

Anejo

D

**Análisis estadístico de
temperaturas**

D.1 INTRODUCCIÓN Y OBJETIVO

El presente anejo tiene por objeto hacer un análisis estadístico de los registros térmicos de los meses de junio, julio y agosto desde el año 1997 hasta el 2005, con el fin de tener una referencia del comportamiento térmico en los días más calurosos del año. Los datos analizados corresponden al observatorio Fabra de Barcelona, gestionado por el Servei Meteorològic de Catalunya.

D.2 ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LAS TEMPERATURAS DE VERANO

Con el objeto de conocer la temperatura máxima y mínima que tendrá lugar cualquier día en base a la temperatura registrada a cierta hora de la mañana (7:00 horas) se realizó un análisis estadístico de los meses de junio, julio y agosto de los 9 últimos años (desde 1997 hasta 2005) ajustando los datos a una distribución probabilística del tipo t-Student y normal. De esta forma se puede conocer con cierta certeza probabilística la temperatura máxima y mínima que se desarrollará en un día dado, en función de la temperatura registrada cada día a primeras horas de la mañana, en este caso a las 7:00 horas.

D.2.1 Histogramas de frecuencia de las temperaturas

Para realizar dicho análisis estadístico se tomaron los registros diarios de los 3 meses de los 9 años y se dividieron en intervalos de ± 1 °C en función de la temperatura inicial (7:00 horas). Posteriormente se obtuvieron algunos parámetros estadísticos como la media y la desviación estándar para las temperaturas a las 7:00 hrs. y para las temperaturas máximas y mínimas.

A continuación se muestra la **tabla D.1** en la cual se muestran los datos y los parámetros estadísticos anteriormente explicados.

Intervalo	Distribución de frecuencia		
	Temperaturas mínimas	Temperaturas 7:00 horas	Temperaturas máximas
7,0 - 8,9	1	0	0
9,0 - 10,9	5	1	0
11,0 - 12,9	12	6	0
13,0 - 14,9	38	12	2
15,0 - 16,9	90	34	1
17,0 - 18,9	149	52	5
19,0 - 20,9	164	122	8
21,0 - 22,9	91	160	20
23,0 - 24,9	24	118	45
25,0 - 26,9	13	55	53
27,0 - 28,9	2	21	107
29,0 - 30,9	0	5	107
31,0 - 32,9	0	3	126
33,0 - 34,9	0	0	78
35,0 - 36,9	0	0	24
37,0 - 38,9	0	0	11
39,0 - 40,9	0	0	2
n	589	589	589
Mínimo	8,3	10,8	14,3
Media	18,8	21,7	29,6
Máximo	27,2	31,5	39,2
Desviación estándar	3,013	3,365	4,013

Tabla D.1.- Datos estadísticos de los registros de temperatura

Podemos ver en la tabla anterior que la desviación estándar menor corresponde a las temperaturas mínimas, seguida por las temperaturas a las 7:00 horas y por último, la mayor corresponde a las temperaturas máximas. Esto quiere decir que la distribución de frecuencia de las temperaturas mínimas tiene una forma de campana más estrecha que las demás, lo que significa un mayor valor de confianza en la predicción de temperaturas.

D.2.2 Distribución de frecuencia de las temperaturas mínimas

A continuación se muestra la **figura D.1** en la cual se han graficado los datos correspondientes a las temperaturas mínimas en forma de histograma de frecuencia y al mismo tiempo se ha trazado la curva de distribución normal teórica de esos datos en

base a la media y la desviación estándar de la distribución, utilizando la siguiente ecuación:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]; -\infty < x < \infty$$

donde:

- x = variable bajo análisis
- μ = media de la distribución
- σ = desviación estándar de la distribución

