



UNIVERSIDAD POLITECNICA DE BARCELONA

Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de  
Barcelona

---

T E S I S

para la obtención del grado de

DOCTOR INGENIERO

HIDRODINAMICA DE LOS FLUIDOS NO-NEWTONIANOS.

APLICACION AL DERRAME EN UN MEDIO POROSO.

Dirigido por D. LUIS VIRTO ALBERT  
(Dr. Ing. Ind.)

-BARCELONA-  
Enero de 1976

Realizado por D. MANUEL A. SOLER MANUEL  
(Ing. Ind.)

A N E J O I - A

FLUIDOS NO NEWTONIANOS : CARACTERISTICAS, PARAMETROS  
Y FUNCIONES REOLOGICAS

A N E J O I - A - CORRESPONDIENTE AL CAPITULO I

FLUIDOS NO NEWTONIANOS : CARACTERISTICAS, PARAMETROS Y FUNCIONES REOLÓGICAS.

I.A.1. - INTRODUCCION

Seleccionada la instrumentación necesaria para realizar la caracterización de los fluidos puramente viscosos de carácter no newtoniano, se inició una serie de ensayos sobre diversos tipos de sustancias con el fin de conocer su comportamiento al flujo y luego seleccionar de ellas una, representativa del carácter pseudoplástico que, además de ser fácil de obtener y de reproducir, presentará una buena estabilidad de sus características en el tiempo.

Se estudiaron sustancias diversas, tales como productos alimenticios (leche condensada, zumos y salsas), productos farmaceuticos y cosméticos (pasta dentífrica, suspensiones de aerosil, suspensiones modificadas a base de laurileter sulfato sódico), soluciones poliméricas de uso general (CSA y CMC).

Para esto, se empleó un reoviscosímetro FERRANTI, que permite la obtención directa del reograma y del cual se presenta el estudio en el capítulo de instrumentación.

Por cálculo automático en un computador digital HEWLETT PACKARD, los reogramas obtenidos se ajustaban a los modelos de NEWTON, OSTWALD, ELLIS y STEIGER-ORY.

El proceso seguido es el siguiente :

1. - Obtención del reograma.
2. - Extracción de los datos o nube de puntos del reograma.
3. - Introducción de datos en el ordenador.
4. - Comprobación de los datos mediante listado.
5. - Comprobación de los datos mediante representación gráfica (punto a punto).
6. - Ajuste de la función.
7. - Representación gráfica del ajuste.

Los puntos 4 y 5 sólo se realizaron en una etapa previa para demostrar la bondad de los programas, así como el 7, que sólo sirvió para este estudio inicial.

La diversidad de sustancias empleadas obligaba a cambiar las condiciones de ensayo, lo que no fue necesario ya seleccionada la sustancia representativa del comportamiento pseudoplástico. Este hecho dio lugar a dos bloques de programas: uno para cualquier sustancia y otro para sustancias del tipo dilución polimérica (CMC disuelto y análogos).

A continuación describimos las peculiaridades del proceso seguido.

## I.A.2. - OBTENCION DEL REOGRAMA DIRECTO. CORRECCION

Como hemos dicho, se utilizó un reoviscosímetro cono plato para la obtención directa del reograma.

El reoviscosímetro FERRANTI empleado permite variar los gradientes de velocidad entre 0 y  $17.450 \text{ s}^{-1}$  de manera continua. Puede suspenderse el proceso en cualquier valor intermedio, y alcanzándose el valor máximo - en ocho tiempos diferentes que van desde 10 a 600 s. Los esfuerzos cortantes pueden ser ampliados por la unidad de control en 1,2,3,4, ó 5 antes de la representación gráfica, y estas escalas a su vez admiten ser modificadas tres veces cada una, según se elija el cono a emplear. Se dispone de tres conos.

La representación gráfica queda definida por las constantes propias del cono,  $C_1$  para esfuerzos cortantes y  $C_2$  para gradientes de velocidad, por el número de revoluciones máximo a alcanzar en el ensayo y por las amplificaciones introducidas en el registrador gráfico y en la unidad de control. En el cuadro A.1. se indica el proceso. Nótese que, fijadas las coordenadas máximas de la representación, ya no se debe variar la amplificación en el registrador gráfico, siendo suficiente la variación de los otros parámetros para realizar cualquier ensayo.

Según lo dicho, tenemos que el gradiente de velocidades máximo (fig. A.1.) vale :

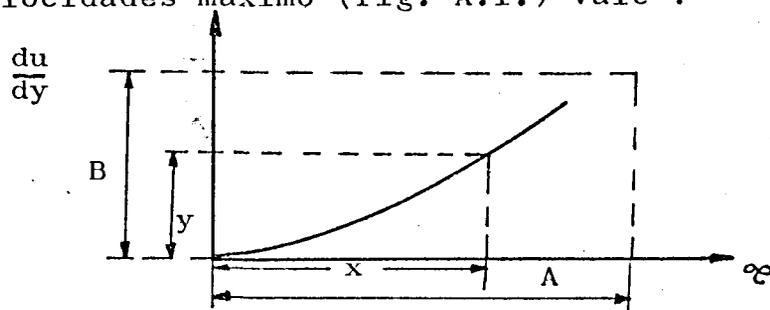
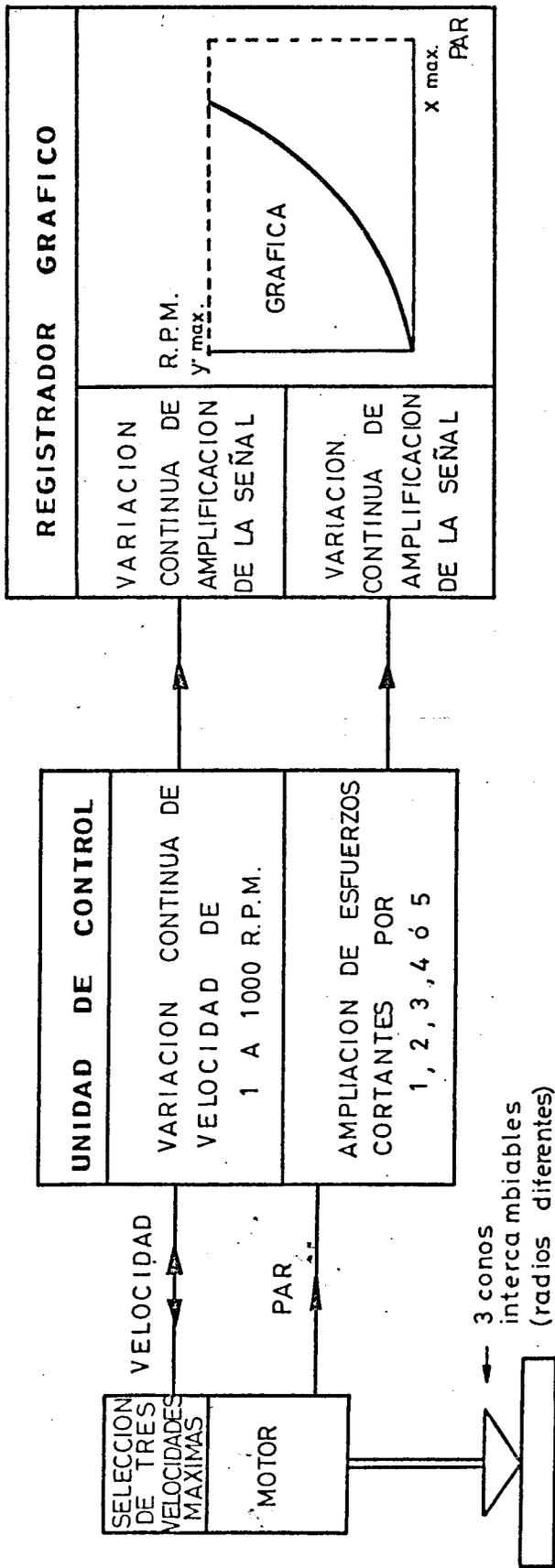


Figura A.1.



CUADRO A - I

$$\left(\frac{du}{dy}\right)_{\max.} = B = \text{r.p.m.} \times C2 \text{ (s}^{-1}\text{)}$$

y el esfuerzo cortante máximo :

$$\tau_{\max.} = A = C1 \times 100 \times \text{Ampliación control} \left(\frac{\text{dinas}}{\text{cm}^2}\right)$$

Según esto, para cualquier punto :

$$\varphi = \alpha \cdot \frac{C_1 \times 100 \times \text{Ampliación}}{A} ; \alpha = \varphi \frac{A}{C_1 \times 100 \times \text{Ampliación}}$$

$$\frac{du}{dy} = \text{r.p.m.} \times C2 \times \frac{y}{B} ; y = \frac{du}{dy} \times \frac{B}{\text{r.p.m.} \times C2}$$

La programación está hecha de manera que se ajustan los valores directos  $\alpha$  e  $y$  o los valores transformados  $\varphi$  y  $du/dy$ , según se quieran obtener resultados relativos a la calidad del ajuste o realizar el ajuste propiamente dicho.

Para los modelos estudiados, tenemos :

$$\text{MODELO DE NEWTON } \alpha = K \cdot y \longrightarrow \varphi = K1 \cdot \frac{du}{dy}$$

$$\varphi \cdot \frac{A}{C1 \times 100 \times \text{Ampliación}} = K \cdot \frac{du}{dy} \frac{B}{\text{r.p.m.} \times C2}$$

luego :

$$K1 = K \frac{B}{\text{r.p.m.} \times C2} \times \frac{C1 \times 100 \times \text{Ampliación}}{A}$$

K valor al ajustar sobre coordenadas gráficas en el programa. Esta corrección de datos se da a través de dos valores :

$$Z_7 = \frac{Z_7}{C_1 \times 100 \times \text{Ampliación}} = \frac{A}{C_1 \times 100 \times \text{Ampliación}}$$

$$V = \frac{V}{Z_1 \times C_2} = \frac{B}{\text{r.p.m.} \times C_2}$$

respectivamente para esfuerzos cortantes y velocidades.

Para el modelo de OSTWALD, tendremos :

$$\tau = y^n \cdot K_1 \longrightarrow \tau = K \left( \frac{du}{dy} \right)^n$$

$$\tau \frac{A}{C_1 \times 100 \times X} = K_1 \left( \frac{du}{dy} \right)^n \left( \frac{B}{\text{r.p.m.} \times C_2} \right)^n$$

X = ampliaciones unidad de control, de donde :

$$K = \left( \frac{B}{\text{r.p.m.} \times C_2} \right)^2 \times \frac{C_1 \times 100 \times X}{A} \quad K_1 = v^n \frac{1}{Z_7} \cdot K_1$$

Para el modelo de STEIGER-ORY :

$$\tau = ay + by^3 \longrightarrow \tau = A_1 \frac{du}{dy} + B_1 \left( \frac{du}{dy} \right)^3$$

$$\tau \frac{A}{C_1 \times 100 \times X} = a \frac{du}{dy} \frac{B}{\text{r.p.m.} \times C_2} + b \left( \frac{du}{dy} \right)^3 \left( \frac{B}{\text{r.p.m.} \times C_2} \right)^3$$

luego :

$$A_1 = \frac{B}{\text{r.p.m.} \times C_2} \times \frac{C_1 \times 200 \times X}{A} \times a = \frac{V}{Z_7} \cdot a$$

$$B_1 = \left( \frac{B}{\text{r.p.m.} \times C_2} \right)^3 \cdot \frac{C_1 \times 100 \times X}{A} \times b = \frac{V^3}{Z_7} \times b$$

Para el modelo de ELLIS :

$$\tau = ay + b y^n \longrightarrow \tau = A_1 \frac{du}{dy} + B_1 \left( \frac{du}{dy} \right)^n$$

$$\varphi \frac{A}{C1 \times 100 \times X} = a \frac{du}{dy} \frac{B}{r.p.m. \times C2} + b \left(\frac{du}{dy}\right)^n \left(\frac{B}{r.p.m. \times C2}\right)^n$$

de donde :

$$A_1 = \frac{B}{r.p.m. \times C2} \times \frac{C1 \times 100 \times X}{A} \times a = \frac{V}{Z7} a$$

$$B_1 = \left(\frac{B}{r.p.m. \times C2}\right)^n \times \frac{C1 \times 100 \times X}{A} \times b = \frac{V^n}{Z7} \times b$$

### I.A.3. - PROGRAMACION

El lenguaje de programación empleado ha sido el BASIC, admitido por el ordenador HEWLETT-PACKARD utilizado.

El BASIC tiene una presentación análoga al - FORTRAN, aunque son más sencillas las entradas y salidas y las operaciones con matrices, contando con sentencias simples para ello.

Estas características, aunadas a la accesibilidad y fácil operatibilidad del HEWLETT - PACKARD, decidieron el empleo de este lenguaje y ordenador que, aunque pequeño, es suficiente para el volumen de datos y cálculos a manejar.

El primer bloque que posibilita el estudio - de cualquier fluido que sea ensayable en el reoviscosímetro FERRANTI, consta de las partes siguientes :

1. - Encabezamiento.
2. - Definición de las constantes del programa en cada ajuste de reograma.
3. - Ajuste del modelo de NEWTON.
4. - Ajuste del modelo de OSTWALD.
5. - Ajuste del modelo de STEIGER-ORY.
6. - Ajuste del modelo de ELLIS.
7. - Bloque de subrutinas para el cálculo de la distancia cuadrática media.

Cada ajuste de modelo viene precedido de una decisión durante la ejecución, pasando el modelo siguiente en caso negativo.

En la parte definidora de constantes del programa se decide si se han de corregirse los datos directos del reograma introducidos y, en caso afirmativo, deben suministrarse las constantes pertinentes. En caso contrario el ajuste se realiza sobre el reograma bruto original.

El segundo bloque tiene definidas siempre las mismas constantes del programa, debiéndose introducir otro si éstas varían. El objeto de este bloque es el estudio sistemático de las características de una cierta sustancia. En el cuadro A.III se representa su esquema general.

Las decisiones sobre el ajuste de un cierto modelo u otro se representan, de forma obligada, para -

eliminar tiempo de operación y obtener el máximo número de resultados, sobre una misma sustancia, para el posterior estudio comparativo.

Las entradas y salidas se modifican según el estudio realizado, el análisis de incidencias de ponderaciones, los valores de los parámetros o la obtención exhaustiva de muchos resultados.

La versatilidad del BASIC permite que todas estas modificaciones se puedan realizar al final de cada ejecución por sustitución, anulación o intercalación de sentencias.

El método de ajuste empleado en todos los casos es el de mínimos cuadrados.

#### I.A.4. - ASPECTOS DEL AJUSTE POR MINIMOS CUADRADOS

##### I.A.4.1. - NUMERO DE PUNTOS EXPERIMENTALES

El método de ajuste, descrito en la parte correspondiente del capítulo I, se aplica a una nube de puntos. Cuando el ajuste de un cierto modelo se logra con un error cuadrático medio admisible, la disminución del número de puntos introducidos como base de cálculo no influye prácticamente en el valor del error. Así, se iniciaron los estudios con 40 puntos, trabajándose posteriormente con 20 y, una vez demostrada la bondad del ajuste, realizarlo con 9 es suficiente.

En el estudio sistemático de un fluido, donde se precisa la confección de gran número de reogramas (del orden de la centenas), esta simplificación reduce mucho el tiempo dedicado a la explotación de resultados experimentales.

#### I.A.4.2. - PONDERACION

En el estudio de curvas planas, la línea recta es la que menos dificultad presenta al ajuste.

Por transformación de la relación  $y : f(x)$  para  $Y = \psi(y)$  e  $X = \varphi(x)$ , se llega a relaciones de la forma :

$$\begin{aligned} \psi(y) &= A \varphi(x) + B \\ Y &= A X + B \end{aligned}$$

relaciones linealizadas o formas linealizadas.

Esta transformación supone el paso del plano  $z$ , de  $(x,y)$ , al plano  $Z$ , de  $(X,Y)$ , estableciéndose una transformación biunívoca entre cada punto de  $x$  y de  $Z$  (fig. A.2.)

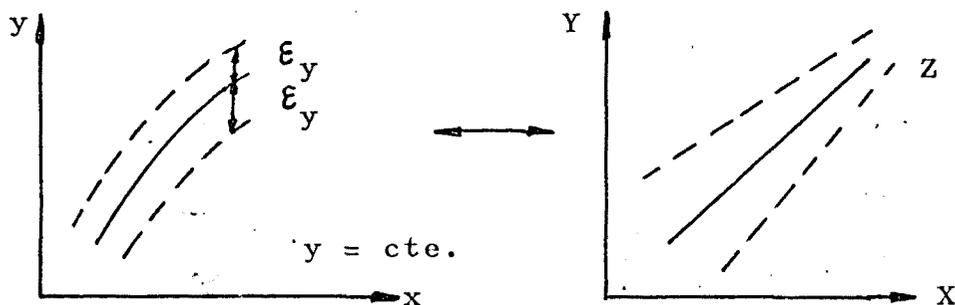


Figura A.2.

