Capítulo 9:

Causa de las controversias encontradas en los casos del capítulo 3

9 Causa de las controversias encontradas en los casos del capítulo 3

En el capítulo 3 presentamos dos casos que permitían aproximar la superficie asociada a la variabilidad transmitida por los factores ruido tanto por métricas resumen como por métricas no-resumen ya que se partía de un diseño en forma de matriz producto.

En ambos casos los modelos seleccionados por cada método de aproximación eran muy diferentes y este hecho abría el camino a la investigación que hemos llevado a cabo.

En este momento tenemos información suficiente para retomar estos ejemplos y explicar las causas de las diferencias encontradas en las dos formas de análisis.

9.1 Caso 1: Diseño fraccionado de Resolución III

La aproximación a $\sigma^2(Y)$ por los dos métodos daba lugar a los siguientes resultados:

Aproximación a $\sigma^2(Y)$ por métricas resumen

Las métricas "s^2", "s" y "*log(s)*" se comportan de una manera muy similar en el sentido de que los tres modelos contienen un único efecto significativo (el asociado al efecto principal F) y arrojan R^2 muy similares. La métrica con mayor R^2 y mejor comportamiento de los residuos es "s" y se obtiene el siguiente modelo:

$$\boxed{\boldsymbol{s} = \hat{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{Y}) = 0.725 + 0.644\,\boldsymbol{F} + \boldsymbol{e} \qquad \boldsymbol{R}^2_{\boldsymbol{aj.}} = 99.6\% \qquad \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{\boldsymbol{\varepsilon}} = 0.043} \tag{9.1}$$

Por lo tanto Engel (1992) concluye que si se desea reducir la variabilidad transmitida por los factores ruido a estudio a partir de los factores de control seleccionados se ha de trabajar con el factor F en su nivel bajo, es decir F = -1.

Aproximación a $\sigma^2(Y)$ por métricas no-resumen

Los autores Steinberg y Bursztyn (1994) retoman el experimento de Engel y analizan la variabilidad apoyándose en un modelo para la respuesta Y. A partir del gráfico de los efectos en papel probabilístico normal se seleccionan los claramente significativos obteniendo un modelo reducido para Y, o se amplia la selección hasta llegar a un modelo más complejo. En los dos casos, los efectos pertenecientes a los modelos seleccionados son significativos con el criterio del *t-test*.

$$\text{Modelo Reducido:} \qquad Y = 2.25 + 0.43A - 0.28D - 0.23G + 0.14E + 0.59CN - 0.56EN + e$$

$$R^2_{aj.} = 92.7\% \qquad \hat{\sigma}_\varepsilon = 0.281$$

$$\text{Modelo Ampliado:} \qquad Y = 2.25 + 0.43A - 0.28D - 0.23G + 0.14E - 0.08B - 0.06C +$$

$$+ 0.59CN - 0.56EN - 0.13CM + 0.11EM - 0.09DM + 0.06BM + e$$

$$R^2_{aj.} = 98.1\% \qquad \hat{\sigma}_\varepsilon = 0.145$$

De esta forma las dos aproximaciones que se obtienen para $\sigma^2(Y)$ suponiendo que los factores ruido tienen varianza unidad son,

$$\hat{\sigma}^2_{M.reducido}(Y) = (0.59C - 0.56E)^2 + \hat{\sigma}_\varepsilon = 0.35C^2 + 0.31E^2 - 0.65CE + \hat{\sigma}^2_{\varepsilon 1}(Y)$$

$$\hat{\sigma}^2_{M.Ampliado}(Y) = (0.59C - 0.56E)^2 + (-0.13C + 0.11E - 0.09D + 0.06B)^2 + \hat{\sigma}^2_{\varepsilon 2}(Y)$$

En las condiciones experimentales de un diseño factorial

$$\hat{\sigma}^2_{M.reducido}(Y) = 0.65 - 0.65CE + \hat{\sigma}^2_{\varepsilon 1}(Y)$$

$$\hat{\sigma}^2_{M.Ampliado}(Y) = 0.69 - 0.68CE + 0.02CD - 0.02BC - 0.02DE + 0.01BE - 0.01BD + \hat{\sigma}^2_{\varepsilon 2}(Y)$$

(9.2)

Independientemente del modelo seleccionado para Y (reducido o ampliado), la minimización de $\sigma^2(Y)$ se logra principalmente con los factores C y E existiendo dos soluciones (siempre teniendo en cuenta sólo las condiciones del diseño factorial):

$\boldsymbol{C} = +1$		$\boldsymbol{C} = -1$		
	o bien		es decir	$\boldsymbol{CE} = +1$
$\boldsymbol{E} = +1$		$\boldsymbol{E} = -1$		

Por lo tanto los dos métodos dan lugar a una selección muy diferente de factores: F en el primer caso y C y E en el segundo.

