

4 ÁNGULO DE PRESIÓN Y RADIO DE CURVATURA

En el diseño y síntesis de los mecanismos leva palpador una vez definida la ley de desplazamiento y conocida la velocidad, aceleración y sobreaceleración, el siguiente paso consiste en dimensionar la leva; hay dos factores principales que condicionan la dimensión de la leva, el ángulo de presión y el radio de curvatura. En éste capítulo se muestra las gráficas del ángulo de presión y del radio de curvatura para los diferentes tramos de unión descritos en la sección 3.2. Las gráficas del ángulo de presión se han generado teniendo en cuenta las recomendaciones de diseño de no exceder el valor de 30° ; igualmente se muestra las gráficas del ángulo de presión para valores de 28° y 25° con el fin de aportar información para posibles consideraciones de diseño.

4.1 ÁNGULO DE PRESIÓN

Con base a lo descrito en las secciones 1.7.1 y 2.3.1 en las que se cita que, como criterio de diseño algunos autores especifican que es necesaria la manipulación de la ecuación 1.1 para mantener el ángulo de presión en valores inferiores a 30° para palpadores circulares de traslación, y así evitar que la componente de la fuerza perpendicular al vástago del palpador flexione éste sobre las guías y disminuir la fuerza de fricción a causa del deslizamiento. Para el uso de la ecuación 1.1 si se considera el efecto de la excentricidad ε se observa que al incrementar ε se incrementa o disminuye la magnitud del numerador dependiendo del signo del desplazamiento $s(\theta)$, por lo tanto se puede usar una pequeña excentricidad para reducir el ángulo de presión durante el movimiento de subida cuando $s(\theta)$ es positiva pero solo a

costa de un ángulo de presión incrementado durante el movimiento de retorno cuando $s(\theta)$ es negativa; es decir con una pequeña variación de ε se puede intentar mantener en los valores recomendados. Debido a que las magnitudes de las fuerzas son casi siempre mayores durante la subida [Shigley y Uicker, 1988], es práctica común descentrar el seguidor para aprovechar esta reducción en el ángulo de presión.

Si se supone que no existe excentricidad $\varepsilon = 0$, la ecuación 1.1 queda reducida a

$$\tan \phi = \frac{s'(\theta)}{s(\theta) + R_0} \quad (4.1)$$

Para determinar el ángulo de presión máximo presente entre el palpador y una leva diseñada con cualquier tipo de curva como ley de desplazamiento, se debe hallar el máximo de la expresión 1.1 ó 4.1 según exista excentricidad o no, con respecto a la rotación de la leva.

Para el estudio del ángulo de presión en levas con leyes de desplazamiento diseñadas con curvas de Bézier no se encontró antecedentes de estudios ni desarrollos de nomogramas como el de la figura 2.4, por ello en éste capítulo se desarrolla el proceso de cálculo y se ilustra las gráficas de dicho ángulo de presión para cada tramo de unión del capítulo anterior (sección 3.2).

El cálculo del ángulo de presión utilizando la formulación de Bézier tiene la misma base teórica que la utilizada con las funciones cicloidales o armónicas, con la diferencia de que las leyes de desplazamiento a reemplazar en la ecuación 1.1 ó 4.1 son las curvas de Bézier.

4.1.1 Movimiento transición de altura subida completa

Para el cálculo del ángulo de presión del movimiento de transición de altura de subida completa se tiene curvas de Bézier de grados 5, 7 y 9 y continuidades C^2 , C^3 y C^4 respectivamente; a continuación se muestra el desarrollo del cálculo del ángulo de presión para la ley de desplazamiento de continuidad C^2 ; el procedimiento de cálculo es el mismo indistintamente de grado de la curva de la ley de desplazamiento.

Del análisis de la ecuación 1.1 se observa que el término dominante de la expresión es $s'(\theta)$, por lo tanto una inspección del gráfico (3.2) ayuda a dar una idea de la forma de la variación del ángulo de presión durante el tramo de unión en estudio, debido a que tanto el ángulo de presión como la variación de la velocidad respecto al giro de la leva θ tienen un comportamiento similar.