Según las hipótesis enunciadas para el método de los mínimos cuadrados en el plano Z, que da la representación directa de los resultados de las medidas, - la banda de error tiene una anchura de  $2 \epsilon_y$ .

En el plano Z, la banda de dispersión sufre una anamorfosis de la línea mediana  $Y = \Psi(y)$  del valor de la ordenada, según la relación :

$$\delta_Y = \frac{\delta_y}{\delta y} \delta y$$

La anchura  $\delta_Y$  de la banda de dispersión en el plano Z experimental, respecto a  $\delta_y$ , una distorsión proporcional a  $\delta_Y / \delta y$ , variable en función del punto - considerado. Para evitar esto, es suficiente afectar a - las distancias  $\delta_Y$  con factores de corrección proporcionales al inverso de :

$$Y' = \frac{\delta_y}{\delta_Y}$$

es decir, que en la forma matricial la ponderación ha de ser :

$$p_i = \frac{1}{Y'^2} = \frac{1}{\left(\frac{\delta_Y}{\delta_y}\right)^2}$$

para obtener la distancia cuadrática media.

En caso de que la linealización sea logarítmica (OSTWALD), se observa una sensible mejora si el - muestreo de puntos, datos del ajuste, se realiza según - una distribución del mismo estilo, obteniéndose entonces, una distribución, en el plano logarítmico de la anamorfosis, más repartida y teniendo entonces igualdad de peso

todos los puntos en el momento del ajuste; también disminuye así la incidencia de los altos gradientes de velocidad (fig. A-3 indica los puntos de muestreo), poco empleados normalmente, y se incide sobre la parte de gradientes medios.

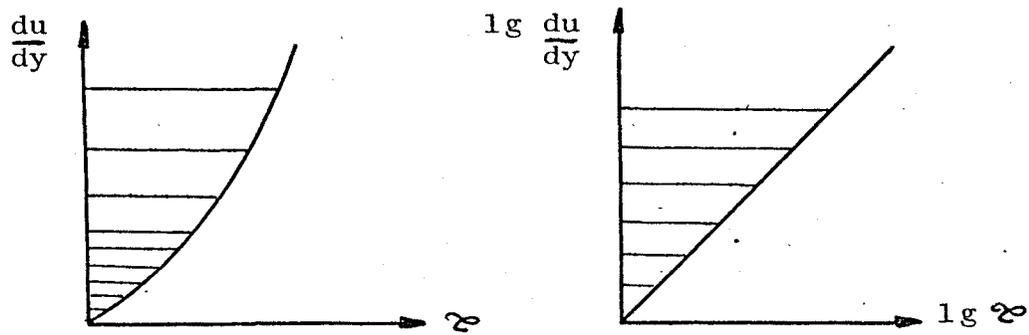
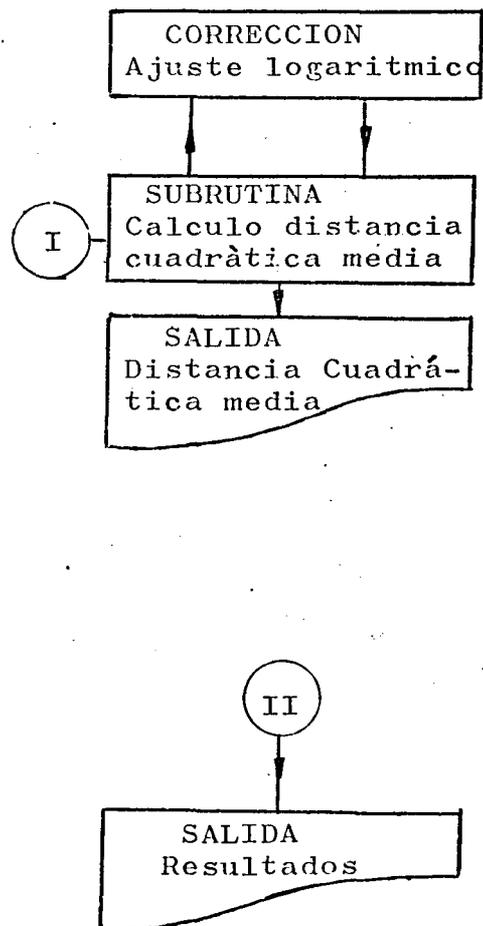
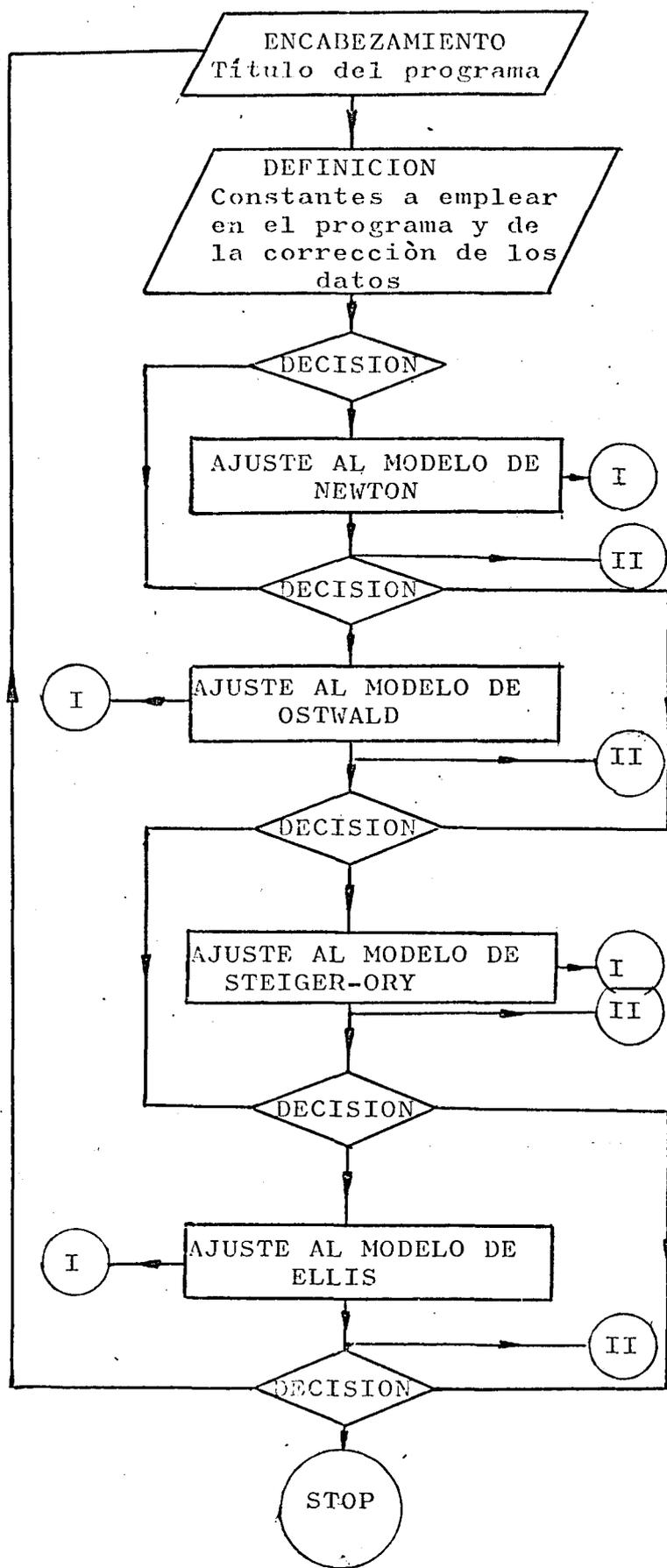


Figura A.3.

Así, los puntos muestreados han sido los de 50, 100, 150, 200, 300, 400, 500, 700, 1000 r.p.m.



CUADRO A-II  
=====

```

2 PRINT
3 PRINT
10 PRINT YAR(15);"AJUSTE DE LEYES REOLOGICAS"
15 DIM A(2,2),R(2),C(2),D(2,2)
20 PRINT
25 LET Z=1
26 LET A1=1
30 LET V=1
35 PRINT "PRODUCTO (TEMP. CONC.)";V
36 INPUT Z
40 REM VELOCIDAD MAXIMA RPM
41 LET Z1=1000
45 REM CONO GRANDE
50 REM FACTOR DE ESCALA X=1
51 LET Z3=1
52 REM NUM DE PUNTOS EXPERIMENTALES 9
56 LET NEG
66 PRINT "T MAY. EN MM.";V
69 INPUT Z7
70 REM COEF DE CONO DE T
71 LET C1=24.8
72 LET Z7=77/(C1*100*Z3)
73 PRINT "R.P.N. MAY. EN MM.";V
74 INPUT V
75 REM COEF DE CONO DE V
76 LET C2=17.45
77 LET V=V/(Z1*C2)
150 PRINT
160 PRINT "NEWTON";
220 LET S=1
240 FOR I=1 TO N
260 READ X,Y
280 LET S=S+X*Y
300 LET T=T+Y^2
320 NEXT I
340 LET K=S/T
350 LET K1=K*V/Z7
360 PRINT TAB(15);"K=";K1
395 GOSUB 3500
400 PRINT
420 PRINT "OSTWALD";
461 PRINT "ORDENADA EXPERIMENTAL MINIMA";
462 INPUT N3
485 MAT A=ZER
473 MAT C=ZER
475 LET A(1,1)=N
480 FOR I=1 TO N
500 READ X,Y
520 IF V=5 THEN 560
530 LET A(1,1)=A(1,1)+1
540 GOTO 540
560 LET A(1,2)=A(1,2)+LOG(Y)
580 LET A(2,2)=A(2,2)+LOG(Y)^2
620 LET C(1)=C(1)+1.0/(X)
620 LET C(2)=C(2)+LOG(X)+1.0/(Y)
640 NEXT I
660 RESTORE
680 LET A(2,1)=A(1,2)
700 MAT D=INV(A)
720 MAT R=D*C
730 LET P=-Y*(R(1)+K*V/X^2)+Z7
740 PRINT TAB(15);"K=";K1;"/V/X^2";B(2)

```

Listado del programa de ajuste de los reogramas a las leyes reológicas de :    NEWTON  
                           OSTWALD  
                           STEIGER-ORY  
                           ELLIS

Características :   Entrada de datos y salida de resultados por teletipo.  
                           Datos x e y.

```

4030 LET X1=EXP(H(1))+R(2)+LOG(Y))
4040 IF J#3 THEN J#4
4050 LET X1=B(1)+V+R(2)+YAE
4060 RETURN
9000 DATA 44,20,70,40,90,60,107,83,120,100
9030 DATA 132,120,141,140,150,160,160,180
9999 END

```

```

750 LET J=2
755 GOSUB 3000
760 PRINT
765 PRINT "STEREOP ORY"
830 LET A=PI/3
840 GOTO 1070
850 LET A1=B(1)+V/77
860 LET A2=B(2)+V/77
870 LET J#3
875 GOSUB 3000
880 PRINT
890 GOTO 1000
900 PRINT "ELLIP"
920 PRINT M
930 LET A1=1
940 IF M#1 THEN 9030
1070 LET A=PI
1080 GAT A=2*PI
1090 GAT A=2*PI
1100 GAT A=2*PI
1110 GAT A=2*PI
1120 LET A(1)=A(1,1)+YAE
1130 LET A(2)=A(2,1)+YAE(E+1)
1140 LET A(2)=A(2,2)+YAE(2+E)
1150 LET A(1)=C(1)+Y*Y
1160 LET A(2)=C(2)+Y*(YAE)
1200 GAT I
1210 RESTOP
1220 GAT M=V*(A)
1230 GAT M=V*(C)
1240 LET M=2*PI
1250 GAT I=1 TO N
1260 GAT V=V
1310 LET RES=LOG(Y)+LOG(ABS((X-R(1)+Y)/B(2)))
1320 LET T=LOG(V)/A2
1330 GAT I
1340 RESTOP
1350 PRINT
1410 IF J#3 THEN 845
1420 PRINT "M"
1430 IF ABS(E1-F)>1.00000E-02 THEN 1070
1440 PRINT
1450 LET K1=B(1)+V/77
1460 LET K2=B(2)+V/77
1470 PRINT T*(H(15))*K1+K2+V/XA*E
1480 GOSUB 3000
1490 STOP
3000 LET M#1
3010 RESTOP
3020 FOR I=1 TO N
3030 GAT V=V
3040 LET M=V*(A-XI)/A2
3050 LET M=V*(H(15))
3060 PRINT "INSTANCIA CUADRATICA MEDIA=";J
3070 GAT I
3080 IF J#1 THEN 4120
4110 LET X1=V
4120 IF J#2 THEN 4140

```

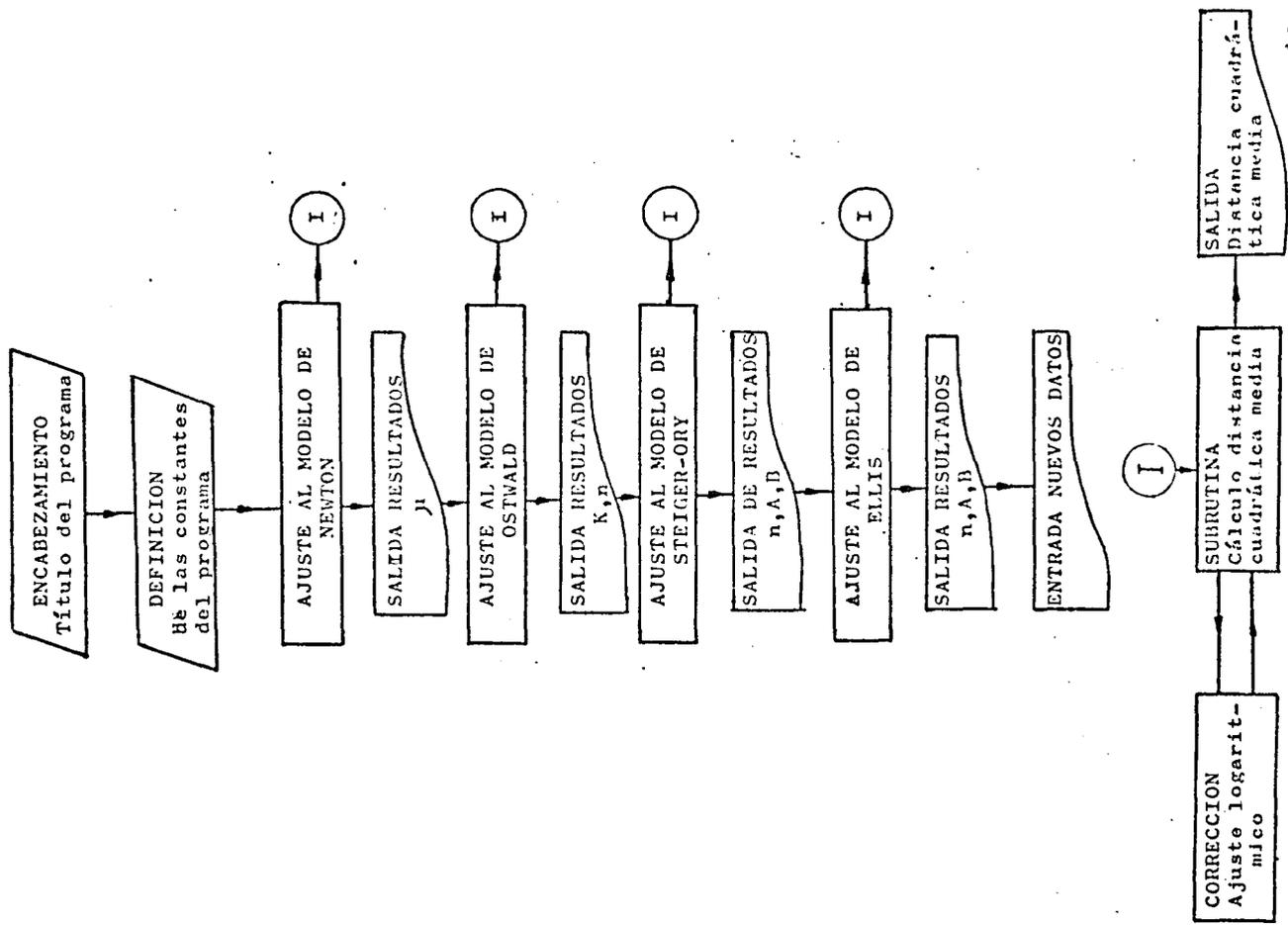
Listado del programa de ajuste de los reogramas a la ley reológica de : OSTWALD.

Características : Entrada de datos y salida de resultados por teletipo.

Da resultados auxiliares.

Perforación de datos en cinta.

