

3 TEORÍA DE LA CODA

3.1 Introducción

Las heterogeneidades de la litosfera terrestre actúan como elementos dispersores de las ondas primarias para producir ondas secundarias y son las causantes de las anomalías de los parámetros geofísicos obtenidos experimentalmente, entre ellos la atenuación anelástica de las ondas sísmicas.

Aki (1969), a partir del análisis de las réplicas del terremoto de Parkfield (USA) de 1966, observó que el espectro de potencia de la coda medido en un tiempo dado desde el origen resulta independiente de la distancia epicentral. Diez años antes, Bisztricsany (1958) derivó una fórmula para obtener la magnitud a partir de la duración de los sismogramas basándose en que la duración total de los registros es independiente de la distancia epicentral para distancias inferiores a 110 Km. Esta última observación puede relacionarse con los resultados de Aki (1969). Esta observación ha permitido el desarrollo de fórmulas que permiten la estimación de la magnitud a partir de la duración de los terremotos para numerosas redes sísmicas (De Miguel et al., 1988).

Así pues, Aki (1969), fue el primero en enunciar la teoría de que las ondas de coda de los sismos locales son ondas retrodispersadas en las numerosas heterogeneidades existentes que pueden suponerse distribuidas aleatoriamente en la corteza y en el manto superior.

Estas ondas de coda forman la parte final de los sismogramas de terremotos locales que se registran en el rango de corto período. Situadas a continuación de las fases S_g / L_g , su amplitud decrece con el tiempo hasta confundirse con el ruido de fondo. Los estudios relacionados con los modelos de generación de ondas coda, su propagación y la información sobre las propiedades del medio que suministran, han ido tomando cada vez más importancia.

Otra consideración de importancia es que, para una misma región, el espectro de potencia de las ondas coda decae de la misma forma independientemente de la distancia epicentro-estación y de la magnitud.

La influencia del medio de propagación, y sobre todo del efecto de sitio, en las características finales de las sacudidas sísmicas hacen necesarios los datos y métodos que determinen la forma de esta influencia. Las ondas coda son, en este aspecto, una importante parte del sismograma que contiene información de la fuente sísmica, del camino de propagación y de la respuesta local de la estructura geológica en la estación de registro. Esta dependencia, respecto a las características del camino recorrido, se observa siempre, pero es mucho más acusada en el caso de altas frecuencias.

Las consideraciones anteriores constituyen aspectos específicos de las ondas de coda. A partir de ellas Aki y Chouet (1975) derivaron el modelo de retrodispersión simple (*Single Back-Scattering*) para explicar la generación de ondas de coda. Posteriormente este modelo fue modificado por Sato (1977,a,b) introduciendo la dispersión isótropa simple (*Single Isotropic Scattering*). Posteriormente algunas hipótesis de los modelos basados en el *scattering* simple tuvieron que ser revisadas y ello dio lugar a que la teoría evolucionara hacia modelos de *scattering* múltiple (Gao et al., 1983 a,b; Hoshiya, 1991).

Pero antes de entrar a describir los métodos de coda, se consideran algunos aspectos cualitativos relevantes.

3.2 Características de la coda

El vocablo coda es de origen italiano y proviene del latín *cauda-ae* significando cola, apéndice o el que está en último lugar. Por otra parte, el Diccionario de la Real Academia de la Lengua Española incluye el vocablo coda cuyo significado es: “adición brillante al período final de una pieza de música”. Es por ello que reciben el nombre de ondas sísmicas de coda aquellas que constituyen la parte final de los registros de sismos locales.

Las ondas sísmicas generadas como consecuencia de un terremoto o explosión subterránea se propagan en todas direcciones a partir del foco sísmico. En los registros sísmicos de período

corto se observa que la señal perdura después de la llegada de las ondas internas y superficiales, se trata de la vibración de coda. Esta vibración residual constituye la parte final del sismograma. La amplitud de esta vibración decae lentamente con el tiempo y este decaimiento es el mismo para todas las estaciones de registro y focos sísmicos situados en una misma región (Aki, 1969).

En el trabajo de Aki sobre el análisis de las ondas de coda se hace constar la gran influencia de los detalles del foco en las características propias de la coda de los sismogramas. De hecho, fue a partir de esta publicación cuando se despertó el interés por las ondas de coda ya que, demostró que el estudio de dichas ondas permite deducir importantes conclusiones sobre la atenuación anelástica. La escasa sensibilidad del espectro de la coda a las características de los diferentes recorridos epicentro-estación correspondientes a sismos locales, estimuló la determinación de métodos que permitieran aislar los efectos focales de los que corresponden a la trayectoria (Aki, 1969).

Posteriormente, utilizando este tipo de ondas, se han llevado a cabo importantes estudios relativos, por ejemplo, a explosiones provocadas (Scheimer y Landers, 1974), determinación de características de la Luna (Dainty et al., 1974), modelización teórica de la coda (Aki y Chouet, 1975; Aki, 1980a; Aki, 1980b), atenuación anelástica (Aki, 1982; De Miguel y Vidal, 1982; Singh y Herrmann, 1983; Herraiz y Mezcua, 1984; Phillips y Aki, 1986; Pujades, 1987; Pujades et al., 1990; Canas et al., 1991; Canas y Pujades, 1992) y predicción de terremotos (Lee et al., 1986). Estos y otros trabajos han ido configurando las características peculiares de este tipo de ondas de período corto que presentan una gran sensibilidad a los detalles del foco (Aki, 1969; 1980 a,b) y a la estructura de su recorrido.

En el caso concreto de la Península Ibérica, los estudios sobre atenuación sísmica empleando ondas de coda, arrancan con los trabajos de Herraiz y Mézcua (1984) y prosiguen con los de Canas et al. (1987), Pujades et al. (1990,1997), Ugalde (1997), Ugalde et al. (1998) y Canas et al. (1998). Ugalde et al. (1998) presentan una revisión de los estudios de coda efectuados en la Península Ibérica.

Como consecuencia de los estudios realizados, las características de las ondas de coda son cada vez mejor conocidas. Actualmente, no hay duda de que las ondas que forman la coda de

los sismogramas son importantes para llevar a cabo estudios de riesgo sísmico. Esto es debido a sus especiales características, entre las que podemos destacar las siguientes,

1. En el caso de terremotos locales, el contenido espectral de la parte inicial del sismograma depende de forma acusada de la distancia recorrida y de la naturaleza de la trayectoria de la onda hasta la estación. Por el contrario, las diferencias espectrales correspondientes a diversas estaciones que han recibido señales procedentes del mismo temblor, disminuyen en la zona posterior del sismograma, llegando a desaparecer por completo en la coda (Aki, 1956; Aki, 1969).
2. En el caso de terremotos locales, el espectro de potencia de ondas de coda decrece con el tiempo y es independiente de la distancia epicentral y de la naturaleza de la trayectoria epicentro-estación (Aki, 1969; Aki y Chouet, 1975).
3. El decrecimiento temporal mencionado en el punto anterior es también independiente de la magnitud del terremoto, al menos para sismos cuya magnitud es inferior a 6 (Aki, 1969; Aki y Chouet, 1975).
4. La coda está formada por ondas de frecuencia elevada que se manifiestan muy sensibles a los detalles del foco y a la estructura geológica y tectónica del camino recorrido.
5. La excitación de la coda depende también de la geología local de la estación. Por otra parte, la amplitud del ruido cultural tiende a ser proporcional al factor de excitación. Este factor de excitación puede ser entre 5 y 8 veces más grande en sedimentos que sobre rocas graníticas (Aki, 1969). Ambos fenómenos producen un efecto compensador y hacen que la duración total identificable en los sismogramas locales sea prácticamente independiente de la geología local. Por otra parte, también cabe tener presente esta dependencia cuando se trabaja con la excitación de la coda para determinar momentos sísmicos. Particularmente en estudios muy locales en que se trabaja con estaciones situadas en áreas de geología muy variada, es necesario introducir correcciones por geología local en superficie (Aki, 1982; Herraiz y Mezcua, 1984; Phillips y Aki, 1986).
6. Los estudios de coda permiten realizar deducciones, de una manera relativamente sencilla, sobre el proceso en el foco del terremoto.

En las figuras 3.1, 3.2 y 3.3 presentan diversos sismogramas pertenecientes a la red del IGN utilizados en este estudio.

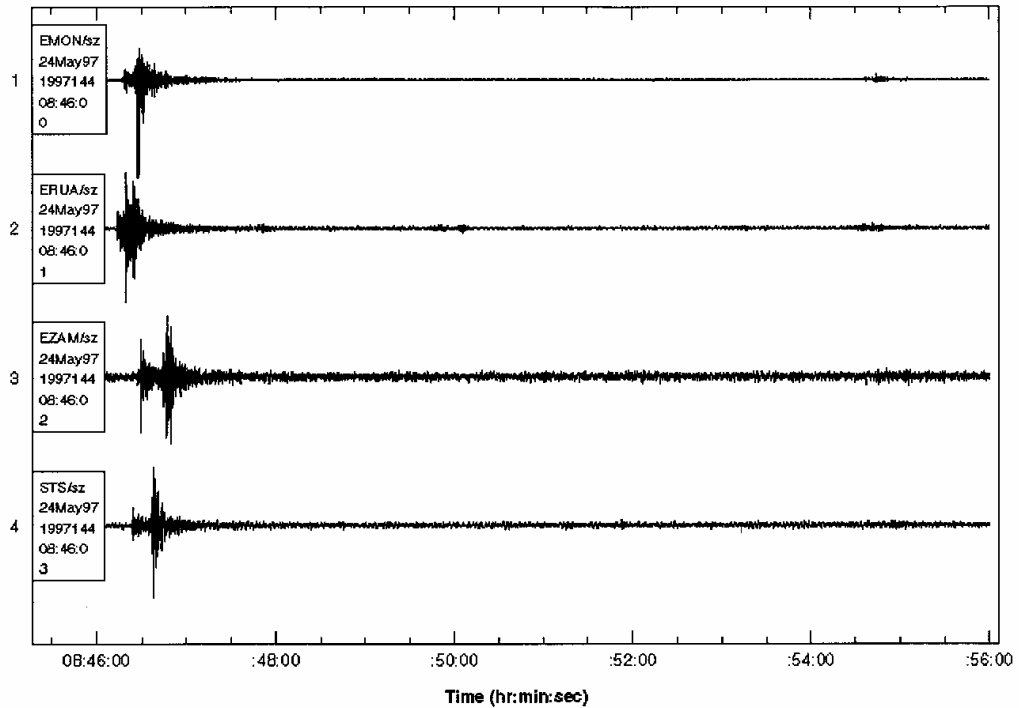


Figura 3.1 Sismogramas registrados en las 4 estaciones del IGN en Galicia el día 24 de Mayo de 1997. Los sismogramas corresponden a una réplica al sismo principal ocurrido en el área de Sarria-Becerreá y Triacastela de Lugo el 22 de Mayo de 1997.