En la figura 3.2 se observa que para $n = 5$ la variación de la primera derivada respecto al giro de la leva es positiva durante todo el tramo de unión y que presenta un máximo durante un punto del trayecto, esto indica que existe un valor de ángulo de presión máximo en un punto interno del tramo.

Reemplazando las expresiones 3.1 en 4.1 se tiene la relación para el ángulo de presión

$$\tan\phi = \frac{L(30u^2 - 60u^3 + 30u^4)}{\beta \left[R_0 + L(10u^3 - 15u^4 + 6u^5) \right]} \quad (4.2)$$

Donde $u = \theta/\beta$ y $\beta = \theta_f - \theta_i$ como se muestra en la ecuación 2.5. Derivando respecto θ , igualando a cero y despejando R_0/L para obtener el máximo de la expresión se tiene

$$\frac{R_0}{L} = \frac{\left[(30u^2 - 60u^3 + 30u^4) \right]^2}{(60u - 180u^2 + 120u^3)} - (10u^3 - 15u^4 + 6u^5) \quad (4.3)$$

En la tabla 4.1 se muestra cuatro columnas. En la primera columna (izquierda) se puede leer para tramos de unión de transición de altura de subida completa con leyes de desplazamiento de continuidad C^2 , valores de R_0/L tomados según las condiciones geométricas deseadas en la leva y en las columnas segunda, tercera y cuarta se lee para cada relación de la primera columna su respectivo valor mínimo tolerable de ángulo de giro β para no exceder en ningún lugar del trayecto el valor recomendado de 30° o los valores de diseño de 28° y 25° . La parte sombreada indica que el valor mínimo tolerable de ángulo de giro sobrepasa el valor de 360° de giro total, por lo tanto es un valor solo informativo.

Tabla 4.1 *Ángulo de presión en el movimiento transición de altura subida completa de curva de Bézier de continuidad C^2*

$\frac{R_0}{L}$	β mín para $\phi \leq 30^\circ$	β mín para $\phi \leq 28^\circ$	β mín para $\phi \leq 25^\circ$
0,25	320,07	347,54	396,29
0,5	210,98	229,09	261,22
0,75	160,67	174,46	198,93
1	130,63	141,84	161,73
1,5	95,72	103,93	118,51
2	75,78	82,29	93,83
2,5	62,80	68,19	77,76
3	53,65	58,26	66,43
3,5	46,84	50,87	58,00
4	41,58	45,15	51,48
4,5	37,38	40,59	46,28
5	33,96	36,87	42,04
5,5	31,11	33,78	38,52
6	28,70	31,17	35,54
6,5	26,64	28,93	32,99
7	24,86	26,99	30,78
7,5	23,30	25,30	28,85
8	21,93	23,81	27,15
8,5	20,70	22,48	25,63
9	19,61	21,30	24,28
9,5	18,63	20,23	23,07
10	17,74	19,26	21,96

Para facilitar el uso de la tabla 4.1, se desarrolló el gráfico de la figura 4.1, el cual sirve para calcular el valor del ángulo de giro mínimo de la leva β que debe tener el tramo, para no exceder en ninguna posición el valor recomendado de 30° , igualmente se muestra para los valores de 28° y 25° , todo calculado para valores tomados para la relación R_0/L .