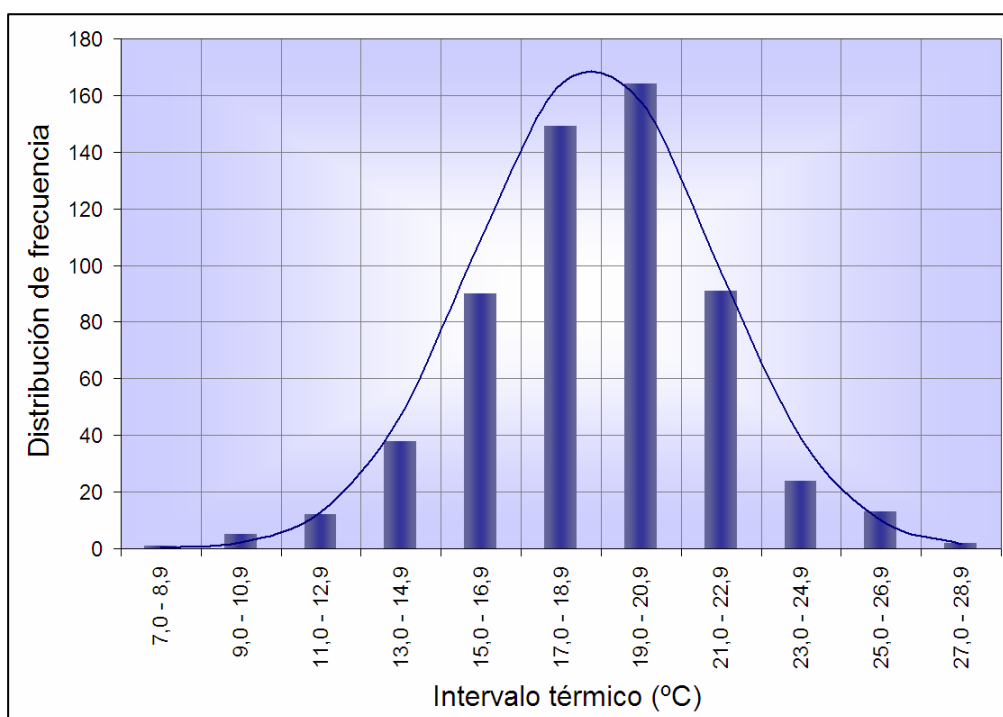


Figura D.1.- Histograma de frecuencia de temperaturas mínimas

Podemos ver en la figura anterior que la distribución de frecuencia de las temperaturas mínimas tiene un comportamiento muy parecido a una distribución normal, lo que sugiere que los datos pueden ser ajustados a una distribución probabilística de este tipo. También podemos ver que las mayores frecuencias están en los intervalos térmicos 17,0 – 18,9 y 19,0 - 20,9 y °C, lo que corresponde aproximadamente con la media de los datos que es de 18,8 °C con un ligero desfase.

D.2.3 Distribución de frecuencia de las temperaturas a las 7:00 horas

A continuación se muestra la **figura D.2** en la cual se han graficado los datos correspondientes a las temperaturas a las 7:00 horas en forma de histograma y al mismo tiempo se ha trazado la curva de distribución normal teórica de esos datos en base a la media y la desviación estándar de la distribución.

