

$$\epsilon = \frac{\sqrt{|D|}}{2}$$

$$\lambda_1 = \mu + \epsilon$$

$$\lambda_2 = \mu - \epsilon$$

$$\underline{U}_h = \underline{U}_{RT} = U_h \angle \varphi_h = \underline{U}_{Rh} [1 - (1_{|2\pi/3})^h]$$

$$\underline{I}_h = \frac{\underline{U}_{Ch}}{R} + j h \omega C \underline{U}_{Ch} = \underline{Y}_h \underline{U}_{Ch} = I_h \angle \varphi_{Ih}$$

$$\underline{M}_h = 1 + \underline{Y}_h (R_E + j h \omega L_E) = M_h \angle \varphi_{Mh}$$

$$\underline{U}_{Ch} = \frac{\underline{U}_h}{\underline{M}_h} = U_{Ch} \angle \varphi_{Ch}$$

$$\underline{Y}_h = \frac{1}{R} + j h \omega C = Y_h \angle \varphi_{Yh}$$

$$R_E = 2 R_L + R_C$$

$$L_E = 2 L_L + L_C$$

donde $R_L = R_R = R_S = R_T$ y $L_L = L_R = L_S = L_T$ son, respectivamente, la resistencia y la reactancia de la línea. Además

$$t_3 = t_1 + \frac{T}{6}$$

$$t_4 = t_2 + \frac{T}{6}$$

$$t_5 = t_1 + \frac{T}{3}$$

$$t_6 = t_2 + \frac{T}{3}$$

$$t_7 = t_1 + \frac{T}{2}$$

$$t_8 = t_2 + \frac{T}{2}$$

$$t_9 = t_1 + \frac{2T}{3}$$

$$t_{10} = t_2 + \frac{2T}{3}$$

$$t_{11} = t_1 + \frac{5T}{6}$$

$$t_{12} = t_2 + \frac{5T}{6}$$

$$t_{13} = t_1 + T$$

8.1.1.1. Caso aperiódico ($D > 0$)

$$u_C(t) = K_1 e^{\lambda_1 t} + K_2 e^{\lambda_2 t} + \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{max}+1)/2} \sqrt{2} U_{Ch} \cos(h \omega t + \varphi_{Ch})$$

$$i(t) = K_{1p} K_1 e^{\lambda_1 t} + K_{2p} K_2 e^{\lambda_2 t} + \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{max}+1)/2} \sqrt{2} I_h \cos(h \omega t + \varphi_{Ih})$$

con

$$K_{1p} = \frac{1}{R} + \lambda_1 C \qquad K_{2p} = \frac{1}{R} + \lambda_2 C$$

8.1.1.2. Caso oscilante ($D < 0$)

$$u_C(t) = K_1 e^{\mu t} \cos(\epsilon t + K_2) + \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{\max}+1)/2} \sqrt{2} U_{Ch} \cos(h \omega t + \varphi_{Ch})$$

$$i(t) = K_1 e^{\mu t} [K_{pr} \cos(\epsilon t + K_2) - K_{pi} \sin(\epsilon t + K_2)] + \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{\max}+1)/2} \sqrt{2} I_h \cos(h \omega t + \varphi_{Ih})$$

con

$$K_{pr} = \frac{1}{R} + \mu C \qquad K_{pi} = \epsilon C$$

8.1.2. Tramo 2

$$u_C(t) = K e^{-t/\tau} \qquad \tau = RC$$

8.2. Sistema a resolver

$$f_1(t_2) = i_1(t_2) = 0 \qquad f_2(t_1) = u_{C2}\left(t_1 + \frac{T}{6}\right) - u_{RT}(t_1) = 0$$

8.2.1. Caso aperiódico

$$f_1(t_2) = K_{1p} K_1 e^{\lambda_1 t_2} + K_{2p} K_2 e^{\lambda_2 t_2} + \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{\max}+1)/2} \sqrt{2} I_h \cos(h \omega t_2 + \varphi_{Ih}) = 0$$

$$f_2(t_1) = K e^{-(t_1 + (T/6))/\tau} - \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{m\acute{a}x}+1)/2} \sqrt{2} U_h \text{Cos}(h \omega t_1 + \varphi_h) = 0$$

8.2.2. Caso oscilante

$$f_1(t_2) = K_1 e^{\mu t_2} [K_{pr} \text{Cos}(\epsilon t_2 + K_2) - K_{pi} \text{Sin}(\epsilon t_2 + K_2)] + \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{m\acute{a}x}+1)/2} \sqrt{2} I_h \text{Cos}(h \omega t_2 + \varphi_{lh}) = 0$$

$$f_2(t_1) = K e^{-(t_1 + (T/6))/\tau} - \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{m\acute{a}x}+1)/2} \sqrt{2} U_h \text{Cos}(h \omega t_1 + \varphi_h) = 0$$

8.3. Determinación de constantes

8.3.1. Caso aperiódico

$$K_1 = \frac{1}{(K_{2p} - K_{1p}) e^{\lambda_1 t_1}} \left[\sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{m\acute{a}x}+1)/2} \sqrt{2} I_h \text{Cos}(h \omega t_1 + \varphi_{lh}) + K_{2p} \left[\sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{m\acute{a}x}+1)/2} \sqrt{2} U_h \text{Cos}(h \omega t_1 + \varphi_h) - \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{m\acute{a}x}+1)/2} \sqrt{2} U_{Ch} \text{Cos}(h \omega t_1 + \varphi_{Ch}) \right] \right]$$

$$K_2 = \frac{1}{(K_{1p} - K_{2p}) e^{\lambda_2 t_1}} \left[\sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{m\acute{a}x}+1)/2} \sqrt{2} I_h \text{Cos}(h \omega t_1 + \varphi_{lh}) + K_{1p} \left[\sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{m\acute{a}x}+1)/2} \sqrt{2} U_h \text{Cos}(h \omega t_1 + \varphi_h) - \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{m\acute{a}x}+1)/2} \sqrt{2} U_{Ch} \text{Cos}(h \omega t_1 + \varphi_{Ch}) \right] \right]$$

$$K = e^{t_2/\tau} \left[K_1 e^{\lambda_1 t_2} + K_2 e^{\lambda_2 t_2} + \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{m\acute{a}x}+1)/2} \sqrt{2} U_{Ch} \cos(h \omega t_2 + \varphi_{Ch}) \right]$$

8.3.2. Caso oscilante

Tomando

$$\underline{K} = K_1 \mid K_2 = K_1 \cos K_2 + j K_1 \sin K_2 = K_r + j K_i$$

se tiene

$$K_r = \frac{e^{-\mu t_1}}{K_{pi}} \left[(K_{pr} \sin(e t_1) + K_{pi} \cos(e t_1)) \left[\sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{m\acute{a}x}+1)/2} \sqrt{2} U_h \cos(h \omega t_1 + \varphi_h) - \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{m\acute{a}x}+1)/2} \sqrt{2} U_{Ch} \cos(h \omega t_1 + \varphi_{Ch}) \right] + \sin(e t_1) \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{m\acute{a}x}+1)/2} \sqrt{2} I_h \cos(h \omega t_1 + \varphi_{Ih}) \right]$$

$$K_i = \frac{e^{-\mu t_1}}{K_{pi}} \left[(K_{pr} \cos(e t_1) - K_{pi} \sin(e t_1)) \left[\sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{m\acute{a}x}+1)/2} \sqrt{2} U_h \cos(h \omega t_1 + \varphi_h) - \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{m\acute{a}x}+1)/2} \sqrt{2} U_{Ch} \cos(h \omega t_1 + \varphi_{Ch}) \right] + \cos(e t_1) \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{m\acute{a}x}+1)/2} \sqrt{2} I_h \cos(h \omega t_1 + \varphi_{Ih}) \right]$$

$$K = e^{t_2/\tau} \left[K_1 e^{\mu t_2} \cos(e t_2 + K_2) + \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{m\acute{a}x}+1)/2} \sqrt{2} U_{Ch} \cos(h \omega t_2 + \varphi_{Ch}) \right]$$