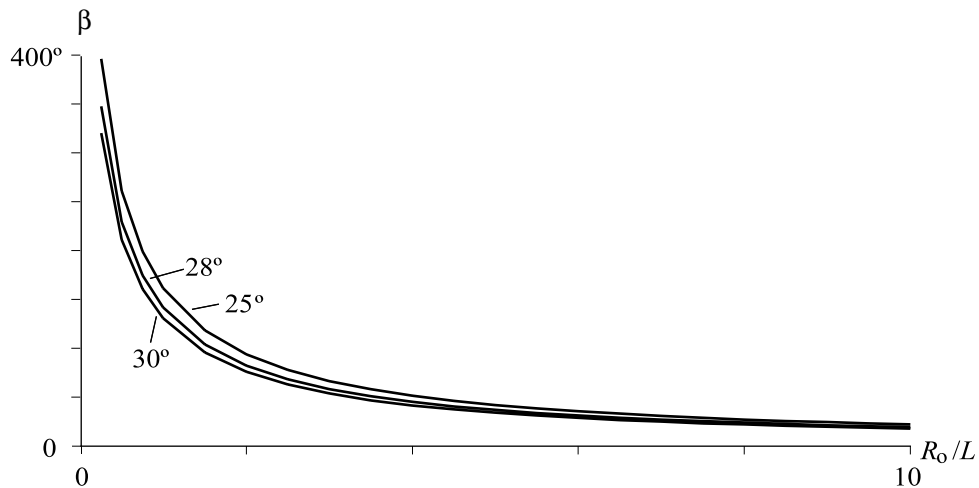


Figura 4.1 Ángulo de presión en el movimiento transición de altura subida completa de curva de Bézier de continuidad C^2

Es probable encontrar leyes de desplazamiento donde el ángulo de presión máximo no este en un punto interno del tramo si no que se encuentre ubicado al inicio o final del mismo como se verá más adelante.

Para el cálculo del ángulo de presión de la ley de desplazamiento de continuidad C^3 , se utiliza el procedimiento antes descrito; se observa de la figura 3.2 que para $n = 7$ la variación de la primera derivada respecto al giro de la leva es positiva durante todo el tramo de unión y que presenta un máximo durante un punto del trayecto.

Reemplazando las expresiones 3.2 en 4.1 se tiene

$$\tan \phi = \frac{L(140u^3 - 420u^4 + 420u^5 - 140u^6)}{\beta \left[R_0 + L(35u^4 - 84u^5 + 70u^6 - 20u^7) \right]} \quad (4.4)$$

Derivando respecto θ y despejando R_0/L

$$\frac{R_0}{L} = \frac{\left[(140u^3 - 420u^4 + 420u^5 - 140u^6) \right]^2}{(420u^2 - 1680u^3 + 2100u^4 - 840u^5)} - (35u^4 - 84u^5 + 70u^6 - 20u^7) \quad (4.5)$$

La tabla y figura 4.2 se muestran para las expresiones 4.4 y 4.5 el valor mínimo tolerable de ángulo de giro β para no exceder en ningún lugar del trayecto el valor recomendado de 30° o los valores de diseño de 28° y 25° todo respecto a la relación R_0/L .

Tabla 4.2 *Ángulo de presión en el movimiento transición de altura subida completa de curva de Bézier de continuidad C^3*

$\frac{R_0}{L}$	β mín para $\phi \leq 30^\circ$	β mín para $\phi \leq 28^\circ$	β mín para $\phi \leq 28^\circ$
0,25	364,16	395,42	450,88
0,5	243,21	264,09	301,12
0,75	186,11	202,08	230,42
1	151,66	164,68	187,78
1,5	111,37	120,93	137,89
2	88,26	95,84	109,28
2,5	73,18	79,47	90,61
3	62,54	67,91	77,43
3,5	54,62	59,30	67,62
4	48,48	52,65	60,03
4,5	43,59	47,34	53,98
5	39,60	43,00	49,03
5,5	36,28	39,40	44,92
6	33,48	36,35	41,45
6,5	31,08	33,75	38,48
7	29,00	31,49	35,90
7,5	27,18	29,51	33,65
8	25,58	27,77	31,67
8,5	24,15	26,23	29,90
9	22,88	24,84	28,33
9,5	21,73	23,60	26,91
10	20,69	22,47	25,62

