

**UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA**

*Departament d'Enginyeria de Sistemes, Automàtica i Informàtica Industrial*

**ANALISIS DE LA ACTIVIDAD  
MUSCULAR RESPIRATORIA  
MEDIANTE TECNICAS TEMPORALES,  
FRECUENCIALES Y ESTADISTICAS**

Autor: Miguel Angel Mañanas Villanueva  
Director: Pere Caminal Magrans

Juny de 1999

# Capítulo 6

## Análisis de señales miográficas en pacientes con EPOC

### 6.1 Introducción

En el Apartado 1.3.2 se explica la importancia de evaluar desplazamientos en frecuencia de la DEP de las señales EMG y VMG para analizar la actividad y fatiga muscular. Para cuantificar dichos desplazamientos se calcula unos parámetros en el dominio frecuencial que son definidos en el Apartado 2.4.4. Se necesita una buena estimación de la DEP para obtener de forma fiable parámetros frecuenciales que muestren desplazamientos reales de la DEP de las señales EMG [De Angelis y otros, 1990] y VMG [Diemont y otros, 1988]. En el presente capítulo se analiza la influencia del método de estimación espectral univariable y de los índices de dichos métodos en los parámetros frecuenciales en ambas señales [Mañanas y otros, 1996(a)][Mañanas y otros, 1997]. En esta tesis se ha utilizado métodos no paramétricos, periodograma de Welch y correlograma, y paramétricos como modelos AR, MA y ARMA para estimar la función DEP y su efecto en los parámetros frecuenciales relacionados con la actividad y fatiga muscular [Merletti y otros, 1989].

La variación de la amplitud de la señal VMG indica cambios en el músculo en su capacidad de expandirse como se comenta en el Apartado 1.3.3. Alteraciones en dicha amplitud puede ser indicativo de diferentes estrategias de las fibras musculares utilizadas para mantener una determinada fuerza durante contracciones isométricas sostenidas. La energía de la señal EMG está también relacionada con el número de fibras involucradas en el esfuerzo muscular y su incremento muestra reclutamiento de fibras durante el ejercicio (ver Apartado 1.3.2). La amplitud de la señal EMG es una estimación del nivel de contracción del músculo [Clancy y Hogan, 1994].

La función muscular se evalúa durante dos tests ventilatorios del protocolo respiratorio realizado por el sujeto: pruebas IC y M1 [Jané y otros, 1994] [Jané y otros, 1995(a)] [Jané y otros, 1995(b)]. Se observa la evolución del valor cuadrático medio (RMS) relacionado con el nivel de energía de la señal durante dichas pruebas. Además, cambios en la DEP

con diferentes estimadores espectrales son estudiados en dos diferentes momentos del protocolo: en el inicio de la prueba IC, con el primer esfuerzo y al final de la prueba M1 donde puede aparecer fatiga muscular. Finalmente, la información sobre esta actividad del músculo ECM mediante el RMS y parámetros frecuenciales se relaciona con el nivel de severidad pulmonar obstructiva de los pacientes con EPOC.

## 6.2 Estimación espectral univariable

### 6.2.1 Densidad espectral de potencia

Se define el análisis espectral como el método de procesado de señal que caracteriza el contenido frecuencial de una señal medida [Marple, 1987]. La Densidad Espectral de Potencia (DEP) de un proceso estocástico  $\{x(n)\}$  representa la distribución de potencia media de dicho proceso en el dominio de la frecuencia y se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$P_{xx}(f) = T \sum_{k=-\infty}^{\infty} r_{xx}(k) e^{-j2\pi f k T} \quad -\frac{1}{2T} \leq f \leq \frac{1}{2T} \quad (6.1)$$

donde  $T$  es el período de muestreo y  $r_{xx}(k)$  es la función de autocorrelación. En este sentido, la DEP es una función de segundo orden. En la práctica, sólo se posee una observación  $x(n)$  del proceso estocástico que corresponde a un segmento finito de la señal miográfica. Por consiguiente, sólo se puede hallar una estimación de la DEP. El proceso estocástico  $x(n)$  se considera estacionario en sentido amplio y ergódico durante el ciclo respiratorio. El sesgo y la varianza son las medidas estadísticas más usuales para analizar la calidad del estimador. Una varianza pequeña significa que la función DEP estimada se aproxima considerablemente a las componentes frecuenciales de la señal.

Un objetivo de este Apartado es calcular analíticamente los valores de sesgo y varianza de diferentes estimadores espectrales univariables. En [Kay, 1988] [Oppenheim y Schaffer, 1989] y [Proakis y Manolakis, 1988] se presenta dichos valores en algunos estimadores espectrales pero normalizando el período de muestreo a  $T=1$  segundo. En [Marple, 1987] se presenta considerando un valor de  $T$  genérico. Sin embargo, en la mayoría de casos no aparece el desarrollo analítico para calcular el valor esperado del estimador y la varianza, sus valores finales se encuentran mal escalados debido a la modificación de constantes y se presentan de forma aproximada. Por tanto, se pretende obtener un estudio analítico que permita considerar todas las aproximaciones y suposiciones realizadas para poder evaluar exactamente la calidad estadística del estimador, y de esta forma alcanzar el objetivo de analizar las ventajas e inconvenientes de diferentes métodos de estimación espectral univariable e índices de estimación en señales EMG y VMG. Se escoge los métodos e índices del estimador más adecuados para calcular los parámetros frecuenciales más fiables en el análisis de la actividad y fatiga muscular.

## 6.2.2 Métodos no paramétricos

### 6.2.2.1 Introducción

Se analiza dos métodos de estimación espectral no paramétricos que utilizan la *Fast Fourier Transform* (FFT) permitiendo la estimación de la DEP de forma computacionalmente eficiente. El gran inconveniente de estos métodos es que solamente existe un segmento de muestras finito. Por tanto, cada componente frecuencial produce lóbulos secundarios en la DEP. Este efecto puede ser resuelto parcialmente con una ventana temporal a cambio de perder resolución.

El primero es un método directo denominado periodograma de Welch en el que la DEP es estimada aplicando la FFT directamente sobre los datos y realizando un posterior promediado. Por otro lado, el correlograma es un método indirecto en el que se realiza una estimación previa de la función de autocorrelación, para aplicar posteriormente la FFT y obtener la estimación de la DEP.

### 6.2.2.2 Periodograma de Welch

El periodograma de Welch utiliza una definición de la DEP para procesos ergódicos basada en un promediado temporal. El periodograma o *sample spectrum* se calcula directamente a partir de  $N$  muestras del segmento de señal miográfica  $x(n)$  mediante la siguiente expresión [Marple, 1987]:

$$\hat{P}_{ss}(f) = \frac{1}{NT} \left| T \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi fnT} \right|^2 \quad -\frac{1}{2T} \leq f \leq \frac{1}{2T} \quad (6.2)$$

Por el teorema de *Wiener-Khintchine*, la ecuación 6.2 equivale a la siguiente expresión:

$$\hat{P}_{ss}(f) = T \sum_{n=-(N-1)}^{N-1} \hat{r}_{xx}(n) e^{-j2\pi fnT} \quad -\frac{1}{2T} \leq f \leq \frac{1}{2T} \quad (6.3)$$

siendo  $\hat{r}_{xx}(n)$  la estimación sesgada de la función de autocorrelación:

$$\hat{r}_{xx}(n) = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-n-1} x(k+n) x^*(k) & 0 \leq n \leq N-1 \\ \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-|n|-1} x^*(k+|n|) x(k) & -(N-1) \leq n \leq 0 \end{cases} \quad (6.4)$$

La ecuación 6.2 correspondiente al periodograma o *sample spectrum* también se puede expresar de la siguiente manera [Kay, 1988]:

$$\hat{P}_{ss}(f_o) = \frac{N}{T} \left| \sum_{k=0}^{N-1} h(n-k) x(k) \right|_{n=0}^2 \quad -\frac{1}{2T} \leq f_o \leq \frac{1}{2T} \quad (6.5)$$

con

$$h(n) = \begin{cases} \frac{1}{N} e^{j2\pi f_0 n T} & n = -(N-1), \dots, -1, 0 \\ 0 & \text{otros} \end{cases} \quad (6.6)$$

La transformada de Fourier de  $h(n)$  es:

$$\begin{aligned} H(f) &= T \sum_{n=-(N-1)}^0 h(n) e^{-j2\pi f n T} = T \sum_{n=-(N-1)}^0 \frac{1}{N} e^{-j2\pi(f-f_0)nT} = \frac{T}{N} \sum_{m=0}^{N-1} e^{j2\pi(f-f_0)mT} = \\ &= \frac{T}{N} \left[ 1 + e^{j2\pi(f-f_0)T} + e^{j4\pi(f-f_0)T} + \dots + e^{j2\pi(f-f_0)(N-1)T} \right] = \\ &= \frac{T}{N} \frac{e^{j2\pi(f-f_0)(N-1)T} e^{j2\pi(f-f_0)T} - 1}{e^{j2\pi(f-f_0)T} - 1} = \frac{T}{N} \frac{e^{j2\pi(f-f_0)NT} - 1}{e^{j2\pi(f-f_0)T} - 1} \frac{e^{-j\pi(f-f_0)NT}}{e^{-j\pi(f-f_0)T}} \frac{e^{-j\pi(f-f_0)T}}{e^{-j\pi(f-f_0)NT}} = \\ &= \frac{T}{N} \frac{\text{sen}(\pi(f-f_0)NT)}{\text{sen}(\pi(f-f_0)T)} e^{j\pi(N-1)(f-f_0)T} \end{aligned} \quad (6.7)$$

que es la respuesta frecuencial de un filtro pasa-banda centrado a  $f = f_0$  y con ancho de banda inversamente proporcional al número de muestras del segmento de señal ( $N$ ). Si  $N \rightarrow \infty$  el ancho de banda tiende a cero y, por consiguiente a partir de la ecuación 6.5,  $\hat{P}_{ss}(f) \approx P_{xx}(f)$  convirtiéndose en un estimador no sesgado, pero la varianza no tiende a anularse ya que la DEP de la salida de dicho filtro depende sólo de una muestra de salida. Es necesario promediar la estimación de la potencia de muchas salidas para que la varianza decrezca.

#### Sesgo del estimador periodograma

El sesgo del estimador periodograma se calcula a partir de la ecuación 6.3 considerando  $\hat{r}_{xx}(n)$  la estimación sesgada de la función de autocorrelación [Marple, 1987]:

$$\begin{aligned} \mathcal{E} \{ \hat{P}_{ss}(f) \} &= T \sum_{n=-(N-1)}^{N-1} \left[ \frac{N-|n|}{N} \right] \frac{1}{N-|n|} \sum_{k=0}^{N-|n|-1} \mathcal{E} \{ x(k+n) x^*(k) \} e^{-j2\pi f n T} = \\ &= T \sum_{n=-(N-1)}^{N-1} \left[ \frac{N-|n|}{N} \right] r_{xx}(n) e^{-j2\pi f n T} = W_B(f) * P_{xx}(f) \quad -\frac{1}{2T} \leq f \leq \frac{1}{2T} \end{aligned} \quad (6.8)$$

donde  $W_B(f)$  es la transformada de Fourier de la ventana de Bartlett (triangular):

$$w_B(n) = \begin{cases} \frac{N-|n|}{N} & |n| \leq N-1 \\ 0 & |n| > N-1 \end{cases} \quad (6.9)$$

$$W_B(f) = \frac{T}{N-1} \left( \frac{\text{sen}(\pi f(N-1)T)}{\text{sen}(\pi f T)} \right)^2 \quad (6.10)$$

A partir de la ecuación 6.8 se obtiene que este estimador solamente es insesgado cuando  $N \rightarrow \infty$  ( $W_B(f) \rightarrow \delta(f)$ ), pero es sesgado para un número de muestras finito, como sucede en la práctica:

$$\mathcal{E} \{ \hat{P}_{ss}(f) \} = W_B(f) * P_{xx}(f) = \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} W_B(f - \xi) P_{xx}(\xi) d\xi \quad -\frac{1}{2T} \leq f \leq \frac{1}{2T} \quad (6.11)$$

Por tanto, se obtiene mediante el periodograma una estimación suavizada de la verdadera DEP y el sesgo aumenta cuando el número de muestras disminuye ya que el lóbulo principal de la  $W_B(f)$  se ensancha.

#### Varianza del estimador periodograma

La autocorrelación, momento de segundo orden, del estimador periodograma considerando  $x(n)$  un proceso Gaussiano de media nula es la siguiente:

$$\mathcal{E} \{ \hat{P}_{ss}(f_1) \hat{P}_{ss}(f_2) \} = \left( \frac{T}{N} \right)^2 \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \mathcal{E} \{ x(k)x(l)x(m)x(n) \} e^{j2\pi T(f_1(k-l) + f_2(m-n))} \quad (6.12)$$

donde

$$\mathcal{E} \{ x(k)x(l)x(m)x(n) \} = \begin{cases} \rho_w^2 & \text{si } k=l, m=n \text{ ó} \\ & k=m, l=n \text{ ó} \\ & k=n, l=m \\ 0 & \text{otros} \end{cases} \quad (6.13)$$

y  $\rho_w$  es la varianza del proceso. Por tanto,

$$\mathcal{E} \{ x(k)x(l)x(m)x(n) \} = \rho_w^2 (\delta(k-l) \delta(m-n) + \delta(k-m) \delta(l-n) + \delta(k-n) \delta(l-m)) \quad (6.14)$$

Entonces,

$$\begin{aligned} \mathcal{E} \{ \hat{P}_{ss}(f_1) \hat{P}_{ss}(f_2) \} &= \left( \frac{T}{N} \right)^2 \left[ \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} \rho_w^2 + \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} \rho_w^2 e^{j2\pi T(f_1+f_2)(k-l)} + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} \rho_w^2 e^{j2\pi T(f_1-f_2)(k-l)} \right] = \\ &= (T\rho_w)^2 \left[ 1 + \left( \frac{\text{sen}(\pi NT(f_1+f_2))}{N \text{sen}(\pi T(f_1+f_2))} \right)^2 + \left( \frac{\text{sen}(\pi NT(f_1-f_2))}{N \text{sen}(\pi T(f_1-f_2))} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (6.15)$$

La covarianza del estimador es:

$$\text{cov} \{ \hat{P}_{ss}(f_1) \hat{P}_{ss}(f_2) \} = \mathcal{E} \{ \hat{P}_{ss}(f_1) \hat{P}_{ss}(f_2) \} - \mathcal{E} \{ \hat{P}_{ss}(f_1) \} \mathcal{E} \{ \hat{P}_{ss}(f_2) \} \quad (6.16)$$

Para un proceso Gaussiano se cumple las siguientes expresiones [Marple, 1987]:

$$\mathcal{E} \{ \hat{P}_{ss}(f_1) \} \mathcal{E} \{ \hat{P}_{ss}(f_2) \} = (T\rho_w)^2 \quad (6.17)$$

$$P_{xx}(f_1) P_{xx}(f_2) = (T\rho_w)^2 \quad (6.18)$$

La covarianza del estimador resulta, finalmente, sustituyendo las ecuaciones 6.15 y 6.16:

$$\begin{aligned} \text{cov} \{ \hat{P}_{ss}(f_1) \hat{P}_{ss}(f_2) \} &= (T\rho_w)^2 \left[ \left( \frac{\text{sen}(\pi NT(f_1 + f_2))}{N \text{sen}(\pi T(f_1 + f_2))} \right)^2 + \left( \frac{\text{sen}(\pi NT(f_1 - f_2))}{N \text{sen}(\pi T(f_1 - f_2))} \right)^2 \right] = \\ &= P_{xx}(f_1) P_{xx}(f_2) \left[ \left( \frac{\text{sen}(\pi NT(f_1 + f_2))}{N \text{sen}(\pi T(f_1 + f_2))} \right)^2 + \left( \frac{\text{sen}(\pi NT(f_1 - f_2))}{N \text{sen}(\pi T(f_1 - f_2))} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (6.19)$$

Por consiguiente, la varianza del estimador periodograma corresponde a la siguiente expresión [Marple, 1987]:

$$\begin{aligned} \text{var} \{ \hat{P}_{ss}(f) \} &= \text{cov} \{ \hat{P}_{ss}(f) \hat{P}_{ss}(f) \} = (T\rho_w)^2 \left[ 1 + \left( \frac{\text{sen}(2\pi NTf)}{N \text{sen}(2\pi Tf)} \right)^2 \right] = \\ &= P_{xx}^2(f) \left[ 1 + \left( \frac{\text{sen}(2\pi NTf)}{N \text{sen}(2\pi Tf)} \right)^2 \right] \geq P_{xx}^2(f) \end{aligned} \quad (6.20)$$

La varianza aumenta cuanto más alto es el valor a estimar. Cuando  $N \rightarrow \infty$  se ha visto que el sesgo tiende a anularse, pero no ocurre así con la varianza según la expresión 6.20. Por ello, el periodograma o *sample spectrum* es un estimador inconsistente y estadísticamente inestable. También hay que destacar que a partir de la ecuación 6.19, en frecuencias armónicas múltiples de  $1/NT$ , la  $\text{cov} \{ \hat{P}_{ss}(f_1) \hat{P}_{ss}(f_2) \} = 0$ . Es decir, dichas componentes frecuenciales se encuentran incorreladas. A ello se debe que al aumentar el número de muestras,  $N$ , acompañado con un no decremento de la varianza, la estimación de la DEP fluctúa más rápidamente.