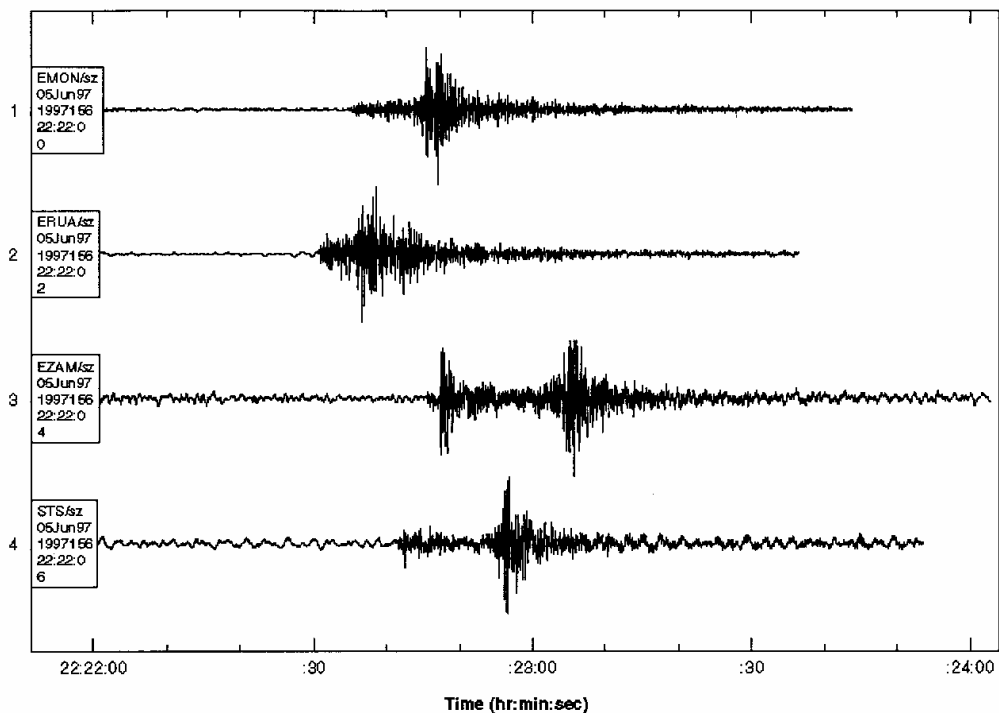


Figura 3.2 Sismogramas registrados en las 4 estaciones del IGN en Galicia el día 5 de Junio de 1997. Los sismogramas corresponden a una réplica al sismo principal ocurrido en el área de Sarria-Becerreá y Triacastela de Lugo el 22 de Mayo de 1997.

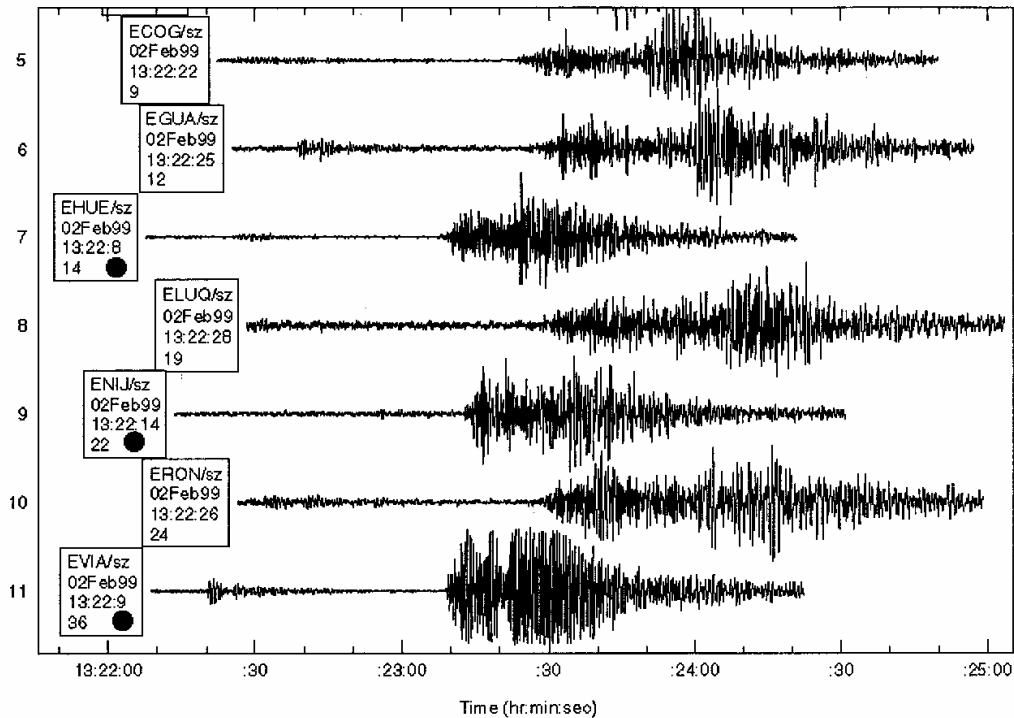


Figura 3.3 Sismogramas registrados en distintas estaciones del IGN en el sur peninsular el día 2 de Febrero de 1999 inmediatamente después del sismo principal correspondiente a la crisis de Mula (Murcia). Los registros correspondientes a las estaciones EHUE, ENIJ y EVIA han sido utilizados en el presente estudio.

3.3 Ondas coda. Modelos de dispersión simple

Aunque muchos autores como Aki (1956), Bisztriscany (1958) o Soloviev (1965) observaron algunas características peculiares de las ondas coda, se puede considerar al trabajo de Aki de 1969 como el primer intento de modelar y explicar la generación de las ondas coda. Observó que la coda parecía ser insensible a la naturaleza del camino y sugirió la posibilidad de un modelo en el que estuviese separado el efecto de la fuente sísmica y el camino sobre el espectro de potencia de las ondas coda. Su modelo se basaba en la suposición de que la coda estaba formada por ondas superficiales que llegaban después de haber sufrido *scattering*, uno sólo, con heterogeneidades distribuidas aleatoria pero uniformemente en el medio.

La idea de ondas superficiales se mantuvo hasta el trabajo de Aki y Chouet (1975) que introdujo dos modelos extremos de generación de ondas coda, el modelo de difusión y el modelo de retrodispersión simple. Posteriormente, Sato (1977a,b) introdujo una variante con el modelo de dispersión isótropa simple. Todos estos modelos están basados en el *scattering*

simple en heterogeneidades. Una recopilación de las teorías de *scattering* simple se encuentran en Herraiz y Espinosa (1986, 1987). A continuación se describen brevemente los principales modelos basados en *scattering* simple.

3.3.1 Modelo de Aki (1969)

Los espectros de coda presentan una débil sensibilidad a las características de los distintos recorridos epicentro-estación de sismos locales. Este hecho hace necesaria la búsqueda de métodos que permitan aislar los efectos focales de los debidos a la trayectoria, los cuales son comunes para diferentes sismos locales (Aki, 1969).

Para dar un soporte teórico que permita realizar estimaciones cuantitativas de los parámetros focales y regionales, Aki (1969) publica el primer modelo sobre generación de ondas coda. El modelo se fundamenta en las siguientes hipótesis,

1. Los dispersores se hallan distribuidos bidimensionalmente en la superficie de la Tierra. Esta distribución es aleatoria y homogénea.
2. Las ondas generadas en el foco y las secundarias que nacen de la interacción de las primeras con las inhomogeneidades son ondas de superficie de un mismo tipo y su velocidad de grupo no depende de la frecuencia.
3. Si r es la distancia epicentro-dispersor, R la distancia dispersor-estación y D la distancia epicentral, se acepta que $r \approx R \gg D$. Esta condición se cumple al considerar las últimas partes del sismograma ya que la parte final de la señal corresponde a dispersores más alejados.

Los obstáculos dispersores de las ondas primarias son la topografía irregular, una geología superficial compleja, heterogeneidades en las propiedades elásticas de las rocas, fracturas, fallas y cualesquiera otras discontinuidades en la corteza. Estos accidentes se encuentran concentrados en la parte más superficial de la Tierra y este hecho justifica la primera hipótesis. La segunda suposición es consecuencia de la primera ya que prácticamente todas las ondas internas se propagan por las partes más profundas donde se supone existen pocas heterogeneidades. La consideración de velocidad no dispersiva es una simplificación adicional del modelo y de forma implícita se supone la dispersión simple.

Estas primeras hipótesis tenían un fundamento experimental (Aki et al., 1958; Aki y Tsujiura, 1959) y a pesar de su simplicidad constituyen una primera aproximación al estudio de las heterogeneidades laterales.