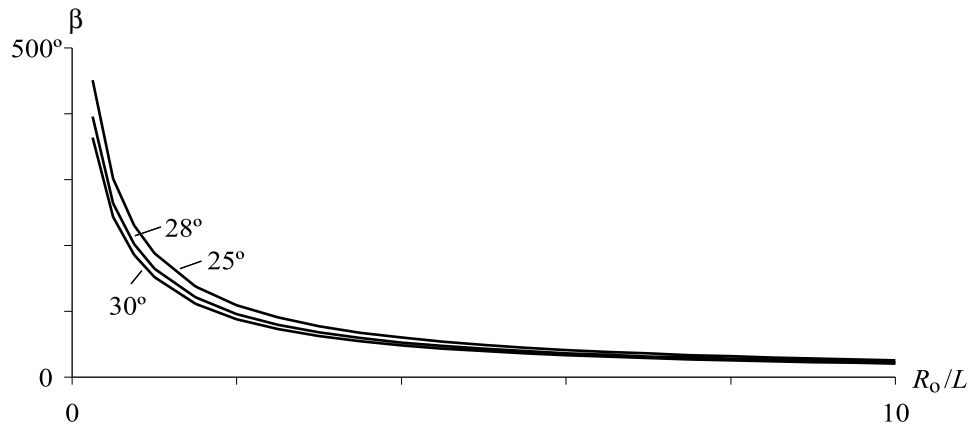


Figura 4.2 Ángulo de presión en el movimiento transición de altura subida completa de curva de Bézier de continuidad C^3

Para el cálculo del ángulo de presión de la ley de desplazamiento de continuidad C^4 se observa de la figura 3.2 que para $n = 9$ la variación de la primera derivada respecto al giro de la leva es positiva durante todo el tramo de unión y que presenta un máximo durante un punto del trayecto.

Reemplazando las expresiones 3.3 en 4.1 se tiene

$$\tan\phi = \frac{L(630u^4 - 2520u^5 + 3780u^6 - 2520u^7 + 630u^8)}{\beta \left[R_0 + L(126u^5 - 420u^6 + 540u^7 - 315u^8 + 70u^9) \right]} \quad (4.6)$$

Derivando respecto θ y despejando R_0/L

$$\frac{R_0}{L} = \frac{\left[\frac{1}{\beta} (630u^4 - 2520u^5 + 3780u^6 - 2520u^7 + 630u^8) \right]^2}{\frac{1}{\beta^2} (2520u^3 - 12600u^4 + 22680u^5 - 17640u^6 + 5040u^7) - (126u^5 - 420u^6 + 540u^7 - 315u^8 + 70u^9)} \quad (4.7)$$

En la tabla y figura 4.3 se muestra el valor mínimo tolerable de ángulo de giro β para no exceder en ningún lugar del trayecto el valor recomendado de 30° o los valores de diseño de 28° y 25° .

Tabla 4.3 *Ángulo de presión en el movimiento transición de altura subida completa de curva de Bézier de continuidad C^4*

$\frac{R_0}{L}$	β mín para $\phi \leq 30^\circ$	β mín para $\phi \leq 28^\circ$	β mín para $\phi \leq 25^\circ$
0,25	320,92	348,46	397,33
0,5	227,87	247,42	282,13
0,75	181,88	197,49	225,19
1	152,90	166,03	189,32
1,5	117,09	127,14	144,97
2	95,19	103,36	117,85
2,5	80,18	87,06	99,27
3	69,19	75,13	85,67
3,5	60,79	66,01	75,27
4	54,17	58,82	67,07
4,5	48,82	53,01	60,44
5	44,42	48,23	54,99
5,5	40,73	44,23	50,43
6	37,61	40,83	46,56
6,5	34,92	37,92	43,24
7	32,60	35,39	40,36
7,5	30,56	33,18	37,83
8	28,76	31,23	35,61
8,5	27,16	29,49	33,63
9	25,73	27,94	31,86
9,5	24,44	26,54	30,26
10	23,28	25,27	28,82