Datos x e y.



```

2 PRINT
3 PRINT
10 PRINT TAB(15);"AJUSTE DE LEYES REOLOGICAS"
15 DIM A(2,2),B(2),C(2),D(2,2),E(9)
20 PRINT
25 LET Z=1
30 LET K=1
35 PRINT "PRODUCCION"
38 PRINT "CONCENTRACION"
41 LET T=10.0
45 LET C=1.0
51 LET T=1
55 LET N=0
58 LET T=1
60 LET T=1
65 LET T=1
70 LET T=1
71 LET T=1
72 LET T=1
73 LET T=1
74 LET T=1
75 LET T=1
76 LET T=1
77 LET T=1
100 PRINT
102 LET T=1
105 LET T=1
110 LET T=1
115 LET T=1
120 LET T=1
125 LET T=1
130 LET T=1
135 LET T=1
140 LET T=1
145 LET T=1
150 LET T=1
155 LET T=1
160 LET T=1
165 LET T=1
170 LET T=1
175 LET T=1
180 LET T=1
185 LET T=1
190 LET T=1
195 LET T=1
200 LET T=1
205 LET T=1
210 LET T=1
215 LET T=1
220 LET T=1
225 LET T=1
230 LET T=1
235 LET T=1
240 LET T=1
245 LET T=1
250 LET T=1
255 LET T=1
260 LET T=1
265 LET T=1
270 LET T=1
275 LET T=1
280 LET T=1
285 LET T=1
290 LET T=1
295 LET T=1
300 LET T=1
305 LET T=1
310 LET T=1
315 LET T=1
320 LET T=1
325 LET T=1
330 LET T=1
335 LET T=1
340 LET T=1
345 LET T=1
350 LET T=1
355 LET T=1
360 LET T=1
365 LET T=1
370 LET T=1
375 LET T=1
380 LET T=1
385 LET T=1
390 LET T=1
395 LET T=1
400 LET T=1
405 LET T=1
410 LET T=1
415 LET T=1
420 LET T=1
425 LET T=1
430 LET T=1
435 LET T=1
440 LET T=1
445 LET T=1
450 LET T=1
455 LET T=1
460 LET T=1
465 LET T=1
470 LET T=1
475 LET T=1
480 LET T=1
485 LET T=1
490 LET T=1
495 LET T=1
500 LET T=1
505 LET T=1
510 LET T=1
515 LET T=1
520 LET T=1
525 LET T=1
530 LET T=1
535 LET T=1
540 LET T=1
545 LET T=1
550 LET T=1
555 LET T=1
560 LET T=1
565 LET T=1
570 LET T=1
575 LET T=1
580 LET T=1
585 LET T=1
590 LET T=1
595 LET T=1
600 LET T=1
605 LET T=1
610 LET T=1
615 LET T=1
620 LET T=1
625 LET T=1
630 LET T=1
635 LET T=1
640 LET T=1
645 LET T=1
650 LET T=1
655 LET T=1
660 LET T=1
665 LET T=1
670 LET T=1
675 LET T=1
680 LET T=1
685 LET T=1
690 LET T=1
695 LET T=1
700 LET T=1
705 LET T=1
710 LET T=1
715 LET T=1
720 LET T=1

```

```

730 LET K=EXP(B(1))
735 LET K=K*(VAR(2))**77
740 PRINT TAB(15);"K=";K;"V/X=";V/B(2)
750 LET J=2
755 GOSUB 3500
760 PRINT "VALORES AUXILIARES"
780 PRINT "LOG K=";
830 PRINT "LOG K=";
840 PRINT "LOG(K)";
845 PRINT "K/M=";
850 LET A1=K/M
860 PRINT K1
870 PRINT "LOG K/M=";
875 PRINT "LOG(K1)";
880 PRINT "1-N=";
890 LET M1=1-5(2)
900 PRINT M1
920 PRINT "1/T=";
930 LET T2=1/T1
940 PRINT T2
3490 STOP
3500 LET D=2
3505 RESTORE
3510 FOR I=1 TO N
3520 READ X,Y
3525 GOSUB 4000
3530 LET D=D*(X-X1)**2
3540 NEXT I
3550 LET D=SQR(D/M)
3560 PRINT "DISTANCIA CUADRATICA MEDIA=";D
3570 RESTORE
3990 RETURN
4000 IF J=1 THEN 4020
4010 LET Y1=K*X
4020 IF J=2 THEN 4040
4030 LET Y1=EXP(M(1)+R(2)*LOG(X))
4040 IF J=3 THEN 4060
4050 LET Y1=R(1)*Y+R(2)*YAE
4060 RETURN
9000 DATA 1,1,2,2,3,3,4,4,5,5
9900 DATA 0,0,7,7,8,8,9,9
9999 END

```

A N E J O    I I - A

TECNICAS DE CARACTERIZACION DE LOS FLUIDOS NO-NEWTO  
NIANOS.

INSTRUMENTACION

A N E J O    I I - A    -    C O R R E S P O N D I E N T E    A L    C A P I T U L O    I ILOS FLUIDOS ESTUDIADOSII.A.1. - INTRODUCCION

Dentro de la gran gama de productos de comportamiento no newtoniano se seleccionan las soluciones acuosas de CMC (Carboximetilcelulosa sódica) para realizar todo el estudio hidrodinámico. Con anterioridad al CMC se efectuó un estudio de caracterización con soluciones de POLYOX (óxido de etileno) que fundamentalmente sirvió para el conocimiento previo de la instrumentación junto con otros fluidos de carácter newtoniano.

Estos productos cumplen los objetivos de :

- a) - comportamiento pseudoplástico marcado (diferenciado)
- b) - muy utilizados en la industria.

II.A.2. - CARACTERISTICAS DEL POLYOX2.1. - GENERALIDADES

El POLYOX es un polímero de alto peso molecul

lar, formado a partir de óxido de etileno. Es no iónico (homopolímero), de peso molecular entre cientos de miles y cinco millones y aún más.

Es una resina de carácter termoplástico y soluble en agua. Los films que forma son flexibles, duros y resistentes a muchos aceites y grasas. Es compatible con varios disolventes orgánicos, detergentes y con las concentraciones bajas de electrolitos, la descomposición biológica es muy baja.

Las propiedades del POLYOX en disoluciones acuosas presentan interés en la investigación de sistemas coloidales.

El POLYOX, como termoplástico, es extrusionado, moldeado, fundido en láminas y films. El cristal polímero tiende a orientarse en la dirección de la extrusión.

Puede combinarse para la formación de ureas, ácidos, acrílicos, yodina, etc.

## 2.2. - PREPARACION Y QUIMICA

En presencia de un catalizador y en una solución líquida orgánica, el óxido de etileno da el POLYOX. El producto es granular, duro, soluble en agua y de alto peso molecular.

Las cadenas del polímero son lineales y largas, con suficiente movilidad, formando un agregado cristalino de gran tamaño (grado de cristalización mayor del 95%). Los hidrógenos del POLYOX, poliéter, forman puentes con el agua, por lo que su energía de disolución es más baja que la de otros polímeros. La relación solubilidad-temperatura es inversa y el grado de pseudoplasticidad, elevado. Estos puentes de hidrógeno permiten la asociación con resinas fenólicas, ácidos minerales, alógenos, ureas y ácidos sulfónicos.

Los productos típicos de la gama de los POLYOX son el WSR, de alta energía de disolución en agua, y el WSR N, de solubilidad mayor, dando viscosidades menores y permitiendo altas concentraciones de resina.

Las variedades empleadas han sido el POLYOX WSR 301, de peso molecular  $4 \cdot 10^6$ , y que presenta una viscosidad aparente entre 15 y 35 poises para una concentración del 1% a 25 °C. La otra variedad, el POLYOX COAGULANT, tiene un peso molecular mayor de  $5 \cdot 10^6$  y, en las mismas condiciones, su viscosidad aparente es superior a 40 poises.

Las características físicas de estas propiedades son :

Punto de fusión	$65 \pm 2$ °C.
Peso específico	1,21 gr/cm <sup>3</sup> .
Contenido en humedad	<1 %.
Contenido en cenizas (CaO)	0,3 ± 0,8 %
Calor de fusión	33 cal/gr.
Tamaño de partícula	98 % (10 mesh)*

\*U.S. Bureau of Standards Steve Series.

### 2.3. - PROPIEDADES

Absorción de humedad : Es relativamente resistente a la absorción de la humedad atmosférica.

Toxicología : La disolución acuosa por vía oral es poco tóxica. La resina no irrita la piel. La disolución acuosa al 5% causa inflamación en los ojos.

Solubilidad : Miscible en agua en todas proporciones. Soluble en algunos disolventes orgánicos.

Estabilidad : El peso molecular del POLYOX, sólido fundido a disuelto, puede reducirse por oxidación y acción mecánica. La viscosidad disminuye - siendo más variables las variedades WSRN.

Al oxidarse puede formar peróxidos, que, si son de bajo peso molecular y concentrados, - pueden ocasionar explosiones, reducen el grado de polimerización escindiendo la cadena ; posible formación de hidroperóxidos que dan radicales libres que rompen la cadena.

La oxidación está favorecida por la luz y - los iones metálicos. Se pueden añadir anti-oxidantes.

#### 2.4. - SOLUCIONES DE POLYOX

Al preparar las soluciones, las superficies del polimero absorben el solvente, volviéndose cohesivas las partículas, aglomerándose por contacto y formando flóculos. Este fenómeno dura entre 2 y 5 minutos, durante los cuales se requiere una agitación más continua para mantener las partículas separadas y sin flocular, ya que se disuelve la superficie de las partículas formando una protección viscosa, que no permite el contacto entre ellas. Luego de esto, el carácter viscoso de la solución crece rápidamente. El proceso de disolución total puede durar de 30 minutos a 2 horas y más.

No convienen agitadores de alta cizalladura, pues degradan el polímero.

Las soluciones tienen un alto grado de seudoplasticidad y, para concentraciones mayores del 5%, un carácter marcadamente pseudoplástico. La viscosidad aparente es función de la concentración, de la cizalladura, de la temperatura, del pH, de las sales presentes y de la concentración de éstas.

La viscosidad aparente está determinada por el solvente y alterada por la cadena del polímero. La asociación de agua a la cadena del polímero aumenta el volumen de ésta. Estos puentes de hidrógeno producen distorsiones locales en la cadena.

A bajas concentraciones, el fenómeno es prácticamente conocido, presentándose disminuciones de la fricción del agua, posible disminución de la turbulencia, hasta valores de un 80%.

## II.A.3. - CARACTERISTICAS DEL CMC

### 3.1.- GENERALIDADES

La carboximetilcelulosa sólida CMC se expende con un grado de pureza mayor del 99,5%, siendo un polímero derivado de la celulosa, no iónico, soluble en agua. Actúa como ligante, estabilizante, protector coloidal y dispersante de soluciones. Forma films resistentes a las grasa, aceites y disolventes orgánicos. Su disolución en agua caliente o fría es rápida. Muy utilizada en la fabricación de alimentos y fisiológicamente inerte. - Es un polielectrolito no iónico.

Su campo de aplicación, dadas sus propiedades se situa en la industria alimentaria, farmacéutica, cosmética, lavados, textil, papel, petróleo, detergentes, sondeos, etc., fabricándose en tres calidades : la standard, la farmaceutica y la alimenticia.

### 3.2. - PREPARACION Y QUIMICA

La reacción del monoacetato sódico con la celulosa alcalina (resultado esta de sustituir el grupo OH de la celulosa por grupos  $-\text{CH}_2\text{COOH}$ ) da lugar a este polímero (fig. A.1.1.).

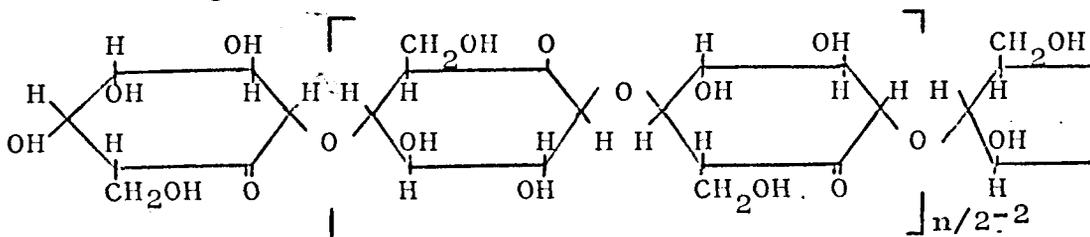


Figura A.1.1

La unidad de la molécula de la celulosa - (fig. A.1.1.) es un par de anillos de anhidroglucosa que está polimerizada en grado n.

Cada anhidroglucosa tiene tres grupos hidróxidos capaces de reaccionar (fig. A.1.1.). Estos grupos sustituyen el hidrógeno por grupos carboximéticos (monocloroacetato de sodio).

Celulosa sódida +  $\text{ClCH}_2\text{COONa} \longrightarrow \text{CMC} + \text{ClNa}$ . -  
La forma de la molécula viene en la fig. A.2.2.

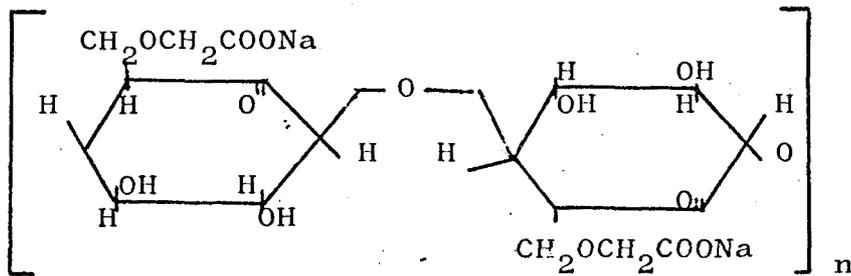


Figura A.2.2.

El grado de sustitución es la relación entre los grupos carboximéticos que son sustituidos por grupos de anhidroglucosa; siendo por lo tanto como máximo - de valor tres. Del grado de sustitución dependen las características de solubilidad, así como de la polimerización alcanzada en la molécula. Ambos dan una variación - del peso molecular que, al crecer, hace aumentar la viscosidad de las soluciones.

La variedad empleada es la de máximo grado - de sustitución comercial, entre 1,20 y 1,40, y denominada 12 y de viscosidad de tipo medio MB (unos 8 poises para una concentración del 2% a 25 °C), para alimentación (12 M 8 F). La granulometría de esta variedad es :

retención	1%	30 mesh
	5%	40 mesh

Las características físicas son :

Temperatura de carbonización	252 °C
Densidad	0,75 g/cm <sup>3</sup>
Contenido de humedad	< 3 %

### 3.3. - PROPIEDADES

Absorción de humedad : Relativamente resistente a la absorción de la humedad atmosférica.

Toxicología : No es tóxica y es fisiológicamente inerte. No es irritante no sensibilizante. Su definición y aplicación a la alimentación vienen definidas por diversos organismos : F.P.A.\*, F.A.O.\*, W.M.O.\* Su utilización está autorizada en pastelería, quesos, pasteurizaciones de carnes, frutos y vegetales, cremas de alimentos diversos, helados, leches condensadas, sobres de condimentos, aditivos alimenticios, jamones, zumos de frutas, sodas, etc. También es admitido su empleo en la industria farmacéutica U.S.P.\*

---

\* Federal Department of Agriculture.

\* Food and Agriculture Organization

\* World Health Organization

\* U.S. Pharmacopeia

**Solubilidad** : Es soluble en agua fría o caliente con tendencia a aglomerarse formando flóculos. No es soluble en líquidos orgánicos. Sí lo es en mezclas de agua y solventes orgánicos solubles en agua (etanol, acetona).

**Estabilidad** : Resiste bien los ataques de los microorganismos, aunque no es inmune. El tratamiento al calor destruye los microorganismos no afectados al CMC. Las soluciones al degradarse pierden viscosidad. Las enzimas aceleran la degradación. Se pueden añadir elementos que retarden o preserven la degradación y que sean permitidos en la posterior utilización del CMC. El pH y las temperaturas altas producen una degradación química de las soluciones, con pérdida de viscosidad por escisión de la cadena del polímero. En ambiente básico y presencia de oxígeno, también se produce la degradación, que puede ser acelerada por la luz ultravioleta.

**Compatibilidades** : Es compatible en solución con polímeros no iónicos solubles en agua. La compatibilidad con sales, proteínas y carbohidratos depende de otros muchos factores. Con las sales es estable, si forma sales de CMC solubles (en general, los cationes monovalentes, y no admite los cationes trivalentes). El pH, la concentración de la sal, el grado de sustitución del CMC y el método de preparar la solución influyen (primero, CMC y, luego, -

disolver la sal). Los cationes trivalentes - pueden producir el paso a gel. Las proteínas insolubles pueden solubilizarse con CMC (función del pH, grado de sustitución). Los carbohidratos empleados en la industria alimentaria tienen unas propiedades diferentes en presencia del CMC : aumental su viscosidad, retardan la cristalización y reducen el tamaño de los cristales y la evaporación.