9.1.1 Causas de las diferencias entre los modelos obtenidos por cada método

La causa de estas diferencias está en una incorrecta identificación de los efectos significativos cuando se ha aproximado $\sigma^2(Y)$ por métricas resumen ya que se ha seleccionado como efecto significativo "F" cuando en realidad era "CE" que está confundida con "F" y por lo tanto son los factores C y E los significativos y no el F. Si se hace esta corrección los resultados el análisis por métricas resumen o métricas no-resumen es el mismo.

Este error puede surgir con mucha frecuencia en la práctica experimental si se dan circunstancias similares a las presentes en este problema. Estas circunstancias fueron estudiadas en los capítulos 4, 5 y 6 y las recordamos ahora aplicándolas al ejemplo:

- Dado que el modelo para la respuesta *Y* no contiene los efectos principales de los factores ruido M y N, sabemos a partir de la investigación llevada a cabo en los capítulos 4, 5 y 6 que las superficies $\sigma^2(Y)$ y $\sigma(Y)$ son cuadráticas con una zona de mínima varianza pasando por (0, 0) y por lo tanto las aproximaciones por métricas resumen darán lugar a modelos con términos de primer orden no significativos;

- Como en la matriz producto el diseño para los factores de control es un diseño factorial a 2 niveles, los términos cuadráticos puros de los modelos a partir de métricas resumen no pueden ser estimados por lo que no se puede ver que C^2 y E^2 son significativos;

- El único término de segundo orden que puede ser estimado por métricas resumen es el coeficiente asociado a la interacción CE, interacción que está confundida con F y otros efectos por ser el diseño fraccionado de Resolución III;

Por lo tanto, cuando el experimentador una métrica resumen detecta un único efecto significativo asociado a F-AG-BD-CE y al no aparecer implicados otros efectos principales ni poder estimar los efectos cuadráticos puros selecciona en el anterior grupo de "alias" el efecto principal F en lugar de CE por ser este de mayor orden.

Este ejemplo muestra lo fácil que resulta cometer errores a la hora de seleccionar modelos por métricas resumen si el diseño en los factores de control es de Resolución III y de primer orden. En el problema presentado se podría haber evitado el error si se hubieran realizado los análisis por los dos métodos, a partir de métricas resumen y a partir de métricas no-resumen, y se hubieran comparado los resultados, ya que habría detectado el error de selección.

9.1.2 Oportunidades de reducir la variabilidad en la componente del error del modelo de la respuesta Y

En el capítulo 8 hemos mostrado cómo la estimación de la variabilidad a partir de métricas resumen recoge más fuentes de variación de la respuesta que la obtenida por los métodos habituales a partir de métricas resumen. En este caso como los resultados son los mismos (una vez corregido el error de selección del efecto significativo en la métrica resumen) podríamos no plantearnos el análisis de la componente aleatoria del modelo de la respuesta *Y* con el fin de extraer información relevante de cara a reducir la variabilidad de la respuesta, sin embargo lo vamos a hacer como ejercicio a pesar de no tener sentido práctico ya que R^2-ajustado del modelo para *Y* es del 98% y la componente aleatoria explica muy poca variabilidad de la respuesta.

Hemos aplicado el método de Ferrer y Romero (1995) a los residuos del modelo ampliado en (9.2).

Para ello hemos tomado:

e_i = residuo_i del modelo ampliado; $U_i = e_i^2$

y hemos modelado

U_i = F (A, B, C, D, E, F, G, M, N, O) a partir de un modelo lineal.

El gráfico de los efectos en “papel probabilístico normal” contrariamente a lo esperado detecta un efecto claramente significativo, los efectos asociados al grupo en que está F, siendo el resto de efectos dudosos.

