# 1 INTRODUCCIÓN

# 1.1 MOTIVACIÓN

La Tesis Doctoral titulada "Estudio del ángulo de presión y de la presión de contacto en mecanismos leva palpador cuya ley de desplazamiento se diseña con curvas de Bézier" se enmarca en la línea de investigación Teoría de Máquinas y Mecanismos que se desarrolla en el Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Politécnica de Cataluña. En el departamento se han desarrollado dos tesis doctorales dentro de la misma línea de investigación; la primera titulada "Técnicas de Diseño Geométrico Asistido por Ordenador para Mecanismos Leva-palpador" [Reyes, 2000] estudia la definición de las leyes de desplazamiento del palpador en mecanismos de leva palpador y la segunda "Aportación al Estudio de la Levas Desmodrómicas" [Zayas, 2001] desarrolla un método analítico-geométrico para la generación del perfil de las levas de anchura constante.

La presente tesis centra su estudio en los mecanismos de leva con palpador circular de traslación por la gran aplicación que éstos tienen (industria cementera y maquinaria textil, entre otros). Se utilizan como curvas de diseño para la ley de desplazamiento curvas de Bézier de continuidad  $C^2$ ,  $C^3$  y  $C^4$  con tramos rectos, por considerar que éstas representan de manera adecuada las funciones necesarias para el correcto diseño del perfil de una leva.

El proyecto de investigación que se desarrolla en esta tesis abarca dos etapas; la primera está dividida en: definición de la ley de desplazamiento del palpador, generación del perfil y

comprobación del perfil; los dos primeros temas fueron estudiados en la tesis de Reyes, [2000] y el último tema es estudiado en la presente tesis. Para la comprobación del perfil se estudia el ángulo de presión y el radio de curvatura y se muestra con ayuda de gráficos, la conveniencia o no de utilizar un tipo u otro de continuidad en la curva, teniendo siempre presentes las consideraciones de diseño. La segunda etapa estudia la teoría de contacto aplicada al caso levas. En ésta se estudia para las consideraciones de los mecanismos leva palpador y para las diferentes continuidades de la ley de desplazamiento, los esfuerzos producidos entre las superficies en contacto. Se muestra por medio de gráficos las diferentes distribuciones de esfuerzos generados en el contacto de la leva y el palpador.

El interés del tema radica en la importancia que tiene conocer las condiciones geométricas de dimensionamiento (ángulo de presión y radio de curvatura) y de diseño (presiones de contacto) de los mecanismos leva palpador, con el fin de mejorar el diseño y síntesis general de los mecanismos dentro del estudio de la Teoría de Máquinas.

#### 1.2 OBJETIVOS

Con el fin de estudiar y aportar nuevos conocimientos al análisis del diseño de los mecanismos leva palpador de rodillo de traslación, la tesis tiene unos objetivos generales y específicos.

### 1.2.1 Objetivos generales

- Aportar conocimiento y fundamento teórico al cálculo del ángulo de presión y radio de curvatura de las levas cuya ley de desplazamiento se diseña con curvas de Bézier de continuidad C<sup>2</sup>, C<sup>3</sup> y C<sup>4</sup>.
- Aportar conocimiento y fundamento teórico al estudio de la distribución de presiones entre palpador de rodillo y levas cuya ley de desplazamiento se diseña de la forma mencionada.

### 1.2.2 Objetivos específicos

 Definir la ley de desplazamiento por tramos rectos unidos por empalmes definidos con curvas de Bézier.

- Estudiar la idoneidad del grado de continuidad en los empalmes.
- Estudiar el ángulo de presión y el radio de curvatura de las levas cuya ley de desplazamiento se diseña con curvas de Bézier, para mejorar las condiciones de diseño de los mecanismos leva palpador.
- Comparar los valores del ángulo de presión obtenidos con los empalmes propuestos y con los empalmes clásicos: cicloidales y armónicos.
- Generar gráficas para calcular el ángulo de presión y el radio de curvatura de las levas mencionadas.
- Estudiar los esfuerzos generados por el contacto de la leva y el palpador circular.
- Generar gráficas de la distribución de los esfuerzos de contacto.

#### 1.3 MECANISMO LEVA PALPADOR

Una leva es un elemento mecánico que sirve para impulsar a otro, por contacto puntual o lineal, llamado palpador o seguidor, para que este desarrolle una ley de movimiento especificada.

