

Capítulo V

Metodología de Diseño en Base a Pasividad para Convertidores de Potencia DC–DC.

Como consecuencia de las consideraciones previas de modelaje Euler–Lagrange en el capítulo [II], a continuación se aportará, fundamentada en técnicas de pasividad, una aproximación para la estabilización de la dinámica promedio de los convertidores de potencia, controlados mediante PWM, del tipo “boost”, “buck-boost” y “buck” [57], en primera instancia con parámetros conocidos, y a continuación con el desconocimiento de los parámetros del circuito.

La técnica del diseño de controladores basada en pasividad (vea Ortega et al [43]), involucra un proceso más ligado a las propiedades físicas del sistema, modificando con ayuda del circuito conmutador, la energía total almacenada en el circuito. El resultado en el control obtenido, es más sencillo de implementar desde el punto de vista computacional [45].

El siguiente capítulo se desglosará de la siguiente forma: En la primera sección se establecerá para el circuito DC–DC, del tipo “Boost”, la proposición, prueba y simulación via computadora para efectuar su control, y lo mismo sucede para cada uno de los siguientes convertidores “Buck–Boost” y “Buck”. En la segunda parte se describirá otro aporte al análisis y diseño con un esquema adaptativo para cada uno de los circuitos convertidores. En la tercera parte, motivados por los resultados aportamos un esquema adaptativo para el circuito en cascada de tres circuitos DC–DC, del tipo “Boost”.

□ □ □

1 Controladores en Base a Pasividad para Convertidores DC–DC.

La técnica del diseño de controladores basada en pasividad involucra una inversión parcial del estado de la dinámica promedio del convertidor. En particular, si

se desea la regulación directa del voltaje de salida en el capacitor, la correspondiente corriente de entrada debe ser expresada en términos del voltaje de salida dado y de la razón de trabajo. A objeto de obtener el correspondiente sintetizador de la razón de trabajo, la expresión encontrada es forzada a satisfacer la dinámica deseada de la corriente de entrada. Este procedimiento resulta, debido a las características de fase no mínima de la razón de trabajo del sistema en el cual se a tomado como salida el voltaje en el capacitor, en un controlador dinámico inestable, razón por la cual la estabilización directa del voltaje de salida es imposible. Como es bien conocido, esquemas de regulación indirecta del voltaje de salida, basados en la estabilización de la corriente de entrada, no presentan tales inconvenientes de fase no mínima y son completamente realizables (vea Sira-Ramírez y Lischinsky-Arenas [54], y Sira-Ramírez *et al* [62]).

El funcionamiento de los controladores obtenidos, fué completamente examinado, mediante simulaciones, en sus versiones de modelos regulados a través de un conmutador y mediante una política de PWM .

1.1 Circuito “Boost”.

En esta sección utilizamos el método basado en pasividad a fin de diseñar dos controladores, el primero intenta la regulación “directa” del voltaje de salida , mientras el segundo se fundamenta en la regulación de la corriente de entrada con el propósito de estabilizar en forma “indirecta” el voltaje de salida. Resultando que, debido al comportamiento de fase no-mínima (con respecto al voltaje de salida del capacitor), en el primer caso la metodología conlleva a un controlador inestable, mientras que la segunda táctica de diseño nos evita este inconveniente.

Regulación Directa del Voltaje de Salida.

Supongase que se desea la regulación directa del voltaje de salida del capacitor a un valor constante, $z_{2d} = V_d$. Correspondiendo este objetivo al voltaje de salida z_2 , la corriente de entrada requerida debe ser representada por una función $z_{1d}(t)$, que será determinada más adelante.

Considere las variables de error $\tilde{z}_1(t) = z_1(t) - z_{1d}(t)$ y $\tilde{z}_2(t) = z_2(t) - V_d$. Denotamos el vector de error promedio por \tilde{z} . Siguiendo la metodología basada en pasividad deseamos conducir la función de energía en lazo cerrado del sistema original a una función de energía deseada:

$$H_d = \frac{1}{2} \tilde{z}^T \mathcal{D}_B \tilde{z} \quad (1.1)$$

Esta selección es motivada por la forma de la función de energía total del modelo promedio del sistema, la cual como mostramos anteriormente está dada por:

$$H = \frac{1}{2} z^T \mathcal{D}_B z$$

La dinámica del vector de error promedio se puede expresar como:

$$\mathcal{D}_B \dot{\bar{z}} + (1 - \mu) \mathcal{J}_B \bar{z} + \mathcal{R}_B \bar{z} = \mathcal{E}_B - (\mathcal{D}_B \dot{z}_d + (1 - \mu) \mathcal{J}_B z_d + \mathcal{R}_B z_d) \quad (1.2)$$

Para asegurar la estabilidad asintótica efectuamos una *inyección de amortiguamiento* sobre (1.2) al definir el siguiente término deseado de disipación de Rayleigh del error:

$$\mathcal{D}_d = \frac{1}{2} \bar{z}^T \mathcal{R}_{Bd} \bar{z} = \frac{1}{2} \bar{z}^T (\mathcal{R}_B + \mathcal{R}_{1B}) \bar{z} \quad (1.3)$$

donde

$$\mathcal{R}_{1B} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} ; R_1 > 0 \quad (1.4)$$

Adicionando a ambos lados de la ecuación (1.2) los términos necesarios, se obtiene:

$$\mathcal{D}_B \dot{\bar{z}} + (1 - \mu) \mathcal{J}_B \bar{z} + \mathcal{R}_{Bd} \bar{z} = \Psi \quad (1.5)$$

donde

$$\Psi = \mathcal{E}_B - (\mathcal{D}_B \dot{z}_d + (1 - \mu) \mathcal{J}_B z_d + \mathcal{R}_B z_d - \mathcal{R}_{1B} \bar{z}) \quad (1.6)$$

El moldeado de la energía más la inyección de amortiguamiento sería efectuada si podemos hacer $\Psi = 0$. En este caso, la estabilización de la dinámica del error debería satisfacer:

$$\mathcal{D}_B \dot{\bar{z}} + (1 - \mu) \mathcal{J}_B \bar{z} + \mathcal{R}_{Bd} \bar{z} = 0 \quad (1.7)$$

Para explicar el razonamiento del método, considere el comportamiento de la energía total deseada H_d , cuya derivada en el tiempo a lo largo de la solución de (1.7) resulta en:

$$\dot{H}_d = -\bar{z} \mathcal{R}_{Bd} \bar{z} \leq -\alpha H_d < 0 \quad \forall \bar{z} \neq 0 \quad (1.8)$$

donde α es una constante estrictamente positiva.

Concluimos que si la dinámica del error coincide con (1.7), el comportamiento del error es asintóticamente estable a cero.

Así, a objeto de satisfacer (1.7) debemos demandar, de (1.6), que:

$$\mathcal{D}_B \dot{z}_d + (1 - \mu) \mathcal{J}_B z_d + \mathcal{R}_B z_d - \mathcal{R}_{1B} \bar{z} = \mathcal{E}_B \quad (1.9)$$

Estas condiciones son escritas explícitamente como:

$$\begin{aligned} L \dot{z}_{1d} + (1 - \mu) z_{2d} - (z_1 - z_{1d}) R_1 &= E \\ C \dot{z}_{2d} - (1 - \mu) z_{1d} + \frac{1}{R} z_{2d} &= 0 \end{aligned} \quad (1.10)$$

El problema, tal cual, consiste en, dada una constante deseada en el valor del voltaje de salida $z_{2d} = V_d$, se calcula una función acotada $z_{1d}(t)$, y una función apropiada de la razón de trabajo μ , tal que (1.10) se satisfaga. Procedamos a

eliminar primero la variable $z_1(t)$ de (1.10) como sigue. De la segunda ecuación de (1.10), obtenemos:

$$z_{1d}(t) = \frac{V_d}{R(1 - \mu(t))} \quad (1.11)$$

Sustituyendo esta expresión en la primera ecuación de (1.10), uno consigue, después de algunas manipulaciones algebraicas, una expresión para la dinámica de la función de razón de trabajo, de la forma:

$$\dot{\mu} = \frac{R(1 - \mu)^2}{LV_d} \left[E - (1 - \mu)Y + R_1 \left(z_1 - \frac{V_d}{R(1 - \mu)} \right) \right] \quad (1.12)$$

Este controlador estabiliza z_1 y z_2 a sus valores deseados z_{1d} y z_{2d} . Sin embargo, el controlador (1.12), desafortunadamente, no es factible debido a su carencia de estabilidad. En otras palabras la dinámica "remanente" o dinámica de los ceros, a él asociada resulta en:

$$\dot{\mu} = \frac{R(1 - \mu)^2}{LV_d} [E - (1 - \mu)V_d] \quad (1.13)$$

la cual coincide con la dinámica de los ceros ya calculada en (II.2.17), y que señalamos como inestable alrededor de su único punto de equilibrio con significado físico.

Regulación Indirecta del Voltaje de Salida.

La sección previa ha puesto de manifiesto que la única alternativa es efectuar el control *indirecto* del voltaje de salida del capacitor mediante la regulación de la corriente de entrada.

Supongase que deseamos regular z_1 a un valor constante $z_{1d} = I_d$. A fin de obtener un controlador retroalimentado factible para esta tarea, se procederá a eliminar la variable z_{2d} del conjunto de ecuaciones (1.10). Utilizando la primera ecuación de (1.10), $z_2(t)$ puede ser expresada como:

$$z_{2d}(t) = \frac{E + (z_1 - I_d)R_1}{(1 - \mu(t))} \quad (1.14)$$

Sustituyendo (1.14) en la segunda ecuación de (1.10), uno obtiene, después de algunas manipulaciones algebraicas:

$$\dot{\mu} = \frac{(1 - \mu)}{C[E + (z_1 - I_d)R_1]} \left\{ (1 - \mu)^2 I_d - \frac{E + (z_1 - I_d)R_1}{R} - \frac{R_1 C}{L} [E - (1 - \mu)z_2] \right\} \quad (1.15)$$

La dinámica "remanente" asociada con el controlador (1.15), se obtuvo al igualar z_1 y z_2 a sus respectivos valores deseados. Tal dinámica está dada por:

$$\dot{\mu} = \frac{1 - \mu}{RCE} [(1 - \mu)^2 R I_d - E] \quad (1.16)$$

La dinámica de los ceros (1.16) coincide con la dinámica de los ceros derivada en la ecuación (II.2.20), y la cual se mostró era localmente estable alrededor de su

único punto de equilibrio con significado físico. Por lo tanto, el controlador indirecto (1.15) es completamente factible.

Los resultados anteriores son sintetizados en la siguiente proposición:

5.1 Proposición. *Considere la dinámica promedio (2.11) del convertidor “Boost”,*

$$\mathcal{D}_B \dot{z} + (1 - \mu) \mathcal{J}_B z + \mathcal{R}_B z = \mathcal{E}_B$$

con $z^T = [z_1, z_2] \in \mathcal{R}^2$, siendo z_1 la corriente promedio en el inductor y z_2 el voltaje promedio en el capacitor. La cantidad $\mu \in [0, 1]$ es la función de razón de trabajo.