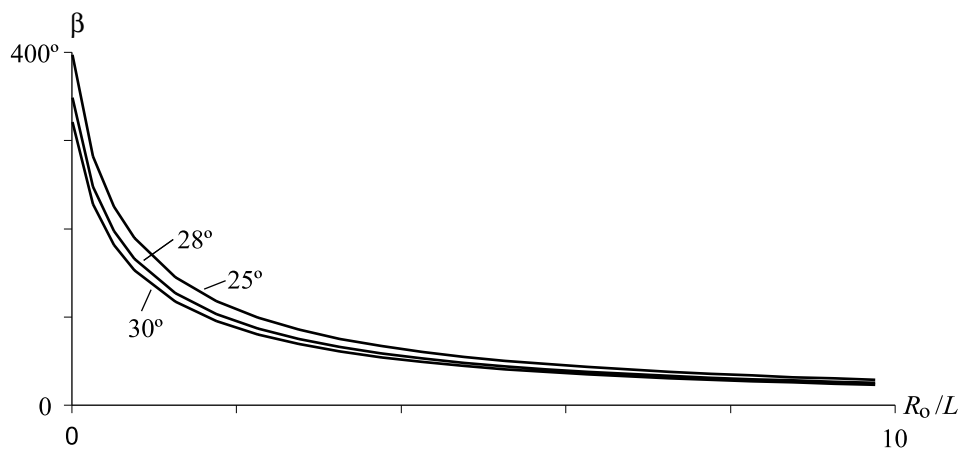


Figura 4.3 *Ángulo de presión en el movimiento transición de altura subida completa de curva de Bézier de continuidad C^4*

4.1.2 Movimiento de empalme de media subida inicio

Para el cálculo del ángulo de presión en el movimiento de transición de altura de subida completa se tiene curvas de Bézier de grados 4, 6 y 8 que permiten continuidades C^2 , C^3 y C^4 con los tramos rectos empalmados; a continuación se muestra el desarrollo para la ley de desplazamiento de continuidad C^2 .

De la figura 3.6 se observa que para $n = 4$ la variación de la primera derivada respecto al giro de la leva es positiva durante todo el tramo de unión, igualmente se observa que la pendiente es positiva y que no se presenta un máximo durante el trayecto y de la figura 3.7 se observa que la segunda derivada respecto al giro de la leva es positiva durante todo el tramo, esto indica que el punto de valor de ángulo de presión máximo puede estar ubicado ó en un punto interno del tramo ó ubicado al inicio o final del mismo.

Reemplazando las expresiones 3.4 en 4.1 se tiene para el ángulo de presión

$$\tan\phi = \frac{L(6u^2 - 4u^3)}{\beta \left[R_o + L(2u^3 - u^4) \right]} \quad (4.8)$$

Derivando respecto θ y despejando R_o/L para obtener el máximo de la expresión se tiene

$$\frac{R_o}{L} = \frac{\left[\frac{1}{\beta}(6u^2 - 4u^3) \right]^2}{\frac{1}{\beta^2}(12u - 12u^2)} - (2u^3 - u^4) \quad (4.9)$$

En la tabla 4.4 se muestra el valor mínimo tolerable de ángulo de giro β para no exceder en ningún lugar del trayecto el valor recomendado de 30° o los valores de diseño de 28° y 25° .

Tabla 4.4 *Ángulo de presión en el movimiento de empalme de media subida inicio de curva de Bézier de continuidad C^2*

$\frac{R_0}{L}$	β mín para $\phi \leq 30^\circ$	β mín para $\phi \leq 28^\circ$	β mín para $\phi \leq 25^\circ$
0,25	233,11	253,12	288,62
0,50	164,56	178,68	203,74
0,75	131,12	142,37	162,34
1,00	110,18	119,64	136,42
1,50	84,51	91,77	104,64
2,00	68,99	74,91	85,41
2,50	58,44	63,45	72,35
3,00	50,76	55,11	62,84
3,50	44,89	48,75	55,58
4,00	40,26	43,72	49,85
4,50	36,51	39,65	45,21
5,00	33,40	36,27	41,36
5,50	30,79	33,43	38,12
6,00	28,56	31,01	35,36
6,50	26,63	28,91	32,97
7,00	24,95	27,09	30,89
7,50	23,46	25,48	29,05
8,00	22,15	24,05	27,42
8,50	20,97	22,77	25,97
9,00	19,92	21,63	24,66
9,50	18,96	20,59	23,48
10,00	18,10	19,65	22,40

La figura 4.4 reemplaza el uso de la tabla 4.4 y muestra el ángulo de giro mínimo de la leva β para no exceder el valor recomendado de 30° de ángulo de presión, igualmente se muestra para los valores de 28° y 25° .