En Aki (1969) y Herraiz (1982) se describe con detalle el formalismo matemático de este primer modelo.

3.3.2 Modelo de Aki y Chouet (1975)

Aki y Chouet (1975) propusieron dos nuevos modelos extremos que pudiesen explicar el fenómeno de generación de ondas coda. El primer modelo, conocido como modelo de retrodispersión simple (*Single Back-Scattering. SBS model*) añade las siguientes hipótesis,

1. Se produce un único proceso de *scattering* en heterogeneidades del medio de ondas internas a internas (S a S o bien P a P) o superficiales a superficiales. Este aspecto se encuentra confirmado por numerosos trabajos (Aki, 1980,a,b; Aki 1982).
2. La fuente y el receptor son coincidentes en el espacio.
3. Se considera un modelo de propagación de velocidad constante, con distribución homogénea pero aleatoria de heterogeneidades.

Este primer modelo considera un *scattering* débil ya que la fluctuación de los parámetros perturbados es pequeña comparada con sus valores medios. Por tanto se puede aproximar que la pérdida de energía de las ondas primarias y el efecto de múltiple *scattering* son poco relevantes. Esta aproximación, conocida como aproximación de Born (Born y Wolf, 1965), viola el principio de conservación de la energía, no obstante ha sido empleada en otras disciplinas como son la óptica y la física cuántica mostrándose muy útil ya que las predicciones teóricas y los resultados experimentales no presentan severas diferencias.

El segundo modelo propuesto por Aki y Chouet se basa en un *scattering* fuerte. En este modelo, contrario al primero, se tiene una pérdida de energía significativa respecto de la energía de la onda incidente. Esto significa que el cociente entre pérdida de energía y energía incidente es grande. Este modelo corresponde al caso de una dispersión muy fuerte y es válido únicamente cuando la distancia entre fuente y receptor es mayor que el recorrido medio libre. Está basado en los estudios de Chernov (1960) y Wesley (1965) y respeta la conservación de la energía, pero la interpretación del coeficiente de difusión para un medio heterogéneo no es

sencilla. El modelo fue descartado para sismogramas terrestres tras los trabajos de Dainty y Toksöz (1977,1981) y Kopnichev (1977), aunque explica satisfactoriamente los sismos lunares.

El conjunto de peculiaridades de las ondas de coda permiten considerar su espectro de potencia en la forma,

$$P(\omega, t) = S(\omega) \cdot C(\omega, t) \quad (3.1)$$

En $S(\omega)$ se encuentra la información de los parámetros focales de la fuente sísmica, mientras que $C(\omega, t)$ contiene información de las características locales o regionales del lugar. El término $C(\omega, t)$ no depende del camino directo epicentro-estación recorrido por las ondas generadas en el foco o primarias. $C(\omega, t)$ recoge información de todas las ondas generadas fuera del camino directo epicentro-estación o secundarias. Esto permite afirmar que $C(\omega, t)$ es una característica regional.

Las ondas primarias son las que se generan en el foco y las secundarias en la interacción de las primeras con las heterogeneidades distribuidas en una extensa área fuera del camino directo entre el epicentro y la estación (Aki, 1969; Aki y Chouet, 1975). Aki (1992) demuestra que las conversiones S-P son un orden de magnitud inferiores a las conversiones P-S, esto implica que las ondas S son dominantes en la coda (Zeng, 1993).

En definitiva, un número importante de trabajos han aportado evidencias que confirman la teoría de la retrodispersión (*backscattering*) y han establecido su validez como punto de partida de los diferentes modelos teóricos (Chouet, 1976; Rautian y Khalturin, 1978; Herrmann, 1980; Singh y Herrmann, 1983; Zeng, 1993).

En general los distintos métodos de coda modelan el espectro de potencia mediante la expresión:

$$P(\omega, t) = S(\omega) \cdot t^{-m} \cdot e^{\left(\frac{-\omega t}{Q}\right)} \quad (3.2)$$

m depende de la expansión geométrica del frente de onda y vale 1 para ondas superficiales y 2 para ondas internas.

Aki y Chouet (1975) propusieron la siguiente expresión para el espectro de potencia de las ondas de coda,

$$P(\omega, t) = \frac{\beta}{2} \cdot g(\theta) \cdot |\Phi_0(\omega, r)|^2 \quad (3.3)$$

siendo β la velocidad de las ondas S, $\Phi_0(\omega, r)$ la transformada de Fourier de las ondas primarias a una distancia r de la fuente, y $g(\theta)$ el coeficiente direccional de dispersión, definido como 4π veces la pérdida fraccional de energía por dispersión por unidad de propagación de las ondas primarias y por unidad de ángulo sólido en la dirección θ de radiación, medida sobre la dirección de propagación de la onda primaria (Aki, 1981).

Para el término $\Phi_0(\omega, r)$ Aki y Chouet propusieron la siguiente expresión,

$$\Phi_0(\omega, r) = |S(\omega)| \cdot r^{-1} \cdot e^{\frac{-\omega r}{2\beta Q}} \quad (3.4)$$

donde $S(\omega)$ es el espectro de la fuente, r^{-1} el coeficiente de expansión geométrica y Q el factor de calidad de la atenuación.

Linealizando la expresión (3.2) se obtiene la siguiente ecuación operativa (Aki y Chouet, 1975):

$$\ln[t^2 \cdot P(\omega, t)] = b(\omega) - \omega \cdot t / Q \quad (3.5)$$

donde $b(\omega)$ no depende del tiempo y $P(\omega, t)$ se calcula mediante el cuadrado de la amplitud de registro filtrado mediante un filtro de banda estrecha centrado en ω .

A partir de esta ecuación el factor de calidad se determina mediante una regresión lineal de $\ln[t^2 P(\omega, t)]$ contra ωt . Cabe recordar que este modelo supone dispersión isótropa simple y sitúa estación y epicentro en un mismo punto.

3.3.3 Modelo de Sato (1977)

El método de dispersión isótropa simple de Sato (1977) es una extensión del modelo propuesto por Aki y Chouet (1975). Este método considera el caso de fuentes y receptores no coincidentes, radiación esférica, dispersión isótropa y distribución homogénea e isótropa de

dispersores (*Single Isotropic-Scattering. SIS model*). Bajo estas hipótesis, Sato (1977) propuso la siguiente expresión para la densidad de energía de la coda a una frecuencia dada f ,

$$E_s(r, f | t) = \left[\frac{W_0(f) \cdot g_0(f)}{4\pi r^2} \right] \cdot K(t/t_\beta) \cdot e^{\frac{-2\pi f t}{Q_c}} \quad (3.6)$$

donde r es la distancia hipocentral, t el tiempo de propagación medido a partir del origen del sismo, t_β es el tiempo de propagación de la onda S, g_0 el coeficiente de dispersión y W_0 la energía total radiada por la fuente. La función $K(\alpha)$ es de la forma,

$$K(\alpha) = \frac{1}{\alpha} \cdot \ln\left(\frac{\alpha+1}{\alpha-1}\right) \quad (3.7)$$

que tiende asintóticamente a $K(\alpha) \approx 2/\alpha^2$ para $\alpha > 2$. En este último caso, la ecuación (3.6) corresponde al modelo de retrodispersión simple de Aki y Chouet (1975). A partir de este modelo, la razón de decaimiento de las amplitudes a lo largo de la coda (Q_c^{-1}) puede ser calculada mediante la expresión,

$$\ln\left[\frac{A_{obs}(f | r, t)}{k(r, \alpha)}\right] = \ln C(f) - \left(\frac{\pi \cdot f}{Q_c}\right) \cdot t \quad (3.8)$$

donde el término $A_{obs}(f | r, t)$ representa las amplitudes cuadráticas medias (*rms*) de los simogramas filtrados paso-banda con una frecuencia central f , $k(r, \alpha) = (1/r) K(\alpha)^{0.5}$. La función $K(\alpha)$ es la indicada en la ecuación (3.7), donde $\alpha = t / t_s$, siendo t_s el tiempo de llegada de la onda S y $C(f)$ una constante.

Para una cierta frecuencia central, el factor Q_c^{-1} se obtiene a partir de la pendiente de la línea recta que ajusta $\ln [A_{obs}(f | r, t) / k(r, \alpha)]$ en función de t .

El modelo de Aki-Chouet (1975) sólo representa bien las condiciones reales para tiempos de propagación más grandes. Rautian y Khalturin establecieron que la solución propuesta por Aki y Chouet era válida para tiempos de propagación superiores a dos veces el tiempo de propagación de la onda S. En cambio el modelo de Sato (1977), al considerar fuentes y

receptores no coincidentes, permite realizar el análisis de la coda inmediatamente tras la llegada de la onda S.

3.3.4 Método de Herrmann (1980)

Herrmann (1980) propuso un método de cálculo de Q_c realizando la hipótesis de que la coda estaba compuesta por ondas superficiales. El método de Herrmann parte de la expresión propuesta por Aki (1969) y que describe la amplitud promedio pico a pico $A(t)$ de la coda en un instante t .

$$\frac{A(t)}{\sqrt{8}} = I(f_p) \cdot Q^{1/4} \cdot t^{-1/2} \cdot \left| \frac{dt}{df_p} \right|^{-1/4} \cdot B(f_p) \cdot M_0 \cdot e^{-\pi \cdot f_p \cdot \frac{t}{Q}} \quad (3.9)$$

donde $I(f_p)$ es la amplificación de instrumentos a la frecuencia predominante observada en un tiempo t , Q es el factor de calidad (en este caso para ondas superficiales), M_0 el momento sísmico y $B(f_p)$ se define como,

$$B(f_p) = [2N(r_0)]^{1/2} \cdot \Phi_0(f_p, r_0) \quad (3.10)$$

donde $N(r_0)$ es el número de heterogeneidades dentro de un radio r_0 en el entorno del foco y $\Phi_0(f_p, r_0)$ expresa la excitación de las ondas secundarias reflejadas.

