

## Capítulo 4

### MODELOS DE PREDICCIÓN DEL COMPORTAMIENTO DEL DISIPADOR

#### 4.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se proponen modelos de predicción del comportamiento del disipador desarrollado, y se comparan sus resultados con los obtenidos de forma experimental.

En el apartado 4.2 se plantean ecuaciones para el dimensionamiento del disipador y para la predicción de su comportamiento. En base a la teoría clásica de resistencia de materiales para vigas rectas a flexión se proponen expresiones para el cálculo del desplazamiento y la fuerza de inicio de plastificación. Se adopta el modelo de Kasai y Popov (1986) para la predicción de la abolladura, y se comprueba su validez para el disipador propuesto, cuyas proporciones geométricas distan sustancialmente de las que observaban los perfiles para los que originariamente fue validado el modelo. Para el dimensionamiento de los rigidizadores se propone la expresión formulada por Bleich (1952) y para su distribución en el alma se recogen las recomendaciones de la norma americana (UBC 1997), establecidas para las vigas cortas de los pórticos con brazos excéntricos.

En el apartado 4.3 se modela numéricamente el comportamiento del disipador 'B1' con el programa ANSYS. Se comparan las curvas de respuesta (fuerza - desplazamiento) numérica y experimental, así como la influencia de parámetros de modelización significativos en la respuesta numérica. Se propone una carga equivalente transversal para substituir los efectos de las imperfecciones geométricas sobre el fenómeno de la abolladura, y se analiza la influencia de su valor en el desarrollo del proceso no lineal.

#### 4.2 MODELOS DE PREDICCIÓN ANALÍTICOS

##### 4.2.1 Modelos de predicción del desplazamiento y fuerza de inicio de plastificación.

Para el cálculo del desplazamiento  $d_x$  entre extremos del disipador bajo comportamiento elástico (según se indica en la figura 4.1) se propone una expresión que tiene en cuenta la deformación por flexión y cortante:

$$d_x = \left[ \frac{H^3}{12EI} + \frac{H'}{A_w G} \right] V \tag{4.1}$$

Donde  $H$  = altura de la zona del disipador provista de sección en doble  $T$ ,  $E$  = módulo de Young,  $I$  = momento de inercia de la sección transversal respecto al eje de flexión,  $H'$  = altura del alma descontado el ancho total de los rigidizadores,  $A_w$  = área de la sección transversal,  $G$  = el módulo elástico a cortante y  $V$  = esfuerzo cortante (la figura 4.2 ilustra las anteriores definiciones). La deformación calculada según la ecuación [4.1] supone que el alma resiste la totalidad de cortante y que la distribución de este último es uniforme.

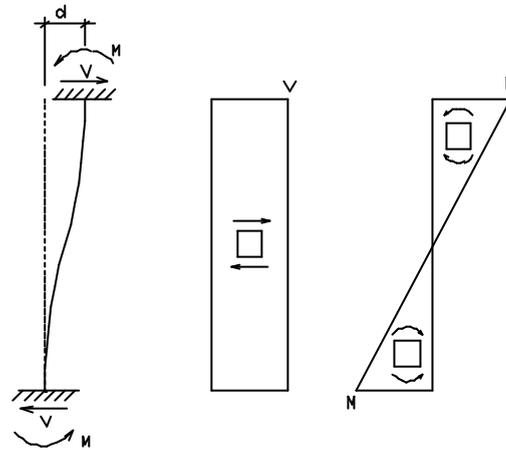


Figura 4.1 Estado de deformaciones del disipador. Distribución de los esfuerzos cortante y momento flector

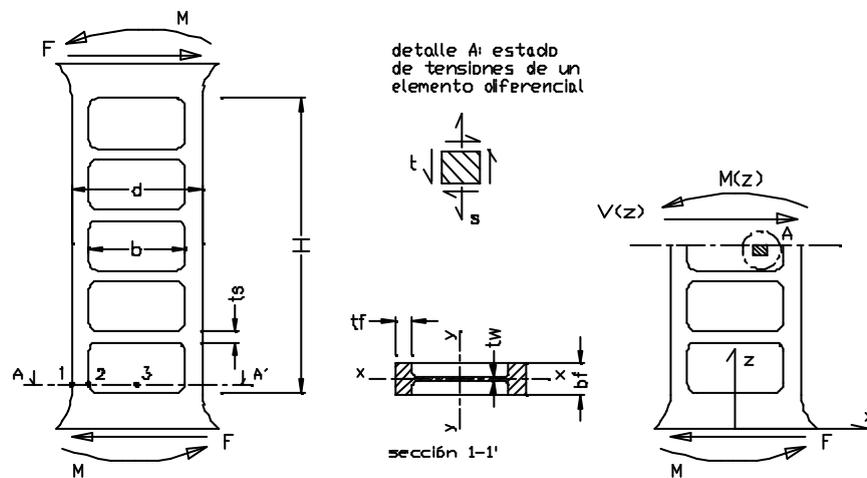


Figura 4.2. Variables empleadas en los modelos de predicción analíticos

Las tensiones normales y tangenciales pueden ser determinadas a partir de la teoría de vigas rectas a flexión, con las denominadas comúnmente fórmula de la flexión y fórmula del cortante (Gere et al, 1986):

$$s = \frac{M x}{I} \quad [4.2]$$

$$t = \frac{V S}{I t_w} \quad [4.3]$$

Para determinar el inicio de la plastificación se adopta el criterio de von Mises, que aplicado al estado de tensiones de la figura 4.2, detalle A, resulta:

$$\sqrt{s^2 + 3t^2} = s_{vm} \quad [4.4]$$

$$s_{vm} = s_y \quad [4.5]$$

Donde  $s_{vm}$  = tensión de comparación de von Mises y  $s_y$  = límite de fluencia del material.

#### 4.2.2 Modelo de Kasai y Popov para predicción de la abolladura

Kasai y Popov (1986) desarrollaron un modelo para la predicción de la abolladura en secciones en doble T bajo flexión simple y plastificación por cortante. Ofrece una gran simplicidad y permite ser aplicado tanto en condiciones de carga monotónicas como histeréticas. Se pretende comprobar su validez en el dissipador desarrollado. A continuación se indican las hipótesis adoptadas por los autores al establecer el modelo y las características de los especímenes utilizados para su validación.

Se realizó una campaña de 30 ensayos en especímenes formados por un cuerpo principal en doble T de acero de construcción A36, con perfiles desde W8 a W18 (según especificaciones de la AISC) con rigidizadores del alma equidistantes y soldados (figura 4.3). El acero empleado en los distintos especímenes manifestaba valores de tensión de fluencia superiores, entre un 10% y un 68%, respecto a su valor característico mínimo garantizado y con relaciones entre la tensión de rotura y la tensión de fluencia comprendida entre valores de 1.22 a 1.54. Su parámetro  $a = a/b$  (cociente entre la distancia entre centro de rigidizadores y la anchura del alma), variaba entre 0.48 y 2.40. El parámetro  $b = t_w/b$  (relación espesor/anchura del alma) adoptaba valores entre 44.4 y 57. Se realizaron tests con distintas configuraciones y bajo control de desplazamiento: monotónicos, cíclicos alternantes simétricos y cíclicos alternantes asimétricos. Los autores establecieron los siguientes parámetros:

$$t_w = \frac{V}{A_w} \quad [4.6]$$

$$g = \frac{d}{H} \quad [4.7]$$

Donde  $g$  (deformación angular) toma el significado de la figura 4.4. El valor  $t_w$  es el valor de la tensión cortante media en el alma, con el supuesto que ésta última resista todo el esfuerzo cortante. A partir de la curva  $t_w - g$  (figura 4.5) los autores definen  $g_n$  como la diferencia máxima entre un valor de la deformación angular y cualquier valor anterior alcanzado. Los valores correspondientes al inicio de la abolladura del alma se identifican como  $t_{w,b}$  y  $g_{n,b}$ .

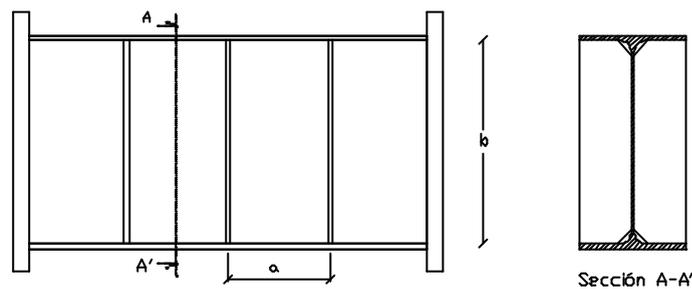


Figura 4.3 Geometría de los elementos ensayados por Kasai y Popov para establecer su método de predicción de la abolladura.