No se describe las propiedades de los films de CMC preparados a partir de soluciones de CMC por evaporación del agua y también empleados en los adhesivos, cosméticos, pinturas, alimentos, papel, formación, textiles y otras, (litografía, cerámica, insecticidas, etc).

#### 3.4. - SOLUCIONES DE CMC

Para preparar las soluciones de CMC se debe dispersar el polvo en el agua para que no queden adheridos los granos unos a otros y disolver estas partículas ya mojadas. Industrialmente se emplean varios métodos - (vórtex, suspensión en un líquido miscible en agua, etc.) los gradientes de velocidades han de ser elevados.

El tamaño de las partículas, que ha de ser lo menor posible, el grado de sustitución alto y el peso molecular bajo favorecen la disolución.

El comportamiento es pseudoplástico y depende del método de preparación, de la concentración, de la temperatura, del peso molecular. Se muestra estable a los esfuerzos de cortadura en el tiempo.

El comportamiento pseudoplástico viene de la orientación que sufren las moléculas en la dirección del flujo.

Se obtiene un comportamiento tixotrópico si quedan flóculos (falta de transparencia) o si se produce gelificación. Algunas modalidades de CMC producen tixotropía.

En condiciones normales, las variedades de CMC, presentan variaciones de la viscosidad con la temperatura que son idénticas a las de cualquier líquido, teniendo también un carácter reversible. La irreversibilidad se presenta por degradación.

La viscosidad aumenta levemente al disminuir el pH.

Si la solución contiene CMC y otros solutos, el comportamiento es análogo al que tendría sólo con CMC.

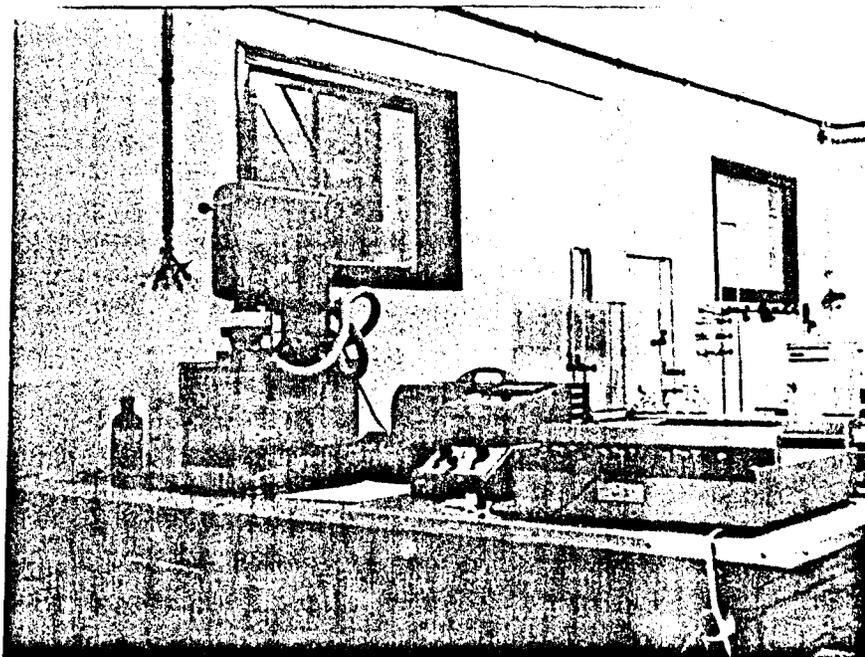
A N E J O    I I - B

## II.B - EL VISCOSIMETRO CONO-PLATO FERRANTI

II.B.1.1. - DESCRIPCION GENERAL

En la figura B.1. aparecen las unidades que componen el reoviscosímetro FERRANTI empleadas para la - caracterización de los fluidos no-newtonianos. Consta de:

1. - Unidad de medida.
2. - Unidad indicadora.
3. - Unidad amplificadora.
4. - Unidad de control y enlace.
5. - Unidad de control de la distancia cono-plato.
6. - Unidad de registro gráfico.
7. - Unidad de termostatado.



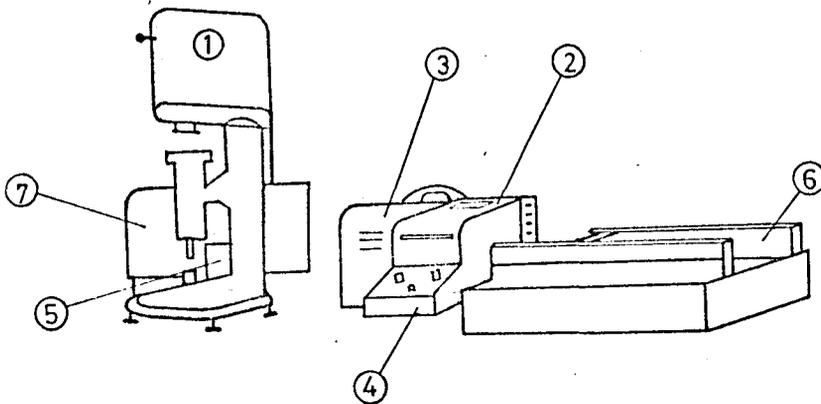


Figura B.1.

La muestra de fluido se coloca entre el cono y el plato, tocando el vértice del cono al plato, lugar donde es cizallada al girar el cono.

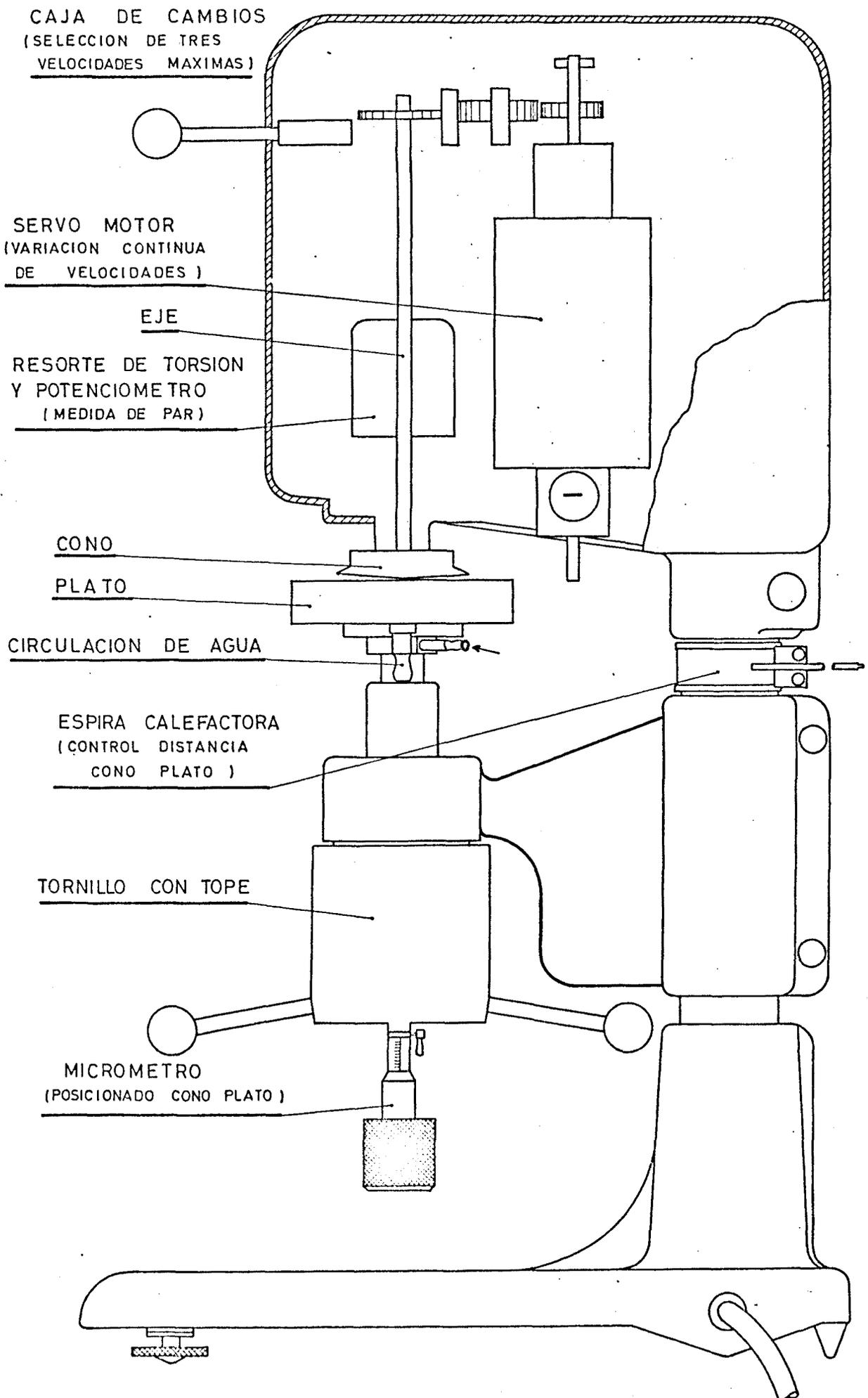
El cono se acciona con un motor de velocidad variable a través de un dinamómetro potenciométrico que da una señal eléctrica proporcional al momento originado por las fuerzas viscosas al girar el cono.

La señal eléctrica se transmite al dial de la unidad indicadora o a la unidad de registro gráfico.

### 1.2. - UNIDAD DE MEDIDA

En la figura B-2 se muestra el conjunto de la unidad de medida.

El motor, a través de la caja de cambios, que selecciona tres escalas de velocidades 1.000, 100 y 10 - R.P.M. como valor máximo, transmite el movimiento de gi-



ro al cono por medio de un resorte de torsión que, en su deformación, recorre un potenciómetro toroidal, dando una señal eléctrica proporcional al momento opuesto al giro del cono por el fluido y que deforma el resorte.

La señal eléctrica es lineal y pasa a la unidad de medida para ser utilizada.

La distancia cono plato se modifica con la - ayuda del micrómetro, de forma que el cono quede con su vértice próximo al plato. Este acercamiento permite el - paso de una corriente dando una señal proporcional a la separación cono plato y que puede apreciarse en el dial de la unidad indicadora. Fijada la distancia a su valor correcto, el tornillo con tope permite separar el cono y el plato para limpieza y cambio de muestra con posterior acercamiento, conservando la distancia antes fijada. La unidad de control de la distancia cono plato mantiene a ésta en función de la anterior señal eléctrica, calentando la columna de la unidad de medida por medio de una espira calefactora (error 0,0001 pulgada en el valor de la distancia).

El plato lleva en su interior un juego laberíntico por donde pasa el líquido de termostato del - equipo. Para trabajar a altas temperaturas está prevista la refrigeración del eje por aire y, a temperaturas normales, se refrigera la base del plato con agua a temperatura ambiente, con el fin de evitar dilataciones que puedan modificar en forma considerable la distancia cono - plato.

El plato dispone de tres termopares que pueden determinar la distribución de temperaturas, según un radio, en el interior de la muestra, con la ayuda de un potenciómetro exterior.

En el eje del servomotor, se detecta la velocidad de éste al producir la dinamo taquimétrica una señal eléctrica proporcional a aquella. La señal pasa a la unidad de control para que modifique la velocidad de giro si fuera necesario o deseable.

### 1.3. - UNIDAD AMPLIADORA

En esta unidad se genera la corriente continua para el servomotor y se mantiene la velocidad de éste independientemente del par opuesto por la viscosidad del fluido.

La unidad alimenta parte del equipo.

### 1.4. - UNIDAD INDICADORA

Esta unidad recoge la señal mandada por el potenciómetro toroidal de la unidad de medida y la reproduce en un dial para visualización, siendo la indicación directamente proporcional a la viscosidad aparente. La -

unidad permite modificar la escala de medidas del par - opuesto por el fluido, multiplicándose por 1,2,3,4, ó 5 (variación de la sensibilidad).

En la unidad indicadora está parte del control del equipo. En ella se encuentra el potenciómetro - que, con un recorrido de 3.600 grados, varía de forma - continua la velocidad del motor entre 0 y 1.000 R.P.M.

En ella también se aprecia la señal de distancia como plato y se verifica el movimiento nulo del - motor antes de iniciar las medidas.

#### 1.5. - UNIDAD DE CONTROL Y ENLACE

Esta unidad controla y selecciona el tiempo transcurrido desde el arranque del motor hasta alcanzar la velocidad máxima dada por la unidad indicadora. Se - consigue un crecimiento lineal de la velocidad con el - tiempo hasta alcanzar el valor deseado.

Los tiempos de "aceleración" son de 10,20,40, 60,120,240,480 y 600 s., trabajando también de igual manera de "deceleraciones", lo que permite el trazado del reograma en un tiempo predeterminado.

También se consigue pasar a la velocidad máxima prevista o anular la existente en el tiempo de un - segundo y realizar ensayos a velocidad constante, dando la variación del par en el tiempo (tixotropía).

1.6. - UNIDAD DE CONTROL DE LA DISTANCIA  
CONO PLATO

Posicionando el cono y el plato manualmente, esta unidad mide la variación de la distancia entre ambos y la mantiene la original con una precisión superior a - la milésima de pulgada.

Cuando el cono y el plato varían sus posiciones, esta unidad actúa sobre una espira calefactora que envuelve la columna de la unidad de medida, calentándola y produciendo una dilatación que compensa el acercamiento detectado.

1.7. - UNIDAD DE REGISTRO GRAFICO

Consta de un registrador BRYANS, X, Y1, Y2, con base de tiempos. En esta unidad se grafía el reograma del fluido dentro del campo de velocidades programado y según el tiempo seleccionado (hace subida y bajada a - la velocidad máxima en el doble de este tiempo).

Las características del aparato son :

Equipo básico :

Velocidad de registro máxima	125 cm/s.
Aceleración máxima admisible	3.400 cm/s <sup>2</sup> .

Equipo preamplificador :

Rechazo 120 dB  
 Impedancia de entrada infinita.  
 sensibilidad de 50 uV/cm a 10 V/cm en 17 escala

Equipo base de tiempos :

Velocidades de 0,05 s/cm a 50 s/cm en 9 pasos  
 Precisión 1 %.

#### 1.8. - ACCESORIOS Y COMPLEMENTOS

Se dispone de un juego de 6 conos, 3 con el vértice cortado para trabajos con partículas en suspensión.

Las dimensiones de estos conos son :

	Radio cm.	Angulo Normal	Angulo sin vértice.
Grande	3,5	20'46"	21'57"
Medio	2,0	20'21"	31'51"
Pequeño	1,0	23'20"	19 4'51"

Estas dimensiones permiten trabajar con muestras menores o semejantes a  $0,5 \text{ cm}^3$  y cubrir, junto con las ampliaciones de escala posibles en la unidad de control, un vasto campo de viscosidades (aproximadamente de 0 a 10.000 poises), alcanzando esfuerzos cortantes de  $500.000 \text{ dinas/cm}^2$  y gradientes de velocidad de hasta  $17.000 \text{ s}^{-1}$ .

El aparato dispone de un anillo de protección del cono plato para el caso de fluidos volátiles y para altas temperaturas de trabajo, que impide la degradación de la muestra por evaporación.

Un equipo desmontable de disparo posibilita estudiar la recuperación, en el tiempo, de la deformación de una sustancia, al cesar el esfuerzo cortante aplicado.

Se dispone de un ultratermostato MECHANIK - PRUF GERATE MEDINGEN Tipo U10 con un alcance de temperaturas de -60 a 300 °C, capacidad del baño 12 litros, exactitud de regulación  $\pm 0,02$  °C entre +15 y 80 °C, capacidad de circulación de la bomba 6 l/min. (aspiración 1 m. c.d.a., impulsión 2,5 m.c.d.a.), capacidad de calefacción hasta 1.200 W en cuatro escalas.

ANEJOS AL CAPITULO III

A N E J O    I I I - A

## PLANTEAMIENTO DEL ESTUDIO    -    REOGRAMA UTILIZADO

La explotación de los reogramas directos obtenidos en el reoviscosímetro FERRANTI se ha realizado a partir de un programa modificado de los introducidos en el estudio del capítulo I.

El ajuste se hace, de igual manera que en las anteriores, por el método de los mínimos cuadrados sobre una representación logarítmica de los puntos experimentales, sacados de los reogramas primitivos, a una ley de OSTWALD.

El programa permite en cada pasada la definición de las características del fluido, concentración, temperatura y tiempo (sentencias 32,34,36). También la modificación de las condiciones de ensayo, velocidad máxima, factor de escalas de esfuerzos cortantes, número de puntos experimentales y coeficiente de los conos empleados, así como límites de la representación gráfica (sentencias 41,51,56,69,71,74).

Las sentencias 9.000 y 9.900 DATA dan los niveles de gradientes de velocidades para la introducción de los esfuerzos cortantes, datos del ajuste.

El programa calcula la viscosidad dinámica del agua, sentencia 220, por la fórmula de BECERRIL.