Utilizando una nueva variable $t^* = t/Q$, t^* representa el tiempo reducido, la ecuación (3.9) se puede escribir como,

$$\frac{A(t^*)}{\sqrt{8}} = Q^{-1/2} \cdot B(f_p) \cdot M_0 \cdot C(f_p, t^*) \quad (3.11)$$

donde $C(f_p, t^*)$ es la función de caída de la coda definida por

$$C(f_p, t^*) = I(f_p) \cdot t^{*-2} \cdot \left| \frac{df_p}{dt^*} \right|^{-1/4} \cdot e^{-\pi \cdot f_p \cdot t^*} \quad (3.12)$$

Esta ecuación requiere la especificación de la variación de la frecuencia predominante f_p con el tiempo.

Herrmann (1980) supuso que la frecuencia predominante observada en la coda es una función del espectro de la fuente del sismo, de la respuesta instrumental y del filtro Q de la tierra. No obstante, la ecuación (3.12) se puede evaluar en el caso de que se trabaje con sismos suficientemente pequeños como para que sus frecuencias esquina (*corner frequencies*) sean mayores que la frecuencia pico de la respuesta instrumental. En ese caso, el espectro de la fuente queda eliminado y el resultado de la multiplicación de los dos factores que quedan es un filtro al que están sometidas las ondas de coda. Este filtro tendrá una banda estrecha con un pico en la frecuencia f_p . El efecto de Q es disminuir la frecuencia predominante observada a medida que se consideren instantes de tiempo posteriores. Si se supone un valor particular de t^* la respuesta del citado filtro del sistema, por efecto del instrumento y de Q es,

$$\Phi(f, t) = I(f) \cdot e^{-\pi \cdot f \cdot \frac{t}{Q}} \quad (3.13)$$

Las frecuencias predominantes de la coda se pueden obtener maximizando la expresión (3.13). Maximizar dicha ecuación implica resolver una derivada parcial de $\Phi(f, t)$ respecto de f . Pero debe tenerse en cuenta que $\Phi(f, t)$ depende de Q . En paralelo debe recordarse que Aki y Chouet (1975) y Rautian y Kalturin (1978) observaron una dependencia frecuencial de Q , para el rango de períodos cortos. Esta dependencia frecuencial se expresa de la forma

$$Q(f, \nu) = Q_0(f_0) \cdot \left(\frac{f}{f_0} \right)^\nu \quad (3.14)$$

donde f_0 es la frecuencia de referencia (habitualmente 1 Hz); Q_0 es el factor de calidad obtenido para la frecuencia de referencia; f es la frecuencia expresada en Hz y ν es un exponente real.

El método seguido por Herrmann (1980) y aplicado posteriormente por diferentes autores (p.e. Singh y Herrmann, 1983) consiste en sustituir la expresión (3.14) en (3.13) y después realizar la derivación parcial respecto de f . El resultado que se obtiene es el siguiente,

$$t_0^* = \frac{I'(f_p)}{\pi \cdot I(f_p) \cdot (1-\nu)} \cdot \left(\frac{f_p}{f_0} \right)^\nu \quad (3.15)$$

donde $t_0^* = t / Q_0$, $I(f_p)$ es la respuesta del instrumento e $I'(f_p)$ su primera derivada. La resolución de esta ecuación se realiza normalmente mediante la computación de un ábaco de curvas maestras $f_p - t^*$ para cada instrumento, y su comparación con los resultados experimentales $f - t$.

No obstante, se observan algunas contradicciones, entre ellas que Q_0 depende de ν y, por tanto, no es una constante como indica la expresión (3.14). Por otro lado, $\nu = 1$ es un punto singular ($Q_0 = 0$).

Singh (1982) aplicó el método descrito para datos registrados en Estados Unidos. Singh y Herrmann (1983) realizaron la primera regionalización de Q para todo el territorio de Estados Unidos. Posteriormente Jin y Aki (1988) regionalizaron el valor de Q para toda China aplicando también este método. Canas et al. (1988) siguen este procedimiento para la Península Ibérica. Pujades (1987) incorpora una nueva modificación al método que sirvió para una regionalización del parámetro Q en la Península Ibérica.

Aunque el método de Herrmann y sus modificaciones se han considerado dentro del grupo de métodos que suponen dispersión simple, en realidad en sus hipótesis básicas no efectúa ninguna suposición sobre la naturaleza de la dispersión. Simplemente se optimiza el filtro de la expresión (3.13).

3.3.5 Modificación de Pujades (Pujades, 1987. Pujades et al., 1990)

Pujades et al. (1990) detectaron los problemas que planteaba el método de Herrmann (1980). Observaron que los valores de Q de coda dependen únicamente de la serie de frecuencias leída en los sismogramas (f_p) y no de todo el rango de frecuencias (f). De modo que en la expresión (3.13) Q es únicamente función de f_p y no de f . Será una constante cuando se derive y las nuevas curvas maestras toman la forma,

$$t_0^* = \frac{I'(f_p)}{\pi \cdot I(f_p)} \cdot \left(\frac{f_p}{f_0} \right)^v \quad (3.16)$$

Algunas de las características de estas nuevas curvas son que todas ellas pasan por la frecuencia de referencia f_0 y tienen un comportamiento asintótico en la frecuencia pico de la curva de amplificación.

Linealizando la expresión (3.16) se obtiene la ecuación,

$$\ln t = \ln Q_0 + \ln \frac{I'(f_p)}{\pi \cdot I(f_p)} + v \cdot \ln \left(\frac{f_p}{f_0} \right) \quad (3.17)$$

donde t es el tiempo; Q_0 el factor de calidad para la frecuencia de referencia; f_p la frecuencia predominante; v el exponente que indica el grado de dependencia frecuencial de Q_C ; I la respuesta instrumental e I' su derivada.

Conocida la respuesta instrumental de los aparatos empleados y leyendo sobre el sismograma las parejas (f_p, t) de la coda, la ecuación (3.17) permite realizar una regresión lineal y obtener una estimación de los parámetros Q_0 y v .

Pujades (1987) aplicó este método para una regionalización del parámetro Q en la Península Ibérica.

3.4 Modelos de dispersión múltiple

En el apartado anterior se han descrito las teorías de *Single Back-Scattering* y la teoría de *Single Isotropic-Scattering* como teorías de generación de las ondas coda y su propagación. En ambos modelos se consideraba la hipótesis de que el medio entre la fuente y el receptor, así como su entorno son homogéneos, y que el camino libre medio de las ondas moviéndose entre dos dispersores es lo suficientemente grande como para que el tiempo medio invertido en el camino libre sea mayor que la duración de la coda. Pero la Tierra es fuertemente heterogénea y por tanto la anterior suposición no puede ser aceptada de forma general. Se hace necesario pues, una teoría que tenga en cuenta múltiples efectos de *scattering* en el medio. En este apartado se explicaran distintos modelos de *scattering* múltiple que conducen a métodos de una estación para evaluar los parámetros del medio.

3.4.1 Modelo de Gao (1983, 1984)

El punto de partida para este modelo son las hipótesis utilizadas en el modelo de *Single Back-Scattering* de Aki y Chouet (1975). Si se supone que las ondas que han sufrido *scattering* múltiple tienen energías aditivas, entonces el espectro de potencia de las ondas coda, a una frecuencia angular ω , calculado en un instante t a partir del tiempo origen del terremoto, se puede escribir como,

$$P(\omega | t) = \sum_k P_k(\omega | t) \quad (3.18)$$

donde el índice k se refiere al *scattering* de orden k de la onda primaria.

Suponiendo *scattering* isotrópico sin conversión de ondas, Gao et al. (1983 a,b) desarrollaron un modelo de generación de ondas coda. Gao et al. (1983 a) lo hicieron para un modelo de Tierra bidimensional, y Gao et al. (1983 b) para un modelo de Tierra tridimensional. A continuación se describe brevemente el modelo tridimensional debido a su mayor generalidad. El procedimiento a seguir para obtener el modelo parte de la consideración inicial del *scattering* doble y posteriormente se hace una extensión a grados superiores.

Scattering doble

En esta aproximación se sitúa la fuente y el primer dispersor como focos de dos superficies elipsoidales concéntricas, estando separados ambos por una distancia r_1 (Figura 3.4). Como hipótesis se consideran fuente y receptor coincidentes en el espacio. En el volumen comprendido entre ambas superficies elipsoidales consideramos una distribución uniforme del conjunto de segundas heterogeneidades. Los ejes mayores de los elipsoides interno y externo son $2r-r_1$ y $2(r+dr)-r_1$, respectivamente, donde dr viene dado por,

$$dr = dt \cdot \left(\frac{v}{2} \right) \tag{3.19}$$

Para los dispersores entre dos superficies elipsoidales existen dos tipos de fuentes de ondas incidentes, una representada por $F \equiv R$ correspondiente a la fuente de ondas primarias, foco del sismo, y otra representada por H cuyo origen es el *scattering* de las ondas primarias por la primera heterogeneidad.

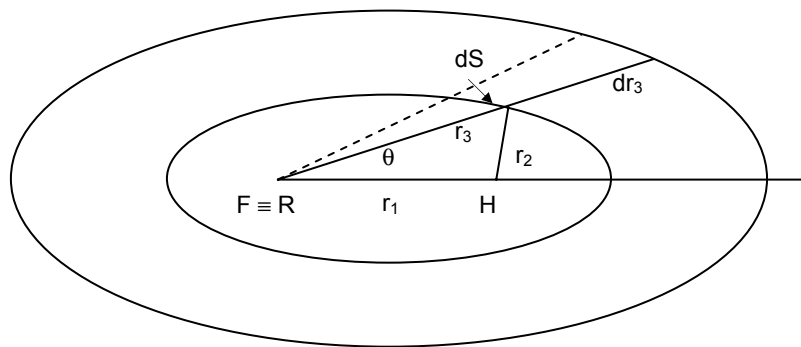


Figura 3.4 Geometría del problema de *scattering* doble según el modelo de Gao et al. (1983 a,b).

