

APÈNDIX

APÈNDIX A

DEDUCCIÓ DE LA MITJANA DE PASSOS DE LA CERCA

La mitjana de passos $E[\gamma]$ per a aïllar l'estació que ha demanat el testimoni, dins del procés de cerca, es pot deduir en funció de la distància l a la qual s'ha enviat la proposta.

El procés de cerca s'inicia quan una estació ha enviat una proposta a una altra estació que és a una distància l i a continuació detecta petició. La distància mínima de la proposta per a que pugui haver petició és de 2 ja que com a mínim s'ha de recobrir una estació; la distància màxima serà igual que el nombre d'estacions de la xarxa, N . El nombre d'estacions pot prendre qualsevol valor natural.

(fa.1) $2 \leq l \leq N$; $l, N \in \mathbb{N}$

La petició pot ésser deguda a qualsevol de les $l-1$ estacions recobertes per la proposta. El nombre mínim de passos per a la seva localització, serà la unitat, quan la primera proposta de la cerca estigui dirigida a l'estació que ha demanat petició i no es recobreix cap estació amb missatges pendants. El nombre màxim de passos serà el

sencer ξ que sigui major o igual que el logaritme base dos de la distància l , quan la cerca hagi de recórrer tots els nivells de l'arbre binari que es forma en el procés dicotòmic.

La figura FAPA.1 mostra alguns exemples d'arbres dicotòmies; S'hi pot observar que, per a la distància 9, l'estació 4 pot quedar aïllada en un únic pas, les estacions 2 i 6 amb dos passos, etc, i l'estació 8 necessita 4 passos.

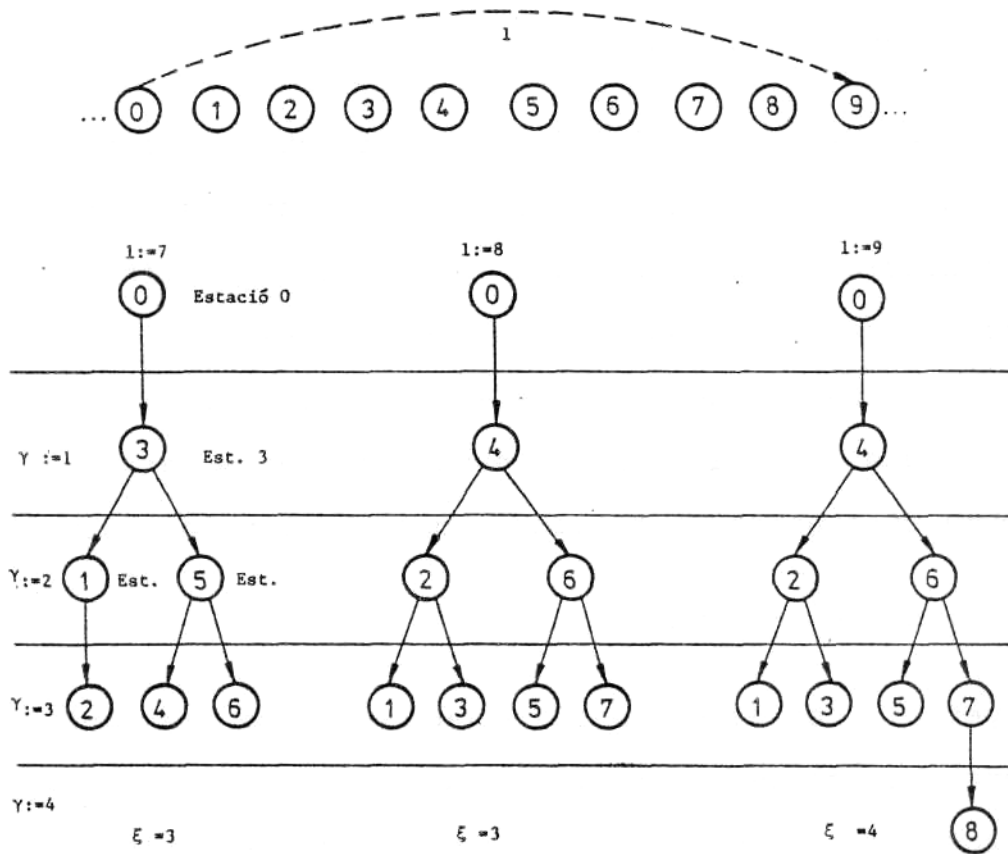


Figura FAPA.1 . Arbre de passos per a aïllar una estació.

Cal destacar que aquest procés de cerca, juntament amb el protocol proposta-peticció, permet d'aïllar no només les estacions de l'últim nivell (com és habitual en els arbres binaris de decisió, [Capetanakis1979], [Hayes1978], etc), sinó que també permet d'aïllar tots els casos dels nivells intermedis.

$$(fa.2) \quad \xi = \min \lceil \xi \geq \log_2 l \rceil ; \quad \xi \in \mathbb{N}$$

Per tant, el nombre de passos, γ , serà una variable aleatòria sencera que podrà adquirir valors fitats per la unitat i per ξ . La figura FAPA.2 mostra un arbre de distàncies on s'indica el valor que pren ξ quan la proposta inicial (la que genera la cerca) és 1.

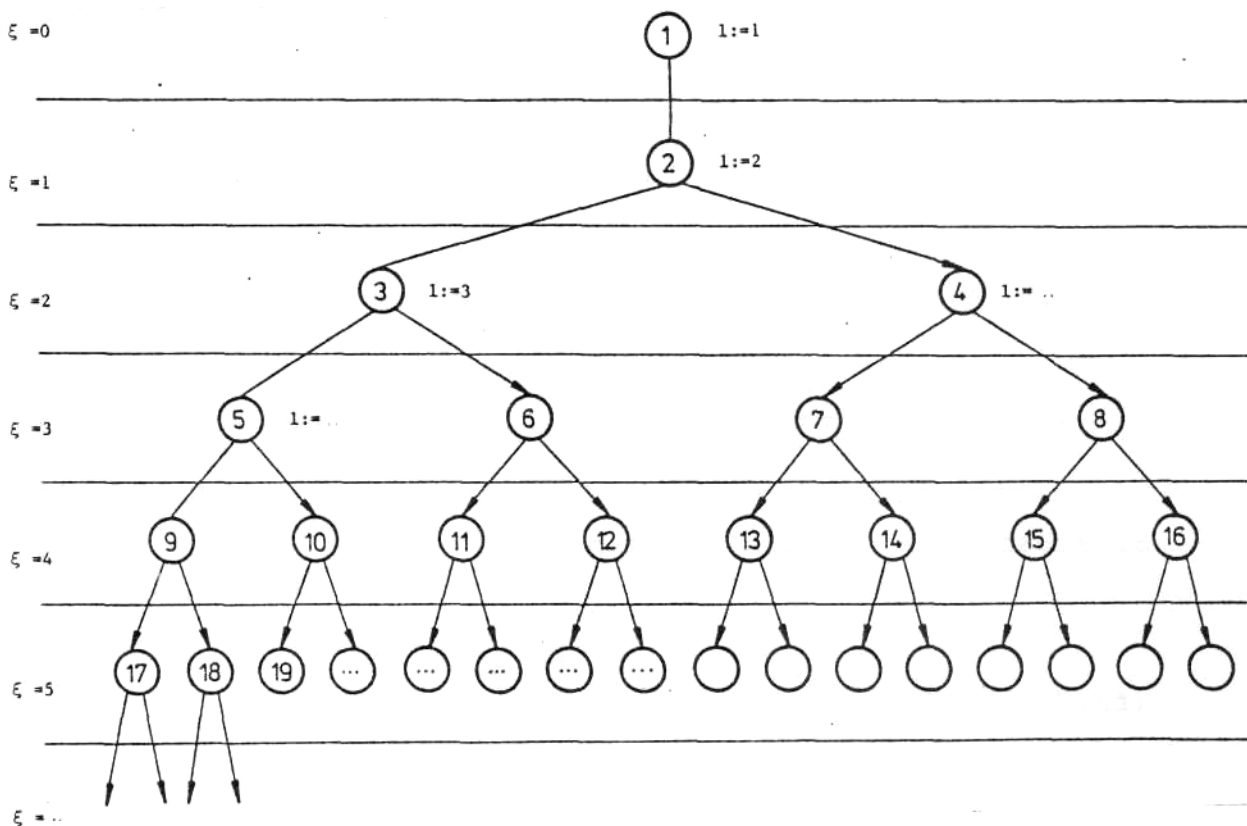


Figura FAPA.2 . Arbre de distàncies.

$$(fa.3) \quad 1 \leq \gamma \leq \xi ; \gamma \in \mathbb{N}$$

El valor mitjà del nombre de passos, $E[\gamma]$:

$$(fa.4) \quad E[\gamma] = \sum_{i=1}^{\xi} \gamma_i P[\gamma_i]$$

La probabilitat que el nombre de passos sigui γ_i , $P(\gamma_i)$ és la obtinguda en relacionar el nombre de casos favorables en cada pas respecte als casos possibles (Probabilitat d'encert en l'exploració). El nombre de casos favorables en l'exploració binària segueix una progressió geomètrica de raó igual a 2, excepte a l'últim pas, ja que el nombre de casos favorables serà el residu entre tots els casos possibles i els explorats anteriorment. El nombre de casos possibles per una distància 1 és $(1-1)$. Per tant:

$$(fa.5) \quad E[\gamma] = \sum_{v=1}^{\xi-1} v \frac{2^{v-1}}{1-1} + \xi \frac{(1-1) - \sum_{v=1}^{\xi-1} 2^{v-1}}{1-1}$$

Com que la sèrie aritmètico-geomètrica té com a suma:

$$(fa.6) \quad \sum_{v=1}^{n-1} v \cdot r^v = \frac{r(1-nr^{n-1}) + (n-1)r^n}{(1-r)^2}$$

Si substituïm a (fa.5), obtenim:

$$(fa.7) \quad E[\gamma] = \sum_{v=1}^{\xi-1} v \frac{2^v}{2(1-1)} + \xi \frac{(1-1) - \sum_{v=1}^{\xi-1} \frac{2^v}{2}}{(1-1)}$$

$$(fa.8) \quad E[\gamma] = \frac{1}{2(1-1)} \cdot 2 \left(1 - \xi \cdot 2^{(\xi-1)} + (\xi-1) 2^\xi \right) + \frac{\xi}{1-1} \left((1-1) - \frac{1}{2} \sum_{v=1}^{\xi-1} 2^v \right)$$

La sèrie geomètrica té com a suma:

$$(fa.9) \quad \sum_{v=0}^{n-1} r^v = \frac{r^n - 1}{r - 1} \Rightarrow \sum_{v=1}^{n-1} r^v = \frac{r^n - r}{r - 1}$$

Si substituïm a (fa.8), obtenim:

$$(fa.10) \quad E[\gamma] = \frac{1}{1-l} \left(1 - \frac{1}{2} \xi \cdot 2^\xi + \xi \cdot 2^\xi - 2^\xi \right) + \frac{\xi}{1-l} \left(1 - l - \frac{1}{2} (2^\xi - 2) \right)$$

$$(fa.11) \quad E[\gamma] = \frac{1\xi - 2^\xi + 1}{1-l}$$

De (fa.2) es dedueix que:

$$(fa.12) \quad 2^{(\xi-1)} < 1 \leq 2^\xi$$

Però quan l és prou gran, es poden fer les aproximacions:

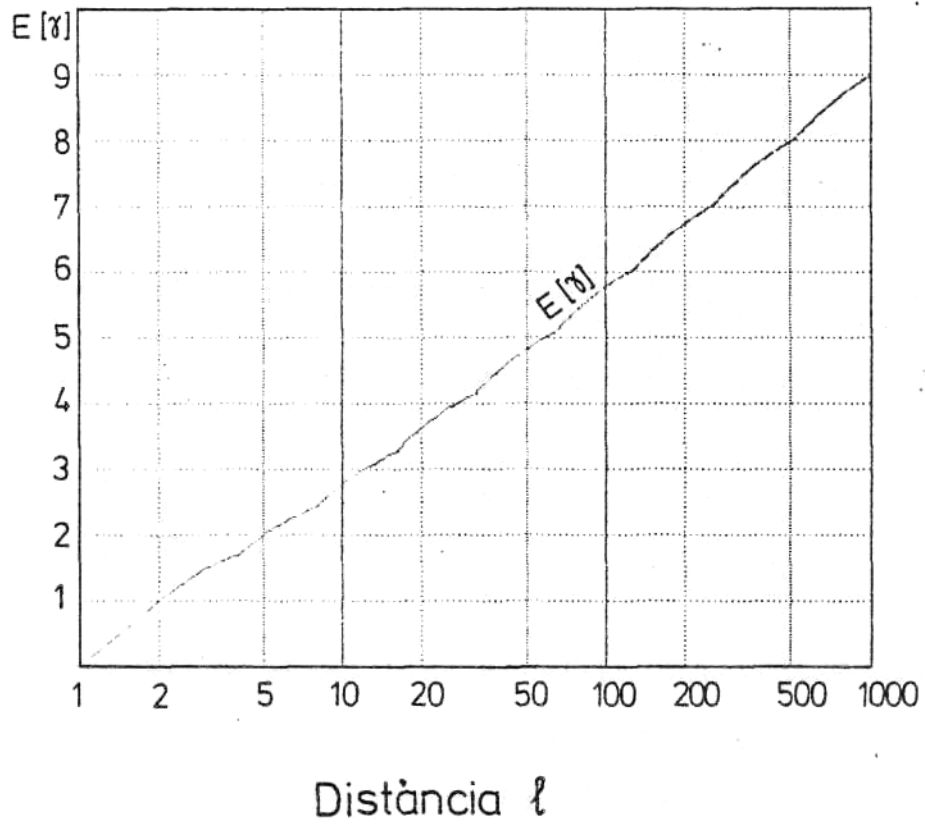
$$(fa.13) \quad \xi - 2 \approx \frac{1\xi - 2l + 1}{1-l} < \frac{1\xi - 2^\xi + 1}{1-l} \leq \frac{1\xi - 1 + 1}{1-l} \approx \xi - 1$$

per tant,

$$(fa.14) \quad \xi - 2 \sim E[\gamma] \sim \xi - 1$$

El gràfic GAPA.1 indica la relació entre el valor mitjà de γ i el logaritme de la distància, $\log l$. Es pot observar que aquesta relació es pot aproximar per una recta de pendent m_γ i així s'obté l'expressió aproximada:

$$(fa.15) \quad E[\gamma] = m_\gamma \log l$$



Gràfic GAPA.1 . Relació entre $E[\gamma]$ i l .

