies de processament verbal —fer lectura del plànol fent la inversió dreta/esquerra o referint-se als punts cardinals.

Ens interessa, doncs, analitzar comparativament les dades dels alumnes que utilitzen cadascuna d'aquestes estratègies de processament, així com la possibilitat de que existeixi alguna relació entre l'estratègia de processament utilitzada i el fet de respondre o no correctament. En aquest sentit observem:

- Gairebé dues terceres parts dels alumnes —14 de 22²⁷— resolen la situació imaginant.
- La variable sexe no produeix diferències significatives.
- La variable escolarització tampoc produeix tendències.
- Pel que fa al nombre de respostes correctes²⁸ i incorrectes recollides, observem una forta tendència:
 - o Els que utilitzen estratègies de processament visual tendeixen a respondre correctament —12 encerts i 2 errors— i

²⁷Hi ha un alumne del qual desconexim l'estratègia de processament utilitzada.

²⁸Indiquen correctament el segon gir.

- o els que utilitzen estratègies de processament verbal tendeixen a respondre malament —2 encerts i 6 errors.

Si calculem χ^2 per la taula on es comparen els encerts i errors de cadascuna de les estratègies de processament, obtenim un valor de $\chi^2 = 5.6981$ que és significatiu per $\alpha = 0.05$. Aquest fet ens permet afirmar, amb una probabilitat del 95%, que les respostes correctes i els errors obtinguts venen condicionats per l'estratègia de processament utilitzada. Així, en el 95% dels casos, resoldre la situació utilitzant estratègies de processament visual porta a resultats correctes, i resoldre-la utilitzant estratègies de processament verbal, porta a resultats erronis.

En els processos tipificats.

Pretenem analitzar si les variables produeixen alguna tendència pel que fa als processos caracteritzats globalment, i veure si determinats processos tendeixen a generar respostes correctes o incorrectes.

La taula següent recull el nombre de representants de cadascun dels grups determinats per les variables, així com el nombre de respostes correctes i el d'errors corresponents a cadascuna de les tipologies de procés.

Procés	nois	noies	BUP	FP	EGB	encerts	errors	total
VER/PAR	3	5	3	1	4	2	6	8
VER/GLO	—	—	—	—	—	—	—	—
VIS/PAR	7	7	2	4	8	12	2	14
VIS/GLO	—	—	—	—	—	—	—	—

Taula 7.6.1.5: Nombre de representants de cadascun dels grups i nombre de respostes correctes i errors segons processos tipificats.

A partir de l'anàlisi de les dades de la taula 7.6.1.5, pel que fa a les tendències produïdes pels processos tipificats, observem:

- No hi ha cap procés amb components globals.
- D'entre els processos amb components parcials, gairebé dues terceres parts —14 de 22— tenen components visuals.
- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització tampoc produeix tendències.

- Pel que fa a la proporció d'encerts i errors recollits sota cadascuna de les tipologies de procés, observem:
 - Els que segueixen processos amb components visuals, VIS/PAR, tendeixen a respondre correctament —12 encerts i 2 errors— i
 - els que segueixen processos amb components verbals, VER/PAR, tendeixen a respondre malament —2 encerts i 6 errors.

Si calculem χ^2 per la taula on es comparen els encerts i errors de cadascun dels processos tipificats, obtenim un valor de $\chi^2 = 5.6981$ que és significatiu per $\alpha = 0.05$. Aquest fet ens permet afirmar, amb una probabilitat del 95%, que les respostes correctes i els errors obtinguts venen condicionats per la tipologia de procés seguida. Així en el 95% dels casos resoldre la situació seguint processos VIS/PAR porta a resultats correctes i resoldre-la seguint processos VER/PAR porta a resultats erronis, fets que venen condicionats pel tipus d'estratègia de processament.

Sumari i conclusions.

Per aquesta activitat, la interpretació de l'enunciat és la mateixa per a tots els alumnes.

A l'hora de **respondre**, observem que, en general, no indiquen cap dels dos recorreguts en escaire, sinó que es fixen en l'existència d'un carrer més ample, i és aquest el que determina l'itinerari escollit per al seu desplaçament. Per això, la majoria dels alumnes descriuen el camí a recórrer seguint un itinerari que inclou tres gir. Per tant, a l'estudiar la correcció de la resposta, analitzem les instruccions de canvi de direcció, des del punt de vista dels canvis de direcció proposats en la majoria dels itineraris.

Pel que fa a les instruccions donades pels entrevistats, en relació als gir o canvis de direcció necessaris pel recorregut, s'han observat aspectes importants a destacar. En primer lloc, si analitzem la correcció del recorregut global, pel que fa a canvis de sentit veiem que només 2 alumnes indiquen tots tres gir correctament.

En relació al primer canvi de direcció, és important observar que més de la meitat dels alumnes l'ignoren. Dels restants, tots menys un, l'indiquen correctament.

Pel que fa al segon canvi de direcció, la quarta part dels alumnes l'indiquen malament, més de la meitat ho fan correctament i la resta l'ignora. És interessant observar que un dels que respon correctament ho fa referint-se als punts cardinals i, per tant, sense necessitat de fer la inversió dreta/esquerra que nosaltres preteníem avaluar.

Pel tercer canvi de direcció, hem observat que, en general, s'obliden de situar el punt de destinació a la dreta o a l'esquerra segons el sentit de la marxa. La quarta part dels alumnes situa, però, la casa en relació als carrers, ja sigui referint-s'hi pels noms, per l'ordinal segons el darrer gir efectuat, o per les seves característiques —*carrers amples*.

Pel que fa a les descripcions dels processos de resolució, agrupem en tres grans blocs els alumnes en funció de l'estratègia de resolució descrita en l'explicació donada. La meitat dels alumnes resolen la tasca donant les instruccions dient els noms dels carrers per on caldria passar. A l'incidir, demanant com donarien les instruccions si en els carrers no hi haguessin les plaques amb els noms, obtenim diferents tipus de respostes. Gairebé la meitat d'aquests alumnes, donen les instruccions comptant els carrers. L'altra estratègia de resolució generalitzada consisteix en resoldre la tasca comptant i dient noms, i més de la meitat d'aquests, donen els noms com a confirmació de quin és el carrer que esmenten amb ordinals. Només 1 dels alumnes resol la tasca només comptant ja directament.

A l'hora d'estudiar les estratègies de processament, tenim que la meitat dels alumnes l'expliciten, i per als altres, la deduïm de les explicacions donades. Agrupant les estratègies de processament dels alumnes, observem que dues terceres parts utilitzen estratègies de processament visual. D'aquests, la majoria imaginem el desplaçament, només 1 diu que imagina el plànol i dos fan lectura del plànol després de girar-lo. La resta d'alumnes fan servir estratègies de processament verbal. D'aquests, alguns interpreten el plànol argumentant la inversió dreta/esquerra, d'altres utilitzant els punts cardinals i d'altres intenten interpretar el plànol però no ho aconsegueixen. Només hi ha 1 alumne pel qual no podem codificar la seva estratègia de processament ja que ha estat incapaç de descriure el seu procés.

Per aquesta activitat, totes les estratègies d'aproximació a la forma recollides han estat estratègies d'aproximació parcial. Interpretem aquest fet degut a les condicions del requeriment de l'activitat ja que per a descriure un recorregut només hi ha una possibilitat que és donar-lo per parts.

A l'indicar el sentit de la marxa, o al decidir l'itinerari a seguir, gairebé un terç dels alumnes utilitzen recursos auxiliars. Els més significatius són de tres tipus: moure la mà per indicar pendent, imaginar-se en una situació real concreta, i girar el plànol.

Els recursos auxiliars recollits quan els alumnes donen les instruccions de gir són més rics. Tot i que la meitat dels alumnes no n'utilitza cap, alguns entreguen el cos, d'altres giren el full en algun moment i un mou els braços per indicar direcció.

Per aquesta activitat, és interessant l'anàlisi de la utilització del llenguatge

geomètric, especialment les expressions fetes servir per indicar el sentit de la marxa. Així, observem que tres quartes parts dels entrevistats utilitzen el verb *baixar*, juntament amb d'altres sinònims, amb diverses interpretacions possibles. Per alguns, el significat està relacionat amb la interpretació del plànol, ja sigui perquè al plànol és a dalt o perquè interpreten que hi ha pendent. D'altres alumnes utilitzen aquest verb com a caminar en direcció Nord/sud cap al sud. Són només dos els que utilitzen *baixar* com a sinònim de seguir recte incloent pendent. Una quarta part del total d'alumnes, utilitzen aquest verb com a sinònim de caminar endavant i d'altres expressions equivalents. Contràriament, observem que només tres alumnes indiquen el sentit de la marxa alternant *pujar* i *baixar* o sinònims, i que cap ho fa utilitzant només *pujar*. És interessant notar que només 2 alumnes fan servir l'expressió *caminar recte*, o sinònimes, per indicar el sentit de la marxa malgrat que són les més correctes.