El muestreo de datos se efectúa, en principio, directamente por consola, pudiéndose modificar fácilmente para realizar la entrada por cinta perforada o por sentencia DATA.

La sentencia 740 da los parámetros reológicos, coeficiente de consistencia e índice de pseudoplasticidad.

Las magnitudes referidas y elaboradas  $\lg K$ ,  $K/\mu$ ,  $\lg K/\mu$ ,  $1-n$ ,  $1/T$ , son suministradas por las sentencias 840, 860, 875, 900, 940.

La distancia cuadrática media se ha mantenido dentro de los valores citados para este tipo de ajuste en el capítulo I.

Listado del programa de ajuste de los reogramas a la ley reológica de OSTWALD.

Características : Datos x e y  
y en DATA  
Entrada Cierta  
Valores auxiliares.

```

2 PRINT
3 PRINT
14 PRINT TAB(15);"AJUSTE DE LEYES REOLOGICAS"
15 DIM A(2,2),M(2),C(2),D(2,2),G(9)
22 PRINT
25 LET T1=1
26 LET T2=1
30 LET V=1
31 PRINT "PRODUCTO"
32 INPUT T1
33 PRINT "CONCENTRACION"
34 INPUT C1
35 PRINT "TEMPERATURA"
36 INPUT T2
37 PRINT
40 REM VELOCIDAD MAXIMA RPM
41 LET T1=1000
45 REM CONO GRANDE
52 REM FACTOR DE ESCALA X=1
53 LET Z3=1
55 REM NUM DE PUNTOS EXPERIMENTALES 9
56 LET N=9
57 REM T MAX EN MM ES X
59 LET T1=300
70 REM COEF DE CONO DE T
71 LET C1=24.6
72 LET T1=27/(C1*10**Z3)
73 REM RPM MAX EN MM ES Y
74 LET V=200
75 REM COEF DE CONO DE V
76 LET C2=17.45
77 LET V=V/(Z1*C2)
79 CALL (1)
81 INPUT G(1),G(2),G(3),G(4),G(5),G(6),G(7),G(8),G(9)
83 CALL (1)
150 PRINT
160 REM VISCOSIDAD DEL AGUA
220 LET M=1.79000E-02/(1+(3.37000E-02*T1)+(2.00000E-04*(T1**2)))
330 RESTORE
420 PRINT "INSTALADO"
462 LET N=5
470 MAT A=ZER
475 LET A(1,1)=M
480 FOR I=1 TO N
500 LET X=G(I)
510 LET Y=V
520 IF Y>5 THEN 560
530 LET A(1,1)=A(1,1)+1
540 GOTO 420
560 LET A(1,2)=A(1,2)+LOG(Y)
565 LET A(2,2)=A(2,2)+LOG(V)**2
600 LET C(1)=C(1)+LOG(X)
605 LET C(2)=C(2)+LOG(X)*LOG(Y)
630 MAT I
640 RESTORE
645 LET A(2,1)=A(1,2)
700 MAT D=INV(A)
720 MAT B=D*C
730 LET K=EXP(B(1))

```

```

735 LET K=K*(VAR(2))/77
740 PRINT TAB(15);"K=";K;"V/V=";V**B(2)
750 LET J=2
755 GOSUB 3500
760 PRINT
765 PRINT "VALORES AUXILIARES"
830 PRINT "LOG K=";
840 PRINT LOG(K)
845 PRINT "K/M=";
850 LET K1=K/M
860 PRINT K1
870 PRINT "LOG K/M=";
875 PRINT LOG(K1)
880 PRINT "1-N=";
890 LET N1=1-R(2)
900 PRINT N1
920 PRINT "1/T=";
930 LET T1=1/T1
940 PRINT T1
3490 STOP
3500 LET D=0
3505 RESTORE
3510 FOR I=1 TO N
3520 LET X=G(I)
3521 READ Y
3525 GOSUB 4000
3530 LET D=D+(X-X1)**2
3540 NEXT I
3550 LET D=SQR(D/N)
3560 PRINT "DISTANCIA CUADRATICA MEDIA=";D
3570 RESTORE
3900 RETURN
4000 IF J=1 THEN 4120
4010 LET X1=X*Y
4020 IF J=2 THEN 4040
4030 LET X1=X*Y*(R(1)+R(2)*LOG(Y))
4040 IF J=3 THEN 4060
4050 LET X1=X*(1+Y**B(2))*Y**E
4060 RETURN
9900 DATA 10,20,30,40,60
9910 DATA 80,100,140,200
9999 END

```

ANEJOS AL CAPITULO IV

---

FLUJO EN MEDIOS POROSOS

---

A N E J O IV - A

CARACTERIZACION EXPERIMENTAL DEL FILTRO.

ANALOGIA CAPILAR

GENERALIZACION DE LA LEY DE DARCY

IV.A.1. - FLUJO EN CONDUCTOS. ANALOGIA CAPILAR. GENERALI-  
ZACION DE LA LEY DE DARCY

La expresión general del flujo de un fluido en un conducto (apartado 2.2.2) en régimen laminar es :

$$\frac{D (\varrho_p)}{4} = \frac{1}{\varrho_p^3} \int_{\varrho_0}^{\varrho_p} \varrho^2 \cdot f(\varrho) \cdot d\varrho = \frac{V_o}{R}$$

siendo  $V_o$  el cociente del caudal por la sección total normal del conducto (HAGEN-POISEUILLE-REINER-RABINOWITSH-MOONEY). Esta ecuación se completa con la ecuación reológica de estado :

$$f(\varrho) = \frac{du}{dy}(\varrho)$$

y en ella se considera  $\varrho_p = \frac{R \cdot \Delta P}{2 \cdot L}$

Si la ecuación reológica es la de un fluido newtoniano, sustituyéndola en la del flujo se obtiene la ecuación de POISEUILLE :

$$Q = \frac{\pi \cdot R^4 \cdot \Delta p}{8 \cdot \mu \cdot L}$$

La ecuación general del flujo se puede escribir en coordenadas reducidas  $y = r/R$  obteniéndose :

$$V_0 = R \int_0^1 y^2 f(y \mathcal{C}_p) dy$$

que, a su vez, generalizada al caso de flujo en un medio poroso da :

$$V = R^* \int_0^1 y^2 \cdot f(y \mathcal{C}_p^*) \cdot dy$$

con el esfuerzo cortante equivalente en la pared :

$$\mathcal{C}_p^* = \frac{R^*}{2 t'} \left( \frac{dp^*}{dz} \right)$$

y considerándose  $V$  resultado de la hipótesis de DUPUIT-FORCHEIMER (32)  $V = V_0/m$  y  $t'$  la tortuosidad (32,40) :

$$t' = \frac{L \text{ real}}{L \text{ aparente}} = \frac{L_r}{L}$$

Si a esta expresión generalizada a las medidas porosas aplicamos el modelo de NEWTON y la ley de DARCY se obtiene :

$$R^* = 2 \left( \frac{2 \cdot k_0 \cdot t'}{m} \right)^{1/2}$$

Si se aplica al modelo de OSTWALD :

$$V = \frac{R^* \frac{n+1}{n}}{K^{1/n} \frac{3n+1}{n} (2t')^{1/n}} \left( \frac{\Delta P}{2 L} \right)^{1/n}$$

llegándose, por sustitución de  $R^*$ , a :

$$V_o = \frac{Q}{S} = V \cdot m = \frac{2 (2 \cdot k_o \cdot m \cdot t')^{1/2} \frac{n+1}{n}}{K^{1/n} \frac{3n+1}{n} (2 \cdot t' \cdot m)^{1/n}} \cdot \left(\frac{\Delta P}{2 \cdot L}\right)^{1/n}$$

La expresión general del flujo de un fluido en un conducto en el caso de que se presente deslizamiento en la pared, se expresa :

$$\frac{V - V_s}{R} = \frac{1}{\varrho_p^3} \int_{\delta}^{\varrho_p} \varrho^2 \cdot f(\varrho) \cdot d\varrho$$

siendo  $V_s$  la velocidad de deslizamiento función de  $\varrho_p$  y que es positiva si la viscosidad aparente, en esta zona de deslizamiento de espesor  $\delta$ , es inferior a la del resto del fluido, lo que se cumpliría para todos los pseudoplásticos puros pues su viscosidad aparente es menor para mayores gradientes de velocidad (fig. A.1.1.).

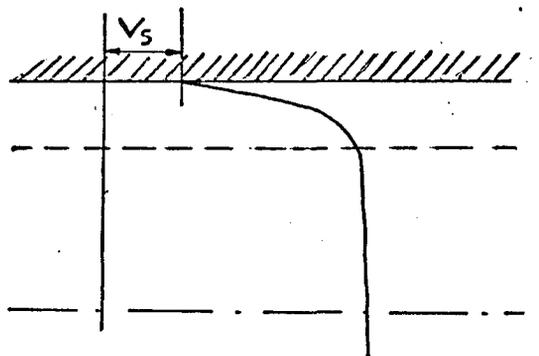


Figura A.1.1.

También la expresión general se deduce el concepto de viscosidad diferencial :

$$\mu \text{ dif} = \frac{4 \cdot \varrho_p}{D (\varrho_p)}$$

y nos muestra que la representación gráfica entre  $D(\varrho_p)$  y  $\varrho_p$  ha de ser única si se aplica a diversos capilares.

La introducción del concepto radio hidráulico en un medio poroso lleva al siguiente razonamiento:

$$R_H = \frac{S \text{ mojada}}{P \text{ mojado}} = \frac{\text{Vol. ocupado por el fluido}}{\text{Sup. mojada de poros}} =$$

$$= \frac{m}{S \text{ esp.} \cdot (1-m)}$$

La superficie específica, partiendo de la distribución estadística de diámetros, vendrá de los conceptos (45) :

$$\text{Superficie mojada} = \lambda \cdot \pi \cdot \sum D_p^2 = \lambda \cdot \pi \cdot N \cdot D_{sm}^2$$

$$\text{Volumen de las partículas} = (1/6) \cdot \pi \cdot \sum D_p^3 =$$

$$= (1/6) \cdot \pi \cdot N \cdot D_{vm}^3$$

siendo  $D_{sm}$  el diámetro medio de las superficies y  $D_{vm}$  el diámetro medio de los volúmenes, luego :

$$\text{Super. especif.} = 6 \cdot \lambda \cdot \frac{\sum d^2}{\sum d^3} = 6 \cdot \lambda \cdot \frac{D_{sm}^2}{D_{vm}^3} = \frac{6 \cdot \lambda}{D_{vm}}$$

Si la granulometría es homométrica y esférica ( $\lambda = 1$ ) -  
 Sup. esp. =  $6/d$ , luego  $R_H = m/(6/d(1-m))$  y el radio del capilar  $R = 2 \cdot R_H$ .

Sustituyendo estos conceptos en la ecuación general del flujo en un conducto se obtiene :

$$\frac{D(\tau)}{4} = \frac{1}{\tau_{pm}^3} \int_0^{\tau_{pm}} \tau^2 \cdot f(\tau) \cdot d\tau = \frac{V}{R} = \frac{3 \cdot (1-m) V_o}{d \cdot m^2}$$

$$\text{con } \mathcal{E}_{pm} = (d \cdot m / (1-m)) \cdot (\Delta P / 6 \cdot t' \cdot L)$$

y de donde se puede definir la viscosidad de DARCY :

$$\mu_m = \frac{4 \cdot \mathcal{E}_{pm}}{D(\mathcal{E}_{pm})} = \frac{d^2 \cdot m^3}{72 \cdot t' \cdot (1-m)^2} \frac{\Delta P}{V_o \cdot L}$$

si en el término integral de la ecuación (I) del flujo se hace intervenir el radio hidráulico y la tortuosidad se tendrá (3) :

$$\frac{D(\mathcal{E}_{RH})}{4} = \frac{1}{t' \cdot \mathcal{E}_{RH}^3} \int_0^{\mathcal{E}_{RH}} \mathcal{E}^2 \frac{du}{dy} (\mathcal{E}) \cdot d\mathcal{E} \quad (\text{II})$$

$$\text{con } \mathcal{E}_{RH} = \frac{d \cdot m}{(1-m)} \frac{\Delta P}{6 \cdot L} = \mathcal{E}_{pm} \cdot t'$$

ecuación del derrame de un fluido a través de un medio poroso planteada por analogía capilar introduciendo el concepto de radio hidráulico equivalente y tortuosidad.

De la ecuación de DARCY, deducida de la de NAVIER-SROKES :

$$-\frac{dP}{dZ} = \mu_m \frac{Y_o}{k_o} = -\frac{\Delta P}{L}$$

con  $k = R_H^2 / \beta$ , en la que se puede introducir el concepto de permeabilidad intrínseca :

$$k_o = \frac{d^2 \cdot m^3}{72 \cdot t' \cdot (1-m)^2} = \frac{R_H^2 \cdot m}{\beta}$$

con lo que la ecuación (I) se podrá escribir :

$$\frac{D (\mathcal{E}_{pm})}{4} = \frac{V_0}{2^{3/2} \sqrt{t' \cdot k_o \cdot m}} = \left( \frac{L}{\Delta P \sqrt{2k_o/t'm}} \right) \int_0^{\sqrt{\frac{2k_o}{t'm} \frac{\Delta P}{L}}} \mathcal{E}^2 f(\mathcal{E}) d\mathcal{E}$$

$$\text{con } \mathcal{E}_{pm} = \sqrt{\frac{2k_o}{t'm} \frac{\Delta P}{L}}$$

y sustituyendo el radio hidráulico :

$$\frac{D (\mathcal{E}_{RN})}{4} = \frac{V_0 \sqrt{t'}}{2^{3/2} \sqrt{k_o m}} = \frac{1}{\mathcal{E}_{RH}^3} \int_0^{\mathcal{E}_{RH}} \mathcal{E}^2 f(\mathcal{E}) d\mathcal{E} \quad (IV)$$

En la literatura se encuentra que el factor  $\beta$  es igual a  $\beta_c \cdot t'$ , siendo normalmente  $\beta_c$  constante igual a dos. De aquí que :

$$k_o = \frac{R_H^2 m}{\beta} = \frac{m^3 \cdot d^2}{36 \cdot (i.m)^2 \cdot \beta_c \cdot t'} = \frac{m^4 \cdot d^2}{72 \cdot (1-m)^2 \cdot m \cdot t'}$$

adoptándose normalmente  $t' = 2,5$  (partículas esféricas - (8)) y los valores de  $m$  comprendidos entre 0,2 y 0,5 de donde  $m \cdot t'$  se sitúa entre 0,8 y 1,2 y el más frecuente - es prácticamente la unidad y lo que nos permite realizar una aproximación de  $k_o$  sin conocer la tortuosidad.

Las expresiones desarrolladas hasta el momento son generales para cualquier tipo de fluido. Si se aplican al modelo de OSTWALD se tendrá :

$$\frac{V}{R} = \frac{1}{\mathcal{E}_p^3 K^{1/n}} \int_0^{\mathcal{E}_p} \mathcal{E}^{2+1/n} d\mathcal{E} = \frac{n}{3n+1} \left( \frac{R \cdot \Delta P}{2 L K} \right)^{1/n} \quad (V)$$

$$\text{siendo } \mathcal{E}_{pm} = K' (D (\mathcal{E}_{pm})^n) \quad \text{y} \quad K' = K \left( \frac{1+3n}{4} \right)^n$$

y de (V) se puede deducir:

$$V_0^n = \frac{k_0 \Delta P}{\psi L}$$

ley de DARCY generalizada.

El valor de la función  $\psi$  será (3,14,40,41)

$$\psi = \frac{k}{12} \left( 3 \cdot \left( \frac{3n+1}{n} \right) \right)^n \cdot (72 \cdot t' \cdot k_0 \cdot m)^{1-n/2}$$

o también, sustituyendo  $k_0$  :

$$\psi = \frac{K}{12} \left( 3 \cdot \left( \frac{3n+1}{n} \right) \right)^n \cdot \left( \frac{m^2 \cdot d}{1-m} \right)^{1-n/2}$$

y expresando la tortuosidad  $t'$  en función de las velocidades y no de las longitudes, se obtiene (40) :

$$\psi = \frac{K}{12} \left( 3 \cdot \left( \frac{3n+1}{n} \right) \right)^n \cdot (72 \cdot t' \cdot k_0 \cdot m)^{1-n/2} \cdot t'^{n-1}$$

en estas expresiones siempre se podrá introducir la simplificación de que  $72 \cdot t' \approx 150$ .

En la literatura también se encuentran expresiones para la ley de DARCY generalizada análogas a la citada, tal y como (30,40,42) :

$$V_0^n = \Phi^n \frac{d^{n+1}}{K'} \cdot \frac{\Delta P}{L}$$

donde :

$$\Phi = \Phi_1 = \left( \frac{1}{2t'} \right)^{1/n} \left( \frac{m}{3(1-m)} \right)^{2/n} \frac{m}{4} \quad \text{ó} \quad \Phi = \Phi_2 = \Phi_1 t'^{1-n/n}$$

no obteniéndose concordancia entre los valores teóricos y experimentales posiblemente debido a deslizamientos en la pared (42).