Se define un controlador no-lineal dinámico de estado retroalimentado como:

$$\begin{aligned} \dot{z}_{2d} &= -\frac{1}{RC} \left\{ z_{2d} - \frac{V_d^2}{E z_{2d}} \left[E + R_1 \left(z_1 - \frac{V_d^2}{ER} \right) \right] \right\} \\ \mu(t) &= 1 - \frac{1}{z_{2d}(t)} \left[E + R_1 \left(z_1 - \frac{V_d^2}{ER} \right) \right] \end{aligned} \quad (1.17)$$

donde la condición inicial del controlador dinámico es seleccionada de tal forma que, $z_{2d}(0) > 0$ y el valor de referencia constante para z_2 , denotado por V_d es una cantidad estrictamente positiva. El parámetro R_1 es una constante seleccionada por el diseñador con la única restricción de ser estrictamente positiva. Bajo estas condiciones, el sistema en lazo cerrado definido por (2.11) y (1.17) tiene un punto de equilibrio dado por:

$$(z_1, z_2, z_{2d}) = \left(\frac{V_d^2}{RE}, V_d, V_d \right) \quad (1.18)$$

el cual es asintóticamente estable.

Algunos Puntos Relevantes.

El diseño del sintetizador dinámico de la razón de trabajo en base a la pasividad se realiza con la asunción de que el modelo promedio PWM del convertidor reproduce el comportamiento esencial del actual circuito regulado por conmutación. Esta suposición es solo aproximadamente válida debido al hecho, que en la práctica, la frecuencia de muestreo infinita, y sus correspondientes conmutaciones infinitamente rápidas, son imposibles de llevar a cabo. No obstante, para frecuencias de muestreo *suficientemente altas*, el controlador promedio diseñado puede ser utilizado para regular al actual convertidor conmutado con resultados satisfactorios.

El esquema en la figura 5.1 ha sido extensamente empleado para similares controladores retroalimentados, no lineales, dinámicos y su validez ha sido justificada, desde el punto de vista teórico (ver Sira-Ramírez, [50] y Sira-Ramírez *et al*, [55]) y, también, a través de extensivas simulaciones (ver, por ejemplo, Sira-Ramírez [50], y Sira-Ramírez and Lischinsky-Arenas [54], y Sira-Ramírez *et al* [62]).

A continuación, presentamos dos observaciones a objeto de visualizar el uso de tal esquema de retroalimentación PWM:

- El sintetizador de razón de trabajo basado en el promedio genera una función de razón de trabajo *calculada*. Por ello, es enteramente posible que estos valores excedan los límites, físicos de la *efectiva* razón de trabajo requerida, necesariamente restringida al intervalo cerrado $[0, 1]$. Por esta razón, es necesario emplear un *limitador* en conjunción con el regulador dinámico obtenido, como se muestra en la figura 5.1. Como una consecuencia de esta limitación, solo la *estabilidad asintótica local* del sistema en lazo cerrado puede ser garantizada. Note que enormes desviaciones del estado inicial puede inducir efectos de saturaciones desestabilizantes los cuales no fueron considerados en los desarrollos anteriores.
- El sintetizador de la razón de trabajo (1.15) requiere en línea los valores promedios PWM de los estados z_1 y z_2 del circuito. Estos estados promedios pueden ser asintóticamente obtenidos a través de un proceso de filtraje paso bajo sobre los estados del circuito x_1 y x_2 . Observe, sin embargo, que en el esquema en lazo cerrado presentado en la figura 5.1, los estados *efectivos* del circuito x_1, x_2 , son utilizados por la retroalimentación, en vez de sus versiones filtradas z_1, z_2 . Esto podría apuntar, de nuevo, que a grandes frecuencias de muestreo la diferencia entre usar uno u otro conjunto de estados es enteramente despreciable debido al efecto resultante sobre el sistema, el cual, por sí solo, se comporta como un filtro paso bajo.

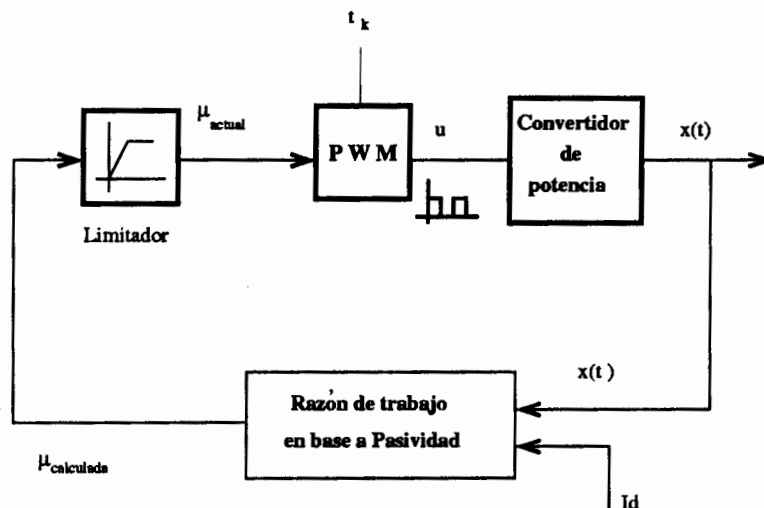


Figura 5.1: Esquema de Control Retroalimentado PWM, en Base a Pasividad, para la Regulación Indirecta del Voltaje de Salida en Convertidores de Potencia DC-DC.

5 .1 Simulación. Simulaciones del comportamiento en lazo cerrado del convertidor “boost” y el controlador indirecto PWM en base a la pasividad fueron desarrolladas sobre la siguiente versión perturbada del circuito convertidor “boost”:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -(1-u) \frac{1}{L} x_2 + \frac{E+\eta}{L} \\ \dot{x}_2 &= (1-u) \frac{1}{C} x_1 - \frac{1}{RC} x_2\end{aligned}\tag{1.19}$$

donde η representa una entrada de perturbación estocástica externa que afecta directamente el comportamiento del sistema a través del valor de la fuente de voltaje. Note que esta entrada de perturbación es del tipo acoplado, esto es, se introduce al sistema de ecuaciones a través de un canal de entrada de campo vectorial, dado por $[1/L \ 0]^T$ el cual no está en el rango del espacio del canal de entrada del control, dado por el vector de campo $[1/Lx_2 \ 1/Cx_1]^T$. La magnitud del ruido fué seleccionada, aproximadamente, del 20% del valor de E .

Los valores de los parámetros del circuito fueron tomados de los siguientes valores “típicos”:

$$C = 20 \mu\text{F} ; R = 30 \Omega ; L = 20 \text{ mH} ; E = 15 \text{ V}$$

La frecuencia de muestreo para la política PWM fué ubicada en 3 KHz. La razón de trabajo fué obtenida de un proceso de muestreo de la salida, $\mu(t)$, del sintetizador de la razón de trabajo derivado anteriormente. A objeto de evitar la contrucción de los filtros paso-bajos, en lugar de usar las variables de estado promediadas z_1, z_2 para retroalimentarlas sobre la sintetizador, empleamos los actuales estados controlados x_1, x_2 en las expresiones del controlador. La corriente promedio de entrada deseada en el inductor se ubicó en $I_d = 3.125 \text{ Amp.}$, con la razón de trabajo en estado estacionario $U = 0.6$, lo cual corresponde a un voltaje promedio de salida en el capacitor, $z_2 = V_d = 37.5 \text{ Volts.}$

La figura 5.2 muestra las trayectorias de estado en lazo cerrado correspondientes al sintetizador de la razón de trabajo desarrollado para el convertidor “boost”. Esta figura también presenta la trayectoria de la función de razón de trabajo, así como una realización generada por la computadora de la señal de perturbación estocástica η .

Como puede verse en las simulaciones, el controlador propuesto ejecuta la estabilización indirecta del voltaje de salida alrededor del valor de equilibrio deseado mientras exhibe un alto grado de robustez con respecto a la señal de perturbación estocástica externa.

□ □ □

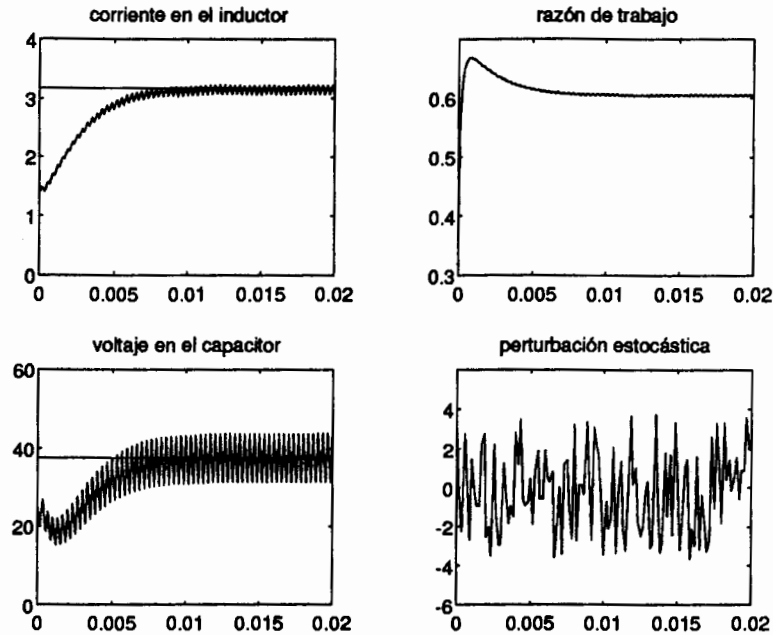


Figura 5.2: Simulaciones Resultantes para la Evaluación del Comportamiento del Controlador Indirecto PWM, en el Convertidor "Boost" Perturbado.

1.2 Convertidor "Buck-Boost".

Siguiendo exactamente el mismo procedimiento que en el caso previo uno concluye que, para el convertidor "buck-boost", una política de regulación directa del voltaje de salida no es factible debido al fenómeno de fase no-mínima. Así, escribimos abajo la expresión para el controlador retroalimentado dinámico que efectúa en forma indirecta la regulación del voltaje de salida del capacitor, a un punto de equilibrio deseado V_d , a través de la estabilización de la corriente de entrada a un valor constante I_d , calculado en términos de V_d como en la ecuación (3.12):

$$\begin{aligned} \dot{\mu} = & \frac{1 - \mu}{C[E + (z_1 - I_d)R_1]} \left\{ (1 - \mu)^2 I_d - \frac{\mu E + (z_1 - I_d)R_1}{R} - \right. \\ & \left. - \frac{R_1 C}{L} [\mu E + z_2(1 - \mu)] \right\} \end{aligned} \quad (1.20)$$

La dinámica de los ceros asociada con el controlador (1.21) está dada por:

$$\dot{\mu} = \frac{(1 - \mu)}{RCE} \left\{ (1 - \mu)^2 R I_d - \mu E \right\} \quad (1.21)$$

la cual tiene tres puntos de equilibrio:

$$\mu = 1 ; \mu = 1 + \frac{E}{2RI_d} \pm \sqrt{\left(\frac{E}{2RI_d}\right)^2 + \frac{E}{RI_d}} \quad (1.22)$$

Dos de los puntos de equilibrio ($\mu = 1$, y el correspondiente al signo mas de la raíz cuadrada) son inestables mientras el restante, a parte de ser el único con significado físico, es además, localmente asintóticamente estable.