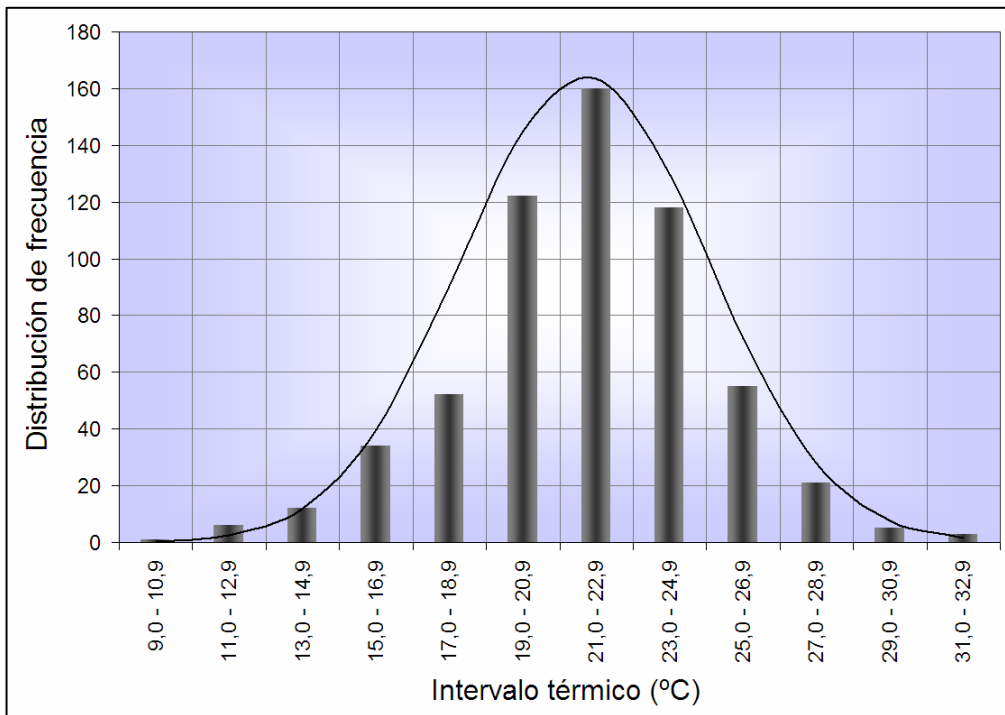


Figura D.2.- Histograma de frecuencia de temperaturas a las 7:00 horas

Podemos ver nuevamente en la figura anterior que la distribución de frecuencia de las temperaturas a las 7:00 horas tiene un comportamiento muy parecido a una distribución normal, lo que sugiere que los datos pueden ser ajustados a una distribución probabilística de este tipo. También podemos ver que la mayor frecuencia corresponde al intervalo térmico 21,0 - 22,9, este corresponde a la media de la distribución, la cual es de 21,7 °C.

D.2.4 Distribución de frecuencia de las temperaturas máximas

A continuación se muestra la **figura D.3** en la cual se han graficado los datos correspondientes a las temperaturas máximas en forma de histograma y al mismo tiempo se ha trazado la curva de distribución normal teórica de esos datos en base a la media y la desviación estándar de la distribución.