Un mecanismo leva palpador consiste en dos miembros móviles, cada uno de ellos en principio con un grado de libertad y una coordenada generalizada independiente, que se ponen en contacto a través de un par superior, ambos están unidos a un miembro fijo, llamado bastidor, a través de pares inferiores (Figura 1.1). De esta manera se obtiene un mecanismo de

un sólo grado de libertad que establece una ley de dependencia entre el movimiento de la leva y el del palpador, esta ley se denomina usualmente ley de desplazamiento del palpador  $s(\theta)$ .

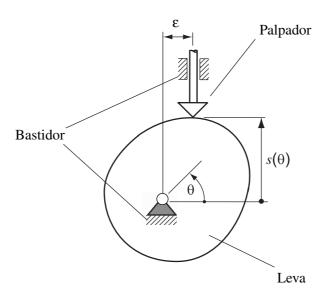


Figura 1.1 Mecanismo leva palpador

Los mecanismos leva palpador son utilizados como generadores de movimientos, son mecanismos sencillos, tienen pocas piezas móviles y ocupan espacios muy reducidos, lo que los hace económicos. Además, no es difícil diseñar leyes de desplazamiento del palpador que tengan cualquier característica deseada. Los perfiles de las levas pueden ser mecanizados por máquinas de control numérico, fresadoras, electroerosión, etc., y si el volumen de producción o el material lo justifican pueden obtenerse por moldeo, sinterización o fusión. Por estas razones son ampliamente utilizados en la maquinaria moderna.

### 1.4 CLASIFICACIÓN DE LOS MECANISMOS LEVA PALPADOR

Debido a la gran variedad y combinación de mecanismos leva palpador existentes, no es posible caracterizarlos como un sistema estándar. Esto hace que se deba recurrir a diferentes tipos de clasificación dependiendo del trabajo a desempeñar. La clasificación puede realizarse por:

- Geometría de la leva
- Geometría del palpador
- Tipo de movimiento del palpador
- Tipo de cierre del par superior
- Tipo de programa de movimiento del palpador

#### 1.4.1 Geometría de la leva

Debido a la variedad de perfiles y formas geométricas de las levas, existe la necesidad de utilizar cierta terminología para distinguirlas, por lo tanto según sus formas básicas las levas se pueden clasificar en:

- Cuña (Figura 1.2a); levas con movimiento de traslación que pueden trasmitir al palpador movimiento de traslación o rotación, para el caso de la figura se transmite movimiento de traslación.
- De disco o placa (Figura 1.2b); levas consideradas radiales debido a que el movimiento del palpador generalmente esta en una dirección radial, son utilizadas con frecuencia en la maquinaria de producción.
- Cilíndricas (Figura 1.2c y e); levas con geometría cilíndrica y movimiento axial cuyo palpador puede moverse en traslación (paralelo al eje de rotación de la leva) o en movimiento oscilante o de rotación.
- Esféricas (Figura 1.2d); levas con geometría esférica que pueden trasmitir al palpador movimiento de traslación o rotación, para el caso de la figura se transmite movimiento de rotación.
- Globoides (Figura 1.2f); leva de forma globoide y movimiento axial que para el
  caso de la figura transmite movimiento de rotación al palpador, en éste tipo de
  leva es posible la combinación de los movimientos radial y axial.