De manera más formal:

5.2 Proposición. *Considere la dinámica promedio (3.9) del convertidor "buck-boost",*

$$\mathcal{D}_{BB}\dot{z} + (1 - \mu)\mathcal{J}_{BB}z + \mathcal{R}_{BB}z = \mu\mathcal{E}_{BB}$$

con $z^T = [z_1, z_2] \in \mathcal{R}^2$, siendo z_1 la corriente promedio en el inductor y z_2 el voltaje promedio en el capacitor. La cantidad $\mu \in [0, 1]$ es la función de razón de trabajo.

Se define un controlador no-lineal dinámico de estado retroalimentado como:

$$\begin{aligned} \dot{z}_{2d} &= -\frac{1}{RC} \left\{ z_{2d} + V_d \left(\frac{V_d}{E} + 1 \right) \left[\frac{E + R_1 \left(z_1 - \frac{V_d}{R} \left(\frac{V_d}{E} + 1 \right) \right)}{E - z_{2d}(t)} \right] \right\} \\ \mu(t) &= \frac{z_{2d}(t) + R_1 \left(z_1 - \frac{V_d}{R} \left(\frac{V_d}{E} + 1 \right) \right)}{z_{2d}(t) - E} \end{aligned} \quad (1.23)$$

donde la condición inicial del controlador dinámico es seleccionada de tal forma que, $z_{2d}(0) < 0$ y el valor de referencia constante para z_2 , denotado por $-V_d$ es una cantidad estrictamente negativa. El parámetro R_1 es una constante seleccionada por el diseñador con la única restricción de ser estrictamente positiva. Bajo estas condiciones, el sistema en lazo cerrado definido por (3.9) y (1.23) tiene un punto de equilibrio dado por:

$$(z_1, z_2, z_{2d}) = \left(\frac{V_d}{R} \left(\frac{V_d}{E} + 1 \right), V_d, V_d \right) \quad (1.24)$$

el cual es asintóticamente estable.

Prueba El hecho que (1.24) es un punto de equilibrio definido por (3.9) y (1.23), quien es el resultado de una sustitución directa.

Definimos:

$$z_{1d} = \frac{V_d}{R} \left(\frac{V_d}{E} + 1 \right) \quad (1.25)$$

Note que z_{1d} y z_1 coinciden en el punto de equilibrio. Permitiendo que \tilde{z} denote, como antes, la señal de error $z - z_d$. Podemos escribir (3.9) en terminos de la señal de error como:

$$\mathcal{D}_{BB}\dot{\tilde{z}} + (1 - \mu)\mathcal{J}_{BB}\tilde{z} + \mathcal{R}_{BBd}\tilde{z} = \psi \quad (1.26)$$

donde,

$$\psi = \mu\mathcal{E} - \left[\mathcal{D}_{BB}\dot{z}_d + (1 - \mu)\mathcal{J}_{BB}z_d + \mathcal{R}_{BB}z_d - \begin{bmatrix} R_1\tilde{z}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \right] \quad (1.27)$$

y \mathcal{R}_{BBd} es una matriz definida positiva dada por:

$$\mathcal{R}_{BBd} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & 1/R \end{bmatrix} ; R_1 > 0 \quad (1.28)$$

La Expresión (1.27) es escrita explícitamente como:

$$\begin{aligned}\psi_1 &= -L\dot{z}_{1d} + (1 - \mu)z_{2d} + R_1\tilde{z}_1 + \mu E \\ \psi_2 &= -C\dot{z}_{2d} - (1 - \mu)z_{1d} - \frac{1}{R}z_{2d}\end{aligned}\quad (1.29)$$

Usando (3.9) y (1.23) uno tiene $\psi_1 = 0$ y $\psi_2 = 0$. La estabilización resultante del error del sistema está dada por la dinámica asintóticamente estable:

$$\mathcal{D}_{BB}\dot{\tilde{z}} + (1 - \mu)\mathcal{J}_{BB}\tilde{z} + \mathcal{R}_{BBd}\tilde{z} = 0 \quad (1.30)$$

Utilizando como función de Lyapunov la energía total del error del sistema $H_d(t) = \frac{1}{2}\tilde{z}^T\mathcal{D}_{BB}\tilde{z} > 0$ obtenemos, que para alguna constante $\alpha > 0$, a lo largo de las trayectorias de (1.30) la siguiente relación es satisfecha:

$$\dot{H}_d(t) = -\tilde{z}^T\mathcal{R}_d\tilde{z} \leq -\alpha\|\tilde{z}\|^2 \quad (1.31)$$

donde α puede ser tomada como $\min\{R_1, \frac{1}{R}\}$. Concluimos que $H(t)$ es acotada y, por lo tanto, \tilde{z} es una integral cuadrática. Esto implica que $\tilde{z} \rightarrow 0$ asintóticamente.

La dinámica de los ceros asociada con el controlador dinámico propuesto es:

$$\dot{z}_{2d} = -\frac{1}{RC}\left[z_{2d} + V_d\left(\frac{V_d}{E} + 1\right)\frac{E}{E - z_{2d}}\right] \quad (1.32)$$

la cual tiene un punto de equilibrio asintótico sobre $z_{2d} = -V_d$ para toda condición inicial que satisface $z_{2d}(0) < 0$.

□ □ □

5.2 Simulación. También se desarrollaron simulaciones a objeto de efectuar la evaluación del comportamiento en lazo cerrado de un convertidor “buck-boost” regulado en forma indirecta. Los valores de los parámetros del convertidor fueron seleccionados en forma idéntica a aquellos considerados previamente en la simulación del convertidor “boost”. El modelo perturbado regulado por conmutación usado en las simulaciones fue tomado como:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= (1 - u)\frac{1}{L}x_2 + u\frac{E + \eta}{L} \\ \dot{x}_2 &= -(1 - u)\frac{1}{C}x_1 - \frac{1}{RC}x_2\end{aligned}\quad (1.33)$$

La corriente promedio de entrada deseada en el inductor fue colocada al valor de equilibrio $z_{1d} = I_d = 1.875$ Amp., con una razón de trabajo en estado estacionario $U = 0.6$. Esto corresponde a un voltaje promedio de salida, $z_2 = V_d = -22.5$ Volts. Las trayectorias de los estados del convertidor, regulado, “buck-boost”, la función de razón de trabajo, y la señal de perturbación estocástica η (aproximadamente 20% del valor de E) se exponen en la figura 5.3.

En las simulaciones se puede observar el funcionamiento adecuado del controlador al igual que su robustez con respecto a la señal de perturbación estocástica externa.

□ □ □

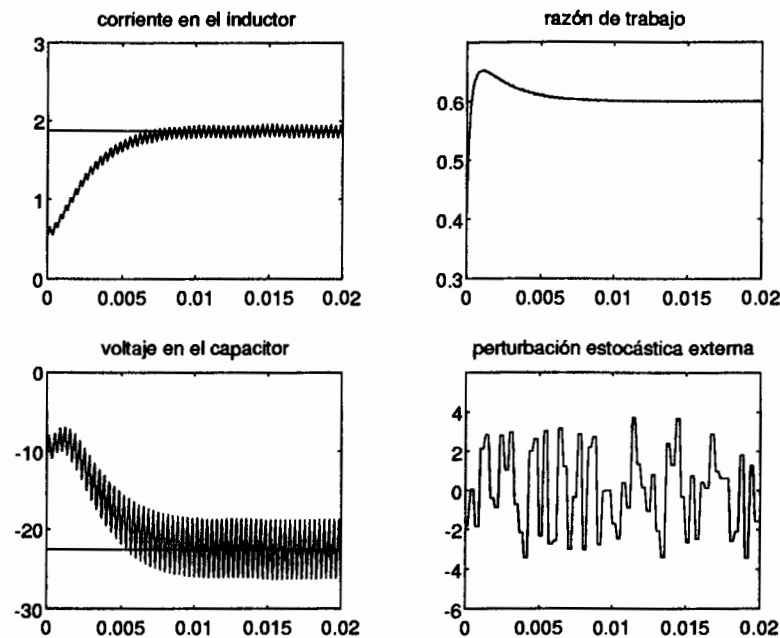


Figura 5.3: Simulaciones Resultantes para la Evaluación del Comportamiento del Controlador Indirecto PWM, en el Convertidor "Buck-Boost" Perturbado.

1.3 Convertidor "Buck".

Los procedimientos que conlleva al sintetizador de la razón de trabajo para el convertidor "buck" son similares a aquellos presentados para los otros convertidores. Únicamente apuntaremos que, contrariamente a los casos anteriores, el esquema de la regulación directa del voltaje de salida es factible debido a que el convertidor "buck" no exhibe dinámica de los ceros para esta salida. En este caso el sintetizador de la razón de trabajo es *estático*, en lugar de dinámico. Si denotamos, como antes, por V_d el voltaje de salida deseado en el capacitor, el controlador en base a la pasividad resulta en :

$$\mu = \frac{V_d}{E} - \frac{1}{ER_1} \left(z_1 - \frac{V_d}{R} \right) \quad (1.34)$$

Se ve fácilmente, por sustitución de z_1 en términos de z_2 y \dot{z}_2 , que este controlador es justamente un controlador clásico "proporcional-derivativo".

El esquema de regulación indirecta del voltaje de salida resulta en un controlador dinámico cuyo comportamiento es asintóticamente estable a cero. Los detalles son omitidos y los resultados se presentan a continuación :

5.3 Proposición. *Considere la dinámica promedio (4.8) del convertidor "buck",*

$$\mathcal{D}_b \dot{z} + (\mathcal{J}_b + \mathcal{R}_b) z = \mu \mathcal{E}_b$$

con $z^T = [z_1, z_2] \in \mathcal{R}^2$, siendo z_1 la corriente promedio en el inductor y z_2 el voltaje promedio en el capacitor. La cantidad $\mu \in [0, 1]$ es la función de razón de trabajo.

Se define un controlador no-lineal dinámico de estado retroalimentado como:

$$\begin{aligned} \dot{z}_{2d} &= -\frac{1}{RC}(z_{2d} - V_d) \\ \mu(t) &= \frac{z_{2d}(t) - R_1(z_1 - V_d/R)}{E} \end{aligned} \quad (1.35)$$

donde la condición inicial del controlador dinámico es seleccionada de tal forma que, $0 < z_{2d}(0) < E$ y el valor de referencia constante para z_2 , denotado por V_d es una cantidad estrictamente positiva. El parámetro R_1 es una constante seleccionada por el diseñador con la única restricción de ser estrictamente positiva. Bajo estas condiciones, el sistema en lazo cerrado definido por (4.8) y (1.35), tiene un punto de equilibrio dado por:

$$(z_1, z_2, z_{2d}) = \left(\frac{V_d}{R}, V_d, V_d \right) \quad (1.36)$$

el cual es asintóticamente estable.