APÈNDIX B.

DEDUCCIÓ DE γ_1 I γ_2 .

En el transcurs d'un cicle, les transaccions de control de l'accés al canal estan formades per un nombre γ_1 de propostes i per un nombre γ_2 d'interval·ls de petició, que permetran que les m estacions a les quals han arribat missatges de dades durant el transcurs del cicle anterior puguin transmetre els n missatges de dades durant aquest cicle. Els valors, que γ_1 i γ_2 prendran, depenen del procés de generació de missatges de cada estació, del procediment de servei de les cues de les estacions i del criteri emprat en l'estimació de l'estació següent.

B.1- MODEL DE m FONTS PERMANENTMENT ACTIVES.

Aquest model de generació de missatges consisteix en el fet que hi ha m estacions qualsevols, entre les N estacions de la xarxa, que estan permanentment actives i tenen sempre missatges pendents de transmetre en la seva cua; En cada cicle, només es transmet un únic missatge de cadascuna de les estacions actives. (Servei no exhaustiu).

L'esquema pppll imposa que el testimoni es transfereixi

ordenadament a totes les estacions de la xarxa, encara que només serà utilitzat per a transmetre missatges a les m estacions actives. El valor de γ_1 serà N , mentre que el valor de γ_2 serà zero, ja que no hi haurà cap interval de petició en tot el cicle.

$$(fb.1) \quad \gamma_1 = N$$

$$(fb.2) \quad \gamma_2 = 0$$

En l'esquema ppplm, les propostes s'envien a una distància l^* , que és la part sencera de dividir el nombre total d'estacions, N , pel nombre d'estacions actives en el cicle anterior, m .

$$(fb.3) \quad l^* = \frac{N}{m}; 1 \leq l^* \leq N; l^* \in \mathbb{N}$$

La distància l^* divideix el nombre N d'estacions en g grups:

$$(fb.4) \quad g = \frac{N}{l^*}$$

Podem considerar que, en valor mitjà, de les g propostes corresponents a tots els grups, m inclouran alguna estació pendent i $(g-m)$ no inclouran cap estació pendent (primer terme de fb.5); Entre les propostes m , n'hi haurà algunes de mitjana m / l^* que no deixaran recoberta cap estació pendent, mentre que l'estació a la que s'ha enviat la proposta estarà pendent; Per tant seran propostes sense cerca i amb missatge (segon terme de fb.5). La part restant seran propostes que generaran cerques de mida l^* (tercer terme de fb.5). De mitjana, cada cerca fa tornar

enrera una distància de $l^* / 2$. Aquest retrocés fa generar la meitat més de noves propostes (quart terme de fb.5).

Per tant,

$$(fb.5) \quad \gamma_1 = (g-m) + \frac{m}{1^*} + (m - \frac{m}{1^*}) (1 + E[\gamma] |_{1^*}) + \frac{1}{2} (m - \frac{m}{1^*})$$

On $E[\gamma] |_{1^*}$, és l'esperança del nombre de propostes que hi haurà en la cerca que es genera després d'enviar la proposta a una distància l^* ; aquesta expressió coincideix amb el nombre de salts deduïts en (fa.11), de l'apèndix A.

$$(fb.6) \quad \gamma_1 = g + \frac{m}{1^*} (1^* - 1) (E[\gamma] |_{1^*} + \frac{1}{2})$$

Definim γ_2 com la mitjana d'interval de petició que hi haurà en un cicle, donat que hi ha m estacions actives.

Hi haurà un interval de petició sempre que s'envii una proposta a una estació que està a una distància superior a la unitat.

Si deduïm l'expressió de γ_2 amb els mateixos criteris usats en l'obtenció de γ_1 , obtindrem:

$$(fb.7) \quad \gamma_2 = \delta + g + \frac{m}{1^*} (1^* - 1) (E[\gamma_s] |_{1^*} + \frac{1}{2})$$

El paràmetre δ s'inclou en l'expressió anterior per a tenir en compte que quan la distància a la qual s'envia la proposta és la unitat, el protocol no inclou cap interval

de petició.

$$(fb.8) \quad \delta = \begin{cases} 0 & \text{si } l^* = 1 \\ 1 & \text{si } l^* > 1 \end{cases}$$

$E[\gamma_s] | l^*$ és l'esperança del nombre d'interval . de petició que hi haurà en cada cerca, quan la proposta que ha generat la cerca s'ha enviat a una distància l^* .

La mitjana d'interval de petició, que es fan en cada cerca a una distància l es pot calcular d'una manera recursiva en funció de la mitjana d'interval de petició que corresponen a una distància meitat de l .

Deducció de la recurrència: Inicialment s'envia una proposta a una distància l ; Si la distància és $l:=1$, no hi pot haver petició; Però si $l>1$ i hi ha petició a continuació, s'inicia la cerca. Si $l:=2$ o bé, si $l:=3$, els salts de la cerca són unitaris i per tant no hi ha interval de petició. (Figura FAPB.1). Les condicions inicials de $E[\gamma_s] | l$ que s'obtenen per a les distàncie $l:=1$, $l:=2$ i $l:=3$ són per tant $0,0$ i 0 respectivament.

Per l parell:

$$(fb.9) \quad E[\gamma_s] | l = \frac{l-2}{l-1} E[\gamma_s] | \frac{l}{2} + 1$$

Per l senar:

$$(fb.10) \quad E[\gamma_s] | l = \frac{1}{2} \left(E[\gamma_s] | \frac{l+1}{2} + \frac{l-3}{l-1} E[\gamma_s] | \frac{l-1}{2} \right) + 1$$

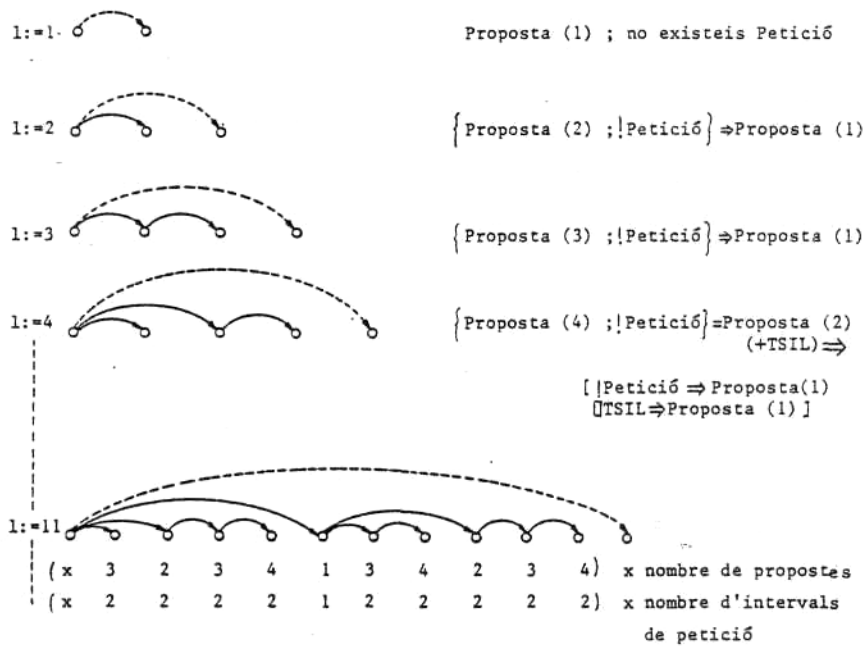


Figura FAPB.1 Propostes i intervals de petició en una cerca.

Amb condicions inicials:

$$(fb.11) E[\gamma_s] \Big|_1 = 0 \text{ si } l = \{ 1, 2, 3 \}$$

El gràfic GAPB.1 mostra els valors que obtenen $E[\gamma]$ i $E[\gamma_s]$ per a diferents valors de la distància l .

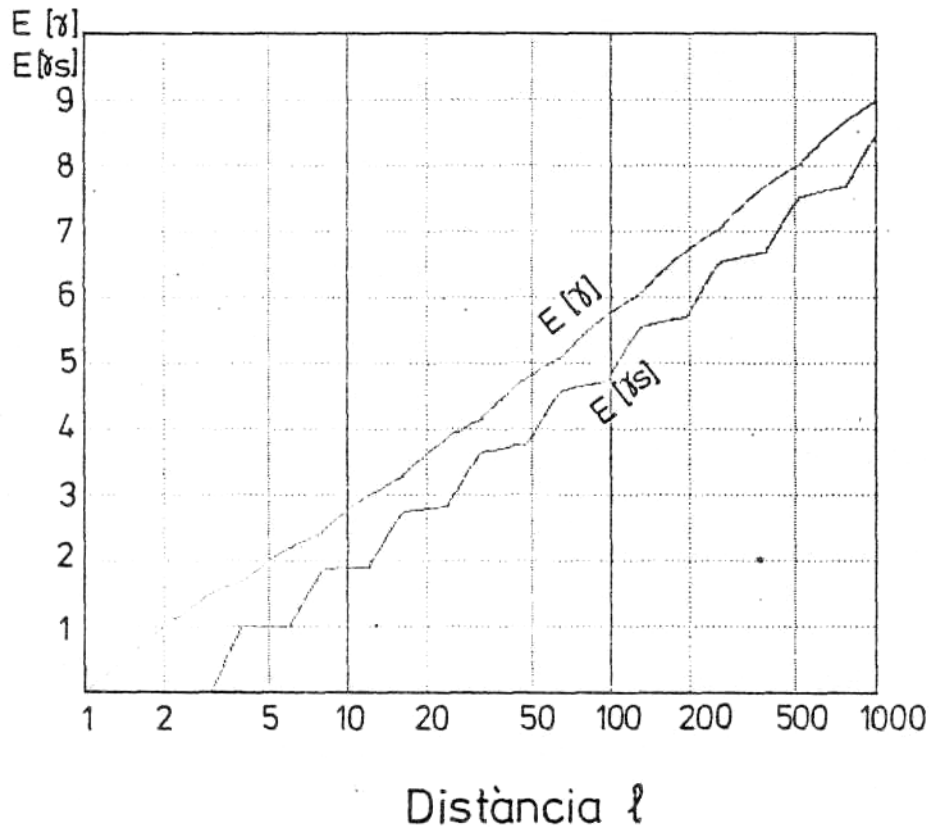
En l'esquema pppla, es memoritzen les adreces de les estacions actives del darrer cicle, i per tant, les propostes sempre s'envien a les m estacions actives; Però quan la distància entre dues d'aquestes estacions és superior a la unitat, cal afegir un interval de petició. El valor que pren γ_1 serà exactament el del nombre

d'estacions actives, m .

$$(fb.12) \quad \gamma_1 = m$$

Mentre que γ_2 pren un valor mitjà del nombre d'interval·s de petició per a totes les possibles configuracions de m , estacions actives, entre N , estacions possibles. Aquest valor es pot aproximar per mitjà de l'expressió:

$$(fb.13) \quad \gamma_2 = m \frac{N-m}{N-1}$$



Gràfic GAPB.1 Mitjana de propostes i d'interval·s de petició en el procés de cerca iniciat a una distància l .

B.2- MODEL DESEQUILIBRAT D'ARRIBADES.

El model d'aquesta xarxa està format per un nombre N d'estacions, connectades a un únic canal en una topologia tipus bus. Els missatges que arriben a les estacions es generen segons un procés aleatori independent per a cada estació. Els processos d'arribades es caracteritzen per la seva taxa d'arribades, λ_i , que és el valor mitjà del nombre d'arribades a l'estació i per unitat de temps. Suposem que el trànsit generat no és idèntic per a totes les estacions sinó que una estació determinada està desequilibrada, i genera una fracció θ del tràfic generat total, mentre que tota la resta d'estacions generen, en quantitats iguals, la part restant del tràfic total. El valor que prendran les variables, γ_1 i γ_2 , depenen del criteri emprat per a l'estimació de l'usuari següent.

Tal com s'ha justificat a l'apartat anterior, el model

Pppl1 imposa que γ_1 valgui sempre N , mentre que γ_2 val zero; En el model ppplm, els valors de γ_1 i γ_2 són els mateixos que els expressats a (fb.6) i (fb.7).

Pel model pppla, cal determinar els valors de γ_1 i γ_2 .

En condicions estacionaries, el nombre mitjà d'estacions actives del cicle anterior serà igual que el nombre mitjà d'estacions actives del cicle actual, \tilde{m} . En el model pppla, es pot considerar que es formen \tilde{m} grups de mida variable, però que, pel que fa al valor mitjà, estan a distàncies:

$$(fb.14) \quad \bar{\gamma} = \frac{N}{\bar{m}}$$

L'estació desequilibrada, en condicions límit de màxima càrrega, està permanentment activa ja que de mitjana, li arriba un missatge en cada cicle; per tant, en cada cicle rebrà una proposta, que ja ha transmès en el cicle anterior; aquesta se servirà enviant un missatge de dades sense necessitat de cerca. Les altres propostes que s'enviaran durant el cicle seran per a aïllar la resta d'estacions actives, amb el procés de cerca.