Per a establir itineraris en els processos de resolució, tenim en compte les estratègies aparegudes en els processos descrits pels alumnes:

- de resolució; descriure el recorregut:
 - referint-se als noms dels carrers,
 - comptant i dient els noms dels carrers o
 - només comptant els carrers.
- de processament:
 - visual:
 - * imaginar la situació o el plànol,
 - * fer lectura del plànol havent-lo invertit.
 - verbal:
 - * fer lectura del plànol referint-se als punts cardinals,
 - * fer lectura del plànol fent la inversió dreta/esquerra.
- d'aproximació:
 - utilitzant estratègies d'aproximació parcial.

La identificació d'aquestes estratègies en la resolució de les tasques per part dels alumnes, ens permet descriure 5 tipus diferents de processos que inclouen tots els observats. Aquests processos poden descriure's de manera general en funció de com l'alumne resol la tasca:

- 1.- Fent aproximacions parcials a la forma, utilitzant estratègies de processament verbal i descrivint el recorregut donant els noms dels carrers i comptant-los.
- 2.- Fent aproximacions parcials a la forma, utilitzant estratègies de processament verbal i descrivint el recorregut donant els noms dels carrers.
- 3.- Fent aproximacions parcials a la forma, utilitzant estratègies de processament visual i descrivint el recorregut comptant els carrers.
- 4.- Fent aproximacions parcials a la forma, utilitzant estratègies de processament visual i descrivint el recorregut donant els noms dels carrers i comptant-los.
- 5.- Fent aproximacions parcials a la forma, utilitzant estratègies de processament visual i descrivint el recorregut donant els noms dels carrers.

D'aquesta manera caracteritzem els processos segons les quatre tipologies:

	VER/PAR	VER/GLO	VIS/PAR	VIS/GLO
processos	1 i 2	—	3, 4 i 5	—

Taula 7.6.1.6: Processos tipificats.

Per a poder determinar l'existència de tendències analitzem si els valors de les dues variables amb que treballem, nivell d'escolarització i sexe, estan lligats, d'alguna manera, a diferències de comportament per cadascun dels aspectes observats, i comparem el nombre d'encerts i errors recollits sota les diferents estratègies.

Estudiem, en primer lloc, si existeixen tendències determinades per les variables sexe i escolarització en la resposta donada. En concret analitzem si indiquen o no els canvis de sentit i si ho fan correctament. En aquest sentit observem:

- Per al primer canvi de sentit:
 - Més de la meitat dels alumnes s'obliden d'indicar que cal girar.
 - No observem diferències significatives entre el fet d'ignorar, encertar o equivocar-se ni entre els nois i les noies, ni entre els diferents nivells d'escolarització estudiats.
- Per al segon canvi de sentit:

- Només tres alumnes s'obliden d'indicar que cal girar.
- Dels que l'indiquen, més de dues terceres parts ho fan correctament.
- No observem diferències significatives entre el fet d'ignorar, encertar o equivocar-se entre els nois i les noies.
- En relació a la variable escolarització tampoc observem diferències importants.
- Per al tercer canvi de sentit:
 - L'ignoren tres quartes parts dels alumnes.
 - Només l'indiquen correctament 3 alumnes.
 - No observem diferències significatives entre el fet d'ignorar, encertar o equivocar-se entre els nois i les noies.
 - En relació a la variable escolarització observem que:
 - * Hi ha tendència per part dels alumnes d'EGB i d'FP a respondre malament o ignorar-lo.
- Analitzant la correcció del recorregut global, pel que fa a canvis de sentit, veiem que només 2 alumnes indiquen tots tres girs correctament.

Pel que fa a tendències lligades als valors de les variables, en relació a les **estratègies de resolució**, observem:

- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització no produeix tendències.
- Pel que fa al nombre de respostes correctes i incorrectes recollides es produeixen tendències:
 - Els que indiquen el recorregut dient noms i comptant o només comptant, tendeixen a respondre correctament.
 - els que indiquen el recorregut només dient noms tendeixen a respondre malament.

Si calculem χ^2 per les taules obtenim un valor que és significatiu per $\alpha = 0.15$, la qual cosa ens permet afirmar, amb una probabilitat del 85%, que els encerts i errors obtinguts venen condicionats per l'estratègia de resolució manifestada. Així, en el 85% dels casos, descriure els recorreguts basant-se únicament en els noms dels carrers està lligat a errors, i fer-ho comptant i donant noms, o només comptant, està lligat a encertar.

Comparant les dades dels alumnes que resolen la tasca a través d'estratègies de processament visual —imaginar la situació viscuda o invertir el plànol—, amb les dades dels que les resolen fent servir estratègies de processament verbal —fer lectura del plànol—, observem el següent:

- Gairebé dues tercers parts dels alumnes resolen la situació utilitzant estratègies de processament visual.
- La variable sexe no produeix diferències significatives.
- La variable escolarització tampoc produeix tendències importants.
- Pel que fa al nombre de respostes correctes i incorrectes recollides observem una forta tendència:
 - Els que utilitzen estratègies de processament visual, tendeixen a respondre correctament i
 - els que utilitzen estratègies de processament verbal, tendeixen a respondre malament.

Si calculem χ^2 per la taula on es comparen els encerts i errors, obtenim un valor que és significatiu per $\alpha = 0.05$. Aquest fet ens permet afirmar, amb una probabilitat del 95%, que els encerts i errors obtinguts venen condicionats per l'estratègia de processament utilitzada. Així, en el 95% dels casos, resoldre la situació utilitzant estratègies de processament visual porta a resultats correctes, i resoldre-la utilitzant estratègies de processament verbal, porta a resultats erronis.

Tenint en compte que l'estratègia de referir-se als punts cardinals, tot i ser correcta, no implica inversió dreta/esquerra, podem concloure que hi ha dos tipus d'estratègies ben diferents que porten a resultats diferents. Així, podem afirmar, d'una banda, que l'estratègia de fer inversió dreta/esquerra quan la lectura del plànol implica un gir de 180° porta a resultats incorrectes —possiblement degut al fet de que cal tenir en compte d'altres informacions presents al plànol per a poder indicar l'itinerari. D'altra banda, podem afirmar que l'estratègia d'imaginar-se la situació viscuda porta a resoldre correctament la tasca.

Pel que fa a les tendències produïdes pels processos tipificats observem:

- No hi ha cap procés amb components globals.
- D'entre els processos amb components parcials, dues tercers parts tenen també components visuals.

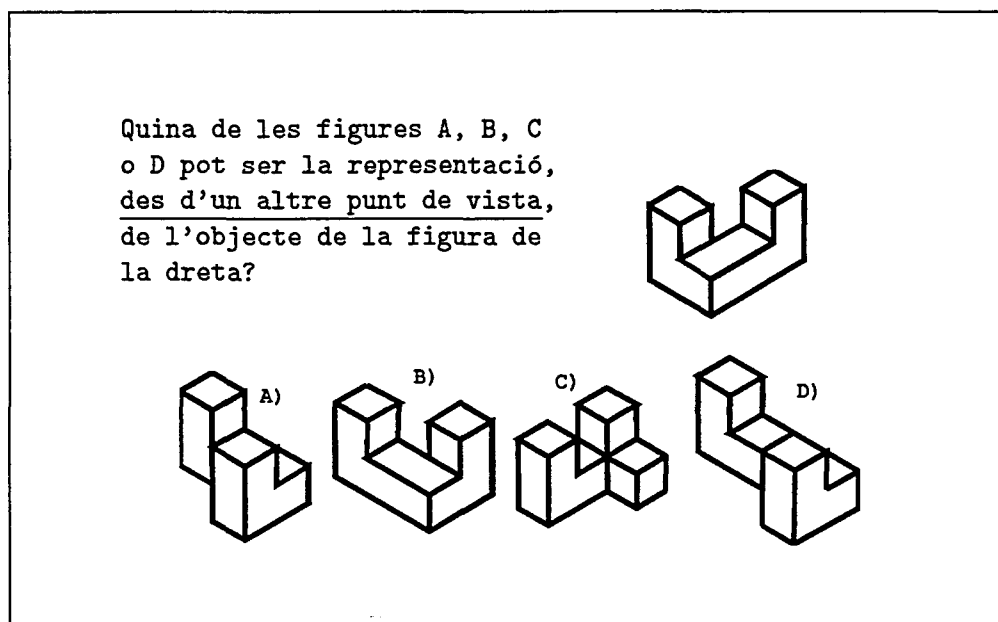
- La variable sexe no produeix tendències.
- La variable escolarització tampoc produeix tendències.
- Pel que fa a la proporció d'encerts i errors recollits sota cadascuna de les tipologies de procés, observem que:
 - els que segueixen processos amb components visuals, VIS/PAR, tendeixen a respondre correctament i
 - els que segueixen processos amb components verbals, VER/PAR, tendeixen a respondre malament.