El estimador periodograma de Welch ( $\hat{P}_W$ ) resuelve en parte estos problemas dividiendo el segmento total en  $P$  segmentos de longitud  $D$  muestras cada uno, solapando  $S$  muestras y promediando los  $P$  periodogramas [Marple, 1987]:

$$\hat{P}_{xx}^{(p)}(f) = \frac{1}{UDT} \left| T \sum_{n=0}^{D-1} x^{(p)}(n) e^{-j2\pi fnT} \right|^2 \quad (6.21)$$

$$\hat{P}_W(f) = \frac{1}{P} \sum_{p=0}^{P-1} \hat{P}_{xx}^{(p)}(f) \quad -\frac{1}{2T} \leq f_0 \leq \frac{1}{2T} \quad (6.22)$$

siendo

$$x^{(p)}(n) = w(n)x(n + pS) = w(n)x_i(n) \quad U = \frac{1}{D} \sum_{n=0}^{D-1} w^2(n) \quad (6.23)$$

y  $w(n)$  es una ventana temporal.

### Sesgo del estimador periodograma de Welch

El valor esperado del estimador de periodograma de Welch es el siguiente:

$$\mathcal{E} \{ \hat{P}_W(f) \} = \frac{1}{P} \sum_{p=0}^{P-1} \mathcal{E} \{ \hat{P}_{xx}^{(p)}(f) \} \quad (6.24)$$

Si el periodograma de cada segmento de datos es independiente e idénticamente distribuido, la expresión 6.24 cumple lo siguiente:

$$\begin{aligned} \mathcal{E} \{ \hat{P}_W(f) \} &= \mathcal{E} \{ \hat{P}_{xx}^{(p)}(f) \} = \mathcal{E} \left\{ \frac{1}{UDT} \left| T \sum_{n=0}^{D-1} w(n)x_i(n) e^{-j2\pi fnT} \right|^2 \right\} = \\ &= \left\{ \begin{array}{l} \text{Teorema} \\ \text{de} \\ \text{Wiener - Khintchine} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} r_{ww}(n) = \frac{1}{D} \sum_{m=0}^{D-n-1} w(m+n)w^*(m) \\ r_{xx}(n) = \mathcal{E} \{ x_i(m+n) x_i^*(m) \} \end{array} \right\} = \\ &= \frac{T}{U} \sum_{n=-(D-1)}^{D-1} r_{ww}(n) r_{xx}(n) e^{-j2\pi fnT} = \\ &= \left\{ \mathcal{F} \{ r_{ww}(n) r_{xx}(n) \} = T \sum_{n=-(D-1)}^{D-1} r_{ww}(n) r_{xx}(n) e^{-j2\pi fnT} \right\} = \\ &= \frac{1}{U} \mathcal{F} \{ r_{ww}(n) r_{xx}(n) \} = \frac{|W(f)|^2}{U} * P_{xx}(f) \quad (6.25) \end{aligned}$$

siendo  $|W(f)|^2 = \mathcal{F} \{ r_{ww}(n) \}$ , donde  $r_{ww}(n)$  es la secuencia de autocorrelación de la ventana temporal. Por tanto,  $W(f)$  es la transformada de Fourier de dicha ventana:

$$W(f) = T \sum_{n=0}^{D-1} w(n) e^{-j2\pi fnT} \quad (6.26)$$

En este caso, el resultado obtenido en la ecuación 6.25 difiere al presentado en [Kay, 1988] [Marple, 1987] [Oppenheim y Schaffer, 1989] y [Proakis y Manolakis, 1988] donde se encuentra escalado mediante diferentes constantes o factores, incluso entre las mismas referencias, y donde no aparece el desarrollo completo del cálculo del valor esperado del estimador. El factor  $U$  elimina el sesgo producido por la energía de la ventana temporal. El valor esperado de la función de autocorrelación estimada mediante el periodograma de Welch de la señal inventanada,  $x^{(p)}(n)$ , es el valor esperado de la transformada inversa de Fourier de la estimación de la DEP y, según la ecuación 6.25, corresponde a la siguiente expresión:

$$\mathcal{E} \{ \hat{r}_{x^{(p)}x^{(p)}}(n) \} = \mathcal{E} \left\{ \mathcal{F}^{-1} \left\{ \hat{P}_{xx}^{(p)}(f) \right\} \right\} = \frac{r_{ww}(n) \cdot r_{xx}(n)}{U} \quad (6.27)$$

Nótese que:

$$\mathcal{E} \{ \hat{r}_{x^{(p)}x^{(p)}}(0) \} = \frac{r_{ww}(0) \cdot r_{xx}(0)}{U} = \{ \text{ecuación 6.23} \} = r_{xx}(0) \quad (6.28)$$

Por consiguiente, mediante el periodograma de Welch y gracias al factor  $U$  se obtiene una estimación no sesgada de la potencia de la señal original  $x^{(p)}(n)$  correspondiente al valor de la autocorrelación de la señal inventanada en el retardo nulo.

Nótese que cuando la ventana temporal utilizada es la rectangular, el factor  $U=1$  y la estimación del periodograma de Welch de un segmento de señal, ecuación 6.21, es idéntica a la correspondiente al *sample spectrum*, ecuación 6.2. Además,  $|W(f)|^2 = W_B(f)$  ya que la convolución de la ventana rectangular corresponde a una ventana triangular o de Bartlett. En consecuencia, en este caso el sesgo del estimador de periodograma de Welch de un segmento de señal, ecuación 6.25, es el mismo que el obtenido con el estimador *sample spectrum* (ecuación 6.8).

Sólo al utilizar otra ventana diferente a la rectangular el factor  $U$  varía ponderando la estimación de la DEP para compensar el sesgo producido por la energía de la ventana. Dicha ventana reduce el efecto de los lóbulos secundarios, *leakage*, y reduce también el sesgo de la estimación a costa de disminuir sensiblemente la resolución debido a aumentar la anchura del lóbulo principal de  $W(f)$ .

#### Varianza del estimador periodograma de Welch

La varianza de la suma de  $P$  variables estocásticas independiente e idénticamente distribuidas es  $1/P$  veces la varianza de cada variable de forma individual:

$$\text{var} \{ \hat{P}_W(f) \} = \frac{1}{P} \text{var} \{ \hat{P}_{xx}^{(p)}(f) \} \quad (6.29)$$

A partir de la ecuación 6.25 se obtiene que la autocorrelación del estimador es la siguiente:

$$\mathcal{E} \left\{ \hat{P}_{xx}^{(p)}(f_1) \hat{P}_{xx}^{(p)}(f_2) \right\} =$$

$$\left( \frac{T}{U} \right)^2 \frac{1}{D^2} \sum_{k=0}^{D-1} \sum_{l=0}^{D-1} \sum_{m=0}^{D-1} \sum_{n=0}^{D-1} w(k)w(l)w(m)w(n) \mathcal{E} \{ x(k)x(l)x(m)x(n) \} e^{j2\pi T(f_1(k-l)+f_2(m-n))}$$
(6.30)

Considerando  $x(n)$  un proceso Gaussiano de media nula con varianza  $\rho_w$  y sustituyendo en la ecuación 6.30 la expresión 6.13 se obtiene la siguiente ecuación para la autocorrelación del estimador periodograma de Welch en un segmento de señal:

$$\mathcal{E} \left\{ \hat{P}_{xx}^{(p)}(f_1) \hat{P}_{xx}^{(p)}(f_2) \right\} = \left( \frac{T \rho_w}{UD} \right)^2 \left[ \sum_{k=0}^{D-1} \sum_{m=0}^{D-1} w^2(k)w^2(m) + \right.$$

$$\left. + \sum_{k=0}^{D-1} \sum_{l=0}^{D-1} w^2(k)w^2(l) e^{j2\pi(f_1+f_2)(k-l)T} + \sum_{k=0}^{D-1} \sum_{l=0}^{D-1} w^2(k)w^2(l) e^{j2\pi(f_1-f_2)(k-l)T} \right]$$

$$= \left( \frac{T \rho_w}{UD} \right)^2 \left[ \left( \sum_{k=0}^{D-1} w^2(k) \right)^2 + (W(f_1 + f_2) * W(f_1 + f_2))^2 + (W(f_1 - f_2) * W(f_1 - f_2))^2 \right]$$
(6.31)

Además, para un proceso blanco Gaussiano:

$$\mathcal{E} \left\{ \hat{P}_{xx}^{(p)}(f) \right\} = P_{xx}(f) = T \rho_w$$
(6.32)

La covarianza del estimador es la siguiente:

$$\text{cov} \left\{ \hat{P}_{xx}^{(p)}(f_1) \hat{P}_{xx}^{(p)}(f_1) \right\} = \mathcal{E} \left\{ \hat{P}_{xx}^{(p)}(f_1) \hat{P}_{xx}^{(p)}(f_1) \right\} - \mathcal{E} \left\{ \hat{P}_{xx}^{(p)}(f_1) \right\} \mathcal{E} \left\{ \hat{P}_{xx}^{(p)}(f_1) \right\} =$$
(6.33)

Sustituyendo en la ecuación 6.33 las expresiones de 6.31 y 6.32 se obtiene:

$$\text{cov} \left\{ \hat{P}_{xx}^{(p)}(f_1) \hat{P}_{xx}^{(p)}(f_1) \right\} = P_{xx}^2(f) \left[ 1 + \left( \frac{1}{UD} \right)^2 (W(f_1 + f_2) * W(f_1 + f_2))^2 + \right.$$

$$\left. + \left( \frac{1}{UD} \right)^2 (W(f_1 - f_2) * W(f_1 - f_2))^2 \right] - P_{xx}^2(f) =$$

$$= \frac{P_{xx}^2(f)}{(UD)^2} \left[ (W(f_1 + f_2) * W(f_1 + f_2))^2 + (W(f_1 - f_2) * W(f_1 - f_2))^2 \right]$$
(6.34)

La varianza del estimador periodograma de Welch es la siguiente:

$$\text{var} \{ \hat{P}_{xx}^{(p)}(f) \} = \text{cov} \{ \hat{P}_{xx}^{(p)}(f), \hat{P}_{xx}^{(p)}(f) \} = \frac{P_{xx}^2(f)}{(UD)^2} [(W(2f) * W(2f))^2 + (W(0) * W(0))^2] \quad (6.35)$$

Sabiendo que:

$$W(f) * W(f)|_{f=0} = \sum_{k=0}^{D-1} w^2(k) \quad (6.36)$$

y a frecuencias lejos de  $f = 0, \pm 1/2T$  se cumple lo siguiente:

$$\text{var} \{ \hat{P}_{xx}^{(p)}(f) \} \approx P_{xx}^2(f) \quad (6.37)$$

Por tanto, se obtiene finalmente con las ecuaciones 6.29 y 6.37 la siguiente expresión:

$$\text{var} \{ \hat{P}_W(f) \} \approx \frac{1}{P} P_{xx}^2(f) \quad (6.38)$$

Sólo la expresión aproximada 6.37 es la que aparece directamente en [Kay, 1988] [Marple, 1987] [Proakis y Manolakis, 1988] y [Oppenheim y Schaffer, 1989] sin realizarse el desarrollo analítico ni obtener la ecuación exacta 6.35. Se observa comparando las expresiones 6.38 y 6.20 que el estimador periodograma de Welch se hace estadísticamente consistente a costa de perder resolución debido a la disminución del ancho del lóbulo principal de la ventana temporal:  $1/P > 1/N$ . Sin embargo, en el desarrollo se ha supuesto que los  $P$  segmentos son independientes y debido al solapamiento se introduce cierta dependencia. En consecuencia, no se puede incrementar indiscriminadamente el solapamiento para tener un número de segmentos muy elevado. De esta forma, los segmentos no son incorrelados totalmente cuando se trabaja con procesos que no son ruido blanco produciendo que la reducción de la varianza sea algo menor que  $P$ . Welch propone utilizar una ventana *Hanning* y un 50% de solapamiento de los segmentos de forma que todas las muestras exceptuando las de los extremos del registro original se utilizan dos veces en la estimación.

Aunque en el desarrollo matemático se ha supuesto que  $x(n)$  es un proceso Gaussiano blanco, los resultados son también válidos en otro caso ya que cualquier proceso puede ser generado mediante ruido blanco de varianza  $\rho_w$  introducido en un filtro lineal de respuesta frecuencial  $H(f)$ . En ese caso la verdadera DEP es la siguiente:

$$P_{xx}(f) = T\rho_w |H(f)|^2 \quad (6.39)$$

En la figura 6.1 se muestra las DEP de los registros de señales EMG y VMG mediante el periodograma de Welch con diferente número de segmentos,  $P$ . La resolución de la DEP aumenta cuando  $P$  es pequeño y, por consiguiente,  $D$  es elevado. Sin embargo, la varianza del estimador espectral es también mayor con un número menor de segmentos según la ecuación 6.38. Se ha de seleccionar un valor máximo de  $D$  para que el lóbulo

principal de la ventana temporal,  $\approx \frac{1}{DT}$  sea mucho menor que el ancho de banda del pico espectral más estrecho de  $P_{xx}(f)$ . Se observa que la resolución en la señal VMG es considerablemente peor que en la señal EMG. En la primera señal, con  $P = 4$  segmentos se consigue sólo una resolución de 0.85 Hz.

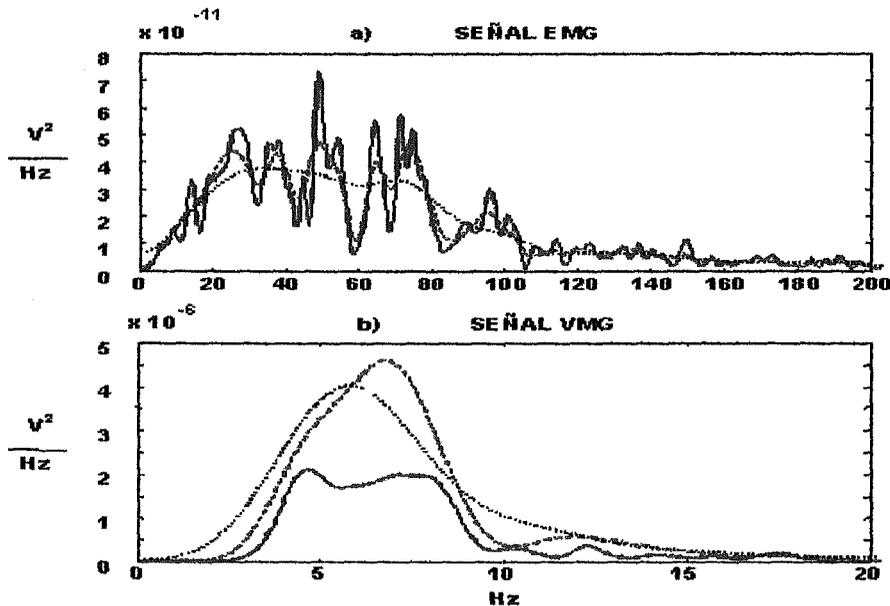


Figura 6.1: DEP estimadas mediante periodograma de Welch correspondiente a: a) señal EMG con  $P=10$ ,  $D=536$  (trazo azul continuo),  $P=24$ ,  $D=240$  (trazo rojo discontinuo) y  $P=82$  segmentos,  $D=72$  muestras cada segmento (trazo negro de puntos). b) Señal VMG con  $P=4$ ,  $D=96$  (trazo azul continuo),  $P=8$ ,  $D=54$  (trazo rojo discontinuo) y  $P=16$  segmentos,  $D=30$  muestras cada segmento (trazo negro de puntos).

### 6.2.2.3 Correlograma

Se obtiene a partir de la definición de la DEP para procesos ergódicos, ecuación 6.1. Sin embargo, la función de autocorrelación  $r_{xx}(k)$  no es conocida y el estimador espectral correlograma la sustituye por una estimación  $\hat{r}_{xx}(k)$  sesgada: ecuación 6.4. Se utiliza esta estimación por proporcionar siempre matrices de autocorrelación semidefinidas positivas y por poseer menor error cuadrático medio que la estimación no sesgada [Marple, 1987]. La varianza de la estimación de la función de correlación crece con el índice de retardo  $k$ , puesto que se promedia menos datos del segmento de señal con retardos elevados.

El método correlograma estima la DEP mediante la expresión de Blackman-Tukey:

$$\hat{P}_C(f) = T \sum_{n=-(N-1)}^{N-1} w(n) \hat{r}_{xx}(n) e^{-j2\pi fnT} \quad -\frac{1}{2T} \leq f \leq \frac{1}{2T} \quad (6.40)$$

donde  $w(n)$  es una ventana de retardos de longitud  $L$  (no nulo desde  $-L$  a  $L$ ). A partir de las ecuaciones 6.3 y 6.40 se deduce la siguiente expresión:

$$\hat{P}_C(f) = \mathcal{F} \{w(n) \hat{r}_{xx}(n)\} = W(f) * \hat{P}_{ss}(f) = \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} W(f - \zeta) \hat{P}_{ss}(\zeta) d\zeta \quad (6.41)$$

### Sesgo del estimador correlograma

El valor esperado del estimador espectral es el siguiente a partir de la expresión 6.41:

$$\begin{aligned} \mathcal{E} \{ \hat{P}_C(f) \} &= \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} W(f - \zeta) \mathcal{E} \{ \hat{P}_{ss}(\zeta) \} d\zeta = \{ \text{ecuación 6.11} \} = \\ &W(f) * (W_B(f) * P_{xx}(f)) \approx \{N \gg L\} \approx W(f) * P_{xx}(f) \end{aligned} \quad (6.42)$$

Si  $w(n)$  es diferente a la ventana rectangular y de Bartlett, ésta reduce el efecto de los lóbulos secundarios, *leakage*, del periodograma o *sample spectrum*. Sin embargo, como  $w(n)$  tiene valores no nulos en  $-L \leq n \leq L$  y  $L < N$ , el lóbulo principal de la ventana  $W(f)$  será más ancho que  $W_B(f)$ . Por consiguiente, en este caso el estimador es más sesgado que el periodograma.