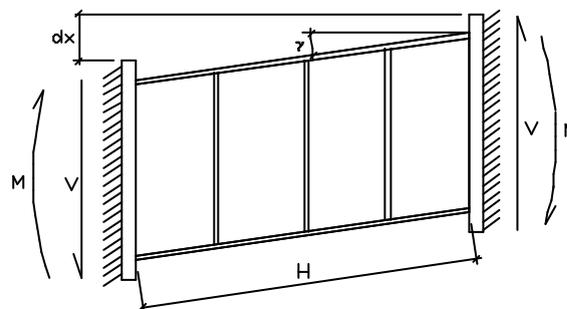


Figura 4.4 Elemento en estado de deformación y variables relacionadas

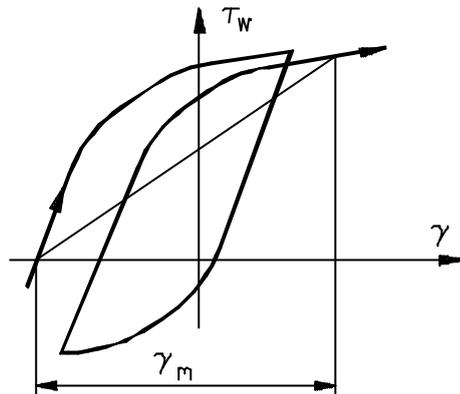


Fig. 4.5 Relación histerética entre la deformación angular y la tensión cortante media en el alma

Al igual que anteriormente asumió Bleich (1952) para plantear su modelo de predicción de la tensión de abolladura, Kasai y Popov asumen que la tensión crítica de abolladura está en función de la tensión crítica ideal ( $t_E$ ) y de una función de la tensión cortante:

$$t = h(t)t_E \quad [4.8]$$

donde:

$$t_E = \frac{p^2 E}{12(1-n^2)} \left( \frac{1}{b} \right)^2 k_s(a) \quad [4.9]$$

Para bordes simplemente apoyados, la expresión  $k_s$  adopta los siguientes valores (Bleich, 1952):

$$k_s = 5.34 + \frac{4}{(a)^2} \quad \text{para } \alpha \geq 1 \quad [4.10a]$$

$$k_s = 4 + \frac{5.34}{(a)^2} \quad \text{para } \alpha \leq 1 \quad [4.10b]$$

y para bordes empotrados:

$$k_s = 8.98 + \frac{5.6}{(a)^2} \quad \text{para } \alpha \geq 1 \quad [4.11a]$$

$$k_s = 5.6 + \frac{8.98}{(\mathbf{a})^2} \quad \text{para } \alpha \leq 1 \quad [4.11b]$$

Kasai y Popov plantearon su modelo a partir la segunda consideración, es decir, a partir de las expresiones [4.11a - 4.11b], basándose en la deformación que presentaban los especímenes ensayados. A partir de resultados experimentales obtenidos en cada espécimen ( $t_{w,b}$   $g_{m,b}$ ) calcularon los valores correspondientes a  $h$  según [4.8] y el valor del módulo transversal secante a partir de la siguiente ecuación:

$$G_{s,b} = \frac{t_{w,b}}{g_{m,b}} \quad [4.12]$$

Representado  $G_{s,b}/G$  y  $h$ , observaron una correlación con la siguiente relación lineal:

$$h = f \frac{G_{s,b}}{G} \quad [4.13]$$

para  $G = E/2(1+n)$  y  $n=0.3$ ,  $f$  tomada de valor 3.7

A partir de las ecuaciones [4.8], [4.9], [4.12] y [4.13], Kasai y Popov dedujeron una expresión que permitía, asumido un valor de 0.3 para el coeficiente de Poisson, predecir la abolladura:

$$g_{m,b} = 8.7K_s(\mathbf{a})\left(\frac{1}{\mathbf{b}}\right)^2 \quad [4.14]$$

En un estudio reciente con disipadores por esfuerzo cortante geoméricamente similares a los elementos ensayados por Kasai y Popov, pero construidos en aleaciones de aluminio muy dúctiles, se corroboraba la validez de la ecuación [4.13], obteniendo un valor de  $f = 3.76$  en su correlación con los valores experimentales obtenidos (Rai et al, 1998).

### 4.2.3 Rigidizadores

#### 4.2.3.1 Dimensionamiento de los rigidizadores

A partir de estudios de placas infinitamente largas simplemente apoyadas, reforzadas mediante rigidizadores uniformemente distribuidos, Bleich (1952) concluyó que, a partir un determinado valor del momento de inercia del rigidizador ( $I_0$ ), la constante  $K_s$  de la ecuación [4.9] dejaba de aumentar de forma significativa, con lo cual resultaba innecesario aumentar las dimensiones del rigidizador. La expresión propuesta por Bleich para el cálculo del momento de inercia en cuestión es la siguiente:

$$I_0 = \frac{4 \left( \frac{7}{a^2} - 5 \right) t_w^3 a}{12(1-n^2)} \sqrt{\frac{E_t}{E}} \quad [4.15]$$

la cual resulta válida para un rango de  $a$  comprendido entre 0.20 y 1, donde  $E_t$  es el módulo elástico tangente correspondiente a la tensión normal en una dirección principal, tomado a partir de la curva tensión - deformación obtenida del ensayo a tracción.

#### 4.2.3.1 Criterios de distribución de los rigidizadores

La normativa norteamericana "Uniform Building code" (1997) establece un criterio de distribución de los rigidizadores para los tramos de viga cortos en las estructuras porticadas con brazos excéntricos. La norma recoge los siguientes posibles casos para determinar la distribución de los rigidizadores:

- I. si  $H \leq 1.6M_p/V_p$  y  $g \leq 0.09 \text{ rad} \Rightarrow a \leq (30t_w - d/5)$
- II. si  $H \leq 1.6M_p/V_p$  y  $g \leq 0.03 \text{ rad} \Rightarrow a \leq (52t_w - d/5)$
- III. en situación intermedia entre I y II, precede la interpolación lineal
- IV. si  $2.6M_p/V_p \leq H \leq 5 M_p/V_p \Rightarrow$  dos rigidizadores situados a una distancia  $1.5b_f$  de ambos extremos del disipador
- V. si  $1.6 M_p/V_p < H < 2.6 M_p/V_p \Rightarrow$  se distribuye los rigidizadores cumpliendo los requerimientos de I y II.
- VI. si  $H > 5 M_p/V_p$  no se requieren rigidizadores

donde  $H$  = altura del alma,  $M_p$  = momento plástico,  $V_p$  = cortante plástico,  $g$  = ángulo de deformación,  $a$  = distancia entre rigidizadores,  $t_w$  = espesor del alma,  $d$  = canto de la viga en doble T.

El disipador de energía debe situarse dentro del caso I para que plastifique por cortante (Tsai y Wang, 1998). El valor del momento y cortante plástico se pueden calcular a partir de las expresiones siguientes:

$$V_p = 0.6 s_y (d-2t_f)t_w \quad [4.16]$$

$$M_p = 2 s_y S \quad [4.17]$$

donde  $S$  = momento estático de media sección respecto al eje de flexión.

#### 4.2.4 Resultados obtenidos a partir de los modelos predictivos y comparación con los experimentales

##### 4.2.4.1 Desplazamiento y fuerza de inicio de la plastificación

A partir de las expresiones del apartado 4.2.1 se ha calculado el desplazamiento y el esfuerzo cortante correspondientes al inicio de la plastificación en los dispositivos 'A1', 'A3' y 'B1'. El proceso seguido se expone a continuación: con la tensión de fluencia experimental se ha calculado la tensión de inicio de plastificación por cortante puro  $\tau_y = s_y / \sqrt{3}$  (deducida a partir de la ecuación [4.4]). Con el valor obtenido se ha substituido en la ecuación [4.3], a partir de la cual se deduce el esfuerzo cortante que inicia la plastificación en el centro del alma. Se ha calculado el momento flector en la sección más desfavorable (la sección A-A' de la fig. 4.2), y las tensiones normales máximas en las alas y el alma del disipador mediante la ecuación [4.2]. A partir de la expresión [4.3] se han calculado las tensiones cortantes en los puntos 1, 2 y 3 de la sección anteriormente citada y finalmente, se ha aplicado el criterio de von Mises (ecuación [4.4]) en los citados puntos. Los resultados se expresan en la tabla 4.1. Se puede observar que el modelo adoptado prevé que la plastificación se inicie en el centro del alma de los disipadores. En base a los esfuerzos cortantes de inicio de plastificación de cada dispositivo, a partir de la ecuación [3.1], se ha calculado el desplazamiento con el que se inicia la plastificación.