Si calculem χ^2 per la taula on es comparen els encerts i errors de cadascun dels processos tipificats, obtenim un valor que és significatiu per $\alpha = 0.05$. Aquest fet ens permet afirmar, amb una probabilitat del 95%, que els encerts i errors obtinguts venen condicionats per la tipologia de procés seguida. Així, en el 95% dels casos, resoldre la situació seguint processos VIS/PAR porta a resultats correctes, i resoldre-la seguint processos VER/PAR, porta a resultats erronis fets que venen condicionats pel tipus d'estratègia de processament.

7.6.2 Anàlisi de dades, sumari i conclusions de l'activitat 'item 18 del qüestionari.'

Caracterització de l'activitat.

- **Forma de presentació:** dibuix, perspectiva isomètrica.
- **Formulació:** comparar amb un model.
- **Forma de resposta:** oral.
- **Context:** sense significat real.
- **Acció requerida:** interpretació.
- **Condicions requeriment geomètric:** canvi de posició del subjecte.
- **Complexitat objecte:** senzill.



Activitat item 18.

Anàlisi descriptiva de les dades obtingudes.

Recordem que la mostra la formen 24 alumnes, 12 nois i 12 noies, procedents, a parts iguals, de diferents nivells d'escolarització: 12 d'EGB —6 nois i 6 noies—, 6 de BUP —3 nois i 3 noies— i 6 d'FP —3 nois i 3 noies.

Interpretació de l'enunciat

Pel que fa a la interpretació de l'enunciat de la tasca observem el següent:

- 5 dels 24 entrevistats donen la resposta immediatament abans de donar temps a preguntar-los com interpretaven l'enunciat.
- Els 19 restants interpreten que estem demanant quina de les opcions és la mateixa figura, fent servir expressions de l'estil:

E. Què et diu l'enunciat?

O.M. Que quina d'aquestes quatre figures, és la mateixa que la que hi ha a la dreta.

17 dels quals matisen aquesta expressió dient que entenen aquesta igualtat segons diverses possibilitats:

- o Per a 2 d'ells, l'equivalència comporta un canvi de posició.
 - E. *¿Qué te piden?*
 - C.S. *La figura que equivale a la de arriba.*
 - E. *¿Qué quiere decir equivaler?*
 - C.S. *Que es la misma pero colocada en diferente forma.*
- o Pels 15 restants comporta un canvi de punt de vista interpretat de maneres diverses:
 - * Per a 3 d'entre ells, aquest canvi de punt de vista es produeix amb implicació personal:
 - E. *Què et diu l'enunciat?*
 - A.P. *Que de les figures a, b, c o d, ... quina pot ser... quina pot ser igual que... que la que tinc aquí... o sigui que jo la vegi d'una altra manera aquí, però que sigui igual...*
 - * Per a uns altres 2 és sinònim de trobar una vista:
 - E. *Què et demana l'enunciat?*
 - S.I. *Que ... que una de esas tiene que ser una vista de ésta.*

fent servir una expressió inadequada que expliquem per la seva procedència ja que tots dos són d'una branca de FP on aquesta expressió s'utilitza habitualment.
 - * Els 10 restants fan servir frases en les que no apareix per res la implicació directa de l'alumne entrevistat.
 - M.C. *Cuála de estas figuras puede ser la misma figura que ésa, mirada desde otro punto de vista.*

Respostes.

La taula següent presenta el nombre de casos que han escollit cadascuna de les opcions.

Resposta	casos
a	13
b	1
c	-
d	7
a, b i d	1
b/a	1
b/d	1

Taula 7.6.2.1: Selecció de respostes.

Segons això, a l'hora d'escollir la resposta entre l'opció correcta i els distractors, els alumnes es distribueixen de la següent manera:

- La resposta correcta és escollida per 13 alumnes.
- El distractor on es representava la imatge especular de la figura donada, és escollit per només 1 alumne.
- Cap dels alumnes escull el distractor on hi ha dibuixat un objecte que no és combinatorialment equivalent al representat inicialment.
- Gairebé una tercera part dels alumnes, 7 de 24, escull el distractor on la figura representa un objecte combinatorialment equivalent, però no congruent a l'objecte donat.
- Hi ha 3 alumnes que no podem encaixar dins d'aquests apartats:
 - 1 no dona una única resposta ja que afirma que totes les opcions menys la C són correctes.
 - Uns altres 2 inicialment afirmen que la resposta correcta és la que representa la imatge especular i que al llarg de l'explicació del procés de resolució de la tasca modifiquen la seva opinió, un d'ells donant la resposta correcta i l'altre escollint l'objecte combinatorialment equivalent, però no congruent.

Justificació de les respostes.

Després de donar la resposta, en l'entrevista els demanem el perquè d'aquesta resposta. Al demanar-los la justificació, dels 24 alumnes, 5 passen a explicar el procés. Els altres 19 donen justificacions que es poden agrupar en tres grans blocs, segons l'argumentació estigui basada en:

- Un canvi de posició de la figura,
- un canvi de punt de vista,
- en la forma de la figura.

Dels 7 que justifiquen la seva resposta amb una argumentació basada en un canvi de posició de la figura:

- N'hi ha només 1 que dona una explicació sense implicació del subjecte:

S.R. ... la figura està posada d'una altra manera.

- 2 alumnes argumenten, amb formulacions diverses, que si canviem la figura de posició obtenim la donada:

M.L. Y he ... y he visto que colocando esta figura más o menos como aquella, saldría la misma figura.

un dels quals diu a més que els dos objectes tenen la mateixa estructura:

H.G. Per que aquesta (D)te la mateixa estructura,... posant-la així encaixa.

- Els 4 alumnes restants argumenten que han imaginat la figura que gira:

O.M. ... les he intentat girar totes... fins que s'assembli a la posició d'aquesta.

dos d'ells afegint que ho fan per veure si encaixa:

R.U. ... he anat donant-li voltes a cada peça i la que encaixava correctament pues he decidit que era aquella.

Del 4 alumnes que justifiquen la seva resposta amb una argumentació basada en un canvi de punt de vista:

- Només 1 no matisa la seva argumentació,
- uns altres 3 donen una justificació que conté explícitament una implicació personal ja que diuen que unes figures les veuen de cara, i les altres d'esquena, o bé que és com si miressin la figura des de darrera:

A.C.-I.I. Per que, ... per que he vist que jo ... aquí hoestic veient com ... de front i aquí sembla que ho vegi d'esquena ...

Dels 8 alumnes que justifiquen la seva resposta amb una argumentació basada en la forma de la figura:

- 2 donen una resposta en la que observem que s'han fixat en la forma global de l'objecte :

O.P. ... la D era massa llarga, ...

- 6 donen una explicació en la que constatem una observació de les posicions relatives de les parts significatives dels objectes. D'aquests:
 - 1 no parla en cap moment de girar els objectes:

E. ¿Cómo lo has sabido?

R.V. Pues porque aquí hay , bueno, un rectángulo y al lado un, otro rectángulo puesto en pie del mismo tamaño, y luego aquí hay otro, ...
 - 4 diuen que giren, o que ho imaginem, totes o part de les figures:

C.S. ... cuando ésta la colocas del revés, la parte de arriba tapa el cuadro este de aquí ...

...

y la C tiene el cuadro del último, de la última parte, lo tiene colocado hacia adentro.
 - 1 diu que imagina la figura mirada d'un altre punt de vista.

Estratègies en els processos.

Una vegada donada la resposta i la seva justificació, els preguntem com han sabut quina és i com hi han arribat. Agrupem en quatre blocs els alumnes en funció de l'estratègia de resolució descrita en l'explicació donada:

- Hi ha 11 alumnes que, en l'explicació del procés, diuen haver descartat ja inicialment dues de les figures, i haver treballat només amb les altres dues que segons la seva idea eren les dues opcions possibles:

M.C. Porque ... primero he descartado ¿no?

...

Ésta (D) no puede ser porque ... aquí si lo miras así no, desde aquí ... pues aquí hay demasiados cuadros, ... en esta (C) ya veo que aquí sobra un cubo, ...

- Uns altres 10 alumnes treballen amb totes les figures, i el seu procés es pot descriure, de manera general, dient que han treballat amb tots els objectes, i els han comparat entre ells després de girar-los tots o només uns determinats:

O.M. Les he intentat girar totes fins que s'assembli a la posició d'aquesta,...

- Només 1 diu que ha imaginat la figura donada mirada de totes les maneres possibles:

L.S. Pues , eh, ... me imagino la figura mirada desde todas las maneras.