El cuadrado del espectro de amplitud, observado en el tiempo t debido al par de heterogeneidades del medio, y utilizando la geometría de la figura 3.4, se puede escribir como,

$$|\Phi_2(\omega | t)|^2 = \frac{\sigma^2}{16 \cdot \pi^2 \cdot r_2^2 \cdot r_3^2} \cdot \left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2 \cdot |\Phi(\omega | r_0)|^2 \cdot e^{\left[-\frac{\omega}{Q}(t-t_0)\right]} \quad (3.20)$$

donde r_0 es una distancia de referencia y r_2 y r_3 son las distancias desde el primer dispersor al segundo, y desde la segunda heterogeneidad al receptor respectivamente. $\Phi(\omega | r_0)$ es el espectro de amplitud de la onda incidente a una distancia r_0 de la fuente. A partir de este resultado se obtiene la densidad del espectro de potencia de las ondas que llegan en el intervalo de tiempo t y $t+dt$,

$$P_2(\omega | t) = K_2 \cdot \frac{n_0^2 \cdot \sigma^2 \cdot v \cdot S(\omega)}{r} \cdot e^{\frac{-\omega t}{Q}} \quad (3.21)$$

$$S(\omega) = r_0^2 \cdot |\Phi(\omega | r_0)|^2 \cdot e^{\frac{\omega t_0}{Q}} \quad (3.22)$$

donde n_0 es la densidad de heterogeneidades entre dos superficies elipsoidales, y K_2 se resuelve numéricamente y resulta igual a $\pi/8$.

Scattering triple y de orden superior

Utilizando el mismo procedimiento seguido para el modelo de *scattering* doble, se puede escribir el espectro de amplitud para el triple como,

$$|\Phi_3(\omega | t)|^2 = \frac{\sigma^3}{4\pi_2^2 \cdot 4\pi_3^2 \cdot 4\pi_4^2} \cdot \left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2 \cdot |\Phi(\omega | r_0)|^2 \cdot e^{\left[-\frac{\omega}{Q}(t-t_0)\right]} \quad (3.23)$$

donde r_1 , r_2 , r_3 y r_4 representan las distancias entre la fuente y la primera heterogeneidad, primera y segunda, segunda y tercera y entre la tercera heterogeneidad y el receptor, respectivamente.

De este modo y siguiendo la técnica empleada para el *scattering* doble se encuentra la densidad espectral de potencia $P_3(\omega | t)$ que resulta ser,

$$P_3(\omega | t) = K_3 \cdot n_0^3 \cdot \sigma^3 \cdot v \cdot S(\omega) \cdot e^{\frac{-\omega t}{Q}} \quad (3.24)$$

donde K_3 se resuelve numéricamente.

El procedimiento, extendido a ordenes de *scattering* superiores permite expresar la densidad del espectro de potencia de la forma

$$P(\omega | t) = v \cdot (n_0 \cdot \sigma)^3 \cdot S(\omega) \cdot e^{\frac{-\omega t}{Q}} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} [(n_0 \sigma r)^{i-3} K_i] \quad (3.25)$$

a partir de esta expresión se puede reescribir $P(\omega|t)$ como suma de la contribución debida al *scattering* simple y al *scattering* múltiple.

$$P(\omega | t) = P_s(\omega | t) + P_m(\omega | t) \quad (3.26)$$

donde

$$P_s(\omega | t) = \frac{n_0 \cdot \sigma \cdot v \cdot S(\omega)}{2 \cdot r^2} \cdot e^{\frac{-\omega t}{Q}} \quad (3.27)$$

y

$$P_m(\omega | t) = \frac{(n_0 \cdot \sigma)^2 \cdot v \cdot S(\omega)}{r} \cdot e^{\frac{-\omega t}{Q}} \cdot \sum_{i=2}^m [(n_0 \sigma r)^{i-2} K_i] \quad (3.28)$$

Observando $P_s(\omega|t)$ y $P_m(\omega|t)$ se aprecia una dependencia con t de la forma t^2 y t^{-1} respectivamente. Esto indica que después de un cierto valor del tiempo de viaje t , la contribución del *scattering* múltiple comienza a ser más importante que la del simple.

Gao et al. (1983 b) realizaron las integraciones de forma numérica de las expresiones K_i con el fin de calcular la contribución de cada término en $P_m(\omega|t)$. Los autores observaron que para

un orden de *scattering* superior a 7, su contribución al espectro de potencia es prácticamente nula. Utilizando hasta este orden de *scattering* obtuvieron un valor de $P_m(\omega|t)$ de la forma,

$$P_m(\omega|t) = \frac{1.23(n_0 \cdot \sigma)^2 \cdot v \cdot S(\omega)}{r} \cdot e^{\left(0.67 n_0 \sigma - \frac{\omega t}{Q}\right)} \quad (3.29)$$

Asimismo, estos autores demostraron que las estimas de Q_c utilizando la teoría de Aki y Chouet (1975) se hallaban sobreestimadas al no tener en cuenta los efectos de *scattering* múltiple con heterogeneidades del medio. Esta sobreestima era de 1.23 para un medio tridimensional. Actualmente existen trabajos que incorporan esta corrección a los valores de Q_c estimados con teorías de *scattering* simple (Novelo-Casanova, 1989).

La desventaja del modelo de Gao (1983 a,b) es que, al suponer coincidencia espacial de fuente y receptor, no permite separar en la práctica los valores de Q_i y Q_s de Q_t .

Dainty (1981) a partir de los resultados obtenidos por Gao et al (1983 a,b) hasta orden 7 de dispersión y con la suposición

$$Q_t^{-1} = Q_s^{-1} + Q_i^{-1} \quad (3.30)$$

obtiene, para la densidad del espectro de potencia, la siguiente expresión,

$$P(\omega|t) = \frac{2 \cdot \omega \cdot S(\omega)}{Q_s \cdot v^2 \cdot t^2} e^{-\frac{\omega t}{Q}} \cdot \left(1 + 1.23 \frac{\omega \cdot t}{Q_s} \cdot e^{(0.33 \omega t / Q_s)}\right) \quad (3.31)$$

Esta es la ecuación base del modelo que permite discriminar los valores de Q_i y Q_s . Esta ecuación no es invertible linealmente lo que hace necesario un método no lineal de inversión para determinar los valores de Q_i y Q_s .

3.4.2 Modelo de Transferencia Radiativa (Wu, 1985)

Wu en 1984 y en 1985, con el fin de separar el efecto de *scattering* en heterogeneidades del efecto de la atenuación intrínseca, aplica la teoría de la transferencia radiativa (Chandrasekhar, 1960) a la propagación de ondas sísmicas y formula la distribución de

densidad de energía, en el espacio, en el dominio de la frecuencia para una fuente puntual. En el modelo se considera tanto el caso de *scattering* isotrópico como el de un fuerte *scattering* en la dirección de propagación. A partir de la forma de la curva de distribución de energía se obtiene el albedo sísmico B_0 y ello permite separar los efectos del *scattering* en heterogeneidades del medio y la atenuación anelástica.

Wu (1985) para su desarrollo considera sólo ondas S y la coda para pequeños terremotos locales. Wu y Aki (1988) utilizaron este método para calcular la atenuación en la región del Hindu Kush; Toksöz et al. (1988) al noreste de Estados Unidos y Canadá; Mayeda et al. (1991) a California; Mc Sweeney et al. (1991) a Alaska y Fernández y Herraiz (1992) al sureste de la Península Ibérica.

3.4.3 Modelo de Flujo de Energía (Frankel y Wennerberg, 1987)

El modelo propuesto por Frankel y Wennerberg (1987) es un modelo basado en el siguiente dato experimental: La potencia de la coda es homogénea en la coda para intervalos de tiempo superiores a 2 veces t_s , siendo t_s el tiempo de viaje de la onda S.

Esto es, mientras la amplitud de la onda S que viaja directa decrece con la distancia debida a la expansión geométrica y a la atenuación, la amplitud de la coda en unos ciertos intervalos de tiempo después del tiempo origen permanece prácticamente constante para cualquier distancia epicentro-estación.

El modelo supone que la energía media de la coda es homogénea en un volumen esférico. El modelo no hace suposiciones respecto a si en el volumen de la coda se produce *scattering* simple o múltiple. El modelo describe la relación entre las propiedades de la coda, decaimiento en el tiempo y amplitud, y la atenuación intrínseca o de *scattering* en las heterogeneidades del medio.

A continuación se describen brevemente las dos variantes del modelo. La primera variante considera medios que no poseen atenuación intrínseca. La segunda variante considera medios con atenuación intrínseca y de *scattering*.

Medios sin atenuación intrínseca.