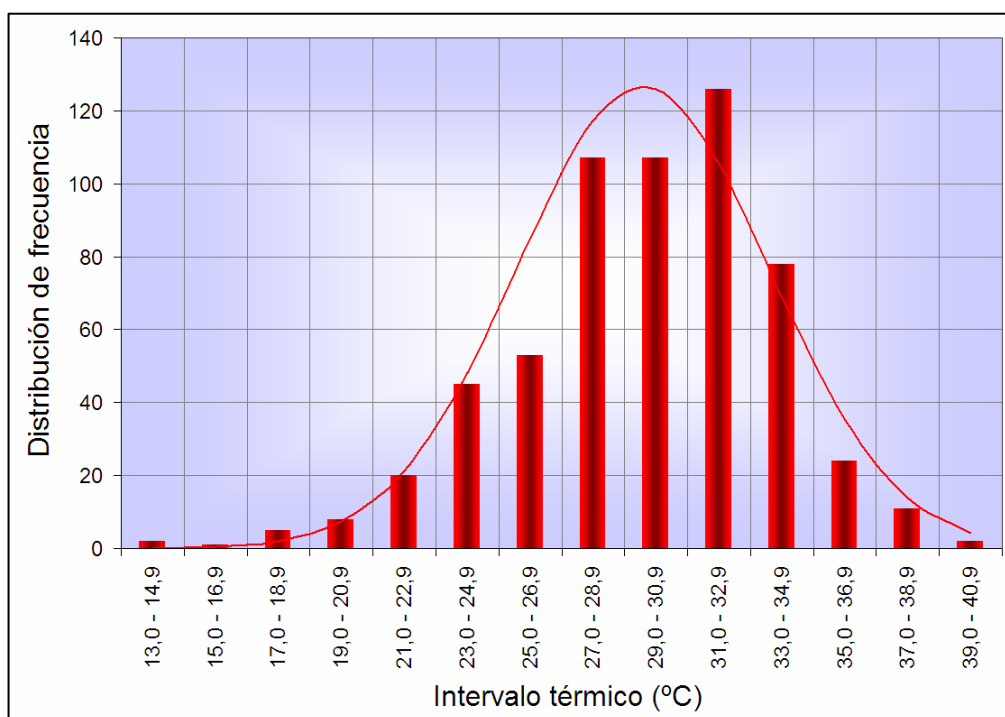


Figura D.3.- Histograma de frecuencia de temperaturas máximas

Igualmente que en los casos anteriores, el histograma de frecuencia tiene un comportamiento muy parecido a una distribución normal. En este caso el rango térmico de mayor frecuencia corresponde al intervalo 31,0 - 32,9, sin embargo, la media en este caso es de 29,6 °C, la cual no está dentro de este intervalo de mayor frecuencia.

Cabe mencionar que aunque los histogramas de frecuencia presentan un comportamiento “normal” no sería correcto ajustar los datos mediante la distribución de probabilidad normal debido a que el tamaño de la muestra es muy pequeño en comparación con lo que sería el tamaño de la población total. Por lo anterior se sugiere utilizar la distribución de probabilidad de t-Student la cual es muy apropiada para muestras pequeñas y que también se ajusta a distribuciones de frecuencia que presentan una tendencia “gaussiana”. Las probabilidades de esta distribución son calculadas a partir de los grados de libertad de la distribución, es decir de ‘n-1’, donde ‘n’ es el número total de registros o tamaño de la población (frecuencia).

D.2.5 Distribución de frecuencia de las tres temperaturas

Con el objeto de comparar las tres distribuciones térmicas se han trazado todas las curvas en una gráfica, la cual se muestra a continuación en la **figura D.4**. Asimismo se han trazado las curvas normales teóricas de cada distribución de datos.