- Només 2 posen de manifest un procés en el que no els ha estat necessari imaginar cap modificació en la posició de les figures, ni cap canvi de punt de vista, sinó que ha partit de l'observació de les posicions relatives de les parts significatives dels objectes.

Dels 11 alumnes que en l'explicació del procés diuen haver descartat ja inicialment dues de les figures, identifiquem diferents aspectes:

- Quines són les opcions descartades inicialment,
- perquè les han descartat i
- com han pres la decisió final.

Pel que fa a les opcions descartades inicialment, els 11 nois i noies que descarten, eliminen ja inicialment l'objecte que no és ni congruent ni combinatorialment equivalent. Pel que fa a l'altra opció descartada, observem que:

- 7 alumnes descarten l'objecte no congruent però combinatorialment equivalent,
- 3 alumnes eliminen també la resposta correcta.
- només 1 alumne elimina d'entrada l'objecte que correspon a la imatge especular de la figura donada.

Pel que fa a les raons per descartar:

- 2 alumnes no ens donen cap i
- els altres 9 donen una argumentació que comporta una aproximació global a la forma dels objectes:

M.C. Esta, bueno esta no podria ser porque esta no tiene la separación ésta, aqui no se ve ninguna separación. Entonces esta tendria que ser más ancha... no sé... más larga para ser ésta.

Pel que fa a la presa de decisió final, si considerem el tipus d'estratègia d'aproximació a la forma dels objectes, i el d'estratègia de processament —si expliciten o no que han imaginat que giraven algun o tots els objectes—, podem agrupar els 11 alumnes que han descartat de la següent manera:

- Dels 6 que prenen com a decisió final la resposta correcta, deixant de banda l'altra opció que els quedava:

- o 1 fa una aproximació parcial sense parlar de girs:

M.C. ... *ésto está mal, porque ... está al revés.*

- o 2 fan una aproximació parcial imaginant girs:

S.F. *Bueno... me he imaginado la figura...*

...

Bueno, sabiendo que ... al poner la figura hacia la derecha que, eh, ... voy a tener pues ... la cara, dos caras que salían en el mismo plano.

- o 1 fa una aproximació global, referint-se a un canvi de punt de vista sense dir que imagini girs:

A.C.-I.I. ... *la B es també de front, però amb canvis, l'A està d'esquena.*

- o 2 fan una aproximació global que implica un gir que diuen haver imaginat:

A.C. ... *l'original, si la posem en la posició d'aquesta, ...*

....

pues... home, imaginar-me'l així

....

... que aquest no semblava, ... que era molt llarg

- Hi ha 1 alumne, la resposta del qual és incorrecta, que fa una aproximació parcial sense dir en cap moment que imagina que gira:

S.I. *Porque lo miramos por aquí, y entonces está, está al revés.*

...

Pues he mirado los lados, de la figura y entonces he mirado éstas y he visto que ésta no porque es muy larga, ésta es imposible, tiene ..., entonces tenía que ser una, ..., ésta se parece bastante, pero, como está al revés, entonces tenía que ser ésta.

...

Que está igual, lo que pasa es... que el cuadrado éste está... en el otro lado.

- Dels 3 que escullen la figura combinatorialment equivalent, però no congruent:

- 1 fa una aproximació global i imagina algun tipus de gir:

E.M. *Intento de moure la figura per a veure si queda bé...*

- 2 fan una aproximació parcial sense dir que imaginem girs:

M.S. *Si ... aquesta figura la posem mirant cap a nosaltres, llavors això d'aquí ... és això que surt així.*

- L'alumne que anteriorment ha descartat ja la imatge especular dóna la resposta correcta, eliminant l'objecte combinatorialment equivalent però no congruent, fent una aproximació global que comporta imaginar girs:

C.S. *... o sea pensando que giras la pieza y la forma que queda.*

Dels 10 alumnes que treballen amb totes les figures i han comparat els objectes entre ells després d'imaginar que els giren tots o només uns quants, podem observar també diferents tipus d'aproximacions en el procés:

- 4 imaginem girs i comparem globalment les figures:

- 2 imaginem que giren només el model donat:

E.S. *...m'he imaginat aquesta figura (el model donat) del, del revés ...*

....

... he pensat que seria l'A per que és curt igual.

- els altres 2 imaginem que gira els objectes de les opcions de resposta:

R.U. *He anat donant-li voltes a cada peça i la que encaixava correctament pues he decidit que era aquella.*

- 6 imaginem girs i comparem els objectes, fent una aproximació parcial ja que es fixen en les posicions relatives de les parts significatives de les figures, per a fer això:

- 3 imaginem que giren l'objecte donat:

A.B. *... cambiando la posición...* (a l'objecte donat)

...

en la B había una parte, ... un ángulo que, que estaba, estaba al revés.

- o 1 imagina que gira l'objecte donat i també les opcions de resposta:

M.L. ... que he ido como imaginándome ... la colocación de esta figura (l'original) como estaban éstas, (les de les opcions de resposta) a ver cómo la veía ...

...

pues colocar la que tenia, volver a ver si coincidía con aquella (l'original) en la posición ...

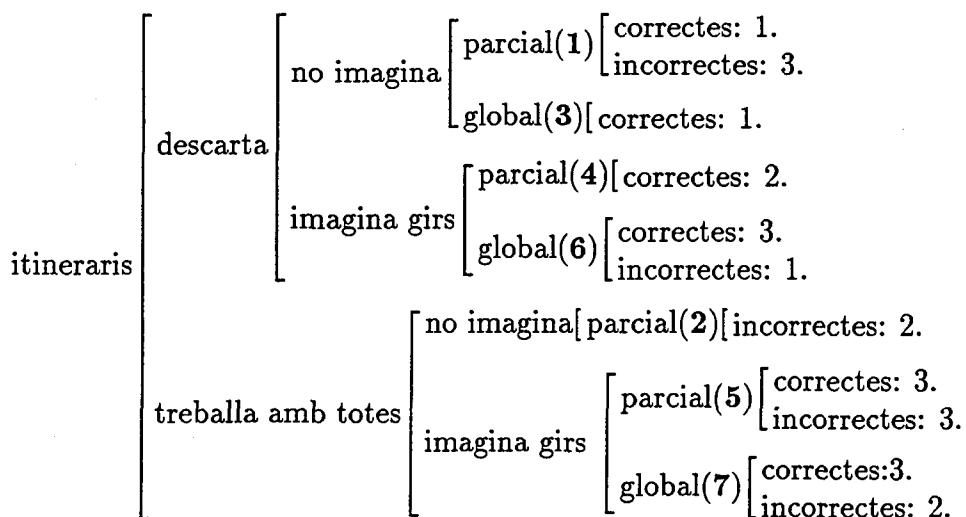
...

pues fijarme en su forma, bueno en su colocación, ... en las partes.

- o 2 imaginem girs per a les opcions de resposta:

D.P. ... per que si tu ho gires cap aquí, ... doncs aquesta part d'aquí, és aquesta part d'aquí ... després aquesta part d'aquí dintre, ... aquesta part, és aquesta ...

El diagrama següent sintetitza les combinacions d'estratègies en els processos de resolució²⁹, així com el nombre de respostes correctes i errors a què s'arriba a través de cadascun d'ells.



²⁹Les xifres en negreta corresponen als números assignats a cadascun dels itineraris i són els mateixos que apareixen més endavant en la tipificació de processos.

Coherència entre la justificació donada a la resposta i el procés descrit.

En les justificacions recollides hem recollit tres grans tendències, d'una banda, els que argumenten un canvi de posició dels objectes, de l'altra, els que es basen en un canvi de punt de vista i, finalment, els que es fixen en la forma de la figura fent ja sigui una aproximació parcial o una aproximació global. Així mateix, en la descripció dels processos hem observat diferents tipus d'estratègies d'aproximació, d'una banda, imaginar girs, i, de l'altra, estudiar la forma de la figura globalment o parcialment.

A l'analitzar la coherència entre la justificació donada i el procés seguit per l'alumne per a resoldre la tasca, observem que, en general, la justificació donada a la resposta està d'acord amb el procés de resolució descrit pel que fa a canvis de posició dels objectes i canvis de punt de vista.

De la mateixa manera, constatem que en tots els casos la justificació donada a la resposta està d'acord amb el procés de resolució descrit pel que fa al tipus d'aproximació manifestat per l'alumne.

Com a conclusió, podem dir que la justificació immediata de la resposta respon al procés de resolució de la tasca posteriorment descrit.

Processos tipificats.

Ens interessa establir itineraris en el procés de resolució. Per a fer-ho, tenim en compte les estratègies aparegudes en els processos descrits pels alumnes:

- de resolució:
 - descartar,
 - treballar amb totes les figures.
- de processament:
 - imaginar la figura des de diferents punts de vista,
 - imaginar girs o canvis de posició dels objectes.
- d'aproximació a la forma:
 - fixar-se en les posicions relatives de les parts significatives dels objectes,
 - fixar-se en la forma global dels objectes.