### Varianza del estimador correlograma

La varianza del estimador espectral es la siguiente:

$$\begin{aligned} \text{var} \{ \hat{P}_C(f) \} &= \mathcal{E} \{ (\hat{P}_C(f))^2 \} - (\mathcal{E} \{ \hat{P}_C(f) \})^2 = \\ &= \left\{ \begin{array}{l} \text{ecuación 6.41} \\ \text{ecuación 6.42} \end{array} \right\} = \mathcal{E} \{ (W(f) * \hat{P}_{ss}(f))^2 \} - (W(f) * \mathcal{E} \{ \hat{P}_{ss}(f) \})^2 = \\ &= \mathcal{E} \left\{ \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} W(f - \zeta) \hat{P}_{ss}(\zeta) d\zeta \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} W(f - \nu) \hat{P}_{ss}(\nu) d\nu \right\} - \\ &\quad - \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} W(f - \zeta) \mathcal{E} \{ \hat{P}_{ss}(\zeta) \} d\zeta \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} W(f - \nu) \mathcal{E} \{ \hat{P}_{ss}(\nu) \} d\nu = \\ &= \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} W(f - \zeta) W(f - \nu) \mathcal{E} \{ \hat{P}_{ss}(\zeta) \hat{P}_{ss}(\nu) \} d\zeta d\nu - \\ &\quad - \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} W(f - \zeta) W(f - \nu) \mathcal{E} \{ \hat{P}_{ss}(\zeta) \} \mathcal{E} \{ \hat{P}_{ss}(\nu) \} d\zeta d\nu = \\ &= \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} W(f - \zeta) W(f - \nu) \left( \mathcal{E} \{ \hat{P}_{ss}(\zeta) \hat{P}_{ss}(\nu) \} - \mathcal{E} \{ \hat{P}_{ss}(\zeta) \} \mathcal{E} \{ \hat{P}_{ss}(\nu) \} \right) d\zeta d\nu = \\ &= \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} W(f - \zeta) W(f - \nu) \text{cov} \{ \hat{P}_{ss}(\zeta), \hat{P}_{ss}(\nu) \} d\zeta d\nu = \{ \text{ecuación 6.19} \} = \end{aligned}$$

$$= \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} W(f-\zeta)W(f-\nu)P_{xx}(\zeta)P_{xx}(\nu) \left[ \left( \frac{\text{sen}(\pi NT(\zeta+\nu))}{N \text{sen}(\pi T(\zeta+\nu))} \right)^2 + \left( \frac{\text{sen}(\pi NT(\zeta-\nu))}{N \text{sen}(\pi T(\zeta-\nu))} \right)^2 \right] d\zeta d\nu \quad (6.43)$$

La expresión

$$\frac{1}{N} \left( \frac{\text{sen}(\pi fTN)}{\text{sen}(\pi fT)} \right)^2$$

corresponde a la DEP de una ventana triangular o de Bartlett (ver ecuación 6.10). Cuando  $N \rightarrow \infty$  esta DEP se convierte en la función  $\delta(f)$ . Además, simplemente cuando  $N \gg L$  el ancho del lóbulo principal de  $W(f)$  es mucho mayor que el debido a la DEP de la ventana Bartlett. Por tanto, esta aproximación es también válida:

$$\begin{aligned} \text{var} \{ \hat{P}_C(f) \} &\approx \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} W(f-\zeta)W(f-\nu)P_{xx}(\zeta)P_{xx}(\nu) \frac{\delta(\zeta+\nu) + \delta(\zeta-\nu)}{N} d\zeta d\nu = \\ &= \left\{ \begin{array}{l} \frac{\delta(\zeta+\nu) + \delta(\zeta-\nu)}{N} \neq 0 \\ \text{para } \zeta = \nu \text{ y } \zeta = -\nu \end{array} \right\} = \\ &= \frac{1}{N} \left[ \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} W^2(f-\zeta) P_{xx}^2(\zeta) d\zeta + \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} W(f-\zeta)W(f+\zeta)P_{xx}^2(\zeta) d\zeta \right] \quad (6.44) \end{aligned}$$

El segundo sumando de la ecuación 6.44 es pequeño respecto al primero cuando  $f$  no es próximo a 0 ni a  $\pm \frac{1}{2T}$ , ya que los lóbulos principales de  $W(f+\zeta)$  y  $W(f-\zeta)$  se encuentran desplazados y, por tanto, no solapados, de forma que el producto es despreciable respecto al primer sumando. Además, si se considera que la DEP está suavizada respecto al ancho de banda del lóbulo principal de la ventana espectral  $W(f)$ , entonces  $P_{xx}^2(\zeta)$  puede considerarse constante e igual a  $P_{xx}^2(f)$  en la expresión integral. En consecuencia, la expresión 6.44 de la varianza del correlograma puede aproximarse finalmente a:

$$\text{var} \{ \hat{P}_C(f) \} \approx \frac{P_{xx}^2(f)}{N} \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} W^2(\zeta) d\zeta = \frac{P_{xx}^2(f)}{N} \sum_{n=-L}^L w^2(n) \quad (6.45)$$

De igual forma que el periodograma de Welch, el correlograma es un estimador consistente, pues la varianza y el sesgo se anula cuando  $N \rightarrow \infty$ . A partir de la ecuación 6.45 se observa que la varianza también disminuye cuando la longitud de la ventana de retardos,  $L$ , disminuye. Esto es coherente con los siguientes aspectos:

- El periodograma o *sample spectrum* equivale al correlograma cuando  $L = N$  y no se utiliza ninguna ventana de retardos y se ha visto en el Apartado 6.2.2.2 sus bajas prestaciones como estimador espectral univariable.
- Cuando  $L \rightarrow N$  el correlograma tiene una gran varianza estadística asociada a la varianza de la estimación de la secuencia de autocorrelación en retardos elevados :

$\hat{r}_{xx}(N-1)$  depende sólo de  $(x^*(0)x(N-1))/N$  y es altamente variable ya que no hay promediado. Además, el valor esperado de la secuencia de autocorrelación es:

$$\mathcal{E}\{\hat{r}_{xx}(n)\} = \frac{N-|n|}{N} r_{xx}(n) \quad |n| \leq N-1 \quad (6.46)$$

como se vio en la ecuación 6.8. Por tanto, la estimación es más sesgada cuando  $n$  aumenta.

En el correlograma se escoge habitualmente una longitud de ventana  $L \ll N$  para reducir la varianza, pero ello aumenta el suavizado de la DEP y aumenta el sesgo del estimador. El correlograma es capaz de resolver detalles espectrales de valor aproximadamente  $1/(LT)$  Hz o el ancho de banda del lóbulo principal de la ventana espectral. En la figura 6.2 se muestra la influencia del valor  $L$  en la varianza para diferentes ventanas de retardos. Se observa cómo la varianza aumenta al incrementar el valor de  $L$  y la ventana rectangular, especialmente, y de Bartlett son las que presentan mayor varianza. Se recomienda habitualmente un valor de  $L = N/5$  (20% del número total de muestras).

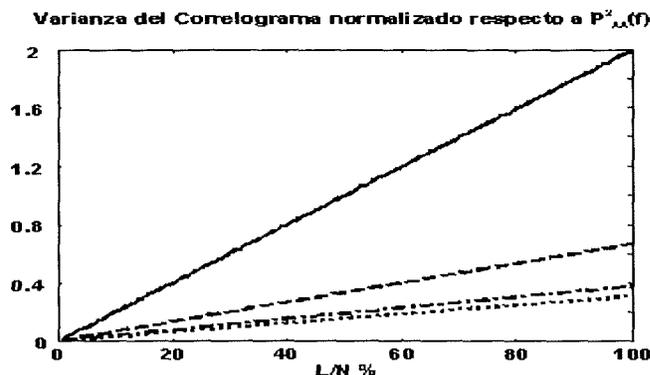


Figura 6.2: Valor de  $\text{var}\{P_C(f)\}/P_{xx}^2$  con ventana rectangular (continua), Bartlett (discontinua), Blackman (discontinua-puntos) y Hanning (puntos). La menor varianza se alcanza con la última ventana.

En la figura 6.3 se representa las DEP de las mismos registros de señal EMG y VMG que en la figura 6.1 estimadas mediante el método de correlograma. Se muestra el método con diferentes longitudes de la ventana Hanning. El correlograma presenta una peor resolución en la señal VMG que en la EMG, que se convierte en inaceptable cuando  $L/N=2\%$ . En este caso, la resolución es 2.5 Hz. Dicha resolución mejora con la longitud de ventana pero a cambio de una mayor varianza como se observa en la figura 6.2 y en la ecuación 6.45.

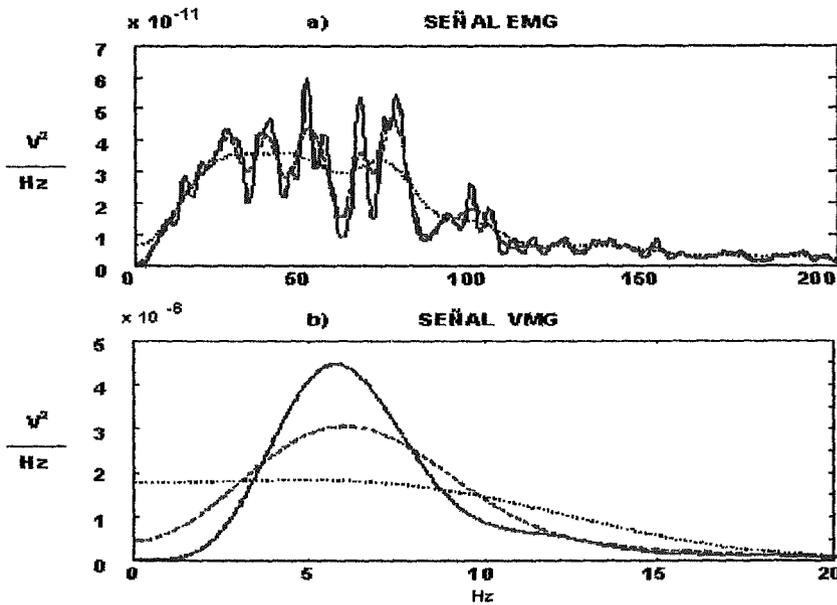


Figura 6.3: DEP estimadas mediante correlograma correspondiente a: a) señal EMG y b) señal VMG con  $L/N=10\%$  (trazo azul continuo),  $L/N=5\%$ , (trazo rojo discontinuo) y  $L/N=2\%$  (trazo negro de puntos).

## 6.2.3 Métodos paramétricos

### 6.2.3.1 Introducción

Uno de los principales problemas que presentan los métodos de estimación no paramétricos basados en la transformada de Fourier es la utilización de una ventana temporal en el periodograma o de retardos en el método de correlograma. Este enventanado implica asumir que el resto de valores no observados fuera de la ventana son nulos, cosa que no es cierta en realidad. Por consiguiente, aplicar dicha ventana supone un error en la estimación. Los estimadores no paramétricos, basados en la transformada de Fourier, estiman sólo los valores más significativos siendo una descripción no paramétrica de las estadísticas de segundo orden de un proceso estocástico. Así pues, si el proceso contiene componentes espectrales importantes para valores fuera de los estimados, la DEP resultará claramente sesgada.

Los métodos paramétricos pretenden encontrar modelos matemáticos de las series temporales, determinados por ciertos parámetros que describan el proceso estocástico. Por consiguiente, el problema de estimación de la DEP se convierte en un problema de estimación de unos parámetros. Estas técnicas utilizan información conocida del sistema para la determinación del modelo.

Uno de los aspectos más relevantes es que el modelo infiere los datos fuera del segmento o intervalo de observación, en vez de suponerlas cero o con una cierta ciclicidad como ocurre en los métodos no paramétricos. Por tanto, la ventana rectangular no es implícita

y no es necesario utilizar ventanas temporales que suavizan la DEP. En consecuencia, estos estimadores obtienen mayor resolución que con los métodos no paramétricos. Sin embargo, es crítico que el modelo escogido sea una representación precisa del proceso estocástico, al menos referente a la DEP. Si el modelo no es preciso, produce errores de sesgo sistemáticos en el estimador espectral que están siempre presentes, incluso con segmentos de señal con muchas muestras.

### 6.2.3.2 Modelos de función de transferencia racional

Un modelo que describa el proceso estocástico  $x(n)$  puede ser representado por una ecuación en diferencias lineal donde la entrada del filtro,  $u(n)$ , es ruido Gaussiano blanco de media nula y la salida,  $x(n)$ , es la señal miográfica:

$$x(n) = - \sum_{k=1}^p a(k)x(n-k) + \sum_{k=0}^q b(k)u(n-k) \quad (6.47)$$

Los valores  $p$  y  $q$  son los órdenes del modelo. La función de transferencia en transformada  $Z$  del filtro lineal para el proceso estocástico es la siguiente:

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^q b(k)z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^p a(k)z^{-k}} \quad (6.48)$$

La DEP de la señal se estima mediante los parámetros autorregresivos  $a(k)$  y de media móvil  $b(k)$  del modelo de la siguiente manera [Marple, 1987] [Kay, 1988]:

$$\hat{P}_{ARMA}(f) = T \rho_w \left| \frac{1 + \sum_{k=1}^q b(k) e^{-j2\pi f k T}}{1 + \sum_{k=1}^p a(k) e^{-j2\pi f k T}} \right|^2 \quad (6.49)$$

donde  $\rho_w$  es la varianza del ruido blanco. Se asume que  $b(0) = 1$  y no se pierde generalidad, pues la ganancia estática del filtro puede ser modificada variando la varianza del ruido blanco.

La ecuación 6.47 donde los parámetros  $a(k)$  y  $b(k)$  son no nulos, corresponde a un proceso ARMA(p,q) también conocido como modelo de polos y ceros, y puede expresarse de la siguiente manera:

$$x(n) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k)u(n-k) \quad (6.50)$$

donde  $h(k)$  es la respuesta impulsional del sistema lineal que transforma la secuencia de ruido blanco de entrada  $u(n)$  en el proceso de salida  $x(n)$ .

Si todos los coeficientes autorregresivos  $a(k)$  son nulos excepto  $a(1)=1$ , entonces  $x(n)$  es estrictamente un proceso de media móvil MA(q) o modelo de todo ceros. Finalmente,

si en el proceso ARMA(p,q), todos los coeficientes  $b(k)$  son nulos excepto  $b(0)=1$ , entonces  $x(n)$  es un proceso autorregresivo: AR(p), también conocido como modelo de todo polos. El proceso se denomina autorregresivo pues la secuencia de salida  $x(n)$  se calcula como la regresión lineal de sí mismo, con un ruido  $u(n)$  añadido representando el error cometido.

Multiplicando la ecuación 6.47 por  $x^*(n-m)$ , aplicando el operador esperanza y considerando la ecuación 6.50 se obtiene la relación entre los parámetros del modelo y la secuencia de autocorrelación [Marple, 1987] [Kay, 1988]:

$$r_{xx}(k) = \begin{cases} -\sum_{l=1}^p a(l) r_{xx}(k-l) + \rho_w \sum_{l=0}^{q-k} h^*(l)b(l+k) & \text{para } k = 0, 1, \dots, q \\ -\sum_{l=1}^p a(l) r_{xx}(k-l) & \text{para } k \geq q+1 \end{cases} \quad (6.51)$$

Particularizando para un proceso AR,  $b(l) = \delta(l)$ , se obtiene las ecuaciones de Yule-Walker:

$$\begin{bmatrix} r_{xx}(0) & r_{xx}(-1) & \dots & r_{xx}(-p) \\ r_{xx}(1) & r_{xx}(0) & \dots & r_{xx}(-(p-1)) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ r_{xx}(p) & r_{xx}(p-1) & \dots & r_{xx}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a(1) \\ \vdots \\ a(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_w \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.52)$$

Utilizando la estimación sesgada de la autocorrelación, con la matriz de autocorrelación semidefinida positiva, se asegura un filtro AR estable.

En la estimación espectral no se conoce a priori cual es el modelo a utilizar. Además, una vez se ha escogido dicho modelo, es necesario también especificar su orden:  $p$  y/o  $q$ . Idealmente, el modelo seleccionado debe tener el mínimo número de parámetros necesario, puesto que para estimar la DEP mediante un método paramétrico es necesario estimar previamente los parámetros del modelo y, como el número de muestras de señal es limitado, la precisión de la estimación será peor cuantos más parámetros se tengan que estimar.