□ □ □

5.3 Simulación. Las simulaciones fueron efectuadas para el esquema de regulación directa operando sobre un convertidor “buck” perturbado de la forma:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\frac{1}{L}x_2 + u\frac{E + \eta}{L} \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{C}x_1 - \frac{1}{RC}x_2 \end{aligned} \quad (1.37)$$

donde, al igual que los casos anteriores, η representa una señal de perturbación estocástica, pero esta vez de una magnitud aproximada del 10% de E . El voltaje promedio de salida deseado en el capacitor fué colocado en $V_d = 9$ Volts, lo cual corresponde a una razón de trabajo y corriente promedio de entrada, en estado estacionario, de $U = 0.6$ y $z_{1d} = I_d = 0.3$ Amp., respectivamente. En la figura 5.4 se muestran los resultados obtenidos.

□ □ □

En resumen los sintetizadores de la razón de trabajo retroalimentados, motivados físicamente, fueron propuestos y desarrollados para la estabilización indirecta del voltaje promedio de salida de los convertidores de potencia DC-DC de los tipos “boost”, “buck-boost”, y “buck”. Los controladores retroalimentados dinámicos se fundamentan en la modificación de la función de energía total del modelo promedio del convertidor. Este procedimiento, aunado a las posibilidades de aumentar la estructura de disipación de los modelos promedios a través de útiles “inyecciones de amortiguamiento”, conduce a un comportamiento en lazo cerrado asintóticamente estable en compañía de controladores localmente asintóticamente estables. Además el análisis muestra que la regulación directa del voltaje de salida conlleva a un controlador inestable en ambos convertidores “boost” y el “buck-boost”. En el

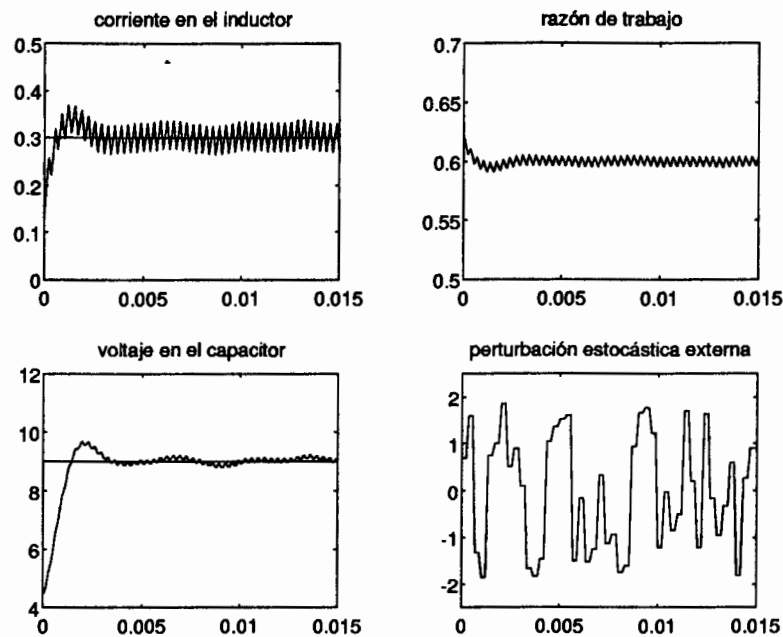


Figura 5.4: Simulaciones Resultantes para la Evaluación del Comportamiento del Controlador Directo PWM, en el Convertidor "Buck" perturbado.

caso de convertidor "buck", sin embargo, ambos esquemas de regulación de voltaje; directa e indirectamente, son igualmente factibles debido a la ausencia de la dinámica de ceros en el primer caso y al correspondiente carácter de fase mínima en el segundo caso.

Los resultados obtenidos en las simulaciones, para todos los tipos de de convertidores considerados, fueron altamente alentadores.

□ □ □

2 Controladores Adaptativos en base a Pasividad para Convertidores DC-DC.

Frecuentemente, en el diseño de reguladores retroalimentados para los convertidores de potencia DC-DC se asume que las cargas en el convertidor y los parámetros asociados con los diversos componentes del circuito son perfectamente conocidos. Sin embargo, en la práctica, los errores de medida, efectos de envejecimiento e imperfecciones del modelado originan un conocimiento poco preciso sobre esos parámetros. Estos factores motivan la realización de una aproximación adaptativa para el diseño de controladores en las fuentes de potencia DC-DC.

El control adaptativo de fuentes de potencia DC-DC ha sido tratado, a partir de la linealización aproximada, por Sanders y Verghese en [47]. Estas técnicas se sustentan en consideraciones de estabilidad de Lyapunov para el diseño de controladores retroalimentados. Un punto de vista en base a una completa linealización de

estado adaptativa fué propuesto por Sira-Ramírez *et al* en [62]. Un método de diseño adaptativo que combina apropiadamente linealización de entrada-salida, a través de la forma canónica de la observabilidad (ver Fliees [35]), y el procedimiento de diseño del *backstepping*, fué recientemente presentado por Sira-Ramírez *et al* en [59].

En esta siguiente parte del trabajo asumimos que las resistencias de carga, en los distintos convertidores, son valores constantes pero completamente desconocidos. Este tipo de situación se presenta comúnmente en varias aplicaciones prácticas de convertidores de potencia DC-DC. A fin de manejar este tipo de incertidumbre, desarrollamos versiones adaptativas de los controladores retroalimentados previamente elaborados. Enfatizamos que los resultados aquí presentados pueden ser extendidos, con relativa facilidad, a el caso de incertidumbres en el resto de los parámetros, L , C y E , del circuito del convertidor de potencia DC-DC.

2.1 Convertidor “Boost”.

5.1 Proposición. *Considere la dinámica promedio (2.11) del convertidor “boost”, donde $C > 0$, $L > 0$, $E > 0$ son constantes conocidas que representan la capacitancia, inductancia y el voltaje externo respectivamente, y $R > 0$ es la resistencia de carga desconocida. Se define un controlador adaptativo no lineal dinámico de estado retroalimentado como:*

$$\begin{aligned} \dot{z}_{2d} &= -\frac{\hat{\theta}}{C} \left\{ z_{2d} - \frac{V_d^2}{E z_{2d}} \left[E + R_1 \left(z_1 - \frac{V_d^2}{E} \hat{\theta} \right) \right] + L \frac{V_d^2}{E} z_{2d} (z_2 - z_{2d}) \right\} \\ \mu(t) &= 1 - \frac{1}{z_{2d}(t)} \left[E + R_1 \left(z_1 - \frac{V_d^2}{E} \hat{\theta} \right) - L \frac{V_d^2}{E} z_{2d} (z_2 - z_{2d}) \right] \\ \hat{\theta} &= -z_{2d} (z_2 - z_{2d}) \end{aligned} \quad (2.1)$$

donde la condición inicial del controlador dinámico es seleccionada tal que, $z_{2d}(0) > 0$ y $\hat{\theta}(0) > 0$. El valor de referencia constante para z_2 , denotado por V_d , es una cantidad estrictamente positiva. La cantidad $\hat{\theta}$ denota la estimación de $\frac{1}{R}$. El parámetro R_1 es una constante seleccionada por el diseñador con la restricción de ser estrictamente positiva. Bajo estas condiciones, el sistema en lazo cerrado determinado por (2.11) y (2.1), tiene un punto de equilibrio dado por:

$$(z_1, z_2, z_{2d}, \hat{\theta}) = \left(\frac{1}{R} \frac{V_d^2}{E}, V_d, V_d, \frac{1}{R} \right) \quad (2.2)$$

el cual es asintóticamente estable.

Prueba Se puede verificar, por sustitución directa, que (2.2) representa un punto de equilibrio para el sistema en lazo cerrado. Se define :

$$z_{1d} = \frac{V_d^2}{E} \hat{\theta} \quad (2.3)$$

Note que z_{1d} y z_1 coincide en el punto de equilibrio. Dejando, otra vez, $z - z_d$ ser el vector de error \tilde{z} . En terminos de las señales de error, (2.11) es reescrita como:

$$\mathcal{D}_B \dot{\tilde{z}} + (1 - \mu) \mathcal{J}_B \tilde{z} + \mathcal{R}_{Bd} \tilde{z} = \psi \quad (2.4)$$

donde,

$$\psi = \mathcal{E} - \left[\mathcal{D}_B \dot{z}_d + (1 - \mu) \mathcal{J}_B z_d + \mathcal{R}_{Bd} z_d - \begin{bmatrix} R_1 \tilde{z}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \right] \quad (2.5)$$

y \mathcal{R}_{Bd} es una matriz definida positiva dada por:

$$\mathcal{R}_{Bd} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & 1/R \end{bmatrix} ; R_1 > 0 \quad (2.6)$$

La expresión (2.5) es escrita explícitamente como:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= -L \dot{z}_{1d} - (1 - \mu) z_{2d} + R_1 \tilde{z}_1 + E \\ \psi_2 &= -C \dot{z}_{2d} + (1 - \mu) z_{1d} - \frac{1}{R} z_{2d} \end{aligned} \quad (2.7)$$

usando (2.3) y (2.1) uno tiene $\psi_1 = 0$ y $\psi_2 = \tilde{\theta} z_{2d}$, donde $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \frac{1}{R}$.

La estabilización resultante del error del sistema esta dada por la siguiente dinámica perturbada,

$$\mathcal{D}_B \dot{\tilde{z}} + (1 - \mu) \mathcal{J}_B \tilde{z} + \mathcal{R}_{Bd} \tilde{z} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{\theta} z_{2d} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Utilizando como función de Lyapunov la energía total de la estabilización del error del sistema mas la "energía" asociada con el error en la estimación del parámetro,

$$H_d(t) = \frac{1}{2} \left[\tilde{z}^T \mathcal{D}_B \tilde{z} + \tilde{\theta}^2 \right] \quad (2.9)$$

uno obtiene que a lo largo de las trayectorias de (2.8), la siguiente relación es satisfecha,

$$\dot{H}_d(t) = -\tilde{z}^T \mathcal{R}_d \tilde{z} + \tilde{\theta} \left[\dot{\tilde{\theta}} + z_{2d} (z_2 - z_{2d}) \right] \quad (2.10)$$

Usando la última ecuación en (2.1) y del hecho que $\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\hat{\theta}}$ uno obtiene :

$$\dot{H}_d(t) = -\tilde{z}^T \mathcal{R}_d \tilde{z} \leq -\alpha \|\tilde{z}^2\| \quad (2.11)$$

donde α puede ser seleccionada como el $\min \left\{ R_1, \frac{1}{R} \right\}$. Concluimos que \tilde{z} y $\tilde{\theta}$ son acotadas y que \tilde{z} es una integral cuadrática. Para mostrar que $\tilde{z} \rightarrow 0$ asintóticamente, se debe verificar que \tilde{z} es uniformemente continua. Para ello, es suficiente mostrar que $\dot{\tilde{z}}$ es acotada. De la dinámica perturbada del error (2.8), y del acotamiento de $\tilde{\theta}$, sigue que $\dot{\tilde{z}}$ es acotada si, y solamente si, \tilde{z}_{2d} es acotada. A fin de probar que z_{2d} es acotada tomemos como función de Lyapunov para la dinámica del controlador,

$V_2 = \frac{C}{2}(z_{2d} - V_d)^2$. La derivada temporal de V_2 a lo largo de las trayectorias de (2.1) resulta en:

$$\dot{V}_2 = -\frac{\hat{\theta}}{C}(z_{2d} - V_d) \left[z_{2d} - \frac{V_d^2}{z_{2d}} \left(1 + \frac{R_1}{E} \tilde{z}_1 \right) \right] - L \frac{V_d^2}{E} (z_{2d} - V_d) (z_{2d} - z_2) \quad (2.12)$$

La dinámica de los ceros asociadas con el controlador dinámico retroalimentado propuesto está dada por:

$$\dot{z}_{2d} = -\frac{\hat{\theta}}{C} \left(z_{2d} - \frac{V_d^2}{z_{2d}} \right) \quad (2.13)$$

la cual tiene un punto de equilibrio asintótico en $z_{2d} = -V_d$ para todas las condiciones iniciales que satisfacen $z_{2d}(0) > 0$.