Si nos apoyamos en el modelo de regresión para seleccionar los efectos significativos nos quedaríamos con un modelo como el que se presenta en la Tabla 9.1 que admite diversas interpretaciones debido a las confusiones existentes:

$A^* = A – BC – DE – FG$

$F^* = F – AG – BD – CE$

$G^* = G – AF- BE – CD$

Aunque lo más razonable es asumir negligibles los efectos que contienen los factores B, C, D y E por no aparecer los efectos principales. De esta forma quedarían como efectos significativos,

A– FG

F – AG

G – AF

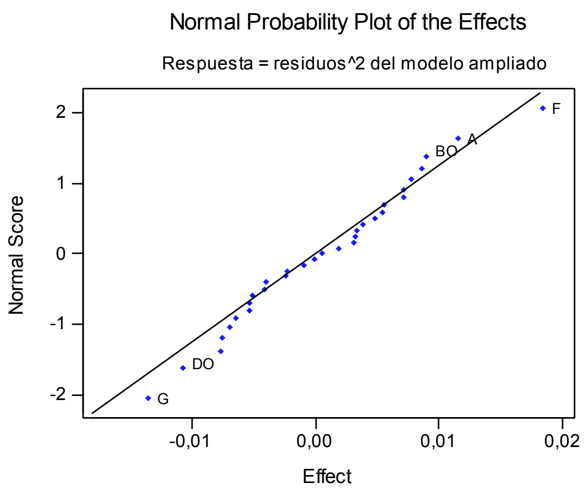

Figura 9.1. Gráfico en PPN de los efectos sobre $U_i = e_i^2$ para el caso 1

Tabla 9.1 Modelo para $U_i = e_i^2$ en el caso 1

e_i^2 = 0,0124 + 0,0058 A* + 0,0092 F* - 0,0067 G*

Predictor	Coef	StDev	T	P
Constant	0,012422	0,002830	4,39	0,000
A*	0,005781	0,002830	2,04	0,051
F*	0,009219	0,002830	3,26	0,003
G*	-0,006719	0,002830	-2,37	0,025

S = 0,01601   R-Sq = 42,2%   R-Sq(adj) = 36,0%

Por lo tanto existen oportunidades de reducir la variabilidad no explicada en el modelo ampliado de *Y* seleccionando adecuadamente las condiciones de los factores A, F y G. Sobre todo el grupo F-AG es el más significativo y se recomienda situarlo en el nivel -1.

También hemos localizado los factores A, F y G en las interacciones con los factores ruido en el modelo para *Y* con el fin de observar si en realidad estaban entrando los efectos de pequeña magnitud en el modelo. Podemos ver que los efectos AM. FM y FO son los siguientes en magnitud a los seleccionados en el modelo y podrían explicar los resultados obtenidos.

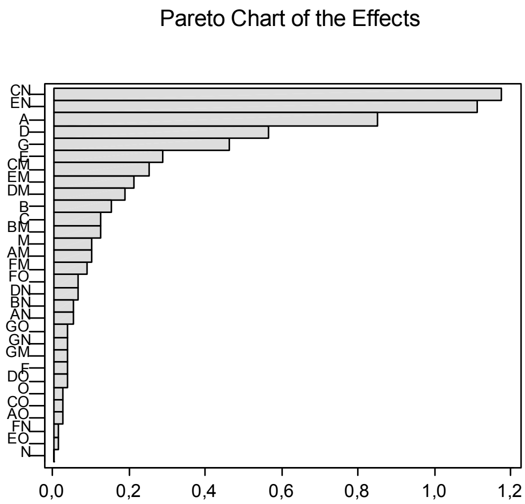

Figura 9.2. Efectos en el modelo ampliado para *Y* ordenados por magnitud

9.1.3 Conclusiones

Las diferencias encontradas entre los modelos obtenidos por métricas resumen o métricas no resumen se debían principalmente a un error en la selección del efecto significativo en el modelo obtenido por métricas resumen. Este error es fácil de cometer cuando se trabaja con diseños factoriales fraccionados de Resolución III y la superficie teórica es cuadrática con zona de mínima varianza centrada en la región experimental.

Una vez corregido el error, si atribuimos el efecto significativo en la métrica resumen al efecto CE, los dos métodos arrojan los mismos resultados y se llega a controlar casi la total variabilidad en la respuesta debida a los factores ruido tomando CE = 1.

Se ha realizado como ejercicio el estudio de la variabilidad en la componente del error del modelo para la respuesta *Y* aplicando la estrategia propuesta por Ferrer y Romero (1995) y se ha encontrado que el efecto F- AG es claramente significativo en esta parte no explicada por el modelo total, parte que no hay que olvidar que representa muy poco de la variabilidad total de la respuesta.

En el capítulo 8 comentamos que el modelo para la variabilidad a partir de métricas resumen intenta recoger todas las fuentes de variación en la respuesta sin diferenciar su origen. Por lo tanto, en el efecto que surgía como significativo con métricas resumen, F-AG-BD-CE, se ha acumulado no sólo el efecto CE que contrarresta el efecto del factor ruido N, sino también este efecto último del grupo F-AG que contrarresta la variabilidad en e_i.