Si emprenen uns criteris similars als usats a l'apartat anterior per a trobar el nombre mitjà de propostes que hi haurà en un cicle, considerarem per parts que: Una de les propostes està ben dirigida, la que s'envia a l'estació desequilibrada (primer terme de fb.15). De la resta de propostes corresponents a les $\bar{m}-1$ estacions amb missatges pendents, hi haurà una mitjana $(\bar{m}-1)/\bar{i}$ de propostes ben dirigides i que no recobreixen cap estació amb missatges pendents (propostes sense cerca i amb missatge transmès) (segon terme de fb.15). Les altres estacions amb missatges quedaran aïllades després d'una cerca de mida mitjana, \bar{i} , (tercer terme de fb.15). Cada cerca de mitjana fa tornar enrera una distància $\bar{i}/2$ i per tant es generaran la meitat més de propostes sense cerca ni missatge (quart terme de fb.15); per tant,

$$(fb.15) \quad \gamma_1 = 1 + \frac{\bar{m}-1}{\bar{i}} + (\bar{m}-1) \cdot \frac{\bar{m}-1}{\bar{i}} (1 + E\{\gamma\} |_{\bar{i}}) + \frac{1}{2} (\bar{m}-1) \cdot \frac{\bar{m}-1}{\bar{i}}$$

$$(fb.16) \quad \gamma_1 = \bar{m} + \frac{\bar{m}-1}{\bar{i}} (\bar{i}-1) (E\{\gamma\} |_{\bar{i}} + \frac{1}{2})$$

El nombre d'interval·ls de petició que es generen en cada cicle, γ_2 , es dedueix d'una manera similar de com s'ha deduït (fb.16) i de com s'havia deduït γ_2 , a l'apartat anterior:

$$(fb.17) \quad \gamma_2 = \delta \tilde{m} + \frac{\tilde{m}-1}{\tilde{l}} (\tilde{l}-1) \left(E[\gamma_s]_{\tilde{l}} + \frac{1}{2} \right)$$

$E[\gamma]_{\tilde{l}}$ i $E[\gamma_s]_{\tilde{l}}$ són les expressions (fa. 11) i (fb. 9), (fb.10); i el paràmetre δ , similarment a (fb.8):

$$(fb.18) \quad \delta = \begin{cases} 0 & \text{si } \tilde{l}=1 \\ 1 & \text{si } \tilde{l}>1 \end{cases}$$

B.3- MODEL EXHAUSTIU DE SERVEI DE LES ESTACIONS.

Aquest model és similar al descrit a l'apartat B2 però sense la condició de desequilibri. Els processos generadors de missatges a les estacions són independents i estan idènticament distribuïts. Durant el període de servei de l'estació (quan aquesta controla el testimoni), es transmeten exhaustivament tots els missatges fins que la cua de l'estació queda buida.

Els valors que prendran γ_1 i γ_2 , amb els criteris pppl1 i ppplm, seran els mateixos que s'han deduït en els apartats anteriors, (fb.1), (fb.2), (fb.6) i (fb.7) respectivament.

A l'apartat anterior s'han deduït les expressions de γ_1 i γ_2 pel model pppla en la condició limit, considerant que una estació estava (de fet, en valor mitjà) permanentment activa. Aquesta consideració ja no és aplicable en aquest

cas. En condicions normals, les estacions actives estaran distribuïdes aleatòriament, i en cada cicle es faran les estimacions de l'estació següent, a distàncies de mida variable, però en valor mitjà, a distàncies N/\tilde{m} .

Deduirem les expressions de manera semblant de com s'ha fet als apartats anterior:

El nombre de propostes inicials serà igual que el nombre d'estacions actives del cicle anterior; D'aquestes propostes, n'hi haurà de mitjana \tilde{m}/\tilde{l} , que no recobriran cap estació pendent i aniran a estacions pendents, (primer terme de fb.19); Le resta d'estacions pendents se serviran després d'una cerca, a una distància mitjana, \tilde{l} , (segon terme de fb.19). Cada cerca genera de mitjana la meitat més de ' noves propostes sense cerca ni missatge pendent, (tercer terme de fb.19).

$$(fb.19) \quad \gamma_1 = \frac{\tilde{m}}{\tilde{l}} + (\tilde{m} - \frac{\tilde{m}}{\tilde{l}}) \cdot (1 + E[\gamma] |_{\tilde{l}}) + \frac{1}{2} (\tilde{m} - \frac{\tilde{m}}{\tilde{l}})$$

$$(fb.20) \quad \gamma_1 = \tilde{m} + \frac{\tilde{m}}{\tilde{l}} (\tilde{l}-1) (E[\gamma] |_{\tilde{l}} + \frac{1}{2})$$

El nombre d'interval de petició que es generen a cada cicle, γ_s , es dedueix d'una manera semblant de com s'ha deduït (fb.20) i com s'havia deduït γ_s en els apartats anteriors:

$$(fb.21) \quad \gamma_2 = \delta \tilde{m} + \frac{\tilde{m}}{\tilde{l}} (\tilde{l}-1) (E[\gamma_s] |_{\tilde{l}} + \frac{1}{2})$$

APÈNDIX C

DEDUCCIÓ DELS MOMENTS DE LA DURACIÓ DEL CICLE

MODEL ppp11

La duració d'un cicle serà el temps necessari perquè el protocol serveixi totes les m estacions de la xarxa a les quals han arribat missatges durant el cicle anterior, emprant un nombre $\gamma_1 := N$ de propostes, (fb.1), i un nombre $\gamma_2 := 0$ d'interval·ls de petició, (fb.2), per a poder transmetre així tots aquests n missatges durant aquest cicle. (Figura FAPC.1).

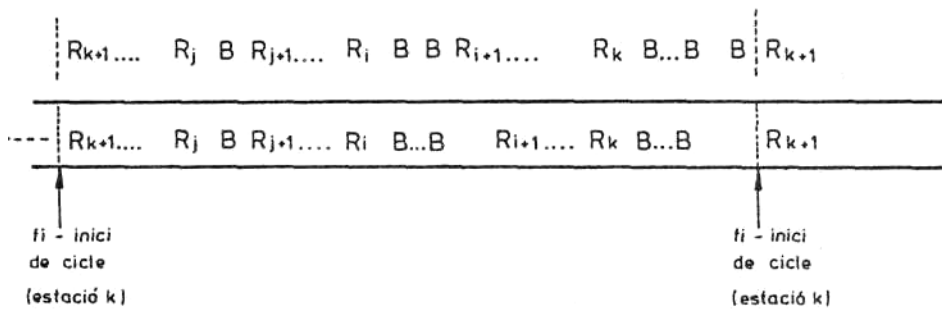


Figura FAPC.1 . Transaccions en el bus

Com que el nombre γ_1 de propostes és constant, la funció de densitat de la duració del cicle, si hi ha n missatges de dades, és, si substituïm en (f6.34):

$$(fC.1) \quad c_j(t | n, m) = c_j(t | n) = b(t)^{(n)} * r(t)^{(N)}$$

i per tant, la funció de densitat de la duració del cicle (f6.34) serà:

$$(fC.2) \quad c_j(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_j(t | n) P[\theta = n | t = \tau c_{j-1}]$$

La probabilitat condicional que, en el transcurs del cicle anterior (j-1), hagin arribat n missatges de dades entre totes les estacions de la xarxa és:

$$(fC.3) \quad P[\theta = n | t = \tau c_{j-1}] = \int_0^{\infty} P[\theta = n] c_{j-1}(t) dt$$

Atès que assumim que les arribades de missatges segueixen processos de Poisson de paràmetre λ_i , independents i idènticament distribuïts, el procés conjunt de les arribades a totes les estacions també serà de Poisson de paràmetre agregat λ , (fd.2):

$$(fC.4) \quad \lambda = \sum_{i=1}^N \lambda_i; \quad P[\theta = n] = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!}$$

Si substituïm en (fe.2)

$$(fC.5) \quad c_j(t) = \sum_{n=0}^{\infty} b(t)^{(n)} * r(t)^{(N)} \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!} c_{j-1}(t) dt$$

La transformada de Laplace de l'expressió recursiva del temps de cicle, si emprem (f6.36) serà:

$$(fC.6) \quad C_j^*(p) = \sum_{n=0}^{\infty} B^*(p)^n * R^*(p)^N \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!} c_{j-1}(t) dt$$

essent les transformades de Laplace de la durada del servei dels missatges de dades i de la proposta:

$$(fC.7) \quad B^*(p) = \int_0^{\infty} b(t) e^{-pt} dt$$

$$(fC.8) \quad R^*(p) = \int_0^{\infty} r(t) e^{-pt} dt$$

Si reordenem l'equació:

$$(fC.9) \quad C_j^*(p) = R^*(p)^N \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} c_{j-1}(t) \sum_{n=0}^{\infty} B^*(p)^n \frac{(\lambda t)^n}{n!} dt$$

Si tenim en compte que l'expressió del sumatori és la funció exponencial:

$$(fC.10) \quad C_j^*(p) = R^*(p)^N \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} e^{B^*(p) \lambda t} c_{j-1}(t) dt$$

L'expressió de la integral és, amb canvi de variable, la definició de la transformada de Laplace:

$$(fC.11) \quad C_j^*(p) = R^*(p)^N C_{j-1}^*(\lambda - \lambda B^*(p))$$

Si plantejem l'equació estacionaria, (f6.37):

$$(fC.12) \quad \lim_{j \rightarrow \infty} C_j^*(p) = C^*(p) = R^*(p)^N C^*(\lambda - \lambda B^*(p))$$

C.1- EL PRIMER MOMENT DE LA DURADA DEL CICLE.

El valor mitjà de la durada del cicle, si emprem (f6.38) serà:

$$(fC.13) \quad E[C] = (-1) \frac{d}{dp} \left(R^*(p)^N C^*(\lambda - \lambda B^*(p)) \right) \Big|_{p=0}$$

$$(fc.14) \quad E[C] = (-1) \left\{ R^*(p)^N \cdot \frac{dC^*(\lambda - \lambda B^*(p))}{d(\lambda - \lambda B^*(p))} (-\lambda) \frac{dB^*(p)}{dp} + \right. \\ \left. + N \cdot R^*(p)^{(N-1)} \cdot \frac{dR^*(p)}{dp} \cdot C^*(\lambda - \lambda B^*(p)) \right\} \Big|_{p=0}$$

Les expressions parcials quan $p::0$:

$$(fc.15) \quad A^*(p) \Big|_{p=0} = 1 ; \quad \frac{dA^*(p)}{dp} \Big|_{p=0} = (-1) E[A]$$

Si resollem l'equació (fe.14):

$$(fc.16) \quad E(C) = N E(R) + E(C) \lambda E(B)$$

L'expressió del valor mitjà de la duració del cicle és:

$$(fc.17) \quad E(C) = \frac{N \cdot E(R)}{1 - \lambda E(B)}$$

El factor de càrrega (ρ) es defineix pel producte de la taxa mitjana d'arribades per la duració mitjana del servei dels missatges de dades.

$$(fc.18) \quad \rho \triangleq \lambda E(B)$$

Per tant, l'expressió del primer moment de la duració del cicle és:

$$(fc.19) \quad E(C) = \frac{N \cdot E(R)}{1 - \rho}$$

Interpretació: ρ és el factor d'utilització del canal de comunicació; $(1 - \rho)$ serà per tant el factor de pèrdues; es normalitzen els temps morts, destinats a coordinar l'ús del canal, en funció del factor de pèrdues.

Es podia haver arribat a la mateixa conclusió si s'hagués

plantejat directament l'equació estacionaria del temps mitjà de cicle, si s'hagués donat per suposat que el nombre mitjà d'arribades que es produeixen en un cicle és igual que el nombre mitjà de missatges de dades que se serveixen en aquest cicle.

C.2- EL SEGON MOMENT DE LA DURACIÓ DEL CICLE.

La segona derivada de (fe.12) condueix al segon moment del temps de cicle, (f6.38):

$$(fc.20) \quad E(C^2) = \frac{d^2}{dp^2} (R^*(p))^N C^*(\lambda - \lambda B^*(p)) \Big|_{p=0}$$

L'expressió de la segona derivada és:

$$(fc.21) \quad E(C^2) = \left\{ (-\lambda) \left[N R^*(p)^{(N-1)} \frac{dR^*(p)}{dp} \frac{dB^*(p)}{dp} \frac{dC^*(\lambda - \lambda B^*(p))}{d(\lambda - \lambda B^*(p))} + \right. \right. \\ + R^*(p)^N \frac{d^2 B^*(p)}{dp^2} \frac{dC^*(\lambda - \lambda B^*(p))}{d(\lambda - \lambda B^*(p))} + R^*(p)^N \left(\frac{dB^*(p)}{dp} \right)^2 \\ \left. \cdot (-\lambda) \cdot \frac{d^2 C^*(\lambda - \lambda B^*(p))}{d(\lambda - \lambda B^*(p))^2} \right] + N(N-1) R^*(p)^{(N-2)} \cdot \\ \frac{\left(\frac{dR^*(p)}{dp} \right)^2 C^*(\lambda - \lambda B^*(p)) + N R^*(p)^{(N-1)} \frac{d^2 R^*(p)}{dp^2} \cdot \\ C^*(\lambda - \lambda B^*(p)) + N R^*(p)^{(N-1)} \frac{dR^*(p)}{dp} (-\lambda) \frac{dB^*(p)}{dp} \\ \left. \frac{dC^*(\lambda - \lambda B^*(p))}{d(\lambda - \lambda B^*(p))} \right\} \Big|_{p=0}$$

Si resollem les expressions en la condició $p:=0$:

$$(fc.22) \quad \frac{d^2 A^*(p)}{dp} \Big|_{p=0} = E(A^2) \quad ; \quad \left(\frac{dA^*(p)}{dp} \right)^2 \Big|_{p=0} = E(A)^2$$

Per tant, el segon moment és:

$$(fc.23) \quad E(C^2) = E(C^2) \lambda^2 E(B)^2 + E(C) \lambda (E(B^2) + 2N E(R) E(B)) + N(N-1) E(R)^2 + N E(R^2)$$

Si es reagrupen els termes:

$$(fc.24) \quad E(C^2) = \frac{\lambda E(C) \cdot (E(B^2) + 2NE(R)E(B)) + N(N-1) E(R)^2 + NE(R^2)}{1 - \lambda^2 E(B)^2}$$

L'expressió del segon moment de la duració del cicle, en funció del factor de càrrega (fe.18) és:

$$(fc.25) \quad E(C^2) = E(C)^2 + \frac{\lambda E(C) \cdot E(B^2) + NE(R^2) - NE(R)^2}{1 - \rho^2}$$

i la seva variància:

$$(fc.26) \quad VAR(C) = \frac{\lambda E(C) E(B^2) + NE(R^2) - NE(R)^2}{1 - \rho^2}$$

El segon moment també es pot expressar en funció del coeficient de variació de la durada de la proposta:

$$(fc.27) \quad c_R^2 = \frac{E(R^2) - E(R)^2}{E(R)^2} = \frac{VAR(R)}{E(R)^2}$$

Per tant, l'expressió del segon moment de la duració del cicle és:

$$(fc.28) \quad E(C^2) = E(C)^2 + E(C) \cdot \frac{E(R)}{1 + \rho} c_R^2 + \frac{\rho E(C) E(B^2)}{(1 - \rho^2) E(B)}$$

APÈNDIX D

DEDUCCIÓ DE LA PROBABILITAT CONJUNTA QUE, EN UN TEMPS t , HAGIN ARRIBAT n MISSATGES I S'HAGIN REPARTIT EXACTAMENT ENTRE m ESTACIONS.