En la misma tabla 4. 1 se observa que el esfuerzo cortante de inicio de plastificación obtenido con el modelo de predicción presenta una diferencia máxima del 5.11% con relación al valor obtenido experimentalmente. La predicción del desplazamiento de inicio de plastificación es del 2.3% en el dispositivo 'B1' y del 25% en el dispositivo 'A3'. El resultado experimental presentado por el disipador 'A3' puede deberse a la mayor flexibilidad de la unión, al disponerse los alojamientos de los tornillos excesivamente alejados del cuerpo principal del disipador (véase la figura 3.1 y compárese con la figura 3.2 correspondiente al dispositivo 'B1').

Tabla 4.1 Comparación entre cortante y deformación de inicio de plastificación analíticos y experimentales

	unidades	DISPOSITIVOS			
		A1,A2,A4	A3	B1	
espesor del alma, $t_w$	mm	2	1.5	1.5	
$I$	mm <sup>4</sup>	177800	174200	320466	
$S_{f+w}$	mm <sup>3</sup>	3604	3483	4307	
$S_f$	mm <sup>3</sup>	3120	3120	3280	
$V_y = \frac{t_y t_w I}{S}$	N	19317	14688	16947	
$V_{y,exp}$	N	-	14450	17.86	
$(V_y - V_{y,exp}) / V_{y,exp}$			1.64 %	5.11%	
$M_{A-A'} (*)$	mm N	1236280	940011	949032	
$s = \frac{M x}{I}$	MPa	1 (*)	208.6	161.9	133.3
		2 (*)	152.0	118.7	109.6
		3 (*)	0	0	0
$t = \frac{V_y S}{I t_w}$	Mpa	1 (*)	0	0	0
		2 (*)	169.5	175.4	115.64
		3 (*)	195.8	195.8	151.84
$\sqrt{s^2 + 3t^2} = s_{vm}$	MPa	1 (*)	208.6	161.9	133.3
		2 (*)	331.0	326.1	228.3
		3 (*)	339.1	339.1	263
$d_{x,y} = \left[ \frac{H^3}{12EI} + \frac{H'}{A_w G} \right] V$	mm	0.43	0.41	0.303	
$d_{exp}$	mm	-	0.538	0.31	
$(d_{x,y} - d_{exp}) / d_{exp}$			23.7%	2.31%	

- $S_{f+w}$  = Momento estático de media sección respecto al eje de flexión  
 $S_f$  = Momento estático de la sección del ala respecto al eje de flexión  
 $V_{y,exp}$  = Cortante de inicio de plastificación obtenido experimentalmente  
 $d_{exp}$  = desplazamiento de inicio de plastificación obtenido experimentalmente  
 (\*) cálculo sobre la sección A-A', según figura 4.1

#### 4.2.4.2 Abolladura

En la tabla 4.2 se calculan, según la expresión [4.15], los valores mínimos del momento de inercia de los rigidizadores,  $I_o$ , para que éstos se comporten de forma rígida, en caso de producirse abolladura. Los rigidizadores introducidos en los distintos modelos, cuya altura se limita al espesor del perfil base del disipador, y con espesores inferiores a los 5 mm, presentan una inercia  $I$  que supera ampliamente los valores requeridos.

En la misma tabla 4.2 se recogen las distancias entre rigidizadores  $a$  propuestas por la *Uniform Building Code* (UBC1997), calculadas a partir del momento plástico  $M_p$  y el cortante plástico  $V_p$ , y las distancias empleadas en los modelos ensayados  $a_d$ . Dado un mayor valor para el cociente  $d/b$  en los disipadores (entre 1.2 y 1.36) que en los perfiles empleados en edificación (en los cuales se aproxima a la unidad), la expresión de la norma norteamericana,  $a \leq 30 t_w - d/5$ , se ha modificado ligeramente para dejarla en la forma  $a \leq 30 t_w - b/5$ . En los disipadores tipo 'A', de los cuales se requería un comportamiento estable para analizar su capacidad disipativa, se respetaron los criterios de distribución y distanciamiento mínimos establecidos. Para favorecer la aparición de abolladura en el alma del dispositivo 'B1', los rigidizadores se distanciaron por encima del valor recomendado por la *UBC*.

Tabla 4.2 Momentos de inercia y distancia entre rigidizadores en los disipadores ensayados: valores mínimos propuestos y valores adoptados

	ecuación	unidad	disipadores			
			A1, A2	A3	A4	B1
$\alpha=a/b$			0.641			0.54
$I_0 = \frac{4 \left( \frac{7}{a^2} - 5 \right) t_w^3 a}{12(1-\nu^2)} \sqrt{\frac{E_s}{E}}$ *	[4.15]	mm <sup>4</sup>	57.42	24.22	57.42	54.12
$I = t_s b_f^3 / 12$		mm <sup>4</sup>	1406	1406	703	416
$V_p = 0.6 S_y (d-2t_f)t_w$	[4.16]	N	17904	13428	17904	17516
$M_p = 2 S_y S_T$	[4.17]	N mm	2444233	2362171	2444233	2265482
$1.6 M_p / V_p$		mm	218	281	218	207
$h$		mm	136			115
$a = 30 t_w - b/5$		mm	51.2	36.2	51.2	30.2
$a_d$		mm	28.2	28.2	28.2	40

\* Se supone un valor conservados para  $E/E_T$  (1/300) y  $\nu=0.3$

La tabla 4.3 ofrece los desplazamientos de inicio de abolladura teóricos,  $d_{x,b}$ , (así como los valores de los parámetros empleados para su determinación) y su comparación con los valores experimentales  $d_{x,b,exp}$ . Para el dispositivo 'B1', la predicción del desplazamiento de inicio de abolladura resulta superior en un 25 % al valor obtenido de forma experimental. Para determinar el desplazamiento de abolladura teórico,  $d_{x,b}$ , se ha calculado de forma previa la deformación cortante de abolladura,  $g_{m,b}$ , definida según [4.14], a partir de la cual se procede a determinar el desplazamiento del dispositivo; para ello se ha considerado que la deformación se debe únicamente al esfuerzo cortante y se ha despreciado la deformación de la zona rigidizada.

Tabla 4.3 Comparación entre el desplazamiento de inicio de abolladura calculado analíticamente y el obtenido experimentalmente

	ecuación	unidad	disipadores			
			A1, A2	A3	A4	B1
$a=b$			0.641			0.54
$b=b/t_w$			22	29.33	22	49.33
$k_s=5.6+8.98/(a)^2$	[4.11b]		27.45			36.33
$g_{m,b}=8.7K_s(a)(1/b)^2$	[4.14]	rad	0.4045	0.2280	0.4045	0.1298
$H$		mm	136	136	136	115
$H'=H-n t_e$		mm	116	116	126	105
$d_{x,b}=g_{m,b} \cdot H' (*)$	[4.7]	mm	47	26.44	50.4	13.62
$d_{x,b,exp}$		mm	-	-	-	10.9
$(d_{x,b}-d_{x,b,exp})/d_{x,b,exp}$			-	-	-	25%

(\*) La ecuación 4.7 original se ha modificado debido a la elevada relación  $t/a$  en los disipadores ensayados, considerando que la deformación angular no afecta a las zonas del alma rigidizadas.

### 4.3 MODELOS DE PREDICCIÓN NUMÉRICA

#### 4.3.1 Descripción del modelo

##### 4.3.1.1 Geometría.

La modelización numérica del comportamiento se realiza para el espécimen 'B1' (véase figura 3.2). El modelo (figura 4.6) asume un comportamiento rígido de las zonas extremas del disipador así como de sus elementos de conexión, y no tiene en cuenta que los rigidizadores y las alas confluyen progresivamente mediante un radio de mecanizado de 5 mm.

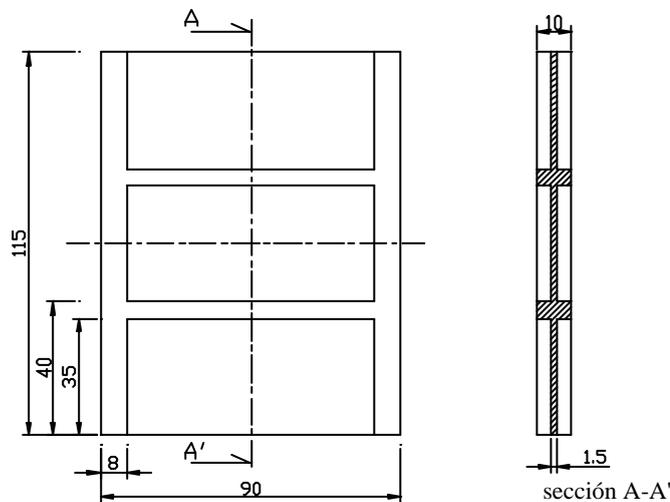


Figura 4.6 Geometría adoptada

### 4.3.1.2 Discretización y condiciones de contorno

La discretización adoptada es regular y con elementos hexaedros. Se han elaborado modelos con distinta densidad de malla en la zona del alma. Los parámetros M, N y L la definen, tal como se puede ver en la figura 4.7. Los rigidizadores y las alas se adaptan a la densidad de malla definida en el alma, respetando su regularidad. Los modelos se han formado íntegramente por hexaedros de 8 nodos o de 20 nodos. En el caso del hexaedro de 8 nodos resulta necesaria la utilización de doble capa en el alma ( $L = 2$ ) para reproducir la flexión en estado de abolladura.