La taula següent recull quines d'aquestes estratègies han estat utilitzades per cadascun dels alumnes³⁰ i la resposta donada per cadascun d'ells:

Alum.	descarta	no descarta	global	parcial	visual	verbal	opció
01	x		x		x		a
02		x		x	x		d
03		x	x		x		a
04		x	x		x		a,b i d
05	x		x		x		a
06	x			x		x	d
07	x		x			x	a
08	x			x	x		a
09		x		x		x	d
10		x		x	x		b/a
11		x		x	x		a
12		x	x		x		a
13		x		x	x		a
14	x			x	x		a
15		x		x	x		a
16	x			x		x	d
17		x	x		x		d
18		x		x		x	b
19	x			x		x	a
20	x			x		x	b/a
21	x		x		x		d
22	x		x		x		a
23		x	x		x		a
24		x		x	x		d

Taula 7.6.2.2: Estratègies i respostes dels alumnes.

La identificació d'aquestes estratègies en la resolució de les tasques per part dels alumnes, ens permet descriure 7 tipus diferents de processos que inclouen tots els observats. Aquests processos poden descriure's de manera general a partir de que l'alumne resol la tasca:

³⁰Per a tipificar els processos de resolució considerem com estratègies d'aproximació parcial les d'aquells alumnes que inicien el procés amb una aproximació global per acabar-lo amb una aproximació parcial.

- 1.- Descartant part dels objectes inicialment, fent aproximacions parcials a la forma i utilitzant estratègies de processament verbal.
- 2.- Treballant amb tots els objectes, fent aproximacions parcials a la forma i utilitzant estratègies de processament verbal.
- 3.- Descartant part dels objectes inicialment, fent aproximacions globals a la forma i utilitzant estratègies de processament verbal.
- 4.- Descartant part dels objectes inicialment, fent aproximacions parcials a la forma i utilitzant estratègies de processament visual.
- 5.- Treballant amb tots els objectes, fent aproximacions parcials a la forma i utilitzant estratègies de processament visual.
- 6.- Descartant part dels objectes inicialment, fent aproximacions globals a la forma i utilitzant estratègies de processament visual.
- 7.- Treballant amb tots els objectes, fent aproximacions globals a la forma i utilitzant estratègies de processament visual.

En la taula següent caracteritzem els processos segons les quatre tipologies i n'indiquem la freqüència d'aparició:

	VER/PAR	VER/GLO	VIS/PAR	VIS/GLO
processos	1 i 2	3	4 i 5	6 i 7
casos	4 + 2	1	2 + 6	4 + 5

Taula 7.6.2.3: Processos tipificats i freqüència.

Estudi del llenguatge.

Pel que fa al llenguatge geomètric, observem que són comunes les expressions com parts, tros, això... per referir-se a les parts significatives dels objectes, en especial, als prismes formats per dos cubs i que estan recolzats sobre la base quadrada.

Observem també, en general, dos tipus d'abús de llenguatge. D'una banda, la utilització d'expressions del llenguatge no geomètric fent metàfores referides a la forma i, de l'altra, la utilització incorrecta de vocabulari geomètric, en general utilitzant expressions corresponents a la geometria plana per a referir-se a objectes de l'espai.

Resumim en un quadre els principals abusos de llenguatge observats amb el nombre d'alumnes que utilitzen cadascuna de les expressions:

	Llenguatge col.loquial	Llenguatge geomètric
cub	escalons(1)	quadrat(4)
prisma	blocs(1) cúpules(1) muntanyes(1) cantonades(1) pujades(1) obstacles(1)	rectangle(2)
cares laterals	parets(2)	costats(2)
angle	punta(1) cantonada(1)	

Taula 7.6.2.4: Abusos de llenguatge.

Hi ha una altra expressió interessant que volem registrar: un dels alumnes diu *que ha sumat els cubs*. Aquesta expressió l'utilitza després de comparar dues figures fixant-se en les parts relatives, i quan demanem què vol dir *sumar els cubs* ens aclareix que vol dir mirar-los tots alhora.

És també interessant observar les expressions que fan servir els alumnes per referir-se a l'objecte que és imatge especular de la figura inicial. Respecte això constatem que dels sis alumnes que s'hi refereixen:

- Només 1 alumne diu *és com si tinguéssim un mirall*,
- 1 alumne diu *un angle estava al revés*
- 3 alumnes diuen *l'objecte és al revés* i
- 2 alumnes diuen *és un objecte que també està de front, però amb una mica de canvi*

és a dir, només un alumne explicita que és conscient de que l'objecte de l'opció *b* és la imatge especular de l'objecte donat.

Anàlisi comparativa. Identificació de tendències.

Ens interessa analitzar si els valors de les dues variables amb que treballem, nivell d'escolarització i sexe, estan lligats, d'alguna manera, a diferències de comportament per cadascun dels aspectes observats, així com estudiar si els diversos tipus d'estratègies porten de manera diferent a respostes correctes o errors.

En la resposta.

Ens interessa estudiar si existeixen tendències determinades per les variables sexe i escolarització en la selecció de les respostes. A més d'estudiar la diferència entre encerts i errors dels nois i les noies, ens interessa veure si es confirma la tendència observada en el qüestionari pel que fa a la selecció de distractors. En aquest sentit observem el següent:

- La variable sexe tendeix a condicionar la selecció de la resposta seguint la tendència ja observada en el qüestionari:
 - La resposta correcta és escollida inicialment per 8 nois i 5 noies.
 - El distractor on hi ha representat l'objecte combinatorialment equivalent però no congruent és escollit per 6 noies i 1 noi.

Si calculem el valor de χ^2 per a les taules veiem que la tendència³¹ en l'obtenció de respostes correctes per part dels nois i les noies no ens dona una significació prou alta. Contràriament, si calculem χ^2 per a la taula de dades corresponent a la selecció de distractors, obtenim un valor de $\chi^2 = 2.4175$ que és significatiu per $\alpha = 0.15$, la qual cosa ens permet afirmar, amb una probabilitat del 85%, que la selecció entre l'opció correcta i el distractor *d* —on es representava l'objecte combinatorialment equivalent però no congruent— està relacionat amb el sexe, escollint les noies aquest distractor.

- La variable escolarització no produeix diferències³² notables.

Per aquells que escullen l'opció *d*, interpretem, a partir de les seves explicacions en les entrevistes, que l'error comés és degut a dificultats en la interpretació del codi de representació utilitzat.

En la justificació de la resposta.

Volem veure si el nombre d'individus dels diferents valors de les variables, que donen cadascuna de les diverses justificacions recollides —a través d'un canvi de

³¹Tot al llarg del treball, quan comparem el comportament dels nois i les noies, treballem amb un grau de significació del 85%. Donada la grandària de la mostra, 12 nois i 12 noies, considerem suficient treballar amb aquesta significació. Això vol dir, per exemple, que si afirmem que en el 85% dels casos les noies manifesten un determinat comportament, 10 de les 12 noies entrevistades l'han manifestat, quantitat que ens sembla prou remarcable donat el caire qualitatiu i explicatiu de la recerca.

³²Donat que en la mostra només hi ha 6 alumnes de BUP i 6 d'FP, no hem fet cap anàlisi estadística de les diferències de comportament. Tot al llarg del treball, considerem que hi ha diferències importants entre dos grups d'escolarització quan la resta de les proporcions d'alumnes de dos grups que manifesten un determinat comportament és estrictament més gran que un terç.

posició de l'objecte o de punt de vista o en funció de la forma global de l'objecte—, ens determina alguna tendència.

A partir de l'anàlisi de les taules observem les següents tendències pel que fa a la justificació de resposta:

- La variable sexe condiona el tipus de justificació donada:
 - Hi ha una tendència per part de les noies —8 noies i 3 nois— a justificar la resposta a partir d'un canvi ja sigui de posició dels objectes o de punt de vista.
Si considerem la justificació a través d'un canvi de posició, separadament de la justificació a través d'un canvi de punt de vista, observem a més:
 - * Els que justifiquen la seva resposta a partir d'un canvi de punt de vista són tots noies.
 - Hi ha una tendència per part dels nois —2 noies i 6 nois— a justificar la resposta en funció de la forma dels objectes.
Si considerem les aproximacions parcials i les globals separadament observem:
 - * Els 2 alumnes que justifiquen la seva resposta via una aproximació global a la forma de les figures són nois.
 - * Pel que fa l'aproximació parcial observem una certa tendència a favor dels nois —4 nois i 2 noies—.