A la xarxa van arribant missatges procedents dels generadors de tràfic de les estacions. Suposem que els processos d'arribades són independents i idènticament distribuïts entre tots els generadors. En un interval qualsevol de temps, a la xarxa arriben n missatges que es reparteixen entre exactament m estacions.

La probabilitat conjunta $P[\varepsilon = m, \theta = n]$ es pot deduir si fem el Teorema de la Probabilitat Total o de les probabilitats compostes, [Feller1968], [Papoulis1965]

$$(fd.1) \quad P(\varepsilon = m, \theta = n) = P(\varepsilon = m | \theta = n) \cdot P(\theta = n) = P(\theta = n | \varepsilon = m) \cdot P(\varepsilon = m)$$

Per a la deducció d'aquesta expressió, cal trobar les probabilitats parcials. Si la distribució d'arribades segueix la llei de Poisson de paràmetre agregat λ , la probabilitat que en un temps t hagin arribat n missatges a la xarxa és:

$$(fd.2) \quad P(\theta = n) = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!}; \quad \lambda = \sum_{i=1}^N \lambda_i$$

D.1- DEDUCCIÓ DEP[$\varepsilon = m \mid \theta = n$].

Deducció de la probabilitat condicionada sobre el fet que hi hagi exactament m estacions amb algun missatge a la seva cua, atès que han arribat un total de n missatges a la xarxa.

Aquest és el problema clàssic d'ocupació [Feller1968] ja que el model d'ocupació descrit a la xarxa segueix les estadístiques de Maxwell-Boltzmann; El nombre de configuracions possibles en colocar n missatges a les cues de N estacions són les Variacions amb Repetició de n sobre N , N^n , i cadascuna d'elles té la mateixa probabilitat, N^{-n} .

En aquestes condicions, la probabilitat que exactament m estacions tinguin, si més no un missatge, atès que han arribat un total de n missatges a la xarxa, és, si arregem convenientment les expressions, segons [Feller1968] :

$$(fd.3) \quad P(\varepsilon=m \mid \theta=n) = \binom{N}{m} \sum_{v=0}^m (-1)^v \binom{m}{v} \left(\frac{m-v}{N}\right)^n$$

que equival a l'expressió obtinguda a [Johnson1977] :

$$(fd.4) \quad P(\varepsilon=m \mid \theta=n) = \binom{N}{m} N^{-n} \Delta^m 0^n$$

on Δ és l'operador diferència:

$$(fd.5) \quad \Delta = :: \Delta f(x) = f(x+h) - f(x) ; (h::=1)$$

$$(fd.6) \quad \Delta^m f(x) = \sum_{v=0}^m (-1)^{m-v} \binom{m}{v} f(x+v)$$

$$\Delta^m f(x) = \sum_{v=0}^m \binom{m}{v} f(x+v)$$

i la notació $\mathbf{0}(s)$ indica qualsevol funció que tendeix a zero més ràpidament que x , o sigui:

$$(fd.7) \quad \mathbf{0} = \because \quad \mathbf{0}^s = x^s \Big|_{x=0} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\mathbf{0}(x)}{x} \right) = 0$$

D.2- DEDUCCIÓ DE $P[\varepsilon = m, \theta = n]$.

Si substituïm en (fd.1) les expressions obtingudes en (fd.2) i en (fd.3) i (fd.4):

$$(fd.8) \quad P(\varepsilon=m, \theta=n) = \binom{N}{m} \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t} \sum_{v=0}^m (-1)^v \binom{m}{v} \left(\frac{m-v}{N}\right)^n$$

$$(fd.9) \quad P(\varepsilon=m, \theta=n) = \binom{N}{m} \left(\frac{\lambda t}{N}\right)^n e^{-\lambda t} \frac{1}{n!} \Delta^m \mathbf{0}^n$$

que també es pot expressar en funció "dels nombres d'Stirling de segona espècie o Diferències Reduïdes de Zero:

$$(fd.10) \quad P(\varepsilon=m, \theta=n) = \binom{N}{m} \left(\frac{\lambda t}{N}\right)^n e^{-\lambda t} \mathcal{J}_n^{(m)}$$

on: [Kaufmann1971]

$$(fd.11) \quad \mathcal{J}_n^{(m)} = \frac{1}{n!} \Delta^m \mathbf{0}^n$$

Segons [Englund1981], el primer moment i la variància del nombre d'estacions amb algun missatge a la seva cua, quan han arribat n missatges a la xarxa, és ([Johnson1977] :

$$(fd.12) \quad E(m) = N \left(1 - \left(1 - \frac{1}{N}\right)^n\right)$$

$$(fd.13) \quad \text{VAR}(m) = N \left(1 - \frac{1}{N}\right)^n - N \left(1 - \frac{2}{N}\right)^n - N^2 \left(1 - \frac{1}{N}\right)^{2n} + N^2 \left(1 - \frac{2}{N}\right)^n$$

D.3- DEDUCCIÓ DE P[$\varepsilon = m$] .

Deducció de la Probabilitat sobre el fet que en un temps t hi hagi m estacions, d'entre les N de la xarxa, que tinguin, si més no, un missatge a la seva cua, sempre que se suposi que partim de condicions nul·les.

Pel teorema de la realització de m successos exactament, entre N , [Feller1968] :

$$(fd.14) \quad P(\varepsilon=m) = s_m \binom{m+1}{m} s_{m+1} \binom{m+2}{m} s_{m+2} \dots \binom{N}{m} s_N$$

on els termes s_j , $\{s_j\}$ i p_0 són:

$$(fd.15) \quad s_v = \sum_{(v)} p(v)$$

$$(fd.16) \quad (v) = i_1, i_2, \dots, i_v \mid i_j \neq i_k \quad \forall j, k \in \{1, v\}$$

$$(fd.17) \quad p_v = p_{i_1, i_2, \dots, i_v} = P(A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_v})$$

Les condicions dels esdeveniments A_i són: $P[A_i]$ és la probabilitat que, a la cua de l'estació i , hi arribin un o més missatges en l'interval de temps t , suposant que les arribades estan exponencialment distribuïdes.

$$(fd.18) \quad P(A_i) = P(x \geq 1) = 1 - P(x=0) = 1 - e^{-\lambda_i t}$$

si:

$$(fd.19) \quad \lambda_i = \lambda_j = \lambda \quad \forall i, j \in \{1, N\}$$

l'expressió (fd.18) queda:

$$(fd.20) \quad P(A_i) = 1 - e^{-\lambda t}$$

Si A_i és independent de A_j per tot $i \neq j$:

$$(fd.21) \quad P(A_i A_j) = P(A_i) P(A_j)$$

Obtenció dels termes S_v , $1 \leq v \leq N$

$$(fd.22) \quad \begin{aligned} S_1 &= \sum_i P(A_i) = \binom{N}{1} (1-e^{-\lambda t}) \\ S_2 &= \sum_i \sum_j P(A_i) P(A_j) = \binom{N}{2} (1-e^{-\lambda t})^2 \\ &\vdots \\ S_m &= \dots = \binom{N}{m} (1-e^{-\lambda t})^m \\ &\vdots \\ S_N &= \dots = \binom{N}{N} (1-e^{-\lambda t})^N \end{aligned}$$

Si substituïm a l'equació (fd.14), queda:

$$(fd.23) \quad P(\epsilon=m) = \binom{m}{m} \binom{N}{m} (1-e^{-\lambda t})^m - \binom{m+1}{m} \binom{N}{m+1} (1-e^{-\lambda t})^{m+1} + \dots \\ \dots + \binom{N}{m} \binom{N}{N} (1-e^{-\lambda t})^N$$

$$(fd.24) \quad P(\epsilon=m) = \sum_{v=0}^{N-m} (-1)^v \binom{m+v}{m} \binom{N}{m+v} (1-e^{-\lambda t})^{m+v}$$

Tenint en compte que:

$$(fd.25) \quad \binom{m+v}{m} \binom{N}{m+v} = \binom{m+v}{v} \binom{N}{m+v} = \binom{N}{m} \binom{N-m}{v}$$

l'expressió (fd.24) queda:

$$(fd.26) \quad P(\epsilon=m) = \sum_{v=0}^{N-m} (-1)^v \binom{N}{m} \binom{N-m}{v} (1-e^{-\lambda t})^{m+v}$$

$$(fd.27) \quad P(\epsilon=m) = \binom{N}{m} (1-e^{-\lambda t})^m \sum_{v=0}^{N-m} (-1)^v \binom{N-m}{v} (1-e^{-\lambda t})^v$$

La fórmula binomial de Newton diu:

$$(fd.28) \quad (1-\tau)^a = \sum_{i=0}^a (-1)^i \binom{a}{i} \tau^i$$

l'expressió (fd.27) queda:

$$(fd.29) \quad P(\epsilon=m) = \binom{N}{m} (1-e^{-\lambda t})^m (1 - (1-e^{-\lambda t}))^{N-m}$$

$$(fd.30) \quad P(\varepsilon=m) = \binom{N}{m} (1-e^{-\lambda t})^m (e^{-\lambda t})^{N-m}$$

que correspon a una distribució Binomial de paràmetres:

$$(fd.31) \quad P(\varepsilon=m) = b(m; N, (1-e^{-\lambda t}))$$

La distribució Binomial es pot aproximar per la distribució de Poisson quan n és gran, p és petita i $\lambda \rightarrow np$.

$$(fd.32) \quad b(k;n,p) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}; \quad \lambda = np; \quad n \uparrow; \quad p \downarrow$$

$$(fd.33) \quad b(m; N, (1-e^{-\lambda t})) = \frac{(N(1-e^{-\lambda t}))^m}{m!} e^{-N(1-e^{-\lambda t})}$$

Per tant, la probabilitat que hi hagin exactament m estacions actives en aquestes condicions es pot aproximar per una distribució de Poisson.

$$(fd.34) \quad P(\varepsilon=m) = \frac{N^m (1-e^{-\lambda t})^m}{m!} e^{-N(1-e^{-\lambda t})}$$

D.4- DEDUCCIÓ DE $P[\theta = n \mid \varepsilon = m]$.

Amb les expressions obtingudes en (fd.8) a (fd.10) i utilitzant de nou el Teorema de la Probabilitat Total es pot deduir l'expressió de la probabilitat condicional sobre el fet que hagin arribat n missatges a la xarxa, atès que hi ha exactament m estacions amb algun missatge:

$$(fd.35) \quad P(\theta=n \mid \varepsilon=m) = \frac{\left(\frac{\lambda t}{N}\right)^n \sum_{v=0}^m (-1)^v \binom{m}{v} (m-v)^n}{n! (1-e^{-\lambda t})^m (e^{-\lambda t})^{N-m-1}}$$

que expressat en funció dels nombres d'Stirling és:

$$(fd.36) \quad P(\theta=n \mid \varepsilon=m) = \frac{\left(\frac{\lambda t}{N}\right)^n \mathcal{J}_n^{(m)}}{(1-e^{-\lambda t})^m (e^{-\lambda t})^{N-m-1}}$$

APÈNDIX E

DEDUCCIÓ DELS MOMENTS DE LA DURADA DEL CICLE.

MODEL ppplm

La durada del cicle, per a cada estació, es defineix per l'interval de temps transcorregut entre la pèrdua de dues oportunitats consecutives d'accedir efectivament al canal. En aquest interval de temps, el protocol serveix les m estacions pendents emprant γ_1 propostes i γ_2 intervals de petició per a transmetre els n missatges de dades que havien arribat durant el cicle anterior.