8.4. Elección del valor inicial

El método será el mismo que se ha propuesto anteriormente. Así pues se tendrá

$$t_1 = t_p - \frac{\varphi_{11}}{\omega} - \frac{T}{6} \qquad t_2 = -\frac{\varphi_{11}}{\omega} - \frac{T}{200}$$

Para hallar el valor de t_p debemos resolver la ecuación

$$e^{-t_p/\tau} - \sin\left(\omega\left(t_p + \frac{T}{12}\right)\right) = 0 \qquad 0 < t_p < \frac{T}{6}$$

Para resolver la ecuación puede utilizarse, por ejemplo, el método de la bisección que en este caso es muy adecuado ya que el valor de la función en el inicio del intervalo de solución (0) es positivo y negativo en el final del intervalo ($T/6$).

8.5. Descomposición armónica

La descomposición armónica de la onda de intensidad, dadas las simetrías, tendrá sólo armónicos impares no múltiplos de 3. Hallaremos primero la descomposición armónica para el tramo 1 de la fase R y luego aplicaremos las simetrías para hallar las de las tres ondas completas.

8.5.1. Caso aperiódico ($D > 0$)

$$A_{nH} = \int (K_{1p} K_1 e^{\lambda_1 t} + K_{2p} K_2 e^{\lambda_2 t}) \cos(n \omega t) dt$$

$$A_{nH} = \frac{K_{1p} K_1 e^{\lambda_1 t} (\lambda_1 \cos n \omega t + n \omega \sin n \omega t)}{\lambda_1^2 + n^2 \omega^2} + \frac{K_{2p} K_2 e^{\lambda_2 t} (\lambda_2 \cos n \omega t + n \omega \sin n \omega t)}{\lambda_2^2 + n^2 \omega^2}$$

$$A_{nP} = \int \sqrt{2} I_h \cos(h \omega t + \varphi_{lh}) \cos(n \omega t) dt$$

$$A_{nP} = \sqrt{2} I_h \left(\frac{\sin(h \omega t + \varphi_{lh} - n \omega t)}{2 \omega (h - n)} + \frac{\sin(h \omega t + \varphi_{lh} + n \omega t)}{2 \omega (h + n)} \right) \qquad h \neq n$$

$$A_{nP} = \sqrt{2} I_h \left(\frac{t \cos \varphi_{lh}}{2} + \frac{\sin(2 n \omega t + \varphi_{lh})}{4 n \omega} \right) \qquad h = n$$

$$B_{nH} = \int (K_{1p} K_1 e^{\lambda_1 t} + K_{2p} K_2 e^{\lambda_2 t}) \sin(n \omega t) dt$$

$$B_{nH} = \frac{K_{1p} K_1 e^{\lambda_1 t} (\lambda_1 \sin n \omega t - n \omega \cos n \omega t)}{\lambda_1^2 + n^2 \omega^2} + \frac{K_{2p} K_2 e^{\lambda_2 t} (\lambda_2 \sin n \omega t - n \omega \cos n \omega t)}{\lambda_2^2 + n^2 \omega^2}$$

$$B_{nP} = \int \sqrt{2} I_h \cos(h \omega t + \varphi_{lh}) \sin(n \omega t) dt$$

$$B_{nP} = \sqrt{2} I_h \left(\frac{-\cos(h \omega t + \varphi_{lh} + n \omega t)}{2 \omega (h + n)} + \frac{\cos(h \omega t + \varphi_{lh} - n \omega t)}{2 \omega (h - n)} \right) \quad h \neq n$$

$$B_{nP} = \sqrt{2} I_h \left(\frac{-\cos(2 n \omega t + \varphi_{lh})}{4 n \omega} - \frac{t \sin \varphi_{lh}}{2} \right) \quad h = n$$

8.5.2. Caso oscilante (D<0)

$$A_{nH} = \int K_1 e^{\mu t} [K_{pr} \cos(\epsilon t + K_2) - K_{pi} \sin(\epsilon t + K_2)] \cos n \omega t dt$$

$$A_{nH} = \frac{K_1 e^{\mu t}}{2} \left[\frac{K_{pr}}{\mu^2 + (\epsilon - n \omega)^2} [\mu \cos((\epsilon - n \omega) t + K_2) + (\epsilon - n \omega) \sin((\epsilon - n \omega) t + K_2)] + \right. \\ \left. + \frac{K_{pr}}{\mu^2 + (\epsilon + n \omega)^2} [\mu \cos((\epsilon + n \omega) t + K_2) + (\epsilon + n \omega) \sin((\epsilon + n \omega) t + K_2)] - \right. \\ \left. - \frac{K_{pi}}{\mu^2 + (\epsilon + n \omega)^2} [\mu \sin((\epsilon + n \omega) t + K_2) - (\epsilon + n \omega) \cos((\epsilon + n \omega) t + K_2)] - \right. \\ \left. - \frac{K_{pi}}{\mu^2 + (\epsilon - n \omega)^2} [\mu \sin((\epsilon - n \omega) t + K_2) - (\epsilon - n \omega) \cos((\epsilon - n \omega) t + K_2)] \right]$$

$$A_{nP} = \int \sqrt{2} I_h \cos(h \omega t + \varphi_{lh}) \cos(n \omega t) dt$$

$$A_{nP} = \sqrt{2} I_h \left(\frac{\sin(h \omega t + \varphi_{lh} - n \omega t)}{2 \omega (h - n)} + \frac{\sin(h \omega t + \varphi_{lh} + n \omega t)}{2 \omega (h + n)} \right) \quad h \neq n$$

$$A_{nP} = \sqrt{2} I_h \left(\frac{t \cos \varphi_{lh}}{2} + \frac{\sin(2 n \omega t + \varphi_{lh})}{4 n \omega} \right) \quad h = n$$

$$B_{nH} = \int K_1 e^{\mu t} [K_{pr} \cos(\epsilon t + K_2) - K_{pi} \sin(\epsilon t + K_2)] \sin n \omega t dt$$

$$B_{nH} = \frac{K_1 e^{\mu t}}{2} \left[\frac{K_{pr}}{\mu^2 + (\epsilon + n \omega)^2} [\mu \sin((\epsilon + n \omega) t + K_2) - (\epsilon + n \omega) \cos((\epsilon + n \omega) t + K_2)] - \right. \\ \left. - \frac{K_{pr}}{\mu^2 + (\epsilon - n \omega)^2} [\mu \sin((\epsilon - n \omega) t + K_2) - (\epsilon - n \omega) \cos((\epsilon - n \omega) t + K_2)] - \right. \\ \left. - \frac{K_{pi}}{\mu^2 + (\epsilon - n \omega)^2} [\mu \cos((\epsilon - n \omega) t + K_2) + (\epsilon - n \omega) \sin((\epsilon - n \omega) t + K_2)] + \right. \\ \left. + \frac{K_{pi}}{\mu^2 + (\epsilon + n \omega)^2} [\mu \cos((\epsilon + n \omega) t + K_2) + (\epsilon + n \omega) \sin((\epsilon + n \omega) t + K_2)] \right]$$