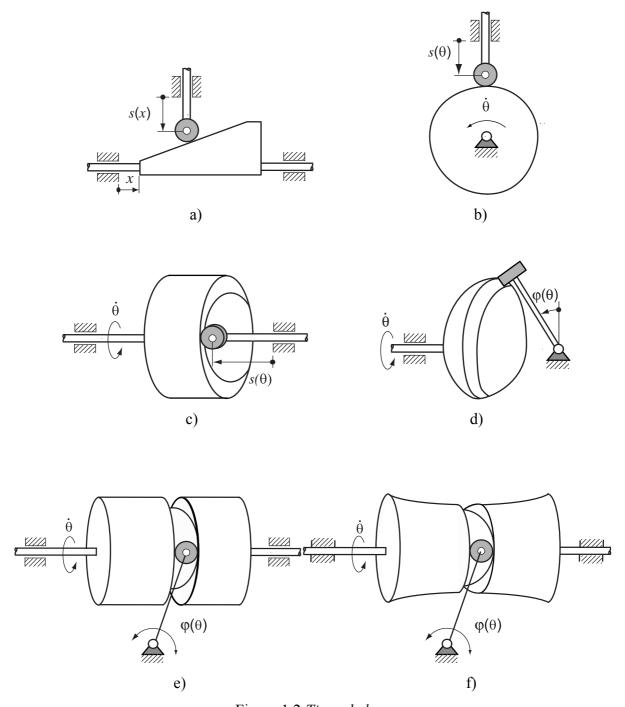


Figura 1.2 Tipos de levas

# 1.4.2 Geometría del palpador

De acuerdo a la variedad de geometrías existentes de la superficie de contacto del palpador, se hace necesario tener una clasificación según sus formas básicas, ésta puede ser:

 Palpador circular (Figura 1.3a); comúnmente utilizado en la industria en general, tiene la ventaja de tener fricción baja (rodante), presenta una aceptable distribución de esfuerzos de contacto.

- Palpador puntual (Figura 1.3b); tipo de palpador que produce esfuerzos de contacto elevados debido a que el contacto ocurre en un punto, a nivel teórico son estudiados pero son poco utilizados en la práctica.
- Palpador de cara plana (Figura 1.3c); de contacto deslizante y de esfuerzos de contacto menores que los presentes en el palpador circular, son de bajo costo debido a que tienen pocas piezas móviles.
- Palpador de cuña (Figura 1.3d); tiene las mismas características que los palpadores de cara plana.
- Palpador de hongo (Figura 1.3e); presentan contacto deslizante y tienen geometrías especiales diseñadas a medida para cada aplicación lo que ocasiona que el costo de producción sea elevado.

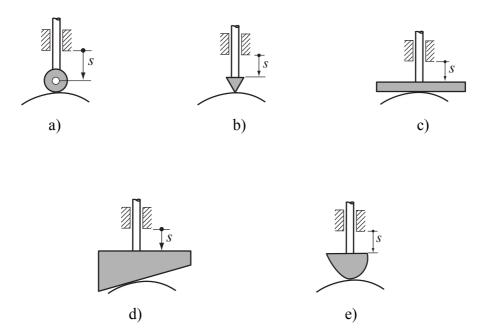


Figura 1.3 *Tipos de palpador* 

### 1.4.3 Tipo de movimiento del palpador

Según el tipo de movimiento que desarrollan los palpadores como consecuencia del contacto con la leva, éstos se pueden clasificar como:

- Palpador de rotación; presentan solo movimientos oscilatorios durante el funcionamiento, el eje del palpador puede ser paralelo (Figura 1.4) o no (Figura 1.2d) al eje de giro de la leva.
- Palpador de traslación; presenta solo traslación sin rotación durante el funcionamiento. La dirección del movimiento del palpador respecto al eje de rotación de la leva determina el tipo de movimiento, así se tiene palpadores:
  - Excentricos (Figura 1.1); el eje de movimiento de traslación del palpador no pasa por el eje de rotación de la leva.
  - Radiales (Figura 1.2b); el eje de movimiento del palpador está en una dirección radial.
  - Axiales (Figura 1.2c); cuando el palpador se mueve paralelo al eje de rotación de la leva.

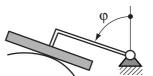


Figura 1.4 Palpador con movimiento de rotación

### 1.4.4 Tipo de cierre del par superior

El enlace leva palpador es en principio unilateral ya que se produce por contacto directo, puntual o lineal, entre las superficies de ambos elementos formando un par cinemático superior. El contacto permanente leva palpador se puede conseguir de dos formas, estas son:

• Cierre por fuerza (Figura 1.5a); se requiere de una fuerza externa (el peso del palpador o la fuerza de un resorte) que actúa sobre el palpador con el objetivo de mantener el contacto.

 Cierre por forma o geométrico; ocurre cuando el contacto permanente leva palpador se garantiza a través de la configuración geométrica de dichos elementos. En la figura 1.5b se observa como el palpador mantiene siempre dos puntos opuestos en contacto con la leva, a este tipo de levas se le denomina desmodrómicas.