#### Condiciones de contorno y de sollicitación

A partir de las dos siguientes observaciones, se ha considerado oportuno simplificar el problema a una sollicitación monotónico creciente:

- Las condiciones de abolladura del alma de un dissipador por cortante pueden considerarse independientes de la historia de deformaciones (Kasai y Popov 1986), siendo posible por tanto extrapolar los resultados obtenidos bajo sollicitación monotónico creciente de deformaciones, a ciclos alternantes de deformaciones.
- A partir de la curva obtenida en sollicitación monotónica (fuerza - desplazamiento), se puede predecir la respuesta histerética (Kato y Akiyama 1973).

En los modelos se ha supuesto la sección inferior empotrada, mientras que en la sección superior se admiten desplazamientos en direcciones  $x$  e  $y$  iguales (nodos acoplados).

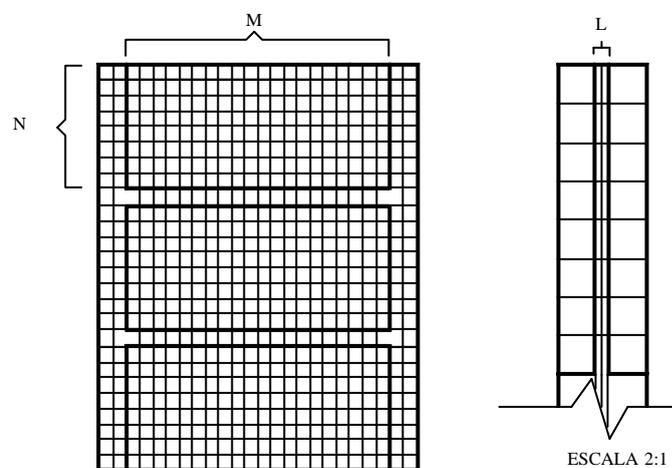


Figura 4.7 Discretización

En cuanto a las solicitaciones impuestas al disipador (véase la figura 4.8), se ha aplicado una carga en el extremo superior en el plano del disipador y otra transversal en el centro del alma, para simular las imperfecciones geométricas y favorecer la evolución del proceso de abolladura.

#### Determinación de la carga transversal

De forma muy simplificada, para introducir las imperfecciones geométricas del disipador en el modelo numérico, se ha dispuesto una carga transversal en el centro del alma del disipador que produzca una deformación del orden del 10% del espesor del alma. Para determinar esta carga, se ha partido de la consideración de que el material se encuentra en régimen plástico y en estado de deformación a cortante puro en el tercio central del alma; bajo el supuesto de que el material se comporta igual a tracción que a compresión simple, se asume que el material tiene un mismo módulo secante en las dos direcciones principales de la mencionada zona.

Para determinar el módulo secante se ha supuesto: a) que la abolladura, según la expresión [4.14], se produce con una deformación angular de 0.13 radianes; b) que los valores de la deformación angular y la distorsión angular son similares (véase apartado 3.5.1) y c) un estado de deformación cortante puro. Bajo las anteriores consideraciones, se aplica la expresión [3.11], a partir de la cual se calcula una deformación normal máxima del 6.5 %. A partir del diagrama real tensión - deformación (figura 3.4) se obtiene un módulo secante de 5714 Mpa.

Calculando el comportamiento de una placa con dimensiones iguales a las del alma del disipador entre rigidizadores, y condiciones de borde, según se indican en la figura 4.9, y suponiendo un comportamiento lineal y elástico del material (a partir del módulo secante calculado), se llega a una relación entre carga y deformación en el centro de la placa de 189 N/mm. Para obtener una flecha del orden del 10% del espesor de la placa (0.15 mm), resultan necesarios 30 N aproximadamente.

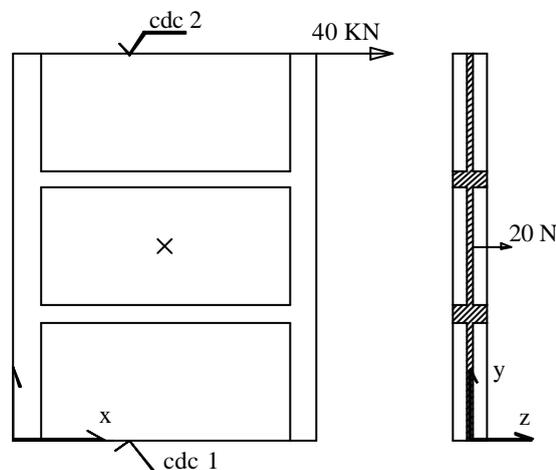


Figura 4.8 Condiciones de contorno y de sollicitación

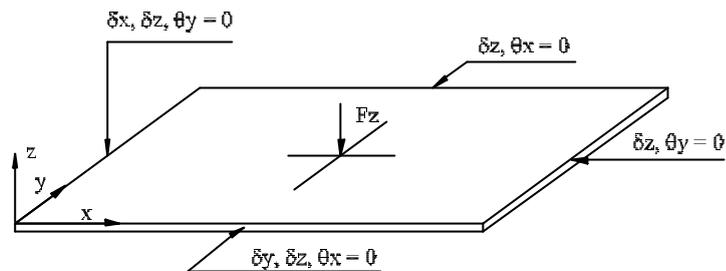


Figura 4.9 Modelo empleado para la determinación de la carga transversal

#### 4.3.1.3 Modelo de comportamiento del material

Se ha asumido un modelo de plasticidad basado en el criterio de plasticidad de von Mises y la asunción de ‘isotropic work hardening’. El comportamiento del material se define a partir de su respuesta a tracción simple, y se modela a partir segmentos conexos en forma de polilínea.

Un primer modelo consiste en suponer que el material se comporta igual en la probeta que en el disipador. Adopta, pues, la curva real tensión – deformación tal como se define en la figura 4.10.

Un segundo modelo plantea una reducción de la deformación bajo fluencia del material del disipador en comparación con la fluencia que este manifiesta a tracción simple. Esta hipótesis parte del análisis de la deformación medida por la galga extensométrica del disipador 'B1', tal como se expone a continuación.

En el gráfico 4.11 se representa la evolución de la distorsión angular medida por la galga extensométrica en el centro del alma del disipador 'B1'. Se puede observar que entre los puntos <sup>(1)</sup> y <sup>(2)</sup> la zona donde se aloja la galga manifiesta una deformación angular muy importante sin que apenas aumente el desplazamiento del disipador. Esta plastificación extremadamente local se interpreta que tiene lugar debido a la manifestación de fluencia en el material. En <sup>(2)</sup> empiezan a plastificar también zonas externas a las de la galga; a partir del punto <sup>(3)</sup> la zona de la galga deja de deformar, hasta <sup>(4)</sup>. Se ha interpretado que ocurre por efecto del endurecimiento que manifiesta el acero tras fluencia y debido a que otras zonas del alma se encuentran en condiciones de fluencia. En la tabla 4.4 se representan los valores del desplazamiento y de la distorsión angular correspondientes a cada uno de estos puntos.

