

## CAPÍTULO V PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO DEL MOTOR DE CHAPAS

### 5.1 INTRODUCCIÓN

Una vez construidos los prototipos y realizados los ensayos y simulaciones pertinentes, se comprobó que algunas de las suposiciones teóricas planteadas a priori de la investigación se ajustaban a la realidad, pero en cambio otras discrepaban de lo preestablecido. Esto es normal ya que estábamos probando un motor completamente nuevo del que no disponíamos de ninguna información previa ni tan siquiera para su comparación con otros modelos. Es decir, solamente contábamos con las hipótesis teóricas que nos llevaron a creer que podía ser un buen motor y precisamente esto era lo que intentábamos demostrar.

Era pues el momento de replantearnos el estudio teórico inicial, aprovechando la experiencia adquirida con el transcurso de la realización de la tesis. Por este motivo es por el que este capítulo del principio de funcionamiento del motor se incluye después de haber realizado las pruebas y simulaciones y no al principio del trabajo como podría parecer más lógico.

En concreto, y en primer lugar, se analizará en este capítulo, el estator recordando que éste no difiere del estator convencional de un motor asíncrono trifásico de jaula de ardilla, para posteriormente entrar en el estudio del rotor de chapas, el cual si presenta notables diferencias con respecto al rotor de jaula.

### 5.2 CAMPO MAGNÉTICO CREADO EN EL MOTOR DE CHAPAS

Las particularidades que introduce en el estator el rotor de chapas son palpables en la distribución de su campo magnético. Asimismo, las dispersiones del interior del estator también obligan a un análisis en profundidad de las mismas, englobándose éstas en las dispersiones en las cabezas de bobina, las dispersiones en zig-zag y las dispersiones en las ranuras del estator. Por su parte el rotor introduce cambios más significativos al ser sustancialmente diferente de los rotores convencionales.

#### 5.2.1 Distribución de la inducción magnética en el rotor y estator

El campo magnético creado en el estator depende de varios factores entre los cuales destacan la distribución de sus conductores (comentada en capítulos precedentes) y el valor de la reluctancia de los materiales que forman el propio estator, la cual influye en la forma final que adoptará el campo magnético. En el rotor estos factores difieren sustancialmente de los convencionales hallados para el motor de jaula.

El primero de los factores, la distribución de los conductores del estator, viene determinada por el factor de bobinado que influye en la magnitud final que adopte el campo magnético. El factor de bobinado esta formado en nuestro caso por dos componentes, el factor de paso y el factor de distribución.

Si consideramos f.e.m senoidales las expresiones del factor de distribución<sup>{L-16}</sup> ( $\xi_d$ ) y del factor de paso ( $\xi_p$ ), o de forma conjunta, del factor del bobinado ( $\xi$ ), son sencillas de determinar considerando la relación existente entre la suma geométrica y la suma aritmética de los vectores individuales que integran la f.e.m total.

$$\xi = \frac{\sum \bar{e}}{\sum e} \quad [5.1]$$

Con todas las ranuras uniformemente bobinadas se obtiene para la onda fundamental o cualquier armónico de orden superior ( $v$ ) un factor de distribución para el motor asíncrono a 3000 rpm de:

$$\xi_{dv-1} = \frac{\text{sen}\left(v \frac{90^\circ}{m_1}\right)}{n_{pf} \cdot \text{sen}\left(v \frac{90^\circ}{m_1 \cdot n_{pf-1}}\right)} = \frac{\text{sen}\left(1 \frac{90^\circ}{3}\right)}{6 \cdot \text{sen}\left(1 \frac{90^\circ}{3 \cdot 6}\right)} = \frac{\text{sen}30^\circ}{6 \cdot \text{sen}5^\circ} = 0.956 \quad [5.2]$$

Donde:

$n_{pf-1}$  = número de ranuras por polo y fase =  $(n/(2p \cdot m))=36/(2 \cdot 3)=6$

$m_1$  = número de fases del estator = 3

$n_1$  = número total de ranuras del estator = 36

$p$  = número de pares de polos = 1

$v$  = orden del armónico (1, para la onda fundamental)

Este factor de distribución calculado para el rotor tendrá un valor de:

$$\xi_{dv-2} = \frac{\text{sen}\left(v \frac{90^\circ}{m_2}\right)}{n_{pf} \cdot \text{sen}\left(v \frac{90^\circ}{m_2 \cdot n_{pf-2}}\right)} = \frac{\text{sen}\left(1 \frac{90^\circ}{75}\right)}{1 \cdot \text{sen}\left(1 \frac{90^\circ}{(75 \cdot 1)}\right)} = \frac{\text{sen}(1.2)^\circ}{1 \cdot \text{sen}(1.2)^\circ} = 1 \quad [5.3]$$

Con:

$n_2$  = número total de ranuras del rotor = número de chapas del rotor = 150

$2 \cdot p$  = número de polos = 2

$v$  = orden del armónico (1, para la onda fundamental)

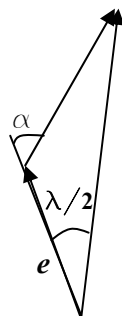
$m_2$  = número de fases del rotor =  $(Z_2/2 \cdot p) = (n_2/2 \cdot p) = (150/2) = 75$

$n_{pf-2}$  = número de ranuras por polo y fase =  $(n_2/(2p \cdot m_2)) = 150/(2 \cdot 75) = 1$

Cuando el paso de una bobina no es eléctricamente diametral, es decir, si abarca un arco polar superior o inferior a los  $180^\circ$  electromagnéticos de un paso polar, aparece un desfase entre las f.e.m en los extremos de las bobinas que produce una nueva reducción de la f.e.m resultante, dando así origen al factor de paso ( $\xi_y$ ). Como siempre, el nuevo factor de paso vendrá determinado por la relación existente entre la suma vectorial y la suma aritmética de los vectores afectados, siempre que no exista el factor de distribución.

$$\xi_y = \frac{\sum \bar{e}}{\sum e} \quad [5.4]$$

Si el acortamiento, expresado en grados electromagnéticos, es igual a  $\alpha$  aparecerá este mismo desfase entre las f.e.m en serie a los dos lados de las bobinas, obteniéndose para la onda fundamental la siguiente expresión:



$$\xi_y = \frac{2 \cdot e \cdot \cos \frac{\alpha}{2}}{2 \cdot e} = \cos \frac{\alpha}{2} \quad [5.5]$$

Figura 5.1. Factor de paso ( $\xi_y$ ) del motor asíncrono trifásico a 3000 rpm.

Para cualquier armónico de orden superior  $v$ , el desfase pasa a ser  $v \cdot \alpha$  pudiéndose expresar de forma general como:

$$\xi_{yv} = \cos v \frac{\alpha}{2} \quad [5.6]$$

Si se define como  $y_n$ , al paso medio de ranuras y por  $n_p$ , al número de ranuras por polo, tendremos un factor de paso <sup>{L-16}</sup> para el motor trifásico a 3000 rpm de:

$$\xi_{yv-1} = \cos \left[ v \left( 1 - \frac{y_{n-1}}{n_{p-1}} \right) 90^\circ \right] = \cos \left[ 1 \left( 1 - \frac{12}{18} \right) 90^\circ \right] = 0.866 \quad [5.7]$$

Para el rotor tendremos el siguiente coeficiente de paso:

$$\xi_{yv-2} = \cos \left[ v \left( 1 - \frac{y_{n-2}}{n_{p-2}} \right) 90^\circ \right] = \cos \left[ 1 \left( 1 - \frac{74}{75} \right) 90^\circ \right] = 0.998 \quad [5.8]$$

Con:

$$y_n = \text{paso medio de ranuras} = (m_2 - 1) \cdot 2 \cdot U = (m_2 - 1) \cdot 2 \cdot ((n_2 / 2) / (2p \cdot m_2)) = (75 - 1) \cdot 2 \cdot ((150 / 2) / (2 \cdot 75)) = 74$$

$$n_{p-2} = \text{número de ranura por polo} = (n_2 / 2 \cdot p) = (150 / 2) = 75$$

Conocidos los factores de distribución y de paso, se obtiene fácilmente el factor de bobinado total para el estator analizado:

$$\xi_1 = \xi_{d1} \cdot \xi_{y1} = 0.956 \cdot 0.866 = 0.827 \quad [5.9]$$

Y para el rotor en particular:

$$\xi_2 = \xi_{d2} \cdot \xi_{y2} = 1 \cdot 0.998 = 0.998 \quad [5.10]$$

Una vez obtenido el factor de bobinado del motor, es posible calcular el otro factor que influye en la distribución del campo estatórico, es decir, la reluctancia de cada elemento (chapa, aire, dieléctricos, conductores, etc.). De forma que si denominamos  $i$ , a cada una de las partes que forman el motor, podemos determinar la reluctancia magnética mediante la siguiente expresión <sup>{L-16}</sup>:

$$\mathfrak{R}_i = \frac{L_i}{S_i \cdot \mu_o \cdot \mu_{ri}} \quad [5.11]$$

Expresión que nos indica que la reluctancia magnética es inversamente proporcional a la permeabilidad absoluta de cada material.

Si se dispone de un motor formado por elementos con permeabilidades de muy diverso orden, es posible despreciar los elementos con baja reluctancia y considerar solamente los componentes que un valor elevado de la misma. De esta forma, podemos llegar a determinar la distribución de campo estatórico ya que los componentes que presenten mayor reluctancia serán los encargados de entregar la mayor parte de la fuerza electromotriz. Estos componentes con mayor reluctancia en nuestro motor con rotor de chapas estarán formados por los entrehierros y las partes entre las chapas del rotor ocupadas por aire.

Comparando el motor con rotor de chapas con el motor con rotor de jaula de ardilla, se observa que para motores similares, el motor de chapas presenta mayor reluctancia y consecuentemente menor

flujo por polo. Otra consecuencia de la mayor reluctancia del motor de chapas es la profundidad de las líneas de campo, las cuales alcanzan mayor profundidad que en su homólogo de jaula pero menos que los motores con rotor macizo.

Si dispusiéramos de un motor lineal<sup>{L-47}</sup> la distribución del campo estatorico sería senoidal y seguiría la forma dada por la siguiente expresión.

$$|\bar{B}_{\max}| \cdot \frac{2 \cdot \delta}{\mu_o \cdot \mu_r} = N \cdot I_{\max} \cdot \quad [5.12]$$

Donde  $\delta$ , es el espesor del entrehierro. La ecuación [5.9] también puede escribirse como sigue.

$$|\bar{B}_{\max}| = \frac{N \cdot I_{\max}}{2 \cdot \delta} \cdot \mu_o = N \cdot I_{\max} \frac{\mu_o}{2 \cdot \delta} \quad [5.13]$$

Si ahora representamos la ecuación [5.10] recordando que  $B(t) = B_{\max} \cdot \cos(\omega t)$ , tendremos:

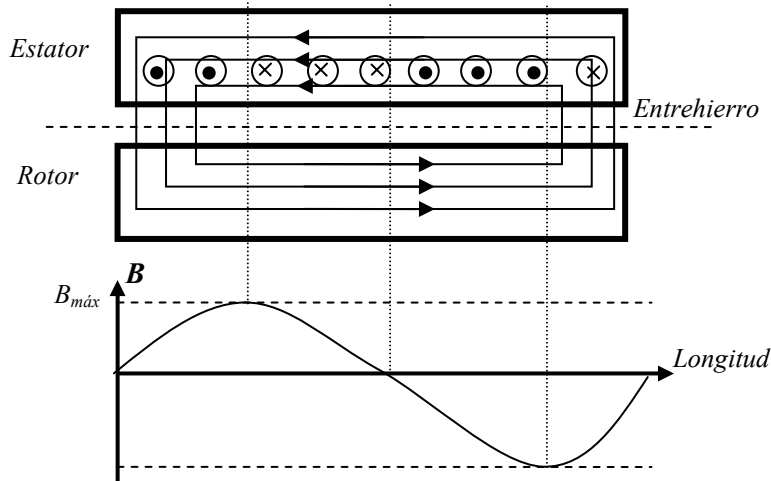


Figura 5.2. Distribución del campo magnético en el entrehierro en un motor lineal.

Por su parte, en el motor con rotor de chapas se observa que el campo magnético queda disminuido en función de los espacios ocupados por aire, es decir los espacios entre chapas, siendo posible cuantificar aproximadamente la magnitud de la inducción del motor de chapas mediante las expresiones que pasamos a determinar.

En primer lugar, considerando un solo polo (la mitad del motor a 3000 rpm), el recorrido del flujo<sup>{L-16}</sup> a través del aire (suma de las distancias entre las chapas más los entrehierros) vendrá dado por:

$$\delta_{\text{aire-polo}} = 2 \cdot \delta + \left( \pi \cdot \rho - \frac{n_{\text{chapas-total}} \cdot e_{\text{chapa}}}{2 \cdot \cos \varphi} \right) \quad [5.14]$$

Donde:

$\delta_{\text{aire-polo}}$  = longitud del recorrido del flujo magnético por el aire dentro de una longitud polar.

$\delta$  = espesor del entrehierro.

$\rho$  = radio considerado desde el eje del motor para el cálculo de la longitud del aire.

$n_{\text{chapas-total}}$  = número de chapas total del motor.

$e_{\text{aire}}$  = espesor del aire entre dos chapas magnéticas.

$\cos \varphi = R_{\text{ejel}} / \rho$

De acuerdo con la expresión [5.11], la inducción máxima en el motor de chapas analizado será:

$$N \cdot I_{\max} = |\bar{B}_{\max}| = \frac{2 \cdot \delta + \left( \frac{\pi \cdot \rho - \frac{n_{\text{chapas-total}}}{2} \frac{e_{\text{chapa}}}{\cos \varphi}}{\mu_r} \right)}{\mu_0} \quad [5.15]$$

Pudiéndose cuantificar la variación de la inducción máxima entre los diferentes motores mediante la expresión [5.13], la cual relaciona el campo máximo creado en ambos motores (chapas y jaula) en función del espacio ocupado por el aire (entrehierro, número de chapas, espesor chapas, etc.).

$$\frac{|\bar{B}_{\max}|_{\text{chapas}}}{|\bar{B}_{\max}|_{\text{jaula}}} = \frac{2 \cdot \delta}{2 \cdot \delta + \left( \frac{\pi \cdot \rho - \frac{n_{\text{chapas-total}}}{2} \frac{e_{\text{chapa}}}{\cos \varphi}}{\mu_r} \right)} \quad [5.16] \quad e_{\text{aire-total}} = \pi \cdot \rho - \frac{e_{\text{chapa}}}{\cos \varphi} \cdot \frac{n_{\text{chapas}}}{2} \quad [5.17]$$

Siendo  $e_{\text{aire}}$ , la distancia perpendicular entre las dos chapas consecutivas.

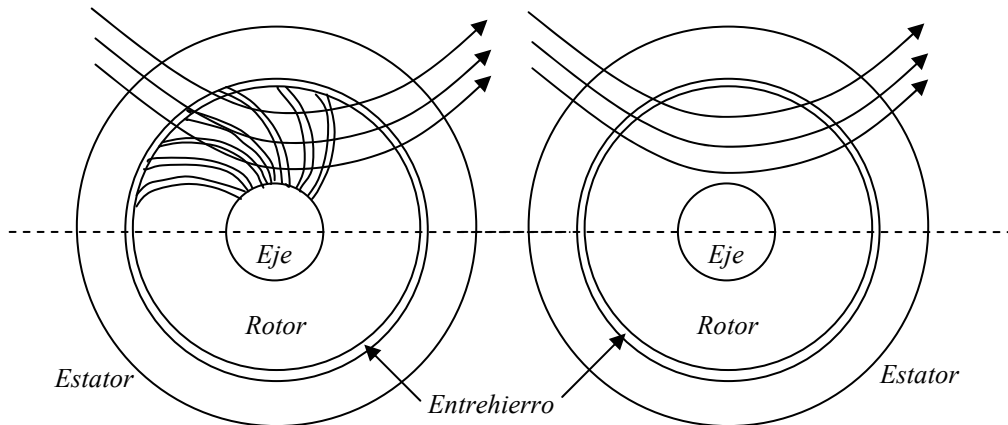


Figura 5.3. Longitud efectiva del aire en un motor a 3000 rpm con un rotor de chapas y de jaula.

Si aplicamos estas ecuaciones al motor a 3000 rpm con rotor de chapas tipo A, considerando que adoptamos la línea de inducción máxima que se obtiene en el entrehierro, es decir, cuando  $\rho = R_{\text{estator}}$ , y para un deslizamiento del 3.33% tendremos la siguiente expresión y resultados:

$$\begin{aligned} \frac{|\bar{B}_{\max}|_{\text{chapas}}}{|\bar{B}_{\max}|_{\text{jaula}}} &= \frac{2 \cdot \delta}{2 \cdot \delta + \left( \frac{\pi \cdot \rho - \frac{n_{\text{chapas-total}}}{2} \frac{e_{\text{chapa}}}{\cos \varphi}}{\mu_r} \right)} = \frac{2 \cdot \delta}{2 \cdot \delta + \left( \frac{\pi \cdot R_{\text{estator}} - \frac{n_{\text{chapas-total}}}{2} \frac{e_{\text{chapa}}}{R_{\text{eje}} / R_{\text{estator}}}}{\mu_r} \right)} = \\ &= \frac{2 \cdot 0.3}{2 \cdot 0.3 + 40 \cdot \left[ \frac{\pi - \frac{150 \cdot 0.5}{2 \cdot 15}}{4000} \right]} = 0.960 \end{aligned} \quad [5.18]$$

Donde para la permeabilidad relativa se ha adoptado el valor real de las chapas tipo A, que asciende a unos 4000. Se observa que la inducción máxima de un motor de chapas es menor que la obtenida en el

motor de jaula. Pero con dimensiones, número de chapas y materiales similares, las diferencias entre los dos modelos son mínimas.