$$B_{nP} = \int \sqrt{2} I_h \cos(h \omega t + \varphi_{lh}) \sin(n \omega t) dt$$

$$B_{nP} = \sqrt{2} I_h \left(\frac{-\cos(h \omega t + \varphi_{lh} + n \omega t)}{2 \omega (h + n)} + \frac{\cos(h \omega t + \varphi_{lh} - n \omega t)}{2 \omega (h - n)} \right) \quad h \neq n$$

$$B_{nP} = \sqrt{2} I_h \left(\frac{-\cos(2 n \omega t + \varphi_{lh})}{4 n \omega} - \frac{t \sin \varphi_{lh}}{2} \right) \quad h = n$$

8.5.3. Desarrollo de las ondas completas

Tendremos que las componentes, para una onda en la que sólo haya conducción en el tramo 1 y con signo positivo (ver figura siguiente), serán (sólo para n impar)



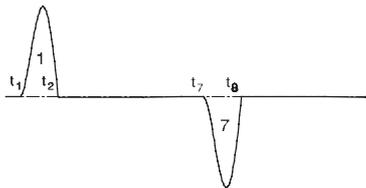
$$A_n = \frac{2}{T} \left[A_{nH}(t_2) + \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{m\acute{a}x}+1)/2} A_{nP}(t_2) - A_{nH}(t_1) - \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{m\acute{a}x}+1)/2} A_{nP}(t_1) \right]$$

$$B_n = \frac{2}{T} \left[B_{nH}(t_2) + \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{m\acute{a}x}+1)/2} B_{nP}(t_2) - B_{nH}(t_1) - \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{m\acute{a}x}+1)/2} B_{nP}(t_1) \right]$$

Si se considera que la conducción del tramo 7 presenta simetría de semionda con respecto a la del tramo 1, se tendrá que el desarrollo de la onda en la que hay conducción en los tramos 1 y 7 (ver figura siguiente) será

$$a'_n = 2 A_n$$

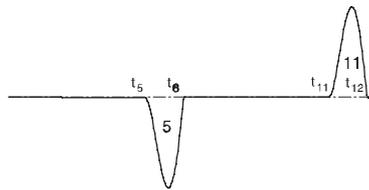
$$b'_n = 2 B_n$$



y, entonces,

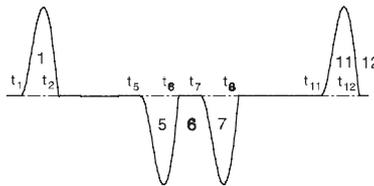
$$I'_n = I'_n \Psi'_n = \frac{1}{\sqrt{2}} (a'_n - j b'_n)$$

Una onda en la que hubiera conducción en los tramos 5 y 11 (ver figura siguiente) es igual a la anterior pero desfasada $-2\pi/3$ y cambiada de signo o, lo que es lo mismo, desfasada $\pi/3$ por tanto su desarrollo vendrá dado por



$$I''_n = I'_n (1_{-\pi/3})^n$$

por tanto el desarrollo armónico de la onda de corriente de la fase R (ver figura siguiente) será (sólo para n impar)



$$I_{Rn} = I'_n + I''_n = I'_n [1 + (1_{\pi/3})^n]$$

Obsérvese que las componentes de orden múltiplo de 3 (componentes homopolares) se anulan ya que

$$(1_{\pi/3})^n \Big|_{\substack{n=3i \\ i \in \mathbb{N}}} = -1$$

por tanto no hace falta determinarlas al hallar A_n y B_n .

Las ondas de intensidad correspondientes a las otras dos fases (S y T) están a $-2\pi/3$ y $2\pi/3$ respectivamente de la de la fase R, por tanto sus componentes armónicas serán (sólo para n impar)

$$I_{Sn} = I_{Rn} (1_{-2\pi/3})^n$$

$$I_{Tn} = I_{Rn} (1_{2\pi/3})^n$$

Resultados y conclusiones

P A R T E III

13. Resultados obtenidos a tensión conocida

1. Introducción

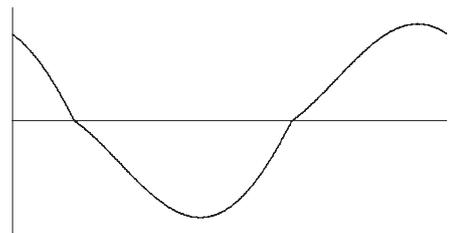
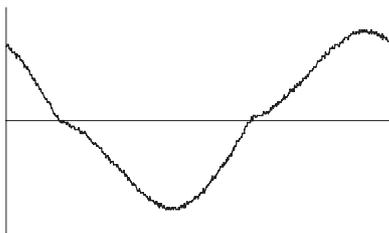
Los resultados que se presentan en este capítulo se han obtenido programando el método de h-Newton para resolver las expresiones de los modelos. Por tanto el estudio corresponde a una carga única alimentada con una tensión constante (senoidal o distorsionada). Los resultados correspondientes al uso de los modelos dentro de un flujo de cargas se han presentado en el capítulo siguiente.

Se han realizado numerosas simulaciones, de las que en este capítulo se mostraran las más interesantes, tanto para comprobar el funcionamiento de los modelos como para estudiar las condiciones iniciales óptimas para facilitar la convergencia del método numérico. También se han realizado simulaciones tipo para presentar las distintas aplicaciones de los modelos.

2. Variabilidad de los armónicos introducidos por un fluorescente

Se ha tomado una luminaria fluorescente comercial de características: 220 V, 50 Hz, 58 W y se ha medido el valor de la reactancia, obteniéndose un valor de resistencia de 15Ω y un valor de inductancia de 0.87 H. Seguidamente se ha medido la tensión de arco en una semionda obteniéndose un valor de 115 V.

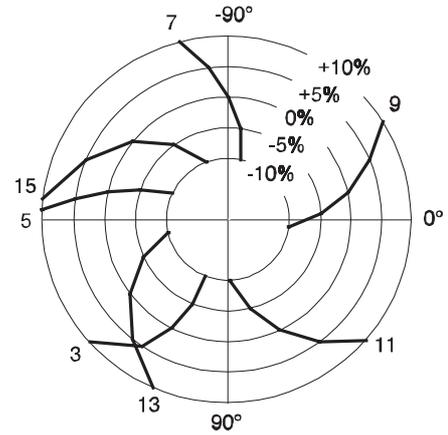
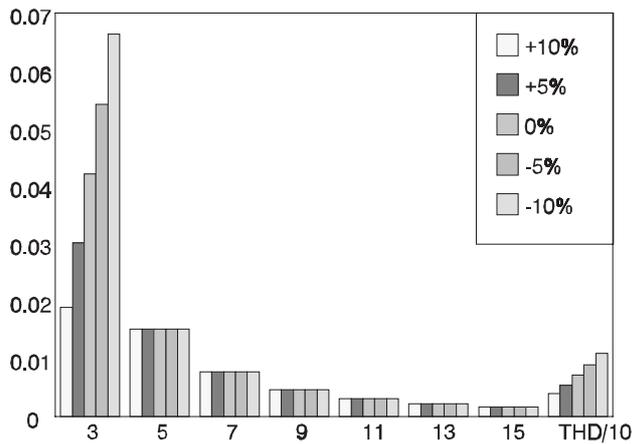
Se simuló primero el modelo alimentando con una tensión senoidal y se obtuvo una onda de intensidad como la representada a la derecha, a la izquierda se ha reproducido la intensidad medida con el osciloscopio sobre el fluorescente de estudio. Se obtuvo también el desarrollo armónico de la onda.