Algunas consideraciones a tener en cuenta para la elección del modelo es su capacidad para representar picos y valles espectrales y la pendiente de caída del espectro. Para DEP que contengan picos espectrales abruptos es mejor un modelo con polos (AR ó ARMA). Para representar DEP con valles, por ejemplo un espectro con un ruido de observación considerable, es más adecuado un modelo con ceros (MA ó ARMA). Si la DEP contiene picos abruptos y valles espectrales a la vez, sólo se puede utilizar un modelo con polos y ceros (ARMA). A pesar de esto, el teorema de Kolmogorov [Marple, 1987] indica que cualquier proceso ARMA puede ser representado por un modelo AR de orden infinito, es decir, es posible encontrar una buena aproximación de un proceso ARMA mediante un proceso AR de un orden suficientemente elevado. Cuanta más energía tenga el valle espectral, más alto sea el nivel de ruido, los ceros del modelo ARMA están más cerca del círculo unidad y es necesario un orden más elevado del proceso AR. Respecto a la pendiente de caída del espectro, cuanto mayor sea, más elevado tendrá que ser el orden del modelo.

### 6.2.3.3 Modelo autorregresivo

La estimación espectral mediante modelos autorregresivos es el método paramétrico más utilizado debido básicamente a dos razones:

- Es posible encontrar estimaciones precisas de los parámetros AR resolviendo el sistema de ecuaciones lineales 6.52. Sin embargo, los modelos ARMA o MA requieren la resolución de un sistema de ecuaciones no lineales 6.51 de orden bastante alto incrementando considerablemente la complejidad computacional.
- La estimación de la DEP mediante el uso de modelos AR permite obtener picos espectrales abruptos, característica frecuentemente asociada con las estimaciones espectrales de alta resolución. Esta característica es debida a la implícita extensión de la función de autocorrelación mediante los parámetros obtenidos en las ecuaciones de Yule-Walker 6.52 a partir de los valores  $r_{xx}(0), \dots, r_{xx}(p)$ :

$$r_{xx}(k) = - \sum_{l=1}^p a(l) r_{xx}(k-l) \quad \text{para } k > p$$

El modelado AR está relacionado con la teoría de predicción lineal [Marple, 1987]. La estimación de la muestra  $x(n)$  mediante predicción lineal hacia adelante se realiza a partir de la combinación lineal de las  $p$  muestras anteriores del proceso con parámetros  $a^f(k)$ . Análogamente, se puede considerar una predicción lineal hacia atrás, es decir,  $x(n)$  estimada en base a las  $p$  muestras posteriores del proceso y los parámetros  $a^b(k)$ . En ambos casos se obtiene un error de predicción del modelo respecto a la señal real  $x(n)$  hacia adelante,  $e_p^f(n)$ , y hacia atrás,  $e_p^b(n)$ , para un modelo AR(p).

Existe diferentes métodos para estimar los parámetros AR que se agrupa en dos grupos:

#### 1. Métodos de estimación de predicción lineal de mínimos cuadrados.

Los métodos más conocidos son [Marple, 1987]:

##### (a) Método de autocorrelación.

Minimiza el error cuadrático de predicción hacia adelante suponiendo  $x(n) = 0$  para  $n < 1$  y  $n > N$ . La solución corresponde a los parámetros obtenidos mediante las ecuaciones de Yule-Walker 6.52.

##### (b) Método de la covarianza.

Realiza la misma minimización pero considerando el error en la estimación de  $x(p+1)$  a  $x(N)$  de forma que no se realiza suposiciones de los datos fuera del segmento registrado.

##### (c) Método de la covarianza modificado.

Estima los parámetros AR minimizando la media aritmética de los errores de predicción hacia adelante y hacia atrás para conseguir más puntos de la función de error y considerando el mismo rango de datos que el método de covarianza. Es el más costoso en complejidad computacional.

## 2. Métodos de estimación de coeficientes de reflexión.

La solución recursiva de Levinson de las ecuaciones de Yule-Walker 6.52 relaciona los parámetros AR de orden  $p$ ,  $a_p(n)$ , con los de orden  $p-1$ ,  $a_{p-1}(n)$ , de la siguiente manera [Marple, 1987]:

$$a_p(n) = a_{p-1}(n) + k_p a_{p-1}^*(p-n) \quad 1 \leq n \leq p-1 \quad (6.53)$$

donde  $k_p$  son los coeficientes de reflexión que se calculan a partir de la función de autocorrelación para retardos de 0 a  $p-1$ :

$$k_p = a_p(p) = \frac{-\sum_{n=0}^{p-1} a_{p-1}(n) r_{xx}(p-n)}{\rho_{p-1}} \quad (6.54)$$

siendo

$$\rho_p = \rho_{p-1} (1 - |k_p|^2) \quad (6.55)$$

En este caso se realiza una aproximación por mínimos cuadrados con respecto a cada uno de los coeficientes de predicción lineal, no de todos como en los métodos anteriores, reduciendo la complejidad computacional. Los métodos que se basan en la estimación de los coeficientes de reflexión son los siguientes [Marple, 1987]:

### (a) Método de Burg.

Los coeficientes  $k_p$  se calculan a partir de la media armónica de las correlaciones de los errores de predicción hacia adelante y hacia atrás. De esta forma, se minimiza la variancia del error en la predicción de la muestra definida como la media aritmética:

$$\rho_p^{fb} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{N} \sum_{n=p+1}^N |e_p^f(n)|^2 + \frac{1}{N} \sum_{n=p+1}^N |e_p^b(n)|^2 \right] \quad (6.56)$$

El algoritmo recursivo que se utiliza para la estimación de los coeficientes de reflexión para  $k = 1, 2, \dots, p$  está determinado por la siguiente expresión:

$$\hat{k}_k = \frac{-2 \sum_{n=k+1}^N \hat{e}_{k-1}^f(n) \cdot \hat{e}_{k-1}^{b*}(n-1)}{\sum_{n=k+1}^N \left( |\hat{e}_{k-1}^f(n)|^2 + |\hat{e}_{k-1}^b(n-1)|^2 \right)} \quad (6.57)$$

$$\hat{\rho}_k = \hat{\rho}_{k-1} \left( 1 - |\hat{k}_k|^2 \right) \quad (6.58)$$

$$\hat{e}_k^f(n) = \hat{e}_{k-1}^f(n) + \hat{k}_k \cdot \hat{e}_{k-1}^b(n-1) \quad n = k+2, k+3, \dots, N \quad (6.59)$$

$$\hat{e}_k^b(n) = \hat{e}_{k-1}^b(n-1) + \hat{k}_k^* \cdot \hat{e}_{k-1}^f(n) \quad n = k+1, k+3, \dots, N-1 \quad (6.60)$$

inicializándose con los siguientes valores:

$$\hat{\rho}_0 = \hat{r}_{xx}(0) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |x(n)|^2 \quad (6.61)$$

$$\hat{e}_0^f(n) = x(n) \quad n = 2, 3, \dots, N \quad (6.62)$$

$$\hat{e}_0^b(n) = x(n) \quad n = 1, 2, \dots, N - 1 \quad (6.63)$$

(b) Algoritmo geométrico.

Es una variación del algoritmo de Burg en que la estimación de los coeficientes de reflexión presentados en la ecuación 6.57 se reemplaza por una expresión equivalente donde el denominador corresponde a la media geométrica de ambos errores de predicción.

Se presenta un estudio comparativo de los cinco métodos de forma exhaustiva sobre un proceso de prueba formado por sinusoides y un proceso AR puro, y sobre las señales miográficas en [Mañanas y Jané, 1993] y, especialmente, en [Torres y Mañanas, 1998(a)] [Torres y Mañanas, 1998(b)]. Se analiza la resolución espectral y se observa que el método de la autocorrelación es el que produce menos resolución espectral, especialmente cuando se dispone de pocas muestras de la señal, como es el caso del proceso teórico de prueba y de la señal VMG. Esta menor resolución es debida al enventanado en los datos producido al considerar nulas las muestras no observadas del proceso. Este enventanado corresponde a un efecto similar a la aplicación de una ventana rectangular sobre el periodograma.

El método de la covarianza elimina este efecto de enventanado. Sin embargo, cuando el número de muestras de señal disponible es pequeño, como es el caso de la señal VMG, se consigue una resolución espectral algo menor que con los otros tres métodos, que utilizan tanto los errores de predicción hacia adelante como los de predicción hacia atrás para el cálculo de los coeficientes AR.

Con el método de la covarianza modificado se obtiene una resolución mayor que con el método de la covarianza aunque aparecen errores en la potencia de ciertos picos espectrales. En cambio, con los métodos de algoritmo armónico, Burg, y geométrico dicho error se reduce sensiblemente. Con estos últimos estimadores se consigue estimaciones espectrales prácticamente idénticas, con una resolución mayor que el método de la covarianza modificada en la señal teórica de prueba y en la señal VMG.

Por tanto, la estimación de la DEP de la señal EMG es menos sensible a la elección del método de estimación espectral AR que en la señal VMG donde la resolución espectral que se obtiene con estos métodos es superior a la obtenida con los métodos no paramétricos. Además, las estimaciones que se obtiene mediante modelos AR son menos sesgadas y tienen menor variabilidad que los estimadores calculados mediante métodos no paramétricos basados en la transformada de Fourier [Kay, 1988].

Se selecciona el método de Burg por tener menor varianza del estimador [Marple, 1987] y por ser el más eficiente computacionalmente. Sin embargo, el algoritmo de Burg presenta ciertos problemas:

- Picos espectrales espúreos cuando el orden es elevado. Se puede reducir el orden pero se pierde resolución.
- Estimación en frecuencia sesgada para procesos que no son exactamente autorregresivos.
- Desdoblamiento de picos espectrales: *spectral line splitting*. Sobre todo con SNR elevada y orden alto respecto al número de muestras. Por tanto, es especialmente crítico en el presente estudio en la señal VMG.

### Sesgo y varianza del estimador autorregresivo

No se dispone de resultados exactos para las estadísticas del estimador espectral autorregresivo. Se conoce que para registros de datos con elevado número de muestras y correspondientes a procesos AR reales el estimador es insesgado y su varianza es la siguiente [Kay, 1988]:

$$\mathcal{E} \{ \hat{P}_{AR}(f) \} = P_{AR}(f) = P_{xx}(f) \quad (6.64)$$

$$\text{var} \{ \hat{P}_{AR}(f) \} = \begin{cases} \frac{4p}{N} P_{xx}^2(f) & f = 0, \pm \frac{1}{2T} \\ \frac{2p}{N} P_{xx}^2(f) & \text{otros} \end{cases} \quad (6.65)$$

Sin embargo, las señales miográficas en estudio no corresponde a procesos autorregresivos de forma exacta. No es conocido el nivel de bondad de la aproximación de las ecuaciones 6.64 y 6.65 en este caso práctico. Sin embargo, es interesante observar que la varianza del estimador decrece cuando el orden  $p$  del modelo disminuye. No obstante, su resolución es inversamente proporcional a la SNR y al orden del modelo [Kay, 1988].

Si el proceso es realmente un proceso AR( $p$ ), entonces un orden menor que  $p$  produce un suavizado de la estimación espectral. Por el contrario, un orden demasiado elevado incrementa la resolución pero introduce detalles espurios en la DEP y genera inestabilidad estadística. Debido a que las señales miográficas no son exactamente procesos AR, el verdadero modelo autorregresivo es uno de orden infinito. Cualquier orden finito produce errores de sesgo debido al modelado de inexactitudes. Por consiguiente, se debe alcanzar un compromiso entre un orden alto que reduce el sesgo e incrementa la resolución, y un orden bajo que permite obtener una varianza y un error de la estimación suficientemente pequeños.

En la literatura, se propone diferentes criterios para la estimación del orden del modelo, pero están basados en la minimización de la varianza del error de predicción estimado, no de la varianza del estimador espectral. En consecuencia, los órdenes son sobreestimados en los siguientes criterios: *final prediction error* (FPE) y *Akaike information criterion* (AIC). Este problema se resuelve parcialmente con el *modified AIC* (mAIC).

En la figura 6.4 se observa las DEP correspondientes a los mismos registros de señales EMG y VMG utilizados en los métodos no paramétricos por medio de modelos AR con diferentes órdenes. Se observa que la resolución de la DEP incrementa con órdenes altos y la incertidumbre a baja frecuencia decrece especialmente en la señal EMG.

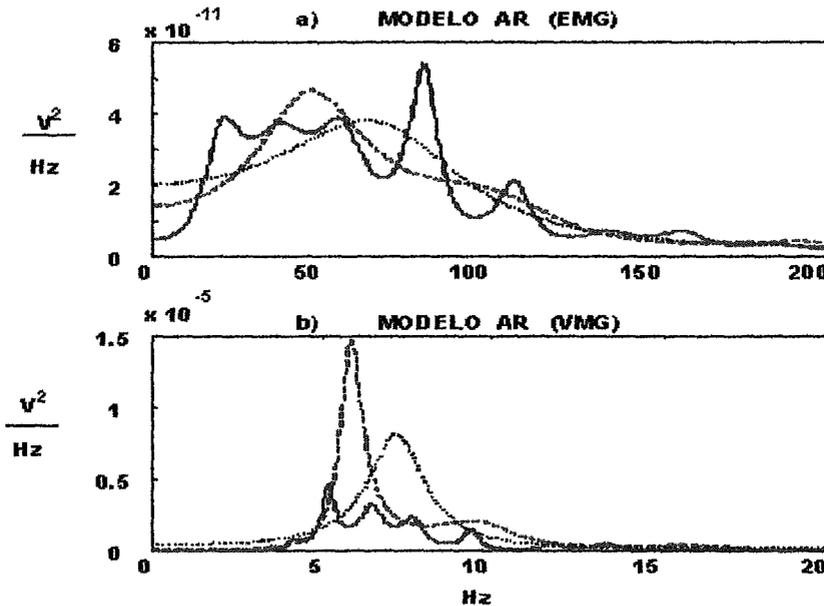


Figura 6.4: DEP estimadas mediante un modelo AR correspondiente a las señales a) EMG y b) VMG. Se selecciona diferentes órdenes del modelo: AR(40) en trazo azul continuo, AR(10) en rojo discontinuo y AR(4) en serie de puntos negros.

#### 6.2.3.4 Modelo de media móvil

El filtro correspondiente al modelo se compone solamente de ceros. Por consiguiente el método representa mejor procesos con picos espectrales más anchos y nulos abruptos en su DEP.

Particularizando la expresión 6.51 para el caso de modelos MA con  $a(l)=0$  para  $l = 1, \dots, p$  y  $h(l) = b(l)$  se obtiene la relación entre los parámetros MA y la secuencia de autocorrelación:

$$r_{xx}(k) = \begin{cases} \rho_w \sum_{l=0}^{q-k} h^*(l)b(l+k) & \text{para } k = 0, 1, \dots, q \\ 0 & \text{para } k \geq q+1 \end{cases} \quad (6.66)$$

De esta forma se obtiene que la DEP obtenida mediante un modelo MA corresponde a la siguiente expresión a partir de las ecuaciones 6.49 y 6.66

$$P_{MA}(f) = T \rho_w \left| 1 + \sum_{k=1}^q b(k) e^{-j2\pi f k T} \right|^2 = T \sum_{k=-q}^q r_{xx}(k) e^{-j2\pi f k T} \quad (6.67)$$

La expresión de la ecuación 6.67 es idéntica a la obtenida mediante el método correlograma utilizando una ventana temporal rectangular de longitud  $L=q$  (ver ecuación 6.40).

En el correlograma se utiliza los datos para estimar directamente la función de autocorrelación, y el modelo MA utiliza los datos para estimar los parámetros. Por tanto, las DEP estimadas con ambos métodos tienen similares características. Sin embargo existe una diferencia sutil en las hipótesis de cada estimador. En la ecuación 6.67 se supone que  $x(n)$  es un proceso MA de orden  $q$ , por tanto, la función de autocorrelación teórica es nula para  $k > q$ . De hecho, cuando se utiliza la estimación de la función de correlación insesgada se obtiene: [Kay, 1988]:

$$\mathcal{E} \{ \hat{P}_{MA}(f) \} = P_{MA}(f) = P_{xx}(f) \quad (6.68)$$

por consiguiente, no hay sesgo en el estimador. El correlograma no asume que  $x(n)$  sea un proceso MA y, en consecuencia, puede ser aplicado a otros procesos que produce un sesgo en el estimador debido a suponer nulos los valores de la autocorrelación para retardos no medidos.

Además, se observa que las ecuaciones no lineales 6.66 generan un aumento de la complejidad computacional y cálculo para hallar los parámetros MA. El método que se utiliza para calcular dichos parámetros es ajustar el registro de datos a un modelo AR( $t$ ) con  $t \gg q$  de forma que se obtiene una respuesta impulsional infinita del filtro. Los parámetros  $b(k)$  corresponden a los  $q$  primeros valores de dicha secuencia. De esta forma se hace notar que los parámetros MA pueden ser estimados tan exactamente como los parámetros AR de un proceso autorregresivo con mayor orden y, por tanto, con mayor complejidad computacional. En consecuencia se puede aplicar la misma discusión de los modelos AR en este método donde la varianza también aumenta cuando lo hace el orden del modelo  $q$ .

En la figura 6.5 se visualiza las DEP correspondientes a los mismos registros de señales EMG y VMG utilizados en los estimadores anteriores mediante modelos MA con diferentes órdenes. Se observa que la resolución de la DEP incrementa con órdenes altos. Sin embargo, órdenes bajos y medios son inadecuados para las señales miográficas debido a su pobre resolución y la incertidumbre a baja frecuencia. No obstante, un orden alto produce un estimador con mayor varianza.