Como comprobación con elementos finitos se ha buscado el valor máximo de la inducción en el entrehierro en un motor de chapas y en un motor de jaula, todos ellos a 3000 rpm con un deslizamiento del 3.33% y una conductividad de 3 MS/m, encontrándose la siguiente relación:

$$\frac{|\bar{B}_{\max}|_{chapas}}{|\bar{B}_{\max}|_{jaula}} = \frac{0.77}{0.79} = 0.97 \quad [5.19]$$

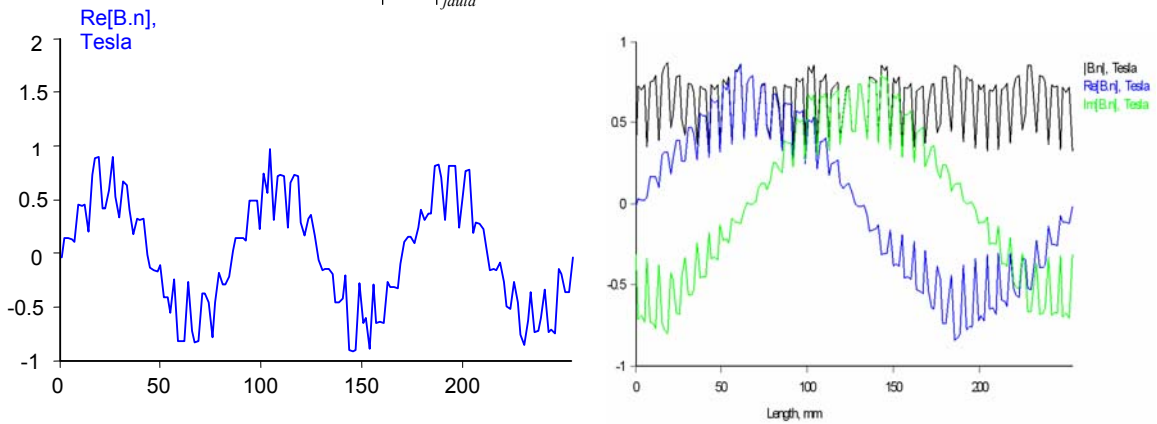


Figura 5.4 Relación entre las inducciones máximas en el entrehierro para un motor con rotor de jaula y un motor con rotor de chapas tipo *A*, con 3000 rpm y un deslizamiento del 3.33%.

A partir de la inducción obtenida en el entrehierro para el motor con rotor de chapas es posible conocer la distribución de la inducción en las chapas que forman el rotor, donde el campo va disminuyendo conforme nos acercamos al eje del motor. Esta disminución del campo magnético es proporcional al factor  $k/(R_{estator}-\rho)$ , siendo  $\rho$ , la coordenada radial del punto del rotor donde buscamos la inducción.

Como muestra de una distribución de campo magnético de este tipo, valga la curva obtenida mediante el programa de simulación FEMM, para el motor a 3000 rpm con rotor de chapas tipo *A*, para un deslizamiento del 3.33% y con la conductividad y permeabilidad relativa de las chapas de 3 MS/m y 4000 respectivamente, siendo estos los valores que más se aproximan a los valores reales del rotor construido.

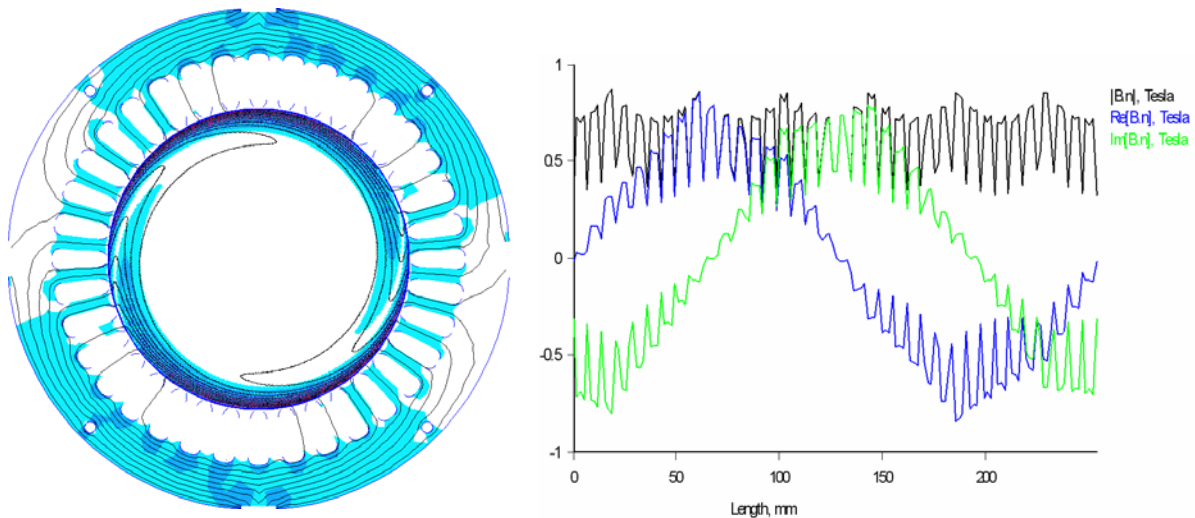


Figura 5.5. Distribución del campo magnético en el entrehierro para el motor a 3000 rpm con rotor de chapas tipo *A*, y una frecuencia de deslizamiento de 3.33 Hz.

### 5.2.2 Dispersiones de flujo en el estator

Con el fin de poder efectuar el estudio analítico de la dispersión de los bobinados, es preciso considerar separadamente cada uno de los circuitos por donde discurren los flujos de esta naturaleza, sin perjuicio de referir posteriormente dicha permeancia acumulada a las ranuras hasta llegar al valor propuesto. La división más aconsejable de los circuitos de dispersión se expone a continuación.

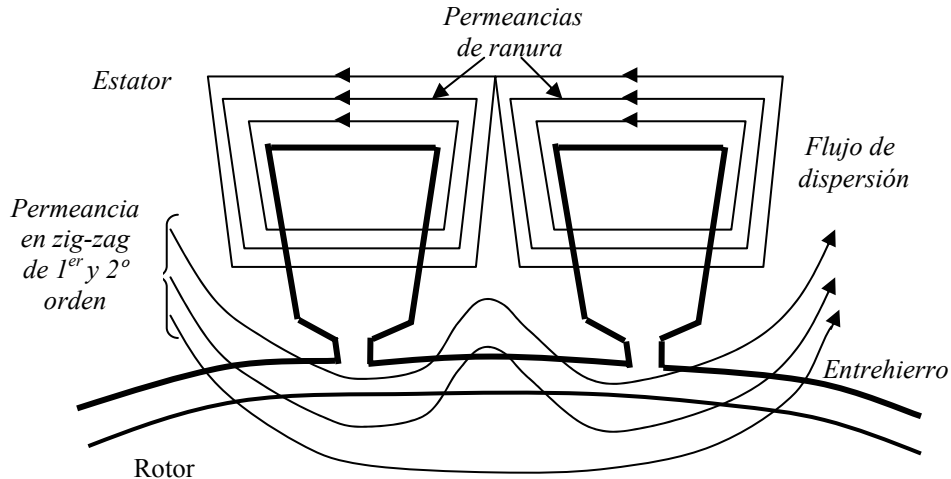


Figura 5.6. Permeancias específicas de los elementos del circuito magnético de dispersión en ranuras.

#### 5.2.2.1 Dispersiones de flujo en las cabezas de bobina

En máquinas asíncronas con bobinados de una capa, como es en nuestro caso, podemos referirnos a la dispersión de una ranura específica<sup>{L-16}</sup> del inducido con una longitud total del mismo  $L$ , mediante la siguiente expresión:

$$\lambda_{cb} = n_{pf} \left( 0.67 \frac{L_{cb}}{L} - 0.43 \frac{y_n \cdot \tau_m}{L} \right) \left[ \frac{M / Gb}{cm} \right] = \mu_0 \lambda_{CB} \left[ \frac{Wb / Av}{m} \right] \quad [5.20]$$

Donde:

- $N_{pf}$  = número de ranuras por polo y fase.
- $L_{cb}$  = Longitud de cabezas de bobinas =  $8 \cdot R / 2p$
- $R$  = radio del estator
- $2p$  = número de polos
- $Y_n$  = paso de bobina: calculado en el capítulo III (estatores)
- $\tau_m$  = paso medio de ranuras (cm) =  $2 \pi \cdot R / n$ .
- $n$  = número de ranuras.
- $L$  = longitud del rotor.

Que para los motores a 3000 rpm con cualquier rotor (jaula de ardilla, o rotor de chapas tipo A) será.

- $N_{pf}$  = número de ranuras por polo y fase = 6
- $L_{cb}$  = Longitud de cabezas de bobinas =  $8 \cdot R / 2p = 8 \cdot 4 / 2 = 8$  cm
- $R$  = radio del estator = 4cm.
- $2p$  = número de polos = 2
- $Y_n$  = paso de bobina: calculado en el capítulo III (estatores) = 15
- $\tau_m$  = paso medio de ranuras (cm) =  $2 \pi \cdot R / n = 2 \cdot \pi \cdot 4 / 36 = 0.698$  cm
- $n$  = número de ranuras = 36
- $L$  = longitud del rotor = 7.27 cm

Por lo que tendremos tanto para el motor de jaula como para el motor de chapas una permeancia de:

$$\lambda_{Cb} = n_{pf} \left( 0.67 \frac{L_{cb}}{L} - 0.43 \frac{y_n \cdot \tau_m}{L} \right) = 6 \left( 0.67 \frac{8}{7.27} - 0.43 \frac{12 \cdot 0.698}{7.28} \right) = 1.455 \left[ \frac{M/Gb}{cm} \right] = 1.828 \cdot 10^{-6} \left[ \frac{Wb/Av}{m} \right]$$

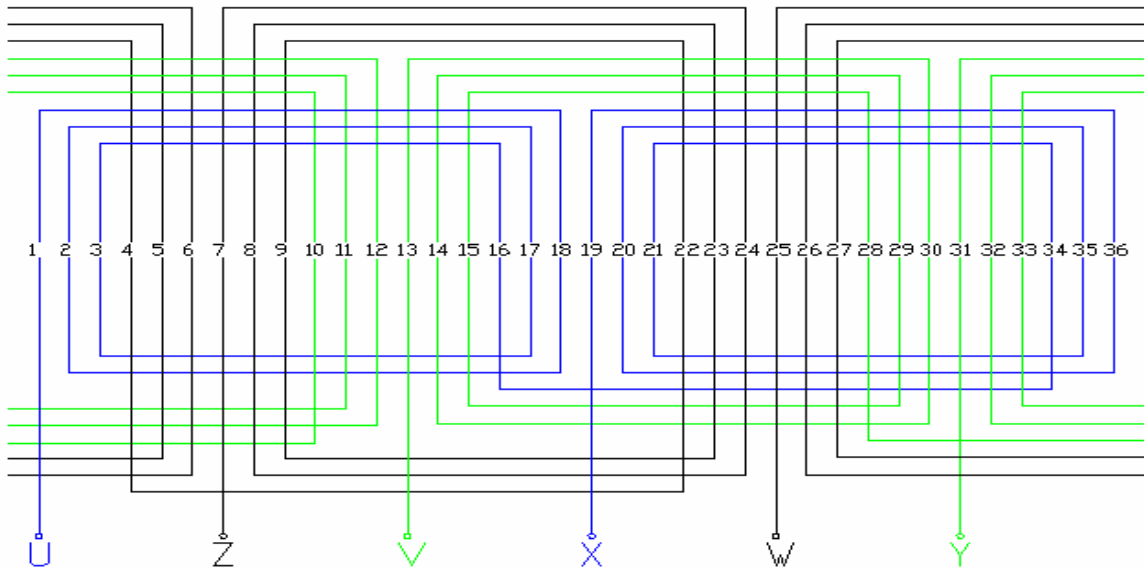


Figura 5.7. Bobinado concéntrico por polos con 18 bobinas correspondiente al motor a 3000 rpm.

Es decir, la permeancia de las cabezas de bobina es común a los dos motores ya que sólo afecta al estator el cual es idéntico para todos los motores analizados.

### 5.2.2.2 Dispersiones de flujo en Zig-Zag

Si se trata, como en nuestro caso, de motores asíncronos de escaso entrehierro y doble ranurado (las ranuras del estator y las chapas del rotor), la dispersión de cabeza de dientes se transforma en dispersión tangencial en zig-zag. Este flujo de dispersión ofrece la particularidad de que aún hallándose concatenado por la mitad se cruza repetidas veces con el bobinado primario o con el secundario.

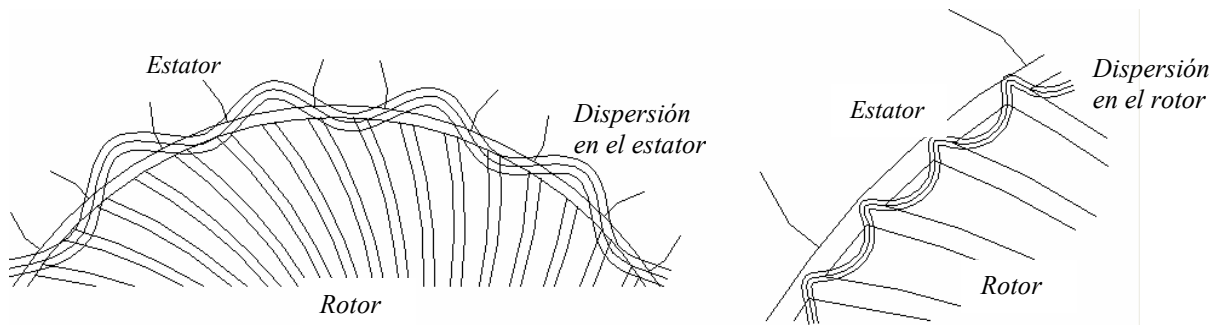


Figura 5.8. Dispersión zig-zag en las ranuras del estator y en las chapas del rotor, en un motor con rotor de chapas.

Para determinar la permeancia debida a la dispersión en zig-zag<sup>{L-16}</sup>, se utilizará la siguiente expresión:

$$\lambda_z = \frac{n_p \cdot \tau_p}{\pi^2 \delta \cdot K_C \cdot k_s \cdot K_L} \sum \left( \frac{\xi_v}{v} \right)^2 \quad [5.21]$$

Donde:



$n_p$  = número de ranuras por polo.

$\tau_p$  = paso polar en cm =  $2\pi \cdot R_{estator} / 2$

$\delta$  = entrehierro en cm.

$K_c = K_{C1} \cdot K_{C2}$  Factor de Carter (tanto del estator como del rotor)

$$K_{C1} = \frac{\tau_\delta}{\tau_\delta + \delta - \frac{3}{4} \cdot a_\delta} \quad [5.22]$$

$$K_{C2} = \frac{\tau_\delta}{\tau_\delta + \delta - \frac{3}{4} \cdot a_\delta} \quad [5.23]$$

$a_\delta$  = ancho de salida de la ranura.

$k_s = 1.33$  (normalmente)

$K_L$  = factor de longitud del rotor,  $K_L = 1/(K_{Fe} \cdot K_v) = 1/K_{Fe}$  ya que  $K_v = 1$  (no tiene canales de ventilación)

$\xi_v$  = factor de bobinado para el ( $v$ ) armónico.

$v$  = armónico.

Siendo para el motor de jaula y de chapas respectivamente:

$$\sum \left( \frac{\xi_v}{v} \right)_{jaula}^2 = \sum \left( \frac{1}{\frac{n_{ranuras-rotor}}{p} \cdot v \pm 1} \right)^2 \quad [5.24]$$

$$\sum \left( \frac{\xi_v}{v} \right)_{chapas}^2 = \sum \left( \frac{1}{\frac{n_{chapas}}{p} \cdot v \pm 1} \right)^2 \quad [5.25]$$

Donde  $p$ , indica los pares de polos.

Si buscamos los valores de dispersión en zig-zag para el mismo tipo de estator (a 3000 rpm) pero con rotor de jaula y con rotor de chapas tipo *A*, tendremos los siguientes valores.

▪ **Motor de jaula**

$n_p = 18$

$\tau_p$  = paso polar en cm =  $2\pi \cdot R_{estator} / 2 = 2 \cdot \pi \cdot 4 / 2 = 12.56$  cm

$\delta$  = entrehierro en cm = 0.03 cm.

$K_c = K_{C1} \cdot K_{C2}$  Factor de Carter (tanto del estator y del rotor)

$$K_{C1} = \frac{\tau_\delta}{\tau_\delta + \delta - \frac{3}{4} \cdot a_\delta} = \frac{\frac{2 \cdot \pi \cdot R_{estator}}{n}}{\frac{2 \cdot \pi \cdot R_{estator}}{n} + \delta - \frac{3}{4} \cdot a_\delta} = \frac{\frac{2 \cdot \pi \cdot 40}{36}}{\frac{2 \cdot \pi \cdot 40}{36} + 0.3 - \frac{3}{4} \cdot 2.5} = 1.29 \quad [5.26]$$

$$K_{C2} = \frac{\tau_\delta}{\tau_\delta + \delta - \frac{3}{4} \cdot a_\delta} = \frac{\frac{2 \cdot \pi \cdot R_{estator}}{n}}{\frac{2 \cdot \pi \cdot R_{estator}}{n} + \delta - \frac{3}{4} \cdot a_\delta} = \frac{\frac{2 \cdot \pi \cdot 40}{26}}{\frac{2 \cdot \pi \cdot 40}{26} + 0.3 - \frac{3}{4} \cdot 1} = 1.05 \quad [5.27]$$

$$K_c = K_{C1} \cdot K_{C2} = 1.29 \cdot 1.05 = 1.35 \quad [5.28]$$

$a_\delta$  = ancho de salida de la ranura (1 mm tomado de las ranuras del estator).