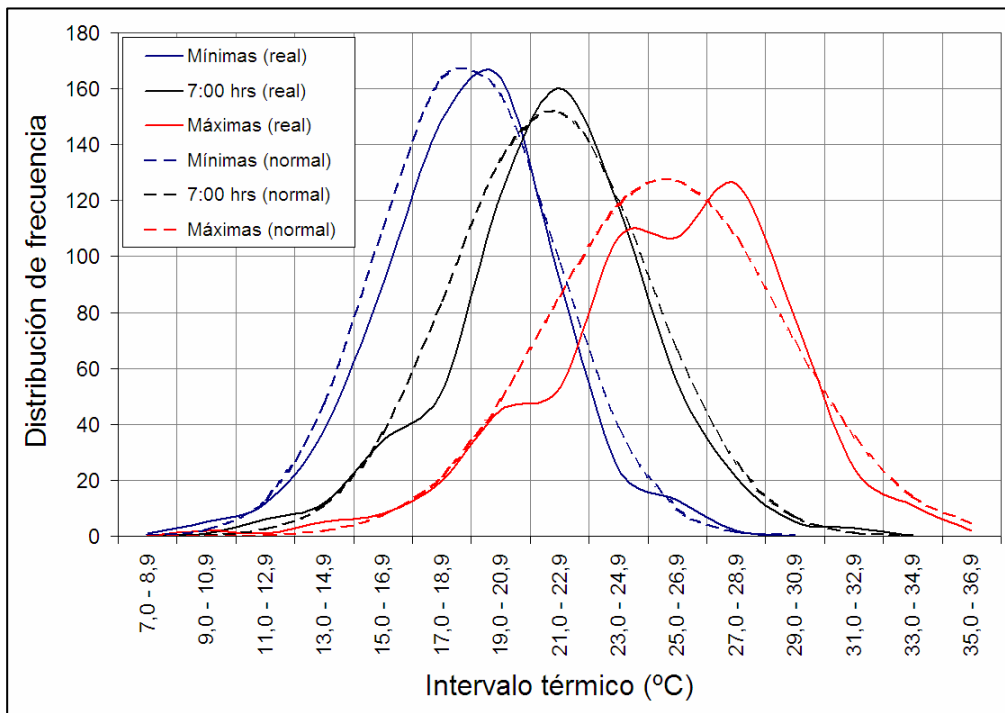


Figura D.4.- Distribuciones de las tres temperaturas estudiadas

D.3 CÁLCULO DE LAS TEMPERATURAS MÍNIMAS Y MÁXIMAS

Finalmente en base a los datos analizados estadísticamente se procedió a calcular la temperatura mínima y la temperatura máxima en función de la temperatura a las 7:00 horas en base a las distribuciones probabilísticas del tipo normal y t-Student. El nivel de confianza establecido fue del 95%, es decir el punto en el cual el área bajo la curva de la distribución probabilística ocupa un 95% o dicho de otra forma, el punto extremo que solo deja un 5% de área bajo la curva en la cola derecha de la campana, lo que significa que solo un 5% de los valores serán menores a los calculados y nos ubica del lado de la seguridad.

D.3.1 Estimación de las temperaturas mínimas

La estimación de las temperaturas mínimas se realiza por medio del cálculo de los parámetros estadísticos calculados (tamaño de muestra 'n', grados de libertad 'n-1', media 'μ' y desviación estándar 'σ') y del valor de 't' que deja el área de cola 'p' de una distribución t-Student considerado en base al nivel de confianza deseado, en este caso, del 95%, mediante la siguiente relación:

$$T_{\min} = \mu + \sigma \cdot t$$

donde:

T_{\min} = temperatura mínima, (°C)

μ = media de la distribución (°C)

σ = desviación estándar de la distribución (°C)

t = valor en función del área de cola indicada y de los grados de libertad ‘n-1’, ver tabla al final del anejo

A continuación se muestra la **tabla D.2** en la cual se presentan los resultados de las estimaciones de las temperaturas mínimas en base a la distribución de t-Student para los intervalos estudiados.

Intervalo térmico (°C)	n	Media, μ (°C)	Desviación estándar, σ (°C)	Grados de libertad, n-1	t-Student, t p (0,05) cola	Temperatura mínima (°C)
< 10,9	1	9,70	-	0	-	9,7
11,0 - 12,9	6	10,08	1,130	5	2,015	12,4
13,0 - 14,9	12	12,71	1,025	11	1,812	14,6
15,0 - 16,9	34	14,19	1,250	33	1,693	16,3
17,0 - 18,9	52	15,75	1,300	51	1,677	17,9
19,0 - 20,9	122	17,42	1,199	121	1,658	19,4
21,0 - 22,9	160	19,16	1,158	159	1,645	21,1
23,0 - 24,9	118	20,68	1,193	117	1,659	22,7
25,0 - 26,9	55	22,26	1,482	54	1,675	24,7
27,0 - 28,9	21	24,30	1,742	20	1,725	27,3
29,0 - 30,9	5	24,54	2,308	4	2,132	29,5
> 31,0	3	24,83	0,987	2	2,353	27,2

Tabla D.2.- Estimación probabilística de las temperaturas mínimas

D.3.2 Estimación de las temperaturas máximas

La estimación de las temperaturas máximas se realiza por medio del cálculo de los parámetros estadísticos calculados (tamaño de muestra ‘n’, grados de libertad ‘n-1’, media ‘ μ ’ y desviación estándar ‘ σ ’) y del valor de ‘t’ que deja el área de cola ‘p’ de una distribución t-Student considerado en base al nivel de confianza deseado, en este caso, del 95%, mediante la siguiente relación:

$$T_{\max} = \mu + \sigma \cdot t$$

donde:

T_{\max} = temperatura máxima, (°C)

μ = media de la distribución (°C)

σ = desviación estándar de la distribución (°C)

t = valor en función del área de cola indicada y de los grados de libertad 'n-1', ver tabla al final del anejo

A continuación se muestra la **tabla D.3** en la cual se presentan los resultados de las estimaciones de las temperaturas máximas en base a la distribución de t-Student para los intervalos estudiados.