□ □ □

5.1 Simulación. Simulaciones del comportamiento en lazo cerrado del convertidor "boost" y el controlador adaptativo indirecto PWM en base a la pasividad fueron desarrolladas sobre el modelo perturbado (1.19) del circuito convertidor "boost". La magnitud del ruido fué seleccionada, aproximadamente, del 5% del valor de E .

Los valores de los parámetros del circuito fueron tomados de los siguientes valores "típicos":

$$C = 20 \mu\text{F} ; R = 30 \Omega ; L = 20 \text{ mH} ; E = 15 \text{ V}$$

$z_{1d} = 3.125$ Amp., con una razón de trabajo en estado estacionario de $U = 0.6$. Esto corresponde a un voltaje promedio de salida nominal, $z_2 = V_d = 37.5$ Volts.

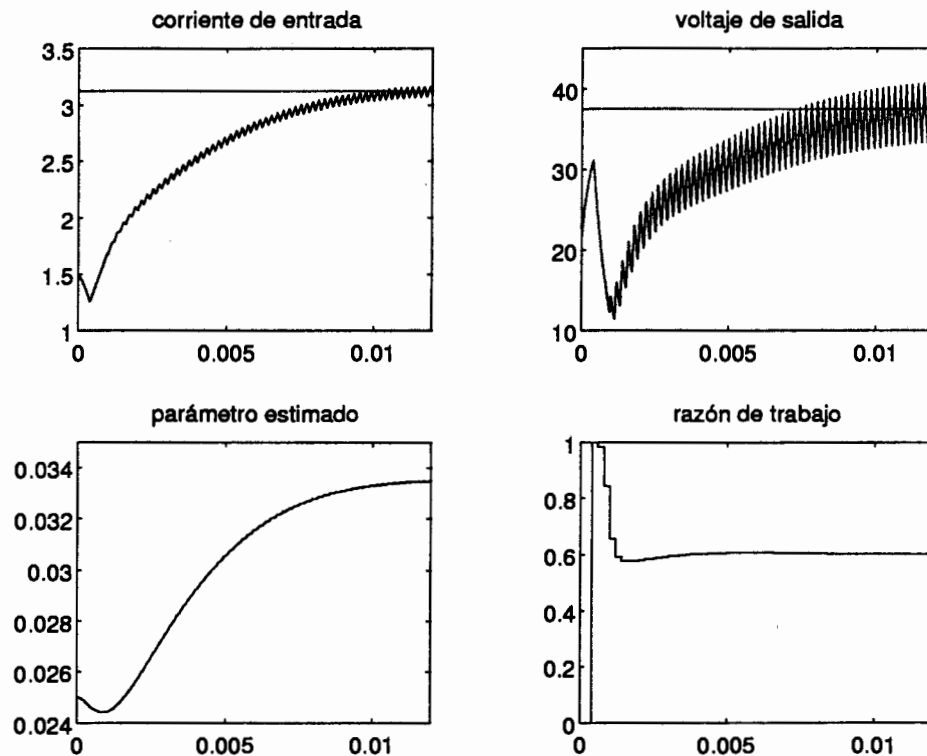


Figura 5.5: Resultados de la simulación para la Evaluación del Comportamiento del Controlador Adaptativo Indirecto en el Convertidor "Boost".

La figura 5.5 muestra las trayectorias de estado en lazo cerrado correspondientes al sintetizador adaptativo de la razón de trabajo desarrollado para el convertidor "boost". Esta figura también presenta las trayectorias de la función de razón de trabajo y del valor del parámetro estimado, así como una realización generada por la computadora de la señal de perturbación estocástica η .

Como puede verse en las simulaciones, el controlador propuesto ejecuta la estabilización indirecta del voltaje de salida alrededor del valor de equilibrio deseado, mientras exhibe un alto grado de robustez con respecto a la señal de perturbación estocástica externa.

□ □ □

2.2 Convertidor “Buck-Boost”.

La siguiente proposición resume las propiedades del controlador dinámico, adaptativo, no lineal, basado en la pasividad para el convertidor “buck-boost”. La prueba sigue argumentos similares a aquellos ya utilizados en las proposiciones previas.

5.2 Proposición. *Considere la dinámica promedio (3.9)–(3.10) del convertidor “buck-boost”, donde $C > 0$, $L > 0$, $E > 0$ son constantes conocidas que representan la capacitancia, inductancia y el voltaje externo respectivamente, y $R > 0$ es la resistencia de carga desconocida. Se define un controlador adaptativo no lineal dinámico de estado retroalimentado como:*

$$\begin{aligned} \dot{z}_{2d} &= -\frac{\hat{\theta}}{C} \left\{ z_{2d} + V_d \left(\frac{V_d}{E} + 1 \right) \right. \\ &\quad \left. \left[\frac{E + LV_d \left(\frac{V_d}{E} + 1 \right) z_{2d} (z_2 - z_d) + R_1 \left(z_1 - \frac{V_d}{R} \left(\frac{V_d}{E} + 1 \right) \right)}{E - z_{2d}(t)} \right] \right\} \\ \mu(t) &= \frac{z_{2d}(t) + LV_d \left(\frac{V_d}{E} + 1 \right) z_{2d} (z_2 - z_d) + R_1 \left(z_1 - V_d \left(\frac{V_d}{E} + 1 \right) \hat{\theta} \right)}{z_{2d}(t) - E} \end{aligned} \quad (2.14)$$

donde la condición inicial del controlador dinámico es seleccionada tal que, $z_{2d}(0) < 0$ y $\hat{\theta}(0) > 0$. El valor de referencia constante para z_2 , denotado por $-V_d$, es una cantidad estrictamente negativa. La cantidad $\hat{\theta}$ denota la estimación de $\frac{1}{R}$. El parámetro R_1 es una constante seleccionada por el diseñador con la restricción de ser estrictamente positiva. Bajo estas condiciones, el sistema en lazo cerrado presentado en (3.9) y (2.14), tiene un punto de equilibrio dado por:

$$(z_1, z_2, z_{2d}, \hat{\theta}) = \left(\frac{V_d}{R} \left(\frac{V_d}{E} + 1 \right), V_d, V_d, \frac{1}{R} \right) \quad (2.15)$$

el cual es asintóticamente estable.

□ □ □

5.2 Simulación. También se desarrollaron simulaciones a objeto de efectuar la evaluación del comportamiento en lazo cerrado de un convertidor “buck-boost” regulado en forma indirecta y adaptativa. Los valores de los parámetros del convertidor fueron seleccionados en forma idéntica a aquellos considerados previamente en la simulación del convertidor “boost”. El modelo perturbado regulado por conmutación usado en las simulaciones fué tomado de (II.3.8).

La corriente promedio de entrada deseada en el inductor fué colocada al valor de equilibrio $z_{1d} = I_d = 1.875$ Amp., con una razón de trabajo en estado estacionario $U = 0.6$. Esto corresponde a un voltaje promedio de salida, $z_2 = V_d = -22.5$ Volts. Las trayectorias de los estados del convertidor “buck-boost”, regulado mediante el control adaptativo previamente diseñado, la función de razón de trabajo, el valor del estimador, y la señal de perturbación estocástica η (aproximadamente 5% del valor de E) se exponen en la figura 5.6.

En las simulaciones se puede observar el funcionamiento adecuado del contro-

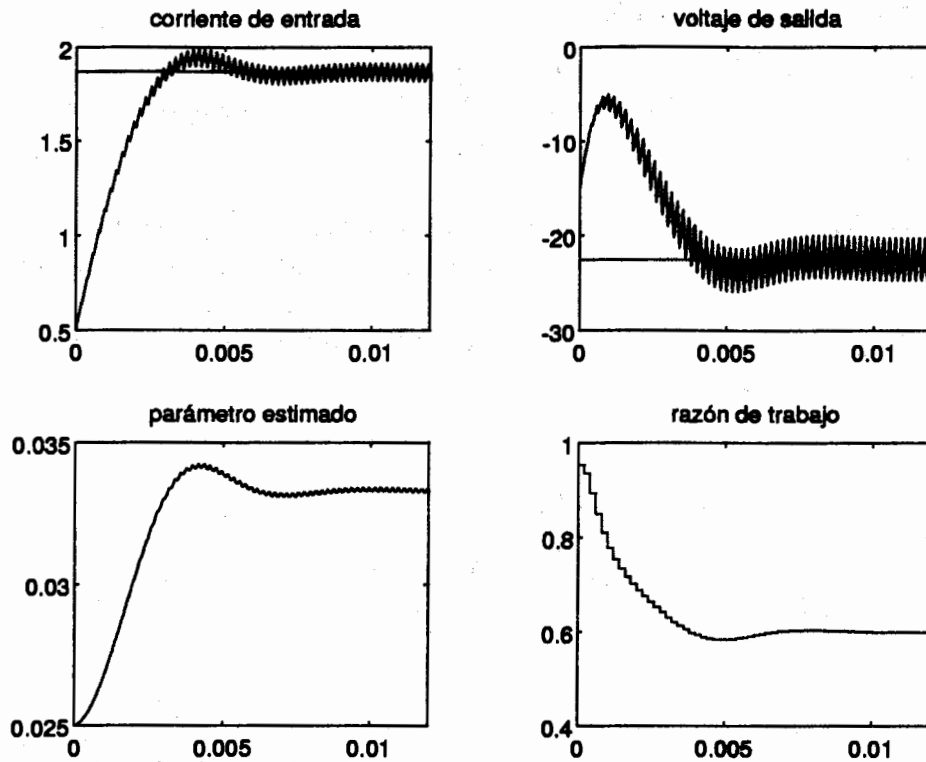


Figura 5.6: Resultados de la simulación para la Evaluación del Comportamiento del Controlador Adaptativo Indirecto en el Convertidor "Buck-Boost".

lador al igual que su robustez con respecto a la señal de perturbación estocástica externa.