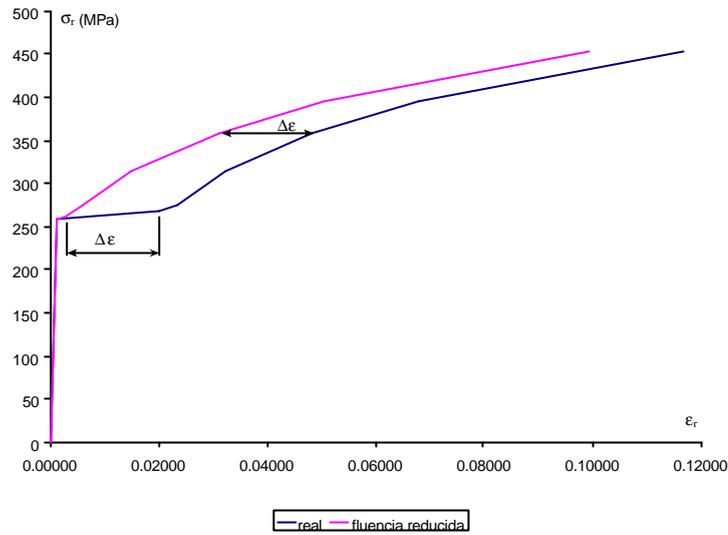


Figura 4.10 Modelo de comportamiento a tracción simple, a partir del ensayo a tracción

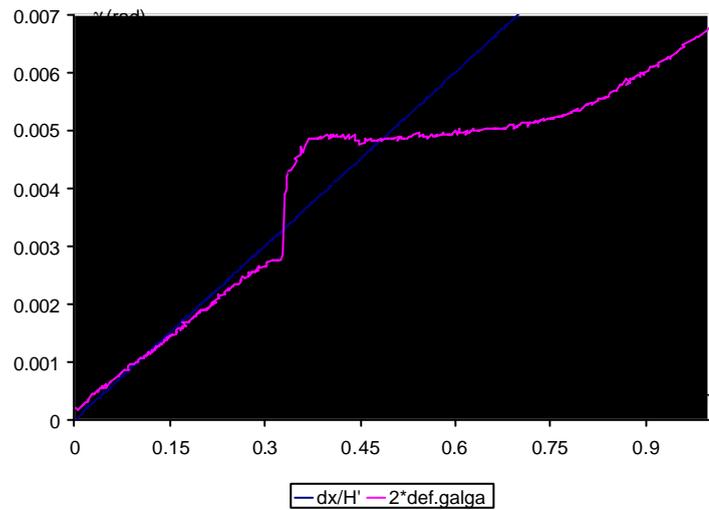


Figura 4.11. Evolución de la distorsión angular en el centro del disipador 'B1' con relación al desplazamiento

Tabla 4.4. Valores en abscisas y ordenadas correspondientes a los puntos indicados en la figura 4.11

punto	dx (mm)	$\gamma^{(*)}$
1	0.327	0.00275
2	0.336	0.00429
3	0.374	0.00484
4	0.734	0.00516

(\*) El valor de  $\gamma' = 2 * \epsilon_{45}$ , donde  $\epsilon_{45}$  es la deformación de la galga.

Se ha supuesto, a partir de la información anterior, que la fluencia en el alma ha transcurrido, aproximadamente, entre una deformación angular  $\gamma_1$  y  $\gamma_3$ . Dado que la zona donde esta situada la galga se encuentra a cortante puro, resulta necesario establecer una relación entre el comportamiento a cortante puro y a tracción simple del material para cuantificar la reducción de la deformación por fluencia en el diagrama tensión - deformación normal. A partir del criterio de plasticidad de von Mises, se establece una relación entre ambas tensiones:

$$\mathbf{t}_p = \mathbf{s}_p / \sqrt{3} \quad [4.18]$$

Los módulos de deformación en un material bajo comportamiento isotrópico mantienen la siguiente relación (Gere y Timoshenko, 1986):

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad [4.19]$$

Donde  $G$  = módulo elástico transversal,  $E$  = módulo de Young y  $\nu$  = módulo de Poisson. Finalmente, la relación entre el cambio relativo de volumen de un elemento a tracción simple con su deformación normal se puede expresar de la siguiente forma (Gere y Timoshenko, 1986):

$$\frac{\Delta V}{V} = \mathbf{e}(1-2\nu) \quad [4.20]$$

Considerando que el acero no cambia de volumen mientras plastifica (Nadai, 1950), y partir de la expresión [4.20], se deduce un módulo de Poisson de valor 0.5. Considerando la expresión [4.19] válida para pequeñas deformaciones plásticas, y empleando en la misma los módulos secantes en lugar de los tangentes y  $\nu = 0.5$  se deduce:

$$\mathbf{e}_p = \mathbf{g}_p / \sqrt{3} \quad [4.21]$$

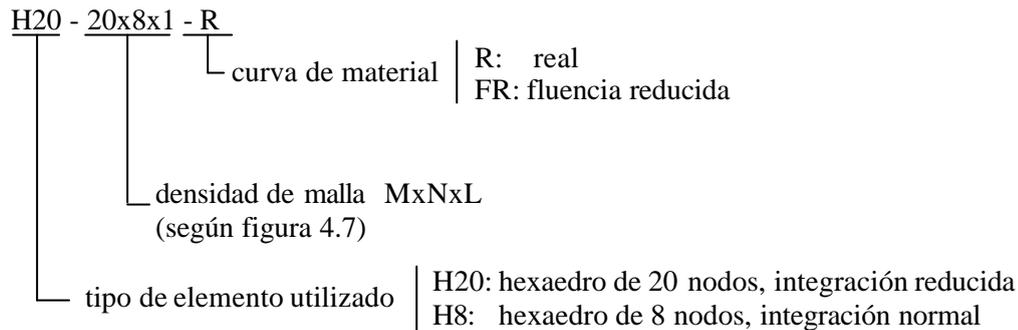
Donde  $\mathbf{e}_p$  = deformación unitaria plástica,  $\mathbf{g}_p$  = distorsión angular plástica.

A partir del valor correspondiente a la deformación angular de la galga al final de la zona de fluencia,  $\gamma = 0.00484$ , se calcula según la ecuación [4.21] una deformación normal  $\mathbf{e} = 0.00279$ .

El segundo modelo de comportamiento del material se construye a partir del primero de ellos, trasladando el final del escalón de fluencia al valor  $\mathbf{e} = 0.00279$  y desplazando igualmente el resto de la curva tal como se indica en la figura 4.10. En la curva final se puede observar que el escalón de fluencia resulta prácticamente inexistente.

#### 4.3.1.4 Designación de los modelos

Se ha establecido una nomenclatura para designar los modelos; tiene en cuenta el tipo de elemento, la densidad de malla y el modelo de comportamiento asignado al material:



#### 4.3.2 Curva de respuesta del dissipador previa inestabilización del alma

##### 4.3.2.1 Influencia del modelo de comportamiento de material

En la figura 4.12 se pueden observar tres curvas de respuesta (fuerza - desplazamiento): la experimental y dos curvas numéricas. Las últimas se han obtenido a partir de las curvas de tensión - deformación real: i) con escalón de fluencia y ii) con escalón de fluencia reducida (según se definen en la figura 4.10).

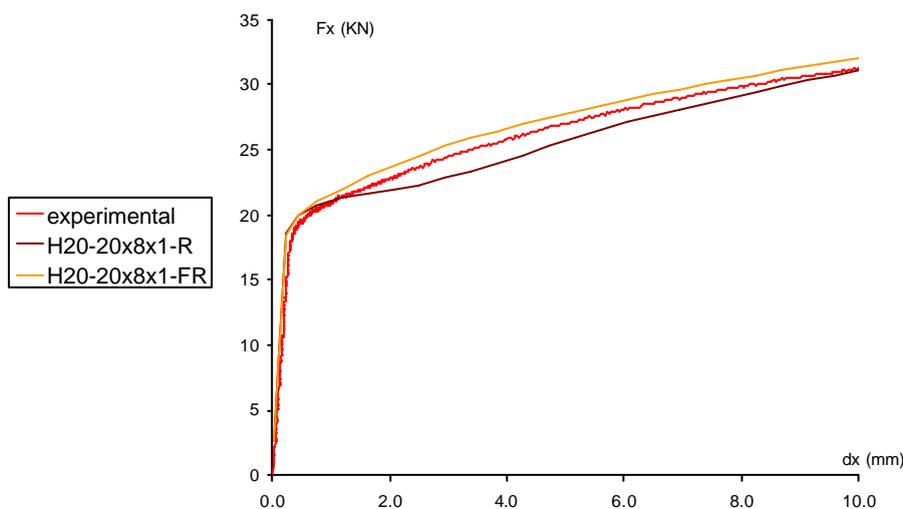


Figura 4.12. Respuestas numéricas a partir de los dos modelos de comportamiento del material y su comparación con la respuesta experimental del modelo 'B1'

El modelo H20-20x8x1-R adopta el diagrama tensión – deformación real, sin reducción del escalón de fluencia. Su curva de respuesta presenta, finalizado el comportamiento lineal, una pendiente muy reducida (próxima a lo que se puede considerar como fluencia), con diferencias máximas próximas al 8 % respecto al comportamiento real.

El modelo H20-20x8x1-FR parte del diagrama tensión – deformación con escalón de fluencia reducido. Sus resultados son próximos a los experimentales, con diferencias inferiores al 2.7 % y con una pendiente cercana a la experimental en todo el dominio de deformación plástica.