Obsérvese que la onda real presenta una pendiente más suave después del paso por cero que la onda obtenida por simulación. Esto es debido a que el fluorescente estudiado presentaba un pico de tensión de aproximadamente 175 V, cosa que este modelo no tiene en cuenta. Dado que en este caso no vamos a realizar comparaciones con la onda real, prescindiremos de esta diferencia.

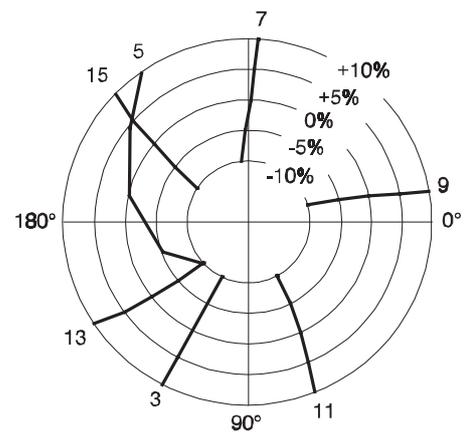
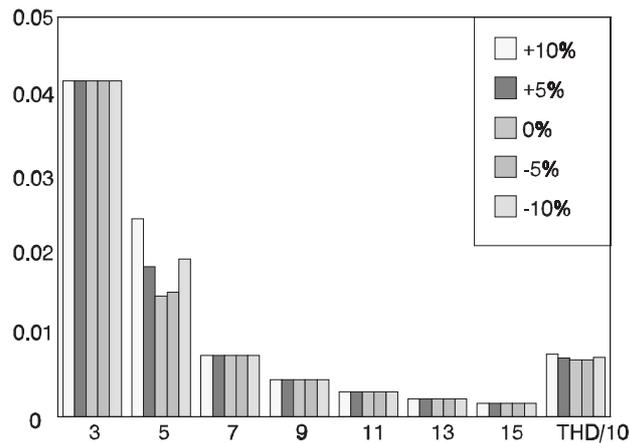
Con este modelo se ha estudiado, como hizo Mansoor [14][15] con la fuente de alimentación, la variación del contenido armónico de la intensidad con respecto a los parámetros de la carga y respecto a los armónicos de la tensión de red.

Se simuló con una tensión de alimentación igual a la nominal pero añadiendo un tercer armónico de tensión; primeramente con un 10% en fase (aditivo), después con un 5% en fase, seguidamente con un 5% en contrafase (sustractivo) y finalmente con un 10% en contrafase. Las figuras siguientes representan la evolución del módulo (izquierda) y la fase (derecha) de cada uno de los armónicos comparado con el valor correspondiente a alimentación senoidal.



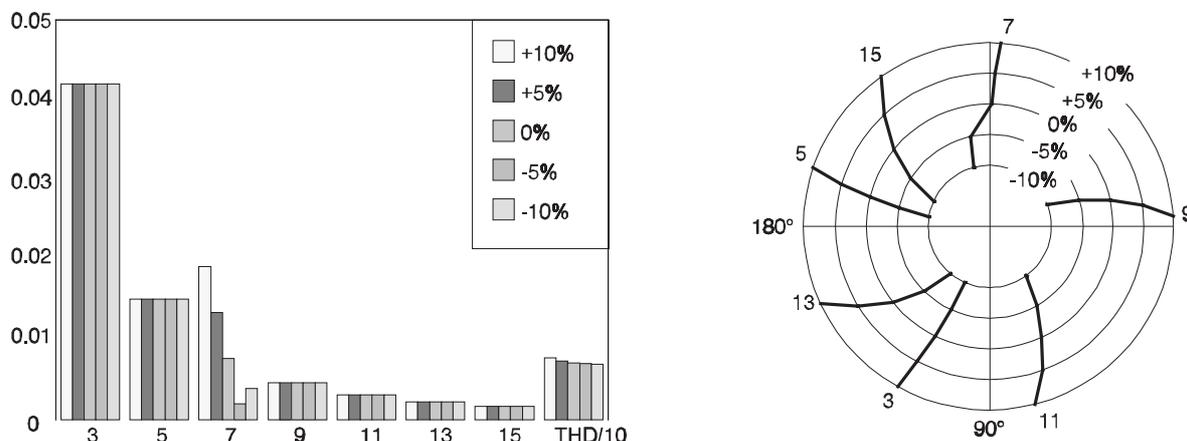
Cabe destacar la escasa variación que tiene el módulo de los armónicos de orden diferente a 3. Debe observarse también la proporcionalidad entre el tercer armónico de tensión y el de intensidad.

Se repitió el mismo proceso con el quinto armónico. Las figuras siguientes representan la evolución del módulo (izquierda) y la fase (derecha) de cada uno de los armónicos comparado con el valor correspondiente a alimentación senoidal.



También destaca escasa variación que tienen tanto el módulo como la fase de los armónicos de orden diferente a 5. Fijémonos que ya no puede hablarse de proporcionalidad entre el armónico de tensión y el de intensidad.

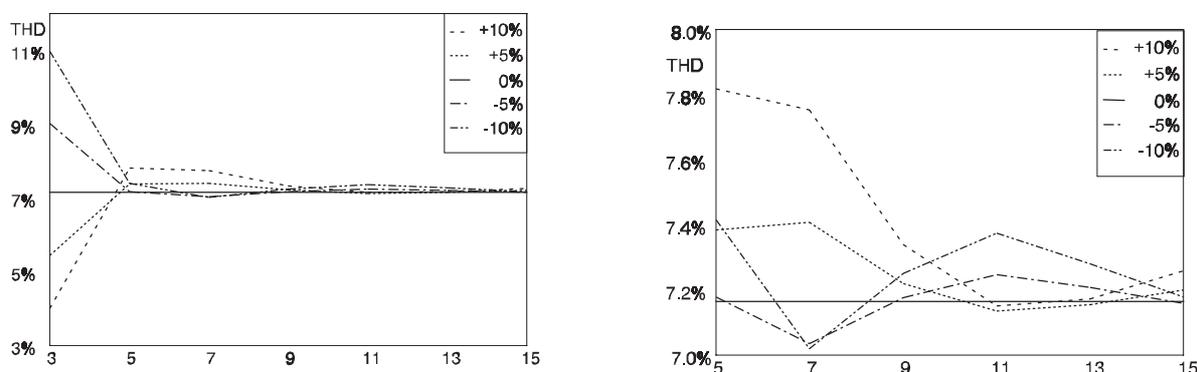
Se repitió una vez más el proceso con el séptimo armónico. Las figuras siguientes representan la evolución del módulo (izquierda) y la fase (derecha) de cada uno de los armónicos comparado con el valor correspondiente a alimentación senoidal.