□ □ □

2.3 Convertidor “Buck”.

La siguiente proposición sintetiza el controlador adaptativo en base a la pasividad para el modelo promedio del convertidor “buck”. La prueba del resultado se deja como ejercicio para el lector interesado.

5.3 Proposición. *Considere la dinámica promedio (4.8)–(4.9) del convertidor “buck”, donde $C > 0$, $L > 0$, $E > 0$ son constantes conocidas que representan la capacitancia, inductancia y el voltaje externo, respectivamente, y la resistencia de carga $R > 0$, es desconocida. Se define un controlador adaptativo lineal dinámico de estado retroalimentado como:*

$$\begin{aligned} \dot{z}_{2d} &= -\frac{\hat{\theta}}{C} (z_{2d} - V_d) \\ \mu(t) &= \frac{-LV_d z_{2d} (z_2 - z_{2d}) + z_{2d}(t) - R_1 (z_1 - V_d \hat{\theta})}{E} \\ \dot{\hat{\theta}} &= -z_{2d} (z_2 - z_{2d}) \end{aligned} \quad (2.16)$$

donde la condición inicial del controlador, $z_{2d}(0)$, satisface, $E > z_{2d}(0) > 0$, $\hat{\theta}(0) > 0$ y donde $V_d > 0$, es un valor constante de referencia para z_2 . El parámetro, $R_1 > 0$, es una constante seleccionada por el diseñador. Bajo estas condiciones, el sistema en lazo cerrado (4.8) y (2.16) tiene un punto de equilibrio:

$$(z_1, z_2, z_{2d}, \hat{\theta}) = \left(\frac{V_d}{R}, V_d, V_d, \frac{1}{R} \right) \quad (2.17)$$

el cual es asintóticamente estable.

□ □ □

5.3 Simulación. Las simulaciones fueron efectuadas para el esquema de regulación adaptativa operando sobre un convertidor “buck” perturbado (V.4.7), donde η presenta una magnitud aproximada del 5% de E .

La corriente promedio de entrada deseada fué colocada en $z_{1d} = 0.3$ Amp., lo cual corresponde a una razón de trabajo y un voltaje promedio de salida, en estado estacionario, de $U = 0.6$ y $z_{2d} = V_d = 9$ Volts, respectivamente. En la figura 5.7 se muestran los resultados obtenidos.

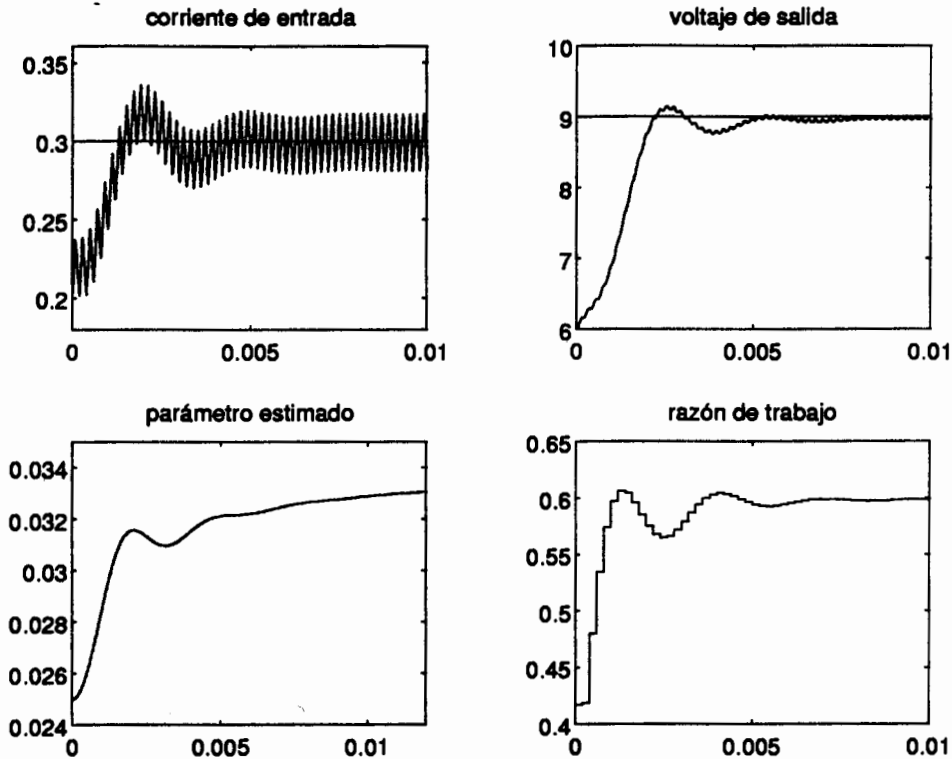


Figura 5.7: Resultados de la simulación para la Evaluación del Comportamiento del Controlador Adaptativo Indirecto en el Convertidor "Buck".

□ □ □ .

En esta sección hemos presentado un esquema de regulación en base a técnicas de pasividad desarrollado para la especificación en línea de la función de razón de trabajo en varias clases de convertidores de potencia DC-DC. Los controladores diseñados fueron desarrollados, en su versión adaptativa, bajo la suposición de que las cargas resistivas son de valor desconocido. Los resultados obtenidos pueden ser extendidos para aquellos casos donde otros parámetros importantes del circuito son también previsiblemente constantes pero desconocidos.

□ □ □

3 Circuito Convertidor Boost en Cascada

Considerese ahora una conexión en cascada propuesta de n convertidores de potencia DC-DC del tipo boost, como se muestra en la figura 5.8.

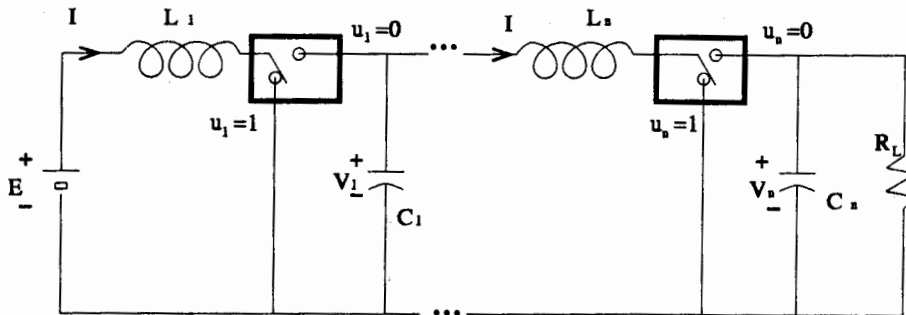


Figura 5.8: Convertidores "Boost" en Cascada.

El modelo de conmutación regulado multivariable del convertidor compuesto está dado por:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= -(1-u_1)\frac{1}{L_1}x_2 + \frac{E}{L_1} \\
 \dot{x}_2 &= (1-u_1)\frac{1}{C_1}x_1 - \frac{x_3}{C_1} \\
 \dot{x}_3 &= -(1-u_2)\frac{1}{L_2}x_4 + \frac{x_2}{L_2} \\
 \dot{x}_4 &= (1-u_2)\frac{1}{C_2}x_3 - \frac{x_5}{C_2} \\
 &\dots \\
 \dot{x}_{2n-1} &= -(1-u_{n-1})\frac{1}{L_n}x_{2n} + \frac{x_{2n-2}}{L_n} \\
 \dot{x}_{2n} &= (1-u_n)\frac{1}{C_n}x_{2n-1} - \frac{x_{2n}}{R_L C_n}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

donde $x_i; i = 1, 3, \dots, 2n-1$, representan las corrientes de los inductores, $x_i; i = 2, 4, \dots, 2n$, son los voltajes en los capacitores. Las variables $u_i; i = 1, \dots, n$, denota las funciones de la posición de los interruptores.

Por simplicidad, se asume una política de regulación retroalimentada multivariable PWM, para las funciones de la posición del interruptor $u_i; i = 1, \dots, n$, caracterizada por muestreos sincronizados.

$$u_i(t) = \begin{cases} 1 & \text{para } t_k \leq t < t_k + \mu_i(t_k)T \\ 0 & \text{para } t_k + \mu_i(t_k)T \leq t < t_k + T \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \iota &= 1, 2, \dots, n. \\ t_{k+1} &= t_k + T \quad ; \quad k = 0, 1, \dots \end{aligned} \quad (3.2)$$

donde $\mu_i; \iota = 1, 2, \dots$, son las funciones de la razón de trabajo. T es el intervalo común de muestreo y t_k representa los instantes de muestreo en los n convertidores y las funciones de razón de trabajo $\mu(\cdot)$ toman valores en el intervalo cerrado $[0, 1]$.

El modelo promedio PWM del conjunto de convertidores en cascada está representado mediante :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= -(1 - u_1) \frac{1}{L_1} z_2 + \frac{E}{L_1} \\ \dot{z}_2 &= (1 - u_1) \frac{1}{C_1} z_1 - \frac{z_3}{C_1} \\ \dot{z}_3 &= -(1 - u_2) \frac{1}{L_2} z_4 + \frac{z_2}{L_2} \\ \dot{z}_4 &= (1 - u_2) \frac{1}{C_2} z_3 - \frac{z_5}{C_2} \\ &\dots \\ \dot{z}_{2n-1} &= -(1 - u_{n-1}) \frac{1}{L_n} z_{2n} + \frac{z_{2n-2}}{L_n} \\ \dot{z}_{2n} &= (1 - u_n) \frac{1}{C_n} z_{2n-1} - \frac{z_{2n}}{R_L C_n} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Sea v el vector denotado por :

$$v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \mu_1 \\ 1 - \mu_2 \\ \vdots \\ 1 - \mu_n \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Ahora se puede reescribir el sistema promedio (3.3) en forma matricial como sigue :

$$\mathcal{D}_{MB} \dot{z} + (\mathcal{J}_{MB}(v) + \mathcal{R}_{MB}) z = \mathcal{E}_{MB} \quad (3.5)$$

donde $z^T = [z_1, z_2, \dots, z_{2n}] \in R^{2n}$ con $z_j; j = 2, 4, \dots, 2n$, definen los voltajes de los capacitores, mientras $\mu_i \in [0, 1] \quad \iota = 1, \dots, n$, son las funciones de la razón de trabajo asociadas con la operación PWM, para la regulación de los interruptores, $u_i; \iota = 1, 2, \dots, n$.