En este supuesto, la energía elástica total del medio, E_T , se conserva y permanece constante en el tiempo. Esta energía viaja con la onda primaria. Cuando se encuentra con una heterogeneidad, algo de esta energía es reflejada o dispersada y llega más tarde en la coda. Como no está presente el efecto de la atenuación intrínseca no hay pérdida de energía. Esto permite escribir,

$$E_T = E_D + E_C \quad (3.32)$$

Donde E_T es la energía total, E_D es la energía del frente de ondas directo y E_C es la energía que llega con la coda. La energía de la onda directa está sufriendo continuamente procesos de *scattering* hacia la estación de registro, para formar la coda, a medida que el frente de ondas se expande en el medio. Transcurrido un cierto tiempo t después del tiempo origen del terremoto, existe una pérdida de la energía directa debido al proceso de *scattering*. Llamando Q_S al factor de calidad de este proceso podemos expresar,

$$E_D = E_T \cdot e^{-\frac{\omega t}{Q_S}} \quad (3.33)$$

y también,

$$E_C = E_T \cdot \left(1 - e^{-\frac{\omega t}{Q_S}} \right) \quad (3.34)$$

Considerando que la densidad de energía de la coda, ϵ_C , es constante en el espacio, la amplitud de la coda A_C , observada en un receptor dentro de un volumen esférico sobre el que se propaga el frente de ondas, es proporcional a la raíz cuadrada de la densidad de energía de la coda. Si v es la velocidad media de propagación de la onda en el volumen, la densidad de energía en la coda resulta,

$$\varepsilon_C = \frac{E_C}{\left(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot t^3 \cdot v^3\right)} \quad (3.35)$$

donde t es el intervalo de tiempo transcurrido. Utilizando la ecuación (3.34) se obtiene,

$$\varepsilon_C = \frac{3 \cdot E_T}{4} \cdot (v \cdot t)^{-3} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\omega t}{Q_s}}\right) \quad (3.36)$$

teniendo en cuenta que,

$$A_C = \kappa \cdot (\varepsilon_C)^{1/2} \quad (3.37)$$

donde κ es una constante de proporcionalidad, se puede escribir,

$$A_C = \kappa \cdot \left[\frac{E_T \cdot (1 - e^{-\omega t / Q_s})}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (v \cdot t)^3} \right]^{1/2} \quad (3.38)$$

En κ se engloban todos los términos de proporcionalidad. Reordenando la última expresión se obtiene finalmente,

$$A_C = \kappa \cdot \left(\frac{3 \cdot E_T}{4 \cdot \pi}\right)^{1/2} \cdot (v \cdot t)^{-3/2} \cdot \sqrt{1 - e^{-\omega t / Q_s}} \quad (3.39)$$

Esta ecuación que describe el decaimiento de la coda teniendo en cuenta el efecto de *scattering* en las heterogeneidades del medio.

Medios con atenuación intrínseca y atenuación de *scattering*.

Si se consideran medios en los que tenga lugar un proceso de atenuación intrínseca y de *scattering* con las heterogeneidades del medio, es necesario añadir la contribución de la atenuación intrínseca a la fórmula del decaimiento de la coda. La atenuación intrínseca

provoca un decaimiento de la energía total con el tiempo. Si se expresa la atenuación intrínseca como Q_I , se puede expresar la energía total como,

$$E_T = E_0 \cdot e^{-\omega t / Q_I} \quad (3.40)$$

donde E_0 es la energía elástica inicialmente radiada por el terremoto. Sustituyendo E_T en la ecuación (3.39) se obtiene,

$$A_C = \kappa \cdot \left(\frac{3 \cdot E_0}{4 \cdot \pi} \right)^{1/2} \cdot (v \cdot t)^{-3/2} \cdot e^{-\omega t / 2 \cdot Q_I} \cdot \sqrt{1 - e^{-\omega t / Q_S}} \quad (3.41)$$

ecuación que describe el decaimiento de la coda teniendo en cuenta los efectos de atenuación anelástica y de *scattering* en heterogeneidades del medio.

Para intervalos cortos de tiempo y valores altos de Q_C , y desarrollando en serie de Taylor el término exponencial admite expresarse como,

$$e^{-\omega t / Q_S} = 1 - \frac{\omega \cdot t}{Q_S} + \dots \quad (3.42)$$

con lo que la expresión (3.41) se puede aproximar a

$$A_C \propto t^{-1} \cdot e^{-\omega t / 2 \cdot Q_I} \quad (3.43)$$

Se observa que esta ecuación es equivalente a la fórmula del modelo de *Single Back-Scattering* propuesta por Aki y Chouet (1975), con la salvedad de tener el término Q_I . Esto puede indicar la posibilidad de que Q coda, en la teoría de *Single Back-Scattering* sea una medida de Q intrínseca.

La única manera de poder calcular Q_I y Q_S con el modelo de Flujo de Energía es utilizando algún método de inversión no lineal. El problema se presenta en la fuerte dependencia de la solución respecto de los valores iniciales introducidos.

3.4.4 Modelo de Hoshiha (1991)

Hoshiha et al. (1991), propone el Método de las Ventanas Múltiples de Intervalos de Tiempo (*Multiple Lapse Time Windows. MLTW Method*). Este modelo, a pesar de que requiere hipótesis muy fuertes, permite separar las contribuciones de la absorción intrínseca (Q_i^{-1}) y la dispersiva (Q_s^{-1}) a la atenuación total (Q_t^{-1}). Con todo, este método también requiere de una gran calidad en los datos y una buena distribución espacio-temporal de los registros.

Hoshiha (1991) modeliza la distribución espacio-temporal de la energía de las ondas sísmicas multidispersadas mediante una simulación numérica por el método de Montecarlo (Gusev y Abubakirov, 1987; Abubakirov y Gusev, 1990). Se supone una dispersión isótropa y una distribución aleatoria y uniformemente distribuida de dispersores puntuales. Los resultados obtenidos con la simulación están de acuerdo (Hoshiha, 1992) con una solución integral del mismo problema obtenida por Zeng et al.(1991). La integral de la densidad de energía obtenida con la simulación, para un intervalo de tiempo muy largo, coincide con los resultados obtenidos por el método introducido por Wu (1985) basado en la teoría de transferencia radiativa (Ishimaru, 1978).

No obstante, Hoshiha (1991) observó que existen discrepancias entre la utilización de una ventana finita o infinita de tiempo, y ello puede introducir errores en la estimación de los parámetros de atenuación. Así, los valores del albedo encontrados por autores anteriores (Wu y Aki, 1988; Toksöz et al., 1988; Mayeda et al., 1991; Mc Sweeney et al., 1991; Fernández y Herraiz, 1992) pueden contener algunos errores debidos a la utilización de ventanas finitas de tiempo en la integración de la energía. Por tanto, no es apropiado comparar los resultados obtenidos a partir de ventanas finitas de tiempo con el modelo de Wu, basado en una ventana de tiempo infinita. En el caso de valores de g grandes la dispersión hace que la energía se distribuya al final del sismograma, y se puede subestimar la energía total si la ventana temporal de integración es pequeña (Hoshiha, 1991)

Para evitar el problema de las ventanas finitas de tiempo, Fehler et al. (1992) adoptaron un método denominado análisis por ventanas múltiples de intervalos de tiempo (*Múltiple Lapse Time Windows*), cuyas bases teóricas se hallan en un trabajo anterior (Hoshiha et al., 1991). El método se basa en comparar la energía observada de las ondas sísmicas, integrada sobre

varias ventanas finitas de tiempo consecutivas consideradas a partir de la llegada de la onda S, con la energía predicha por el modelo de multidispersión isótropa (Hoshiya, 1991; Zeng et al., 1991). Esta metodología fue aplicada por Fehler et al. (1992) a la región de Kanto-Tokai en Japón, hallándose valores del albedo sísmico y del coeficiente de dispersión a partir de sismogramas regionales, considerando la energía de tres ventanas consecutivas de tiempo en función de la distancia hipocentral. Hoshiya (1993), introduciendo algunas mejoras al método, obtuvo resultados para una red de estaciones situada en Japón. Para cada estación se calcularon dos parámetros (Wu, 1985):

- El albedo sísmico, $B_0 = Q_s^{-1} / (Q_s^{-1} + Q_i^{-1})$, definido como la razón adimensional de la pérdida por dispersión respecto a la atenuación total.
- El inverso de la longitud de extinción, $L_e^{-1} = (Q_s^{-1} + Q_i^{-1}) \omega / v$, que es la inversa de la distancia (en km) sobre la cual la energía de la onda S decrece en una proporción de e^{-1} .

El método de las ventanas múltiples también ha sido aplicado a otras regiones como son el sur de California (Jin et al., 1994), el sur de la Península Ibérica (Ugalde, 1996; Akinci et al., 1995) y oeste de Turquía (Akinci et al., 1995).

A continuación se describe brevemente la metodología de la técnica de análisis por ventanas múltiples de intervalos de tiempo.

Multidispersión isótropa y ausencia de atenuación intrínseca

El primer aspecto a resolver es la simulación, por el método de Montecarlo, de las distribuciones de la densidad de energía de las ondas sísmicas multidispersadas, en el espacio y en el tiempo, bajo las hipótesis de dispersión isótropa y sin considerar atenuación intrínseca. Se representará la propagación de la energía de la onda S a partir de la trayectoria de muchas partículas. Cada paquete de energía es radiado por la fuente en una dirección. En los lugares del espacio en que se halla un dispersor se produce un cambio de dirección de los paquetes de energía sin que se pierda energía por el efecto de atenuación intrínseca ya que Q_i se considera nula. La localización de los dispersores y la nueva dirección que orienta los paquetes de energía incidentes vienen dados por una función de probabilidad calculada para un cierto recorrido libre medio, g^{-1} , y suponiendo dispersión isótropa. El número de veces que el paquete de energía cambia de dirección corresponde al orden de dispersión que lo gobierna.

Se utilizan un gran número de paquetes de energía y muchos órdenes de dispersión para estimar la distribución espacio-temporal de la energía multidispersada de las ondas de coda.

En el proceso se calcula, en primer lugar, la densidad de energía correspondiente a cada orden de dispersión separadamente. A continuación estas funciones se suman para obtener la densidad de energía total. De este modo, la densidad de energía total contiene el efecto de todos los ordenes de dispersión.