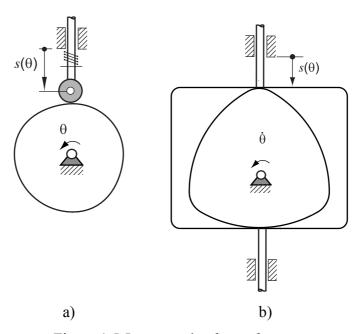


Figura 1.5 Levas según el tipo de cierre

### 1.4.5 Tipo de programa de movimiento del palpador

Al producirse un ciclo de movimiento completo de una leva de traslación o rotación, el palpador ejecuta una secuencia de movimientos en los que se pueden distinguir tramos que consisten en alejamientos, detenciones y acercamientos del palpador respecto al eje de traslación o rotación de la leva. Si se hace referencia a las levas rotatorias con palpador de traslación por ser las estudiadas en la presente tesis, el ciclo de movimiento de la leva recibe el nombre de giro de la leva y los tramos de alejamiento y acercamiento los nombres de

tramos de subida y tramos de bajada respectivamente. La subida S es el movimiento que realiza el palpador al alejarse del centro de rotación de la leva; la bajada B es el movimiento que realiza el palpador al acercarse al centro de rotación de la leva; y la detención D es el movimiento durante el cual el palpador permanece a una misma distancia del centro de rotación de la leva. La combinación de éstos movimientos permite caracterizar el movimiento del palpador durante el giro total de una leva.

Según Reyes, [2000]; Norton, [1995] y Chen, [1982], se pueden definir 4 combinaciones de éstos movimientos elementales dando lugar a los siguientes programas de movimiento:

• Subida - Bajada (S-B): a partir de la posición inferior el palpador primero se aleja y después se acerca al centro de rotación de la leva sin realizar ninguna detención durante el ciclo de movimiento (Figura 1.6).

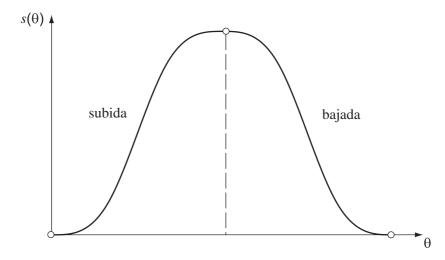


Figura 1.6 Movimiento subida - bajada, S-B

 Subida - Detención - Bajada (S-D-B): partiendo de la posición inferior el palpador se aleja del centro de rotación de la leva y durante un espacio de tiempo se mantiene a igual distancia del eje de rotación para finalmente regresar a la posición inferior de partida (Figura 1.7).

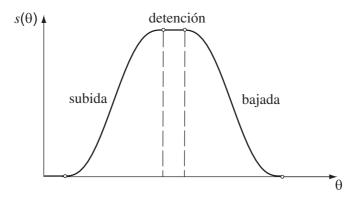


Figura 1.7 Movimiento subida - detención - bajada, S-D-B

- Subida Bajada Detención (S-B-D): existe una detención antes del tramo de subida S
   y después del de bajada B y no hay detenciones intermedias.
- Detención Subida Detención Bajada (D-S-D-B): existe una detención en el movimiento del palpador antes de la subida S y de la bajada B (Figura 1.8).

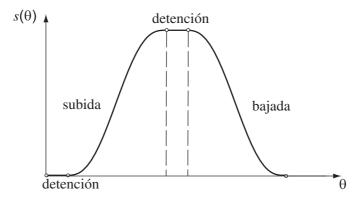


Figura 1.8 Movimiento detención - subida - detención - bajada, D-S-D-B

### 1.5 LA LEY DE DESPLAZAMIENTO DEL PALPADOR

En los mecanismos leva palpador, como se ha mencionado en el apartado 1.3, el palpador debe cumplir unas leyes de desplazamiento deseadas y definidas. Estas leyes se diseñan a partir de especificaciones de movimiento preestablecidas, donde las más utilizadas son: puntos de paso, tramos de velocidad constante y tramos de detención (Figura 1.9).