### 6.2.3.5 Modelo autorregresivo de media móvil

Considera no nulos todos los coeficientes de la ecuación 6.49 de forma que se obtiene un modelo con polos y ceros. Ello permite adaptarse a procesos con DEP de picos abruptos y valles espectrales profundos. A partir de las ecuaciones no lineales 6.51 se puede obtener los parámetros  $a(k)$  y  $b(k)$  con un elevado coste computacional.

El método alternativo utilizado es una solución subóptima basada en resolver sucesivos problemas lineales que intentan refinar de forma iterativa la estimación de los parámetros [Marple, 1987].

El error en un proceso ARMA( $p, q$ ) corresponde a la siguiente expresión:

$$e(n) = x(n) + \sum_{k=1}^p \hat{a}(k)x(n-k) + \sum_{k=1}^q \hat{b}(k)\hat{u}(n-k) \quad (6.69)$$

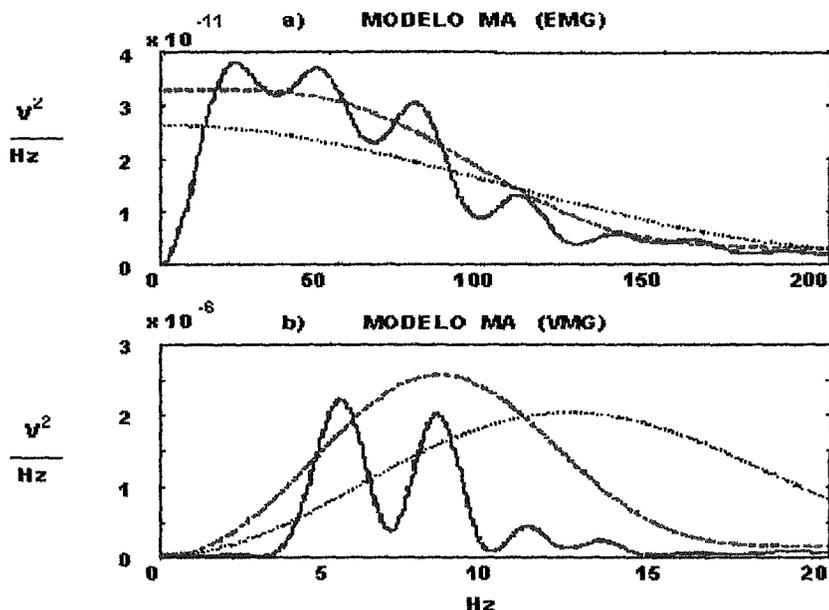


Figura 6.5: DEP estimadas mediante un modelo MA correspondiente a las señales a) EMG y b) VMG. Se selecciona diferentes órdenes del modelo: MA(40) en trazo continuo, MA(10) en discontinuo y MA(4) en serie de puntos en color negro.

donde se obtiene las estimaciones de los parámetros  $\hat{a}(k)$  y  $\hat{b}(k)$ , y la secuencia de ruido  $\hat{u}(k)$  de entrada del filtro mediante la minimización de la siguiente expresión:

$$\rho_{ARMA} = \sum_{n=\alpha}^{\beta} |e(n)|^2 \quad (6.70)$$

seleccionando  $1 \leq \alpha \leq \beta \leq N$  de forma que se obtiene un sistema  $\beta - \alpha + 1$  ecuaciones. A partir de la estimación del modelo ARMA, la secuencia de datos  $x(n)$  pasa a través del filtro inverso ARMA,  $H^{-1}(z)$ , para recalculer  $\hat{u}(n)$  y se repite este proceso hasta la convergencia asociado a un costo computacional elevado.

No se garantiza dicha convergencia y el hecho que la respuesta impulsional infinita  $h(k)$  se tenga que truncar determina un error de la estimación.

De igual forma que en los métodos paramétricos anteriores no hay estadísticas exactas para los modelos ARMA a partir de una secuencia finita de datos. Sin embargo, se deduce de la obtención de los parámetros AR y MA que la varianza del estimador aumenta cuando los órdenes del modelo crecen, a la vez que se incrementa la resolución del estimador.

Se presenta en la figura 6.6 las DEP correspondientes a los mismos registros de señales EMG y VMG utilizados en los estimadores anteriores mediante modelos ARMA con diferentes órdenes. La resolución de la DEP incrementa con órdenes altos pero también genera grandes picos espurios en la DEP de las señales miográficas debido al aumento de la varianza del estimador.

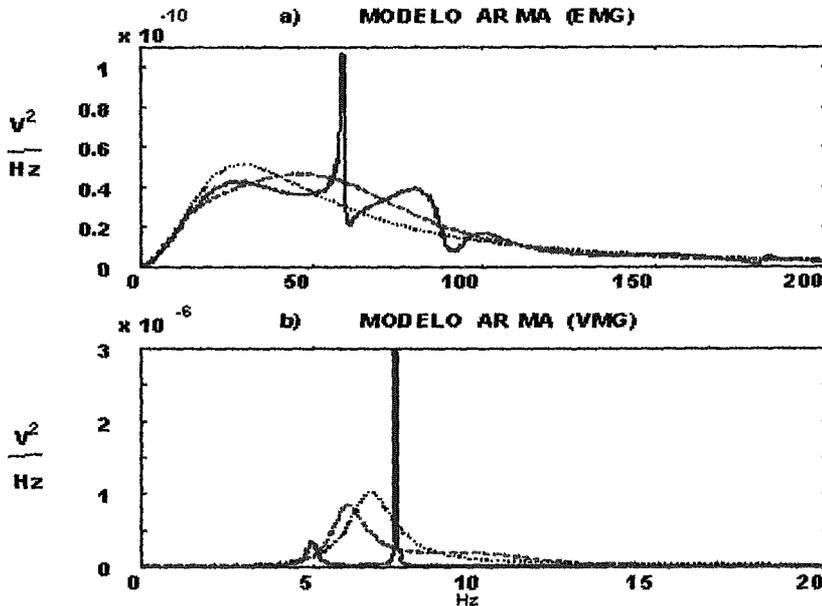


Figura 6.6: DEP estimadas mediante un modelo ARMA correspondiente a las señales a) EMG y b) VMG. Se selecciona diferentes órdenes del modelo: ARMA(30,14) en trazo azul continuo, ARMA(10,6) en rojo discontinuo y ARMA(4,2) en serie de puntos en color negro.

#### 6.2.4 Influencia del estimador en los parámetros frecuenciales

En los Apartados anteriores se ha estudiado las diferencias existentes en las estadísticas entre los métodos paramétricos y no paramétricos en las señales EMG y VMG. También se ha analizado la influencia de los diferentes parámetros o índices del estimador espectral en el sesgo, la resolución y la varianza de la DEP. Sin embargo, en la presente tesis, la DEP se utiliza solamente para calcular los parámetros frecuenciales que indican actividad y fatiga del músculo ECM durante el ejercicio respiratorio. En este sentido, variaciones en el sesgo, resolución y varianza de la DEP no son críticas si no están asociadas con cambios en los parámetros frecuenciales porque son estos índices los observados finalmente.

En la figura 6.7, se muestra los parámetros frecuenciales correspondientes al mismo segmento de señal. Se puede ver la influencia del número de segmentos,  $P$ , en estos parámetros cuando se utiliza el estimador espectral periodograma de Welch. También se puede observar que su evolución es diferente dependiendo de la ventana temporal utilizada.

Este método no es adecuado para señales VMG debido a la gran variabilidad de los parámetros frecuenciales con el número de segmentos escogido en el estimador. Para las señales EMG, es mejor utilizar una ventana temporal diferente a la rectangular y escoger un número de segmentos,  $P$ , mayor que 40 para alcanzar valores más estables en los parámetros. La resolución espectral obtenida con este valor, 5 Hz, es suficientemente pequeña para observa la DEP en detalle. Un valor muy superior a 40 no es recomendable porque incrementa el sesgo y el *leakage* del estimador como se comenta en el Apartado 6.2.2.2.

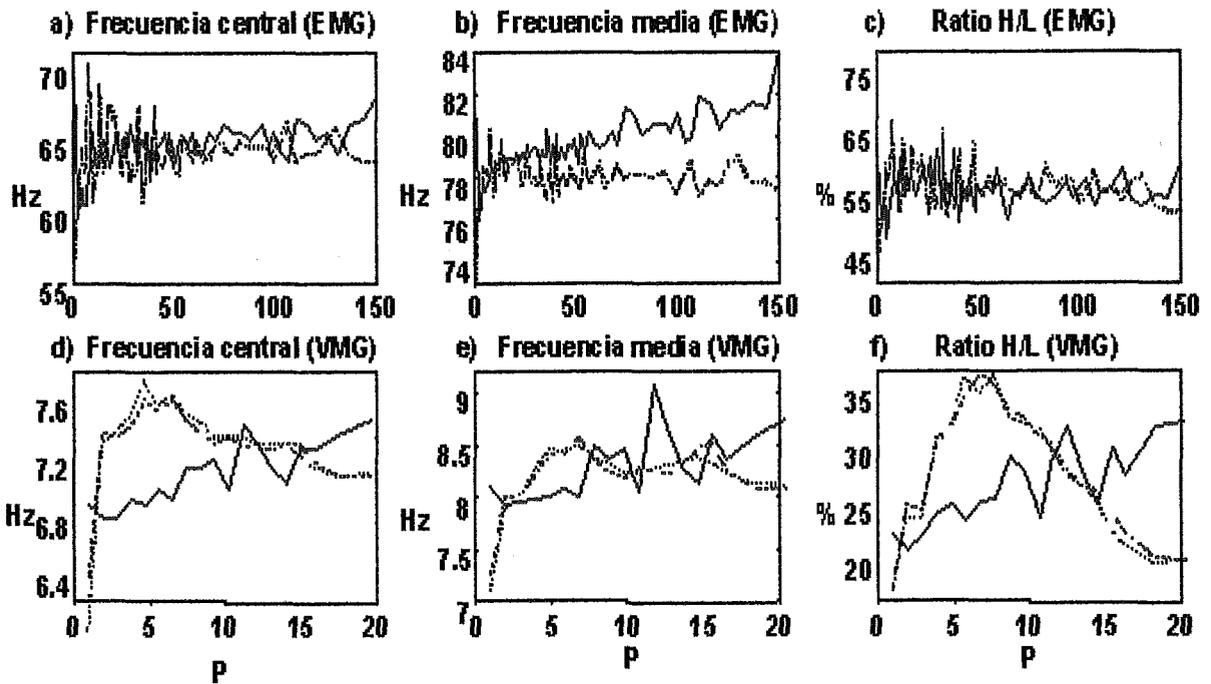


Figura 6.7: Evolución de los parámetros frecuenciales:  $f_c$ ,  $f_m$  y ratio H/L, en función del número de segmentos utilizados en el periodograma de Welch correspondiente a la señal EMG (a), b) y c) respectivamente) y señal VMG (d), e) y f) respectivamente). Se aplica diferentes ventanas: rectangular (trazo azul continuo), Bartlett (trazo rojo discontinuo) y Hanning (trazo negro de puntos).

En la figura 6.8, se observa la influencia de la longitud y forma de la ventana de retardos del estimador correlograma en los parámetros frecuenciales. Una ventana rectangular produce una gran variabilidad de dichos parámetros, sobretodo en la señal EMG. Es aconsejable utilizar una ventana diferente, especialmente una Hanning, porque los parámetros obtienen un valor final con un valor de  $L$  menor que con las otras ventanas. Además, se consigue la menor varianza del estimador con la ventana Hanning (ver figura 6.2). El valor final en la  $f_c$  y ratio H/L se obtiene con una ventana de longitud 10% del número de muestras total del segmento. Un valor superior incrementa más la varianza del estimador como se explica en el Apartado 6.2.2.3.

La tabla 6.1 presenta la varianza de cada parámetro frecuencial normalizado con su valor medio con respecto a las diferentes longitudes de ventana,  $L$ , utilizadas en el método de correlograma.

La ventana Hanning obtiene el menor cociente varianza/media, y los peores resultados se obtienen con la ventana rectangular, tanto en la señal EMG como en la VMG. La figura 6.8 muestra que la  $f_m$  obtiene un valor estable con una longitud de ventana Hanning mucho menor que los otros dos parámetros. Esto indica una mayor robustez en este parámetro frecuencial utilizando el método correlograma como se puede comprobar en el menor cociente varianza/media en la tabla 6.1 con relación a los otros dos:  $f_m$  y ratio H/L. Este último parámetro presenta el mayor cociente. La resolución que se consigue con  $L=10\%$  es 4.5 y 0.45 Hz para la señal EMG y VMG, respectivamente.

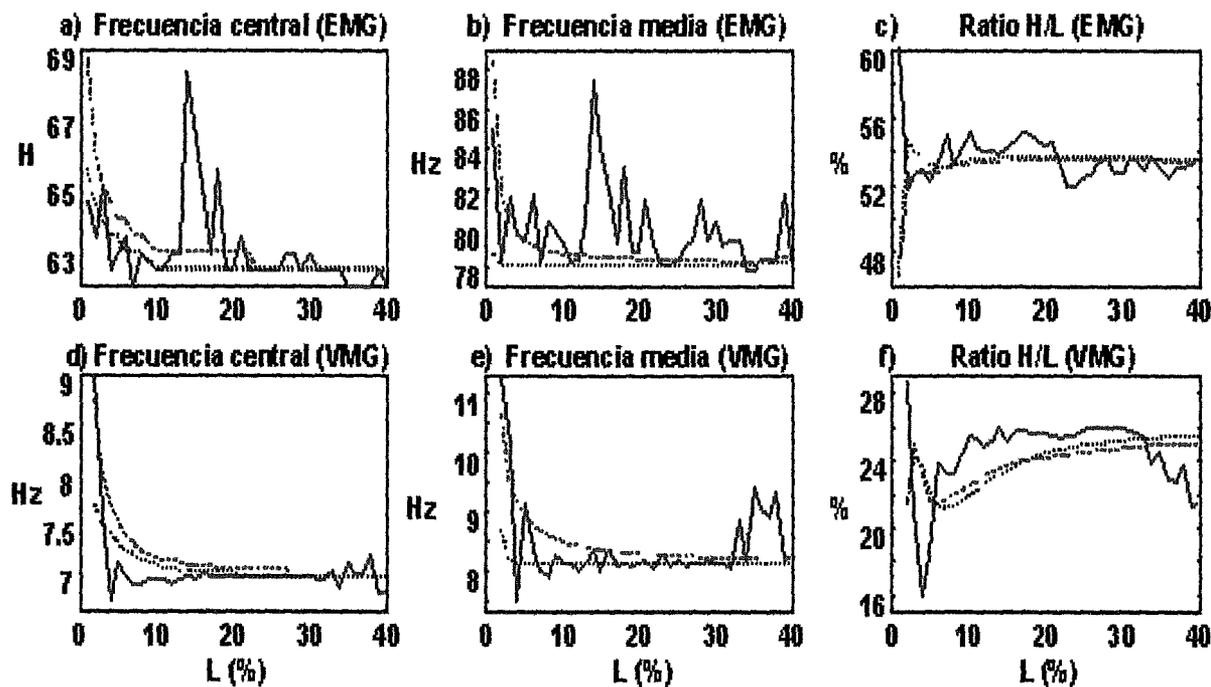


Figura 6.8: Evolución de los parámetros frecuenciales:  $f_c$ ,  $f_m$  y ratio  $H/L$ , en función de la longitud de la ventana (% respecto al número total de muestras) utilizadas en el correlograma correspondiente a la señal EMG (a), b) y c) respectivamente) y señal VMG (d), e) y f) respectivamente). Se aplica diferentes ventanas: rectangular (trazo azul continuo), Bartlett (trazo rojo discontinuo) y Hanning (trazo negro de puntos).

En la figura 6.9 se muestra esta influencia del orden del modelo para los métodos paramétricos. Sólo el modelo AR es adecuado para la señal VMG debido a la gran dependencia del orden sobre los parámetros en los modelos ARMA y, especialmente, MA. El ratio  $H/L$  es más sensible al orden que la  $f_c$  y la  $f_m$  es el parámetro menos sensible. Se obtiene un valor estable del parámetro aproximadamente con orden 10 para la  $f_m$ , 20 para la  $f_c$  y 40 para el ratio  $H/L$ .

Además, los órdenes del modelo seleccionados por el  $FPE$  y el  $AIC$  son alrededor de 60 y 100 para las señales EMG y VMG, respectivamente. Se comenta en el Apartado 6.2.3.3 que estos criterios sobreestiman el orden, y el  $mAIC$  selecciona uno entre 35 y 40,

Ventana	Señal EMG			Señal VMG		
	$f_c$	$f_m$	RatioH/L	$f_c$	$f_m$	RatioH/L
Rectangular	0.028	0.056	0.037	0.018	0.056	0.215
Bartlett	0.023	0.037	0.024	0.016	0.025	0.054
Hanning	0.007	0.001	0.025	0.005	0.002	0.086

Tabla 6.1: Cociente varianza/media de los parámetros frecuenciales ( $f_c$ ,  $f_m$  y ratio  $H/L$ ) con respecto a la longitud de la ventana utilizada en el método correlograma: rectangular, Bartlett y Hanning.

cercano al orden aconsejado anteriormente para el cálculo del parámetro frecuencial ratio H/L. Un orden superior a 40 puede producir picos espurios e incrementar la varianza del estimador excesivamente como se ha mostrado en los Apartados 6.2.3.3, 6.2.3.4 y 6.2.3.5.