Si calculem χ^2 per a la taula on es presenta el nombre de noies i noies en funció de la justificació donada, obtenim un valor de $\chi^2 = 2.5327$ que és significatiu per $\alpha = 0.15$, la qual cosa ens permet afirmar, amb una probabilitat del 85%, que la justificació de la resposta està relacionada amb el sexe, donant els nois justificacions en funció de la forma i, les noies, en funció d'un canvi de punt de vista o de posició.

- La variable escolarització no observem que condioni les justificacions donades.

En les estratègies de resolució.

Volem veure si existeixen tendències lligades als valors de les variables pel que fa a les estratègies de resolució més comunes:

- Descartar inicialment part de les figures i

- treballar amb tots els objectes.

Analitzem si el nombre de nois i noies, i d'alumnes de BUP, FP i EGB, que utilitzen cadascuna de les diferents estratègies de resolució, i el nombre d'encerts i errors recollits sota cadascuna d'aquestes estratègies, determinen o no tendències.

De l'observació de les taules que recullen les dades dels dos grans blocs d'estratègies de resolució es desprèn:

- La variable sexe produeix tendències notables:
 - Hi ha una proporció favorable a les dones —8 noies i 3 nois— entre els alumnes que manifesten haver resolt la tasca descartant inicialment part de les figures.
 - Hi ha una proporció favorable als homes —8 nois i 2 noies— entre els alumnes que manifesten haver treballat amb totes les figures imaginant girs i comparant.

Si calculem χ^2 per la taula on es compara el nombre de nois i noies que utilitzen cadascuna de les estratègies de resolució, obtenim un valor de $\chi^2 = 3.9158$ que és significatiu per $\alpha = 0.05$, la qual cosa ens permet afirmar, amb una probabilitat del 95%, que les estratègies de resolució que estem considerant estan lligades al sexe. Així, podem afirmar que, en el 95% dels casos, les noies prefereixen descartar inicialment les figures i, els nois, prefereixen treballar amb tots els objectes.

- La variable escolarització no produeix tendències notables.
- El nombre d'encerts i d'errors recollits sota cadascuna de les estratègies de resolució no són diferents.

Igualment, ens interessa veure si, dins de cada estratègia de resolució, els errors o encerts venen condicionats pel sexe. Si calculem χ^2 per a les taules, no trobem cap valor que ens permeti fer cap afirmació, amb un grau de confiança prou alt, respecte el nombre d'encerts i errors que produeixen pel diferents sexes cadascuna de les estratègies de resolució.

En les estratègies de processament.

Hem constatat que, independentment de l'estratègia de resolució que utilitzen, hi ha alumnes que en algun moment diuen haver imaginat girs, i 7 que no diuen haver-ne imaginat. Ens interessa, per tant, comparar les dades dels alumnes que utilitzen

estratègies de processament visual —en algun moment diuen que imaginem girs—, amb les dels que utilitzen estratègies de processament verbal —en cap moment diuen haver imaginat res. També, volem veure si hi ha alguna relació entre els errors i encerts observats i el fet d'haver utilitzat una estratègia de processament verbal o una de processament visual.

Estudiant comparativament les dades de les taules, pel que fa a les estratègies de processament verbal i visual, observem el següent:

- La variable sexe determina tendències pel que fa a estratègies de processament:
 - Els nois tendeixen a imaginar girs —11 nois n'imaginem i 1 no.
 - Les noies es reparteixen a parts iguals entre els que imaginem girs i els que no.

Si calculem χ^2 per la taula on es presenta el nombre de nois i noies que utilitzen estratègies de processament verbal i estratègies de processament visual, obtenim un valor de $\chi^2 = 3.2268$ que és significatiu per $\alpha = 0.1$. Aquest fet ens permet afirmar, amb una probabilitat del 90%, que els tipus d'estratègies de processament que estem considerant estan lligats al sexe. Així, podem afirmar que, en el 90% dels casos, els nois utilitzen estratègies de processament visual i, les noies, utilitzen estratègies de processament visual o verbal indistintament.

- La variable escolarització no produeix tendències.
- Es produeixen tendències pel que fa a errors i encerts recollits sota les dues estratègies de processament:
 - Les estratègies de processament visual tendeixen a donar respostes correctes —11 encerts i 6 errors.
 - Les estratègies de processament verbal tendeixen a produir errors —2 encerts i 5 errors.

Malgrat això, no obtenim un valor de χ^2 prou alt que ens permeti fer afirmacions més generals.

Igualment, ens interessa veure si dins de cada estratègia de processament els errors o encerts venen condicionats pel sexe. Si calculem el valor de χ^2 per a les taules no trobem cap valor que ens permeti fer cap afirmació, amb un grau de confiança prou alt, respecte les tendències produïdes per la variable sexe pel que

fa als encerts o errors dels nois i les noies ni pel grup que manifesta haver utilitzat estratègies de processament verbal ni pel grup que manifesta haver utilitzat estratègies de processament visual.

En les estratègies d'aproximació.

Hem observat que, tant els alumnes que com a estratègia de resolució descarten inicialment part de les figures, com en els que treballen amb tots els objectes imaginant girs i comparant, utilitzen dos tipus d'estratègies d'aproximació a la forma de les figures: uns fan aproximacions parcials i, d'altres, aproximacions globals. Per aquest motiu, ens interessa analitzar comparativament les dades dels alumnes que utilitzen estratègies d'aproximació parcial, i les dels que utilitzen estratègies d'aproximació global, així com el fet que pugui existir alguna relació entre l'estratègia d'aproximació utilitzada, i el fet d'encertar o errar la resposta.

En primer lloc, cal analitzar la coherència, pel que fa al tipus d'aproximació a la forma dels objectes, de la primera i la segona part dels processos dels que diuen haver descartat inicialment. Creiem que cal fer-ho ja que hem observat que alguns manifesten aproximacions parcials i, d'altres, globals ja en el fet de descartar. A més, pel que fa a la presa de decisió final, hem recollit també diferents tipus d'aproximacions.

En aquest sentit, observem que al descartar inicialment dos dels objectes, els alumnes que ens expliquen com ho han fet, tots ha estat per aproximació global a la forma dels objectes. D'aquests alumnes, gairebé la meitat, en el moment de prendre la decisió final, ho fan via una aproximació global i els altres via una aproximació parcial. Sembla tenir coherència el fet de la primera part del procés sigui global i, la segona, es mantingui global o passi a ser parcial —no tindria massa sentit un procés que s'iniciés de manera parcial i acabés de manera global. Aquest fet interpretem que pot ser degut a dues causes: d'una banda a l'augmenta de la dificultat de la comparació i, de l'altra, a que possiblement els alumnes senten la necessitat d'argumentar més detalladament perquè prenen un determinat objecte com a opció de resposta.

Dins de l'altre gran bloc de processos de resolució observats, el dels nois i noies que imaginem girs i comparen, també hem constatat que es manifesten dos tipus d'aproximacions a la forma de les figures a l'hora de comparar-les.

Ens interessa, doncs, analitzar comparativament les dades dels que fan aproximacions globals, i les dels que fan aproximacions parcials, per a veure si existeix algun tipus de tendència.

Comparant les dades dels alumnes que resolen la tasca a través d'aproximacions globals, amb les dades dels que la resolen fent aproximacions parcials en tot moment, pel que fa a les tendències determinades per les variables, observem el següent:

- La variable sexe produeix petites tendències:
 - Observem una certa tendència a favor dels nois —6 nois i 3 noies— en la utilització d'estratègies totalment parcials.

Malgrat això, si calculem χ^2 per a les taules no trobem cap valor que ens permeti fer cap afirmació, amb un grau de confiança prou alt, respecte les tendències produïdes per la variable sexe pel que fa a les aproximacions parcials o globals.

- La variable escolarització no produeix tendències.
- Pel que fa a errors i encerts recollits sota cada estratègia d'aproximació, observem que es produeixen tendències:
 - Les estratègies d'aproximació parcial tendeixen a produir errors —3 encerts i 6 errors.
 - Les estratègies d'aproximació global tendeixen a donar respostes correctes —7 encerts i 1 error.

Si calculem χ^2 per a la taula d'encerts i errors, obtenim un valor de $\chi^2 = 3.1377$ que és significatiu per $\alpha = 0.1$. Aquest fet ens permet afirmar, amb una probabilitat del 90%, que el nombre d'encerts i errors depèn del tipus d'aproximació a la forma de les figures, portant a encert les estratègies d'aproximació global i, a error, les d'aproximació parcial.

Cal fer notar que, si juntament amb les dades dels que resolen la tasca amb aproximacions parcials, considerem les dades dels alumnes que fan aproximacions de tipus diferent en el primer pas i en el segon³³ desapareix la tendència pel que fa a la variable sexe. La situació respecte la variable escolarització no varia. Disminueixen les tendències pel que fa a errors i encerts fins, a no poder considerar-se prou significatives com per a fer afirmacions generals.