Cabe destacar también la escasa variación que tienen tanto el módulo como la fase de los armónicos de orden diferente a 7. Fijémonos que tampoco puede hablarse de proporcionalidad entre el armónico de tensión y el de intensidad.

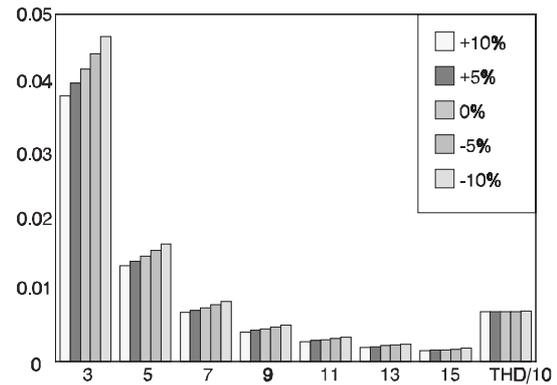
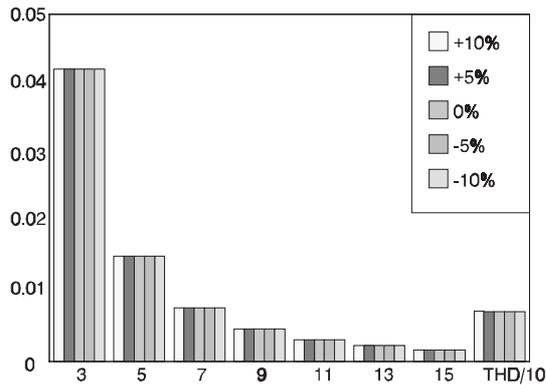
A pesar de que no puede hablarse de una proporcionalidad entre la inyección armónica y el contenido armónico de la corriente sí que se ha visto que si sólo se considera la inyección armónica con un determinado ángulo de fase (por ejemplo +10%, +5% y 0% o bien -10%, -5% y 0%) sí que aparece dicha proporcionalidad. Este podría ser el motivo por el que el método de linealización alrededor del punto de trabajo funcionó bastante bien con el alumbrado de descarga y no con otras cargas. En cualquier caso, visto que el método de linealización no puede usarse de forma general, no se consideró necesario estudiar los motivos por los que con otras cargas no es útil.

Con los datos sobre el valor del THD obtenidos en los estudios anteriores más los de otros similares que se realizaron hasta el armónico de orden 15 se realizó la siguiente gráfica de la influencia que ejerce la variación de un armónico de tensión sobre el THD. La gráfica de la derecha es una ampliación de la de la izquierda para armónicos superiores a 3.



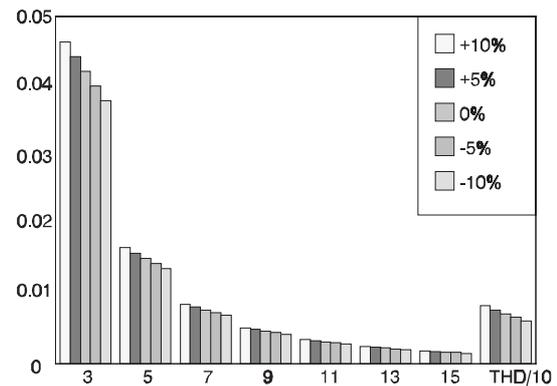
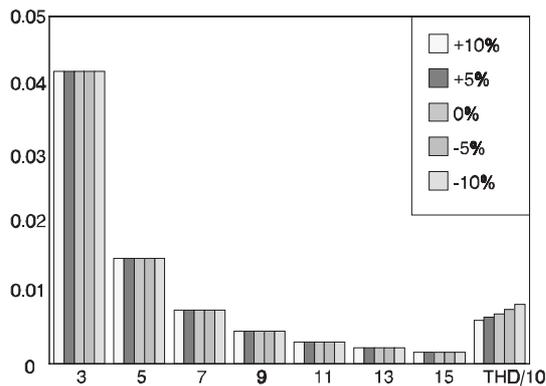
Se aprecia que al aumentar el índice del armónico inyectado disminuye el efecto sobre el valor del THD.

A continuación se estudió el efecto de una variación de las características del balasto. Las gráficas siguientes muestran el efecto de una variación de la resistencia (izquierda) y la reactancia (derecha) sobre el contenido armónico de la corriente.



Puede observarse que la variación de la resistencia no afecta al contenido armónico mientras que, como es razonable, la disminución de la reactancia redundaría en el aumento del contenido armónico aunque no en el THD; esto es debido a que la componente fundamental aumenta en la misma proporción dejando invariable el cociente.

Finalmente se consideró el efecto de una variación de la tensión de alimentación (izquierda) y de la tensión de arco (derecha) sobre el contenido armónico de la corriente.



Puede considerarse que la variación de la tensión de alimentación no afecta al contenido armónico pero sí al THD; esto es debido a que al disminuir la tensión, la componente fundamental aumenta en la misma proporción incrementando, por tanto, el denominador. El aumento de la tensión de arco influye directamente sobre el aumento del contenido armónico.

3. Influencia del salto de tensión en la forma de onda

En este caso se ha tomado el modelo de la lámpara de descarga con salto de tensión y se ha estudiado como afecta la altura y la anchura del pulso a la forma de onda de la intensidad. Primeramente se tomaron los datos de la lámpara fluorescente analizada en el apartado anterior y se realizó la simulación, obteniéndose la onda representada en la figura de la izquierda. A la derecha se ha representado la onda medida en el laboratorio.



Luego se tomó una lámpara de vapor de sodio de alta presión de 220 V, 50 Hz y 70 W y se midieron los valores: $R = 29 \Omega$, $L = 0.63 \text{ H}$, $U_E = 90 \text{ V}$, $U_P = 160 \text{ V}$ y $\Delta = 1.18 \text{ ms}$. A partir de esta lámpara se estudiaron los casos que se presentan en la tabla siguiente.

Caso	Δ	U_P / U_E	$t_1 \text{ (ms)}$	$t_2 \text{ (ms)}$
1	Indiferente	1	8.047	$t_1 + \Delta$
2	0.5	2	7.982	8.482
3	1	2	7.915	8.915
4	1.5	2	7.846	9.346

El primer caso corresponde a una lámpara sin salto de tensión y se ha tomado como referencia. La gráfica siguiente presenta las formas de onda obtenidas para los casos 1 y 4. Se observa que al aumentar el salto disminuye la pendiente después del paso por cero. A la derecha se ha representado una ampliación de la gráfica de la izquierda.



En la página siguiente se presenta la misma ampliación para los casos 1 y 2 (izquierda) y 1 y 3 (derecha).



La gráfica siguiente presenta las formas de onda obtenidas para los casos 2, 3 y 4. Se observa que al aumentar el ancho del pulso disminuye la pendiente después del paso por cero.



4. Estudio del fluorescente con condensador en serie

Se ha tomado una luminaria fluorescente comercial dotada de fluorescentes gemelos. Cada uno de ellos tiene las características siguientes: 220 V, 50 Hz, 58 W pero uno lleva en serie un condensador de $5.7 \mu\text{F}$; los valores de la reactancia medidos dieron una resistencia de 15.4Ω y un valor de inductancia de 0.873 H y la tensión de arco en una semionda dio un valor de 118 V .