L'activitat que hi haurà en el bus, en el transcurs d'un cicle, serà la indicada en (f6.33).

$$(fe.1) \quad T_{c_j} = \underbrace{bd + \dots + bd}_n + \underbrace{pr + \dots + pr}_{\gamma_1} + \underbrace{ps + \dots + ps}_{\gamma_2}$$

I la funció de densitat de la durada del cicle serà, tal com s'expressa en (f6.34) i en (f6.35):

$$(fe.2) \quad c_j(t | n, m) = b(t)^{(n)} * r(t)^{(\gamma_1)} * s(t)^{(\gamma_2)}$$

$$(fe.3) \quad c_j(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^N c_j(t | n, m) P(\theta=n, \epsilon=m | t = T_c)$$

La probabilitat conjunta sobre el fet que en el cicle anterior (j-1) hagin arribat n missatges i aquests s'hagin repartit entre m estacions és:

$$(fe.4) \quad P(\theta = n, \varepsilon = m \mid t = T_{j-1}) = \int_0^{\infty} P(\theta = n, \varepsilon = m) c_{j-1}(t) dt$$

Atès que assumim que els processos d'arribades de missatges a totes les estacions són independents i idènticament distribuïts, la probabilitat conjunta sobre el fet que hi hagin arribat n missatges de dades i aquests s'hagin repartit exactament entre m estacions és:

$$(fe.5) \quad P(\theta = n, \varepsilon = m) = P(\varepsilon = m \mid \theta = n) P(\theta = n)$$

Per a solucionar aquesta expressió cal trobar les probabilitats indicades, tal com es dedueix a l'apèndix D.

L'expressió del nombre de propostes (γ_1) i del nombre d'interval de petició (γ_2) en el cicle serà funció del nombre d'estacions amb missatges de dades pendants, m, i de la distribució d'aquestes estacions en la xarxa. Aquestes variables les podem aproximar pels seus valors mitjans, que han estat deduïts a l'apartat B3 de l'apèndix B, (fb.6) i (fb.7).

Si substituïm aquestes expressions a l'equació (fe.3):

$$(fe.6) \quad \zeta(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=n}^N b(t)^{(n)} * r(t)^{(\gamma_1)} * s(t)^{(\gamma_2)} \int_0^{\infty} \binom{N}{m} e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!} \\ \cdot \sum_{v=0}^m (-1)^v \binom{m}{v} \left(\frac{m-v}{N}\right)^n \cdot c_{j-1}(t) dt$$

La transformada de Laplace de l'expressió recursiva del temps de cicle, emprant (f6.36), serà:

$$(fe.7) \quad c_{j^*}(p) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=n}^N B^*(p)^n \cdot R^*(p)^{\gamma_1} \cdot S(p)^{\gamma_2} \int_0^{\infty} \binom{N}{m} e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!} \\ \cdot \sum_{v=0}^m (-1)^v \binom{m}{v} \left(\frac{m-v}{N}\right)^n \cdot c_{j-1}(t) dt$$

Essent les transformades de Laplace de la durada del servei dels missatges de dades i de la proposta, definides com en (fe.7) i (fe.8), i la de l'interval de petició:

$$(fe.8) \quad s^*(p) = \int_0^{\infty} s(t) \cdot e^{-pt} dt$$

E.1- APROXIMACIONS EXTREMES.

La resolució de l'expressió (fe.7) presenta considerables dificultats; Però cal remarcar que aquesta expressió tendeix a l'expressió (fe.6) de la transformada de Laplace de la duració del cicle del model pppl1 / quan la càrrega es fa prou gran, ja que en aquest cas el nombre d'arribades a les cues n també es fa gran.

$$(fe.9) \quad \text{si } \lambda \rightarrow \infty, \forall i \rightarrow n \gg N$$

Al mateix temps totes les estacions de la xarxa tendeixen a estar ocupades en acabar el cicle.

$$(fe.10) \quad P(\varepsilon = m | \theta = n) \rightarrow P(\varepsilon = N | \theta = n) \rightarrow 1$$

Per tant, aquest model tendeix a comportar-se com el model pppl1 quan la càrrega es prou alta, ja que a cada cicle no queden estacions sense missatges pendents i això fa que les

propostes siguin unitàries.

$$(fe.11) \quad m \rightarrow N \Rightarrow \gamma_1 \rightarrow N; \gamma_2 \rightarrow 0$$

Però quan la càrrega és molt baixa, els missatges de dades que arriben a la xarxa tenen tendència a anar a parar a estacions que no tenen missatges pendents a la seva cua.

$$(fe.12) \quad \text{Si } \lambda_i \rightarrow 0, \forall i \rightarrow n = m, n \ll N$$

En aquestes condicions, l'expressió (fe.3) queda simplificada, ja que:

$$(fe.13) \quad P(\varepsilon=m | \theta=n) + P(\varepsilon=n | \theta=n) \rightarrow 1$$

i per tant,

$$(fe.14) \quad P(\varepsilon=m, \theta=n) + P(\varepsilon=n, \theta=n) + P(\theta=n)$$

Si substituïm en (fe.3):

$$(fe.15) \quad c_j(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_j(t|n) P(\theta=n | t = T_{c_{j-1}})$$

L'expressió (fe.3) queda així:

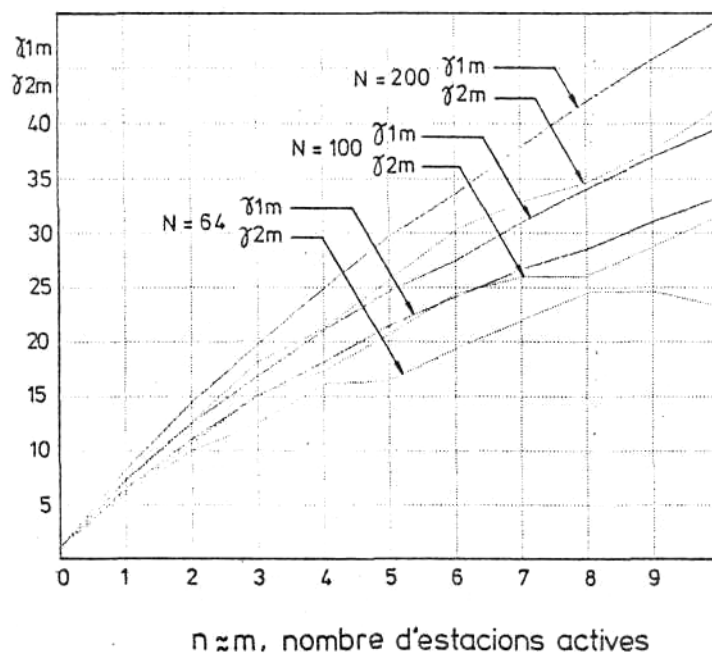
$$(fe.16) \quad c_j(t) = \sum_{n=0}^{\infty} b(t)^{(n)} * r(t)^{\gamma_1} * s(t)^{\gamma_2} \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!} c_{j-1}(t) dt$$

I la funció característica (fe.7):

$$(fe.17) \quad c_j^*(p) = \sum_{n=0}^{\infty} B^*(p)^n * R^*(p)^{\gamma_1} * S^*(p)^{\gamma_2} \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!} c_{j-1}(t) dt$$

Si reordenem l'equació:

$$(fe.18) \quad c_j^*(p) = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} c_{j-1}(t) \sum_{n=0}^{\infty} B^*(p)^n * R^*(p)^{\gamma_1} * S^*(p)^{\gamma_2} \frac{(\lambda t)^n}{n!} dt$$



Gràfic GAPE.1 . Mitjana de propostes i d'interval·s de petició en condicions de baixa càrrega, en una xarxa amb 64, 100 i 200 estacions i protocol d'accés ppplm.

Tal com es mostra al gràfic GAPE.1, els valors que prenen el nombre de propostes (γ_1) i el nombre d'interval·s de petició (γ_2) / als voltants de la condició imposada de càrrega molt baixa, es poden aproximar per una expressió lineal en n .

$$(fe.19) \quad \gamma_1 = \gamma_{11} + n \gamma_{12}$$

$$(fe.20) \quad \gamma_2 = \gamma_{21} + n \gamma_{22}$$

Si substituïm i reordenem, (fe.18) queda:

$$(fe.21) \quad C_j^*(p) = R^*(p)^{Y_{11}} S^*(p)^{Y_{21}} \int_0^\infty e^{-\lambda t} c_{j-1}(t) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} B^*(p)^n (R^*(p)^{Y_{12}})^n (S^*(p)^{Y_{22}})^n \frac{(\lambda t)^n}{n!} dt$$

Tenint en compte que l'expressió del sumatori és la funció exponencial:

$$(fe.22) \quad C_j^*(p) = R^*(p)^{Y_{11}} S^*(p)^{Y_{21}} \int_0^\infty e^{-\lambda t} c_{j-1}(t) e^{(B^*(p) \cdot R^*(p)^{Y_{12}} \cdot S^*(p)^{Y_{22}}) \lambda t} dt$$

L'expressió de la integral és, amb canvi de variable, la definició de la transformada de Laplace:

$$(fe.23) \quad C_j^*(p) = R^*(p)^{Y_{11}} S^*(p)^{Y_{21}} C_{j-1}^*(\lambda - \lambda B^*(p) R^*(p)^{Y_{12}} S^*(p)^{Y_{22}})$$

Si plantegem l'equació estacionària, (f6.37):

$$(fe.24) \quad C^*(p) = R^*(p)^{Y_{11}} S^*(p)^{Y_{21}} C^*(\lambda - \lambda B^*(p) R^*(p)^{Y_{12}} S^*(p)^{Y_{22}})$$

E.2- DEDUCCIÓ DEL PRIMER MOMENT.

El valor mitjà de la durada del cicle, emprant (f6.38) serà:

$$(fe.25) \quad E[c] = (-1) \frac{d}{dp} \left(R^*(p)^{\gamma_{11}} S^*(p)^{\gamma_{21}} C^*(\lambda - \lambda B^*(p) R^*(p)^{\gamma_{12}} S^*(p)^{\gamma_{22}}) \right) \Big|_{p=0}$$

Si resollem la derivada:

$$(fe.26) \quad E[c] = (-1) \left\{ R^*(p)^{\gamma_{11}} S^*(p)^{\gamma_{21}} \frac{d C^*(\lambda - \lambda B^*(p) R^*(p)^{\gamma_{12}} S^*(p)^{\gamma_{22}})}{d(\lambda - \lambda B^*(p) R^*(p)^{\gamma_{12}} S^*(p)^{\gamma_{22}})} \right. \\ \cdot (-\lambda) \left(B^*(p) R^*(p)^{\gamma_{12}} S^*(p)^{\gamma_{22}} \frac{d S^*(p)}{dp} + \right. \\ \left. + B^*(p) \gamma_{12} R^*(p)^{(\gamma_{12}-1)} \frac{d R^*(p)}{dp} S^*(p)^{\gamma_{22}} + \frac{d B^*(p)}{dp} R^*(p)^{\gamma_{12}} S^*(p)^{\gamma_{22}} \right) + \\ \left. + R^*(p)^{\gamma_{11}} \gamma_{21} S^*(p)^{(\gamma_{12}-1)} \frac{d S^*(p)}{dp} C^*(\lambda - \lambda B^*(p) R^*(p)^{\gamma_{12}} S^*(p)^{\gamma_{22}}) + \right. \\ \left. + \gamma_{11} R^*(p)^{(\gamma_{11}-1)} \frac{d R^*(p)}{dp} S^*(p)^{\gamma_{21}} C^*(\lambda - \lambda B^*(p) R^*(p)^{\gamma_{12}} S^*(p)^{\gamma_{22}}) \right\} \Big|_{p=0}$$

Les expressions quan $p:=0$:

$$(fe.27) \quad A^*(p) \Big|_{p=0} = 1 ; \frac{d A^*(p)}{dp} \Big|_{p=0} = (-1) E[A]$$

L'equació (fe.26) queda:

$$(fe.28) \quad E[c] = \lambda E[c] (\gamma_{22} E[S] + \gamma_{12} E[R] + E[B]) + \gamma_{11} E[R] + \gamma_{21} E[S]$$

Per tant, el valor mitjà de la durada del cicle és:

$$(fe.29) \quad E(c) = \frac{\gamma_{11} E(R) + \gamma_{21} E(S)}{1 - \lambda (E(B) + \gamma_{12} E(R) + \gamma_{22} E(S))}$$

E.3- DEDUCCIÓ DEL SEGON MOMENT

La segona derivada de (fe.24) condueix al segon moment del temps de cicle:

$$(fe.30) \quad E(C^2) = \frac{d^2}{dp^2} \left(R^*(p)^{\gamma_{11}} \cdot S^*(p)^{\gamma_{21}} \cdot C^*(\lambda - \lambda B^*(p)) R^*(p)^{\gamma_{12}} S^*(p)^{\gamma_{22}} \right) \Big|_{p=0}$$

Si es resol la derivada queda l'expressió:

(fe.31)

$$E(C^2) = (-\lambda) \left\{ \frac{d^2 C^*(\lambda - \lambda B^*(p)) R^*(p)^{\gamma_{12}} S^*(p)^{\gamma_{22}}}{d(\lambda - \lambda B^*(p)) R^*(p)^{\gamma_{12}} S^*(p)^{\gamma_{22}}} \right\} (-\lambda) \left(B^*(p) R^*(p)^{\gamma_{12} \gamma_{22}} S^*(p)^{(\gamma_{22}-1)} \right)$$

$$\frac{dS^*(p)}{dp} + B^*(p) \gamma_{12} R^*(p)^{(\gamma_{12}-1)} \frac{dR^*(p)}{dp} S^*(p)^{\gamma_{22}} + \frac{dB^*(p)}{dp} R^*(p)^{\gamma_{12}} S^*(p)^{\gamma_{22}} \left(B^*(p) \right)$$

$$R^*(p)^{(\gamma_{11} + \gamma_{12})} \cdot S^*(p)^{(\gamma_{21} + \gamma_{22} - 1)} \gamma_{22} \frac{dS^*(p)}{dp} + B^*(p) R^*(p)^{(\gamma_{11} + \gamma_{12} - 1)} \frac{dR^*(p)}{dp}$$

$$S^*(p)^{(\gamma_{21} + \gamma_{22})} \gamma_{12} + \frac{dB^*(p)}{dp} R^*(p)^{(\gamma_{11} + \gamma_{12})} S^*(p)^{(\gamma_{21} + \gamma_{22})} \left. \right) + \frac{dC^*(\lambda - \lambda B^*(p)) R^*(p)^{\gamma_{12}} S^*(p)^{\gamma_{22}}}{d(\lambda - \lambda B^*(p)) R^*(p)^{\gamma_{12}} S^*(p)^{\gamma_{22}}}$$

$$\left[B^*(p) \left(R^*(p)^{(\gamma_{11} + \gamma_{12})} \cdot S^*(p)^{\gamma_{21}} \cdot \gamma_{22} \cdot \left\{ (\gamma_{22}-1) S^*(p)^{(\gamma_{22}-2)} \left(\frac{dS^*(p)}{dp} \right)^2 + \right. \right. \right.$$

$$\left. \left. + S^*(p)^{(\gamma_{22}-1)} \frac{d^2 S^*(p)}{dp^2} \right\} + R^*(p)^{(\gamma_{11} + \gamma_{12})} \gamma_{21} \gamma_{22} S^*(p)^{(\gamma_{21} + \gamma_{22} - 2)} \left(\frac{dS^*(p)}{dp} \right)^2 + \right.$$

$$\left. \left. (\gamma_{11} + \gamma_{12}) \cdot R^*(p)^{(\gamma_{11} + \gamma_{12} - 1)} \cdot \gamma_{22} \cdot S^*(p)^{(\gamma_{21} + \gamma_{22} - 1)} \cdot \frac{dR^*(p)}{dp} \cdot \frac{dS^*(p)}{dp} + R^*(p)^{\gamma_{11}} \right.$$

$$\left. \left. S^*(p)^{(\gamma_{21} + \gamma_{22})} \cdot \gamma_{12} \cdot (\gamma_{12} - 1) \cdot R^*(p)^{(\gamma_{12} - 2)} \cdot \left(\frac{dR^*(p)}{dp} \right)^2 + R^*(p)^{(\gamma_{12} - 1)} \cdot \frac{d^2 R^*(p)}{dp^2} \right) + R^*(p)^{(\gamma_{11} + \gamma_{12} - 1)} \cdot \gamma_{12}$$

$$\frac{dR^*(p)}{dp} \cdot (\gamma_{21} + \gamma_{22}) \cdot S^*(p)^{(\gamma_{21} + \gamma_{22} - 1)} \frac{dS^*(p)}{dp} + \gamma_{11} \cdot \gamma_{12} \cdot R^*(p)^{(\gamma_{11} + \gamma_{12} - 1)}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{dR^*(p)}{dp} \right)^2 \cdot S^*(p)^{(\gamma_{21} + \gamma_{22})} + \frac{dB^*(p)}{dp} \left(R^*(p)^{(\gamma_{11} + \gamma_{12})} \cdot \gamma_{22} \cdot S^*(p)^{(\gamma_{21} + \gamma_{22} - 1)} \cdot \frac{dS^*(p)}{dp} + \right. \\
& - R^*(p)^{(\gamma_{11} + \gamma_{12} - 1)} \cdot \gamma_{12} \cdot \frac{dR^*(p)}{dp} \cdot S^*(p)^{(\gamma_{21} + \gamma_{22})} + R^*(p)^{(\gamma_{11} + \gamma_{12})} \cdot (\gamma_{21} + \gamma_{22}) \cdot S^*(p)^{(\gamma_{21} + \gamma_{22} - 1)} \\
& \cdot \frac{dS^*(p)}{dp} + (\gamma_{11} + \gamma_{12}) \cdot R^*(p)^{(\gamma_{11} + \gamma_{12} - 1)} \cdot \frac{dR^*(p)}{dp} \cdot S^*(p)^{(\gamma_{21} + \gamma_{22})} \left. \right) + \frac{d^2 B^*(p)}{dp^2} \cdot R^*(p)^{(\gamma_{11} + \gamma_{12})} \cdot \\
& \cdot S^*(p)^{(\gamma_{21} + \gamma_{22})} + \left(R^*(p)^{\gamma_{11}} \cdot \gamma_{21} \cdot S^*(p)^{(\gamma_{21} - 1)} \cdot \frac{dS^*(p)}{dp} + \gamma_{11} R^*(p)^{(\gamma_{11} - 1)} \cdot \frac{dR^*(p)}{dp} \cdot S^*(p)^{\gamma_{21}} \right) \\
& \cdot \left(B^*(p) \cdot R^*(p)^{\gamma_{12}} \cdot \gamma_{22} \cdot S^*(p)^{(\gamma_{22} - 1)} \cdot \frac{dS^*(p)}{dp} + B^*(p) \cdot \gamma_{12} R^*(p)^{(\gamma_{12} - 1)} \cdot \frac{dR^*(p)}{dp} \cdot S^*(p)^{\gamma_{22}} + \right. \\
& \left. + \frac{dB^*(p)}{dp} \cdot R^*(p)^{\gamma_{12}} \cdot S^*(p)^{\gamma_{22}} \right) \left. \right\} + C^* \left(\lambda - \lambda B^*(p), R^*(p)^{\gamma_{12}}, S^*(p)^{\gamma_{22}} \right) \left[R^*(p)^{\gamma_{11}} \cdot \gamma_{21} \cdot \right. \\
& \left((\gamma_{21} - 1) \cdot S^*(p)^{(\gamma_{21} - 2)} \cdot \left(\frac{dS^*(p)}{dp} \right)^2 + S^*(p)^{(\gamma_{21} - 1)} \cdot \frac{d^2 S^*(p)}{dp^2} \right) + 2\gamma_{11} R^*(p)^{(\gamma_{11} - 1)} \cdot \frac{dR^*(p)}{dp} \cdot \gamma_{21} \cdot \\
& \cdot S^*(p)^{(\gamma_{21} - 1)} \cdot \frac{dS^*(p)}{dp} + \gamma_{11} \left((\gamma_{11} - 1) \cdot R^*(p)^{(\gamma_{11} - 2)} \cdot \left(\frac{dR^*(p)}{dp} \right)^2 + R^*(p)^{(\gamma_{11} - 1)} \cdot \frac{d^2 R^*(p)}{dp^2} \right) \\
& \left. \left. S^*(p)^{\gamma_{21}} \right] \Big|_{p=0}
\end{aligned}$$

Les expressions quan $p:=0$ són, a més de (fe.27):

$$(fe.32) \quad \frac{d^2 A^*(p)}{dp^2} \Big|_{p=0} = E(A^2) \quad ; \quad \left(\frac{dA^*(p)}{dp} \right)^2 \Big|_{p=0} = E(A)^2$$

L'equació (fe.31) queda:

(fe.33)

$$\begin{aligned}
E[C^2] = & E[C^2] \lambda^2 (\gamma_{22} E[S] + \gamma_{12} E[R] + E[B])^2 + E[C] \lambda \left\{ E[S]^2 \gamma_{22} (\gamma_{21} + \gamma_{22} - 1) + \right. \\
& + E[R]^2 \gamma_{12} (2\gamma_{11} + \gamma_{12} - 1) + E[B^2] + \gamma_{12} E[R^2] + \gamma_{22} E[S^2] + 2(\gamma_{11} + \gamma_{12}) E[B] E[R] + \\
& + 2(\gamma_{21} + \gamma_{22}) E[B] + E[S] + 2(\gamma_{11} \gamma_{22} + \gamma_{12} \gamma_{22} + \gamma_{12} \gamma_{21}) E[R] E[S] \left. \right\} + \gamma_{11} E[R^2] + \\
& + \gamma_{21} E[S^2] + \gamma_{21} (\gamma_{21} - 1) E[S]^2 + \gamma_{11} (\gamma_{11} - 1) E[R]^2 + 2\gamma_{11} \gamma_{21} E[R] E[S]
\end{aligned}$$

Per tant, el segon moment de la durada del cicle és:

(fe.34)

$$E[C^2] = \left\{ E[C] \lambda \left[E[S]^2 \gamma_{22} (2\gamma_{21} + \gamma_{22} - 1) + E[R]^2 \gamma_{12} (2\gamma_{11} + \gamma_{12} - 1) + E[B]^2 + \right. \right. \\ + \gamma_{12} E[R^2] + \gamma_{22} E[S^2] + 2(\gamma_{11} + \gamma_{12}) E[B] E[R] + 2(\gamma_{21} + \gamma_{22}) E[B] E[S] + \\ + 2(\gamma_{11} \gamma_{22} + \gamma_{12} \gamma_{22} + \gamma_{12} \gamma_{21}) E[R] E[S] \left. \right] + \gamma_{11} E[R^2] + \gamma_{21} E[S^2] + \gamma_{21} (\gamma_{21} - 1) E[S]^2 + \\ + \gamma_{11} (\gamma_{11} - 1) E[R]^2 + 2 \gamma_{11} \gamma_{21} E[R] E[S] \left. \right\} / \left\{ 1 - \lambda^2 (\gamma_{22} E[S] + \gamma_{12} E[R] + E[B])^2 \right\}$$

Les expressions obtingudes dels dos primers moments de la durada del cicle (fe.29) i (fe.34), coincideixen amb les expressions obtingudes pel model pppl1 quan els paràmetres de les expressions del nombre de propostes i d'interval de petició són:

(fe.35) $\gamma_{11} := N ; \gamma_{12} := 0 ; \gamma_{21} := 0 ; \gamma_{22} := 0$

b3 L'expressió del primer moment de la durada del cicle és consistent, ja que es podia haver deduït directament si es té present que, en condicions estacionaries i si es compleix la llei de conservació del flux, de mitjana, hi arriben en un cicle tants missatges de dades com se serveixen. La mitjana d'arribades és:

(fe.36) $\bar{n} = \lambda E(C)$

La durada del cicle que ha de servir aquests n missatges de dades és:

(fe.37) $E(C) = \bar{n} E(B) + \gamma_1 E(R) + \gamma_2 E(S)$

De les dues expressions anteriors:

$$(fe.38) \quad E(C) = \lambda E(C) E(B) + \gamma_1 E(R) + \gamma_2 E(S)$$

$$E(C) = \frac{\gamma_1 E(R) + \gamma_2 E(S)}{1 - \lambda E(B)}$$

Però γ_1 i γ_2 depenen del nombre d'estacions que tenen missatges de dades pendents; si es fa l'aproximació lineal indicada a (fe.19) i (fe.20),

$$(fe.39) \quad E(C) = \frac{(\gamma_{11} + \bar{n} \gamma_{12}) E(R) + (\gamma_{21} + \bar{n} \gamma_{22}) E(S)}{1 - \lambda E(B)}$$

$$E(C) = \frac{\bar{n} (\gamma_{12} E(R) + \gamma_{22} E(S)) + \gamma_{11} E(R) + \gamma_{21} E(S)}{1 - \lambda E(B)}$$

Si es té present (fe.36),

$$(fe.40) \quad E(C) = \lambda E(C) \frac{\gamma_{12} E(R) + \gamma_{22} E(S)}{1 - \lambda E(B)} + \frac{\gamma_{11} E(R) + \gamma_{21} E(S)}{1 - \lambda E(B)}$$

$$E(C) = \frac{\gamma_{11} E(R) + \gamma_{21} E(S)}{1 - \lambda (E(B) + \gamma_{12} E(R) + \gamma_{22} E(S))}$$

Que concorda amb l'expressió obtinguda a (fe.29).

APÈNDIX F

RESULTATS DE SIMULACIÓ

En aquest apèndix es presenten els resultats de les simulacions dels protocols pppl1, ppplm i pppla en diferents condicions de funcionament.

Tal com s'indica en el capítol setè, els resultats de cada simulació s'obtenen en la forma d'una taula que conté un conjunt de paràmetres operacionals de la xarxa, així com identificadors de l'experiència realitzada. La figura FAPF.1 mostra un exemple típic dels resultats de la simulació del protocol pppla per quatre valors del factor de càrrega.

A partir d'aquestes taules s'extrauen els gràfics que a continuació es presenten.

En el gràfic GAPF.1 es mostra el nombre mitjà d'arribades de missatges de dades en cada cicle, pels tres protocols simulats i es compara amb els resultats analítics expressats en el capítol 7 , mentre que en els gràfics GAPF.2 i GAPF.3 es mostra el nombre mitjà d'arribades de missatges i el nombre mitjà d'estacions ocupades en cada

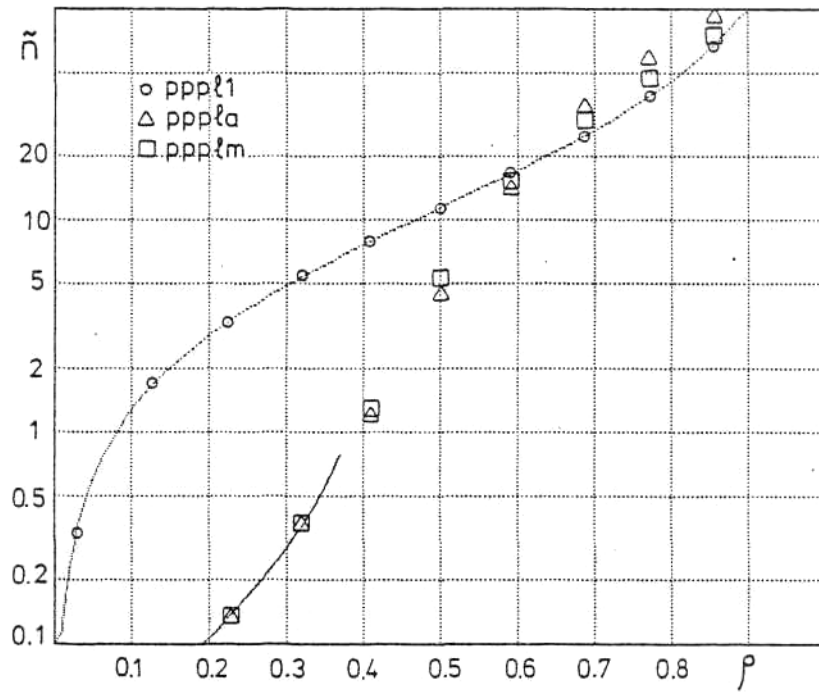
cicle, en situació de baixa càrrega, pels protocols ppplm i pppla; es pot comprovar que els resultats de simulació i els analítics donen raó a l'assumpció que, per baixa càrrega, els missatges que arriben van a parar a estacions buides.