Al ser un diseño muy fraccionado, el análisis de la variabilidad con métricas resumen acumula diversas fuentes de variación en un mismo grupo no pudiéndose diferenciar su origen, mientras que el análisis con métricas no-resumen permite identificar mejor las fuentes de variación pero se ha de hacer un mayor esfuerzo a la hora de seleccionar el modelo para *Y*, ya que la estimación de la variabilidad es muy sensible a la selección del modelo.

9.2 Caso 2: Diseño completo

La aproximación a $\sigma^2(Y)$ por los dos métodos daba lugar a los siguientes resultados:

Aproximación a σ^2(Y) por métricas resumen

Las métricas s^2, s y $log(s)$ recogen los mismos efectos significactivos aunque si tenemos en cuenta los criterios de R^2 y el comportamiento de los residuos, nuevamente la métrica s es la que mejor se comporta. El modelo seleccionado es:

Métricas resumen

$$s = \hat{\sigma}(Y) = 54.27 + 15.20C + 7.60BC + e \qquad R^2_{aj.} = 76.3\% \qquad \hat{\sigma}_\varepsilon = 9.712 \tag{9.3}$$

Por lo tanto si se desea reducir la variabilidad transmitida por los factores ruido R y T a partir de los factores de control, se ha de trabajar con:

$$\boldsymbol{C} = -1 \;\text{ y }\; \text{B} = +1$$

Notamos que el factor A no es sensible a la reducción conjunta de la variabilidad transmitida por estos factores.

Aproximación a σ^2(Y) por métricas no-resumen

Los efectos a incluir en el modelo para la respuesta *Y* se seleccionaron a partir del gráfico de los 31 efectos estimables representados en el papel probabilístico. Este gráfico, tal y como se puede ver en la Figura 9.3, muestra unos efectos (A, B, AB, R, AR y T) que se alejan claramente de la recta asociada a efectos nulos, estando el resto agrupados en torno a la recta.

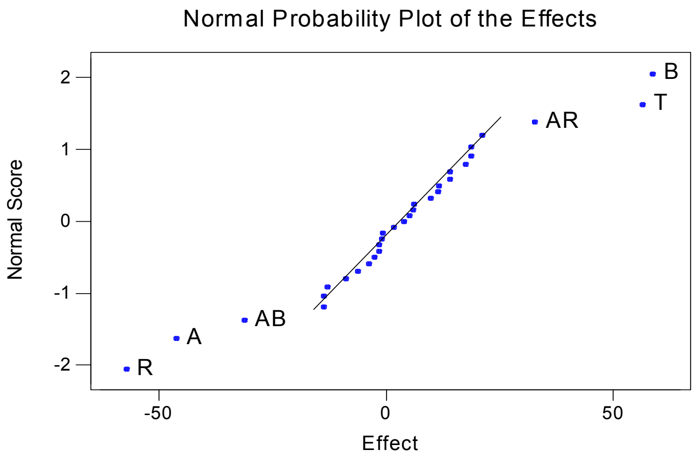

Figura 9.3. Gráfico en PPN de los efectos sobre Y

El modelo para Y estimado a partir de estos efectos, así como la aproximación que se obtiene para $\sigma^2(Y)$ suponiendo que los factores ruido tienen varianza unidad se encuentra en (9.4).

Métricas no - resumen

Modelo reducido

$$Y = 179.38 - 23.13A + 29.38B - 15.63AB - 28.62R + 16.38AR + 28.25T + e$$

$$R^2_{aj.} = 78.1\% \qquad \hat{\sigma}_\varepsilon = 31.1$$

$$\hat{\sigma}^2_{Mreducido}(Y) = (-28.62 + 16.38A)^2 + (28.25)^2 + \hat{\sigma}^2_\varepsilon = 1617.2 - 937.6A + 268.3A^2 + \hat{\sigma}^2_\varepsilon(Y)$$

En las condiciones experimentales de un diseño factorial

$$\hat{\sigma}^2_{Mreducido}(Y) = 1885.46 - 937.59A + \hat{\sigma}^2_\varepsilon(Y)$$

(9.4)

A partir del modelo anterior se observa que los dos factores ruido afectan a la respuesta pero parece ser que sólo se puede atacar la variabilidad transmitida por el factor R y ello se consigue seleccionando el factor A en el nivel "+1".

Por lo tanto, comparando las aproximaciones a $\sigma^2(Y)$ obtenidas por los dos métodos de análisis, (9.3) y (9.4), se detecta una selección de diferentes factores de control para reducir la variabilidad transmitida por los factores T y R: B y C en un caso, y A en el otro.