El planteamiento de la analogía capilar obliga a la introducción del coeficiente de fricción equivalente.

Para el caso de fluidos no newtonianos se adoptan formas arbitrarias tal y como (40) :

$$f_m = \frac{\beta \cdot \frac{\Delta P}{L} - m^2}{\rho v_o^2}$$

definiéndose el número de REYNOLDS arbitrario de tal forma que  $f_m \cdot Re' = 1$ , entonces :

$$Re' = \frac{d \cdot v_o^{2-n} \rho}{22 \cdot t' \cdot (1-m) \Psi}$$

situándose el valor de  $Re'$  entre  $10^{-4}$  y  $10^{-2}$  y que para el caso de newtoniano ( $n=1$ ) da :

$$Re' = \frac{d v \rho}{\mu} \frac{m}{1-m} \frac{1}{72 \cdot t'} = \frac{R_H \cdot v \cdot \rho}{\mu} \frac{1}{12 \cdot t'}$$

La expresión más empleada es la clásica de METZNER-REED-MOONEY :

$$f = \frac{D}{4} \cdot \frac{\Delta P}{L} \cdot \frac{2}{\rho v_o^2}$$

que cumple en régimen laminar  $f = 16/Re''$  con :

$$Re'' = \frac{D^{n'} v_o^{2-n'} \rho}{K' 8^{n'-1}} = \frac{D^n v^{2-n}}{\frac{K}{8} \left(\frac{6n-2}{n}\right)^n}$$

con  $K' = K (3n + 1/4n)^n$  y  $n = n'$ , muy análogo al suministrado por el análisis dimensional :

$$Re_{AD} = \frac{D^n v^{2-n} \rho}{K}$$

Otros razonamientos se pueden realizar para plantear el flujo del fluido en un conducto y en particular en un medio poroso tales como (26) el definir un radio equivalente de capilar :

$$Re_q = 2 \cdot t' \cdot \alpha_o \sqrt{\frac{kb}{m}}$$

siendo  $\alpha_o$  función de  $t'$  y de la granulometría o introducir expresiones de flujo del tipo experimental (44)

$$\frac{D (\mathcal{C}_m)}{4} = \left( \frac{B}{f(ko) \sqrt{ko m}} \right)^y$$

siendo  $f(ko)$  una función donde intervienen dos parámetros dependientes del fluido y la permeabilidad con y función de la viscosidad aparente.

No se desarrollan ni analizan estos últimos por considerarlos complejos y faltos de interés al alejarse de un planteamiento general del tipo  $\Delta P = -k \cdot Vo$ , - siendo :

$$k = h (L_{real}, Vo, \mu_o, \Delta P, d, m, n, K)$$

provinente de :

$$G (\Delta P, L, V, g, d, \rho, K, n) = 0$$

que nos proporciona el análisis dimensional y que siguen los expuestos en primer lugar.

#### IV.A.2. - CARACTERIZACION EXPERIMENTAL DEL FILTRO

Para caracterizar el filtro en sus aspectos hidrodinámico, se procedió a la determinación de la permeabilidad intrínseca, radio hidráulico y valor del número de REYNOLDS crítico. Para ello se emplearon dos fluidos newtonianos, agua y glicerina, que permitieran cubrir un amplio campo de viscosidades, gradientes de presiones, caudales específicos y número de REYNOLDS. Por otro lado el flujo de fluidos newtonianos a través de medios porosos está sobradamente estudiado y conocido.

Durante los ensayos se ha controlado sistemáticamente la temperatura del fluido, el caudal y las presiones en las diversas tomas disponibles. Estas medidas han sido los datos utilizados en el estudio experimental y realizado con el HEWLETT-PACKARD de la E.T.S.I.I.B. laboratorio de Automática.

El programa, cuyo listado se adjunta, realiza, en primer lugar un ajuste, por mínimos cuadrados, entre las presiones medidas en los piezómetros y las correspondientes longitudes de estos al origen del filtro. El ajuste es lineal obteniéndose la pendiente (B) y la presión en el origen (A) de la línea piezométrica para cada caudal y temperatura del fluido circulante. (Sentencias de la 60 a la 215).

Dentro de este bloque de cálculo se determina el caudal específico o velocidad de filtración de DARCY :

---

NOTA. - Entre paréntesis se indica la nomenclatura empleada en el programa.

$V_0 = Q/S'T$ , (V) la velocidad media en el poro :  $V = V_0/m$ , (VI y V2), para la porosidad encontrada y para otra su-puesta real. Se realizan las correspondientes correccio-nes y cambios de unidades de la viscosidad dinámica y - densidad suministradas.

En la sentencia 220 se llama a la subrutina 3495 para calcular la distancia cuadrática media del - ajuste realizado.

A partir de la sentencia 230 se determinan :

- la presión en el origen.
- la pérdida de carga en la entrada.
- la permeabilidad relativa ( $K1 = V/B$ )
- la permeabilidad intrínseca ( $K2$ )
- El número de REYNOLDS intrínseco, definido como :

$$Re = \frac{k_0^{0,5} \cdot V_0 \cdot \rho}{\mu} \quad (R)$$

- el número de REYNOLDS del medio poroso.

$$Re = \frac{d \cdot V_0 \cdot \rho}{M} \quad (R1)$$

- el número de REYNOLDS según el radio hidráulico esta-dístico (determinación por medida geométrica) :

$$Re = \frac{4 \cdot RHE \cdot V_0 \cdot \rho}{M} \quad (R2)$$

- el coeficiente de pérdidas de carga planteado a partir de la analogía capilar proveniente de la expresión :

$$\Delta H = f \cdot \frac{L}{4 \cdot R_H} \cdot \frac{V^2}{2g} \quad (f1)$$

y empleando para el cálculo el radio hidráulico esta-dístico.

- el radio hidráulico equivalente, según el modelo capilar y resultado de considerar:

$$f = \frac{64}{Re} \quad (RG)$$

Este cálculo se verifica empleando el concepto de caudal en lugar de el de velocidad obteniéndose (RI).

- El número de REYNOLDS según la analogía (R8) es decir a partir de los radios hidráulicos calculados (RG y R7)

Este conjunto de resultados ha permitido el definir el número de REYNOLDS crítico, la permeabilidad intrínseca y el radio hidráulico equivalente según el modelo capilar.

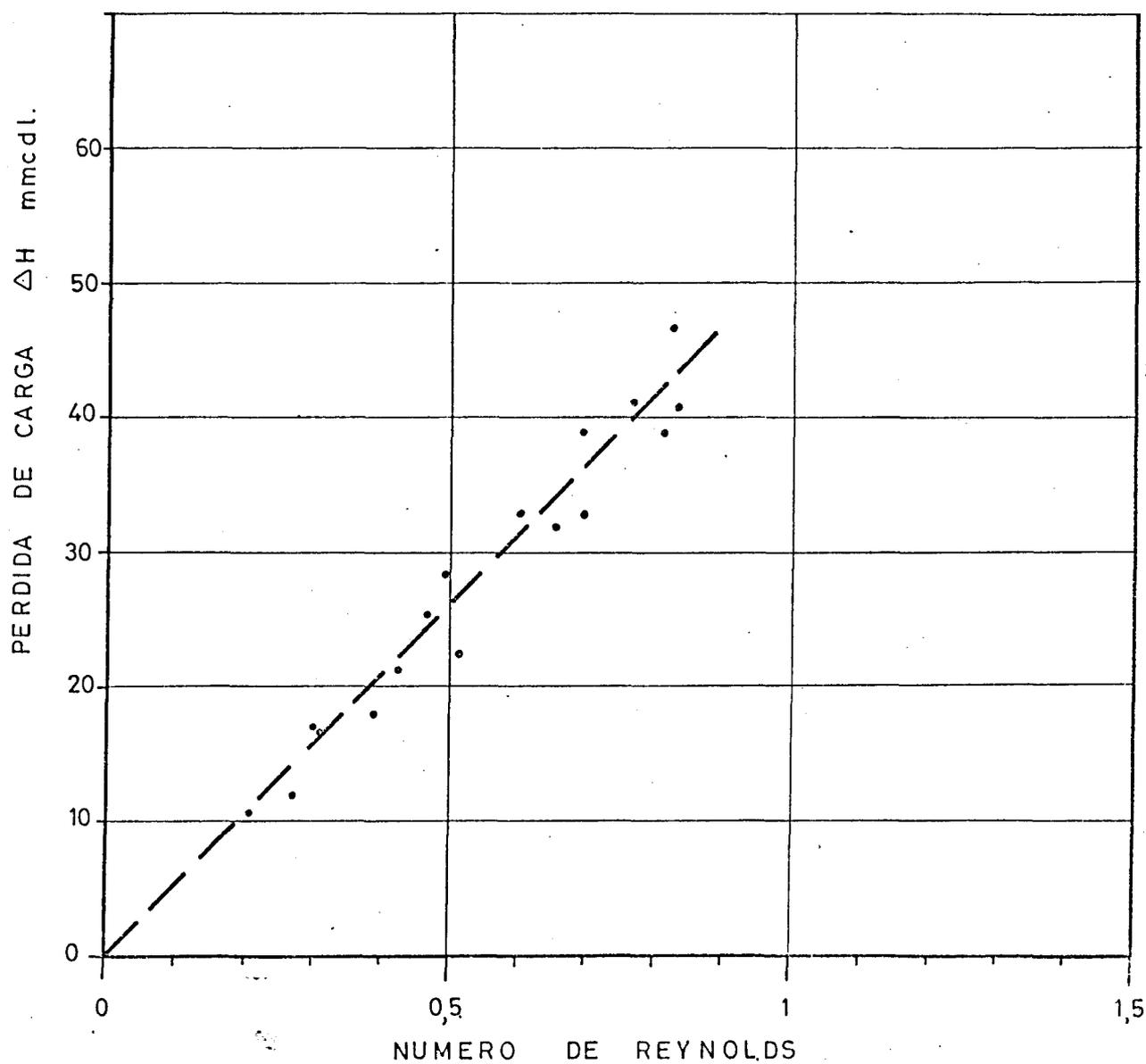
Este conjunto de resultados lleva a las conclusiones siguientes :

- la pérdida de carga y el gradiente hidráulico son función del caudal (fig. A.1.2.).
- la constancia de la permeabilidad intrínseca dentro del régimen laminar.
- el número de REYNOLDS (R1) Característico del medio poroso, calculado a partir del diámetro medio de las partículas, presenta valores que concuerdan con los resultados de régimen laminar en la literatura clásica.
- el número de REYNOLDS (R) intrínseco, calculado de la permeabilidad, presenta poca sensibilidad para ser representativo del cambio de régimen. Las variaciones observadas van desde 0,014 a 2 para una variación de (R1) de 0,209 a 38,2, arrastrando errores de cálculo considerables en el primero.

— CARACTERIZACION DEL MEDIO POROSO —

Fig. A.1.2

PERDIDA DE CARGA TOTAL  
EN EL MEDIO POROSO  
FLUIDO GLICERINA



- la correlación expuesta en el capítulo IV entre el radio hidráulico estadístico, calculado y diámetro de la partícula para el régimen laminar.
- la bondad de los ajustes. La distancia cuadrática media no supera en el 50% de los casos el valor de 0,2.
- los cálculos, casi en su totalidad, se encuentran exentos de errores debidos a la determinación de la porosidad, por no intervenir ésta más que en la determinación de la velocidad media en el paso.

Dentro de la serie de ensayos de caracterización se realizaron los previos de determinación de errores de medida piezométricas. Para ello se empleó el catetómetro del laboratorio (hasta 0,001 m/m) y la observación directa visual sobre las escalas graduadas de la batería de piezómetros (hasta 0,5 m/m).

Los errores debidos a capilaridad, observación visual, etc., relativos entre los dos aparatos y dentro del campo de variación de la magnitud (de 30 a 90 cm) se determinaron en régimen estático, sin circulación de fluido, y en régimen dinámico, a caudal constante, siendo sus valores :

Ensayos estáticos	error máximo	6%
Ensayos dinámicos	error máximo	9%

```

2 PRINT
3 PRINT
10 PRINT TAB(10);"CALCULO PERIODOS DE CARGA"
11 PRINT TAB(10);"EN MEDIO POROSO"
15 DIM A(2,2),P(2),C(2),D(2,2),X(12),Y(12)
18 REM NUMERO DE TOMAS DE PRESION
19 LET N=11
20 PRINT
25 PRINT "PRODUCTO Y CONCENTRACION:"
26 INPUT T4
30 REM DATOS MEDIO POROSO,POROSIDADES,DIAMETRO MM,SECCION
31 LET A(1,1)=.339
32 LET P(1)=.1885
33 LET D(1,1)=.04
34 LET S=.2,PA29
35 REM DISTANCIA ENTRE TOMAS DE PRESION MM,
40 LET Y(1)=.4
41 LET Y(2)=.16
42 LET X(1)=.64
43 LET X(2)=.64
44 LET X(3)=.214
45 LET X(4)=.264
46 LET X(5)=.516
47 LET X(6)=.544
48 LET X(7)=.314
49 LET X(8)=.864
50 LET X(9)=.944
51 PRINT
52 PRINT
53 PRINT
60 REM ENTRADA DATOS VOLUM,CH3,TIEMP,S,TEMP,OC
62 INPUT T5,ZA,Z3
65 LET Q=.25/Z4
66 LET V=Q/S
67 LET V1=V/E1
68 PRINT TAB(10);"CAUDAL"=Q;"CM3/S"
69 PRINT TAB(10);"VELOCIDAD FILTRACION Darcy"=V1;"CM/S"
70 PRINT TAB(10);"VELOCIDAD APARTELEN PORO"=V1;"CM/S"
71 LET V2=V/E2
72 PRINT TAB(10);"VELOCIDAD EFECT.CEN PORO"=V2;"CM/S"
80 PRINT
81 PRINT
82 PRINT
83 REM VISCOSIDAD CP,PESO ESP REL,TEMPERATURA
85 PRINT TAB(5);"VISCOSIDAD"=1
86 INPUT H
87 PRINT TAB(4);"PESO ESPEC REL"=1
88 INPUT M
89 PRINT TAB(5);"TEMPERATURA"=T3;" OC"
90 PRINT
91 PRINT
92 PRINT
93 LET C=Z1/Z2
94 REM SE HA PASADO A UNISH
100 REM DATOS DE PRESION EN MM C D L.
105 INPUT Y(1),Y(2),Y(3),Y(4),Y(5),Y(6),Y(7),Y(8),Y(9),Y(10),Y(11),Y(12)
106 PRINT
107 FOR I=1 TO N
108 LET Y(I)=Y(I)-Y(1)
109 NEXT I
121 REM SE HA PASADO A PRESIONES RELATIVAS
130 REM MINTOS CU DRADOS
135 MAT A*Y

```

Listado del programa para la obtención de las características del MEDIO POROSO por los resultados de los ensayos con fluidos newtonianos.

Ejemplo de ejecución con agua y con glicerina.