$k_s = 1.33$  (normalmente)

$K_L$  = factor de longitud del rotor,  $K_L = 1/(K_{Fe} \cdot K_v) = 1/K_{Fe} = 1.03$ . ( $K_{Fe} = 0.975$  factor de empilado)

$\xi_v$  = factor de bobinado para el ( $v$ ) armónico.

$v$  = armónico.

$$\lambda_z = \frac{n_p \cdot \tau_p}{\pi^2 \delta \cdot K_C \cdot k_s \cdot K_L} \sum \left( \frac{1}{\frac{n_{ranuras-rotor} \cdot v \pm 1}{p}} \right)^2 = \frac{18 \cdot 12.56}{\pi^2 \cdot 0.03 \cdot 1.35 \cdot 1.33 \cdot 1.03} \cdot 0.0057 = 2.35 \left[ \frac{M/Gb}{cm} \right] = 2.953 \cdot 10^{-6} \left[ \frac{Wb/Av}{m} \right]$$

▪ **Motor de chapas tipo A**

$n_p = 18$

$\tau_p =$  paso polar en cm =  $2 \cdot \pi \cdot R_{estator} / 2 = 2 \cdot \pi \cdot 4 / 2 = 12.56$  cm

$\delta =$  entrehierro en cm = 0.03 cm.

$K_C = K_{C1} \cdot K_{C2}$  Factor de Carter (tanto del estator y del rotor)

$$K_{C1} = \frac{\tau_\delta}{\tau_\delta + \delta - \frac{3}{4} \cdot a_\delta} = \frac{\frac{2 \cdot \pi \cdot R_{estator}}{n}}{\frac{2 \cdot \pi \cdot R_{estator}}{n} + \delta - \frac{3}{4} \cdot a_\delta} = \frac{\frac{2 \cdot \pi \cdot 40}{36}}{\frac{2 \cdot \pi \cdot 40}{36} + 0.3 - \frac{3}{4} \cdot 2.5} = 1.29 \quad [5.30]$$

$$K_{C2} = \frac{\tau_\delta}{\tau_\delta + \delta - \frac{3}{4} \cdot a_\delta} = \frac{\frac{2 \cdot \pi \cdot R_{estator}}{n}}{\frac{2 \cdot \pi \cdot R_{estator}}{n} + \delta - \frac{3}{4} \cdot a_\delta} = \frac{\frac{2 \cdot \pi \cdot 40}{26}}{\frac{2 \cdot \pi \cdot 40}{26} + 0.3 - \frac{3}{4} \cdot 0.5} = 1.08 \quad [5.31]$$

$$K_C = K_{C1} \cdot K_{C2} = 1.29 \cdot 1.08 = 1.39 \quad [5.32]$$

$a_\delta =$  ancho de salida de la ranura (en este caso será el espesor de la chapa 0.5 mm).

$k_s = 1.33$  (normalmente)

$K_L =$  factor de longitud del rotor,  $K_L = 1 / (K_{Fe} \cdot K_v) = 1 / K_{Fe} = 1.03$ . ( $K_{Fe} = 0.975$  factor de empilado)

$\xi_v =$  factor de bobinado para el (v) armónico.

v = armónico.

$$\lambda_z = \frac{n_p \cdot \tau_p}{\pi^2 \delta \cdot K_C \cdot k_s \cdot K_L} \sum \left( \frac{1}{\frac{n_{ranuras-rotor} \cdot v \pm 1}{p}} \right)^2 = \frac{18 \cdot 12.56}{\pi^2 \cdot 0.03 \cdot 1.39 \cdot 1.33 \cdot 1.03} \quad [5.33]$$

$$\left[ \left( \frac{1}{\frac{150}{1} \cdot 1 \pm 1} \right)^2 + \left( \frac{1}{\frac{150}{1} \cdot 2 \pm 1} \right)^2 + \left( \frac{1}{\frac{150}{1} \cdot 3 \pm 1} \right)^2 + \left( \frac{1}{\frac{150}{1} \cdot 4 \pm 1} \right)^2 \right] = 0.0252 \left[ \frac{M/Gb}{cm} \right] = 3.167 \cdot 10^{-8} \left[ \frac{Wb/Av}{m} \right]$$

Como se observa, la permeancia específica del motor con rotor de chapas es muy inferior al motor con rotor de jaula, considerándose esta característica como una ventaja añadida del motor de chapas.

**5.2.2.3 Dispersiones de flujo en las ranuras**

Toda ranura y en general cualquier forma compleja del circuito magnético puede considerarse descompuesta en varias secciones diferentes con características geométricas y concatenaciones distintas. Como base previa del cálculo de la permeancia combinada de una ranura es conveniente establecer la permeancia específica local ( $\lambda$ ) para estas formas simples del circuito magnético.

La siguiente figura muestra los tipos más representativos de dispersión en las ranuras cuya presencia se repite en diversos tipos de ranura entre los cuales se encuentra la del estator analizado.

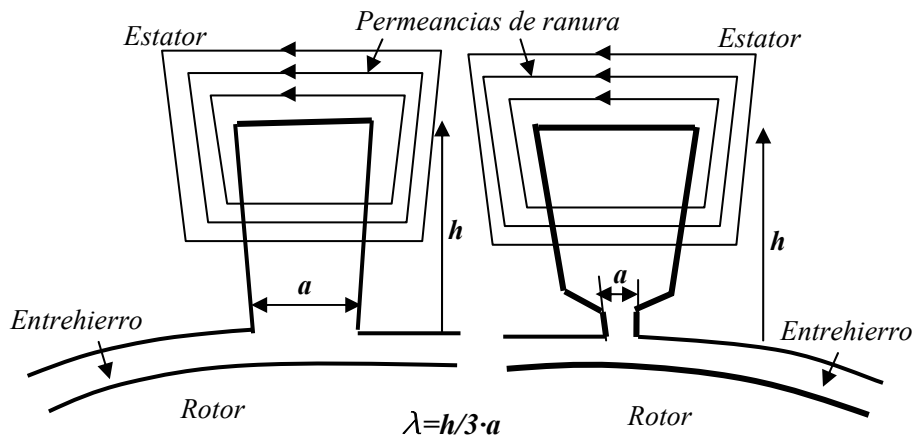


Figura 5.9. Permeancia específica para dos tipos de ranuras comúnmente utilizadas.

Siendo la ecuación [5.34] la que define a esta permeancia específica <sup>{L-16}</sup>.

$$\lambda = \frac{h_{\text{ranura}}}{3 \cdot a_{\text{ancho-ranura}}} \quad [5.34]$$

Donde ( $h_{\text{ranura}}$ ) es la altura de la ranura del rotor.

Es posible pues, calcular la permeancia específica de una ranura rotórica tanto para el motor de jaula como para el motor de chapas. Así, y para el motor con rotor de jaula de ardilla, tendremos.

$$\lambda = \frac{h_{\text{ranura}}}{3 \cdot a_{\text{ancho-ranura}}} = \frac{15.2}{3 \cdot 5} = 1.01 \left[ \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}} \right] = 1.269 \cdot 10^{-6} \left[ \frac{\text{Wb/Av}}{\text{m}} \right] \quad [5.35]$$

Mientras que para el motor con rotor de chapas tipo A, la permeancia específica de una ranura rotórica será (teniendo presente que en esta ocasión la altura de ranura vendrá dada por la longitud activa de una chapa):

$$\lambda = \frac{h_{\text{ranura}}}{3 \cdot a_{\text{ancho-ranura}}} = \frac{4.58}{3 \cdot 0.5} = 3.05 \left[ \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}} \right] = 3.833 \cdot 10^{-6} \left[ \frac{\text{Wb/Av}}{\text{m}} \right] \quad [5.36]$$

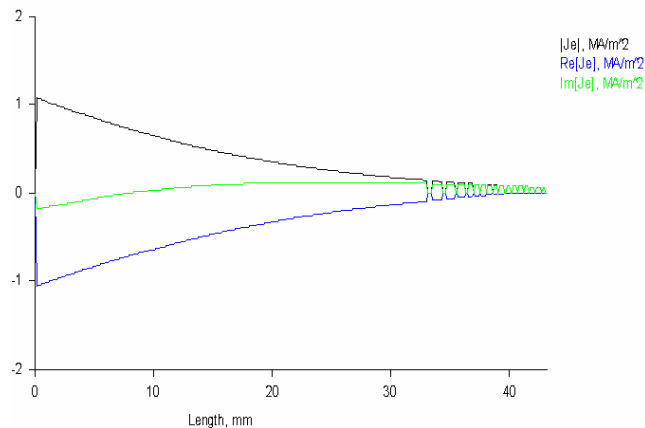


Figura 5.10 Determinación de la longitud activa de una chapa para el motor a 3000 rpm con rotor de chapas tipo A.

### 5.2.2.4 Dispersiones de flujo totales

Una vez calculadas las permeancias específicas<sup>{L-16}</sup> para el conjunto de cada motor, los valores finales para el motor con rotor de jaula de ardilla y para el motor con rotor de chapas *A*, serán respectivamente:

$$\lambda_{\text{total-jaula}} = \lambda_z + \lambda + \lambda_{\text{CB}} = 1.455 + 2.35 + 1.01 = 4.815 \left[ \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}} \right] = 6.051 \cdot 10^{-6} \left[ \frac{\text{Wb/Av}}{\text{m}} \right] \quad [5.37]$$

$$\lambda_{\text{total-chapas}} = \lambda_z + \lambda + \lambda_{\text{CB}} = 1.455 + 0.0252 + 3.05 = 4.5302 \left[ \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}} \right] = 5.693 \cdot 10^{-6} \left[ \frac{\text{Wb/Av}}{\text{m}} \right] \quad [5.38]$$

Lo que demuestra que las permeancias específicas totales, aunque con diferentes fenómenos magnéticos dentro de cada motor, son similares si consideramos todas las aportaciones en conjunto.

## 5.3 FUNCIONAMIENTO DEL MOTOR CON ROTOR DE CHAPAS SIN ANILLOS

Comenzamos nuestro estudio con el motor a 3000 rpm con rotor de chapas tipo *A*, sin anillos, el cual presenta menor complejidad, para posteriormente cuando se haya identificado su funcionamiento, pasar al estudio aproximado del motor a 3000 rpm, con rotor de chapas con anillos. De este último se estudiará también el formado por chapas tipo *A*.

### 5.3.1 Corrientes parásitas en las chapas

Conociendo la distribución de inducción en el rotor (ver figura 5.15), que depende del inverso de la distancia desde el centro de la máquina al punto considerado, es posible determinar la distribución de la fuerza electromotriz, la cual deberá ser de la misma índole, debido a que la fuerza electromotriz es proporcional a la variación del flujo<sup>{L-6}</sup> con respecto al tiempo.

$$E = -\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{\partial B}{\partial t} S = -S \cdot B \cdot w_s \cdot \cos w_s t \quad [5.39]$$

Siendo, *S*, la superficie de cada circuito magnético. Esta superficie será constante ya que la velocidad del rotor permanece prácticamente igual a la velocidad del campo magnético giratorio del motor.

Así pues, la fuerza electromotriz será proporcional al campo magnético, lo cual indica que tendrá una distribución similar variando únicamente en el valor de su magnitud. Por tanto, es posible conocer la distribución de la fuerza electromotriz del estator que asciende a un valor máximo de 212.6 V (capítulo VI, apartado 6.2.1.3), que pasada al secundario ofrecerá el siguiente aspecto y magnitud.

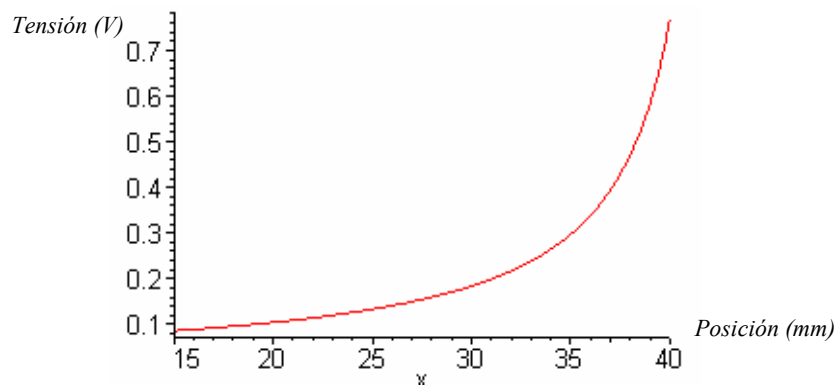


Figura 5.11 Distribución de la fuerza electromotriz respecto a la distancia desde el eje al estator.

Las corrientes que produce esta distribución de f.e.m en las chapas pueden calcularse mediante los circuitos eléctricos que se derivan recordando que cualquier medio con nula conductividad (aire) resulta prohibitivo para la intensidad.

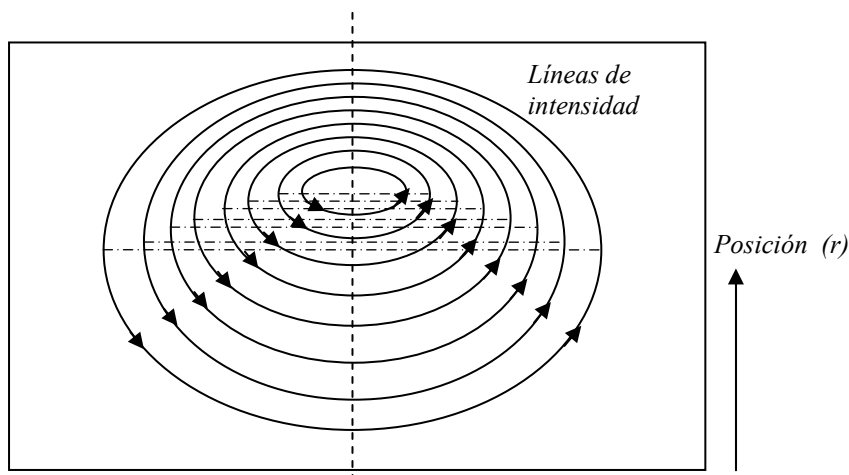


Figura 5.12. Líneas de igual densidad de corriente en una chapa del rotor.

Como existe una variación de f.e.m en el sentido radial de las chapas se producirá una distribución de densidad de corriente en las mismas, siendo esta distribución de tipo cerrado debido a que los contornos de las chapas están formados por una capa de aire. Así la distribución de las líneas de igual densidad de corriente, serán cerradas y recorrerán la chapa formando círculos concéntricos pero desequilibrados hacia la parte superior de la chapa como queda de manifiesto en la figura 5.12.

Esta distribución es debida a que el perfil de la f.e.m es muy alto en la zona superior de las chapas, induciendo una densidad de corriente más alta en esta sección que en la parte inferior de las mismas, lo que provoca que los círculos de densidad de corriente no sean concéntricos y que exista una desviación vertical en su eje de revolución.

Modelizando y simplificando esta distribución de f.e.m. con elementos discretos podemos llegar a conocer la intensidad máxima que circula por una chapa.

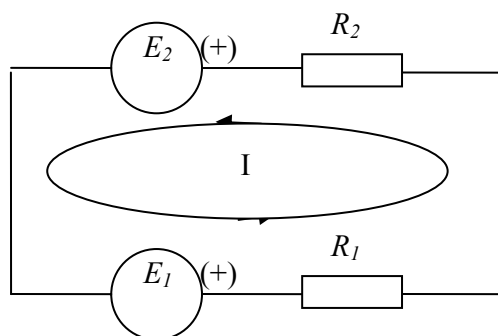


Figura 5.13. Simplificación de la modelización con parámetros discretos para una chapa del rotor.

Para hallar la intensidad de corriente máxima que circula por una chapa es preciso conocer la coordenada vertical donde se invierte el sentido de la corriente. En función de esta coordenada situaremos la fuerza electromotriz de la primera rama, la fuerza electromotriz de la segunda rama y las resistencias de la primera y segunda ramas. Por tanto, en los siguientes apartados, se analizarán cada uno de estos parámetros en forma de ecuaciones y figuras lo cual nos permitirá una mejor comprensión de su desarrollo.

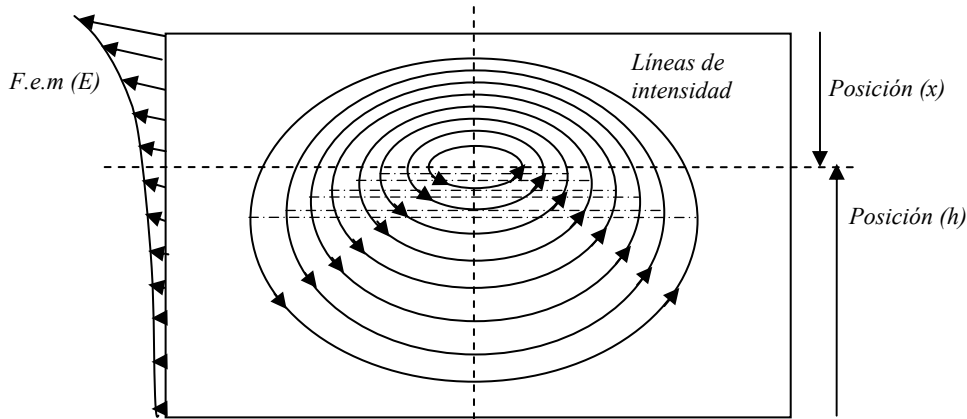


Figura 5.14. Coordenada vertical que define el cambio de sentido de la corriente.