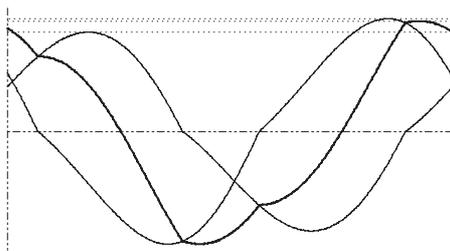
De la simulación del fluorescente sin condensador se obtuvo una onda de intensidad como la representada a la derecha, a la izquierda se ha reproducido la correspondiente al fluorescente con condensador.



A partir de los datos obtenidos se calcularon los valores de cresta y eficaz de ambas corrientes así como el de la corriente suma de ambas. También se halló el ángulo de paso por cero de cada una de las tres intensidades y se halló su coseno; obsérvese que dicho valor no es el factor de potencia puesto que las ondas están distorsionadas. Los valores obtenidos aparecen en la tabla siguiente.

Caso	$I_{\text{máx}}$	I_{RMS}	$\text{Cos } \varphi$
Sin condensador	0.929	0.642	0.62 (i)
Con condensador	1.054	0.705	0.42 (c)
Suma	1.032	0.694	0.9996 (i)
Suma/2	0.516	0.347	

Podemos ver que el cálculo del condensador no es muy adecuado (por culpa de la no deformación de las ondas) ya que da lugar a corrientes (tanto en valor eficaz como en valor máximo) de valores apreciablemente diferentes y con valores de $\text{Cos } \varphi$ también bastante distintos. De todas formas el valor del $\text{Cos } \varphi$ se lleva prácticamente a la unidad por lo que, desde este punto de vista, el cálculo del condensador es correcto. Podemos observar también como el valor de la intensidad da lugar a una corriente menor cuando se conectan ambos tubos y, por ello, la intensidad dividida por el número de tubos es del orden de la mitad de la necesaria para un tubo solo. En la gráfica siguiente se han representado la corriente de cada tubo y la suma de ellas.



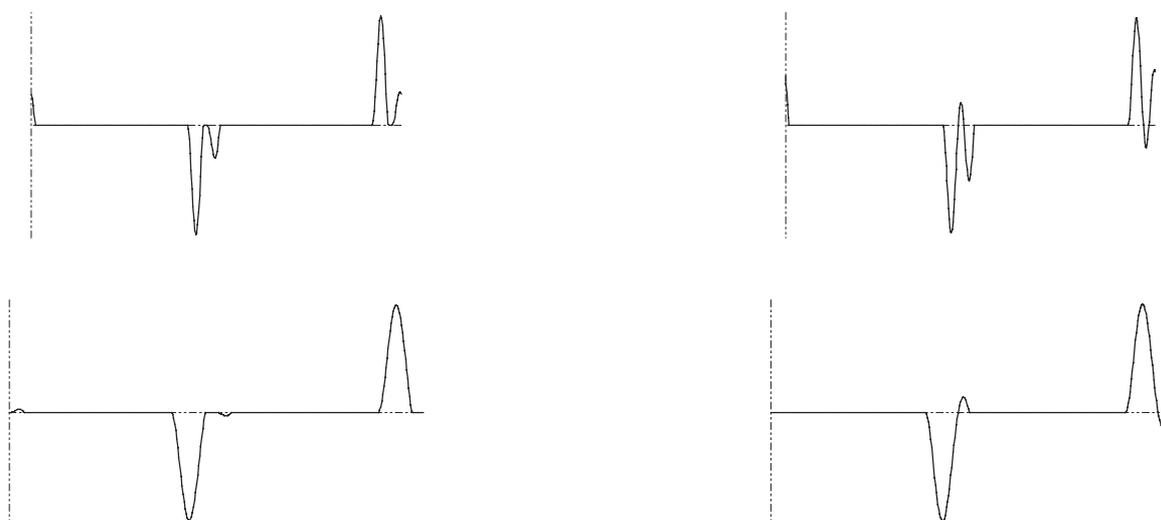
5. Estudio de la convergencia de la fuente de alimentación

Por lo que respecta a la fuente de alimentación se vio enseguida una fuerte sensibilidad de la convergencia con la inicialización, así como una cierta tendencia (causada probablemente por la solución de segundo orden de las ecuaciones diferenciales) a encontrar soluciones falsas en algunos casos. Por ello se han probado numerosos casos de este modelo. Todos los casos probados se simularon también con PSPICE para asegurar que el modelo utilizado era adecuado. Los valores de R y C de muchos de los casos se han obtenido a base de calcular fuentes de alimentación con los anchos de pulso teóricos y las potencias teóricas según la norma NF-C42.810 [43]. Además se han añadido unos valores de R_E y L_E más o menos adecuados a la potencia. Los valores de ancho de pulso obtenidos no siempre coinciden con los teóricos ya que, de hecho, dependen de R_E y L_E , datos que no son tenidos en cuenta por la norma en el cálculo. La mayoría de los restantes casos se han probado con la intención de forzar el modelo para ver su comportamiento.

Los dos casos que presentamos a continuación corresponden a ondas con más de un pulso y que, por este motivo, no pueden ser obtenidas con el modelo estudiado; no obstante podemos ver que, dentro de las limitaciones impuestas, el modelo da lugar a formas de onda cuyas descomposiciones armónicas no serán excesivamente distintas de las reales. La tabla siguiente muestra los datos de estos dos casos.

Caso	V (V)	R (Ω)	C (μ F)	L _E (mH)	R _E (Ω)	p:k	t ₁ (ms)	t ₂ (ms)
1	220	2070	30	0.8	0.4	1:16	0.1852	8.489
2	220	143	212	0.41	0.26	0:3	-0.0698	7.725

En esta tabla, la letra p representa la reducción del paso inicial y la letra k el número de iteraciones realizadas con dicho paso inicial. La figura siguiente a la izquierda presenta la onda obtenida con PSPICE para el caso 1 y la de la derecha, la corriente obtenida con el modelo. A continuación se hace lo mismo con el caso 2.



También se han probado diferentes métodos de inicialización. Lo habitual con la mayoría de los modelos y también en la fuente de alimentación es que al variar las inicializaciones cambie el número de iteraciones necesario para alcanzar la solución.

En algunos casos, siempre correspondientes a soluciones oscilantes de las ecuaciones diferenciales, se ha detectado que al variar la inicialización se hallan soluciones diferentes. El ejemplo siguiente se basa en los siguientes datos

Caso	V (V)	R (Ω)	C (μ F)	L _E (mH)	R _E (Ω)	p:k	t ₁ (ms)	t ₂ (ms)
3	380	213	142	0.8	0.4	2:40	-0.3063	7.930
							0.3817	7.732
							1.190	7.810

Los valores de t₁ y t₂ que aparecen en la primera fila son los hallados con la inicialización propuesta en la tesis; además son los que coinciden con la solución de PSPICE (t₁ = -0.29 ms y t₂ = 7.93 ms). Las gráficas de la página siguiente muestran la onda dibujada por el método para cada una de las soluciones halladas. La figura de la derecha es una ampliación de la de la izquierda.