Estos picos espurios pueden ser la causa de obtener parámetros frecuenciales sesgados en los modelos MA y ARMA en relación con los modelos AR cuyos valores están más cercanos con los obtenidos en los métodos no paramétricos.

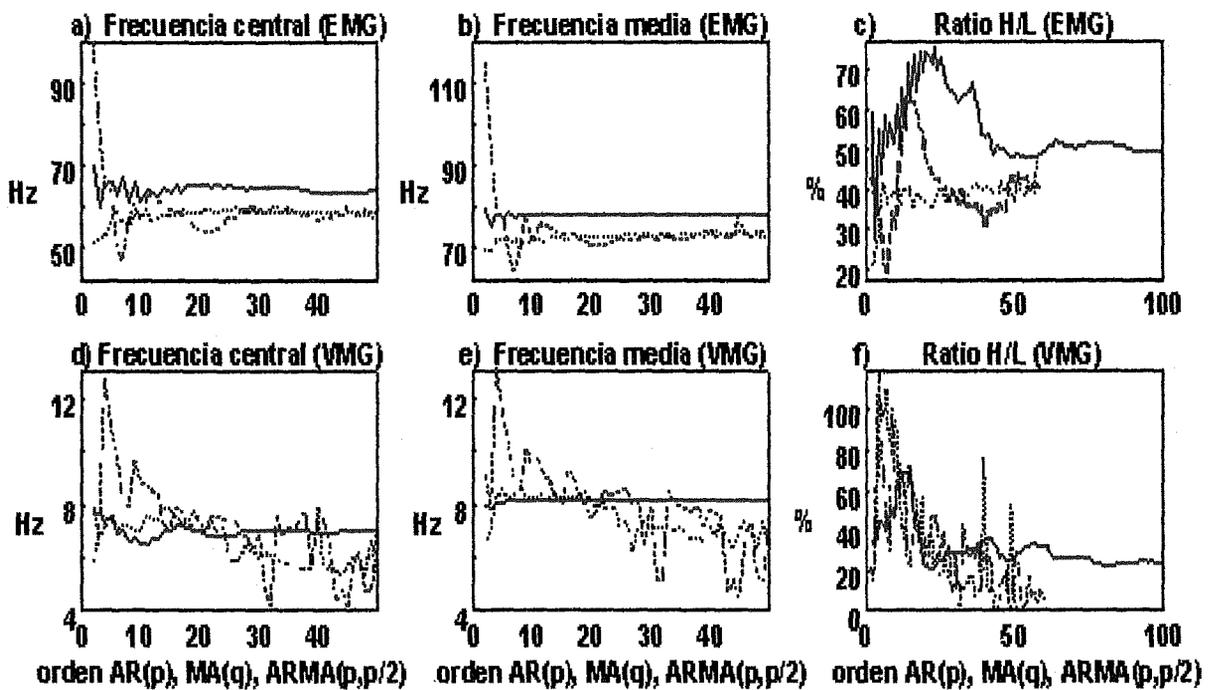


Figura 6.9: Evolución de los parámetros frecuenciales:  $f_c$ ,  $f_m$  y ratio H/L, en función del orden del modelo utilizado en el método paramétrico: AR (trazo azul continuo), MA (trazo rojo discontinuo) y ARMA (trazo negro de puntos) correspondiente a la señal EMG (a), b) y c) respectivamente) y señal VMG (d), e) y f) respectivamente).

La tabla 6.2 presenta la varianza de cada parámetro frecuencial normalizado con su valor medio con respecto a los diferentes valores de una variable en la estimación de la DEP: número de segmentos en el periodograma de Welch, longitud de la ventana en el correlograma y orden del modelo en los métodos paramétricos.

Se puede observar en todos los métodos de estimación que la  $f_m$  tiene el menor cociente varianza/media, y el ratio H/L tiene el mayor, tanto en la señal EMG como en la VMG. Esto implica que la  $f_m$  es el parámetro más robusto con respecto al método de estimación y el ratio H/L el menos robusto.

Método	Señal EMG			Señal VMG		
	$f_c$	$f_m$	RatioH/L	$f_c$	$f_m$	RatioH/L
Periodograma Welch	0.079	0.012	0.875	0.018	0.012	1.347
Correlograma	0.007	0.001	0.025	0.005	0.002	0.086
Modelo AR	0.040	0.001	1.273	0.008	0.001	3.892
Modelo MA	1.340	1.023	2.451	0.366	0.340	20.385
Modelo ARMA	0.055	0.013	0.501	0.103	0.067	25.680

Tabla 6.2: Cociente varianza/media de los parámetros frecuenciales ( $f_c$ ,  $f_m$  y ratio H/L) con respecto a la variable utilizada en el método de estimación: número de segmentos en el periodograma Welch, longitud de la ventana en el correlograma y orden del modelo en los métodos paramétricos. Los métodos no paramétricos utilizan la ventana Hanning para su estimación.

### 6.2.5 Influencia del estimador en la variabilidad entre ciclos respiratorios

En el Apartado 6.2.4 se ha analizado exhaustivamente la influencia de los diferentes estimadores en los parámetros frecuenciales cuya evolución ofrece información de la actividad y fatiga muscular. Se ha determinado los estimadores espectrales univariados más adecuados para cada señal miográfica y los índices del método aconsejables en la realización del estudio. Sin embargo, también es interesante analizar la influencia del estimador al calcular los parámetros frecuenciales en diferentes ciclos respiratorios correspondientes al mismo período de actividad muscular. En el Apartado 4.5 se explica que para cada carga soportada del protocolo incremental y en cada instante en % del TDT del protocolo mantenido se selecciona cinco ciclos respiratorios representativos donde, teóricamente, los parámetros frecuenciales deben estimar valores muy similares en cada uno de ellos y su variación no debe depender de los índices del estimador utilizados. Por tanto, se decide analizar en el presente Apartado la variabilidad entre ciclos respiratorios representativos.

En la figura 6.10 se presenta los valores de la desviación estándar de cada uno de los parámetros frecuenciales calculados sobre cinco ciclos ventilatorios en función del número de segmentos utilizado en el estimador periodograma de Welch. En la señal EMG, para valores de  $P$  superiores a 40 segmentos, como se determina en el Apartado 6.2.4, los valores de desviación estándar fluctúan sobre un cierto valor similar en las tres ventanas temporales utilizadas: rectangular, Bartlett y Hanning. Sólo en la desviación estándar de la  $f_m$  se visualiza una mayor fluctuación con el factor  $P$  con la ventana rectangular como sucedía en la evolución del mismo parámetro (ver figura 6.7). Por consiguiente, se aconseja también una ventana diferente a la rectangular referente a la variabilidad entre ciclos respiratorios. En la señal VMG se aprecia una mayor variación de la desviación estándar de la  $f_c$  y ratio H/L, especialmente con la ventana rectangular. Por ello, se desaconseja la utilización de este estimador en estas señales miográficas de igual forma que se observaba en el Apartado 6.2.4

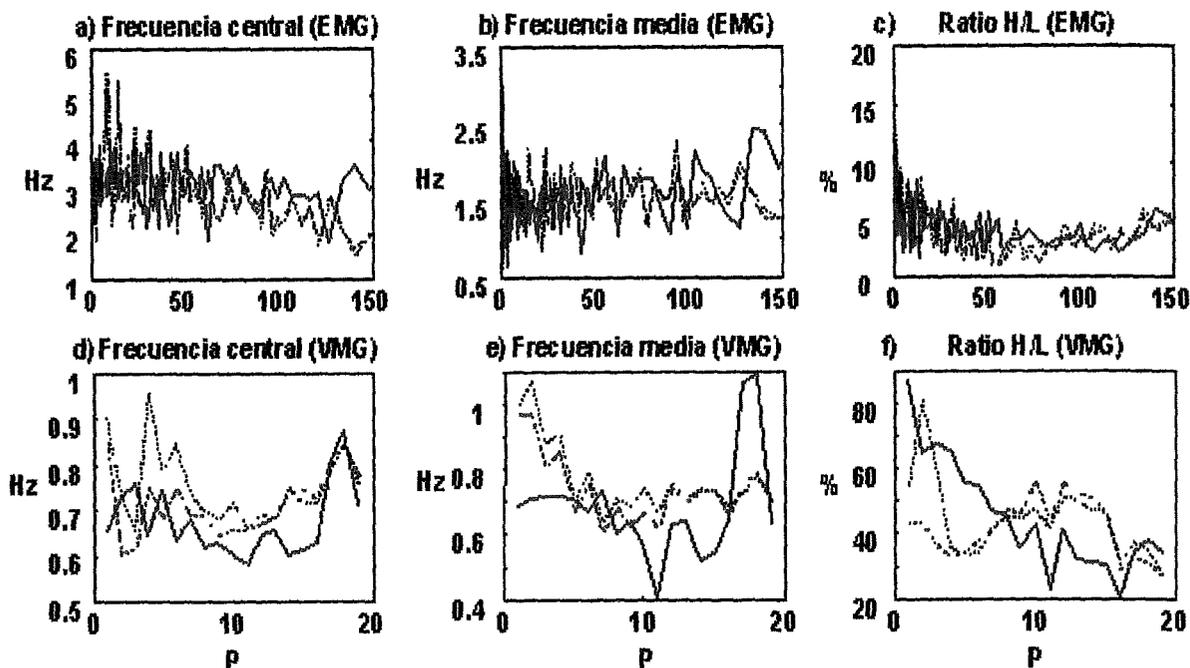


Figura 6.10: Evolución de la desviación estándar en cinco ciclos respiratorios de los parámetros frecuenciales:  $f_c$ ,  $f_m$  y ratio H/L, en función del número de segmentos utilizados en el periodograma de Welch correspondiente a la señal EMG (a), b) y c) respectivamente) y señal VMG (d), e) y f) respectivamente). Se aplica diferentes ventanas: rectangular (trazo azul continuo), Bartlett (trazo rojo discontinuo) y Hanning (trazo negro de puntos).

La desviación estándar de los diferentes parámetros frecuenciales calculados sobre cinco ciclos respiratorios en función de la longitud y forma de la ventana utilizada en el correlograma se muestra en la figura 6.11. De igual forma que sucedía al analizar la influencia del método en los mismos parámetros frecuenciales (ver figura 6.8) se observa que para ventanas diferentes a la rectangular (Bartlett y Hanning) con longitud aconsejada en el Apartado 6.2.4 superior al 10% de las muestras total del segmento se obtiene un valor constante de la desviación estándar. Esto sucede en ambas señales miográficas. Sin embargo, con la ventana rectangular dicha desviación depende mucho de la longitud de la ventana y se alcanza normalmente valores superiores a los alcanzados con las otras ventanas de retardo mostrando una mayor variabilidad entre ciclos ventilatorios.

En la figura 6.12 se muestra la desviación estándar de cada uno de los parámetros frecuenciales calculados sobre cinco ciclos ventilatorios en función del orden de los modelos en los métodos paramétricos. Debido a la aparición de picos espurios en los modelos MA y ARMA por el aumento de la varianza del estimador ante órdenes elevados como se explica en el Apartado 6.2.3 la desviación estándar alcanza valores muy altos en ciertos órdenes del modelo en la mayoría de parámetros frecuenciales, tanto en la señal EMG como en la VMG. El tercer método analizado y aconsejado en el Apartado 6.2.4, modelo AR, obtiene valores estables para órdenes 10 en la  $f_m$ , 20 en la  $f_c$  y 40 en el ratio H/L, de igual forma como sucedía al analizar la evolución del mismo parámetro frecuencial (ver figura 6.9).

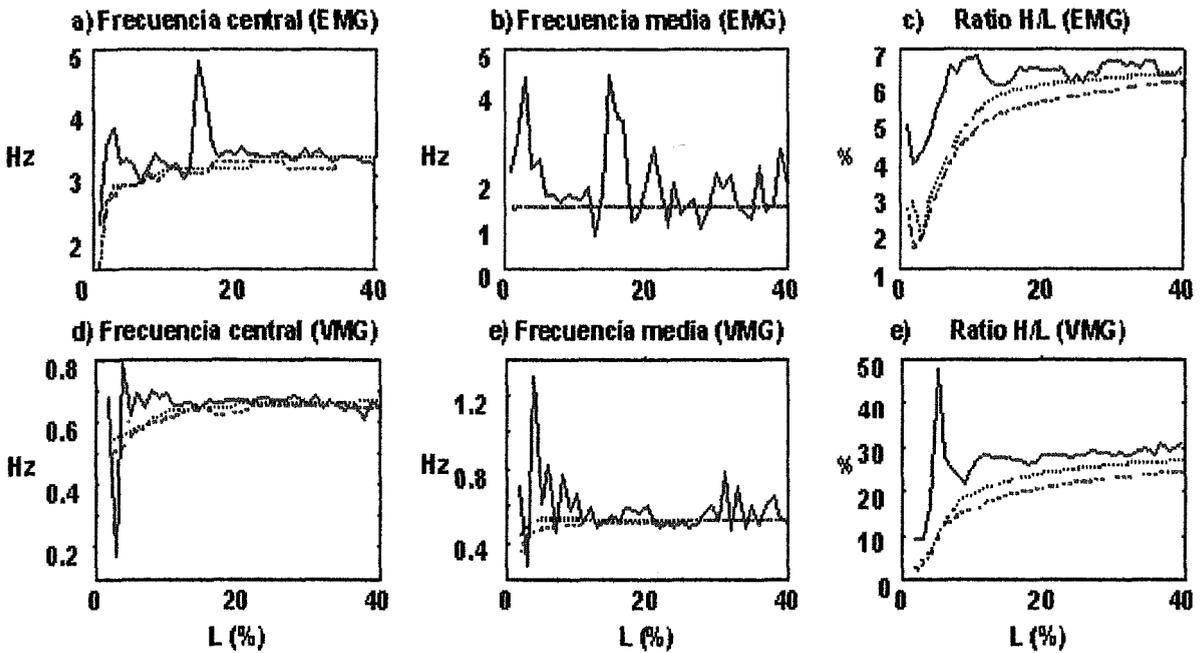


Figura 6.11: Evolución de la desviación estándar en cinco ciclos respiratorios de los parámetros frecuenciales:  $f_c$ ,  $f_m$  y ratio  $H/L$ , en función de la longitud de la ventana (% respecto al número total de muestras) utilizadas en el correlograma correspondiente a la señal EMG (a), b) y c) respectivamente) y señal VMG (d), e) y f) respectivamente). Se aplica diferentes ventanas: rectangular (trazo azul continuo), Bartlett (trazo rojo discontinuo) y Hanning (trazo negro de puntos).

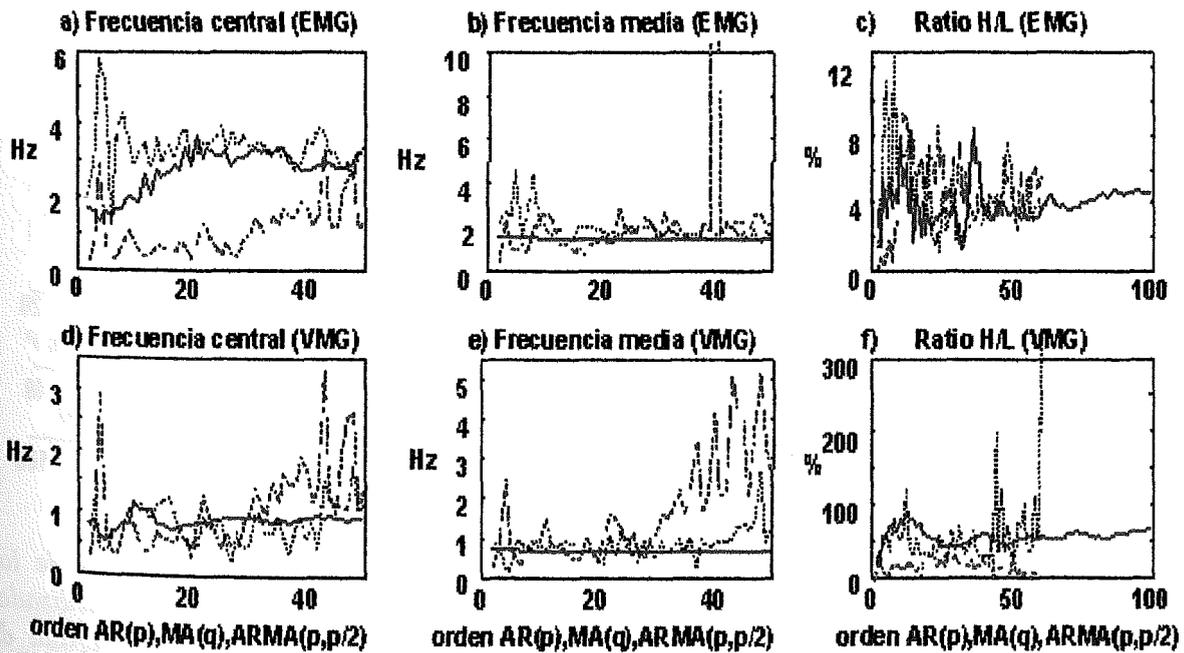


Figura 6.12: Evolución de la desviación estándar en cinco ciclos respiratorios de los parámetros frecuenciales:  $f_c$ ,  $f_m$  y ratio  $H/L$ , en función del orden del modelo utilizado en el método paramétrico: AR (trazo azul continuo), MA (trazo rojo discontinuo) y ARMA (trazo negro de puntos) correspondiente a la señal EMG (a), b) y c) respectivamente) y señal VMG (d), e) y f) respectivamente).