Si definimos la suma de las f.e.m.<sup>[L-2]</sup> que se corresponde con cada modelización discreta en función de la altura de las chapas  $r$ , considerada desde el centro del eje del rotor, y adoptamos para el análisis una altura determinada a la que denominaremos  $h$ , tendremos.

$$|\overline{E}_1| = \int_{R_{eje}}^h \frac{k}{(A-r)} dr = k \cdot \ln \frac{A-R_{eje}}{A-h} \quad [5.40]$$

$$|\overline{E}_2| = \int_h^{R_{estator}} \frac{k}{(A-r)} dr = k \cdot \ln \frac{A-h}{A-R_{estator}} \quad [5.41]$$

Por otra parte, la resistencia eléctrica de cada chapa, suma de las resistencias de cada sección del circuito modelizado, puede aproximarse a la siguiente ecuación:

$$R_{chapa} = (R_1 + R_2) = \rho_{chapas} \frac{L_{rotor}}{e_{chapa}} \left( \frac{(R_{esta} - s)}{h \cdot (R_{esta} - h - s)} \right) \quad [5.42]$$

Donde  $s$ , es un parámetro que depende de la intensidad que circulará por la parte superior de la chapa y que se cierra a través de la parte inferior de las mismas. Mediante los parámetros anteriores es posible igualar los potenciales de cada rama del circuito modelizado. En esta posición  $h$ , la intensidad que circulará en cada sentido será máxima y, asimismo, en cualquier otro punto  $h'$ , la intensidad que circulará por cada una de las ramas será del mismo valor.

$$(E_1 - E_2) = I(R_1 + R_2) = k \cdot \ln \left[ \frac{(A-h)^2}{(A-R_{eje}) \cdot (A-R_{estator})} \right] \quad [5.43]$$

Por tanto, la intensidad en función del radio de la chapa  $h$ , será:

$$I = \frac{k \cdot \ln \left[ \frac{(A-h)^2}{(A-R_{eje}) \cdot (A-R_{estator})} \right]}{(R_1 + R_2)} \quad [5.44]$$

Si ahora expresamos las resistencias eléctricas en función de la altura de las chapas obtenemos la intensidad activa en función exclusivamente de esta altura:

$$I = \frac{k \cdot \ln \left[ \frac{(A-h)^2}{(A-R_{eje}) \cdot (A-R_{estator})} \right]}{\frac{\rho_{chapas} \cdot L_{rotor}}{e_{chapa}} \left( \frac{(R_{esta} - s)}{(h \cdot (R_{esta} - h - s))} \right)} = \frac{k \cdot e_{chapa}}{\rho_{chapas} \cdot L_{rotor}} \cdot \ln \left[ \frac{(A-h)^2}{(A-R_{eje}) \cdot (A-R_{estator})} \right] \cdot \left( \frac{(h \cdot (R_{esta} - h - s))}{(R_{esta} - s)} \right) \quad [5.45]$$

Siendo las constantes <sup>{L-4}</sup>  $A$ ,  $K$ , y  $k$ , los valores que ajustan la ecuación del campo electromagnético hallado. Las cuales se obtienen analizando la distribución de la inducción y la f.e.m en el motor considerado.

Así, y mediante el programa FEMM, se ha calculado la inducción magnética máxima en el entrehierro (coordenada radial del motor a 40 mm) para el motor con rotor de chapas sin anillos tipo  $A$ , a 3000 rpm y 3.33 Hz de frecuencia del rotor. La conductividad de las chapas es de 3 MS/m y la permeabilidad relativa de 4000, obteniéndose un valor de aproximadamente 0.77 T (ver figura 5.15).

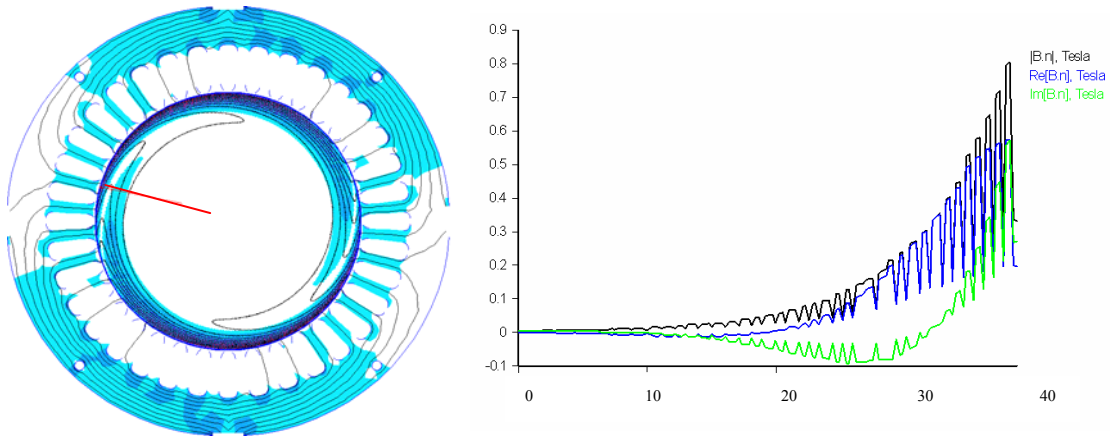


Figura 5.15. Distribución de la inducción magnética en el rotor en un motor de chapas a 3000 rpm, con  $c = 3 \text{ MS/m}$ ,  $\mu_r = 4000$  y un deslizamiento de 3.33 Hz.

También es conocida la inducción magnética alrededor del eje, como se aprecia en la figura 5.16. Mediante estas coordenadas (inducción y posición) es posible calcular las constantes que rigen la inducción magnética del motor con rotor de chapas sin anillos recordando que la inducción depende de la posición radial tal como se indica en la siguiente ecuación:

$$B = \frac{K}{(A-r)} \quad [5.46]$$

Que para los radios extremos del rotor nos dará los siguientes valores de inducción:

$$B_{\max} = \frac{K}{(A-R_{estator})} = \frac{K}{(A-40)} = 0.77T \quad [5.47]$$

$$B_{\min} = \frac{K}{(A-R_{eje})} = \frac{K}{(A-15)} = 0.086T \quad [5.48]$$

Siendo por tanto las constantes  $A$  y  $K$ :

$$A = \frac{B_{\min} \cdot R_{eje} - R_{estator} \cdot B_{\max}}{B_{\min} - B_{\max}} = \frac{0.086 \cdot 15 - 40 \cdot 0.77}{0.086 - 0.77} = 43.143mm \quad [5.49]$$

$$K = B_{\min} \cdot (A-15) = 0.086 \cdot (43.143 - 15) = 2.420(T \cdot mm) \quad [5.50]$$

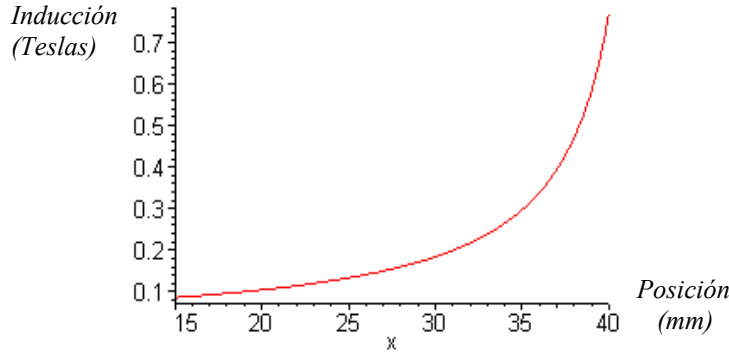


Figura 5.16. Distribución de inducción en el motor a 3000 rpm con rotor de chapas tipo A, sin anillos. Cálculo de sus constantes  $K$ , y  $A$ . Se aprecia que  $B_{max} = 0.77 T$ , y  $B_{min} = 0.086 T$

Asimismo, es posible relacionar las constantes  $A$  y  $k$ , de forma analítica mediante las siguientes expresiones, donde  $E_{max-2}$ , es la f.e.m máxima del estator correspondiente al radio  $R_{esta}$ , pasada al secundario.

$$E = \frac{k}{(A - r)} \quad k = E_{max-2}(A - R_{esta}) \quad [5.51]$$

$$E_{max-2} = E_{max-1} \left( \frac{m_1}{m_2} \right) \left( \frac{Z_2 \cdot \xi_2}{Z_1 \cdot \xi_1} \right) = 212.4 \cdot \left( \frac{3}{75} \right) \left( \frac{150 \cdot 0.998}{1944 \cdot 0.827} \right) = 0.7774V \quad [5.52]$$

$$k = E_{max-2}(A - R_{esta}) = 0.774 \cdot (43.143 - 40) = 2.444 V \cdot mm$$

Conocida las constantes  $A$ ,  $k$  y  $K$ , volvemos a plantear la ecuación de la intensidad activa pero ahora con los valores que la caracteriza.

$e_{chapa}$  = espesor chapa = 0.5 mm

$\sigma$  = conductividad chapas =  $1/\rho = 3 \cdot 10^6 S/m = 3 S \cdot m/mm^2$ , con  $\rho$  = resistividad de las chapas =  $1/\sigma$ .

$L_{rotor}$  = longitud del rotor = 72 mm

$A$  = primera constante del campo magnético = 43.143 mm.

$K$  = segunda constante del campo magnético = 2.420 T·mm

$k$  = constante que depende de la f.e.m máxima pasada al secundario (rotor) = 2.444 V·mm.

$s$  = parámetro que depende de la corriente que atraviesa la parte superior de la chapa = 27.7 mm.

$h$  = coordenada radial de la chapa desde el eje del rotor hasta el cambio de sentido de la intensidad.

$R_{eje}$  = radio del eje = 15 mm

$R_{estator}$  = radio interior del estator = 40 mm

$$I = \frac{2.444 \cdot 0.5}{\left(\frac{1}{3}\right) \cdot 72} \ln \left[ \frac{(43.143 - h)^2}{(43.143 - 15) \cdot (43.143 - 40)} \right] \cdot \left[ \frac{h \cdot (40 - h - 27.7)}{(40 - 27.7)} \right] =$$

$$I = (0.0510) \cdot \ln \left[ \frac{(43.143 - h)^2}{88.453} \right] \cdot \left[ \frac{h(12.3 - h)}{12.3} \right] \quad [5.53]$$

En esta ecuación todos los términos son conocidos excepto la coordenada radial  $h$ . Por tanto, si representamos gráficamente la expresión anterior obtendremos una distribución de la intensidad a lo largo del perfil de la chapa como la mostrada en la figura 5.17:

El siguiente paso consiste en definir la coordenada radial  $h$ , donde la intensidad cambia de sentido a contar desde el eje del rotor. Conociendo la distribución de intensidad a lo largo de la altura de la chapa, es suficiente con igualar a cero la expresión de la intensidad:



$$I = (0.0510) \cdot L_n \left[ \frac{(43.143 - h)^2}{88.453} \right] \cdot \left[ \frac{h(12.3 - h)}{12.3} \right] = 0 \quad [5.54] \quad h = 33.738 \text{ mm}$$

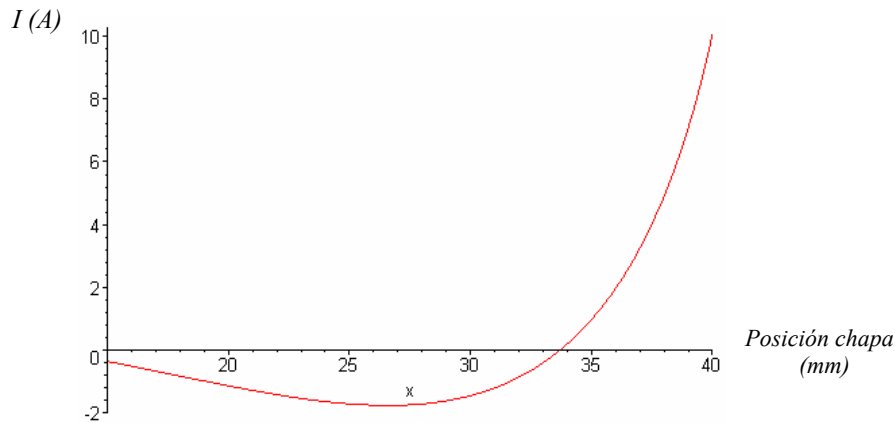


Figura 5.17. Distribución de corriente activa a lo largo de una chapa radial del rotor.

Una vez conocida la coordenada donde la intensidad invertirá su sentido en el interior de las chapas y recordando que la intensidad no puede salir de las propias chapas, es posible hallar la intensidad total de la chapa, integrando la ecuación de la intensidad desde la coordenada de cambio de sentido  $h$  (33.738 mm), hasta la parte superior de las chapas que coincide con el radio del estator (40 mm), ya que ésta realizará un circuito cerrado para cada chapa.

$$I_{\text{superior}} = \int_{33.738}^{40} \left[ (0.0510) \cdot L_n \left[ \frac{(43.143 - h)^2}{88.453} \right] \cdot \left[ \frac{h(12.3 - h)}{12.3} \right] \cdot dh = 23.108 \text{ A} \quad [5.55]$$

Para comprobar que realmente los valores de la intensidad y la coordenada de cambio de sentido de la misma son correctos podemos volver a integrar la ecuación de la intensidad pero ahora desde la coordenada del eje del rotor (15 mm) hasta la coordenada de cambio de sentido  $h$  (33.738 mm).

$$I_{\text{inferior}} = \int_{15}^{33.738} \left[ (0.0510) \cdot L_n \left[ \frac{(43.143 - h)^2}{88.453} \right] \cdot \left[ \frac{h(12.3 - h)}{12.3} \right] \cdot dh = -23.089 \text{ A} \quad [5.56]$$

Los resultados coinciden plenamente considerando los dos tramos de chapa. Aparte, notar que los sentidos de las corrientes son diferentes en cada sección de la chapa, tomando como valor medio de la intensidad unos 23.10 A.

También es posible relacionar el par de la máquina con la intensidad que circula por el motor mediante la siguiente expresión. Notar que se calcula para toda la longitud de la chapa desde  $h=15\text{mm}$ , hasta  $h=40\text{mm}$  ya que es el conjunto del rotor el productor del par [5.57].

$$\begin{aligned} \tau_{\text{sin-anillos}} &= \int_{15}^{40} L_{\text{rotor}} \cdot B(r) \cdot I(r) \cdot dh = L_{\text{rotor}} \int_{15}^{40} \left[ \left( \frac{K}{(A-h)} \right) \left( \frac{k \cdot e_{\text{chapa}}}{\rho_{\text{chapas}} \cdot L_{\text{rotor}}} \right) \cdot \ln \left[ \frac{(A-h)^2}{(A-R_{\text{eje}}) \cdot (A-R_{\text{estator}})} \right] \cdot \left( \frac{h \cdot (R_{\text{esta}} - h - s)}{(R_{\text{esta}} - s)} \right) \right] \cdot dh = \\ &= (0.072) \cdot \int_{15}^{40} \left[ \frac{2.420}{(43.143 - h)} \right] \cdot \left[ (0.0510) \cdot L_n \left[ \frac{(43.143 - h)^2}{88.453} \right] \cdot \left[ \frac{h(12.3 - h)}{12.3} \right] \right] \cdot dh = 0.644 \text{ N}\cdot\text{m} \end{aligned}$$

Donde:

$L_{\text{Rotor}}$  = longitud del rotor = 0.072 m (en metros para que tenga coherencia la ecuación).

$e_{chapa}$  = espesor chapa = 0.5 mm

$\sigma$  = conductividad chapas =  $1/\rho = 3 \cdot 10^6$  S/m =  $3$  S·m/mm<sup>2</sup>, con  $\rho$  = resistividad de las chapas =  $1/\sigma$ .

$A$  = primera constante del campo magnético = 43.143 mm.

$K$  = segunda constante del campo magnético = 2.420 T·mm

$k$  = constante que depende de la f.e.m máxima pasada al secundario (rotor) = 2.444 V·mm.

$s$  = parámetro que depende de la corriente que atraviesa la parte superior de la chapa = 27.7mm

$h$  = coordenada radial de la chapa desde el eje del rotor hasta el cambio de sentido de la intensidad.

$R_{eje}$  = radio del eje = 15 mm

$R_{estator}$  = radio interior del estator = 40 mm

Los campos producidos por la sección superior e inferior de las chapas serán [5.58] y [5-59]:

$$\tau_{\text{sin-anillos}} = (0.072) \cdot \int_{33.738}^{40} \left( \frac{2.444}{(43.143-h)} \right) \cdot \left[ (0.0510) \cdot \text{Ln} \left[ \frac{(43.143-h)^2}{88.453} \right] \cdot \left[ \frac{h(12.3-h)}{12.3} \right] \right] \cdot dh = 0.879 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\tau_{\text{sin-anillos}} = (0.072) \cdot \int_{15}^{33.738} \left( \frac{2.444}{(43.143-h)} \right) \cdot \left[ (0.0510) \cdot \text{Ln} \left[ \frac{(43.143-h)^2}{88.453} \right] \cdot \left[ \frac{h(12.3-h)}{12.3} \right] \right] \cdot dh = -0.235 \text{ N}\cdot\text{m}$$

#### 5.4 FUNCIONAMIENTO DEL MOTOR CON ROTOR DE CHAPAS CON ANILLOS

Siguiendo el estudio realizado para el motor con rotor de chapas sin anillos, y de forma análoga, se irán analizando las diferencias existentes entre este motor y el motor con rotor de chapas tipo  $A$ , con anillos, considerando sus magnitudes y características principales para las mismas condiciones de funcionamiento (3000 rpm y una frecuencia de deslizamiento de 3.33 Hz).