³³Considerem que un procés iniciat de manera global i acabat amb una aproximació parcial és un procés d'aproximació parcial.

En els processos tipificats.

Analitzem si les variables produeixen alguna tendència pel que fa als processos caracteritzats globalment, i si determinats processos tendeixen a generar respostes correctes o incorrectes.

La taula següent recull el nombre de representants de cadascun dels grups determinats per les variables, així com el nombre de respostes correctes i el d'errors corresponents a cadascuna de les tipologies de procés.

Procés	nois	noies	BUP	FP	EGB	encerts	errors	total
VER/PAR	1	5	2	2	2	1	5	6
VER/GLO	0	1	0	0	1	1	0	1
VIS/PAR	6	2	3	1	4	5	3	8
VIS/GLO	5	4	1	3	5	6	3	9

Taula 7.6.2.5: Nombre de representants de cadascun dels grups, i nombre de respostes correctes i errors segons processos tipificats.

A partir de l'anàlisi de la taula 7.6.2.5, i pel que fa a les tendències produïdes pels processos tipificats, observem:

- Hi ha una forta inclinació a la utilització de processos amb components visuals —18 processos amb components visuals i 5 amb components verbals.
- Hi ha un cert equilibri entre els processos amb components parcials i els processos amb components globals —14 processos amb components parcials i 10 processos amb components globals.
- Els processos amb components visuals es reparteixen equilibradament entre els que tenen components parcials i els que tenen components globals.
- Els processos amb components verbals són, tots menys un, processos amb components parcials.
- La variable sexe produeix tendències en els següents sentits:
 - Els nois tendeixen a utilitzar processos amb components visuals —11 dels 12 nois segueixen processos amb components visuals.
 - Les noies es reparteixen a parts iguals entre els que segueixen processos amb components visuals i els que els segueixen amb components verbals.
 - Tant els nois com les noies es reparteixen per igual pel que fa als processos amb components parcials i els processos amb components globals.

Si calculem χ^2 per la taula on es presenta el nombre de nois i noies que utilitzen processos amb components verbals i processos amb components visuals obtenim un valor de $\chi^2 = 3.2268$ que és significatiu per $\alpha = 0.1$. Aquest fet ens permet afirmar que, en el 90% dels casos, els nois segueixen processos amb components visuals i, les noies, segueixen processos amb components visuals o verbals indistintament.

- La variable escolarització no produeix tendències.
- La diferència entre els errors i encerts recollits sota els processos tipificats és important en els següents casos:
 - Els processos amb component visuals tendeixen a donar respostes correctes —11 encerts i 6 errors.
 - Els processos amb components verbals tendeixen a produir errors —2 encerts i 5 errors.

Malgrat això, a partir de les taules no obtenim un valor de χ^2 prou alt que ens permeti fer afirmacions més generals.

Sumari i conclusions.

Pel que fa a la **interpretació de l'enunciat**, observem que, els que en fan —tres quarts del total—, entenen que els estem demanant quina de les opcions és la mateixa figura. La majoria interpreten que aquesta igualtat comporta un canvi de punt de vista i, alguns d'ells, entenen que comporta un canvi de posició dels objectes.

A l'hora d'escollir la **resposta** entre l'opció correcta i els distractors, observem que la resposta correcta és escollida per una mica més de la meitat dels alumnes, i gairebé una tercera part dels alumnes escull el distractor on la figura representa un objecte combinatorialment equivalent, però no congruent a l'objecte donat. El distractor on es representava la imatge especular de la figura donada és escollit només per un alumne.

Les **justificacions de la resposta** donada es poden agrupar en tres grans blocs, segons l'argumentació estigui basada en un canvi de posició de la figura, un canvi de punt de vista, o en la forma de la figura. Gairebé una tercera part del total d'alumnes basen la seva justificació en la forma de la figura, la majoria fixant-se en les posicions relatives de les parts significatives dels objectes. Un altre

terç justifiquen la seva resposta en funció d'un canvi de posició de la figura. Els altres tres³⁴, basen la seva resposta en un canvi de punt de vista.

Pel que fa a les descripcions dels **processos de resolució**, agrupem en quatre blocs els alumnes en funció de l'explicació donada. Gairebé la meitat dels alumnes, en l'explicació del procés, diuen haver descartat ja inicialment dues de les figures, i haver treballat només amb les altres dues que consideren que són les dues opcions possibles. Menys de la meitat dels alumnes treballen amb totes les figures, i el seu procés es pot descriure's, de manera general, dient que han treballat amb tots els objectes comparant-los entre ells després de girar-los, tots o només uns de determinats. Només 1 diu que ha imaginat la figura donada mirada de totes les maneres possibles, i 2 posen de manifest un procés en el que no els ha estat necessari imaginar cap modificació en la posició de les figures, ni cap canvi de punt de vista, sinó que ha partit de l'observació de les posicions relatives de les parts significatives dels objectes.

Pel que fa a les opcions descartades inicialment, tots els nois i noies que descarten —gairebé la meitat del total—, eliminen ja inicialment l'objecte que no és ni congruent ni combinatorialment equivalent. Pel que fa a l'altra opció descartada, és interessant observar que gairebé la meitat dels alumnes descarten l'objecte no congruent però combinatorialment equivalent. Només 1 alumne elimina, d'entrada, l'objecte que correspon a la imatge especular de la figura donada.

Pel que fa a la presa de decisió final, s'observen també diferències si considerem el tipus d'aproximació que fan a la forma dels objectes, i si expliciten o no la necessitat d'imaginar que giren algun o tots els objectes.

Més d'una quarta part del total d'alumnes inicien el procés descartant, i prenen com a decisió final la resposta correcta deixant de banda l'altra opció que els quedava. D'aquests, la meitat fan aproximacions parcials a la forma i, l'altra meitat, aproximacions globals, i només un terç no diuen que hagin imaginat girs.

Entre els que descarten inicialment, però donen respostes incorrectes, només un ha utilitzat una estratègia d'aproximació global a la forma. Les estratègies de processament dels que descaren inicialment es reparteixen entre les visuals i les verbals.

Gairebé la meitat dels alumnes treballen amb tots els objectes, comparant-los després d'imaginar que els giren tots o només uns quants. Observem que aquests es reparteixen aproximadament en parts iguals entre els que fan aproximacions globals i els que fan aproximacions parcials a la forma.

³⁴Hi ha 5 alumnes que quan els demanem que justifiquin la seva resposta passen directament a explicar el procés de resolució

Pel que fa al **llenguatge geomètric**, observem que són comunes les expressions com parts, tros, això... per referir-se a les parts significatives dels objectes, en especial als prismes formats per dos cubs i que estan recolzats sobre una base quadrada.

Constatem, en general, dos tipus d'abús de llenguatge. D'una banda, la utilització d'expressions del llenguatge no geomètric, fent metàfores referides a la forma i, de l'altra, la utilització incorrecta de vocabulari geomètric, en general utilitzant expressions corresponents a la geometria plana per a referir-se a objectes de l'espai.

És també interessant observar les expressions que fan servir els alumnes per referir-se a l'objecte que és imatge especular de la figura inicial. De l'anàlisi de les expressions utilitzades per a referir-s'hi, deduïm que només un alumne explicita que és conscient de que l'objecte de l'opció *b* és la imatge especular de l'objecte donat.

A l'analitzar la **coherència** entre la **justificació** donada i el **procés** seguit per l'alumne per a resoldre la tasca, observem que, en general, la justificació donada a la resposta està d'acord amb el procés de resolució descrit pel que fa a canvis de posició dels objectes i canvis de punt de vista. De la mateixa manera, constatem que, en tots els casos, la justificació donada a la resposta està d'acord amb el procés de resolució descrit pel que fa al tipus d'aproximació manifestat per l'alumne. Per tant, podem dir que la justificació immediata de la resposta respon al procés de resolució de la tasca posteriorment descrit.

Per a establir itineraris en el **procés de resolució** tenim en compte les estratègies aparegudes en els processos descrits pels alumnes:

- de resolució:
 - descartar,
 - treballar amb totes les figures.
- de processament:
 - imaginar la figura des de diferents punts de vista,
 - imaginar girs o canvis de posició dels objectes.
- d'aproximació a la forma:
 - fixar-se en les posicions relatives de les parts significatives dels objectes,
 - fixar-se en la forma global dels objectes.

La identificació d'aquestes estratègies en la resolució de les activitats per part dels alumnes, ens permet descriure 7 tipus diferents de processos que inclouen tots els observats.