Si se toma el modelo ampliado para *Y*, es decir, se deja entrar efectos de menor magnitud tenemos un segundo modelo para *Y* y otro para $\sigma^2(Y)$ que ya se presentaron en el capítulo 3.

Métricas no - resumen

Modelo ampliado

$$Y = 179{,}38 - 23{,}13\,A + 29{,}38\,B - 15{,}63\,AB + 10{,}63\,BC - 28{,}62\,R + 28{,}25\,T$$
$$+ 16{,}38\,AR + 9{,}38\,CT + 9{,}37\,ACR + 8{,}75\,BCT + e$$

$$\sigma^2_{Mampliado}(Y) = (-28.62 + 16.38A + 9.37AC)^2 + (28.25 + 9.38C + 8.75BC)^2 + \sigma^2_{\varepsilon}(Y) =$$

$$\sigma^2_{Mampliado}(Y) = 1617.16 - 937.59A + 529.97C - 536.34AC + 494.37BC + 268.30A^2 + 87.98C^2$$

$$+ 306.96A^2C + 87.80A^2C^2 + 164.15BC^2 + 75.69B^2C^2 + \sigma^2_{\varepsilon}(Y)$$

En las condiciones experimentales de un diseño factorial

$$\sigma^2_{Mampliado}(Y) = 2137.82 - 937{,}59A - 536{,}34AC + 836.93C + 494.37BC + 164.15B + \sigma^2_{\varepsilon}(Y)$$

(9.5)

En las dos expresiones el factor A sigue dominando aunque el modelo ampliado ha permitido la entrada de coeficientes asociados a los factores B y C en el modelo para $\sigma^2(Y)$.

9.2.1 Causas de las diferencias entre los modelos obtenidos por cada método

Este caso es diferente al anterior porque partimos de un diseño sin confusiones y por lo tanto las diferencias encontradas entre las dos estimaciones de la variabilidad no son debidas a un error de identificación de efectos significativos dentro de un grupo de alias.

En la Figura 9.4 hemos representado la variabilidad observada en las distintas condiciones de los factores de control A, B y C. Se aprecian diferencias significativas dependiendo del nivel en que se encuentre el factor de control C y por lo tanto sospechamos que cuando se aproxima $\sigma^2(Y)$ por métricas no-resumen el modelo seleccionado para *Y* no es adecuado bien porque no recoge de forma adecuada la transmisión de los efectos de los factores ruido T y R estando esta información en la componente aleatoria, o bien porque la componente aleatoria presenta heterocedasticidad debida a factores ruidos W's ajenos al estudio.

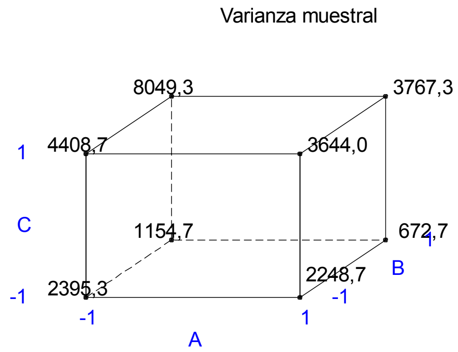

Figura 9.4. Varianza muestral debida a los factores ruido T y R en las condiciones de los factores A, B y C

Primero comprobaremos la falta de ajuste del modelo a la variabilidad provocada por los factores ruido T y R, es decir, investigaremos si se ha perdido información valiosa para el modelo de $\sigma^2(Y)$ por métricas no-resumen en los términos que se han despreciado del modelo para *Y*.

A diferencia del caso anterior, esta vez en lugar de "un modelo ampliado" para *Y* tomaremos todos los términos que contengan algún efecto asociado a un factor ruido, independientemente de que estos términos sean significativos por separado (esta era la segunda opción propuesta en el capítulo 8). A partir de estos términos deduciremos la expresión de $\sigma^2(Y)$. Los términos asociados a la variabilidad en el modelo para *Y* están en la Tabla 9.2.

Tabla 9.2 Coeficientes del modelo para *Y* asociados a la variabilidad

R	-28,62	A*B*R	-0,75	A*B*C*R	5,75
T	28,25	A*B*T	-6,50	A*B*C*T	2,63
A*R	16,38	A*C*R	9,37	A*B*R*T	3,00
A*T	5,87	A*C*T	7,00	A*C*R*T	4,87
B*R	-1,25	A*R*T	7,00	B*C*R*T	2,00
B*T	-4,38	B*C*R	-0,50	A*B*C*R*T	0,87
C*R	-6,88	B*C*T	8,75		
C*T	9,38	B*R*T	-3,13		
R*T	-0,38	C*R*T	-0,75		

Los coeficientes del modelo $\sigma^2(Y)$ se pueden obtener como combinación lineal de productos de dos coeficientes del modelo para Y tal siguiendo las relaciones expuestas en el capítulo 8.