En primer lugar, partimos de la distribución de la inducción magnética, la cual presenta una forma parecida a la hallada para motor con rotor de chapas sin anillos. Mediante el programa FEMM, se ha comprobado la evolución de esta inducción, hallándose los siguientes valores máximos y mínimos correspondientes a los radios extremos del rotor.

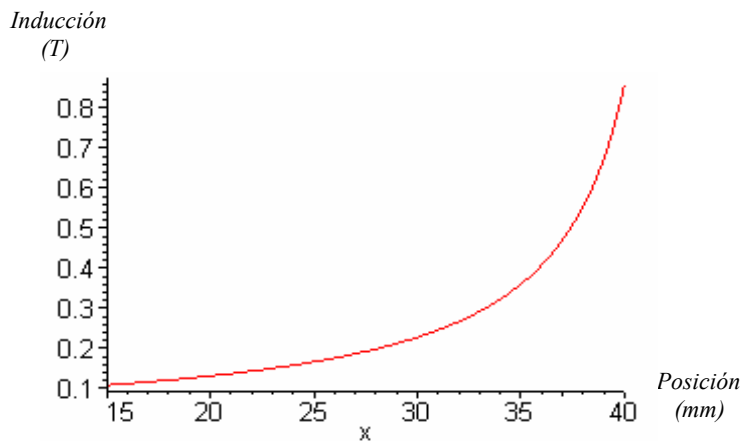


Figura 5.18. Distribución de inducción en el motor a 3000 rpm con rotor de chapas tipo  $A$ , con anillos.

Se aprecia que  $B'_{max} = 0.86$  T, y  $B'_{min} = 0.105$  T

Si recordamos la ecuación que nos relaciona estas magnitudes con las constantes magnéticas  $A'$ , y  $K'$ , tendremos las siguientes expresiones y valores:

$$B = \frac{K'}{(A'-r')} \quad [5.60]$$

$$B'_{\max} = \frac{K'}{(A' - R_{\text{estator}})} = \frac{K'}{(A' - 40)} = 0.86T \quad [5.61]$$

$$B'_{\min} = \frac{K'}{(A' - R_{\text{eje}})} = \frac{K'}{(A' - 15)} = 0.105T \quad [5.62]$$

Siendo por tanto las constantes  $A'$  y  $K'$ , respectivamente:

$$A' = \frac{B'_{\min} \cdot R_{\text{eje}} - R_{\text{estator}} \cdot B'_{\max}}{B'_{\min} - B'_{\max}} = \frac{0.105 \cdot 15 - 40 \cdot 0.86}{0.105 - 0.86} = 43.477 \text{ mm} \quad [5.63]$$

$$K' = B'_{\min} \cdot (A' - 15) = 0.105 \cdot (43.477 - 15) = 2.990 (T \cdot \text{mm}) \quad [5.64]$$

Asimismo la f.e.m en el estator tiene la misma distribución y un valor máximo muy aproximado al motor sin anillos, ya que se eleva a 212.4 V (ver capítulo VI, apartado 6.2.1.1), pudiéndose aplicar por tanto las siguientes expresiones, donde  $E'_{\max-2}$ , es la f.e.m del estator pasada al rotor.

$$E'_{\max-2} = E'_{\max-1} \cdot \left( \frac{m_1}{m_2} \right) \cdot \left( \frac{Z_2 \cdot \xi_2}{Z_1 \cdot \xi_1} \right) = 212.4 \cdot \left( \frac{3}{75} \right) \cdot \left( \frac{150 \cdot 0.998}{1944 \cdot 0.827} \right) = 0.776V \quad [5.65]$$

$$E' = \frac{k'}{(A' - r)} \quad [5.66]$$

$$k' = E'_{\max-2} (A' - R_{\text{esta}}) = 0.776 \cdot (43.477 - 40) = 2.700 V \cdot \text{mm} \quad [5.67]$$

Finalmente, la constante  $s'$ , la cual depende de las líneas de intensidad de la parte superior de las chapas que se cierran a través de la parte inferior de las mismas pasa a valer 27.24 mm, ya que en esta ocasión una parte de estas líneas de corriente, en esta parte superior de la chapa, se derivan hacia los anillos.

Una vez definidos los cuatro parámetros ( $A', K', k'$  y  $s'$ ) que ajustan las ecuaciones electromagnéticas del motor de chapas con anillos, podemos expresar la ecuación de la intensidad activa en función de la coordenada radial  $h'$  con:

- $e_{\text{chapa}}$  = espesor chapa = 0.5 mm
- $\sigma$  = conductividad chapas =  $1/\rho = 3 \cdot 10^6 \text{ S/m} = 3 \text{ S} \cdot \text{m/mm}^2$ , con  $\rho$  = resistividad de las chapas =  $1/\sigma$ .
- $L_{\text{rotor}}$  = longitud del rotor = 72 mm
- $A'$  = primera constante del campo magnético = 43.477 mm.
- $K'$  = segunda constante del campo magnético = 2.990 T·mm
- $k'$  = constante que depende de la f.e.m máxima pasada al secundario (rotor) = 2.700 V·mm.
- $s'$  = parámetro que depende de la corriente que atraviesa la parte superior de la chapa = 27.24 mm.
- $h'$  = coordenada radial de la chapa desde el eje del rotor hasta el cambio de sentido de la intensidad.
- $R_{\text{eje}}$  = radio del eje = 15 mm
- $R_{\text{estator}}$  = radio interior del estator = 40 mm

$$I = \frac{k' \cdot e_{\text{chapa}}}{\rho_{\text{chapas}} \cdot L_{\text{rotor}}} \cdot \ln \left[ \frac{(A' - h')^2}{(A' - R_{\text{eje}}) \cdot (A' - R_{\text{estator}})} \right] \cdot \left( \frac{(h' \cdot (R_{\text{esta}} - h' - s'))}{(R_{\text{esta}} - s')} \right) = \quad [5.68]$$

$$I = \left( \frac{2.70 \cdot 0.5}{(1/3) \cdot 72} \right) \cdot \text{Ln} \left[ \frac{(43.477 - h')^2}{(43.477 - 15) \cdot (43.477 - 40)} \right] \cdot \left[ \frac{h(40 - h' - 27.24)}{(40 - 27.24)} \right] = (0.0570) \cdot \text{Ln} \left[ \frac{(43.477 - h')^2}{(98.057)} \right] \cdot \left[ \frac{h'(12.76 - h')}{(12.76)} \right]$$

En esta ecuación, todos los términos son conocidos excepto la coordenada radial  $h'$ . Por tanto, ahora, ya es posible representar gráficamente la expresión anterior, con lo cual obtendremos:

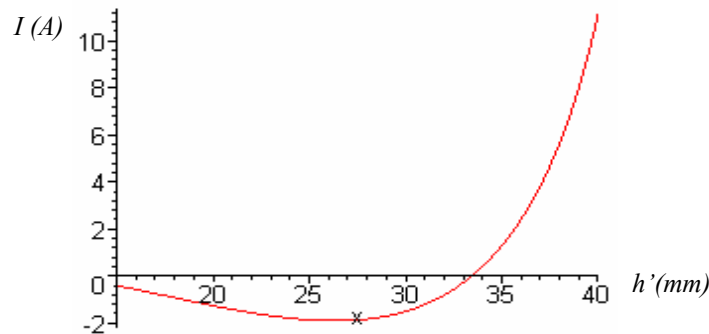


Figura 5.19. Distribución de corriente a lo largo de una chapa radial del rotor en el motor con anillos.

Como se comprueba, la distribución de intensidad activa es parecida a la obtenida para el motor de chapas sin anillos. El siguiente paso consiste en definir la coordenada radial  $h'$ , donde la intensidad cambia de sentido, conociendo la distribución de intensidad a lo largo de la altura de la chapa, es suficiente con igualar a cero la expresión esta intensidad:

$$I = (0.0570) \cdot \text{Ln} \left[ \frac{(43.477 - h')^2}{(98.057)} \right] \cdot \left[ \frac{h'(12.76 - h')}{(12.76)} \right] = 0 \quad [5.69] \quad \text{De donde obtenemos que } h' = 33.526 \text{ mm}$$

Una vez conocida esta coordenada, es posible hallar la intensidad que circulará por cada sección de la chapa, recordando que en esta ocasión no coincidirán los valores de la corriente de la parte superior de la chapa con los obtenidos para la sección inferior de la misma.

La intensidad total de la chapa es la intensidad que circula por la sección superior de la chapa:

$$I_{\text{sup}} = \int_{33.526}^{40} \left[ (0.0570) \cdot \text{Ln} \left[ \frac{(43.447 - h')^2}{(98.057)} \right] \cdot \left[ \frac{h'(12.76 - h')}{12.76} \right] \right] \cdot dh' = 26.309 \text{ A} \quad [5.70]$$

Mientras que por la parte inferior de la chapa circulará una intensidad de valor:

$$I_{\text{inf}} = \int_{15}^{33.526} \left[ (0.0570) \cdot \text{Ln} \left[ \frac{(43.613 - h')^2}{(98.057)} \right] \cdot \left[ \frac{h'(12.76 - h')}{12.76} \right] \right] \cdot dh' = -23.834 \text{ A} \quad [5.71]$$

Por lo que la intensidad por chapa que se deriva hacia los anillos, será:

$$I_{\text{anillo-por-chapa}} = I_{\text{sup}} - I_{\text{inf}} = 26.309 - 23.834 = 2.475 \text{ A} \quad [5.72]$$

Lo que representa un 9.4% de la intensidad total que circula por una chapa. Para el conjunto del rotor, formado en este modelo  $A$ , por 150 chapas y con una velocidad de 3000 rpm (es decir con dos polos), tendremos una corriente activa total por los anillos<sup>{L-16}</sup> de valor:

$$I_{\text{total-anillo}} = \frac{I_{\text{anillo-por-chapa}}}{2p} \cdot \frac{n_{\text{chapas-rotor}}}{\pi} = \frac{2.475}{2} \cdot \frac{150}{\pi} = 59.086 \text{ A} \quad [5.73]$$

Que representa (con una superficie útil de los anillos considerando el modelo  $A$ ) una densidad de corriente de:

$$S_{anillo} = 10.2 \cdot 6.5 = 66.3 \text{ mm}^2 \quad \partial_{anillos} = \frac{I_{total-anillo}}{S_{anillo}} = \frac{59.086}{66.3} = 0.892 \left( \frac{A}{\text{mm}^2} \right) \quad [5.74]$$

También es posible relacionar el par de la máquina con la intensidad que circula por el motor mediante la siguiente expresión. Notar que se calcula para toda la longitud de la chapa desde  $h=15\text{mm}$ , hasta  $h=40\text{mm}$  ya que es el conjunto del rotor el productor del par [5.75].

$$\begin{aligned} \tau_{con-anillos} &= \int_{15}^{40} L_{rotor} \cdot B(r) \cdot I(r) \cdot dh' = L_{rotor} \int_{15}^{40} \left[ \left( \frac{K'}{(A'-h')} \right) \left( \frac{k' \cdot e_{chapa}}{\rho_{chapas} \cdot L_{rotor}} \right) \cdot \ln \left[ \frac{(A'-h')^2}{(A'-R_{eje}) \cdot (A'-R_{estator})} \right] \cdot \left( \frac{h' \cdot (R_{esta} - h' - s')}{(R_{esta} - s')} \right) \right] \cdot dh' = \\ &= (0.072) \cdot \int_{15}^{40} \left( \frac{2.990}{(43.477 - h')} \right) \cdot \left[ 0.0570 \cdot \text{Ln} \left[ \frac{(43.477 - h')^2}{98.057} \right] \cdot \left[ \frac{h'(12.76 - h')}{12.76} \right] \right] \cdot dh' = 0.846 \text{ N}\cdot\text{m} \end{aligned}$$

Donde:

$L_{Rotor}$  = longitud del rotor = 0.072 m

$e_{chapa}$  = espesor chapa = 0.5 mm

$\sigma$  = conductividad chapas =  $1/\rho = 3 \text{ S}\cdot\text{m}/\text{mm}^2$ , donde  $\rho$  = resistividad de las chapas =  $1/\sigma$ .

$A'$  = primera constante del campo magnético = 43.477 mm.

$K'$  = segunda constante del campo magnético = 2.99 T·mm

$k'$  = constante que depende de la f.e.m máxima pasada al secundario (rotor) = 2.700 V·mm.

$s'$  = parámetro que depende de la corriente que atraviesa la parte superior de la chapa = 27.24 mm.

$h$  = coordenada radial de la chapa desde el eje del rotor hasta el cambio de sentido de la intensidad.

$R_{eje}$  = radio del eje = 15 mm

$R_{estator}$  = radio interior del estator = 40 mm

Los campos producidos por la sección superior e inferior de las chapas serán respectivamente:

$$\tau_{con-anillos} = (0.072) \cdot \int_{33.526}^{40} \left( \frac{2.990}{(43.477 - h')} \right) \cdot \left[ 0.0570 \cdot \text{Ln} \left[ \frac{(43.477 - h')^2}{98.057} \right] \cdot \left[ \frac{h'(12.76 - h')}{12.76} \right] \right] \cdot dh' = 1.137 \text{ N}\cdot\text{m} \quad [5.76]$$

$$\tau_{con-anillos} = (0.072) \cdot \int_{15}^{33.526} \left( \frac{2.990}{(43.477 - h')} \right) \cdot \left[ 0.0570 \cdot \text{Ln} \left[ \frac{(43.477 - h')^2}{98.057} \right] \cdot \left[ \frac{h'(12.76 - h')}{12.76} \right] \right] \cdot dh' = -0.291 \text{ N}\cdot\text{m} \quad [5.77]$$

Podemos hallar de forma teórica el incremento de par que representan los anillos en un rotor, mediante un aumento ficticio de la longitud del propio rotor. Es decir, que un motor con rotor con anillos es equiparable a un motor con rotor sin anillos al que se le ha aplicado un incremento de longitud al rotor (en el buen entendido que al incorporar el anillo no se ha disminuido la longitud efectiva de las chapas). Este incremento de longitud vendrá determinado por la siguiente expresión<sup>{L-16}</sup>:

$$\Delta L_{barras-rotor} = \left[ \frac{D_{rotor}}{2 \cdot p^2} \cdot \frac{S_{efectiva-chapas}}{S_{anillo}} \cdot \frac{n^{\circ}_{chapas-rotor}}{\pi} \cdot \frac{\rho_{anillo}}{\rho_{chapas}} \right] \quad [5.78]$$

Donde:

$P$  = pares de polos = 1.

$D_{rotor}$  = diámetro del rotor = 79.4mm = 7.94 cm.

$S_{efectiva\ chapa}$  = superficie efectiva de la chapa = 0.1196 cm<sup>2</sup> (calculado posteriormente)

$S_{anillo}$  = superficie efectiva del anillo del rotor =  $10.2 \cdot 10^{-1} \cdot 6.5 \cdot 10^{-1} = 0.663 \text{ (cm}^2\text{)}$  (ver figura capítulo III para las cotas empleadas)

$\rho_{anillo}$  = resistividad material del anillo =  $0.029 \cdot 10^6 \text{ (}\Omega \text{ mm}^2/\text{m)}$

$\rho_{\text{chapas}}$  = resistividad de las chapas =  $0.333 \cdot 10^6$  ( $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ )

La superficie efectiva de las chapas vendrá determinada en primer lugar por la longitud de la chapa que esta en contacto con el anillo, que en nuestro motor tipo *A*, valdrá:

$$[L_{\text{efectiva}}] = \left[ \frac{\rho^2}{2 \cdot R} \right]_R^{R_E} = \left[ \frac{\rho^2}{2 \cdot R} \right]_{29.8}^{40} = \left[ \frac{40^2 - 29.8^2}{2 \cdot 15} \right] = 23.93 \text{mm} = 2.373 \text{cm} \quad [5.79]$$

Siendo la sección efectiva de la chapa el producto de esta longitud por el espesor de la chapa, es decir:

$$S_{\text{efectiva-chapa}} = e_{\text{chapa}} \cdot L_{\text{efectiva}} = 0.5 \cdot 10^{-1} \cdot 2.373 = 0.1186 \text{cm}^2 \quad [5.80]$$

Por su parte  $R$ , es el radio interior desde el eje del rotor hasta el anillo, y  $R_E$  el radio exterior del rotor.

$$R = R_{\text{estator}} - h_{\text{anillo}} = 40 - 10.2 = 29.8 \text{mm} \quad R_E = 40 \text{mm} \quad [5.81]$$

El incremento de longitud ficticia del rotor al incorporar los anillos dada en (cm) será:

$$\Delta L_{\text{barras-rotor}} = \left[ \frac{D_{\text{rotor}}}{2 \cdot p^2} \cdot \frac{S_{\text{efectiva-chapas}}}{S_{\text{anillo}}} \cdot \frac{n^{\circ}_{\text{chapas-rotor}}}{\pi} \cdot \frac{\rho_{\text{anillo}}}{\rho_{\text{chapas}}} \right] = \left[ \frac{7.94}{2 \cdot 1^2} \cdot \frac{0.1186}{0.663} \cdot \frac{150}{\pi} \cdot \frac{0.029 \cdot 10^6}{0.333 \cdot 10^6} \right] = 2.95 \text{cm} \quad [5.82]$$

Este incremento de longitud ficticia se corresponde con un aumento de longitud porcentual de:

$$\Delta L\% = \left( 1 - \frac{L_{\text{rotor}}}{L_{\text{rotor}} + \Delta L_{\text{rotor}}} \right) \cdot 100 = \left( 1 - \frac{7.20}{7.20 + 2.95} \right) \cdot 100 = 29.1\% \quad [5.83]$$

Una vez conocido el incremento de longitud podemos conocer el incremento de par que existirá en el motor con rotor de chapas con anillos.

$$\frac{\tau_{\text{con-anillos}}}{\tau_{\text{sin-anillos}}} = \Delta L\% \quad \text{Por tanto:} \quad \tau_{\text{anillos}} = \tau_{\text{sin-anillos}} \cdot \Delta L\% = 0.644 \cdot 1.291 = 0.831 \text{N}\cdot\text{m} \quad [5.84]$$

Vemos que el par obtenido por aplicación de las fórmulas deducidas es de  $0.846 \text{N}\cdot\text{m}$ , valor muy próximo a los  $0.831 \text{N}\cdot\text{m}$  obtenidos por el aumento de longitud efectiva del rotor.