2225.000	64.00000	10.00000	1.5625000E-02	2.7726855E-02
2907665	2203126	119.6000	19.60000	11.00000
188.0000	752.0000	0.6666660	21359.00	22372.00
565.0000	303.8797	2.772625	1.681390	1.014259
66957.00	32.90826	8864.105	0.3002579	8.1246169E-03
8.4382510E-03	8864.105	1.000000	0.0000000E+00	0.0000000E+00
1.000665	3.000000	6.770221	7.3529412E-03	1.029412
70128.00	0.9911504	0.9593600	1.047359	3.019643
8.3635766E-03	5.089286	1.000000	2.5255015E-02	1.000000
2225.000	64.00000	10.00000	1.5625000E-02	0.4304365
1411445	1060197	119.6000	19.60000	11.00000
1319.000	5276.000	0.6666660	824.0000	6920.000
4176.000	1022.939	9.333386	8.242563	1.377865
2558.000	414.5332	8864.105	3.782238	0.3534011
1.547303	8864.105	1.055078	0.0000000E+00	0.0000000E+00
1.032792	4.000000	21.11726	0.4048673	3.972345
20979.00	0.9072764	0.4362458	8.201329	2.302144
1.403831	3.293512	3.000000	3.231822	7.000000
2225.000	64.00000	10.00000	1.5625000E-02	0.7019878
2676961	2013449	119.6000	19.60000	11.00000
3205.000	12820.00	0.6666660	121.0000	7896.000
12805.00	3059.755	27.91747	26.82705	2.177784
382.0000	5271.870	8864.105	48.10100	1.000000
25.18063	8864.105	1.331219	0.0000000E+00	0.0000000E+00
1.029472	7.000000	63.57330	10.52356	14.64660
24284.00	0.5816613	0.6270384	63.57068	1.357819
14.64660	1.618767	12.00000	19.88743	17.00000
2225.000	64.00000	10.00000	1.5625000E-02	0.9923733
4.5862028E+07	3.7879948E+07	119.6000	19.60000	11.00000
6222.000	24888.00	0.6666660	100.0000	6457.000
343030.0	76623.44	699.1190	698.0502	66.05956
291.0000	130177.8	8864.105	1187.754	1.000000
64.00000	8864.105	18.41871	0.0000000E+00	0.0000000E+00
1.172705	56.00000	64.00000	64.14433	0.0000000E+00
18667.00	0.0000000E+00	1.000000	64.14777	1.000000
0.0000000E+00	1.000000	0.0000000E+00	0.0000000E+00	33.00000

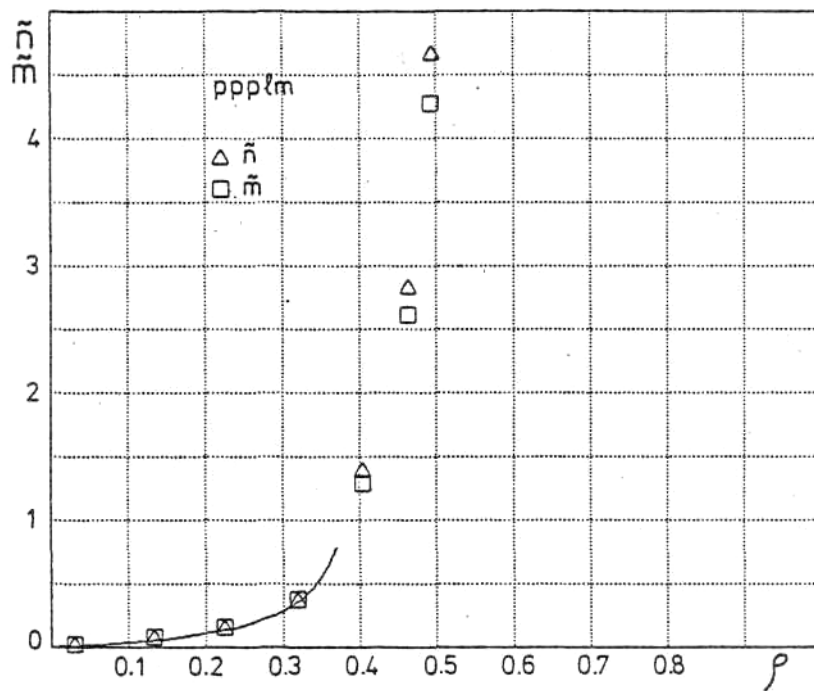
Figura FAPF.1 Taula de resultats.

IDENTI	NEST	FREQ	VLANDA	RO
TNOW	TTOT	TBLOCD	TPROPO	TPETI
LPERMI	LPERMS	TPERM	NCPERM	NPPERM
NBLOCD	ATBX	ANTBX	ATBCUA	AMD1
NCICLE	ATCICL	STCICL	ANTCIC	ACICBC
ANBCIA	SBCIA	ANUMB	SNUMB	MNUMB
XAV	MMAX	APROBC	AENCBC	ACERBC
NPROPO	ANCERA	APROBU	ANPROC	ANPCER
ANCERC	ANPRCE	-	ANPECE	NRN

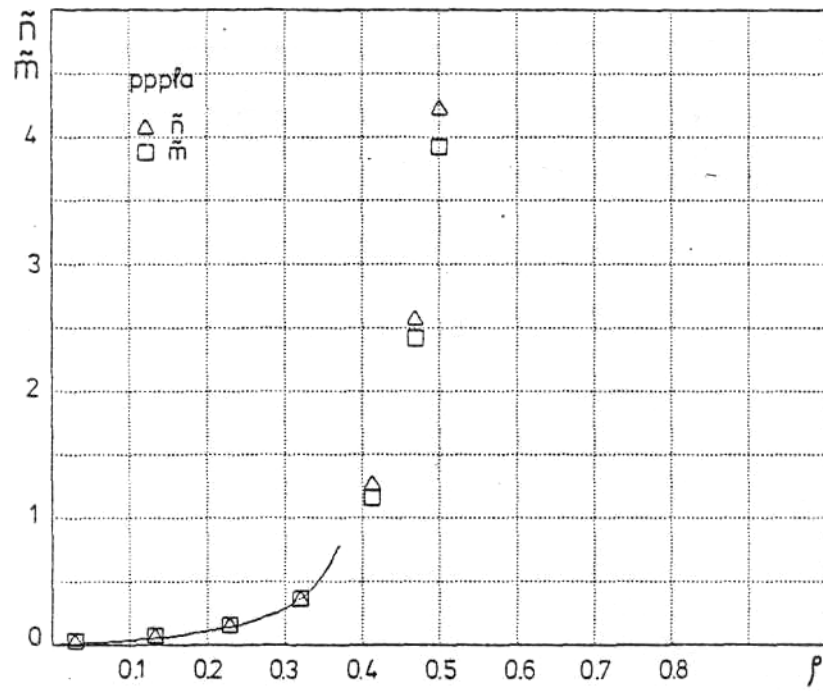
Figura FAPF.2 Contingut de la taula d'adreces.



Gràfic GAPF.1 Nombre mitjà d'arribades a la xarxa en funció de la càrrega.

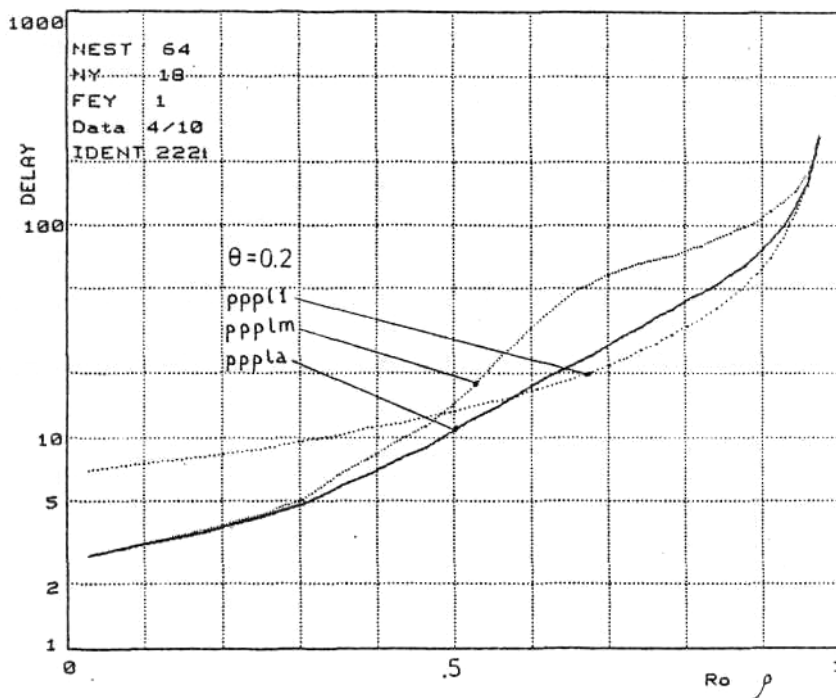


Gràfic GAPF.2 Mitjana d'arribades a la xarxa i mitjana d'estacions ocupades en funció de la càrrega, ppplm.

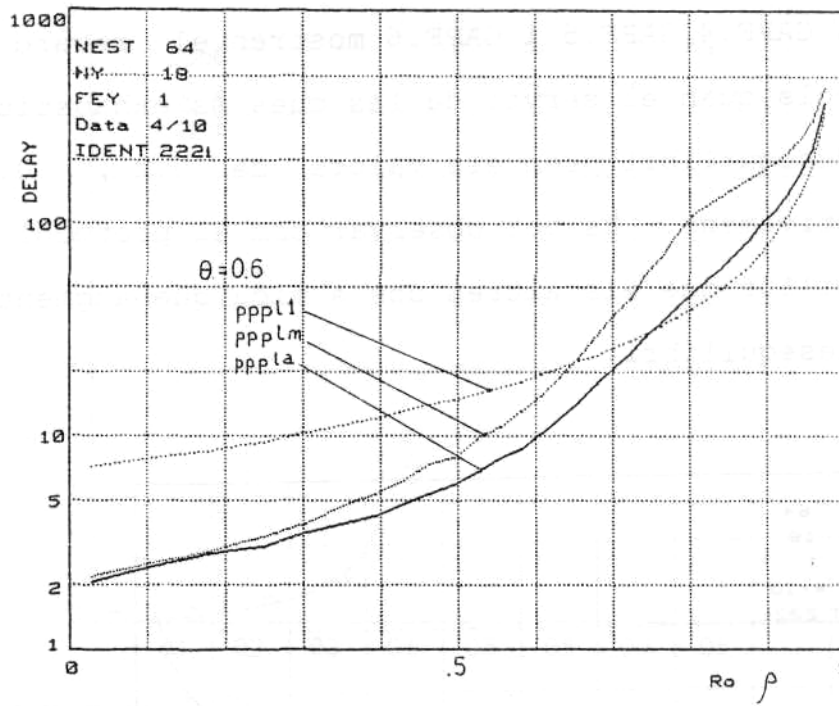


Gràfic GAPF.3 Mitjana d'arribades a la xarxa i mitjana d'estacions ocupades en funció de la càrrega. pppla.

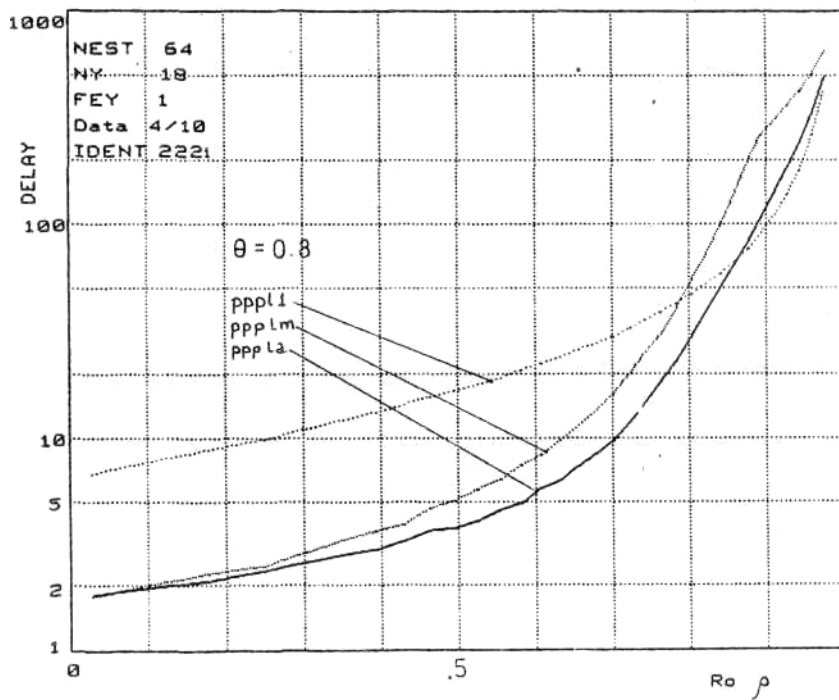
Els grafies GAPF.4,GAPF.5 i GAPF.6 mostren el retard dels tres protocols quan el servei de les cues és exhaustiu i el factor de desequilibri pren els valors de 0.2 , 0.6 i 0.8 respectivament. Es pot observar com el protocol pppla reacciona millor que els altres dos a mida que augmenta el factor de desequilibri.