La figura 4.13 se centra en el comportamiento del dissipador al iniciarse la deformación plástica. La rigidez que ofrecen ambos modelos numéricos es de 75 KN/mm frente a un valor experimental de 57.6 KN/mm. Ello representa una diferencia de un 26 % relativa al valor medio de ambos valores. Si se comparan los valores del cortante máximo en comportamiento lineal, la diferencia entre los resultados numéricos y experimentales se reduce a un 3.3 %, mientras que la diferencia entre desplazamientos se eleva a un 24 %. Las anteriores cifras indican una mayor bondad del modelo para la predicción del cortante que de la deformación.

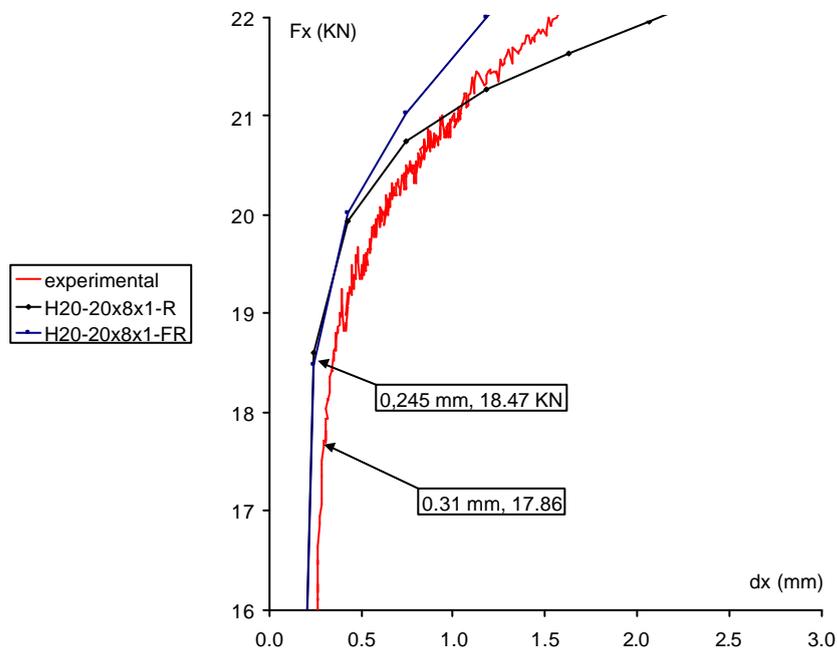


Figura 4.13 Tramo de la curva fuerza - desplazamiento correspondiente al final del comportamiento lineal

### 4.3.2.2 Influencia de la densidad de malla

A partir del modelo H20-20x8x1-FR se construyeron dos variantes con distintas densidades de malla, con menor (10x4x1) y mayor (40x16x1) densidad. Sus curvas de respuesta se representan junto a la experimental en la figura 4.14. Para un desplazamiento de 10 mm (lo que equivale a un ángulo de deformación de 0.087 rad), las diferencias entre los resultados numéricos y el correspondiente valor experimental disminuyen conforme aumenta la densidad de malla del modelo, con valores del 3.23%, 2.25% y 1.93%. Si se representan estos tres valores en relación con el número de elementos del alma de cada modelo y se ajusta una función de regresión (figura 4.15), se puede observar que la mejora de los resultados obtenidos a partir del modelo de mayor densidad (0.37%) no justifica el importante incremento en tiempo de cálculo que ello supone.

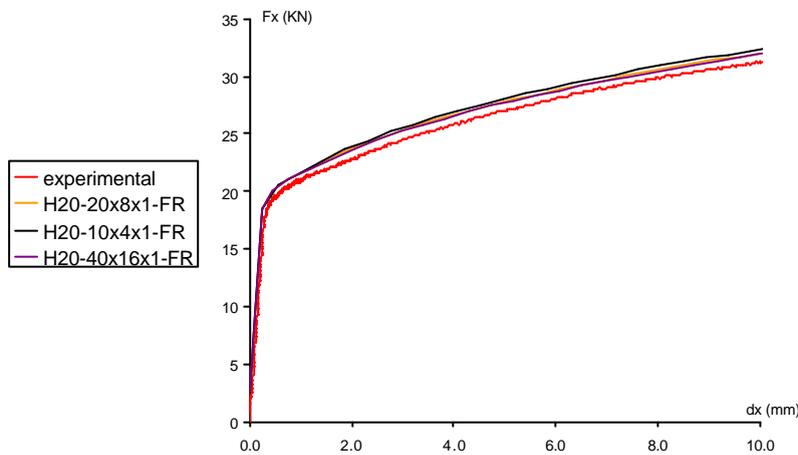


Figura 4.14. Respuesta ante distinta densidad de malla

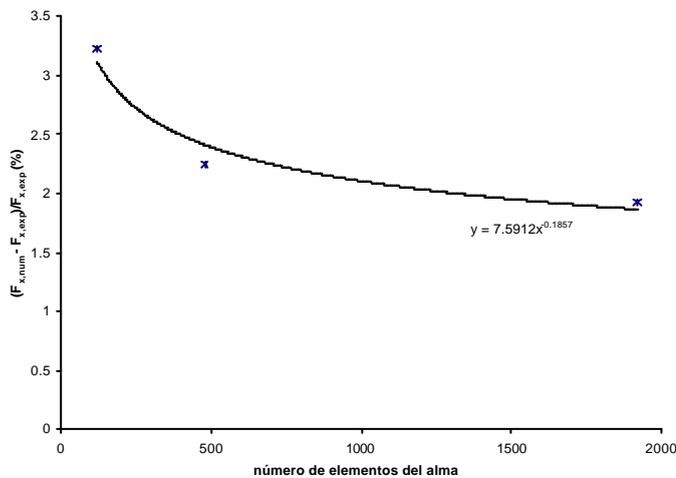


Figura 4.15 Curva número de elementos del modelo - diferencia porcentual entre fuerza real y numérica para un desplazamiento de 10 mm

### 4.3.2.3. Influencia del tipo de elemento

Se ha comparado la respuesta de un modelo basado en hexaedros de 20 nodos e integración reducida (H20-10x4x1-FR) con la presentada por un modelo con hexaedros de 8 nodos e integración normal (H8-20x8x2-FR). La discretización de ambos modelos se puede apreciar en la figura 4.16. Según se observa en la figura 4.17, no se pueden apreciar diferencias en ambas curvas de respuesta. En la tabla 4.5 se comparan ambos modelos. Tienen un número de grados de libertad activos muy parecido (un 10% inferior en el modelo H8), sin embargo el tiempo de cálculo total destinado a la resolución del problema en el modelo con hexaedros de 20 nodos ha sido un 30% mayor.

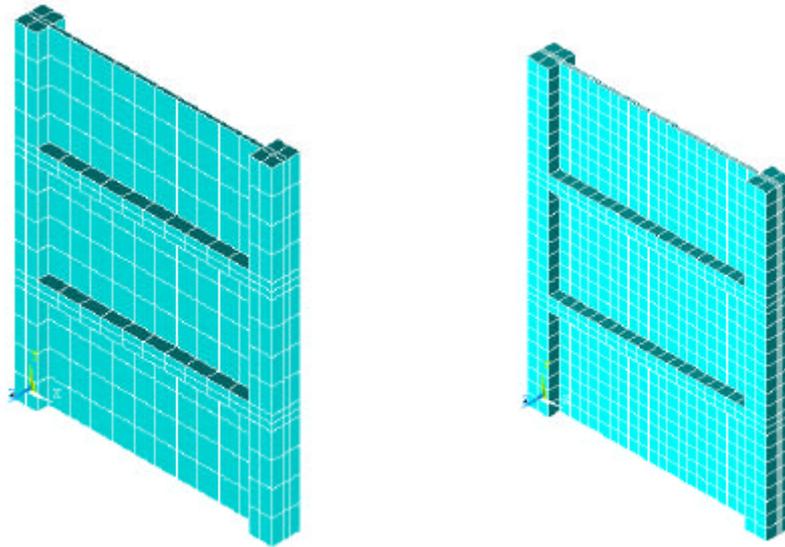
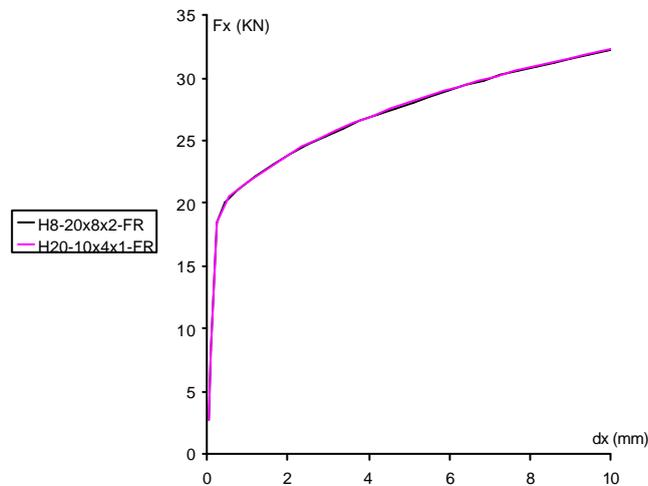