También mediante el cálculo del programa FEMM se han obtenido los valores de par para los motores con y sin anillos tipo *A*, a 3000 rpm y con un deslizamiento del 3.33% [5.85].

$$\tau_{\text{anillos-FEMM}} = 0.882 \text{N}\cdot\text{m} \quad \tau_{\text{sin-anillos-FEMM}} = 0.675 \text{N}\cdot\text{m} \quad \Delta \tau = \frac{\tau_{\text{con-anillos-FEMM}}}{\tau_{\text{sin-anillos-FEMM}}} = \frac{0.882}{0.675} = 1.307 \Rightarrow 30.7\%$$

Los valores son parecidos a los hallados mediante las fórmulas empíricas deducidas para este motor. Asimismo, también coincide el valor del incremento de par debido a la acción de los anillos.

## 5.5 OTRAS CARACTERÍSTICAS RELEVANTES DEL MOTOR DE CHAPAS

Para completar el estudio del motor con rotor de chapas se incluyen unos apartados con características relevantes referidas a diversos factores que influyen significativamente en su comportamiento.

### 5.5.1 Profundidad del campo estatorico

La profundidad del campo estatórico depende básicamente de la reluctancia magnética de los elementos que constituyen el circuito magnético y de la conductividad eléctrica de las chapas del rotor. A continuación se analizan cada uno de estos factores por separado, aplicándolos al motor a 3000 rpm rotor de chapas tipo A.

#### 5.5.1.1 Reluctancia magnética de los elementos que constituyen el circuito magnético

Si el circuito magnético presenta una alta permeabilidad la reluctancia será baja y en consecuencia existirá un mayor flujo magnético, quedándose estas líneas de flujo más cerca de la superficie, es decir alcanzaran una menor profundidad en las chapas.

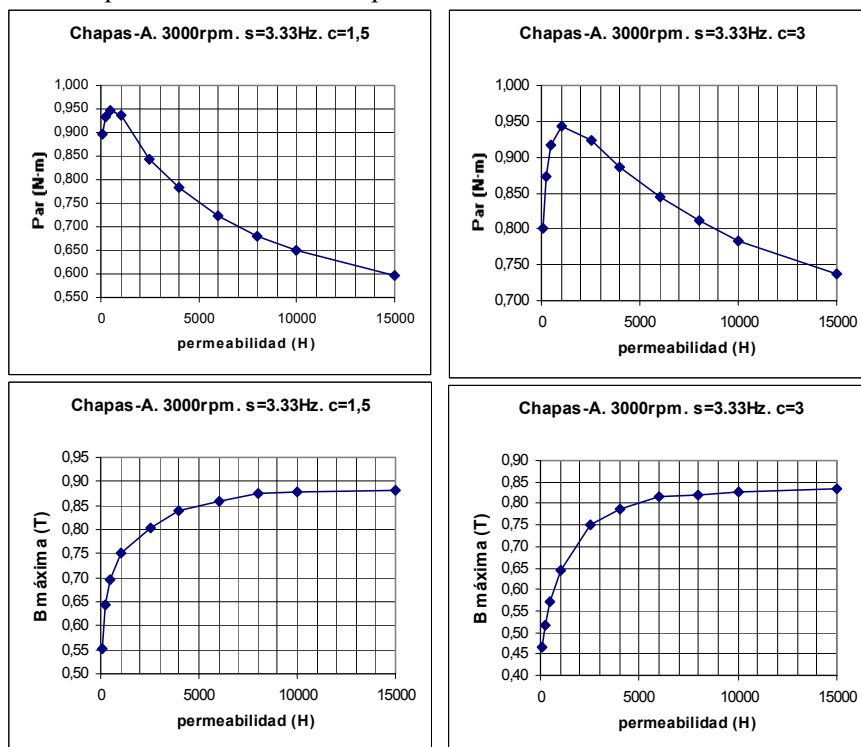


Figura 5.20. Variación del par y la inducción máxima en el entrehierro en función de la permeabilidad.

La figura nos muestra que el par varía bruscamente elevando su valor con la permeabilidad relativa de los materiales del rotor cuando ésta presenta valores bajos. En cambio, para valores de permeabilidad elevados las variaciones de par son mucho menores y en sentido descendente.

#### 5.5.1.2 Conductividad eléctrica de las chapas del rotor

Para comprobar el funcionamiento del rotor cuando se modifican las conductividades de los materiales se ha procedido a su análisis mediante el programa de elementos finitos FEMM el cual nos permite observar el efecto de la conductividad sobre las magnitudes eléctricas. Para ello se compara la distribución de las corrientes y densidades de flujo en las chapas del rotor cuando se modifican sus conductividades. Concretamente se muestran tres casos correspondientes al mismo motor (3000 rpm) pero con un rotor construido con chapas de conductividades 3, 8, y 15 MS/m respectivamente analizados a una frecuencia del rotor de 3.33 Hz y con una permeabilidad relativa de 4000.

Las figuras siguientes muestran que un aumento de la conductividad del material repercute en la distribución de las corrientes de forma que éstas son cada vez más superficiales. Asimismo, se aprecia que con aumentos de la conductividad el campo creado por el rotor de chapas también se incrementa lo que provoca un campo neto más débil. Este fenómeno sólo es posible si existe un gran desfase entre

el campo creado por el estator y el campo creado por el rotor de chapas, originando este desfase un cambio en los valores de la resistencia y reactancia del rotor.

La variación del campo neto respecto a la conductividad es una medida importante a tener presente. Así una conductividad más elevada implica, como es lógico, una carga más inductiva, la cual generará más potencia reactiva. La optimización en la selección de los materiales pasa por evaluar el producto de la intensidad primaria por el factor de potencia del motor, siendo este parámetro de suma importancia ya que es aplicable a toda parte o componente del motor lo que permite optimizar los materiales constructivos dependiendo de los usos finales a los que se destine el motor.

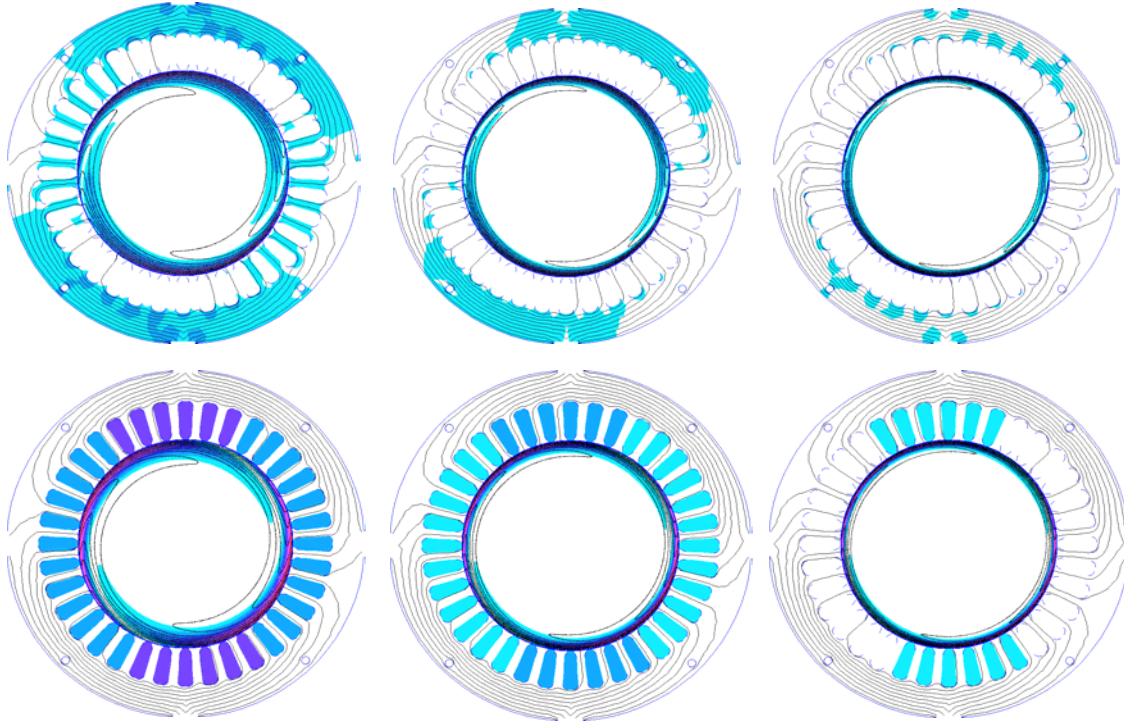


Figura 5.21. Simulación del motor a 3000 rpm con rotor de chapas y con diferentes conductividades de 3MS/m, 8MS/m, y 15MS/m. a) Densidad de flujo. b) Densidad de corriente.

Suponiendo una pequeña variación de reactancia en el rotor, como ocurre cuando la frecuencia es de bajo valor, podemos aproximar la variación del ángulo de fase entre la intensidad del rotor y la fuerza electromotriz mediante la siguiente ecuación donde  $\sigma$ , es la conductividad:

$$\theta = \text{arctg}(K \cdot \sigma) \quad [5.86]$$

Asimismo es posible analizar la variación del módulo de la inducción del rotor  $B_{rotor}$  en función de la variación de la intensidad rotorica  $I_{rotor}$ , de la siguiente forma<sup>{L-40}</sup>.

$$\partial B \propto \partial I \quad [5.87]$$

$$I = \frac{\vec{E}}{R_{rotor} + j \cdot X_{rotor}} \quad [5.88]$$

Siendo su módulo.

$$|\vec{I}| = \frac{1}{R_{rotor}^2 + X_{rotor}^2} \left| \vec{E} \cdot (R_{rotor} - j \cdot X_{rotor}) \right| = \frac{E}{\sqrt{R_{rotor}^2 + X_{rotor}^2}} \quad [5.89]$$



Finalmente, desarrollando en serie la ecuación anterior obtendremos la siguiente relación:

$$|I| \propto \frac{1}{X_{rotor}} - \frac{1}{2 \cdot X_{rotor}^3} \cdot R_{rotor}^2 \quad [5.90]$$

De forma gráfica también es posible comprobar la evolución de la intensidad en función de la conductividad para reactancias del rotor pequeñas ( $X_{rotor}$ ).

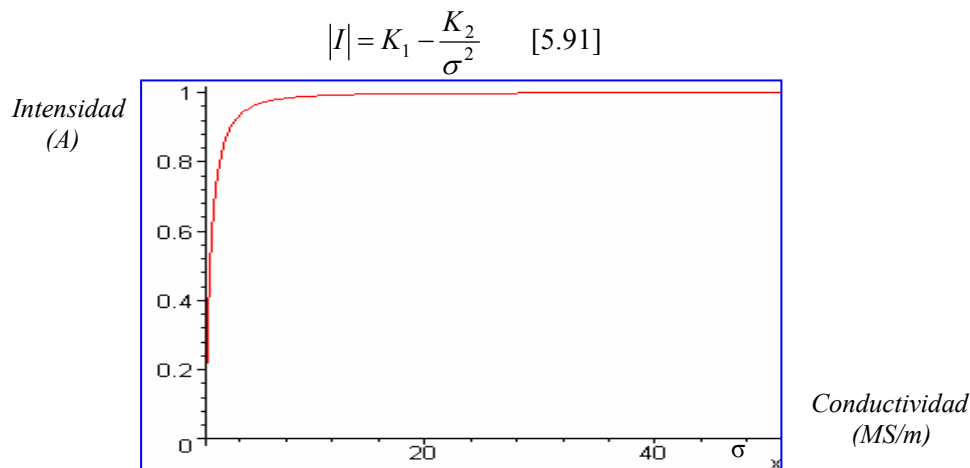


Figura 5.22. Variación de la intensidad en función de la conductividad de las chapas del rotor.

Las secciones entre las chapas del rotor que contienen aire resultan decisivas en la creación de la reluctancia característica del motor. Este fenómeno facilita una rápida respuesta en los transitorios lo que resulta de sumo interés. Por su parte, la alta reluctancia viene acompañada por una baja inercia que supone una constante eléctrica y mecánica de bajo valor.

### 5.5.2 Creación del campo estático y rotórico debido a las corrientes parásitas

El campo creado por el rotor afectará más al campo total si es menos profundo. Como se ha indicado, la profundidad de las corrientes rotóricas dependía de la conductividad y permeabilidad relativa del material (entre otros factores) y como es lógico, en función de estas corrientes rotóricas, vendrá determinado el campo rotórico.

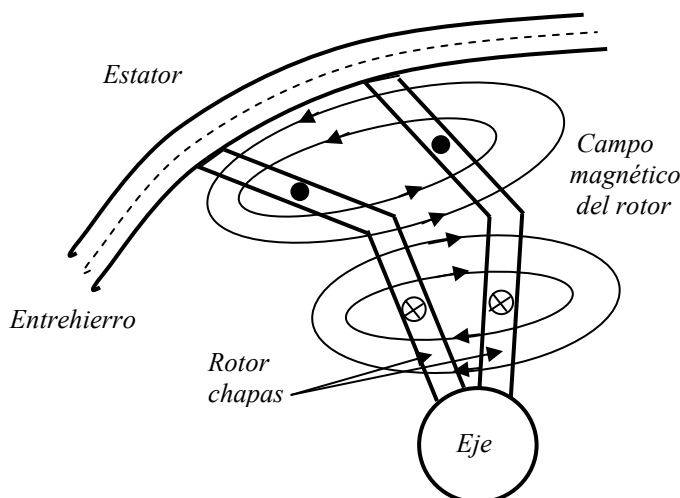


Figura 5.23. Campo creado por las chapas rotóricas que forman el rotor.

En cambio el campo magnético creado por el estator sigue una forma más convencional atravesando los espacios ocupados por aire y siguiendo un trayecto perpendicular cuando atraviesa una chapa. Por lo que a distancia y considerando todas las chapas, el campo magnético del estator sigue la trayectoria mostrada en la siguiente figura.

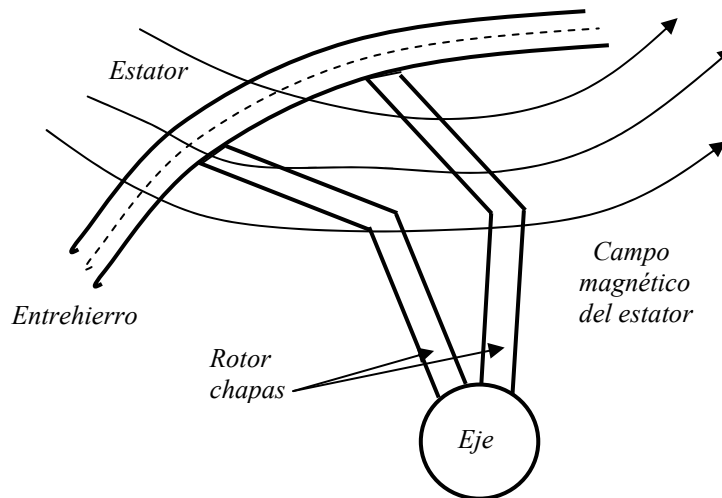


Figura 5.24. Líneas de campo magnético creado por el estator en un motor con rotor de chapas.

### 5.5.2.1 Resultado de la interacción de los dos campos magnéticos a nivel de par y deslizamiento

Si analizamos la interacción de los dos campos magnéticos a nivel de par y del deslizamiento, podemos suponer, por ejemplo, que una chapa estará sometida en su parte superior a una corriente entrante, estando la parte inferior de la chapa recorrida por una corriente saliente. Cada una de estas corrientes crea un dipolo magnético como se aprecia en la figura 5.23. Este dipolo distorsiona el campo magnético creado en el estator de la siguiente forma:

- En la frontera rotorica, existe una disminución de campo tangencial total debido a la diferencia entre los campos tangenciales estátorico y rotorico.
- Por debajo de esta frontera rotorica, existe un aumento del campo magnético total ya que existe una adición entre los campos magnéticos del estator y del rotor.
- Finalmente, en la parte profunda de las chapas, los campos prácticamente se anulan entre si.