Por último, en la figura 6.13 se compara los tres estimadores espectrales univariados de mayor interés analizados en la presente tesis: periodograma de Welch y correlograma, ambos con una ventana Hanning, y modelo AR. De igual forma como sucedía en el Apartado 6.2.4, el parámetro frecuencial que presenta menor variabilidad entre ciclos respiratorios similares es la  $f_m$ , seguido de la  $f_c$  y el ratio H/L es el más sensible. En el rango de valores del índice del estimador aconsejado anteriormente los valores de la desviación estándar de los diferentes parámetros frecuenciales son muy similares presentando una variabilidad entre ciclos respiratorios equivalente.

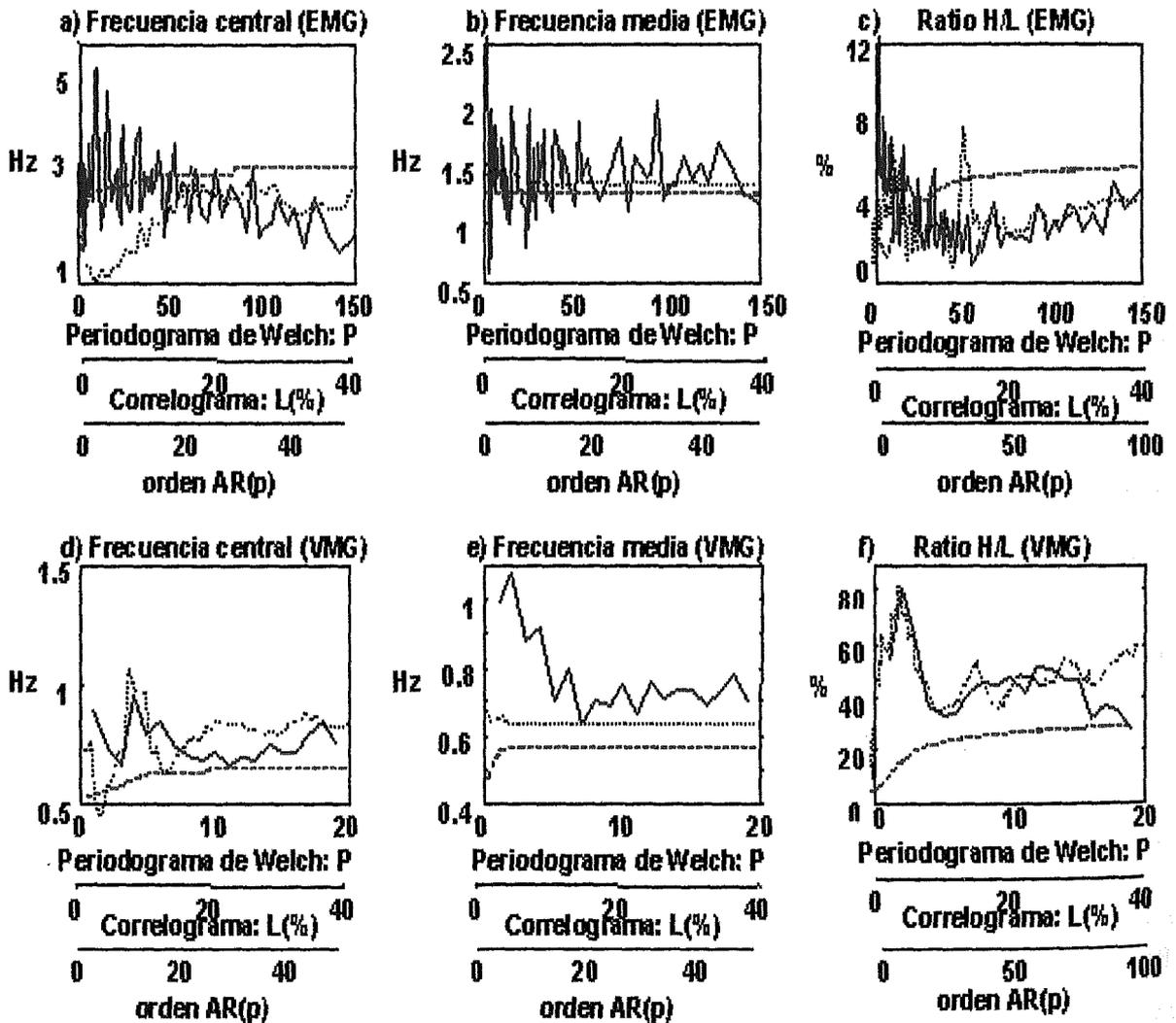


Figura 6.13: Evolución de la desviación estándar en cinco ciclos respiratorios de los parámetros frecuenciales:  $f_c$ ,  $f_m$  y ratio H/L, en función índice del estimador utilizado: número de segmentos en el periodograma de Welch (trazo azul continuo), longitud de ventana en el correlograma (trazo rojo discontinuo) y orden del modelo AR (trazo negro de puntos) correspondiente a la señal EMG (a, b) y c) respectivamente) y señal VMG (d, e) y f) respectivamente). Los métodos no paramétricos utilizan una ventana Hanning.

## 6.3 Resultados

### 6.3.1 Protocolo incremental

#### 6.3.1.1 Parámetro temporal

Se selecciona y analiza cinco ciclos respiratorios después de un período de acomodación de cincuenta segundos para cada carga inspiratoria. Se considera un período de acomodación porque se está interesado en las diferentes actividades ventilatorias forzadas que no están influenciadas en el impacto de la persona especialmente cuando empieza a respirar con una carga elevada.

Los valores cuadráticos medios (RMS) están normalizados como porcentaje del valor medio de cada individuo. De esta manera, se evita valores absolutos que dependen de la superficialidad del músculo y de la presión ejercida por una cinta sobre el sensor de contacto para sostenerlo contra el músculo.

En la figura 6.14 se muestra los valores RMS promedio y su desviación estándar sobre los seis pacientes con EPOC para las señales EMG y VMG en función de las cargas inspiratorias. La carga está referida como porcentaje de la máxima carga sostenida (MCS) alcanzada en el test incremental en cada sujeto para normalizar las diferentes duraciones y cargas máximas alcanzadas en el protocolo que dependen de factores que se desea eliminar como apariencia física, edad de la persona, etc. En ambas señales, se puede ver un incremento lineal del valor de RMS durante la carga. Ambas pendientes son muy similares como puede observarse en la figura 6.15, donde se representa el cociente de los valores RMS entre ambas señales ( $E_{rms}/V_{rms} \approx 1$ ).

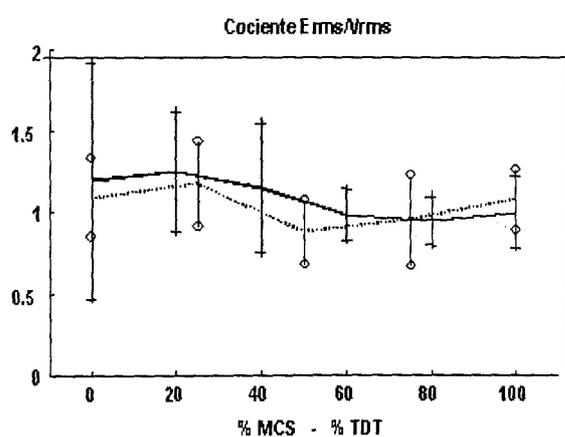
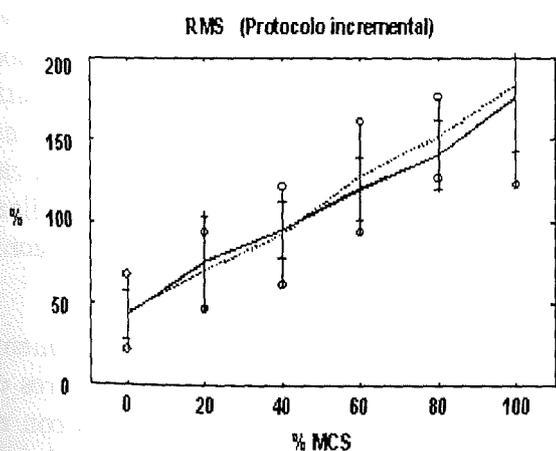


Figura 6.14: RMS (media de la población y desviación estándar) de la señal EMG (trazo continuo, +) y VMG (trazo de puntos, o) en porcentaje, en función del % MCS en la prueba IC.

Figura 6.15: Cociente de RMS entre señales EMG y VMG (media de la población y desviación estándar) en la prueba IC (trazo continuo, +) y M1 (trazo de puntos, o) en función del % MCS y del % TDT, respectivamente.

La variación relativa de este parámetro temporal para el primer cambio de carga (0 a 50g) puede ser un índice de interés. La figura 6.16 presenta la relación entre esta pendiente y el  $VEF_1$  que es un parámetro espirométrico relacionado con el nivel de severidad de la EPOC, en cada paciente para las señales EMG y VMG. Es destacable notar el comportamiento complementario en ambas señales miográficas.

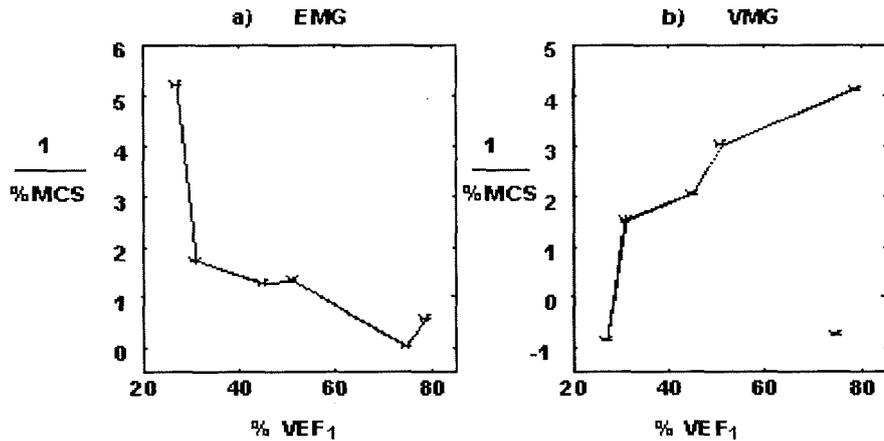


Figura 6.16: Pendientes del RMS en el primer incremento de carga en la prueba IC en función de  $VEF_1$ , para las señales a) EMG y b) VMG.

### 6.3.1.2 Parámetros frecuenciales

Se estudia la evolución de los tres parámetros frecuenciales ( $f_c$ ,  $f_m$  y ratio H/L) en función de la carga relativa durante el protocolo incremental de la misma forma que el parámetro temporal en el Apartado 6.3.1.1. Se analiza la influencia del estimador espectral univariable sobre dichos parámetros y la evolución de éstos. En la figura 6.17 se visualiza el valor medio de la  $f_c$  de los cinco ciclos respiratorios para cada carga con diferentes métodos de estimación para un paciente con EPOC con un alto nivel de severidad pulmonar obstructiva. El parámetro es muy sensible al estimador espectral utilizado, especialmente en la señal VMG y durante la actividad muscular cuando el paciente respira contra una carga inspiratoria superior a los 0g. En esta figura, se observa un comportamiento similar de la evolución de la  $f_c$  cuando se utiliza un modelo AR o el método correlograma con un orden y longitud de ventana, respectivamente, sugerido en el Apartado 6.2.4.

Cuando la carga inspiratoria aumenta de 0 a 50g, los parámetros  $f_c$  y  $f_m$  incrementan bruscamente en la señal EMG. Las siguientes cargas inspiratorias presentan valores casi constantes, como se muestra en la figura 6.17. Sin embargo, en otros pacientes con menor nivel de severidad pulmonar obstructiva se observa un efecto opuesto: una reducción brusca de los parámetros frecuenciales en la primera variación de la carga de 0 a 50g, y valores casi constantes con cargas superiores. De igual manera que el RMS, la pendiente del parámetro frecuencial correspondiente al primer cambio de la carga (0 a 50g) relacionada con el nivel de obstrucción pulmonar para cada sujeto puede ofrecer información interesante. La figura 6.18 presenta la relación entre esta pendiente y el  $VEF_1$  para cada paciente en las señales EMG y VMG mediante cuatro métodos espectrales.

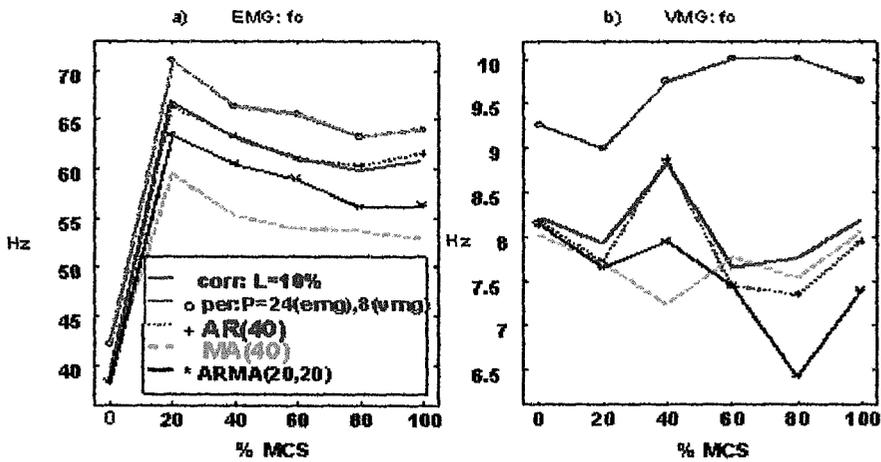


Figura 6.17: Valores de  $f_c$  (media de cinco ciclos respiratorios) de señales a) EMG y b) VMG, en función del %MCS en la prueba IC. La  $f_c$  se calcula a partir de la DEP estimada mediante diferentes métodos.

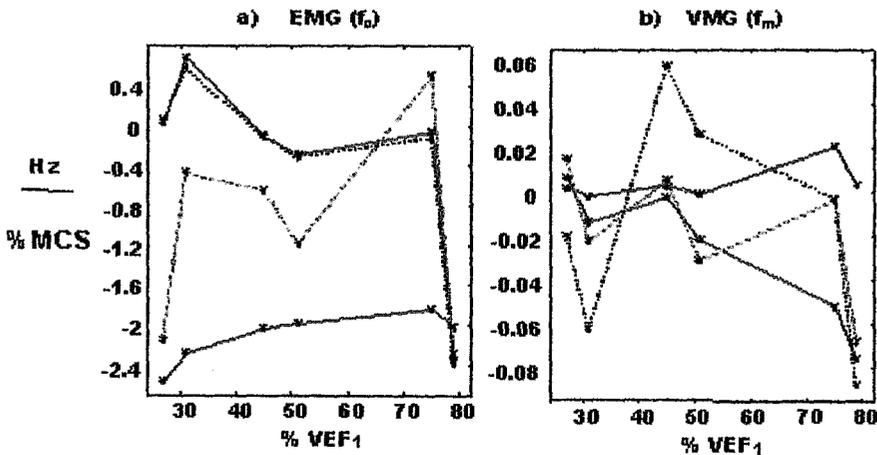


Figura 6.18: Pendientes de la  $f_c$  y  $f_m$  en el primer incremento de carga de la prueba IC en función del  $VEF_1$  para señales a) EMG y b) VMG, respectivamente. Los parámetros frecuenciales se calculan a partir de la DEP estimada mediante diferentes métodos: AR(40) (trazo rojo continuo), MA(4) (trazo azul continuo), ARMA(4,2) (trazo verde discontinuo) y correlograma cuando la longitud de la ventana Hanning es  $L=5\%$  (trazo negro de puntos).

La relación cambia mucho con el método espectral utilizado para estimar la DEP de las señales miográficas. Es destacable hacer notar que el correlograma con una ventana Hanning de longitud 5% del total de muestras es suficiente para aproximar los valores de pendiente a los obtenidos con un modelo AR con orden elevado en la señal EMG. Sin embargo, los resultados con ambos métodos son muy diferentes en la señal VMG.

Se obtiene en la figura 6.18 un comportamiento complementario de la relación entre la señal EMG y VMG similar al de la pendiente RMS en la figura 6.16. Un porcentaje bajo del parámetro clínico  $VEF_1$  corresponde a un nivel alto de obstrucción respiratoria. La linealidad de esta relación entre el parámetro frecuencial y el clínico es importante. En la tabla 6.3, se presenta valores de la pendiente de la regresión lineal y el coeficiente de regresión para cada estimador espectral univariable en las señales EMG y VMG. Se obtiene valores mayores en ambas variables utilizando un modelo AR con orden alto y métodos no paramétricos para la señal EMG. Sin embargo, en la señal VMG, la mayor pendiente y coeficiente de regresión se alcanzan únicamente con el modelo AR.