Observamos que el inicio del pulso (t_2) hallado en los tres casos es casi el mismo y que el cambio se produce al final del pulso. En este caso la onda es oscilante con numerosos pasos por cero pero sólo está definida entre el inicio del pulso y el primer paso por cero. Las soluciones falsas (que, obviamente no son reales) son debidas a que el método numérico encuentra un paso por cero cualquiera que no tiene porqué ser el primero.

Los casos que se presentarán a continuación corresponden a pruebas sistemáticas que se hicieron para probar el método. Los casos 4, 5 y 6 se han obtenido dejando fijo el ancho del pulso teórico en 3 ms y también los valores de R_E y L_E . El caso 4 corresponde a una potencia teórica de 500 W y los otros dos a 1000 W y 1500 W.

Caso	V (V)	R (Ω)	C (μ F)	L_E (mH)	R_E (Ω)	p:k	t_1 (ms)	t_2 (ms)
4	220	143	212	0.8	0.4	0:3	0.1004	8.055
5	220	71	425	0.8	0.4	0:4	0.7682	8.158
6	220	48	637	0.8	0.4	1:21	1.147	8.173

Los casos 4, 7 y 8 se han obtenido dejando fija la potencia teórica en 1000 W y también los valores de R_E y L_E . El caso 7 corresponde a un ancho de pulso teórico de 2.5 ms y el caso 8 a 2 ms.

Caso	V (V)	R (Ω)	C (μ F)	L_E (mH)	R_E (Ω)	p:k	t_1 (ms)	t_2 (ms)
7	220	77	538	0.8	0.4	1:20	1.052	8.407
8	220	83	744	0.8	0.4	2:48	1.303	8.614

Los casos 9 y 3 son los equivalentes al 8 y al 5 pero alimentando a 380 V en lugar de a 220 V sin variar los valores de R_E y L_E .

Caso	V (V)	R (Ω)	C (μ F)	L_E (mH)	R_E (Ω)	p:k	t_1 (ms)	t_2 (ms)
9	380	247	249	0.8	0.4	0:4	0.5825	8.683

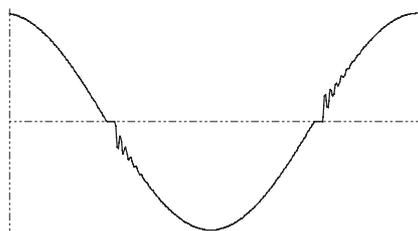
Después se probaron cuatro casos correspondientes a potencias pequeñas, como podrían ser aparatos de audio, lámparas fluorescentes electrónicas, etc. Los casos 10 a 13 corresponden respectivamente a potencias teóricas de 40, 20, 10 y 100 W con un ancho de pulso teórico de 2 ms y con variación de los valores de R_E y L_E . Sus datos se presentan a continuación.

Caso	V (V)	R (Ω)	C (μ F)	L_E (mH)	R_E (Ω)	p:k	t_1 (ms)	t_2 (ms)
10	220	2070	30	5.03	3.27	0:4	0.3989	8.651
11	220	4141	15	10.1	6.53	0:4	0.4016	8.652
12	220	8281	7.5	20.2	13.1	0:4	0.4016	8.651
13	220	828	74	2.02	1.31	0:3	0.3873	8.641

En los casos que siguen se realizó una variación de parámetros respecto a los del caso 4. En los casos 14 a 16 se varió C.

Caso	V (V)	R (Ω)	C (μ F)	L_E (mH)	R_E (Ω)	p:k	t_1 (ms)	t_2 (ms)
14	220	143	2.12	0.8	0.4	4:159	4.704	5.086
15	220	143	21.2	0.8	0.4	parado por $p_0 > 10$		
16	220	143	2120	0.8	0.4	8:3158	1.506	9.002

El caso 15 no llegó a la solución con un paso razonable. Una explicación plausible podría ser que con el valor de C utilizado la constante de tiempo es muy pequeña (3 ms) lo que da lugar a una rápida descarga del condensador. Analizando el circuito con PSPICE se vio que, además, la onda de corriente tenía un pulso muy ancho y con una importante oscilación superpuesta, lo que provoca que el método de h-Newton trabaje con incrementos muy pequeños. Un efecto parecido sucede con el caso 14, que es de lenta convergencia. La forma de onda correspondiente a este caso se presenta en la figura siguiente. Obsérvese que estos casos corresponden a configuraciones poco realistas de la fuente de alimentación.



En los casos 17 a 19 se varió R respecto al caso 4.

Caso	V (V)	R (Ω)	C (μ F)	L_E (mH)	R_E (Ω)	p:k	t_1 (ms)	t_2 (ms)
17	220	1430	212	0.8	0.4	2:42	0.6634	9.350
18	220	14.3	212	0.8	0.4	1:20	2.796	5.801
19	220	14300	212	0.8	0.4	7:1265	0.4796	9.699

En los casos 20 y 21 se varió un 10% la tensión de alimentación respecto al caso 4. Fijémonos que no se produce variación en el ancho del pulso.

Caso	V (V)	R (Ω)	C (μ F)	L_E (mH)	R_E (Ω)	p:k	t_1 (ms)	t_2 (ms)
20	242	143	212	0.8	0.4	0:3	0.1004	8.055
21	200	143	212	0.8	0.4	0:3	0.1004	8.055

En los casos 22 a 25 se varió L_E respecto al caso 4.

Caso	V (V)	R (Ω)	C (μ F)	L_E (mH)	R_E (Ω)	p:k	t_1 (ms)	t_2 (ms)
22	220	143	212	80	0.4	0:4	-4.991	5.000
23	220	143	212	8	0.4	5:433	2.346	8.257
24	220	143	212	0.08	0.4	0:3	0.4149	7.835
25	220	143	212	0.008	0.4	0:3	0.4176	7.830

En el caso 25 se halló una solución falsa ya que aparece, como se ve en la figura siguiente a la izquierda, un intervalo con signo contrario al esperado cuando se inicia la conducción. Compárese con la onda obtenida con PSPICE que se ha representado a la derecha. Una explicación podría ser que cuando la inductancia se hace muy pequeña el sistema tiende a ser de primer orden con lo que pueden aparecer problemas numéricos.



En el caso 22 también se halló una solución falsa. Probablemente la explicación esté en que el valor de la inductancia es exagerado para la potencia de la carga.

En los casos 26 a 28 se varió R_E respecto al caso 4.

Caso	V (V)	R (Ω)	C (μ F)	L_E (mH)	R_E (Ω)	p:k	t_1 (ms)	t_2 (ms)
26	220	143	212	0.8	4	0:42	1.149	7.771
27	220	143	212	0.8	0.04	0:3	0.1016	8.165
28	220	143	212	0.8	0.004	0:3	0.1053	8.177

En el caso 26 se halló una solución falsa pues aparece un intervalo con signo contrario al esperado cuando se inicia la conducción. De todas formas la resistencia R_E para este caso es impensable en la realidad.

Por último se analizó el caso 29 en que se variaron todos los parámetros, menos la tensión, respecto al caso 4.

Caso	V (V)	R (Ω)	C (μ F)	L_E (mH)	R_E (Ω)	p:k	t_1 (ms)	t_2 (ms)
29	220	1430	2120	0.08	0.04	7:1270	0.4796	9.699

En este caso se requiere un número elevado de iteraciones ya que, como en el caso 15 la constante de tiempo es muy pequeña (3 ms).