CONTINUA SI=1--71

PRODUCTO Y CONCENTRACION7CAGUA2

72340,121.4,23.  
CAUDAL= 19.2751 CM3/S  
VELOCIDAD FILTRACION DARCY= .343489 CM/S  
VELOCIDAD APARTE. EN PORO= 1.13124 CM/S  
VELOCIDAD EFECT. EN PORO= 1.24288 CM/S

VISCOSIDAD=7.94  
PESO ESPEC REL=7.9976  
TEMPERATURA= 23 OC

726.4,96.1,95.6,95.5,94.9,93.5,91.9,90.4,87.6,86.8,85.9

LINEA PIEZOMETRICA

A= 10.4724 EN MM C D L  
R=-1.04030E-02 EN MM C D L/MM RECORRIDO

DISTANCIA CUADRATICA MEDIA= .11357

PRESION EN ORIGEN= 10.5 MM C D L  
PERDIDAS D CARGA ENTRADA= 2.71626E-02 MM C D L

PERMEABILIDAD RELATIVA= 35.4819 CM/S  
PERMEABILIDAD INTRINSECA= 3.40804E-04 CM2

NUM REYNOLDS INTRINSECO= .75134  
NUM REYNOLDS MED POR= 10.1853  
NUM REYNOLDS SEGUN RH EST= 3.71173

COEF PERD DE CARGA SEGUN RH EST= 13.1502  
RADIO HIDRAULICO CAPILAR= 5.22155E-02 CM

RH CAPILAR SEGUN Q= 5.22139E-02 CM  
NUMERO REYNOLDS ANALOGIA Q= 8.50814

CONTINUA SI=1--71

PRODUCTO Y CONCENTRACION7CGLI3

7900,121.5,37.6  
CAUDAL= 7.40741 CM3/S  
VELOCIDAD FILTRACION DARCY= .147374 CM/S  
VELOCIDAD APARTE. EN PORO= .434733 CM/S  
VELOCIDAD EFECT. EN PORO= .477636 CM/S

VISCOSIDAD=75.73-4  
PESO ESPEC REL=71.145 OC  
TEMPERATURA= 37.6

726.9,96.2,94.6,94.1,90.7,89.6,88.2,82.7,75.7,74.4,71.9

LINEA PIEZOMETRICA

A= 24.4701 EN MM C D L  
R=-2.52404E-02 EN MM C D L/MM RECORRIDO

DISTANCIA CUADRATICA MEDIA= .226153

PRESION EN ORIGEN= 25 MM C D L  
PERDIDAS D CARGA ENTRADA= .529937 MM C D L

PERMEABILIDAD RELATIVA= 5.8297 CM/S  
PERMEABILIDAD INTRINSECA= 2.97009E-04 CM2

NUM REYNOLDS INTRINSECO= 5.07408E-02  
NUM REYNOLDS MED POR= .735711  
NUM REYNOLDS SEGUN RH EST= .269109

COEF PERD DE CARGA SEGUN RH EST= 238.27  
RADIO HIDRAULICO CAPILAR= 4.83187E-02 CM

RH CAPILAR SEGUN Q= 4.83172E-02 CM  
NUMERO REYNOLDS ANALOGIA Q= .574049

CONTINUA SI=1--71

A N E J O    I V - B

## EXPLOTACION DE RESULTADOS EXPERIMENTALES. DESCRIPCION DEL PROGRAMA DE CALCULO.

IV.B.1. - DESCRIPCION DEL PROGRAMA DE CALCULO

En el capítulo IV, apartado 4.3.2. y en el anejo IV-A se presenta la serie de cálculos realizados a partir de los datos experimentales y las expresiones empleadas.

Como en los trabajos expuestos en anteriores capítulos, el método de ajuste de los datos experimentales ha sido el de los mínimos cuadrados.

Se adjuntan al listado el organigrama y la nomenclatura empleada en el programa en lenguaje BASIC, utilizado en el ordenador HEWELT-PACKARD del laboratorio de AUTOMATICA.

El presente programa es resultado de una amplia transformación del empleado para la caracterización del medio poroso. Dado el mayor número de parámetros utilizados, la necesidad de un nuevo ajuste entre resultados del procesamiento y el gran número de resultados de salida, ha sido necesario modificarlo en forma profunda.

#### IV.B.2. - PRECISION DE LOS RESULTADOS EMPLEADOS

En el estudio de caracterización dinámica - del medio poroso se han empleado dos fluidos : agua y glicerina. Se han obtenido 61 ensayos utilizables, con 17 - determinados cada uno (once de presión, volumen y tiempo, caudal, al inicio y finalización del ensayo y dos controles termométricos, uno a la entrada del filtro y otro a la salida).

En el procesamiento de los datos de estos ensayos, se han obtenido 1503 valores, correspondientes a 23 variables (volumen, tiempo, temperatura, caudal, caudal específico, velocidad de DARCY, velocidad en el peso, viscosidad, densidad, carga en el origen, gradiente de - presiones, permeabilidades relativa e intrínseca, REYNOLDS según : la permeabilidad intrínseca, el diámetro de la partícula y el radio hidráulico estadístico, coeficiente de pérdida de carga, radio hidráulico del capilar equivalente según, la velocidad en el paso y el caudal y el - REYNOLDS según el caudal).

De todas estas variables se han seleccionado las que daban variaciones concomitantes mas acusadas para conseguir una sensibilidad máxima disponible y siempre que no tuvieran errores de cálculo considerables. - También aquellas que presentaban una evolución más representativa del fenómeno han sido seleccionadas. Otras han servido para caracterización y localización de los ensayos y para el establecimiento de órdenes de magnitud que permitieran un fácil seguimiento del desarrollo de los - resultados de las experiencias y de su bondad para alcanzar los fines y calidad deseados.

La distancia cuadrática media, en esta serie de resultados, ha sido de 1 con una confianza del 33,75% y de 0,4 con una del 97,5%. Esto quiere decir que de hecho se ha limitado su valor a la unidad sobre un fondo de escada de 900.

La determinación de la porosidad se basa en 15 resultados experimentales, dos por determinación volumétrica y pesada, cinco por volumetría estadística y ocho por planimetrado de superficies. Sin observar ninguna otra consideración mas que la simplemente estadística se obtiene una media de 0,334 con una desviación típica de  $29,42 \cdot 10^{-3}$ . La precisión de este dato tiene un interés bastante relativo, dado que no se emplea para la obtención de ningún resultado a considerar, salvo, en la apreciación de la velocidad media de tránsito en el paso.

La precisión de los resultados empleados en el estudio hidrodinámico del fluido pseudoplástico se han indicado en el capítulo IV.

NOMENCLATURA DEL PROGRAMA

- N número de puntos de lectura piezométrica.
- Z1 producto y concentración (CMC x %).
- Z2 Temperatura (°C).
- M índice de pseudoplasticidad (adimensional).
- K1 coeficiente de consistencia (dinas . s<sup>n</sup>/cm<sup>2</sup>).
- L contador de ensayos realizados a T=cte.
- X(I) distancia desde la toma de presión I al origen (m/m).
- Y(I) lectura piezométrica (m/m c.d.l.).
- Z5 volumen (cm<sup>3</sup>).
- Z4 tiempo (s).
- Q(L) caudal ensayo L (cm<sup>3</sup>/s).
- V(L) velocidad de DARCY ensayo L (cm/s).
- P(L) gradiente de presiones en el ensayo L (dinas /cm<sup>2</sup>/cm).
- M1 viscosidad de DARCY (dinas . s/cm<sup>2</sup>).
- R1 número de REYNOLDS, proveniente del análisis dimensional :

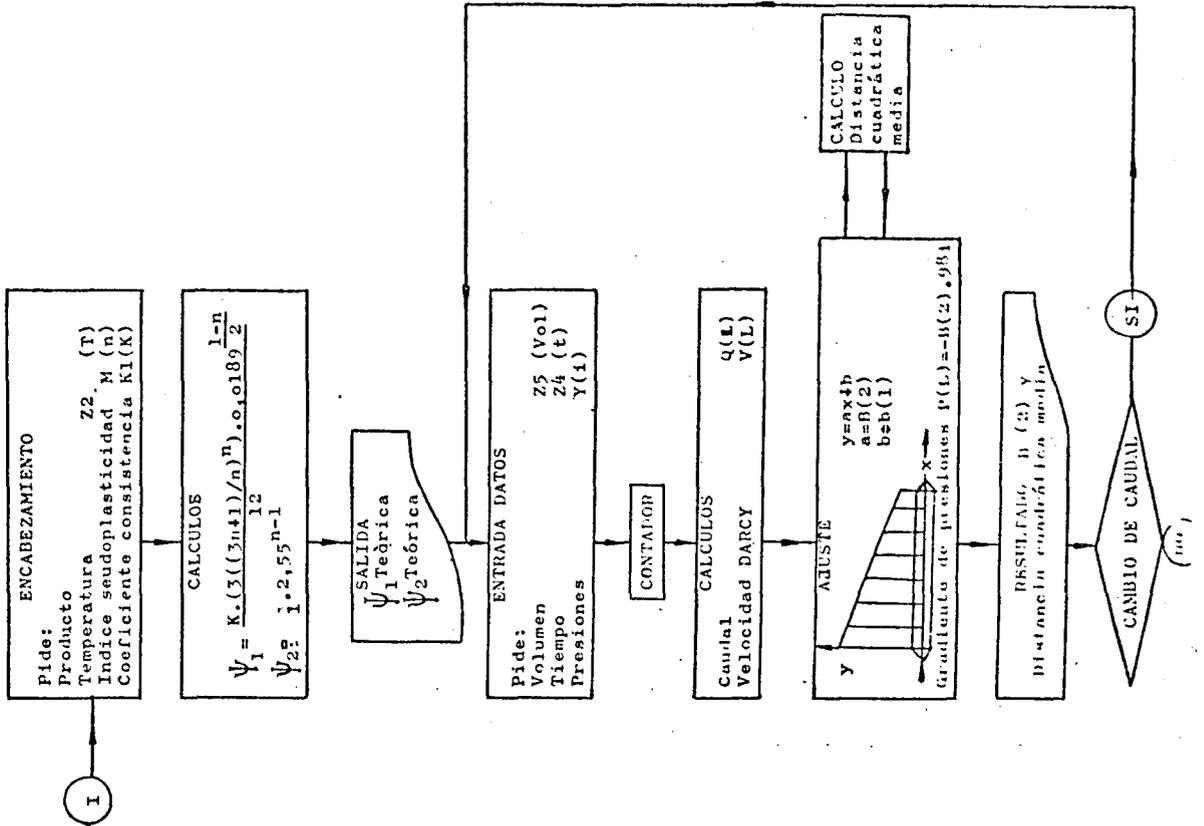
$$\frac{(4 \cdot R_H)^n \rho v^{2-n}}{K1} \quad (\text{adimensional})$$

- R2 número de REYNOLDS, proveniente de la analogía capilar :

$$\frac{(4 \cdot R_H)^n Y^{2-n}}{\frac{K1}{8} \left(\frac{6n-2}{n}\right)^2} \quad (\text{adimensional})$$

- F            coeficiente de fricción de la analogía capilar :
- $$f = \frac{16}{Re} \quad (\text{adimensional})$$
- T            esfuerzo cortante medio en el medio poroso.
- V1           coeficiente  $\psi_1$  de la ley de DARCY generalizada. Valor teórico.
- V2           coeficiente  $\psi_2$  de la ley de DARCY generalizada. Valor teórico.
- B(1)        coordenada en el origen del ajuste lineal  $X(I)$  respecto  $Y(I)$ .
- B(2)        pendiente del ajuste lineal entre  $X(I)$  y  $Y(I)$ .
- A5           coeficiente experimental de DARCY generalizada.
- A6           coeficiente corrector de los números de REYNOLDS para un medio poroso.
- B (2)       exponente,  $n$ , de la ley de DARCY. Valor experimental.
- U5           coeficiente,  $\psi$ , de la ley de DARCY. Valor experimental.
- V5           velocidad teórica de DARCY, deducida por cálculo.
- C1           relación velocidades de DARCY teórica/experimental.
- G2           gradiente de presiones teórico.
- A7           coeficiente experimental de DARCY.
- P2           relación gradiente de presiones experimental/teórico.

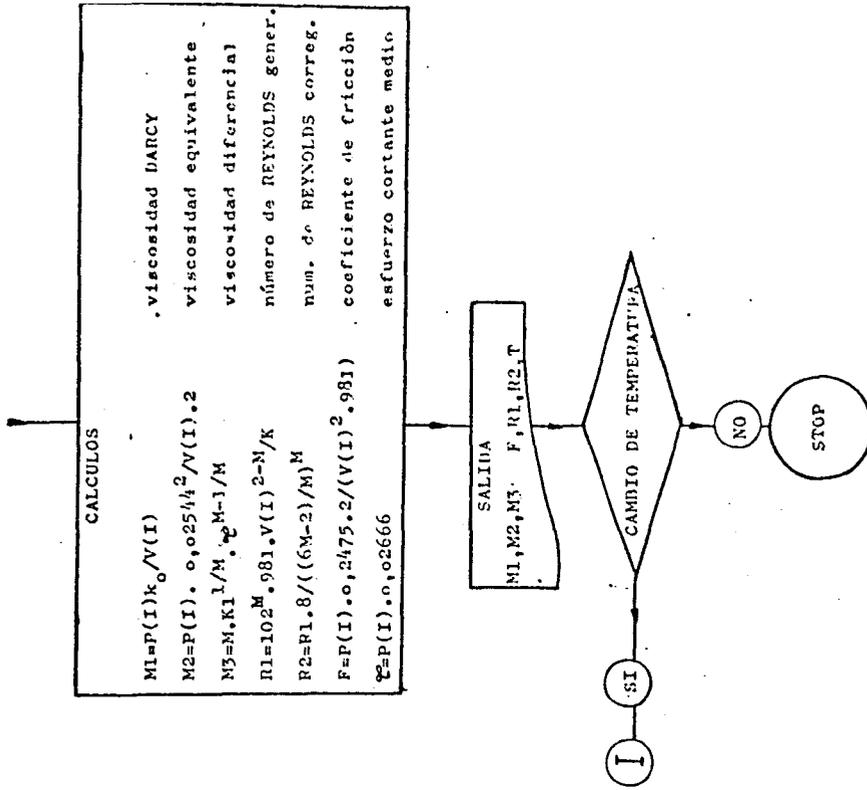
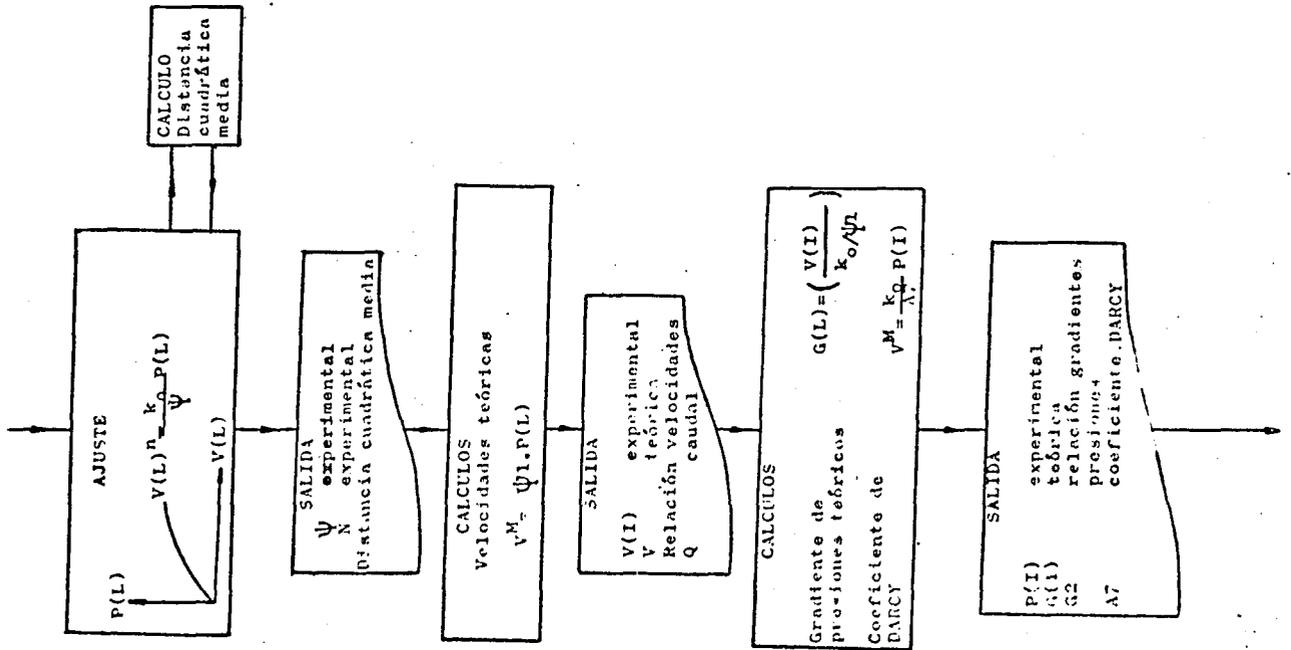
- M2            viscosidad newtoniano equivalente.
- M3            viscosidad diferencial de OSTWALD.
- F             coeficiente de fricción de la analogía capilar.



EXPLOTACION DE LOS RESULTADOS

EXPERIMENTALES DEL DERRAME DE UN FLUIDO NO-NEWTONIANO

DE CARACTER SEUDOPLASTICO A TRAVES DE UN MEDIO POROSO





3495 SEM CAL D19 CUA MED  
 3500 LET (28P  
 3505 FOR I81 TO P  
 3510 LET V18(11)=(8(21)\*Y(11))  
 3515 LET P28(2)=(V11)\*Y11\*2  
 3520 NEXT I  
 3525 LET Q28SCH(02)/(N-11)  
 3530 PRINT "DISTANCIA CUADRATICA MEDIA" #102  
 3535 LET Q28P  
 3540 RETURN  
 3545 FOR I81 TO P  
 3550 LET V18(11)=(8(21)\*LOG(V(11)))  
 3555 LET Q28(2)=(P(11)\*Y11)\*2  
 3560 NEXT I  
 3565 LET Q28SCH(02)/(P-11)  
 3570 PRINT "DISTANCIA CUADRATICA MEDIA" #102  
 3575 RETURN  
 3580 END

I N D I C E

DE            F I G U R A S  
              T A B L A S            Y  
              C U A D R O S

CORRESPONDIENTES A CAPITULOS Y ANEJOS.