Método	$f_c$ (EMG)		$f_m$ (VMG)	
	Pendiente	Coefficiente r	Pendiente	Coefficiente r
Periodograma de Welch $P=8$ (EMG), $4$ (VMG)	-0.017	0.708	-0.0010	0.820
Correlograma $L=5\%$ (Ventana Hanning)	-0.016	0.722	-0.0005	0.189
Modelo AR(40)	-0.017	0.717	0.0014	0.950
Modelo AR(4)	-0.008	0.301	-0.0014	0.838
Modelo MA(4)	-0.004	0.801	0.0002	0.614
Modelo ARMA(4,2)	0.003	0.130	-0.0008	0.579

Tabla 6.3: Pendientes de la regresión lineal calculadas de la relación entre la pendiente del parámetro frecuencial en el primer incremento de carga de la prueba IC y el  $VEF_1$  para diferentes métodos de estimación espectral. Se muestra también los coeficientes de regresión ( $r$ ).

## 6.3.2 Protocolo mantenido

### 6.3.2.1 Parámetro temporal

Se selecciona y analiza diferentes conjuntos de cinco ciclos respiratorios, correspondientes al porcentaje de la duración total del tiempo del test respiratorio (TDT): 0, 25, 50, 75 y 100% (ver Apartado 4.5).

Valores del RMS para cada ciclo son normalizados como en el protocolo incremental (ver Apartado 6.3.1). En la figura 6.19, se muestra los valores promedio del RMS y su desviación estándar sobre los seis pacientes con EPOC para las señales EMG y VMG en la prueba M1. La evolución de estos parámetros se presenta en función del TDT para no considerar diferentes duraciones del ejercicio como se explica en el caso del protocolo incremental en el Apartado 6.3.1.

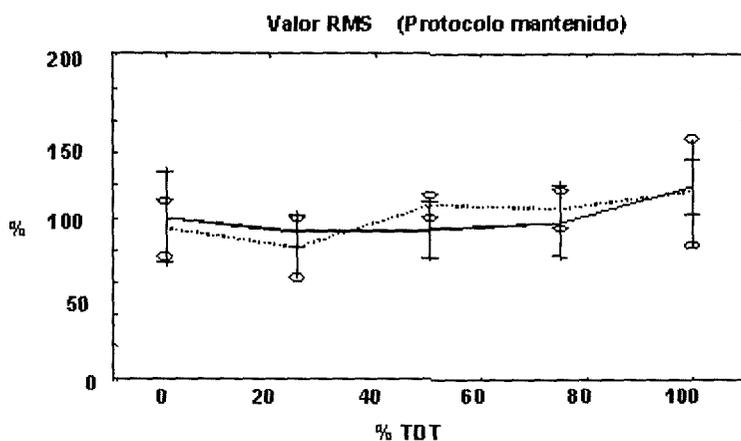


Figura 6.19: Valores del RMS (media de la población con EPOC y desviación estándar) de la señal EMG (trazo continuo, +), y VMG (trazo de puntos, o), en porcentaje, en función del %TDT en la prueba M1.

En ambas señales, se observa un valor casi constante durante el test con una ligera tendencia hacia valores superiores correspondiente a los dos últimos tramos del protocolo ventilatorio. En la figura 6.15, también se observa que el cociente de los valores RMS entre las señales EMG y VMG presenta la misma tendencia que en el protocolo incremental ( $EV_{rme} \approx 1$ ), mostrando un comportamiento similar en ambas señales miográficas.

### 6.3.2.2 Parámetros frecuenciales

Los valores de los tres parámetros frecuenciales y su evolución durante la prueba respiratoria depende considerablemente del estimador espectral univariable, como en el caso del protocolo incremental. Los parámetros son muy sensibles al método de estimación, especialmente en la señal VMG. En la figura 6.20, se presenta el ratio H/L de la DEP en

las señales EMG y VMG en función del TDT. Se calcula por medio de un modelo AR(40), que es el orden sugerido en el Apartado 6.2.4.

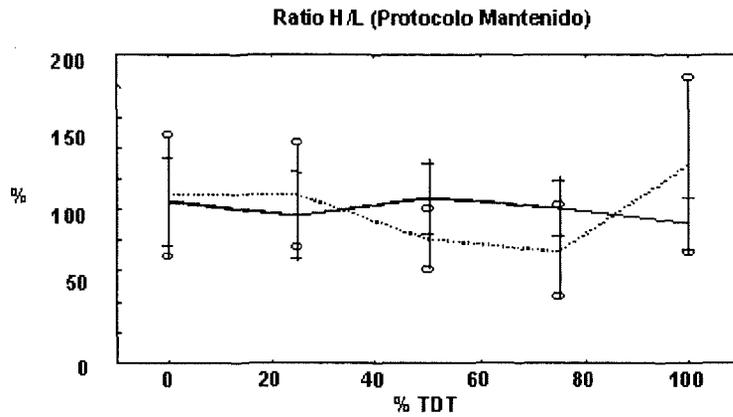


Figura 6.20: *Ratio H/L (media de la población con EPOC y desviación estándar) de la señal EMG (trazo continuo, +), y VMG (trazo de puntos, o), en porcentaje, en función del %TDT en la prueba M1.*

Se halla una ligera tendencia a la compresión espectral de la señal EMG en el último período del test (75-100% TDT), como un signo de posible fatiga muscular. Por el contrario, el ratio H/L en la señal VMG incrementa en el mismo periodo del test, mostrando por tanto una expansión espectral. Se relaciona esta última pendiente con la variable clínica  $VEF_1$  en cada sujeto.

En la figura 6.21 se muestra esta relación que puede indicar posible fatiga muscular del músculo ECM al final del protocolo en pacientes con mayor nivel de obstrucción pulmonar. El ratio H/L se calcula mediante diferentes estimadores de la DEP análogamente al caso del protocolo incremental (ver figura 6.18).

Se observa los mismos resultados que en el protocolo incremental: la relación cambia mucho con el método de estimación y los valores obtenidos con el correlograma y el modelo AR(40) son casi iguales en la señal EMG pero difieren en la señal VMG. En el caso del modelo AR, se observa pendientes opuestas entre las señales miográficas correspondientes a una compresión espectral en la señal EMG y una expansión en la señal VMG. Se obtiene mayores variaciones del parámetro frecuencial con mayores niveles de obstrucción pulmonar (menor  $VEF_1$ ).

En la tabla 6.4, se presenta una tabla análoga a la tabla 6.3 para estudiar la linealidad de esta relación. De igual forma que en la primera pendiente del protocolo incremental, se obtiene mayores pendientes y coeficientes de regresión en la regresión lineal con los métodos no paramétricos y el modelo AR(40) en la señal EMG. Sin embargo, sólo se obtiene valores altos simultáneamente en el modelo AR con orden elevado.

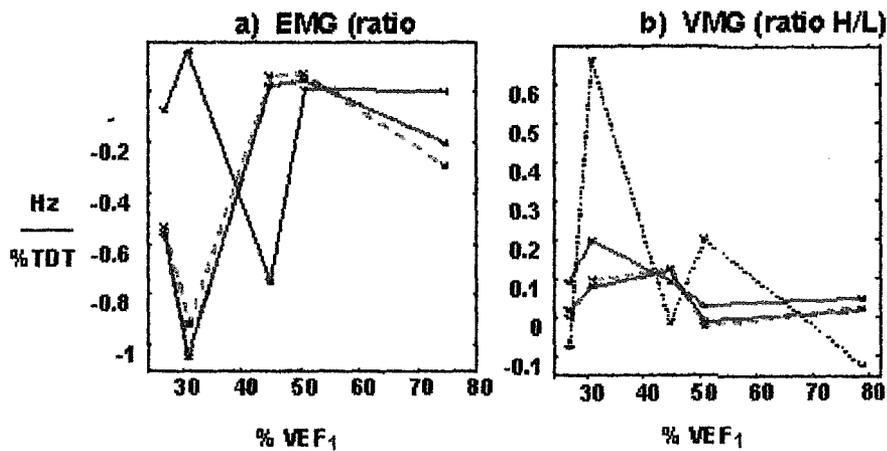


Figura 6.21: Pendientes del ratio H/L en el último período de la prueba M1 en función del  $VEF_1$ , para la a) señal EMG y b) señal VMG. Se calcula los parámetros frecuenciales de la DEP estimada mediante diferentes métodos: AR(40) (trazo rojo continuo), MA (trazo azul continuo), ARMA(4,2) (trazo verde discontinuo) y correlograma con longitud de la ventana Hanning  $L = 5\%$  (trazo negro de puntos). En ambas señales, no se considera un paciente debido a la elevada desviación estándar obtenida en los últimos cinco ciclos respiratorios.

Método	Ratio H/L (EMG)		Ratio H/L (VMG)	
	Pendiente	Coefficiente r	Pendiente	Coefficiente r
Periodograma de Welch $P=8$ (EMG), $4$ (VMG)	<b>0.013</b>	<b>0.598</b>	-0.0024	0.580
Correlograma $L=5\%$ (Ventana Hanning)	<b>0.014</b>	<b>0.583</b>	-0.0071	0.449
Modelo AR(40)	<b>0.013</b>	<b>0.588</b>	<b>-0.0020</b>	<b>0.634</b>
Modelo AR(4)	0.016	0.497	-0.0004	0.266
Modelo MA(4)	-0.000	0.000	-0.0008	0.300
Modelo ARMA(4,2)	0.010	0.481	-0.0007	0.209

Tabla 6.4: Pendientes de la regresión lineal calculadas de la relación entre la pendiente del parámetro frecuenciale en el último período de la prueba M1 y el  $VEF_1$  para diferentes métodos de estimación espectral. Se muestra también los coeficientes de regresión ( $r$ ).

## 6.4 Discusión y conclusiones

### Análisis del estimador espectral univariable

Se ha analizado en detalle las variaciones en sesgo, resolución y varianza de diferentes estimadores espectrales univariados con cambios en algunos parámetros de estimación y ventanas. Todo esto ha sido aplicado a las señales miográficas procedentes del músculo ECM.

Es conocido que los métodos no paramétricos son computacionalmente eficientes ya que utilizan la FFT y, por tanto, son adecuados para estudios exhaustivos como es el presente caso, donde los ejercicios tienen duraciones de varios minutos y el espacio de almacenamiento de datos es elevado. Sin embargo, dichos métodos estiman la DEP directamente del registro de muestras finito sin un modelo. Esto produce el efecto de *leakage* y las componentes frecuenciales pueden ser enmascaradas. Además, un bajo valor de  $L$  o elevado de  $P$  en el correlograma y periodograma de Welch, respectivamente, produce una pérdida de resolución en la DEP. Esta pérdida es mayor en la señal VMG debido al menor número de muestras en el segmento estudiado. Por el contrario, un valor de  $L$  alto y  $P$  bajo incrementa abruptamente la varianza del estimador.

En todos los métodos, incluidos los paramétricos, se obtiene un compromiso entre sesgo y varianza. Sin embargo, los métodos paramétricos estiman mejor la DEP porque no utilizan ventanas temporales y extrapolan los datos fuera del segmento de señal mediante el modelo obtenido. No obstante, no se encuentra una gran resolución con modelos MA y ARMA incluso con altos órdenes. Además, ellos se convierten en ineficientes para estos estudios debido a la gran complejidad computacional. El modelo AR presenta mucha mejor resolución incrementando el orden y es especialmente adecuado para señales VMG que presentan picos espectrales en un pequeño rango de frecuencias de la DEP. Aunque un orden excesivamente elevado produce picos espurios. Los criterios de predicción para estimar el orden obtienen valores muy diferentes y el más aconsejable es el mAIC.

Se observa de los resultados presentados en este capítulo que los parámetros frecuenciales que indican actividad y fatiga muscular son muy sensibles al método de estimación espectral, especialmente en las señales VMG y durante la actividad del músculo ECM cuando el paciente respira con una carga inspiratoria diferente de cero gramos. Los parámetros dependen de los siguientes factores:

- *Ventana utilizada en el método no paramétrico.*

Se obtiene una menor dependencia sobre el parámetro frecuencial con una ventana diferente a la rectangular, especialmente una ventana Hanning en el correlograma.

- *Número de segmentos a promediar los sample spectrums en el periodograma Welch.*

Se sugiere un valor superior a 40 para la señal EMG. Sin embargo, un valor demasiado elevado introduce un gran incremento del sesgo y el *leakage* del estimador espectral univariable. Este método se considera inadecuado para la señal VMG debido a la gran variabilidad de los parámetros frecuenciales con  $P$  elevado.

- *Longitud de la ventana de retardos en el correlograma.*

Se aconseja un valor de  $L$  aproximadamente entre 5 y 10% del total del número de muestras del registro de señal. Un valor superior incrementa mucho la varianza de la DEP.

- *Modelos paramétricos.*

Los modelos AR, MA y ARMA parecen suficientemente buenos con un orden considerable en la señal EMG, pero sólo los modelos AR son adecuados en la señal VMG.

- *Orden del modelo.*

Se determina un valor superior a 10 en el estudio de la  $f_m$ , 20 para la  $f_c$  y 40 para el ratio H/L. Este último orden coincide con el calculado con el  $mAIC$ . Ordenes superiores pueden producir picos espurios en la DEP.

Diversos estudios han analizado los errores y la sensibilidad de los parámetros frecuenciales con el ruido [Stulen y De Luca, 1981] [Hof, 1991]. En ellos, se encontró que la  $f_c$  es el más robusto al ruido y sensible a las variaciones en la DEP respecto a la  $f_m$  y el ratio H/L. Sin embargo, también se aceptó que la influencia del método de estimación espectral en el parámetro frecuencial no había sido analizada. Los resultados en este capítulo muestra que la  $f_m$  es la más robusta a las variables del estimador y el ratio H/L es el parámetro más sensible de los tres. La  $f_m$  presenta el menor ratio varianza/media mientras que el ratio H/L presenta el mayor en todos los métodos de estimación en las señales EMG y VMG. El mismo orden aparece al analizar la variabilidad entre ciclos respiratorios en períodos de similar actividad muscular. Se sugiere para estudiar la evolución de los parámetros frecuenciales durante un test respiratorio utilizar un modelo AR con alto orden o métodos no paramétricos en la señal EMG, y solamente modelos AR de orden elevado en la señal VMG.

#### Actividad y fatiga del músculo ECM en pacientes con EPOC

El análisis simultáneo de las señales EMG y VMG procedentes del músculo ECM muestran un comportamiento similar del valor RMS durante el protocolo incremental y el mantenido. De hecho, ambas señales poseen un incremento lineal del valor RMS con la misma pendiente en el protocolo incremental. En el protocolo mantenido, ambas señales siguen un valor casi constante. Por tanto, este parámetro temporal, que indica potencia de la señal, está relacionado claramente con el nivel de actividad del músculo ECM.

Al inicio del protocolo incremental, parámetros en el dominio temporal (RMS) y frecuencial ( $f_c$  y  $f_m$ ) muestran grandes variaciones debido al incremento de actividad entre cargas de 0 y 50 gramos. Las relaciones entre estas variaciones y el nivel de obstrucción pulmonar son complementarias en las señales EMG y VMG. Pacientes con alto nivel de severidad muestran un mayor incremento de la energía (RMS) y expansión de la DEP en la señal EMG que pacientes con un menor nivel de severidad. Esto puede estar relacionado con el reclutamiento de fibras para activar el músculo ECM al principio del

ejercicio. Sin embargo, la rigidez del músculo produce el efecto opuesto en la señal VMG: una reducción en la energía de la señal y una compresión en la DEP.

En el último período del protocolo mantenido, el análisis espectral muestra que el ratio H/L para las señales EMG decrece como signo de posible fatiga muscular, y su efecto es mayor en pacientes con alto nivel de obstrucción respiratoria. Por el contrario, el ratio H/L incrementa para la señal VMG en los mismos períodos del protocolo. Este último efecto puede estar producido por la rigidez y vibraciones más rápidas del músculo ECM cuando está cerca de la fatiga.

Por todo lo anterior, se ha comprobado que el músculo ECM está directamente involucrado en la función respiratoria. El nivel de energía de la señal en ambas señales EMG y VMG depende del nivel de actividad desarrollada por el músculo ECM. Este nivel de energía incrementa con la carga respiratoria soportada y tiene un valor casi constante cuando la carga es fija.

En resumen, se ha definido diversos criterios para estimar la DEP de las señales EMG y VMG y se ha identificado los mejores parámetros del estimador para analizar las variaciones de la función muscular en ciertos momentos del test ventilatorio. Además, el músculo ECM tiene un alto porcentaje de fibras FT que pueden permitir detectar más fácilmente variaciones del comportamiento del músculo en el dominio frecuencial durante un ejercicio respiratorio, como han mostrado los resultados en este capítulo. Parámetros obtenidos en el dominio temporal y frecuencial muestran mayor actividad muscular en esfuerzos respiratorios y diferente comportamiento muscular entre pacientes con diferentes niveles de obstrucción ventilatoria. Pacientes con mayor nivel de obstrucción pulmonar presenta mayores desplazamientos de la DEP al final del protocolo mantenido, como signo de fatiga, y al inicio del protocolo incremental en la DEP de las señales miográficas. Además, señales EMG y VMG ofrecen información complementaria de la función muscular porque las relaciones entre la variación del parámetro frecuencial y el  $VEF_1$  en cada paciente son opuestas en ambas señales. Por consiguiente, el análisis de las señales miográficas procedentes del músculo ECM puede convertirse en una herramienta no invasiva para estudiar patologías pulmonares.