Las matrices en la ecuación (3.5) están dadas por :

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{MB} &= \text{diag}\{L_1, C_1, L_2, C_2, \dots, L_n, C_n\}; \mathcal{R}_{MB} = \text{diag}\{0, 0, \dots, 0, 1/R_L\} \\ \mathcal{E}_{MB}^T &= [E, 0, \dots, 0] \end{aligned}$$

$$\mathcal{J}_{MB}(v) = \begin{bmatrix} 0 & v_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -v_1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & v_2 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -v_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & v_n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -v_n & 0 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Note que para todo $v_i; i = 1, 2, \dots, n$; la matriz $\mathcal{J}_{MB}(v)$ satisface la siguiente igualdad $\mathcal{J}_{MB}(v) + \mathcal{J}_{MB}^T(v) = 0$, y en forma similar la ecuación de balance de energía formulada en (3.7).

$$\underbrace{H(t) - H(0)}_{\text{energía almacenada}} + \underbrace{\frac{1}{RC^2} \int_0^t q_C^2(\tau) d\tau}_{\text{energía disipada}} = \underbrace{\int_0^t q_L(\tau) d\tau}_{\text{energía suministrada}} \quad (3.7)$$

donde $H(t) = z^T \mathcal{D}z = \mathcal{T}_\mu + \mathcal{V}_\mu$ es la *energía total* del modelo promedio del circuito.

Los puntos de equilibrio del modelo promedio (3.3), para las razones de trabajo constantes dadas $\mu_i = U_i \in (0, 1); i = 1, 2, \dots, n$, se obtienen obedeciendo la siguiente secuencia :

$$\begin{aligned} \bar{z}_1 &= \frac{\bar{z}_3}{1 - U_1}; & \bar{z}_3 &= \frac{\bar{z}_5}{1 - U_2} \dots & \bar{z}_{2n-1} &= \frac{\bar{z}_{2n}}{R_L(1 - U_n)} \\ \bar{z}_2 &= \frac{E}{1 - U_1}; & \bar{z}_4 &= \frac{\bar{z}_2}{1 - U_2} \dots & \bar{z}_{2n} &= \frac{\bar{z}_{2n-2}}{1 - U_n} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Es claro que la salida de voltaje promedio \bar{z}_{2n} aumenta significativamente el valor de la entrada de la fuente externa E .

Los valores en estado estable de las corrientes en los inductores y los voltajes promedio en los capacitores, están relacionados mediante :

$$\begin{aligned} \bar{z}_1 &= \frac{\bar{z}_{2n}^2}{E R_L}; & \bar{z}_3 &= \frac{\bar{z}_{2n}^2}{\bar{z}_2 R_L}; \\ \bar{z}_5 &= \frac{\bar{z}_{2n}^2}{\bar{z}_4 R_L}; & \dots &; & \bar{z}_{2n-1} &= \frac{\bar{z}_{2n}^2}{\bar{z}_{2n-2} R_L}; \end{aligned} \quad (3.9)$$

Dado un valor deseado, V_d , para la salida de voltaje promedio \bar{z}_{2n} , se debe seguir el procedimiento descrito a continuación para así obtener, en estado estable, un conjunto de corrientes deseadas en los inductores.

- Establecer una secuencia arbitraria de los voltajes promedio deseados en los capacitores, en estado estable,

$$E < \bar{z}_2 < \bar{z}_4 < \dots < \bar{z}_{2n-2} < \bar{z}_{2n} = V_d \quad (3.10)$$

- Del segundo renglón de las expresiones (3.8) se obtiene las correspondientes razones en estado estable, U_1, \dots, U_n .

- Con \bar{z}_1 conocida de la primera igualdad de (3.9), y sustituyendo los valores de razón de trabajo determinados, $U_i; i = 1, \dots, n$, en el primer renglón de las expresiones (3.8) a fin de determinar un conjunto de valores deseados, en estado estable, de las corrientes en los inductores, $\bar{z}_3, \bar{z}_5, \dots, \bar{z}_{2n-1}$.

3.1 Diseño del Control Adaptativo.

La siguiente proposición resume las propiedades del controlador adaptativo, dinámico, no-lineal en base a pasividad, diseñado para el convertidor de potencia en cascada o multivariable "boost", el cual indirectamente regula el voltaje promedio de salida en el último capacitor a un valor deseado V_d , mediante la conducción de las corrientes promedio de entrada en los inductores hacia un conjunto de valores determinados por la selección arbitraria de los voltajes, en estado estable, de los capacitores (3.10).

5.4 Proposición. *Considere la dinámica promedio (3.9) del circuito convertidor "boost" en cascada, donde $C_i, L_i > 0, i = 1, 2, \dots, n$ y $E > 0$ son constantes conocidas representando las capacitancias, inductancias y la fuente de voltaje externa, respectivamente. El parámetro constante $R_L > 0$, es la resistencia de carga desconocida.*

Se define un controlador retroalimentado, dinámico, no-lineal, adaptativo como:

$$\begin{aligned}
 \mu_1 &= 1 - \frac{1}{z_{2d}} \left[E + R_1 \left(z_1 - \hat{\theta} \frac{V_d^2}{E} \right) + L_1 \frac{V_d^2}{E} z_{(2n)d} (z_{(2n)} - z_{(2n)d}) \right] \\
 \mu_2 &= 1 - \frac{1}{z_{4d}} \left[z_{2d} + R_3 \left(z_3 - \hat{\theta} \frac{V_d^2}{\bar{z}_2} \right) + L_2 \frac{V_d^2}{\bar{z}_2} z_{(2n)d} (z_{(2n)} - z_{(2n)d}) \right] \\
 &\dots \\
 \mu_n &= 1 - \frac{1}{z_{(2n)d}} \left[z_{(2n-2)d} + R_{2n-1} \left(z_{2n-1} - \hat{\theta} \frac{V_d^2}{\bar{z}_{2n-2}} \right) + \right. \\
 &\quad \left. + L_n \frac{V_d^2}{\bar{z}_{2n-2}} z_{(2n)d} (z_{(2n)} - z_{(2n)d}) \right] \\
 \dot{z}_{2d} &= -\frac{\hat{\theta}}{C_1} \left\{ 1 - \frac{\bar{z}_2}{E z_{2d}} \left[E + R_1 \left(z_1 - \hat{\theta} \frac{V_d^2}{E} \right) + L_1 \frac{V_d^2}{E} z_{(2n)d} (z_{(2n)} - z_{(2n)d}) \right] \right\} \frac{V_d^2}{\bar{z}_2} \\
 &\quad + \frac{1}{R_2 C_2} (z_2 - z_{2d}) \\
 \dot{z}_{4d} &= -\frac{\hat{\theta}}{C_2} \left\{ 1 - \frac{\bar{z}_4}{\bar{z}_2 z_{4d}} \left[z_{2d} + R_3 \left(z_3 - \hat{\theta} \frac{V_d^2}{\bar{z}_2} \right) + L_2 \frac{V_d^2}{\bar{z}_2} z_{(2n)d} (z_{(2n)} - z_{(2n)d}) \right] \right\} \frac{V_d^2}{\bar{z}_4} \\
 &\quad + \frac{1}{R_4 C_2} (z_4 - z_{4d}) \\
 \dot{z}_{(2n)d} &= -\frac{\hat{\theta}}{C_n} \left\{ z_{(2n)d} - \frac{1}{z_{(2n)d}} \left[z_{(2n-2)d} + R_{2n-1} \left(z_{2n-1} - \hat{\theta} \frac{V_d^2}{\bar{z}_{2n-2}} \right) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + L_n \frac{V_d^2}{\bar{z}_{2n-2}} z_{(2n)d} (z_{(2n)} - z_{(2n)d}) \right] \frac{V_d^2}{\bar{z}_{2n-2}} \right\}
 \end{aligned}$$

$$\dot{\hat{\theta}} = -z_{(2n)d} (z_{(2n)} - z_{(2n)d}) \quad (3.11)$$

donde las condiciones iniciales del controlador dinámico son seleccionadas tal que, $z_{(2\iota)d}(0) > 0; \iota = 1, 2, \dots, n$ y $\hat{\theta}(0) > 0$. V_d , es el valor de referencia constante para el voltaje de salida $z_{(2n)}$, con la condición de ser una cantidad estrictamente positiva. El conjunto de constantes, $\bar{z}_2, \bar{z}_4, \dots, \bar{z}_{2n-2}, \bar{z}_{2n}$, satisfacen la restricción:

$$E < \bar{z}_2 < \bar{z}_4 < \dots < \bar{z}_{2n-2} < \bar{z}_{2n} = V_d \quad (3.12)$$

la variable escalar $\hat{\theta}$ denota la estimación de $\frac{1}{R_L}$. Los parámetros $R_1, R_2, \dots, R_{2n-1}$, son constantes seleccionadas por el diseñador con la única restricción de ser estrictamente positiva. Bajo estas condiciones, el sistema en lazo cerrado dada en (3.3) y (3.11) tiene un punto de equilibrio dado por:

$$\begin{aligned} & (z_1, z_2, z_3, \dots, z_{2n-1}, z_n, z_{2d}, z_{4d}, \dots, z_{(2n)d}, \hat{\theta}) = \\ & \left(\frac{V_d^2}{R_L E}, \bar{z}_2, \frac{V_d^2}{R_L \bar{z}_2}, \dots, \frac{V_d^2}{R_L \bar{z}_{2n-2}}, V_d, \bar{z}_2, \bar{z}_4, \dots, V_d, \frac{1}{R_L} \right) \end{aligned} \quad (3.13)$$

la cual es asintóticamente estable.

Prueba Se puede verificar, por sustitución directa, que (3.13) representa un punto de equilibrio para el sistema en lazo cerrado.

Definimos :

$$z_{1d} = \hat{\theta} \frac{V_d^2}{E} \quad ; \quad z_{3d} = \hat{\theta} \frac{V_d^2}{\bar{z}_2} \quad ; \quad \dots \quad ; \quad z_{(2n-1)d} = \hat{\theta} \frac{V_d^2}{\bar{z}_{2n-2}} \quad (3.14)$$

Note que $z_{jd}; j = 1, 3, \dots, 2n-1$ y $z_j; j = 1, 3, \dots, 2n-1$, coinciden en el punto de equilibrio. Sea, $z - z_d$, el vector de error, denotado por, \tilde{z} . En términos de las señales de error, (3.5) se pueden reescribir como :

$$\mathcal{D}_{MB} \dot{\tilde{z}} + \mathcal{J}_{MB}(v) \tilde{z} + \mathcal{R}_{MBd} \tilde{z} = \Psi \quad (3.15)$$

donde,

$$\Psi = \mathcal{E}_{MB} - \left\{ \mathcal{D}_{MB} \dot{z}_d + \mathcal{J}_{MB} z_d + \mathcal{R}_{MB} z_d - \begin{array}{c} R_1 \tilde{z}_1 \\ \tilde{z}_2 / R_2 \\ R_3 \tilde{z}_3 \\ \dots \\ R_{2n-1} \tilde{z}_{2n-1} \\ 0 \end{array} \right\} \quad (3.16)$$

y \mathcal{R}_{MBd} es una matriz definida positiva dada por :

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{MBd} = \mathcal{R}_{MB} + \text{diag} \left\{ R_1, \frac{1}{R_2}, R_3, \dots, \frac{1}{R_{2n-2}}, R_{2n-1}, 0 \right\} \quad ; \\ R_\iota > 0 \quad ; \quad \iota = 1, 2, \dots, 2n-1 \end{aligned} \quad (3.17)$$

la cual nos permite llevar a cabo la inyección de amortiguamiento que fuerza la estabilización asintótica del sistema.