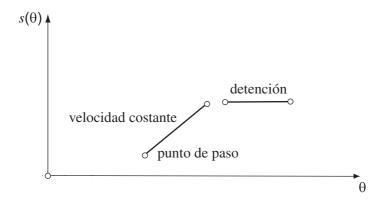


Figura 1.9 Especificaciones de movimiento

Sin importar el tipo de movimiento a desarrollar (S-B; S-D-B; S-B-D; S-D-B-D) la ley de desplazamiento debe cumplir ciertas condiciones de continuidad en las uniones entre los tramos:

- La velocidad del palpador ha de ser una función continua, lo cual significa que la ley de desplazamiento del palpador sea una función al menos de tipo  $C^1$ . Si se presenta discontinuidad en la velocidad, se originan aceleraciones infinitas y fuerzas elevadas que podrían ocasionar la destrucción del mecanismo o a la pérdida del contacto entre la leva y el palpador.
- La aceleración ha de ser en lo posible una función continua, para que la función de desplazamiento del palpador sea una función al menos de tipo  $C^2$ . Si la aceleración presenta cambios notorios se producirán variaciones importantes en las fuerzas que actúan en el mecanismo, y a causa de la elasticidad y los juegos surgirán ruidos y vibraciones que pueden dar lugar a roturas, fatiga, etc. y al desajuste entre el movimiento real del palpador y el requerido.

Para definir matemáticamente las leyes de desplazamiento, se pueden utilizar cualquier tipo de funciones y generalmente se dividen en [Reyes, 2000]:

### Métodos tradicionales

- Polinomios algebraicos en base canónica.
- Polinomios trigonométricos en base de Fourier.

Métodos para el diseño geométrico asistido por ordenador CAGD

- Polinomios algebraicos con base Bernstein.
- Polinomios definidos a tramos con base B-spline.
- Polinomios trigonométricos con base análoga a la Bernstein.
- Polinomios trigonométricos definidos a tramos con base análoga a la B-spline.

En ésta tesis se utiliza polinomios algebraicos con base Bernstein para el diseño de la ley de desplazamientos por curvas de Bézier.

### 1.6 NOMENCLATURA DE LOS MECANISMOS LEVA PALPADOR

Los mecanismos leva palpador tienen una terminología propia asociada a ellos. La figura 1.10 indica los más significativos para el desarrollo de esta tesis [Shigley y Uicker, 1995 y Zayas, 2001].

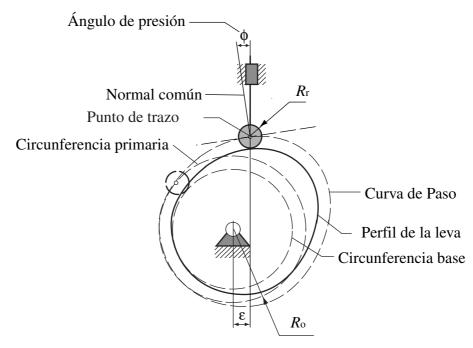


Figura 1.10 Nomenclatura del mecanismo leva palpador

• Curva de paso: es la trayectoria que describe el centro del rodillo en la referencia solidaria a la leva, al completarse una vuelta de ésta. Corresponde a la curva offset del perfil de la leva, separada de éste una distancia igual al radio del rodillo  $R_{\rm r}$ .

- Circunferencia primaria: es la circunferencia más pequeña, de radio  $R_0$ , que se puede trazar con centro en el eje de rotación de la leva y tangente a la curva de paso.
- Circunferencia base: es la circunferencia más pequeña de radio  $R_{\rm b}$ , que puede trazarse con centro en el eje de rotación de la leva y tangente a la superficie física de ésta. En el caso de un palpador de rodillo es más pequeña que la circunferencia primaria, siendo la diferencia el radio del rodillo  $R_{\rm r}$ .
- Punto de trazo: es un punto del palpador que describe la trayectoria que constituye la curva offset al perfil de la leva cuando el palpador es circular.
- Excentricidad: es la distancia ε entre el eje del palpador y el centro de rotación de la leva.
   Su valor puede ser nulo (ε = 0, palpador axial o alineado).
- Normal común: es la línea normal a las superficies de la leva y del palpador en el punto de contacto.
- Ángulo de presión φ: es el ángulo comprendido entre la dirección de la velocidad del palpador y la normal común.

### 1.7 COMPROBACIÓN DEL PERFIL DE LA LEVA

Una vez seleccionada la ley de desplazamiento y obtenido el perfil de la leva, se ha de comprobar que no existen características geométricas indeseadas que impidan un contacto leva palpador correcto. Se pueden presentar básicamente dos situaciones:

• Doble contacto del palpador sobre la leva (Figura 1.11a). Ocurre cuando el radio del rodillo  $R_r$  es mayor que el radio de curvatura  $r_c$  de la leva en los tramos concavos.