Aquests processos poden descriure's de manera general a partir de com l'alumne resol la tasca:

- 1.- Descartant part dels objectes inicialment, fent aproximacions parcials a la forma i utilitzant estratègies de processament verbal.
- 2.- Treballant amb tots els objectes, fent aproximacions parcials a la forma i utilitzant estratègies de processament verbal.
- 3.- Descartant part dels objectes inicialment, fent aproximacions globals a la forma i utilitzant estratègies de processament verbal.
- 4.- Descartant part dels objectes inicialment, fent aproximacions parcials a la forma i utilitzant estratègies de processament visual.
- 5.- Treballant amb tots els objectes, fent aproximacions parcials a la forma i utilitzant estratègies de processament visual.
- 6.- Descartant part dels objectes inicialment, fent aproximacions globals a la forma i utilitzant estratègies de processament visual.
- 7.- Treballant amb tots els objectes, fent aproximacions globals a la forma i utilitzant estratègies de processament visual.

Caracteritzem els processos segons les quatre tipologies:

	VER/PAR	VER/GLO	VIS/PAR	VIS/GLO
processos	1 i 2	3	4 i 5	6 i 7

Taula 7.6.2.6: Processos tipificats.

Per a poder determinar l'existència de **tendències**, analitzem si els valors de les dues variables amb que treballem, nivell d'escolarització i sexe, estan lligats, d'alguna manera, a diferències de comportament per cadascun dels aspectes observats, i comparem el nombre de respostes correctes i d'errors recollits sota les diferents estratègies.

Pel que fa a la **selecció de les respostes**, a més d'estudiar la diferència entre encerts i errors dels nois i noies, analitzem si es confirma la tendència observada

en el qüestionari pel que fa a la selecció de distractors. En aquest sentit observem el següent:

- La variable sexe tendeix a condicionar la selecció de la resposta seguint la tendència ja observada en el qüestionari:
 - La resposta correcta és escollida per més nois que noies.

Aquesta tendència no es manifesta amb un grau de significació prou alt que ens permeti fer cap afirmació.

- El distractor on hi ha representat l'objecte combinatorialment equivalent però no congruent és escollit majoritàriament per noies.

En aquest cas, el grau de significació és del 85% que considerem suficientment alt donada la grandària de la mostra amb que treballem i el tipus d'anàlisi que ens interessa. Així, podem afirmar, amb una probabilitat del 85%, que la selecció entre l'opció correcta i el distractor d està relacionada amb el sexe, escollint les noies aquest distractor.

Per aquells que escullen l'opció d , a partir de la informació obtinguda en les entrevistes, interpretem que l'error comés és degut a dificultats en la interpretació del codi de representació utilitzat.

- La variable escolarització no produeix diferències.

A l'estudiar si el fet de justificar la resposta en funció d'un canvi de posició de l'objecte o de punt de vista, o en funció de la forma global de l'objecte ens determina alguna tendència, observem:

- La variable sexe condiona el tipus de justificació donada:
 - Hi ha tendència, per part de les noies, a justificar la resposta a partir d'un canvi, ja sigui de posició dels objectes o de punt de vista. Observem, a més, que els que justifiquen la seva resposta a partir d'un canvi de punt de vista són tots noies.
 - Hi ha tendència, per part dels nois, a justificar la resposta en funció de la forma dels objectes.

Aquesta tendència és significativa per $\alpha = 0.15$, la qual cosa ens permet afirmar, amb una probabilitat del 85%, que la justificació de la resposta està relacionada amb el sexe, donant els nois justificacions en funció de la forma i , les noies, en funció d'un canvi de punt de vista o de posició.

- La variable escolarització no observem que condicioni les justificacions donades.

Pel que fa a tendències lligades als valors de les variables, en relació a les **estratègies de resolució**, observem:

- La variable sexe produeix tendències notables:
 - Hi ha una proporció favorable a les dones d'alumnes que manifesten haver resolt la tasca descartant inicialment part de les figures.
 - Hi ha una proporció favorable als homes d'alumnes que manifesten haver treballat amb totes les figures, imaginant girs i comparant-les.

Aquesta tendència es significativa per $\alpha = 0.05$. Així, podem afirmar que, en el 95% dels casos, les noies prefereixen descartar inicialment les figures i, els nois, prefereixen treballar amb tots els objectes imaginant girs i comparant.

- La variable escolarització no produeix tendències.
- El nombre d'encerts i d'errors recollits sota cadascuna de les estratègies de resolució no són diferents.

Pel que fa a les **estratègies de processament**, observem el següent:

- La variable sexe determina tendències pel que fa a estratègies de processament:
 - Els nois tendeixen a imaginar girs.
 - Les noies es reparteixen a parts iguals entre els que imaginin girs i els que no.

Aquesta tendència és significativa per $\alpha = 0.1$. Aquest fet ens permet afirmar, amb una probabilitat del 90%, que els tipus d'estratègies de processament que estem considerant estan lligats al sexe. Així, podem afirmar que, en el 90% dels casos, els nois utilitzen estratègies de processament visual, i les noies, utilitzen estratègies de processament visual o verbal indistintament.

- La variable escolarització no produeix tendències.
- Es produeixen tendències pel que fa a errors i encerts recollits sota les dues estratègies de processament:
 - Les estratègies de processament visual tendeixen a donar respostes correctes.

- o Les estratègies de processament verbal tendeixen a produir errors.

De totes maneres, no obtenim un valor de χ^2 prou alt que ens permeti fer afirmacions més generals.

A l'analitzar si dins de cada estratègia de processament els errors o encerts venen condicionats pel sexe, calculem el valor de χ^2 per a les taules, però no trobem cap valor que ens permeti fer cap afirmació, amb un grau de confiança prou alt, respecte les tendències produïdes per la variable sexe en relació als encerts o errors, ni pel grup que manifesta haver utilitzat estratègies de processament verbal, ni pel grup que manifesta haver-les utilitzat de processament visual.

En relació a les **estratègies d'aproximació**, comparant les dades dels alumnes que resolen la tasca a través d'aproximacions globals, amb les dades dels que la resolen fent aproximacions parcials³⁵, observem el següent³⁶:

- La variable sexe produeix petites tendències:
 - o Observem una certa tendència a favor dels nois en la utilització d'estratègies totalment parcials.

Aquesta tendència, però, no es confirma amb un grau de significació prou alt que ens permeti fer cap afirmació.

- La variable escolarització no produeix tendències.
- Pel que fa a errors i encerts recollits sota cada estratègia d'aproximació, observem que es produeixen tendències:
 - o Les estratègies d'aproximació parcial tendeixen a produir errors.
 - o Les estratègies d'aproximació global tendeixen a donar respostes correctes.

Aquesta diferència és significativa per $\alpha = 0.1$. Aquest fet ens permet afirmar, amb una probabilitat del 90%, que el nombre d'encerts i errors depenen del tipus d'aproximació a la forma de les figures, portant a encert les estratègies d'aproximació global i, a error, les estratègies d'aproximació parcial.

³⁵Comparem les dades dels alumnes que resolen la tasca a través d'aproximacions globals amb les dades dels que la resolen fent aproximacions parcials en tot moment.

³⁶Si juntament amb les dades dels que resolen la tasca amb aproximacions parcials considerem, les dels alumnes que fan aproximacions de tipus diferent en el primer pas i en el segon, desapareix la tendència pel que fa a la variable sexe. La situació en relació a la variable escolarització es modifica en el cas de BUP hi ha tendència a la utilització d'estratègies de processament parcial, i equilibri en els altres dos casos. També disminueixen les tendències pel que fa a errors i encerts, fins a no poder considerar-se prou significatives com per a fer afirmacions generals.

Pel que fa a les tendències produïdes pels **processos tipificats**, observem:

- Hi ha una forta inclinació a la utilització de processos amb components visuals.
- Hi ha equilibri entre els processos amb components parcials i els processos amb components globals.
- Els processos amb components visuals es reparteixen equilibradament entre els que tenen components parcials, i els que tenen components globals.
- Els processos amb components verbals són, tots menys un, processos amb components parcials.
- La variable sexe produeix tendències en els següents sentits:
 - Els nois tendeixen a utilitzar processos amb components visuals.
 - Les noies es reparteixen a parts iguals entre els que segueixen processos amb components visuals, i els que els segueixen amb components verbals.
 - Tant els nois com les noies, es reparteixen per igual pel que fa als processos amb components parcials i els processos amb components globals.

La diferència entre el nombre de nois i noies que utilitzen processos amb components verbals i processos amb components visuals és significativa per $\alpha = 0.1$. Aquest fet ens permet afirmar que, en el 90% dels casos, els nois segueixen processos amb components visuals i les noies segueixen processos amb components visuals o verbals indistintament.

- La variable escolarització no produeix tendències.
- La diferència entre els errors i encerts recollits sota els processos tipificats és important en els següents casos:
 - Els processos amb component visuals tendeixen a donar respostes correctes.
 - Els processos amb components verbals tendeixen a produir errors.

Malgrat això, a partir de les taules no obtenim un valor de χ^2 prou alt que ens permeti fer afirmacions més generals.