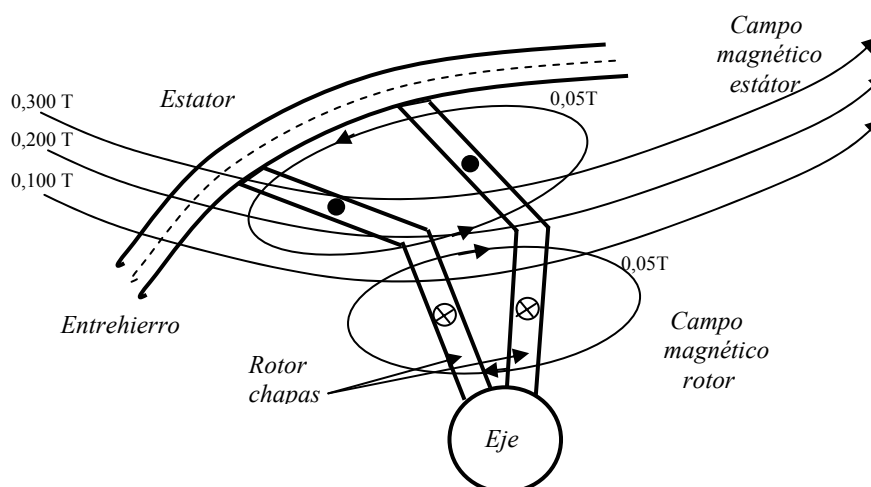


Figura 5.25. Campos magnéticos estátorico y rotórico en un motor con rotor de chapas.

Si se recorre una línea de campo magnético estátorico y se tiene en cuenta las contribuciones del campo magnético rotórico como se refleja en la figura 5.25, podemos observar que las líneas que lo

cruzan, cuando el radio del rotor es menor de 33.359 mm, incrementan su inducción magnética. Esto origina un desplazamiento de las líneas de campo magnético total como se indica en la figura 3.26. A medida que la línea de campo magnético total se acerca al entrehierro, el campo magnético rotorico recibido es de sentido contrario, originando que la línea de isocampo total se cierre bruscamente hasta encontrar el estator. El campo magnético creado es tangencial a la chapa de forma que se crea un polo norte y un polo sur donde la corriente cambia de signo

Modelizando vectorialmente las líneas de campo se aprecia una disminución del campo magnético total en la zona periférica superior de las chapas debido a la oposición entre los campos del rotor y del estator, mientras que en zonas más profundas los dos campos suman sus aportaciones.

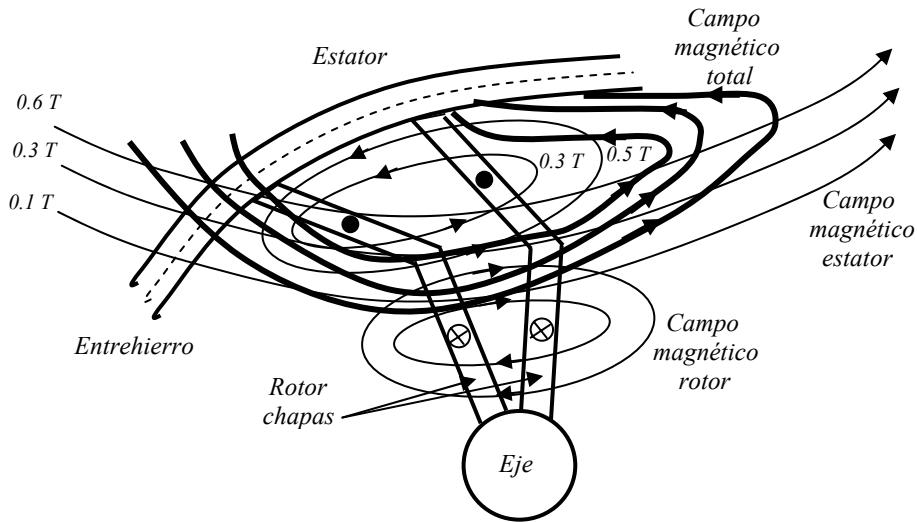


Figura 5.26. Interacción entre los campos magnéticos del estator y rotor en un motor de chapas.

De forma real esta distorsión del campo magnético total también puede apreciarse con claridad en las siguientes figuras obtenidas para unos cuantos valores de conductividades y permeabilidades relativas. Notar la disminución del campo magnético al aumentar la conductividad del material y en cambio el aumento de este campo magnético al incrementarse la permeabilidad relativa de las chapas

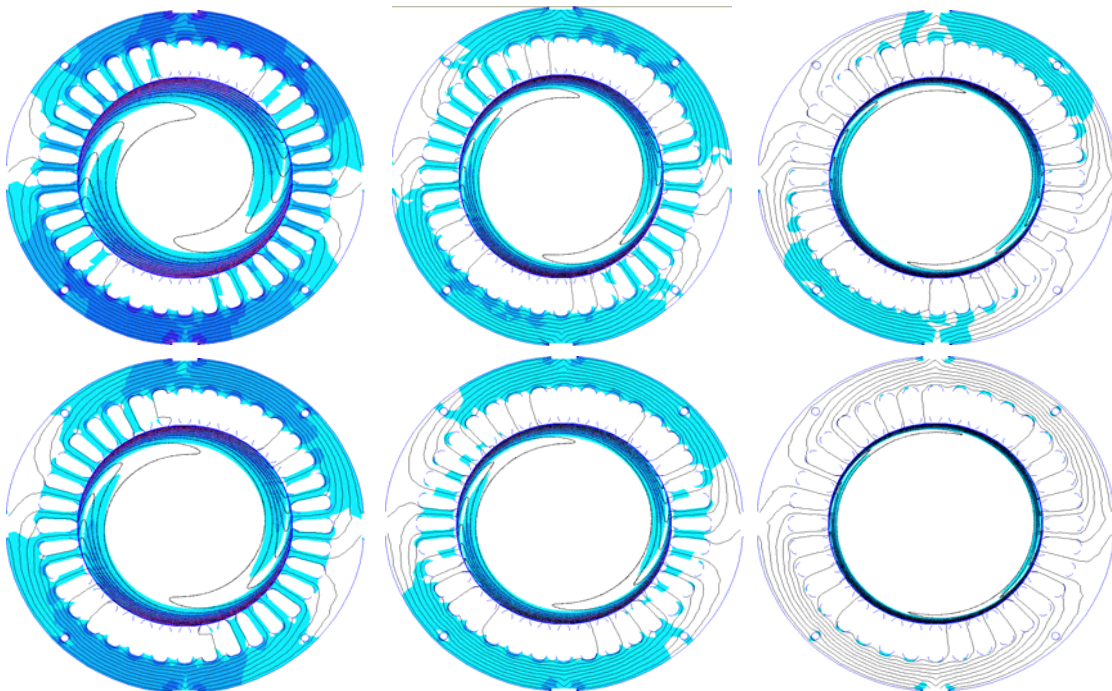


Figura 5.27. Campo magnético total para el motor de chapas tipo A, con 3000 rpm y un deslizamiento del 3.33%. a)  $c = 3, 5, \text{ y } 15 \text{ MS/m}$ , con  $\mu = 2500$ . b)  $\mu = 2500, 6000, 12000$ , con  $c = 3 \text{ MS/m}$

### 5.5.3 Distribución densidad de corriente en las chapas del rotor tipo *A*, a 3000 rpm

Mediante las simulaciones realizadas con el programa de elementos finitos FEMM podemos determinar la distribución de la densidad de corriente en el rotor de chapas. La componente real de esta densidad de corriente esta representada mediante la curva de color gris en las siguientes figuras.

Un análisis de las corrientes que se producirán en las chapas rotóricas indica que éstas seguirán una distribución hiperbólica, en concreto una distribución de una tangente hiperbólica. Se han realizado simulaciones de las corrientes que atraviesan una chapa, denotándose que la distribución depende de la posición relativa del campo magnético giratorio estático y de la carga del motor. En la figura 5.28 se muestran tres líneas que simbolizan a sendas chapas situadas en el sector indicado del motor, mientras que la distribución de la densidad de corriente y del campo pueden apreciarse en las figuras 5.29-30.

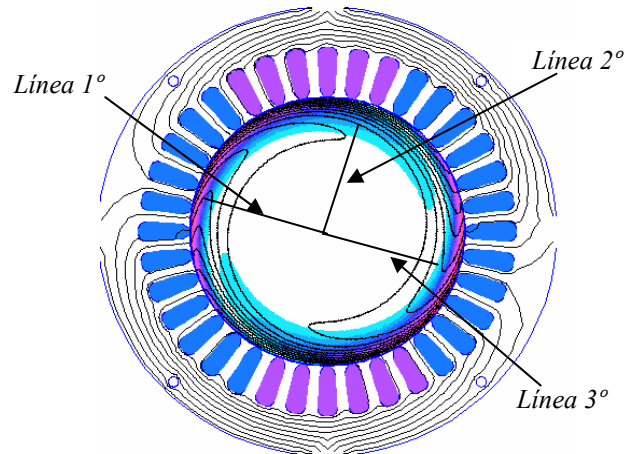


Figura 5.28. Densidades de corriente en una vista superficial del rotor de chapas tipo *A*, con 3000 rpm y un deslizamiento de 3.33Hz.

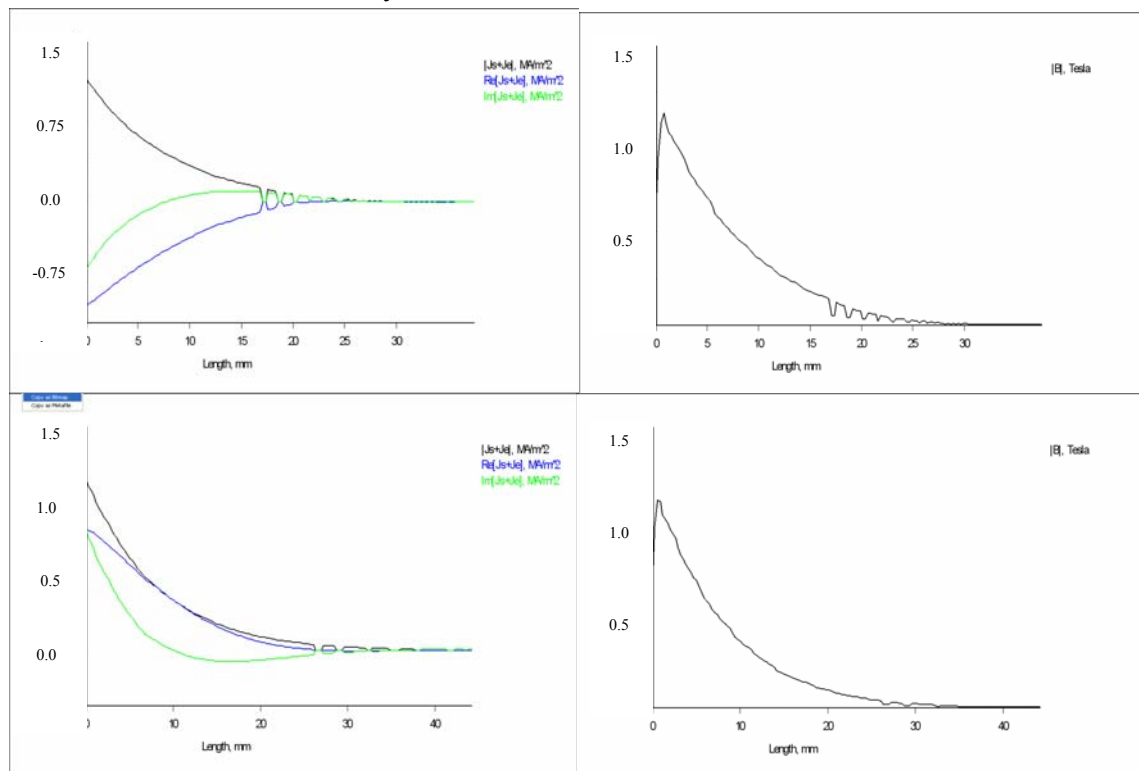


Figura 5.29. Densidad de corriente en las chapas e inducción magnética de las chapas 1° y 2°.

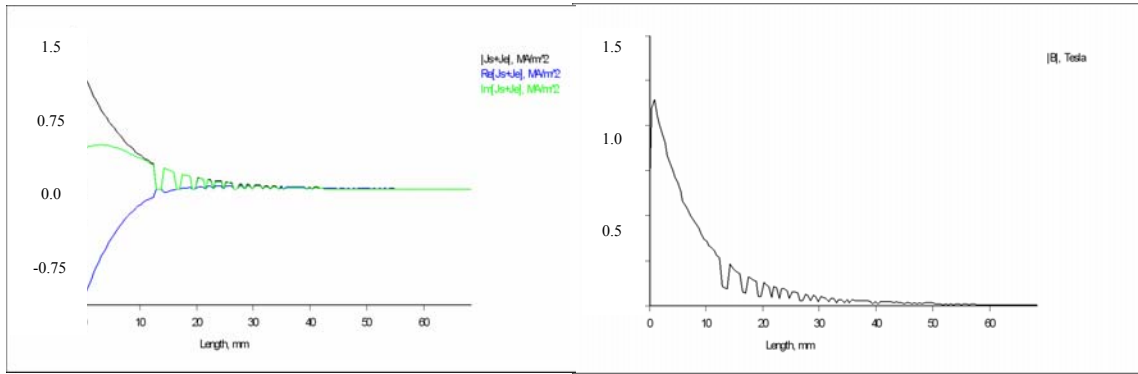


Figura 5.30. Densidad de corriente en las chapas e inducción magnética de la chapa 3°.

Vemos que las distribuciones de las densidades de corriente están afectadas por la posición de la chapa en un momento determinado. Asimismo, podemos apreciar que la densidad máxima de corriente en el rotor es del orden de unos 1.2 A/mm<sup>2</sup>.

La primera chapa, según la referencia de tiempos escogida, reside frente a un máximo de campo magnético. Esto implica una densidad de corriente<sup>{R-7}</sup> en este punto y este instante próxima a cero, como observamos en la figura (componente real). Al visualizar la densidad de corriente imaginaria se observa que esta densidad puede compararse a una función hiperbólica. Esta densidad nos da una medida de la distribución de inductancia en el motor, al generar una función del tipo:

$$f(\vec{r}, t) = \frac{X(\vec{r}, t)}{R(\vec{r}, t)} = \frac{U(\vec{r}, t)}{\frac{\text{Im}[\vec{J}(\vec{r}, t)]}{U(\vec{r}, t)}} = \frac{\text{Re}[\vec{J}(\vec{r}, t)]}{\text{Im}[\vec{J}(\vec{r}, t)]} \quad [5.92]$$

### 5.5.4 Mantenimiento de la corriente absorbida al variar la carga en el motor de chapas

Durante las pruebas experimentales se observó que algunos de los motores con rotor de chapas analizados funcionando con tensiones pequeñas (del orden de 100 V) y frecuencias elevadas (pruebas realizadas con 100 Hz), la intensidad consumida en el ensayo de cortocircuito era inferior a la intensidad que absorbía el motor cuando funcionaba en vacío. Este fenómeno que ya se había hecho patente en el funcionamiento en carga (dándose variaciones de intensidad muy pequeñas con variaciones de la carta sustanciales), no se había comprobado en el extremo que bajo ciertas condiciones (altas frecuencias y tensiones bajas), la corriente de vacío podía ser mayor que la corriente de cortocircuito (rotor bloqueado).

Esto es posible si tenemos presente que en el circuito equivalente si consideramos solamente los parámetros  $R_2, X_m$ , y se desprecia la reactancia  $X_e$ , se obtiene la siguiente relación entre la impedancia en cortocircuito  $Z_{cc}$ , y la impedancia en circuito abierto  $Z_o$ <sup>{R-30}</sup>:

$$\left[ \frac{Z_{cc}}{Z_o} \right]^2 = \frac{(R_1 + R_2)^2 \cdot X_m^2 + R_1^2 \cdot R_2^2}{(R_1^2 + X_m^2)(R_2^2 + X_m^2)} \quad [5.93]$$

Expresión que excede de la unidad cuando se cumple:

$$R_1 R_2 > \frac{1}{2} X_m^2 \quad [5.94]$$

Es decir, con valores bajos de tensión ( $V$ ), y debido al valor de la resistencia del rotor ( $R_2$ ), se produce una intensidad mayor con el motor girando sin carga que en el momento del arranque. Este fenómeno existe solamente en motores equipados con rotores de chapas y en algunos modelos con rotor macizo, no refiriéndose a ninguna asimetría magnética ni a un diseño especial no convencional, sino debido a una condición que enlaza los valores de tensión y frecuencia ( $V/f$ ). Este efecto asimismo desaparece cuando la tensión aumenta.