Presencia de picos y degeneraciones en el perfil de la leva. Esta situación ocurre si la curva de paso presenta tramos donde el radio del rodillo es igual al valor de su radio de curvatura, en éste punto el valor del radio de curvatura del perfil de la leva será igual a cero y la leva se hará puntiaguda (Figura 1.11b). Si existe tramos donde el radio del rodillo es mayor que el valor del radio de curvatura de la curva de paso, la leva presentará una socavación o rebaje como el que se puede apreciar en la figura 1.11c, por lo tanto para impedir que existan puntos de socavación o rebajes en el perfil de la leva, el radio del rodillo debe ser menor que el radio de curvatura mínimo del perfil de la leva.

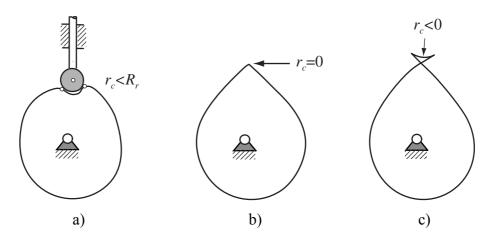


Figura 1.11 Defectos geométricos de la leva

Los perfiles de las levas pueden tener tramos cóncavos, convexos y planos, (Figura 1.12) cuando  $r_{\rm c}>0$  el tramo es convexo y cuando  $r_{\rm c}<0$  el tramo es cóncavo. Los puntos de inflexión presentes son aquellos en los que el radio de curvatura pasa de  $r_{\rm c}=\infty$  a  $r_{\rm c}=-\infty$ .

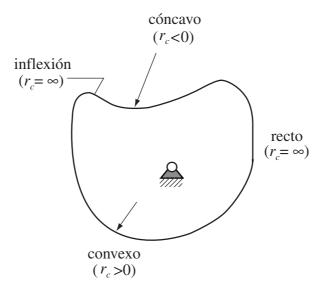


Figura 1.12 Radio de curvatura

Para detectar los posibles problemas del perfil de la leva hay dos factores a los que debe prestarse atención: ángulo de presión y radio de curvatura.

# 1.7.1 Ángulo de presión

Es deseable mantener un ángulo de presión bajo para evitar que la componente de la fuerza perpendicular al vástago del palpador flexione éste sobre las guías, evitando con esto una carga lateral excesiva sobre el palpador y para disminuir la fuerza de fricción a causa del deslizamiento. Si el ángulo de presión es demasiado grande aumenta el efecto de fricción con lo cual puede ocurrir que el palpador sufra un avance pulsante o incluso que se produzca un acuñamiento.

La experiencia pone de manifiesto que para el correcto funcionamiento de los mecanismos leva palpador es conveniente que el ángulo de presión no supere el valor de  $30^{\circ}$ .

Para un palpador circular de traslación, el ángulo de presión se obtiene a partir del estudio de la figura 1.10 [Norton, 2000]

$$\phi = \arctan \frac{s'(\theta) - \varepsilon}{s(\theta) + \sqrt{R_o^2 - \varepsilon^2}}$$
(1.1)

Donde  $R_0$  es el radio del círculo primitivo o primario,  $s(\theta)$  es la ley de desplazamiento del palpador,  $s'(\theta)$  es la primera derivada de la función desplazamiento, y  $\varepsilon$  es la excentricidad del palpador. La excentricidad es un parámetro que seleccionado adecuadamente, permite reducir las dimensiones de la leva sin afectar la eficiencia del mecanismo, manteniendo el ángulo de presión dentro de valores aceptables. Un valor positivo de excentricidad hará disminuir el ángulo de presión en el tramo de subida donde  $s'(\theta) > 0$ , pero lo aumentará en el tramo de bajada donde  $s'(\theta) < 0$ . La excentricidad negativa hace lo contrario.

#### 1.7.2 Radio de curvatura

El radio de curvatura mínimo en el diseño de levas se conoce como el mínimo valor que debe tener el radio de curvatura de la curva de paso para evitar que se presenten picos (Figura 1.11b) o socavaciones (Figura 1.11c) en el perfil de las levas. Es evidente que se desea tener un radio de curvatura mínimo  $r_{\rm c \ mín}$  de la curva de paso mayor que el radio del rodillo del seguidor  $R_{\rm r}$  en los tramos convexos, con el fin de evitar el doble contacto entre la superficie del rodillo del palpador y la superficie de la leva.

$$r_{\rm c min} > R_{\rm r} \tag{1.2}$$

Si se presenta ésta situación (Figura 1.11a), el palpador no realizará los movimientos deseados; para solucionarlo deben variarse las condiciones geométricas de la leva o del palpador ( $R_r$ ) hasta hacer cumplir la expresión (1.2).