Figura 4.16. Mallado de los modelos H20-10x4x1-FR y H8-20x8x2-FR



4.17 Comparación de la respuesta numérica obtenida con los modelos H8-20x8x2-FR y H20-10x4x1-FR

Tabla 4.5 Comparativa entre los modelos H8-20x8x2-FR y H20-10x4x1-FR

modelo	n° elementos	n° nodos	GDL activos	$d_x$ alcanzado	n° total de iteraciones	tiempo total (s)
H8-20x8x2-FR	1760	3880	7733	15.11	82	4920
H20-10x4x1-FR	440	4342	7967	15.09	80	6420

### 4.3.3. Predicción de la abolladura del alma

#### 4.3.3.1 Apreciaciones cualitativas, a partir de los resultados numéricos

En la figura 4.18 se observa la configuración abollada obtenida numéricamente a partir del modelo H8-20x8x2-FR. Si se representan los desplazamientos transversales sobre el eje diagonal indicado, de izquierda a derecha, se obtiene la representación prácticamente simétrica de la figura 4.19. La distribución indica giros nulos del alma en las zonas próximas a los rigidizadores. Esta observación a partir de resultados numéricos coincide con la respuesta experimental (véase la figura 3.40, donde se aprecia la configuración abollada real del disipador) y además está en consonancia con una de las hipótesis del modelo de abolladura propuesto por Kasai y Popov (1986).

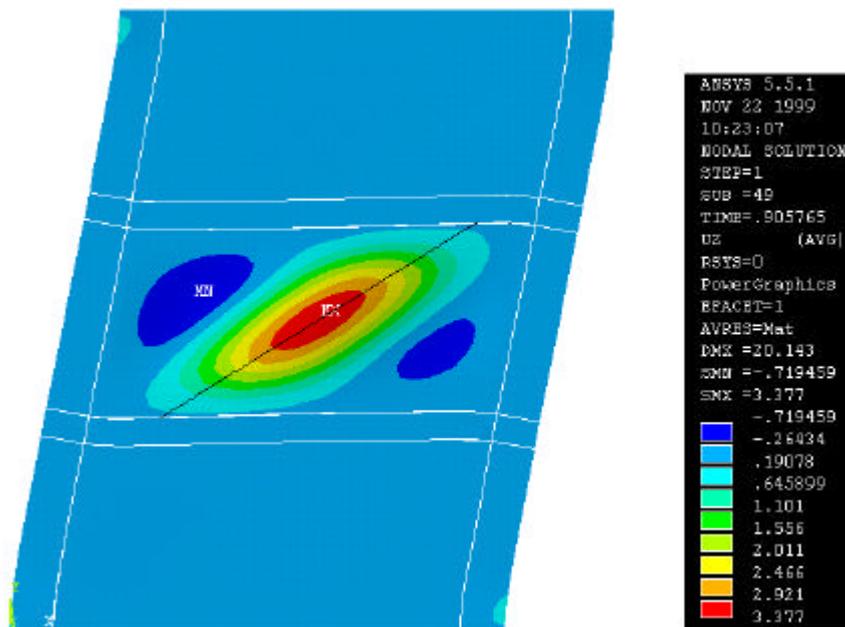


Figura 4.18 Representación de los desplazamientos normales al plano del disipador y correspondientes al desplazamiento  $d_x = 20.14$  mm

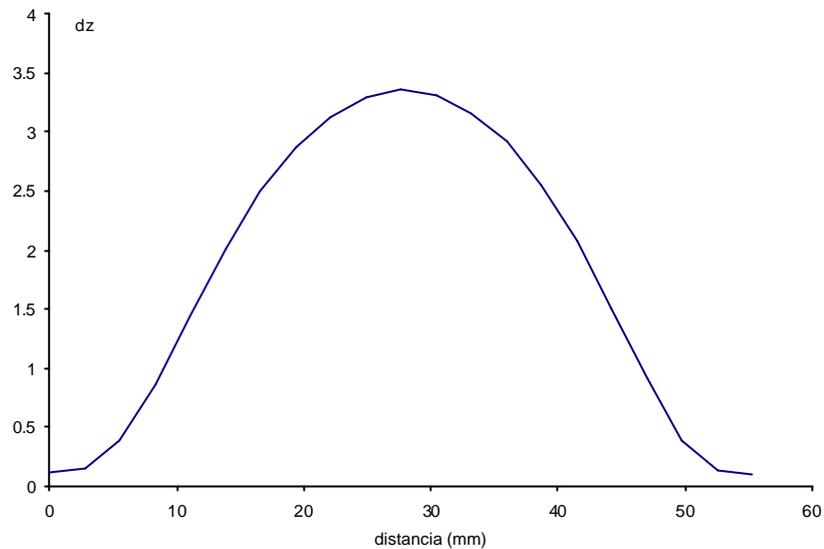


Figura 4.19. Desplazamientos transversales sobre el eje indicado en la figura 4.18.

#### 4.3.3.2 Influencia del valor de la fuerza transversal en la evolución de la abolladura del alma

En el apartado 4.3.1.2 se ha calculado que una fuerza transversal de 28 N en el centro del alma provoca, para una distorsión angular media de 0.14 radianes, un desplazamiento del orden del 10% del espesor del alma. El modelo H20-20x8x1-FR se ha resuelto con fuerzas inestabilizadoras de 20 y 40 N. En la figura 4.20 se representa la evolución del desplazamiento transversal máximo en relación con el desplazamiento impuesto al disipador. Se puede apreciar una fase de comportamiento exponencial, seguido de un comportamiento lineal. Se ha establecido como valor del desplazamiento de inicio de la abolladura el que finaliza el comportamiento exponencial. Se le da la siguiente explicación: en el de pandeo de barras con pequeña excentricidad de carga, el desplazamiento es exponencial y limitado por una asíndota vertical. En la abolladura de placas, a diferencia de la inestabilidad en barras, cabe una redistribución de los esfuerzos, lo cual comporta la inexistencia de tal asíndota vertical.

En la predicción del desplazamiento en que se inicia la abolladura del alma, se observa una influencia considerable del valor de la fuerza transversal de inestabilización. Entre ambos desplazamientos de inicio de abolladura obtenidos numéricamente existe una diferencia del 16%. Con una fuerza de 40 N, equivalente a un desplazamiento transversal del 15 % del valor del espesor del alma, se ha manifestado abolladura en un desplazamiento de 13.1 mm, con una diferencia respecto al valor experimental (10.9 mm) del 20 % y del -3.81 % en relación al valor

predecido según las expresiones [4.14] y [4.7], correspondientes al modelo de Kasai y Popov de predicción de la abolladura.

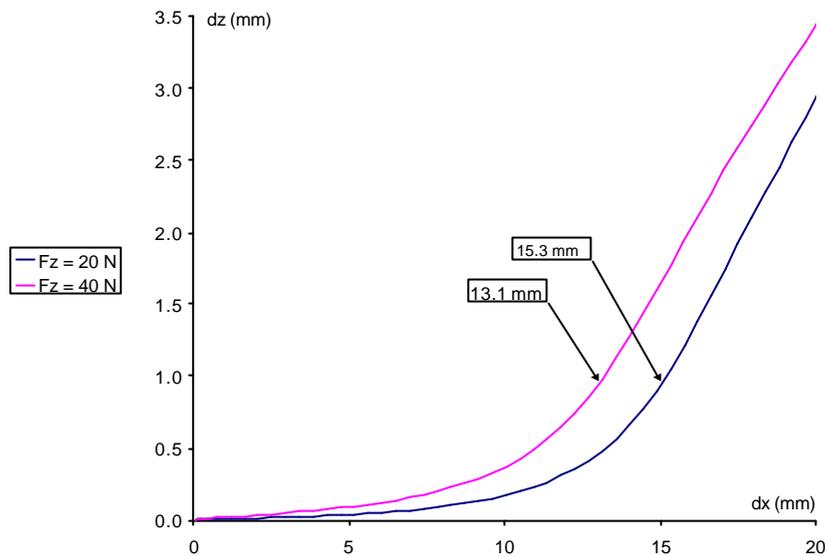


Figura 4.20. Curvas de desplazamiento máximo transversal - desplazamiento impuesto para cargas transversales de 20 y 40 N