La expresión (3.16) se puede escribir en forma explícita como :

$$\begin{aligned}
 \Psi_1 &= -L_1 \dot{z}_{1d} - (1 - \mu_1) z_{2d} + E + R_1 \tilde{z}_1 \\
 \Psi_2 &= -C_1 \dot{z}_{2d} + (1 - \mu_1) z_{1d} - z_{3d} + \frac{1}{R_2} \tilde{z}_2 \\
 &\dots \\
 \Psi_{2n-1} &= -L_n \dot{z}_{(2n-1)d} - (1 - \mu_n) z_{(2n)d} + z_{(2n-2)d} + R_{2n-1} \tilde{z}_{2n-1} \\
 \Psi_{2n} &= -C_n \dot{z}_{(2n)d} + (1 - \mu_n) z_{(2n-1)d} - \frac{1}{R_L} \tilde{z}_{(2n)d}
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

Utilizando (3.11) y (3.15) uno tiene $\Psi_\ell = 0$; $\ell = 1, 2, \dots, 2n-1$; y $\Psi_{2n} = \tilde{\theta} z_{(2n)d}$, donde $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \frac{1}{R_L}$.

Entonces, el error de estabilización resultante del sistema está dado por la siguiente dinámica perturbada :

$$\mathcal{D}_{MB} \dot{\tilde{z}}_d + \mathcal{J}_{MB} \tilde{z} + \mathcal{R}_{MB} \tilde{z} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ \tilde{\theta} z_{(2n)d} \end{pmatrix} \tag{3.19}$$

Empleando la función de Lyapunov candidata, definida por la energía del error de estabilización del sistema más la "energía" asociada con el error de estimación del parámetro,

$$H_d(t) = \frac{1}{2} \left[\tilde{z}^T \mathcal{D}_{MB} \tilde{z} + \tilde{\theta}^2 \right] \tag{3.20}$$

uno obtiene que, a lo largo de las trayectorias de (3.19), la siguiente relación se satisface,

$$\dot{H}_d(t) = -\tilde{z}^T \mathcal{R}_{MBd} \tilde{z} + \tilde{\theta} \left[\dot{\tilde{\theta}} + z_{(2n)d} (z_{(2n)} - z_{(2n)d}) \right] \tag{3.21}$$

Usando la última ecuación en (3.11) y sabiendo que $\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\hat{\theta}}$ uno obtiene :

$$\dot{H}_d(t) = -\tilde{z}^T \mathcal{R}_{MBd} \tilde{z} \leq -\alpha \|\tilde{z}\|^2 \tag{3.22}$$

donde α puede tomar el valor $\min\{R_1, \frac{1}{R_2}, \dots, R_{2n-1}, \frac{1}{R_L}\}$. Uno concluye entonces que \tilde{z} y $\tilde{\theta}$ son acotados y que \tilde{z} es integrable cuadráticamente. Para mostrar que $\tilde{z} \rightarrow 0$ asintóticamente, se debe verificar que si \tilde{z} es uniformemente continua. Para ésto, es suficiente mostrar que $\dot{\tilde{z}}$ es acotada. De la dinámica del error (3.19), y del acotamiento de $\tilde{\theta}$ y \tilde{z} , concluimos que $\dot{\tilde{z}}$ es acotada si y solo si, $\tilde{z}_{(2n)d}$, es acotada.

Puesto que \tilde{z}_i ; $i = 1, 2, \dots, n$ tienden asintóticamente a cero, la estabilidad de la dinámica para z_{jd} ; $j = 2, 4, \dots, 2n$, dado en (3.11), es, finalmente, determinada por la siguiente "dinámica de los ceros" :

$$\dot{z}_{2d} = -\frac{\hat{\theta}}{C_1} \left\{ 1 - \frac{\tilde{z}_2}{z_{2d}} \right\} \frac{V_d^2}{\tilde{z}_2}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_{4d} &= -\frac{\hat{\theta}}{C_2} \left\{ 1 - \frac{\bar{z}_4 z_{2d}}{z_{4d} \bar{z}_2} \right\} \frac{V_d^2}{\bar{z}_4} \\
 &\dots \\
 \dot{z}_{(2n-2)d} &= -\frac{\hat{\theta}}{C_{n-1}} \left\{ 1 - \frac{\bar{z}_{2n-2} z_{(2n-4)d}}{z_{(2n-2)d} \bar{z}_{(2n-4)}} \right\} \frac{V_d^2}{\bar{z}_{2n-2}} \\
 \dot{z}_{(2n)d} &= -\frac{\hat{\theta}}{C_n} \left\{ z_{(2n)d} - \frac{V_d^2}{z_{(2n)-2}} \frac{z_{(2n-2)d}}{\bar{z}_{2n-2}} \right\}
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

la cual tiene un punto de equilibrio, asintóticamente estable, sobre:

$$\left(z_{2d}, z_{4d}, \dots, z_{(2n-2)d}, z_{(2n)d} \right) = \left(\bar{z}_2, \bar{z}_4, \dots, \bar{z}_{(2n-2)d}, V_d \right) \tag{3.24}$$

para todas las condiciones iniciales que satisfacen $z_{(2j)d} > 0; j = 1, 2, \dots, n$.

□ □ □

5.5 Simulación. Las simulaciones del comportamiento en lazo cerrado de circuito convertidor promedio "boost" de tres estados y el controlador indirecto retroalimentado adaptativo en base a la pasividad fueron desarrolladas sobre la siguiente versión perturbada del circuito convertidor "boost".

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_1 &= -(1 - \mu_1) \frac{1}{L_1} z_2 + \frac{E + \eta}{L_1} \\
 \dot{z}_2 &= (1 - \mu_1) \frac{1}{C_1} z_1 - \frac{z_3}{C_1} \\
 \dot{z}_3 &= -(1 - \mu_2) \frac{1}{L_2} z_4 + \frac{z_2}{L_2} \\
 \dot{z}_4 &= (1 - \mu_2) \frac{1}{C_2} z_3 - \frac{z_5}{C_2} \\
 \dot{z}_5 &= -(1 - \mu_3) \frac{1}{L_3} z_6 + \frac{z_4}{L_3} \\
 \dot{z}_6 &= (1 - \mu_3) \frac{1}{C_3} z_5 - \frac{z_6}{C_3 R_L}
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

donde η representa una entrada de perturbación estocástica que afecta el comportamiento del sistema a través del valor de la fuente de voltaje externa. Note que esta entrada de perturbación es del tipo "acoplado", de igual forma, entra al sistema de ecuaciones a través de una entrada en el canal de vector de campo, dado por $\left[\frac{1}{L_1}, 0, 0, 0, 0\right]^T$ la cual *no* está dentro del rango del espacio del canal de entrada del control, dado por el vector de campo :

$$\left[\frac{1}{L_1} z_2, -\frac{1}{C_1} z_2, \frac{1}{L_2} z_4, -\frac{1}{C_2} z_3, \frac{1}{L_3} z_6, -\frac{1}{C_3} z_5 \right]^T \tag{3.26}$$

La magnitud del ruido seleccionado fué escogida, aproximadamente en un 10% del valor de E . Los valores de los parámetros del circuito fueron tomados de los siguientes valores "típicos",

$$\begin{aligned}
 C_1 = C_2 = C_3 = 20\mu F & \quad ; \quad R_L = 30\Omega \\
 L_1 = L_2 = L_3 = 20mH & \quad ; \quad E = 15V.
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

Seleccionando la salida de voltaje promedio $\bar{z}_6 = V_d = 200$ Volts y escogiendo arbitrariamente $\bar{z}_4 = 100$; $\bar{z}_2 = 50$. Donde estos valores corresponden a las razones de trabajo en estado estable $U_1 = 0.7$; $U_2 = 0.5$; $U_3 = 0.5$. El valor nominal de \bar{z}_1 , correspondiente a los valores de V_d , R_L y E , es $\bar{z}_1 = 88.88$ Amp. Los valores en estado estable de la razón de trabajo y el valor de \bar{z}_1 , conlleva a las corrientes deseadas en estado estable $\bar{z}_3 = 26.66$ Amp. y $\bar{z}_5 = 13.33$ Amp.

La figura 5.9 muestra las trayectorias en lazo cerrado correspondiente al sintetizador de la razón de trabajo derivadas para los tres convertidores "boost" en cascada. Esta figura también presenta las trayectorias del valor del parámetro estimado y la señal de perturbación estocástica externa η generada por la computadora.

Las simulaciones muestran que el controlador propuesto ejecuta la estabilización del voltaje de salida alrededor del valor de equilibrio, mientras exhibe un alto grado

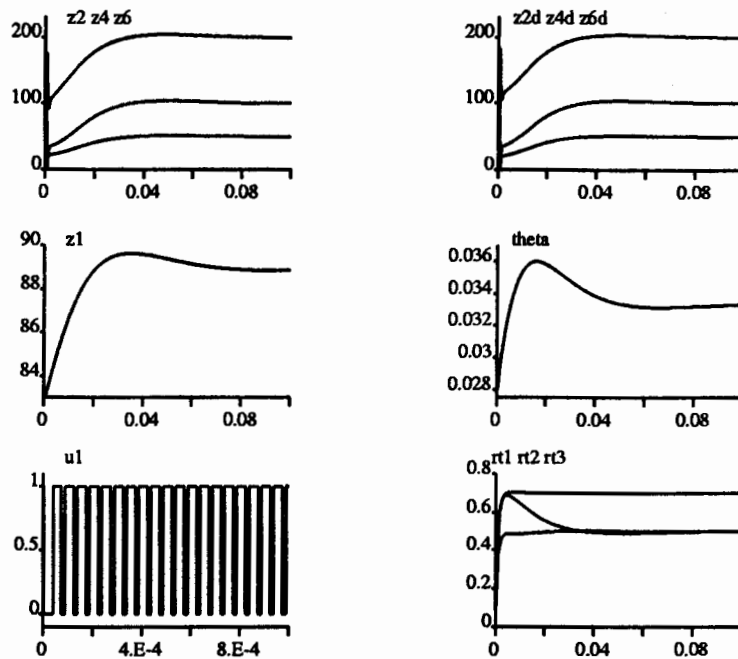


Figura 5.9: Resultados de la Simulación para la Evaluación del Comportamiento del Controlador Adaptativo Indirecto en el Convertidor Multivariable "Boost".

de robustez con respecto a la entrada de perturbación de estocástica externa.

□ □ □

En resumen en esta sección se ha analizado y diseñado el controlador propuesto desarrollando un esquema de regulación basado en pasividad para una especificación en línea de la función de razón de trabajo estabilizante en la versión multivariables de convertidores de potencia DC-DC del tipo "boost". El método propuesto se basa en una combinación de moldeado de la energía en lazo cerrado y una apropiada inyección de amortiguamiento estabilizante a través de la realimentación dinámica del estado. La técnica propuesta, la cual emplea la energía total del sistema como una función de Lyapunov, es fácilmente ajustable ante incertidumbres paramétricas en la resistencia de carga.

□ □ □