Para simular numéricamente la densidad de energía de las ondas multidispersadas aplicando el método de Montecarlo, se asumen las siguientes hipótesis básicas (Hoshiya 1991):

1. A partir de una fuente puntual y en un intervalo de tiempo muy corto, radian esféricamente las ondas S.
2. No se producen conversiones de fase entre las ondas P y S. La energía de las ondas S (coherentes) se propaga con una velocidad constante β .
3. Los dispersores son puntuales y presentan una sección transversal de dispersión σ_0 , y están distribuidos aleatoriamente con una densidad uniforme n_0 (número de dispersores por unidad de volumen).
4. La dispersión es isótropa y la potencia de la dispersión por unidad de volumen se caracteriza por el coeficiente de dispersión $g = \sigma_0 n_0$.
5. La atenuación por dispersión viene dada por $Q_S^{-1} = g\beta / \omega$, donde ω es la frecuencia angular de la onda S.
6. Existe atenuación intrínseca definida por Q_i^{-1} . Esta atenuación es uniforme en el espacio.

Ugalde (1996) explica con detalle el algoritmo de simulación numérica, basado en el método de Montecarlo, seguido para la obtención de la función densidad de energía de *scattering* $E_S(r,t)$.

La simulación efectuada cumple el principio de conservación de la energía, hecho que fue demostrado por Hoshiya (1991). La energía total que sale de la fuente se divide en la contribución de energía de la onda directa y en la de la onda dispersada, para distintos ordenes de dispersión, del siguiente modo,

$$W_0 = W_0 \cdot e^{-g\beta \cdot t} + \int_0^{\beta \cdot t} E_S(r, t) \cdot 4\pi r^2 \cdot dr \quad (3.44)$$

donde W_0 representa la energía total radiada por la fuente; g es el coeficiente de dispersión; β la velocidad de las ondas S; t es el tiempo; r la distancia hipocentral y $E_S(r, t)$ la densidad de energía de las ondas multidispersadas cuya deducción se realiza con mucho detalle en Ugalde (1996). El factor $4\pi r^2$ corresponde a la corrección por expansión geométrica. El primer sumando del segundo miembro de la ecuación (3.44) corresponde a un decrecimiento de la energía de la onda directa debido a la dispersión y se denomina $W_d(t)$ mientras que el segundo sumando, cuya denominación es $W_S(t)$, representa la integral volumétrica de la energía de las ondas dispersadas.

Considerando los siguientes parámetros: Número de partículas de $W_0 = 5 \cdot 10^5$; $g = 0.01 \text{ Km}^{-1}$; $\beta = 3.5 \text{ Km} \cdot \text{s}^{-1}$; t variando de 0 s a 30 s con intervalos de $1/30 \text{ s}$; r variando de 1 a 100 Km , con intervalos de 1 Km y orden máximo de dispersión 20 , la conservación de la energía queda asegurada en un intervalo de tiempo de cálculo aceptable (Ugalde, 1996).

La energía total de las ondas dispersadas es la suma de las energías simuladas para cada orden de dispersión tal y como indica la siguiente expresión,

$$E_S(r, t) = \sum_{i=1}^n E_{Si}(r, t) \quad (3.45)$$

donde n es el orden máximo de dispersión. Así, a partir de la ecuación (3.44) la energía total dispersada para cada orden viene dada por,

$$W_S(t) = \sum_{i=1}^n W_{Si}(t) \quad (3.46)$$

donde $W_{Si}(t)$ es el resultado de la siguiente integral,

$$W_{Si}(t) = \int_0^{\beta t} E_{Si}(r, t) \cdot 4\pi r^2 \cdot dr \quad (3.47)$$

Considerando que la energía total dispersada puede escribirse como (Hoshiha, 1991),

$$W_S = \sum_{i=1}^n W_0 \cdot A_i \cdot (g\beta t)^i \cdot e^{-g\beta t} \quad (3.48)$$

y dado que la ecuación (3.44) permite escribir la energía de la onda directa como,

$$W_d(t) = W_0 \cdot e^{-g\beta t} \quad (3.49)$$

y la energía total como,

$$W_i(t) = W_d(t) + W_S(t) = W_0 \quad (3.50)$$

todo ello permite, finalmente, escribir la energía total del siguiente modo,

$$W_0 = W_0 \cdot \left[1 + g\beta t + A_2 \cdot (g\beta t)^2 + \dots + A_n \cdot (g\beta t)^n \right] \cdot e^{-g\beta t} \quad (3.51)$$

donde $A_n = 1/n!$.

En la figura 3.5 (Ugalde, 1996) se representan los valores de energía dispersada para cada orden de dispersión, obtenidos a partir de la simulación numérica, junto a las curvas teóricas dadas por la ecuación (3.48). Se observa la coincidencia entre las curvas teóricas y los valores procedentes de la simulación.

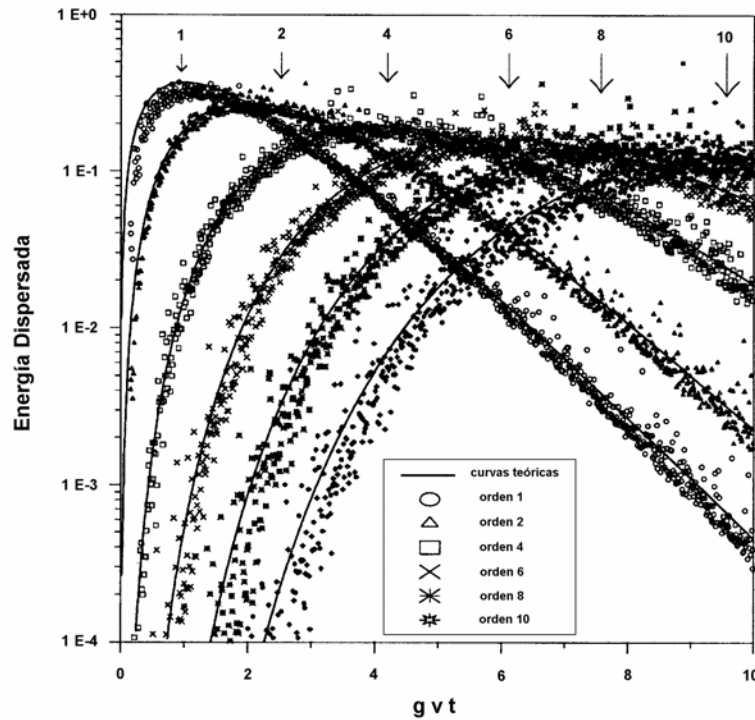


Figura 3.5 Energía dispersada para diferentes órdenes de dispersión ($g = 0.1 \text{ Km}^{-1}$). Los símbolos representan valores obtenidos a partir de la simulación y las líneas continuas son las curvas teóricas (Ugalde, 1996).

Finalmente Hoshiba (1991) demostró también que para $g \cdot \beta \cdot t \leq 0.1$, domina la dispersión débil, en cuyo caso los modelos de dispersión simple aproximan bien las distribuciones de la densidad de energía. Por otra parte, para $g \cdot \beta \cdot t \geq 10$ domina la dispersión fuerte, y, en este caso, son los modelos de difusión los que expresan correctamente los resultados de la simulación.

Multidispersión isotrópica con atenuación intrínseca

En este apartado se considerará la existencia de atenuación intrínseca en el medio. El objetivo es considerar este efecto y determinar la contribución de la absorción intrínseca y de la dispersión en la atenuación total.

Los sismogramas se pueden separar en tres tramos: un primer tramo que incluye la llegada de la onda directa más las primeras ondas de coda, un tramo intermedio constituido

exclusivamente por ondas de coda y un tramo final que incluye las últimas ondas de coda. Los dos últimos tramos están compuestos exclusivamente por ondas dispersadas.

Sea $E(r,t|\omega)$ la densidad de energía de la onda directa más las dispersadas a la distancia hipocentral r y tiempo de propagación t para la banda de frecuencias centrada en ω . Dado que las hipótesis observadas no consideran conversiones entre ondas de distintas frecuencias, la estimación de Q_i^{-1} y Q_s^{-1} se puede realizar en cada banda frecuencial independientemente y la densidad de energía se puede expresar como $E(r,t)$.

A partir de Hoshiya et al. (1991), la energía en función de la distancia hipocentral para cada una de las ventanas de tiempo en que se ha fragmentado la coda (T_1 , T_2 y T_3 a partir del tiempo de llegada de la onda S) viene dada por las expresiones siguientes,

$$4\pi r^2 \cdot E_1(r) = \exp(-\bar{L}_e^{-1} \cdot \bar{r}) + 4\pi \bar{r}^2 \cdot \frac{\bar{\beta}}{W_0} \int_{\frac{\bar{r}}{\bar{\beta}}}^{\frac{\bar{r}}{\bar{\beta}} + \bar{T}_1} E_s(\bar{r}, \bar{t}) \cdot \exp(-\bar{h} \cdot \bar{\beta} \cdot \bar{t}) \cdot d\bar{t} \quad (3.52)$$

$$4\pi r^2 \cdot E_2(r) = 4\pi \bar{r}^2 \cdot \frac{\bar{\beta}}{W_0} \int_{\frac{\bar{r}}{\bar{\beta}} + \bar{T}_1}^{\frac{\bar{r}}{\bar{\beta}} + \bar{T}_2} E_s(\bar{r}, \bar{t}) \cdot \exp(-\bar{h} \cdot \bar{\beta} \cdot \bar{t}) \cdot d\bar{t} \quad (3.53)$$

$$4\pi r^2 \cdot E_3(r) = 4\pi \bar{r}^2 \cdot \frac{\bar{\beta}}{W_0} \int_{\frac{\bar{r}}{\bar{\beta}} + \bar{T}_2}^{\frac{\bar{r}}{\bar{\beta}} + \bar{T}_3} E_s(\bar{r}, \bar{t}) \cdot \exp(-\bar{h} \cdot \bar{\beta} \cdot \bar{t}) \cdot d\bar{t} \quad (3.54)$$

donde,

$$\bar{L}_e^{-1} = \frac{\bar{g}}{B_0} \quad ; \quad \bar{T}_i = \frac{B_0 \cdot \bar{\beta}}{L_e \cdot \bar{g} \cdot \bar{\beta}} \cdot T_i \quad ; \quad \bar{h} = \bar{L}_e^{-1} \cdot (1 - B_0) \quad ; \quad \bar{r} = \frac{B_0}{L_e \cdot \bar{g}} \cdot r \quad (3.55)$$

de modo que el índice i recorre el conjunto $\{1,2,3\}$.