De esta forma se obtiene el modelo para $\sigma^2(Y)$:

Estimación por métricas no - resumen

Modelo completo para Y

$$\sigma^2_{total} = 2469 - 532A + 89B + 1256C - 361AB - 414AC + 1010BC - 298ABC + \sigma^2_{\varepsilon}(Y) \qquad (9.6)$$

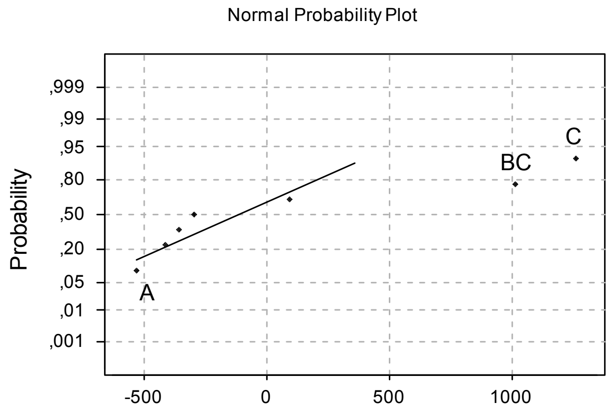

Figura 9.5. Gráfico de los coeficientes del modelo para $\sigma^2(Y)$ estimado por métricas no resumen a partir del modelo completo para Y

Si se llevan los coeficientes del modelo en (9.6) a un gráfico en papel probabilístico normal sólo los efectos C y BC son significativos y el factor A deja de ser significativo coincidiendo los resultados con el modelo obtenido para $\sigma^2(Y)$ a partir de métricas resumen en (9.3).

Si se expresa el coeficiente para el efecto A en el modelo de $\sigma^2(Y)$ obtenido por métricas no-resumen, a partir de una combinación lineal de productos de dos coeficientes del modelo para Y, ordenando los sumandos de mayor a menor magnitud en módulo, se puede ver la causa de que este efecto surja significativo si se toma un modelo reducido para Y y no cuando se toma uno completo.

$$
\begin{aligned}
&\textbf{\textit{Coeficiente A}} = \\
&= 2*(\\
&\hat{\beta}_R\hat{\beta}_{AR} && \rightarrow (-28.6)(16.4) && = -469 \\
&+\hat{\beta}_T\hat{\beta}_{AT} && \rightarrow +(28.3)(5.9) && = +167 \\
&+\hat{\beta}_{CT}\hat{\beta}_{ACT} && \rightarrow +(9.4)(7) && = +66 \\
&+\hat{\beta}_{CR}\hat{\beta}_{ACR} && \rightarrow +(-6.9)(9.4) && = -65 \\
&+\hat{\beta}_{BT}\hat{\beta}_{ABT} && \rightarrow +(-4.4)(-6.5) && = +29 \\
&+\hat{\beta}_{BCT}\hat{\beta}_{ABCT} && \rightarrow +(8.7)(2.6) && = +23 \\
&+\ldots) && && ---- \\
& && && -532
\end{aligned}
\tag{9.7}
$$

Podemos ver que cuando sólo se seleccionan los efectos R, AR y T en el modelo reducido para Y, el factor A sería muy significativo en el modelo para la variabilidad y su coeficiente dependería tan sólo de R y AR (es decir Coef. A = 2*-469 = -938). El coeficiente de C que está expresado en (9.8) y del resto de los factores surgirían nulos.

Si se toma el modelo ampliado de incluyendo los efectos ACR, CT y BCT la estimación del efecto A no varía ya que no se logra un nuevo producto no nulo de dos efectos en (9.7) sin embargo si que se logra una estimación no nula del coeficiente C a partir de las parejas T con CT y AR con ACR. (En este caso se llega a Coef. C = 2(266+154)=840).

$$
\begin{aligned}
&\textbf{\textit{Coeficiente C}} = \\
&= 2*(\\
&\hat{\beta}_T\hat{\beta}_{CT} && \rightarrow (28.3)(9.4) && = 266 \\
&+\hat{\beta}_R\hat{\beta}_{CR} && \rightarrow +(-28.6)(-6.9) && = +197 \\
&+\hat{\beta}_{AR}\hat{\beta}_{ACR} && \rightarrow +(16.4)(9.4) && = +154 \\
&+\hat{\beta}_{AT}\hat{\beta}_{ACT} && \rightarrow +(5.9)(7) && = +41 \\
&+\hat{\beta}_{BT}\hat{\beta}_{BCT} && \rightarrow +(-4.4)(8.7) && = -38 \\
&+\hat{\beta}_{ART}\hat{\beta}_{ACRT} && \rightarrow +(7)(4.9) && = +34 \\
&+\ldots) && && ---- \\
& && && 1256
\end{aligned}
\tag{9.8}
$$