### 5.5.5 Estudio de la fuerza electromotriz en una chapa

Aparte de la distribución de la fuerza electromotriz dada en este capítulo, es posible obtener la ecuación diferencial en coordenadas cilíndricas de la fuerza electromotriz de una chapa.

$$\frac{\partial \rho}{\partial \theta} = \frac{R \cdot \rho}{\sqrt{R^2 - \rho^2}} \quad [5.95]$$

Donde, la solución de esta ecuación, como se comprobó en el capítulo II es:

$$\theta = \left( \frac{R^2 - \rho^2}{R^2} \right)^{\frac{1}{2}} - \arctan gh \frac{1}{\sqrt{\left( \frac{R^2 - \rho^2}{R^2} \right)}} \quad [5.96]$$

Aunque sería interesante obtener una expresión inversa que relacionara el radio vector en función del ángulo de la chapa, para este estudio seguiremos con la ecuación obtenida en función de los radios de curvatura. Si calculamos la resistencia que ofrece cada una de las chapas al paso de la corriente tendremos:

$$R = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{l}{S} \quad [5.97]$$

Donde:

$\sigma$ : es la conductividad de la chapa ( $MS/m$ )

$l$ : es la longitud axial de la chapa ( $m$ )

$S$ : es la sección transversal de la chapa ( $m^2$ )

Y la sección transversal de la chapa vendrá dada por la ecuación que nos relaciona el espesor con los radios de estator y del rotor:

$$S = \int e \cdot dl = \int e \cdot \frac{\rho \cdot d\rho}{R} = e \cdot \frac{(R_E^2 - R_R^2)}{2 \cdot R} \quad [5.98]$$

Aparte, podemos denominar a la siguiente expresión, como una función del radio de curvatura:

$$f(\rho) = \theta = \sqrt{\left( \frac{R^2 - \rho^2}{R^2} \right)} - \arctan gh \frac{1}{\sqrt{\left( \frac{R^2 - \rho^2}{R^2} \right)}} \quad [5.99]$$

Que al ser una función continua, tendrá asociada una función inversa a la que denominaremos.

$$g(\theta) = f^{-1}(\rho) = \rho \quad [5.100]$$

Es posible pues, llegar a conocer la distribución de la fuerza electromotriz que influye sobre el rotor en función de la componente radial  $\rho$ , despreciando en un principio los efectos de distorsión de los finales de bobina y de saturación que básicamente harían depender al potencial vector de su coordenada axial.

Por otra parte, la resistencia de la chapa también es posible definirla como:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{V_1(\theta) - V_2(\theta)}{\int \vec{J} \cdot d\vec{S}} = \frac{V_1(\theta) - V_2(\theta)}{\int \sigma \cdot \vec{E} \cdot d\vec{S}} = \frac{V_1(\theta) - V_2(\theta)}{\int \sigma \cdot \left( -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial V(\theta)}{\partial \theta} \right) \cdot d\vec{S}} \quad [5.101]$$

Donde

$V$  = es la diferencia de potencial ( $V$ ) entre los superficies 1 y 2 de la figura 5.31.

$I$  = es la intensidad que circula transversal a la chapa ( $A$ ).

$\vec{J}$  = es la densidad de corriente que existe en la chapa ( $MA/m^2$ ).

$\sigma$  = es la conductividad del material de las chapas ( $MS/m$ )

$\vec{E}$  = es el campo eléctrico en una chapa ( $V$ ).

$\rho$  = es la componente radial de las coordenadas cilíndricas.

$\theta$  = es la componente angular tangencial de las coordenadas cilíndricas.

La densidad de corriente junto con el campo eléctrico que tiene una chapa, presentan una dirección longitudinal a las chapas. Esta afirmación nos facilita la resolución de la ecuación diferencial-integral propuesta, de forma que el ángulo entre el campo magnético y el diferencial de superficie es de  $\theta$  grados, lo que nos permite llegar a la siguiente expresión:

$$R \cdot \sigma \cdot \int \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial V(\theta)}{\partial \theta} \cdot e \cdot dl = R \cdot \sigma \cdot \int \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial V(\theta)}{\partial \theta} \cdot e \cdot \rho \cdot d\rho = R \cdot \sigma \cdot e \cdot \int \frac{\partial V(\theta)}{\partial \theta} d\rho = R \cdot \sigma \cdot e \cdot \int \frac{\partial V(\theta)}{\partial \theta} g'(\theta) d\theta \quad [5.102]$$

Siendo la ecuación diferencial que tiene que cumplir el potencial en función del ángulo en cada punto  $\theta$ , de la chapa la expresada a continuación:

$$V(\theta) = R \cdot \sigma \cdot e \cdot \int g'(\theta) \partial V(\theta) \quad [5.103]$$

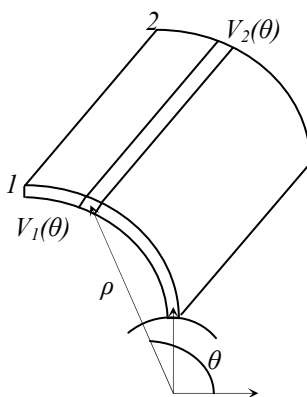


Figura 5.31 Representación de una chapa del rotor con los potenciales eléctricos y la coordenadas geométricas que la definen.

## 5.6 FUNCIONAMIENTO TÉRMICO DEL MOTOR A 3000 rpm TIPO A

Los ensayos térmicos<sup>{R-62}</sup> demuestran que estos motores presentan unas características diferenciales respecto a los motores convencionales de jaula de ardilla, ya que la intensidad, principal causante del aumento de la temperatura en los bobinados del estator, prácticamente no varía al cambiar la carga. Esta condición repercute en que estos motores pueden trabajar en regímenes con altos deslizamientos sin variar apenas sus condiciones térmicas, circunstancia que resulta imposible en motores de jaula de

ardilla como queda patente en las siguientes figuras, en las cuales se aprecia que en los motores de jaula a partir de un cierto deslizamiento ya no es posible completar las mediciones térmicas al dispararse la temperatura.

Por otra parte, al ser más resistivos los rotores de chapas que sus homólogos de jaula se aprecia un aumento de la temperatura en los rotores de chapas respecto a los de jaula en igualdad de regímenes, pero este aumento es en todo caso, mucho menor que el aumento que sufren otros motores resistivos como pueden ser los equipados con rotores macizos.

En algunos de estos rotores de chapas en los cuales se ha dejado su superficie sin mecanizar, las propias aristas de las chapas realizan funciones de ventilación en el entrehierro disminuyendo de forma efectiva la temperatura alcanzada.

Aunque en los anexos se muestran todas las gráficas y tablas experimentales de los ensayos térmicos, a modo de ejemplo se indican a continuación dos gráficas representativas de los motores a 3000 rpm equipados con un rotor de jaula y con un rotor de chapas tipo A, trabajando a diversos regímenes.

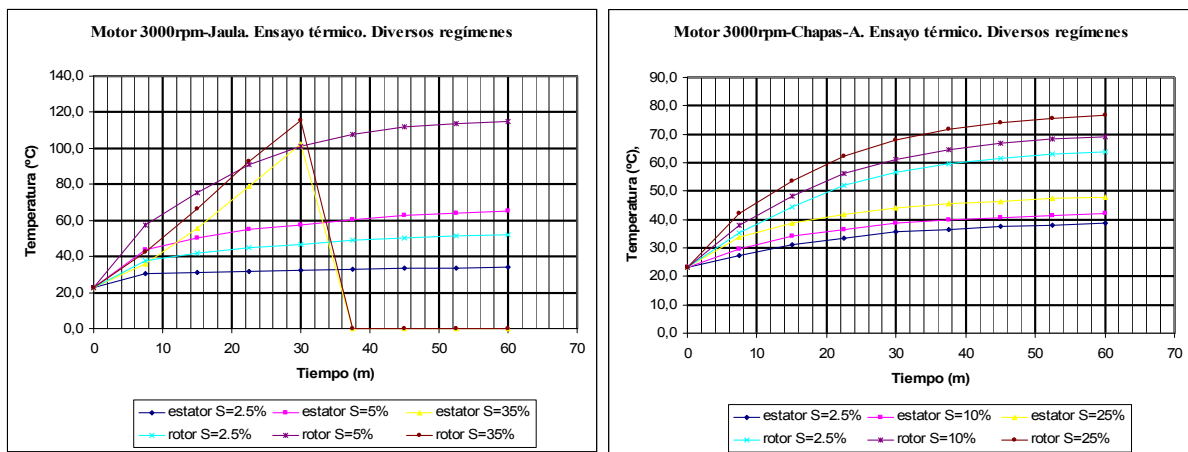


Figura 5.32. Evolución de la temperatura del rotor y del estator en función del deslizamiento en los motores a 3000 rpm con rotor de jaula de ardilla y con rotor de chapas tipo A.

### 5.7 RESPUESTA MECÁNICA EN EL MOTOR CON ROTOR DE CHAPAS TIPO A

Se ha realizado un estudio<sup>{M-3}</sup> de las pérdidas mecánicas debidas a los cojinetes, ventilador y al roce del aire, obteniéndose unos valores completamente aceptables y acordes si los comparamos con el resto de los motores convencionales. A modo de ejemplo, se detallan algunas de las tablas obtenidas.

ROTOR CHAPAS TIPO A				
Velocidad teórica (rpm)	Velocidad prueba (rpm)	Par (N·m)	Pérdidas totales (P <sub>t</sub> ) (W)	Pérdidas Cojinetes-roce aire (W) $P_{CA-Rotor} = P_t - P_c - P_v$
1000	1010	0.555	46	23
	1009	0.539	45	
	1009	0.542	45	
1500	1492	0.604	95	55
	1493	0.612	92	
	1492	0.613	93	
3000	2993	0.740	216	112
	2992	0.750	214	
	2994	0.720	210	

Tabla V.I. Valores de las pérdidas mecánicas de los cojinetes del rotor de chapas tipo A.



ROTOR JAULA DE ARDILLA				
Velocidad teórica (rpm)	Velocidad prueba (rpm)	Par (N·m)	Pérdidas totales ( $P_t$ ) (W)	Pérdidas cojinetes-roce aire (W) $P_{CA-Rotor} = P_t - P_c - P_V$
1000	1010	0.300	32	10
	1009	0.302	32	
	1010	0.301	32	
1500	1492	0.351	55	15
	1491	0.352	55	
	1492	0.348	54	
3000	2994	0.419	132	32
	2992	0.406	127	
	2993	0.414	130	

Tabla V.II. Valores de las pérdidas mecánicas de los cojinetes del rotor de jaula de ardilla.

En cuanto a las inercias, como puede apreciarse en las tablas siguientes, tampoco existen desviaciones importantes respecto a los valores obtenidos con motores de jaula, observándose en el peor de los casos unos ligeros aumentos en los modelos de los motores de chapas en los cuales las chapas no han sido mecanizadas superficialmente.

Tipo Rotor	$n_1$ (rpm)	$n_2$ (rpm)	$\Delta n$ (rpm)	$T_1$ (s)	$t_2$ (s)	$\Delta t$ (s)	Acelera. $\alpha = \Delta n / \Delta t$ (rev/s <sup>2</sup> )	Acelera. $\alpha$ (rad/s <sup>2</sup> )
Jaula	2070	565	1505	14.3	13.3	1.0	1505	157.6
Chapas A	2077	564	1513	18.0	17.0	1.0	1513	158.4

Tabla V.III. Cálculo de la aceleración de los motores de jaula y chapas tipo A.

Tipo Rotor	Acelera. $\alpha$ (rad/s <sup>2</sup> )	Par total ( $T_t$ ) (N·m)	Par pérdidas ( $T_n$ ) (N·m)	Par neto ( $T$ ) (N·m) $T = T_t - T_n$	Inercia pieza Soporte ( $J_S$ ) (N·m)	Inercia ( $J$ ) (kg/m <sup>2</sup> ) $J = T / \alpha$
Jaula	157.6	0.834	0.387	0.4458	0.000113	$2.829 \cdot 10^{-3}$
Chapas A	158.4	1.032	0.601	0.429	0.000113	$2.714 \cdot 10^{-3}$

Tabla V.IV. Cálculo de las inercias de los motores de jaula y chapas tipo A.

Seguidamente se realizaron medidas de la evolución del par y de la velocidad en función del tiempo. Para cada ensayo se efectuaron tres arranques consecutivos<sup>[M-3]</sup> de unos 7 s cada uno, adoptándose para el tiempo de lectura total el valor de 40 s, con lo que se obtuvieron tres periodos completos.

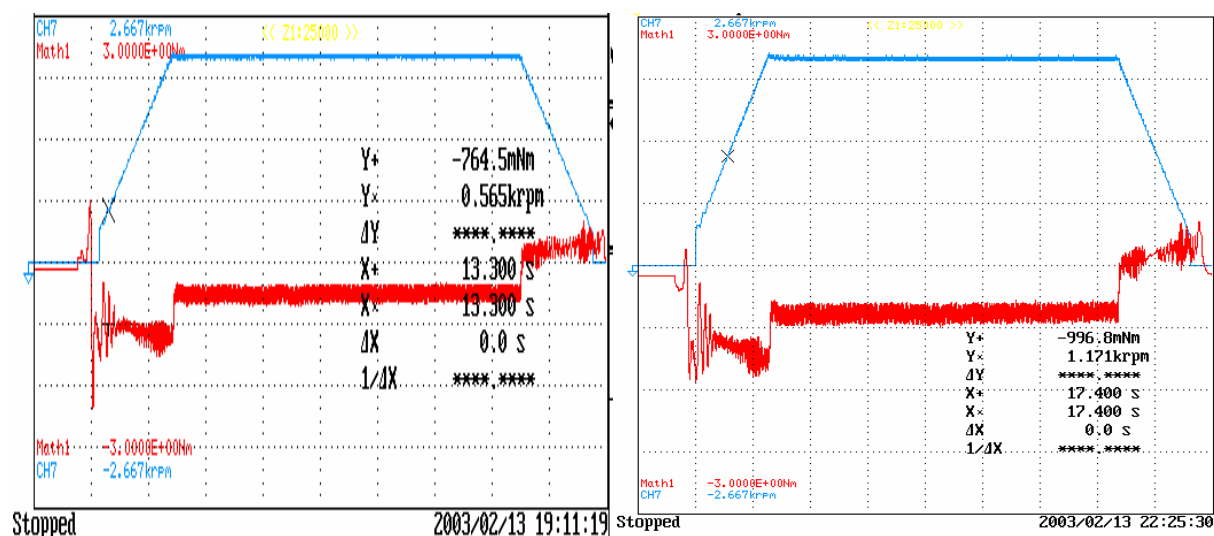


Figura 5.33. Evolución del par en función de la velocidad de aceleración y deceleración para el motor a 3000 rpm. a) Rotor de jaula de ardilla. b) Rotor de chapas tipo A

Finalmente se realizó el ensayo de resistencia mecánica de los motores durante largos periodos de funcionamiento. Estos rotores de chapas desde el principio se construyeron pensando en un régimen de trabajo óptimo transitorio, con muchos arranques y paros y por el contrario con pocos periodos dilatados de funcionamiento continuo. No obstante, era preciso conocer su respuesta con regímenes permanentes, ya que de su buena respuesta dependería su potencial aplicación en otras actividades industriales no contempladas en esta investigación.

Para la realización de estas pruebas se dispusieron los rotores en unas condiciones de trabajo estándar (sus condiciones nominales) para el régimen de giro más rápido y por tanto más proclive a sufrir deformaciones, el de 3000 rpm. Realizándose todas las experiencias en el mismo banco de pruebas ya utilizado en las pruebas eléctricas.

Rotor	Estado final del rotor
Jaula	No presenta signos de rozamiento. Cilindricidad perfecta.
Rotor chapas A	No presenta signos de rozamiento. Cilindricidad perfecta.

Tabla V.V. Estado final de la superficie de los rotores y comprobación de su cilíndricidad.

Motor 3000rpm. Rotor jaula. Ensayo mecánico. S=2,5%										
Tiempo (min)	U (V)	T ambi. (°C)	T. Estat (°C)	T. Rotor (°C)	Cos fi	P (W)	In (A)	N (rpm)	T (kg cm)	T (N·m)
30	380	20,0	20,0	20,0	0,79	600	1,140	2940	16,0	1,57
60	380	20,0	34,7	50,0	0,80	638	1,236	2885	16,0	1,57
90	380	20,0	34,3	51,2	0,79	639	1,246	2860	15,9	1,56
120	380	20,0	35,0	52,3	0,78	650	1,238	2850	15,8	1,55
150	380	20,0	35,6	54,0	0,79	655	1,249	2850	15,7	1,54
180	380	20,0	36,1	54,5	0,80	662	1,244	2850	15,9	1,56
210	380	20,0	36,6	55,3	0,79	664	1,257	2846	15,8	1,55
240	380	20,0	37,0	56,0	0,80	675	1,267	2840	16,0	1,57

Tabla V.VI. Prueba resistencia mecánica del rotor de jaula a 3000 rpm con un deslizamiento del 2.5%

Motor 3000rpm. Rotor chapas-A. Ensayo mecánico. S=2,5%										
Tiempo (min)	U (V)	T ambi. (°C)	T. Estat (°C)	T. Rotor (°C)	Cos fi	P (W)	In (A)	N (rpm)	T (kg cm)	T (N·m)
30'	380	20,5	23,0	23,0	0,36	295	1,286	2935	4,1	0,40
60'	380	20,5	38,3	64,0	0,35	311	1,306	2856	4,2	0,41
90'	380	20,5	43,8	65,0	0,35	301	1,290	2835	4,1	0,40
120'	380	20,5	47,0	66,0	0,35	305	1,282	2825	4,0	0,39
150'	380	20,5	49,8	67,0	0,36	312	1,297	2814	4,0	0,39
180'	380	20,5	51,3	67,5	0,36	316	1,297	2805	4,0	0,39
210'	380	20,5	52,4	68,0	0,37	323	1,301	2800	3,9	0,38
240'	380	20,5	53,3	68,6	0,36	326	1,306	2795	4,0	0,39

Tabla V.VII. Prueba resistencia mecánica del rotor de chapas-A, a 3000 rpm y un deslizamiento de 2.5%

En resumen se ha demostrado que la mayor parte de los rotores construidos, aunque no sea su finalidad óptima, pueden resistir largos periodos de funcionamiento sin presentar problemas de rigidez mecánica, ni de deformación de las chapas, comprobándose asimismo que sus propiedades electromagnéticas también se mantienen dentro de unos niveles aceptables.