Gràfic GAPF.4 Retard dels missatges en la xarxa amb servei exhaustiu i factor de desequilibri $\theta = 0.2$, en funció de la càrrega.

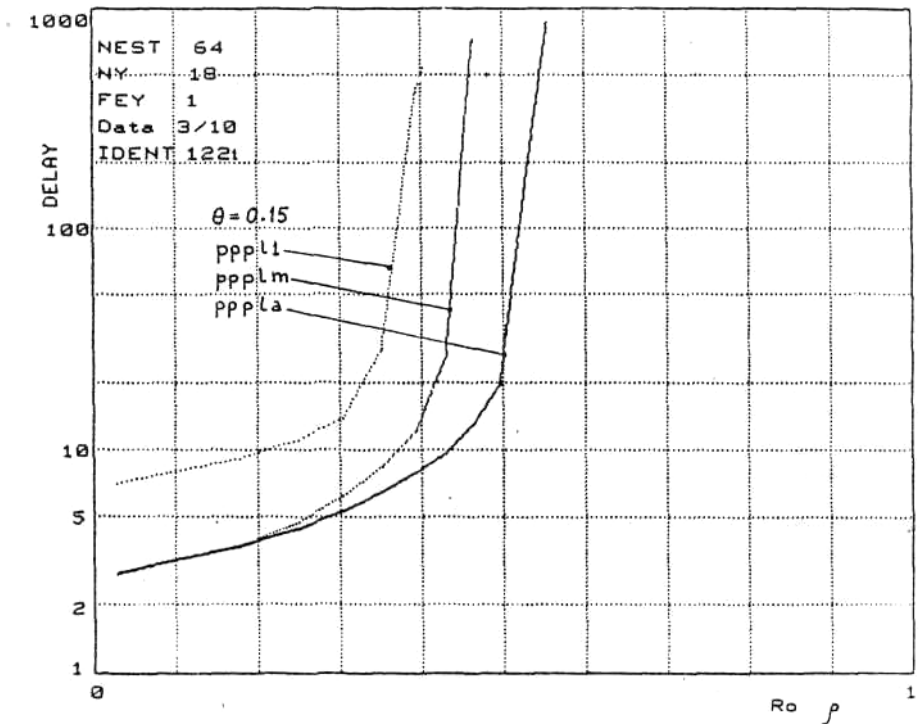


Gràfic GAPF.5 Retard en la xarxa amb servei exhaustiu i factor de desequilibri $\theta = 0.6$, en funció de la càrrega.

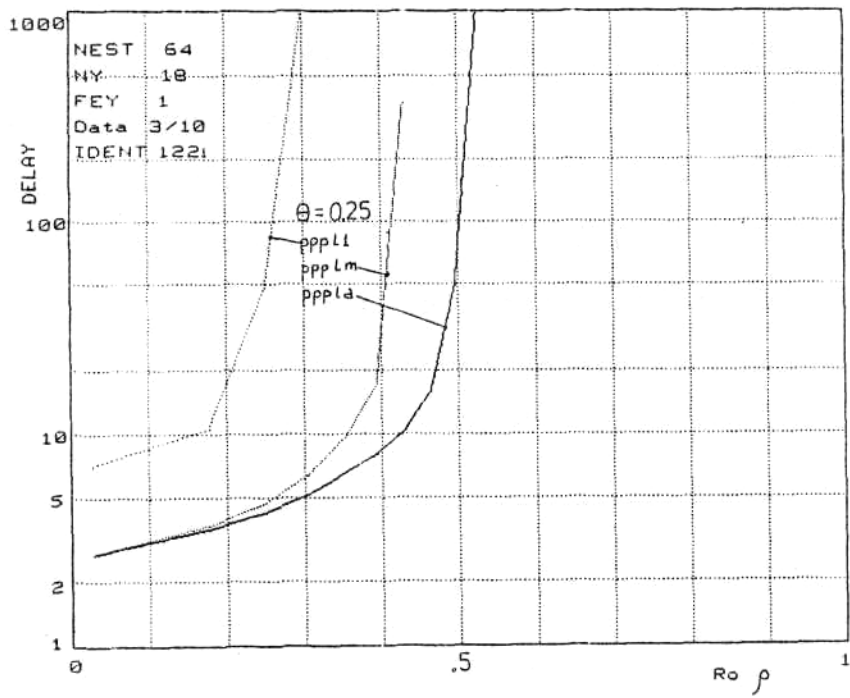


Gràfic GAPF.6 Retard en la xarxa amb servei exhaustiu i factor de desequilibri $\theta = 0.8$, en funció de la càrrega.

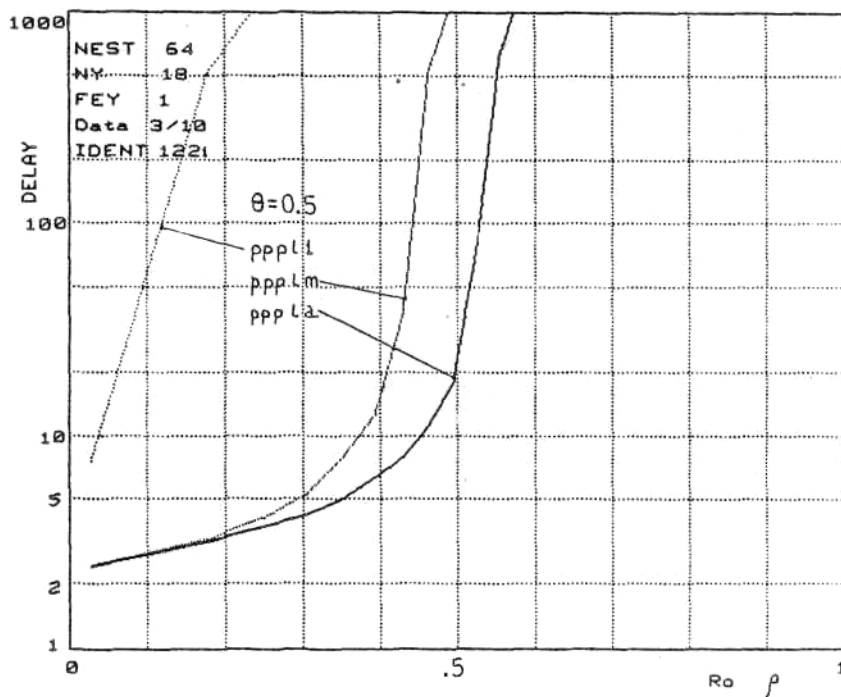
Els gràfics GAPF.7 GAPF.8 i GAPF.9 mostren el retard dels tres protocols quan el servei de les cues és d'un únic missatge en cada cicle i el factor de desequilibri pren els valors de 0.15 , 0.25 i 0.8 respectivament. Es pot observar com el protocol pppl1 el que pitjor reacciona a mida que augmenta el factor de desequilibri.



Gràfic GAPF.7 Retard dels missatges en la xarxa amb servei unitari i factor de desequilibri $\theta = 0.15$, en funció de la càrrega.

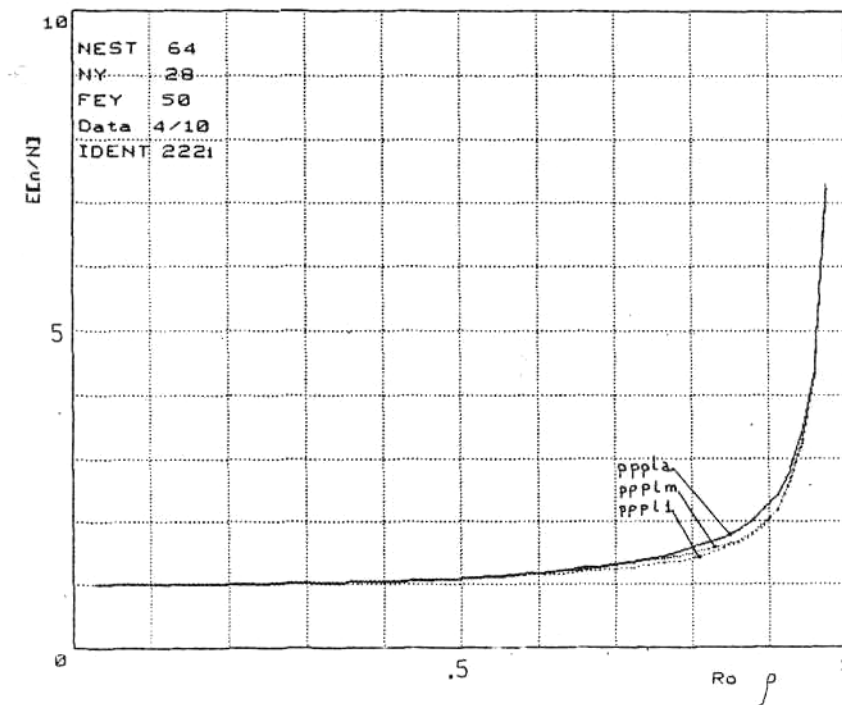


Gràfic GAPF.8 Retard en la xarxa amb servei unitari i factor de desequilibri $\theta = 0.25$, en funció de la càrrega.

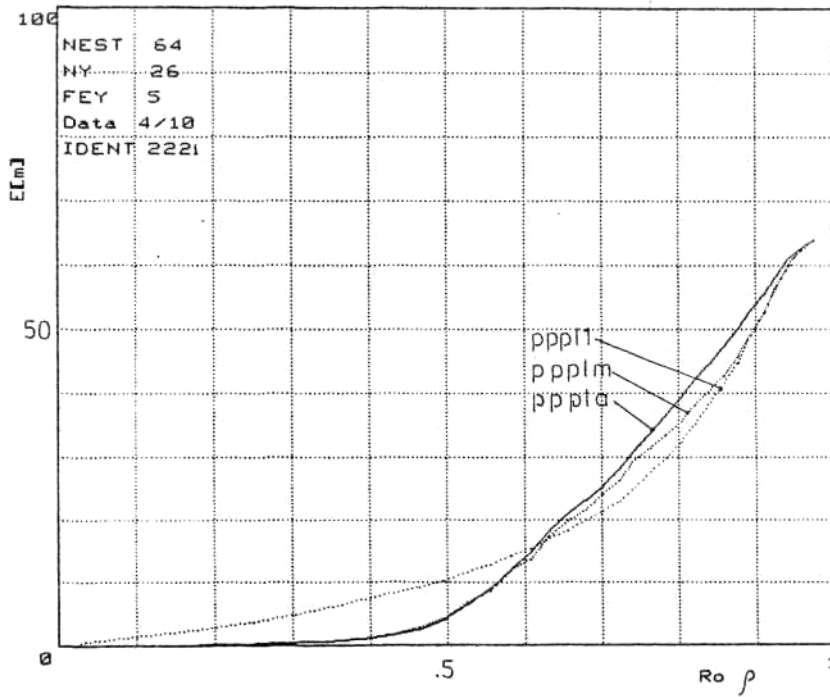


Gràfic GAPF.9 Retard en la xarxa amb servei unitari i factor de desequilibri $\theta = 0.8$, en funció de la càrrega.

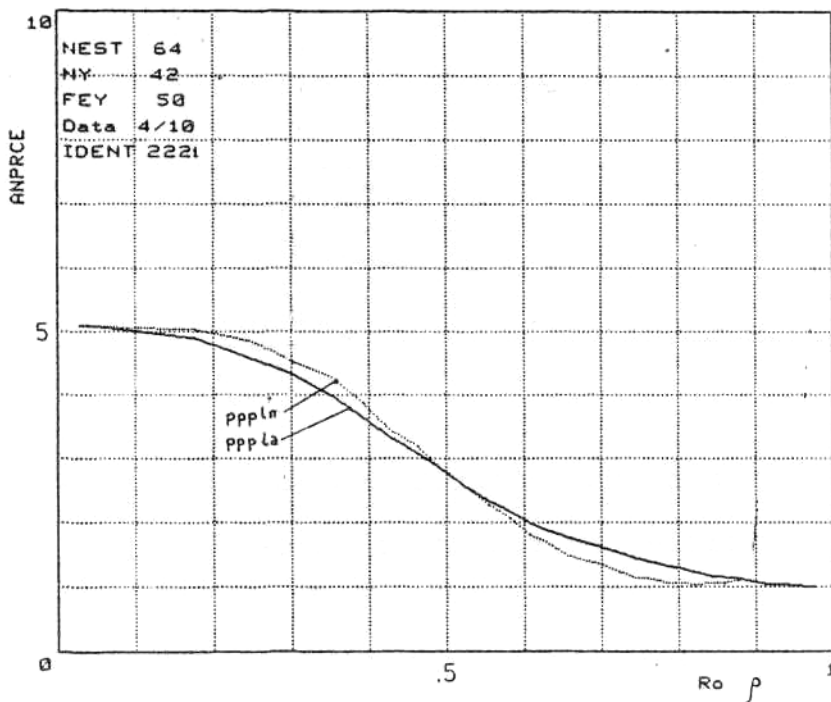
Els gràfics que es presenten a continuació mostren l'evolució d'alguns dels paràmetres obtinguts en la simulació de la xarxa carregada uniformement i amb servei exhaustiu de les cues de les estacions. Els paràmetres que es presenten són: la mitjana d'arribades de missatges a les estacions per cicle, GAPF.10; la mitjana d'estacions actives per cicle, GAPF.11; i la mitjana de propostes que es fan en cada cerca, GAPF.12.



Gràfic GAPF.10 Mitjana d'arribades de missatges a les estacions, per cicle, en funció de la càrrega.



Gràfic GAPF.11 Mitjana d'estacions actives per cycle, en funció de la càrrega,



Gràfic GAPF.12 Mitjana de propostes que es fan en cada cerca, en funció de la càrrega.