Pero aun y todo, la estimación de los efectos A y C en la variabilidad queda muy sesgada si no se añaden otras parejas de términos, términos que difícilmente se hubieran seleccionado por si solos a partir del papel probabilístico normal o partir de un *t-test* puesto que sus valores son bajos. Por ejemplo el efecto AT es muy pequeño pero al ser multiplicado por el efecto T logra una contribución significativa en la estimación de la variabilidad transmitida por el factor T en las condiciones del factor A; lo mismo podemos decir del efecto CR a la hora de estimar la variabilidad transmitida por el factor R en las condiciones del factor de control C.

Por lo tanto podemos concluir:

- La causa de las diferencias encontradas entre los dos métodos de estimación de $\sigma^2(Y)$ estaba en una incorrecta selección del modelo para Y;

- A la hora de estimar $\sigma^2(Y)$ a partir de un modelo para Y, no es una buena estrategia incluir en el modelo para Y sólo los efectos significativos a modo individual;

- Cuando se trata de estimar la variabilidad conjunta transmitida por varios factores ruido a la respuesta Y en el espacio generado por determinados factores de control a partir del modelo que relaciona la respuesta Y y todos los factores anteriores, de control y ruido, no tiene sentido seleccionar la estructura del modelo a partir de una selección individual de los efectos por su grado de significación.

- Además, un efecto por si sólo no tiene la propiedad de ser o no significativo o importante en el modelo de la variabilidad ya que aparecerá multiplicado por otro efecto, distinto en cada caso, en su contribución al modelo. Por ejemplo, el efecto ACT = 7 tiene un papel relevante tanto para estimar el coeficiente de A como el coeficiente de C porque en el primer caso va acompañado del coeficiente CT =9.4 y en el segundo caso del coeficiente AT = 5.9 dando lugar a una cantidad significativa; sin embargo las tres cantidades pasan desapercibidas en el PPN;

- La estrategia más sencilla para determinar el modelo para $\sigma^2(Y)$ a partir del modelo para Y es tomar todos los coeficientes del modelo para Y, significativos o no, y deducir a partir de ellos la expresión de $\sigma^2(Y)$. A continuación llevar estos coeficientes a un PPN ya que son comparables por estar formados por el mismo número de parejas de dobles productos (12 parejas en nuestro caso).

9.2.2 Significación de un efecto asociado a la dispersión

Cuando se estima $\sigma^2(Y)$ a partir de métricas no-resumen se acostumbra a seleccionar los efectos en el modelo para Y por su grado de significación individual y se tratan por igual los efectos asociados a la dispersión de los asociados a la localización.

Si descomponemos el modelo ampliado para Y seleccionado en (9.5) respetando la partición en las componentes de localización y dispersión y además diferenciando los efectos que se han incorporado respecto al modelo reducido podemos observar el grado de significación de cada parte (o el porcentaje de la variabilidad en *Y* que se explica).

Como el estudio que más interesa es el de la variabilidad en *Y* provocada por los factores ruido, deberíamos eliminar de *Y* la componente de localización y valorar la variabilidad asociada a los efectos de dispersión a partir de esta expresión.

$$\begin{aligned} &Y = \underbrace{\underbrace{Efectos(A,B,AB)}_{R^2=38.3\%} + \underbrace{Efecto(R,T,AR)}_{R^2=44\%} + \underbrace{Efecto(BC)}_{R^2=2.6\%} + \underbrace{Efecto(CT+ACR+BCT)}_{R^2=5.9\%}}_{R^2=90.9\%} \\ &Y-(A,B,AB,BC) = \underbrace{\underbrace{Efecto(R,T,AR)}_{R^2=74.5\%} + \underbrace{Efecto(CT+ACR+BCT)}_{R^2=9.5\%}}_{R^2=84.5\%} \end{aligned} \tag{9.9}$$

Podemos ver que los tres efectos asociados a factores ruido añadidos en la segunda fase explican un 6% de la variabilidad total de *Y* pero que si sólo se tiene en cuenta la parte de dispersión, estos mismos efectos aportan un 9.5% de explicación.