Se ha podido comprobar que el modelo combinado con el algoritmo de h-Newton, a pesar de los problemas hallados, es bastante robusto pues da problemas en algunos casos difíciles (de dudosa correspondencia con la realidad) pero en otros se llega a la solución aunque, a veces, con un número elevado de iteraciones.

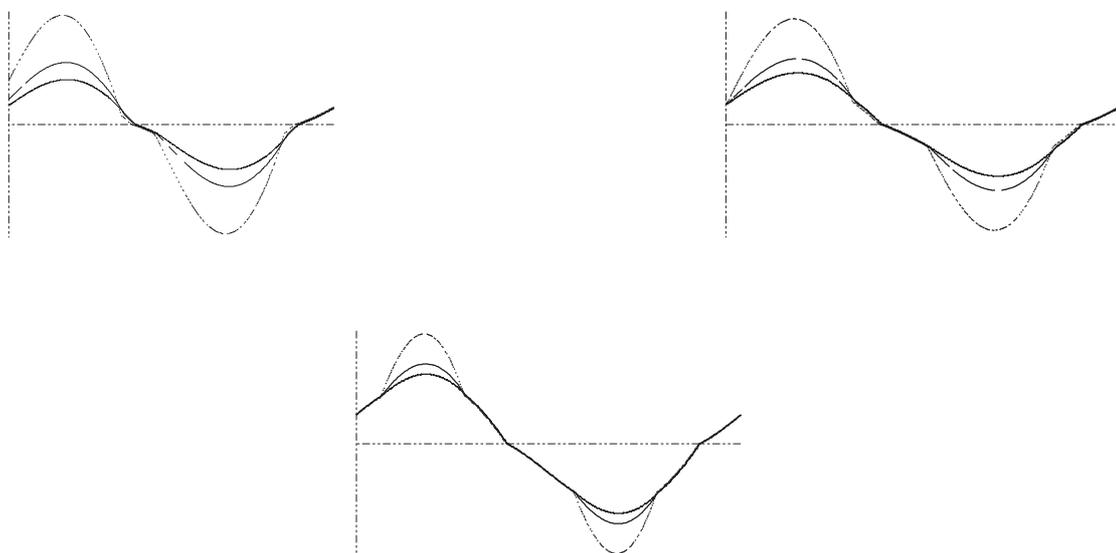
6. Estudio de la saturación en los balastos

Se han realizado pruebas del fluorescente con reactancia saturable para ver el efecto de los valores correspondientes a los parámetros de saturación sobre la forma de onda. Primeramente se han tomado los mismos datos de la lámpara fluorescente simulada en el primer apartado ($R = 15 \Omega$, $L = 0.87 \text{ H}$ y $U_E = 115 \text{ V}$) y se ha determinado el valor de cresta de la onda de intensidad, que ha resultado ser de $I_C = 0.928 \text{ A}$. Entonces se han realizado las nueve simulaciones que se presentan a continuación.

Caso	L_s	I_s	t_1 (ms)	t_2 (ms)	t_3 (ms)	Linea
1	$L_N / 4$	$I_C / 4$	-1.067	6.917	7.553	Puntos
2	$L_N / 2$	$I_C / 4$	-0.9420	7.144	7.750	Discontinua
3	$3 L_N / 4$	$I_C / 4$	-0.8950	7.223	7.820	Continua
4	$L_N / 4$	$I_C / 2$	0.1027	6.359	7.694	Puntos
5	$L_N / 2$	$I_C / 2$	0.1679	6.507	7.800	Discontinua

Caso	L_S	I_S	t_1 (ms)	t_2 (ms)	t_3 (ms)	Linea
6	$3 L_N / 4$	$I_C / 2$	0.1918	6.558	7.837	Continua
7	$L_N / 4$	$3 I_C / 4$	1.304	5.608	7.799	Puntos
8	$L_N / 2$	$3 I_C / 4$	1.332	5.682	7.836	Discontinua
9	$3 L_N / 4$	$3 I_C / 4$	1.342	5.707	7.849	Continua

Las figuras siguientes representan las ondas de intensidad obtenidas para los casos 1, 2 y 3 (izquierda), 4, 5 y 6 (derecha) y 7, 8 y 9 (centro). En ellas observamos que cuanto menor es el valor de L_S más alto es el valor de cresta de la intensidad resultante y más brusco es el cambio de pendiente.



Partiendo del caso 7 anterior ($R = 15 \Omega$, $L = 0.87 \text{ H}$, $U_E = 115 \text{ V}$, $I_S = 3 I_C / 4$ y $L_S = L_N / 4$) se ha probado el modelo con tres niveles de inductancia (diez tramos). Los valores de cada caso han sido los de la tabla siguiente.

Caso	L_P	I_P	t_1 (ms)	t_2 (ms)	t_3 (ms)	t_4 (ms)	t_5 (ms)
1	$L_N / 2$	$I_C / 4$	-0.5202	0.3030	7.332	8.013	8.628
2	$3 L_N / 4$	$I_C / 4$	-0.4478	0.7940	7.055	8.101	8.708
3	$L_N / 2$	$I_C / 2$	0.3709	0.7930	7.055	7.432	8.710
4	$3 L_N / 4$	$I_C / 2$	0.4033	1.045	6.903	7.476	8.746

Las figuras representan las ondas de intensidad obtenidas. A la izquierda las correspondientes a los casos 1 (discontinua) y 2 (continua) y a la derecha las correspondientes a los casos 3 (discontinua) y 4 (continua).



7. Variación de la onda de corriente de un cargador de baterías

Para analizar como influyen los parámetros del modelo sobre la forma de onda de un cargador de baterías se han tomado primero seis casos en los que la resistencia y la inductancia valían, respectivamente, 0.4Ω y 0.8 mH y se han simulado con diferentes valores de tensión en la batería, como aparece en la tabla adjunta.

Caso	V	t_1 (ms)	t_2 (ms)	ancho pulso
1	220	3.788	7.500	6.288
2	240	3.397	7.804	5.593
3	260	2.941	8.149	4.792
4	280	2.368	8.564	3.804
5	300	1.500	9.146	2.354
6	311	1.789	9.909	1.880

Observamos, como era de esperar, que el pulso se estrecha al aumentar la tensión en la batería. El caso 6 corresponde a una tensión ligeramente inferior al valor de cresta de la tensión de alimentación. Para ver el efecto de la resistencia y la inductancia se realizaron cuatro simulaciones más en las que se varió un solo dato respecto al caso 4. Los resultados son los de la tabla siguiente.

Caso	R_E (Ω)	L_E (mH)	t_1 (ms)	t_2 (ms)	ancho pulso
7	0.4	8	2.826	8.564	4.262
8	0.4	0.08	1.623	8.564	3.059
9	4	0.8	1.623	8.564	3.059
10	0.04	0.8	2.826	8.564	4.262

Se puede observar que el ancho de pulso y los tiempos de cambio para los casos 7 y 10 coinciden, así como para los casos 8 y 9; ello muestra una dependencia del ancho del pulso con la relación entre la inductancia y la resistencia, o sea, la constante de tiempo. En la figura siguiente se han representado las ondas de intensidad correspondientes a estos cuatro casos y al caso 4. Se han trazado en línea discontinua las de los casos 8 (pulso alto) y 9 (pulso bajo), en línea de puntos las de los casos 7 (pulso bajo) y 10 (pulso alto) y en línea continua la del caso 4.