### 1.8 TEORÍA DE CONTACTO

Los esfuerzos introducidos en dos materiales en contacto en una interfaz en rodamiento dependen de manera importante de la geometría de las superficies en contacto, así como de las propiedades de la carga y de los materiales. La teoría general de contacto permite hacer el estudio de cualquier geometría tridimensional de cada miembro en contacto, como los casos de esfera sobre esfera y de cilindro sobre cilindro.

En la teoría de contacto se estudian estados de esfuerzos tridimensionales, pero para el caso de superficies consideradas axialmente cortas como son algunas levas, donde su espesor es lo suficientemente menor que el radio del círculo primario, se considera que existe un estado de esfuerzo bidimensional o comúnmente llamado esfuerzo plano con sus respectivos dos esfuerzos principales. El caso de longitudes axiales de levas grandes (espesor grueso) se considera como deformación plana y presenta un estado de esfuerzos tridimensional.

### 1.8.1 Huella de contacto

Cuando se presionan entre si cuerpos elásticos curvos [Juvinall, 1967], por la acción de una fuerza de contacto  $F_c$  se desarrollan áreas de contacto finitas debido a las deflexiones; así pues a esfuerzos finitos los materiales se deforman para crear una área de contacto suficiente para soportar la carga. Estas áreas de contacto son en general pequeñas de manera que los esfuerzos a la compresión tienden a ser extremadamente altos con una distribución de presiones semielipsoidal sobre la huella de contacto. Si los sólidos se consideran infinitamente rígidos el área de contacto entre superficies curvas es un punto o una línea, pero en general es una huella elíptica que en las esferas se convierte en un círculo y en el caso de cilindros se convierte en un rectángulo de área teórica  $2 \cdot a \cdot l$  como se muestra en la figura 1.13, siendo a el ancho de la huella y l la profundidad del cilindro.

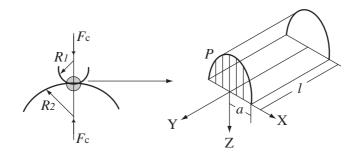


Figura 1.13 Distribución de presión elipsoidal en un contacto

Timoshenko y Goodier, [1951] y Johnson, [1985] dan como expresión para el ancho de la huella de contacto de dos materiales distintos:

$$a = \sqrt{\frac{4F_{c}}{\pi l} \frac{\left(1 - v_{1}^{2}\right) / \left(1 - v_{2}^{2}\right) / \left(1 - v_{2}^{2}\right) / \left(1 - v_{1}^{2}\right)}{\frac{1}{R_{1}} + \frac{1}{R_{2}}}}$$
(1.3)

donde:

 $F_c$ : fuerza de contacto

 $v_1$ ,  $v_2$  :relaciones de Poisson de cada material

*l* :profundidad de la huella de contacto

 $R_1$ ,  $R_2$ : radio de curvatura de cada material

 $E_1, E_2$ : módulos de elasticidad de cada material

# 1.8.2 Presión de contacto

La distribución de presiones en la huella de contacto se da en forma de semielipse, teniendo un valor de presión máximo en la línea central de la huella y un valor nulo en los bordes. En Timoshenko y Goodier [1951] se muestra la expresión para el cálculo de la distribución de presiones de un estado de esfuerzo bidimensional o esfuerzo plano, que es el caso de las levas de espesor delgado:

$$P = P_{\text{máx}} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} \tag{1.4}$$

donde P es el valor de la presión para los valores de x que se hallan dentro del rango  $(-a \le x \le a)$ , a es el ancho de la semielipse (Figura 1.13) y  $P_{\text{máx}}$  el máximo valor de la presión y esta definido:

$$P_{\text{máx}} = \frac{2F_{\text{c}}}{\pi \, a \, l} \tag{1.5}$$

Esta presión máxima depende del radio de curvatura de las superficies en contacto, así pues en una leva su valor varia a lo largo del perfil.