Puesto que en el análisis de estos modelos están implicados dos objetivos distintos, uno relacionado con la localización y otro con la dispersión, creemos que la inclusión de términos asociados a la dispersión deberían de “medirse” descontando la parte debida a la localización.

9.2.3 Oportunidades de reducir la variabilidad en la componente del error del modelo de la respuesta Y

A pesar de que con el modelo ampliado se llega a explicar un 85% de la variabilidad en *Y* una vez eliminado la componente de localización, vamos a aplicar el método de Ferrer y Romero (1995) a los residuos con el objetivo de descubrir oportunidades de reducir la variabilidad no explicada por el modelo ampliado.

Para ello hemos tomado:

e_i = $residuo_i$ del modelo ampliado; $U_i = e_i^2$

y hemos modelado

U_i = F (A, B, C, R, T) a partir de un modelo lineal.

El gráfico de los efectos en "papel probabilístico normal" está en la Figura 9.6. Se observa una nube de efectos sin destacar claramente unos sobre la mayoría. Si nos apoyamos en el modelo de regresión podemos seleccionar los efectos R, ACT y ACRT obteniéndose el modelo en la Tabla 9.3.

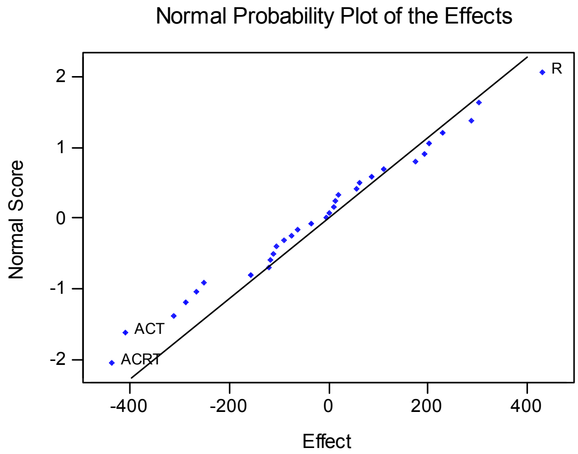

Figura 9.6. Gráfico en PPN de los efectos sobre $U_i = e_i^2$ par ael caso 2

Tabla 9.3 Modelo para $U_i = e_i^2$ en el caso 2

```
ei-cuadrado = 392 + 216 R. - 205 ACT - 218 ACRT

Predictor        Coef       StDev          T        P
Constant       392,05       83,28       4,71    0,000
R.             216,41       83,28       2,60    0,015
ACT           -204,75       83,28      -2,46    0,020
ACRT          -218,03       83,28      -2,62    0,014

S = 471,1        R-Sq = 41,2%     R-Sq(adj) = 34,9%
```

El 35 % de la variabilidad no explicada por el modelo ampliado puede ser explicada por los efectos R, ACT y ACRT, y por lo tanto los factores A y C afectan a esta variabilidad. Esto podría explicar como en los modelos para $\sigma^2(Y)$ obtenidos a partir de métricas resumen o a partir de métricas no-resumen tomando el modelo completo para *Y*, los coeficientes de C y A son muy diferentes a los que surgen en la estimación de $\sigma^2(Y)$ a partir del modelo ampliado ya que en las dos situaciones anteriores, los modelos recogen esta componente; en el primer caso porque la métrica resumen aproxima directamente la variabilidad total y en el segundo caso porque se sobreparametriza el modelo al máximo.

9.2.4 Conclusiones

Las diferencias encontradas entre los modelos obtenidos por métricas resumen o métricas no resumen se debían principalmente a una inadecuada selección del modelo para la respuesta *Y*; modelo a partir del cual se deduce la expresión de $\sigma^2(Y)$ por métricas no-resumen. La selección de los efectos en el modelo para *Y* por los procedimientos habituales es fácil que de lugar a una inadecuada estimación de $\sigma^2(Y)$ ya que la selección se realiza de forma individual sin tener en cuenta que los efectos se incorporan al modelo para $\sigma^2(Y)$ en dobles productos.

Pensamos que en este caso el modelo más adecuado es el que mejor reproduce la variabilidad observada y este es el obtenido por métricas resumen.

Para lograr uno similar con métricas no-resumen se ha de tomar el modelo completo para *Y* y deducir todos los coeficientes del modelo para $\sigma^2(Y)$. A continuación se seleccionan los coeficientes significativos a partir de un gráfico en papel probabilístico normal.

También se puede optar por utilizar la técnica de Ferrer y Romero (1995) sobre un modelo ampliado. El problema está en que no se pueden "juntar" en un mismo modelo los efectos calculados por las dos vías.