El primer término del segundo miembro de la ecuación (3.52) corresponde al decrecimiento de la energía de la onda directa debido a la atenuación total. El factor exponencial incluido en las integrales de (3.52), (3.53) y (3.54), refleja el efecto de la absorción intrínseca.

Las variables con barra son las utilizadas en la simulación y aquellas desprovistas de barra son variables reescaladas, es decir, los nuevos valores para los cuales se calcula la energía. El desarrollo de la simulación y otros detalles se describen en Ugalde (1996).

A partir de las curvas de distribución de la energía $4\pi r^2 \cdot E_1(r)$, $4\pi r^2 \cdot E_2(r)$ y $4\pi r^2 \cdot E_3(r)$ simuladas numéricamente, como funciones de la distancia hipocentral, es posible evaluar separadamente los parámetros B_0 y L_e^{-1} . El método consiste en calcular las curvas teóricas para varias parejas (L_e^{-1} , B_0) y compararlas con las observaciones. El proceso permite escoger la pareja que mejor ajusta las curvas observadas. En general, los valores de $B_0 > 0.5$ indican que la atenuación por dispersión es dominante, y valores de $B_0 < 0.5$ indican que la absorción intrínseca domina la atenuación.

A partir de estos parámetros, la atenuación total, la pérdida por dispersión y la absorción intrínseca se calculan mediante las expresiones:

$$Q_t^{-1} = L_e^{-1} \cdot \frac{\beta}{\omega} \quad (3.56)$$

$$Q_s^{-1} = B_0 \cdot Q_t^{-1} \quad (3.57)$$

$$Q_i^{-1} = (1 - B_0) \cdot Q_t^{-1} \quad (3.58)$$

siendo ω la frecuencia angular y β la velocidad de las ondas S.

Los factores de calidad total, intrínseco y dispersivo, se relacionan mediante la ecuación (Dainty, 1981),

$$Q_t^{-1} = Q_i^{-1} + Q_s^{-1} \quad (3.59)$$

Pujades et al. (1997) proponen un método sencillo y eficaz para estimar los factores de Calidad intrínsecos y dispersivos a partir del análisis de la dependencia frecuencial del factor de calidad Q_c . Bajo determinadas hipótesis, $Q_c^{-1} = Q_i^{-1} + Q_s^{-1}$ y, además $Q_c = Q_0 f^\nu$ siendo Q_0 el factor de calidad a 1 Hz y ν el parámetro que rige la dependencia frecuencial. Bajo esta hipótesis se cumple que:

$$Q_i = \frac{Q_0}{1-\nu} \cdot f_0^\nu \quad (3.60)$$

$$Q_s = \frac{Q_0}{\nu} \cdot f_0^\nu \quad (3.61)$$

siendo f_0 una frecuencia de referencia que suele tomarse igual a 1 Hz.

Pujades et al. (1997) aplicaron el método a la cuenca de Almería hallando una excelente correlación entre la tectónica, geología y valores de los factores de calidad. La atenuación intrínseca es mucho más sensible a las características geológicas del medio mientras que la atenuación dispersiva se relaciona con las heterogeneidades del medio.

La figura 3.3 presenta los mapas de distribución de los factores de calidad obtenidos. La figura permite observar la mayor sensibilidad del factor de calidad intrínseco a las variaciones geológicas del medio.

La deducción de las expresiones 3.60 y 3.61 suponen que Q_c representa la Q_i y que la Q_i no depende de la frecuencia por lo que su aplicación indiscriminada puede inducir a errores o interpretaciones incorrectas.

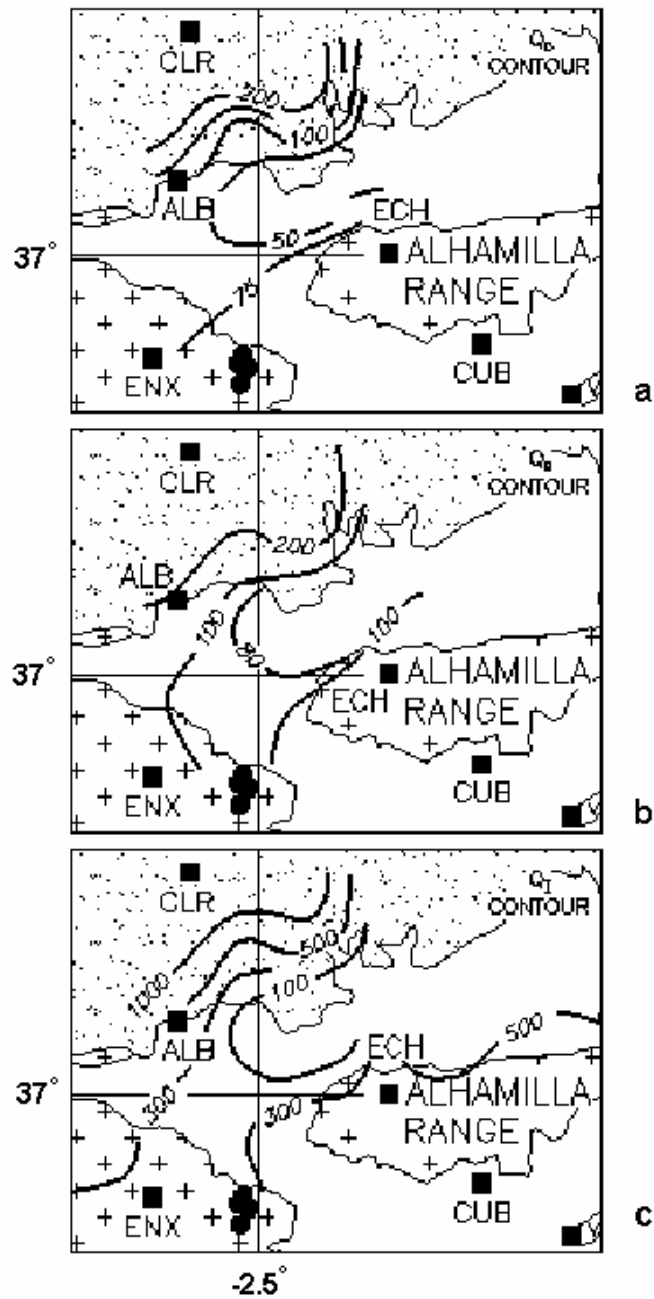


Figura 3.6 Mapa de distribución de los factores de calidad obtenidos a partir de la coda (3.6.a), el factor de calidad dispersivo (3.6.b) e intrínseco (3.6.c). (Pujades, 1997)

3.4.5 La ecuación integral de Zeng (1991)

La energía teórica para unos ciertos tiempo de propagación y distancia hipocentral se calcula a partir de la siguiente ecuación integral (Zeng et al., 1991):

$$E(\vec{r}, t) = E_0 \left(t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}_0|}{\beta} \right) \frac{e^{-L_e^{-1} |\vec{r} - \vec{r}_0|}}{4\pi \cdot |\vec{r} - \vec{r}_0|^2} + \int_V \left[g E \left(\vec{r}_1, t - \frac{|\vec{r}_1 - \vec{r}|}{\beta} \right) \frac{e^{-L_e^{-1} |\vec{r}_1 - \vec{r}|}}{4\pi \cdot |\vec{r}_1 - \vec{r}|^2} \right] \cdot dV_1 \quad (3.62)$$

siendo $E(r,t)$ la densidad de energía sísmica tridimensional por unidad de volumen para una fuente puntual situada en la posición r_0 en el instante $t = 0$. El primer término de la parte derecha de la expresión anterior representa la energía de la onda directa, y el segundo es la contribución de todos los órdenes de energía dispersada, siendo $g = L_e^{-1} \cdot B_0$ el coeficiente de dispersión. Esta ecuación se puede resolver numéricamente para varias combinaciones de B_0 y L_e^{-1} (Pujades et al., 1997; Canas et al., 1998; Ugalde et al., 1998, Ugalde et al., 2001).

3.5 Resumen y conclusión

En este capítulo se han revisado el conjunto de modelos que han tratado la generación de ondas coda. Se ha dividido el conjunto de modelos en dos grandes grupos; Los modelos cuya hipótesis de partida es la dispersión simple, y, por otro lado, los modelos que se apoyan en la dispersión múltiple.

Una vez descrita la teoría de los distintos modelos se detalla el modo en que cada uno de ellos permite obtener los parámetros de atenuación sísmica.

La mayoría de modelos comparten la hipótesis de dispersión isótropa y distribución homogénea de dispersores. Sin embargo, la Tierra responde al modelo de un medio estratificado. La mejora de los modelos requiere considerar el efecto de la anisotropía y la

distribución no homogénea de dispersores. Sería interesante incluir también una dependencia con la profundidad de los parámetros de atenuación intrínseca y dispersiva. Por otra parte se tiene una variación importante de la velocidad con la profundidad.

En conclusión, es necesario extender los modelos considerando las hipótesis de medio estratificado dependiente de la profundidad con el propósito de contemplar la no-uniformidad de los parámetros de atenuación.