### 4.3.3.3 Influencia de la densidad de malla

Se establece una comparación entre tres modelos con distinta densidad de malla. Todos ellos se han construido con hexaedros de 20 nodos e integración reducida, curva de material con fluencia reducida y fuerza transversal desestabilizadora de 20 N. En la figura 4.21. se ha representado, para los distintos modelos, el desplazamiento máximo transversal obtenido, indicando el valor del desplazamiento de inicio de abolladura. Se observa que con el aumento de la densidad de malla, el desplazamiento de inicio de abolladura disminuye. Si se relaciona el desplazamiento de abolladura ( $d_{x,b}$ ) obtenido en los distintos modelos con el número total de elementos del alma y se ajusta una curva a los anteriores puntos (figura 4.22), se observa una evolución similar a la obtenida cuando se analizaba la influencia de la densidad de malla en la respuesta en el plano (apartado 4.3.3.2). Entre el modelo de densidad media de malla y el más denso hay una diferencia relativa entre los desplazamientos de inicio de abolladura del 6%. Analizando la tendencia de la anterior curva, la mejora en los resultados obtenidos en modelos excesivamente densos no justifica la mayor capacidad requerida en el sistema para procesar estos modelos .

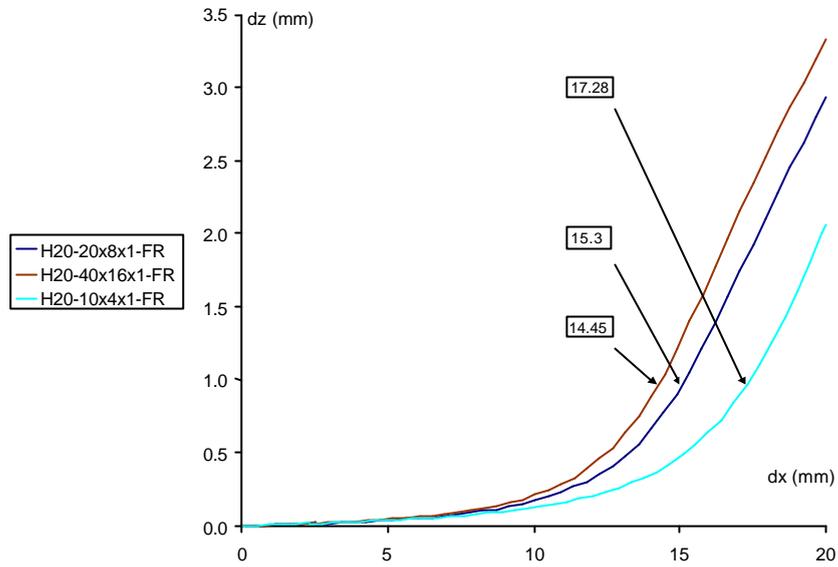


Figura 4.21. Desplazamiento máximo perpendicular ( $d_z$ ) en relación con el desplazamiento máximo en el plano del disipador ( $d_x$ ) para modelos con distinta densidad de malla.

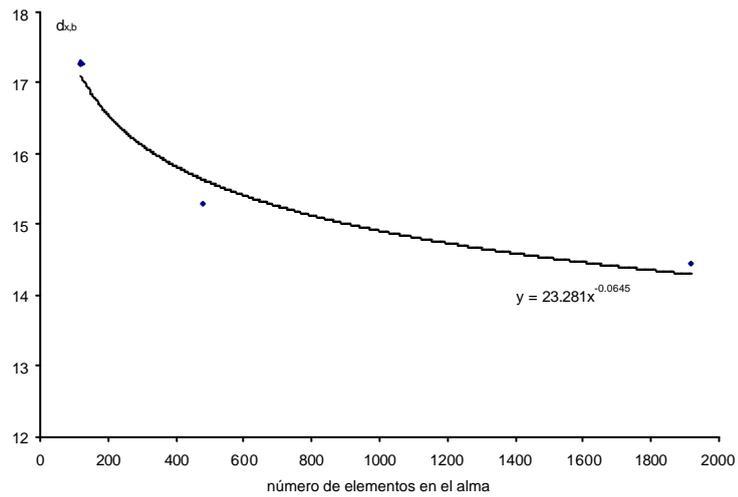


Figura 4.22 Relación entre desplazamiento de inicio de abolladura y número total de elementos en el alma

En la figura 4.23 se representan las curvas de respuesta del disipador fuerza - desplazamiento (en el plano), en las cuales se indican los valores del desplazamiento correspondientes al inicio de la abolladura del alma. Se observa una pérdida de rigidez a partir de la aparición de la abolladura, tanto en las curvas numéricas como en la experimental. Sin embargo, mientras la respuesta experimental evoluciona a una rigidez nula, al desarrollarse la abolladura del alma, los modelos numéricos presentan rigideces superiores, probablemente debido a que en los modelos numéricos se ha producido abolladura únicamente en la zona central del alma, mientras que en el modelo experimental se manifestó en toda su extensión (véase la figura 3.40).

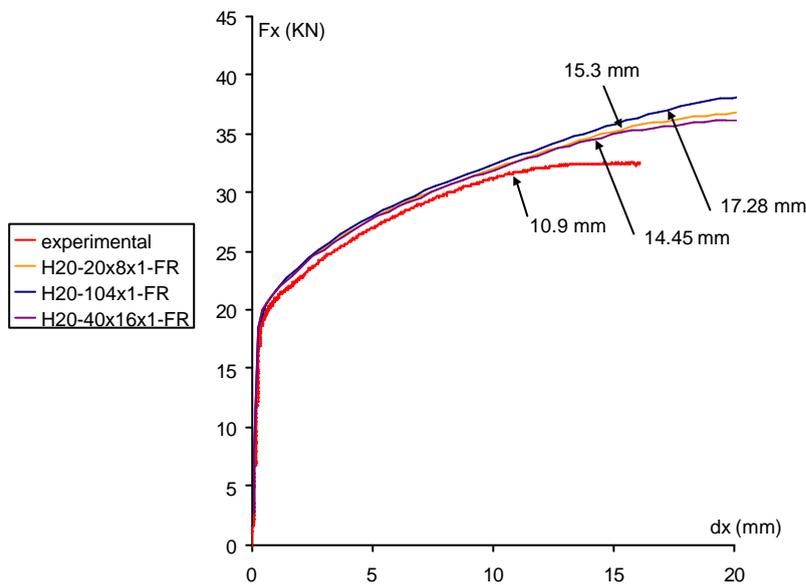


Figura 4.23 Curva fuerza – desplazamiento. Respuesta experimental y numérica para modelos con distinta densidad de malla.

#### 4.3.3.4. Influencia del tipo de elemento utilizado en la discretización

Se ha establecido una comparación entre los comportamientos de los modelos H20-10x4x1-FR y H8-20x4x2-FR, aplicando en ambos una fuerza transversal de 40 N. En el apartado 4.3.2.3 se observaba que ambos modelos presentaban una respuesta en el plano prácticamente idéntica. En la figura 4.24 se representa el desplazamiento transversal en función del desplazamiento impuesto al disipador. El modelo con doble capa de elementos, con menor coste en tiempo de cálculo, tal como se ha visto en el apartado anterior, presenta abolladura con un desplazamiento inferior, más próximo al resultado experimental y al predicho por el modelo de Kasai y Popov.

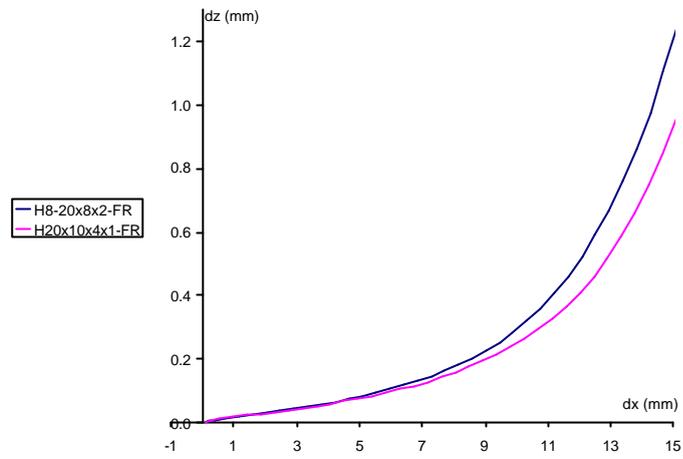


Figura 4.24. Representación del desplazamiento transversal en función del desplazamiento en el plano para dos modelos, basados en elementos de 8 y 20 nodos.