Intervalo térmico (°C)	n	Media, μ (°C)	Desviación estándar, σ (°C)	Grados de libertad, n-1	t-Student, t p (0,05) cola	Temperatura máxima (°C)
< 10,9	1	22,50	-	0	-	22,5
11,0 - 12,9	6	20,15	3,314	5	2,015	26,8
13,0 - 14,9	12	22,16	4,013	11	1,812	29,4
15,0 - 16,9	34	24,07	2,914	33	1,693	29,0
17,0 - 18,9	52	25,77	2,719	51	1,677	30,3
19,0 - 20,9	122	27,64	2,560	121	1,658	31,9
21,0 - 22,9	160	30,11	2,303	159	1,645	33,9
23,0 - 24,9	118	32,01	1,745	117	1,659	34,9
25,0 - 26,9	55	33,19	1,880	54	1,675	36,3
27,0 - 28,9	21	36,15	1,703	20	1,725	39,1
29,0 - 30,9	5	37,54	0,907	4	2,132	39,5
> 31,0	3	36,80	1,411	2	2,353	40,1

Tabla D.3.- Estimación probabilística de las temperaturas máximas

D.3.3 Resumen de temperatura mínimas y máximas

A continuación se muestra la **tabla D.4** en la cual se presentan los resultados de las estimaciones de las temperaturas mínimas y máximas en base a la distribución t-Student para los intervalos analizados.

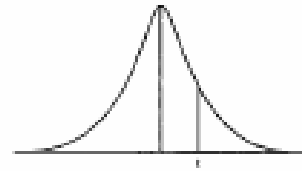
n	Intervalo térmico (7:00 horas)	Temperatura ambiental (°C)	
		Mínima	Máxima
1	< 10,9	9,7	22,5
2	11,0 - 12,9	12,4	26,8
3	13,0 - 14,9	14,6	29,4
4	15,0 - 16,9	16,3	29,0
5	17,0 - 18,9	17,9	30,3
6	19,0 - 20,9	19,4	31,9
7	21,0 - 22,9	21,1	33,9
8	23,0 - 24,9	22,7	34,9
9	25,0 - 26,9	24,7	36,3
10	27,0 - 28,9	27,3	39,1
11	29,0 - 30,9	29,5	39,5
12	> 31,0	27,2	40,1

Tabla D.4.- Tabla de temperatura mínima y máxima

Mediante la tabla anterior es posible conocer la temperatura mínima y máxima de cualquier día de verano (junio, julio y agosto) mediante la temperatura a las 7:00 horas, con un nivel de confianza del 95%.

D.4 TABLA DE DISTRIBUCIÓN ESTADÍSTICA t-Student

Tabla D Distribución de *t* de Student, valores de *t* que dejan el área de cola indicada, en función de los grados de libertad de la distribución.



v	P									
	0.4	0.25	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005
1	0.325	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	127.320	318.310	636.600
2	0.289	0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	14.089	22.326	31.596
3	0.277	0.765	1.638	2.333	3.182	4.541	5.841	7.453	10.215	12.924
4	0.271	0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	0.267	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	0.265	0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	0.263	0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.029	4.783	5.408
8	0.262	0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	0.261	0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	0.260	0.700	1.372	1.812	2.238	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	0.260	0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12	0.259	0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13	0.259	0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14	0.258	0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15	0.258	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16	0.258	0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17	0.257	0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	0.257	0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.197	3.610	3.922
19	0.257	0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20	0.257	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
21	0.257	0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.135	3.527	3.819
22	0.256	0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.119	3.505	3.792
23	0.256	0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.104	3.483	3.768
24	0.256	0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.091	3.467	3.745
25	0.256	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.078	3.450	3.723
26	0.256	0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.067	3.435	3.706
27	0.256	0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.057	3.421	3.690
28	0.256	0.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.047	3.408	3.674
29	0.256	0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.038	3.396	3.659
30	0.256	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.030	3.385	3.646
40	0.255	0.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	2.971	3.307	3.551
60	0.254	0.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	2.915	3.232	3.460
120	0.254	0.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	2.860	3.160	3.373
∞	0.253	0.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	2.807	3.090	3.291