CAPITULO I

<u>FIGURAS Nº</u>	<u>Página</u>
1.1. - Movimiento general de una partícula fluida .....	52.-
1.2. - Diagrama nodal esfuerzo-deformación de un cuerpo sólido .....	53.-
1.3. - Deformación elástica en un fluido y en un sólido .....	54.-
1.4. - Experiencia de NEWTON sobre la viscosidad .....	55.-
1.5. - Diagrama esfuerzo-deformación de un sólido rígido .....	55.-
1.6. - Diagrama esfuerzo-deformación de un cuerpo elástico lineal y no lineal .....	56.-
1.7. - Diagrama fluido viscoso lineal y no lineal .....	57.-
1.8. - Curvas de esfuerzo-deformación-tiempo de un cuerpo viscoelástico de MAXWELL .....	58.-
1.9. - Diagrama esfuerzo-deformación de un cuerpo plástico .....	58.-
1.10.- Deformaciones cuerpos plásticos de BINGHAM y de KEPES .....	58.-
1.11.- Deformaciones plásticas diversas .....	59.-
1.12.- Diagrama viscosidad aparente-esfuerzo de un fluido pseudoplástico .....	65.-
1.13.- Variaciones de la viscosidad con la temperatura, con la presión y con la cortadura .....	70.-

	<u>Página</u>
1.14.- Variación de la viscosidad con el gradiente de velocidad .....	71.-
1.15.- Reogramas fluidos plásticos, pseudoplásticos, dilatante y newtonianos .....	71.-
1.15.bis.- Representación tridimensional .....	71.-
1.16.- Deformación de una macromolécula lineal al someterla a cizalladura .....	74.-
1.17.- Representaciones de variación de la viscosidad diferencial en los comportamientos pseudoplásticos .....	75.-
1.18.- Representaciones de variación de la viscosidad diferencial en el comportamiento dilatante .....	76.-
1.19.- Reogramas de diversos comportamientos plásticos .....	77.-
1.20.- Otras representaciones de comportamientos plásticos .....	78.-
1.21.- Reograma tridimensional tixotrópico ....	80.-
1.22.- Reograma bidimensional tixotrópico .....	80.-
1.23.- Variaciones de la viscosidad diferencial en la tixotropía .....	81.-
1.24.- Representaciones del comportamiento reopéctico .....	82.-
1.25.- Reogramas de comportamientos complejos .	83.-
1.26.- Ajuste de la ley de ELLIS. ....	94.-
1.27.- Modelo de REINER-PHILIPOFF. Reograma ...	94.-
1.28.- Reograma plástico de CASSON .....	96.-

	<u>página</u>
1.29.- Reograma modelo de BRIANT .....	96.-
1.30.- Ajuste de funciones .....	
1.31.- Comparación ajuste a un fluido newtoniano .....	105.-
1.32.- Comparación ajuste diversos modelos a un fluido pseudoplástico .....	106.-
1.33.- Comparación ajuste diversos modelos a un fluido pseudoplástico con tixotropía ....	106.-

#### CUADROS

I. - Esquema de los diversos comportamientos de los medios continuos. Relaciones de formación-esfuerzo. Hipótesis de los modelos. Autores. Casos reales. Ciencia que lo estudia .....	60.-
II. - Modelos matemáticos teóricos y experimentales del comportamiento puramente viscoso no newtoniano, pseudoplástico y plástico .....	89.-
III. - Linealización de algunas funciones reológicas .....	
IV. - Ajuste de funciones reológicas. Errores cuadráticos medios sobre el reograma directo .....	105.-

ANEJO I-ApáginaCUADROS

A - I - Transmisión de señales y amplificaciones de éstas en el equipo de reometría cono-plato FERRANTI .....	385.-
A - II - Bloque de programas para cualquier condición de ensayo .....	394.-
A - III- Bloque de programas para condiciones - constantes de ensayo .....	396.-

FIGURAS

A - 1 - Valores del reograma directo .....	384.-
--	-------

CAPITULO IIFIGURAS Nº

2.1. - Linealizaciones de reograma de comportamiento pseudoplástico .....	120.-
2.2. - Flujo en un capilar. ....	123.-
2.3. - Capilares con longitud diferencial .....	124.-
2.4. - Visualización de la tixotropía en el reograma indirecto de un capilar .....	126.-
2.5. - Distribución de velocidades en el entrehierro de un viscosímetro de cilindros coaxiales .....	129.-

	<u>página</u>
2.6. - Reoviscosímetro de cilindros coaxiales..	131.-
2.7. - Efecto de fondo y borde en los reoviscosí- mómetros de cilindros coaxiales .....	132.-
2.8. - Reoviscosímetro de cilindros coaxiales - sin efecto de fondo. ....	132.-
2.9. - Reoviscosímetro cono-plato .....	134.-
2.10.- Esquemas de algunos viscosímetros rota- cionales .....	146.-
2.11.- Reograma de un fluido newtoniano con bu- cle .....	163.-
2.12.- Equipo de termostatao del reoviscosíme- tro FERRANTI .....	165.-
2.13.- Errores en un tratamiento de control ...	166.-
2.14.- Resultados viscosimetría SAE 20 AX en el FERRANTI y el HOPPLER .....	166.-
2.15.- Flujo de calor en la muestra .....	168.-
2.16.- Errores obtenidos en las medidas de vis- cosidad del aceite SAE 20 AX según las - escalas de ampliación empleadas y referi- das a la escala X 1 en un reoviscosíme- tro FERRANTI .....	175.-
2.17.- Diversos tipos de ciclos de histéresis o bucles que se pueden presentar en un reo- grama .....	172.-
2.18.- Relación entre las superficies del bucle, en $\text{cm}^2$ , de los reogramas y el tiempo de acelerado. Fluido SAE 20 AX. Reoviscosí- metro FERRANTI. ....	175.-

página

2.19.- Superficies en $\text{cm}^2$ de los bucles de histéresis en función de la viscosidad. - Fluido SAE 20 AX. Reoviscosímetro FERRANTI .....	176.-
2.19-bis - Idem en escala semilogarítmica .....	176.-
2.20.- Superficies en $\text{Kcal/cm}^3 \cdot \text{s}$ , de los bucles de histéresis en función del tiempo de acelerado. Fluido SAE 20 AX. Reoviscosímetro FERRANTI .....	179.-
2.21.- Superficies, en $\text{Kcal/cm}^3 \cdot \text{s}$ , de los bucles de histéresis en función de la viscosidad del fluido. Fluido SAE 20 AX. - Reoviscosímetro FERRANTI. ....	179.-
2.22.- Disposición de los reogramas al variar - aleatoriamente la distancia cono-plato - en un reoviscosímetro FERRANTI .....	183.-
2.23.- Reograma de una suspensión de aerosil. FERRANTI .....	185.-
2.24.- Reograma de una parta dentífrica FERRANTI .....	185.-
2.25.- Reograma del agua, de un aceite de silicón y de la glicerina. FERRANTI .....	185.-
2.26.- Variación del reograma en una muestra de POLIOX antes y después de cizallado. FERRANTI .....	186.-
2.27.- Reogramas sucesivos a velocidades crecientes sobre una misma muestra de POLIOX FERRANTI .....	189.-

	<u>página</u>
2.28.- Borde formado por la muestra de fluido - en el cono-plato FERRANTI .....	190.-
2.29.- Reogramas originados por muestras de - fluido que formaban o no formaban borde con el cono plato FERRANTI .....	193.-

### TABLAS Y CUADROS

II.1 y 2 - Características de algunas viscosí- metros comerciales de flujo axial (Vis- cosímetros capilares y de orificios).	144.-
II.3.4 y 5 - Características de algunos viscosí- metros comerciales rotacionales (ci- lindros coaxiales, en medio infinito y análogos .....	148.-
II.6. - Características de algunos viscosí- metros comerciales rotacionales (cono - plato y esféricos) .....	151.-
II.7 y 8 - Características de algunos viscosí- metros comerciales de flujo diverso ...	153.-
II.9. - Campos de utilización de los viscosí- metros y reómetros comerciales según su principio de medida y las caracte- rísticas dadas por el fabricante ....	155.-
II.10 - Viscosímetros capilares : denominación esquema, autores que han trabajado en el tema, ecuaciones de cálculo, normas, fabricante o denominación industrial, principio de la operación, aplicacio- nes y limitaciones .....	156.-

	<u>página</u>
II.12 - Otros viscosímetros, idem. ....	158.-
II.13 - Bucles de histéresis observados en los reogramas del aceite SAE 20 AX, realizados con un reoviscosímetro FERRANTI cono-plato (superficies en $\text{cm}^2$ ). ....	174.-
II.14 - Bucles de histéresis observados en los reogramas del aceite SAE 20 AX, realizados con un reoviscosímetro cono-plato FERRANTI (superficies en $\text{Kcal}/\text{cm}^3 \cdot \text{s}$ )..	174.-
II.15 - Distancia cono-plato obtenidas para una serie de ensayos .....	182.-
II.16 - Estudio de frecuencias y amplitudes de las oscilaciones de los valores del esfuerzo cortante dentro de ciertos valores del gradiente de velocidades para una solución acuosa al 5% de Polyox - WSR 301 FERRANTI .....	191.-
II.17 - Idem para el Polyox Coagulant. ....	192.-

#### ANEJO II - A

A.1.1. - Molécula de la celulosa .....	405.-
A.2.2. - Molécula del CMC sódico .....	406.-

#### ANEJO II - B

B.1. - Equipo de reoviscosimetría FERRANTI ..	412.-
B.2. - Unidad de medida FERRANTI .....	413.-

CAPITULO III

<u>FIGURAS Nº</u>	<u>página</u>
3.1. - Reograma y viscosidad aparente y diferencial .....	210.-
3.2. - Limalización del reograma en un dominio en trabajo .....	211.-
3.3. - Representación asintótica del reograma ..	211.-
3.4. - Representación de la caracterización de un fluido pseudoplástico (Ley de OSTWALD)	218.-
3.5. - Variación del reograma aparente con la temperatura a concentración constante ..	221.-
3.6. - Variación de la consistencia con la temperatura .....	222.-
3.7. - Variación del índice de pseudoplasticidad con la temperatura .....	222.-
3.8. - Variación del reograma aparente con la concentración a temperatura constante ..	225.-
3.9. - Variación del índice de pseudoplasticidad con la concentración .....	226.-
3.10.- Variación de la consistencia con la concentración .....	226.-
3.11.- Variación del reograma aparente con el tiempo de envejecimiento .....	228.-
3.12.- Idem en coordenadas logarítmicas .....	229.-
3.13.- Variación de los parámetros K y n con el tiempo de envejecimiento para una concentración del CMC del 5% .....	230.-

	<u>página</u>
3.14.- Idem para el 2% .....	230.-
3.15.- Idem en coordenadas logarítmicas .....	230 bis
3.16.- Variación del índice de pseudoplasticidad con el tiempo .....	232.-
3.17.- Variación del coeficiente de consistencia con el tiempo .....	232.-
3.18.- Influencia de la temperatura en el coefi ciente de consistencia .....	234.-
3.19.- Influencia de la concentración en el coe ficiente de consistencia .....	237.-
3.20.- Influencia de la concentración en el ín dice de pseudoplasticidad .....	238.-
3.21.- Variación de la consistencia referida a la viscosidad del solvente .....	238.-
3.22.- Variación de la consistencia referida a otra temperatura con la temperatura ....	240.-
3.23.- Variación de la consistencia referida a otra concentración con la concentración.	240.-
3.24.- Relación entre las características reoló gicas reducidas $K/K_c$ y $n-n_c/l-n_c$ .....	243.-
3.25.- Idem en escalas logarítmicas .....	243.-
3.26.- Relación entre las características reoló gicas reducidas $K/K$ y $n-n/-n$ , escalas lo garítmicas .....	245.-
3.27.- Gráfica de estado .....	245.-
3.28.- Esfuerzo cortante en función de la tempe ratura .....	247.-

<u>TABLAS</u>	<u>página</u>
I. - Expresión de la viscosidad en función de la concentración .....	213.-
II. - Idem con la temperatura .....	213.-

#### CAPITULO IV

##### FIGURAS N°

4.1. - Permeámetro .....	259.-
4.2. - Efectos inerciales en la ley de DARCY ..	261.-
4.3. - Efectos moleculares en la ley de DARCY .	261.-
4.4. - Aparición de turbulencia en un derrame a través de un medio poroso .....	266.-
4.5. - Modelo y muestras del medio poroso a base de STYROCORD para ensayos de selección	270.-
4.6. - Detalle de las esferas del medio poroso.	273.-
4.7. - Curva granulométrica del medio poroso ..	271.-
4.8. - Histograma granulométrico medio poroso .	272.-
4.9. - Vista del medio poroso .....	273.-
4.10.- Anillo componente del filtro .....	274.-
4.11.- Vista general de los elementos componentes .....	275.-
4.12.- Tapizado de las paredes de los anillos .	276.-
4.13.- Llenado de los anillos .....	278.-
4.14.- Vista de las tomas de presión .....	277.-

	<u>página</u>
4.15.- Vista de las conexiones a los piezóme- tros .....	277.-
4.16.- Vista del conjunto filtro-piezómetros ...	277.-
4.17.- Recipiente de nivel constante .....	279.-
4.18.- Esquema del circuito .....	281.-
4.19.- Vista, en detalle del medio poroso (sec- ción) .....	283.-
4.20.- Evolución del coeficiente de fricción, - de la analogía capilar del medio poroso, en función del número de REYNOLDS (flui- do glicerina) .....	286.-
4.21.- Idem en coordenadas logarítmicas (flui- dos glicerina y agua) .....	287.-
4.22.- Reogramas modificados $\varphi^* - V$ C=10,3% -	299.-
a	a
4.27.- Reogramas modificados $\varphi^* - V$ C=6,45% ...	301.-
4.28.- Curvas experimentales y teóricas que re-	305.-
a	a
4.33.- lacionan el gradiente de presiones con - las velocidades (experiment. y teoric)...	307.-
4.34.- Variación de la velocidad (experimental y teórica) gradiente de presiones (con- centración 8,2% . Temperatura 36,1°C ...	308.-
4.35.- Variación del gradiente de funciones (ex perimental y teórico) con la velocidad - (concentración 8,2% temperatura 36,1 °C	308.-
4.36.- Variación de la relación de velocidades	310.-
a	a
4.41.- teórica-velocidad experimental, con la - velocidad experimental y el número de - REYNOLDS generalizado .....	312.-

	<u>página</u>
4.42.- Variación de la relación de velocidades.	
4.43. <sup>a</sup> - con el logaritmo del número de REYNOLDS.	313.-
4.44.- Efecto pared. ....	318.-
4.45.- Relación entre gradiente de presión teóri	320.-
4.51. <sup>a</sup> - co y experimental .....	321.-
4.52.- Relación entre velocidades teóricas y ex	322.-
4.57. <sup>a</sup> - perimentales. ....	324.-
4.58.- Correlación entre los índices de pseudo- plasticidad por ajuste de la ley de DAR- CY y los obtenidos por reometría cono- -plato .....	327.-
4.59.- Relación entre los coeficientes experi- mentales y teóricos de la ley de DARCY - generalizada .....	328.-
4.60.- Coeficiente A7, de la ley de DARCY, gene	330.-
4.65. <sup>a</sup> - ralizada en función del número de REY- NOLDS .....	332.-
4.66.- Evolución del número de Re para un coefi- ciente A7 = 3000 en función de la concen- tración y de la temperatura .....	333.-
4.67.- Idem en función de la concentración y - del índice de pseudoplasticidad (cono-pla- to) .....	333.-
4.68.- Correlación entre viscosidades de DARCY, newtoniana equivalente y diferencial de OSTWALD .....	336.-

	<u>página</u>
4.69.- Variaciones de las viscosidades de DARCY newtoniana equivalente y diferencial de OSTWALD con la velocidad experimental, - la temperatura y la concentración .....	336.-
4.70.- Coeficiente de fricción de la analogía - capilar en función del número de REYNOLDS	341.-
4.75.- <sup>a</sup> generalizado (concentraciones varias) ..	343.- <sup>a</sup>
4.76.- Idem para todas las concentraciones y - temperaturas. ....	344.-
4.77.- Variación del producto coeficiente de - fricción por número de REYNOLDS (generalizado y modificado) en función de la velocidad experimental. ....	347.-
4.82.- <sup>a</sup> Evolución del coeficiente de fricción en función del número de REYNOLDS para un fluido viscoelástico .....	349.- <sup>a</sup>
4.82.- Evolución del coeficiente de fricción en función del número de REYNOLDS para un fluido viscoelástico .....	350.-

#### TABLAS

I. - Permeabilidades teóricas .....	289.-
II. - Características del medio poroso .....	291.-

#### ANEJO IV - A

A.1.1. - Deslizamiento en la pared .....	427.-
A.1.2. - Pérdidas de carga totales en función - del número de REYNOLDS. ....	437.-