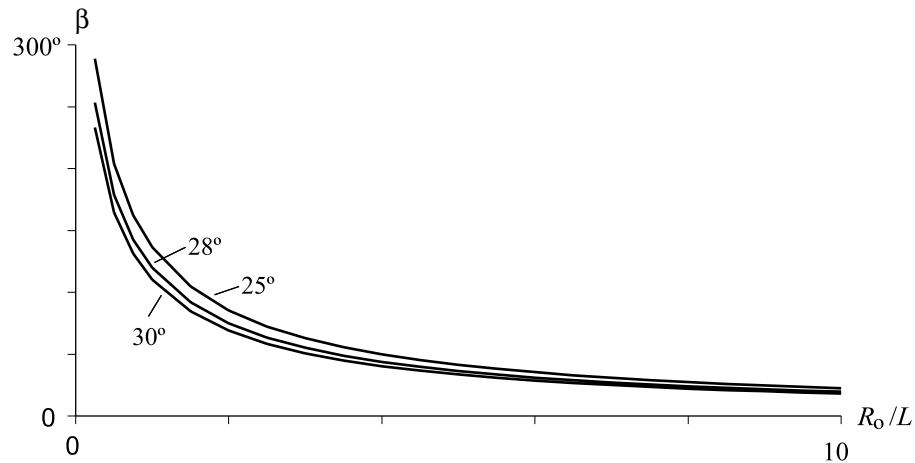


Figura 4.4 Ángulo de presión en el movimiento de empalme de media subida inicio de curva de Bézier de continuidad C^2

Para el cálculo del ángulo de presión de la ley de desplazamiento de continuidad C^3 , se utiliza el procedimiento antes descrito; se observa de la figura 3.6 que para $n = 6$ la variación de la primera derivada respecto al giro de la leva es positiva durante todo el tramo de unión, igualmente se observa que la pendiente es positiva y que no se presenta un máximo durante el trayecto y de la figura 3.7 se observa que la segunda derivada respecto al giro de la leva es positiva durante todo el tramo, esto indica que el punto de valor de ángulo de presión máximo puede estar ubicado ó en un punto interno del tramo ó ubicado al inicio o final del mismo.

Reemplazando las expresiones 3.5 en 4.1 se tiene

$$\tan\phi = \frac{L(20u^3 - 30u^4 + 12u^5)}{\beta[R_0 + L(5u^4 - 6u^5 + 2u^6)]} \quad (4.10)$$

Derivando respecto θ y despejando R_0/L

$$\frac{R_0}{L} = \frac{\left[\frac{1}{\beta}(20u^3 - 30u^4 + 12u^5) \right]^2}{\frac{1}{\beta^2}(60u^2 - 120u^3 + 60u^4)} - (5u^4 - 6u^5 + 2u^6) \quad (4.11)$$

En la tabla y figura 4.5 se muestra para las expresiones 4.10 y 4.11 el valor mínimo tolerable de ángulo de giro β para no exceder en ningún lugar del trayecto el valor recomendado de 30° o los valores de diseño de 28° y 25° todo respecto a la relación R_0/L .

Tabla 4.5 *Ángulo de presión en el movimiento de empalme de media subida inicio de curva de Bézier de continuidad C^3*

$\frac{R_0}{L}$	β mín para $\phi \leq 30^\circ$	β mín para $\phi \leq 28^\circ$	β mín para $\phi \leq 25^\circ$
0,25	258,24	280,41	319,74
0,50	179,67	195,09	222,45
0,75	141,30	153,43	174,95
1,00	117,52	127,61	145,51
1,50	88,82	96,45	109,98
2,00	71,80	77,96	88,89
2,50	60,40	65,58	74,78
3,00	52,19	56,67	64,62
3,50	45,98	49,93	56,94
4,00	41,12	44,65	50,91
4,50	37,19	40,39	46,05
5,00	33,96	36,88	42,05
5,50	31,25	33,93	38,69
6,00	28,95	31,43	35,84
6,50	26,96	29,27	33,38
7,00	25,23	27,39	31,24
7,50	23,71	25,74	29,35
8,00	22,36	24,28	27,69
8,50	21,16	22,98	26,20
9,00	20,08	21,81	24,87
9,50	19,11	20,75	23,66
10,00	18,23	19,79	22,57

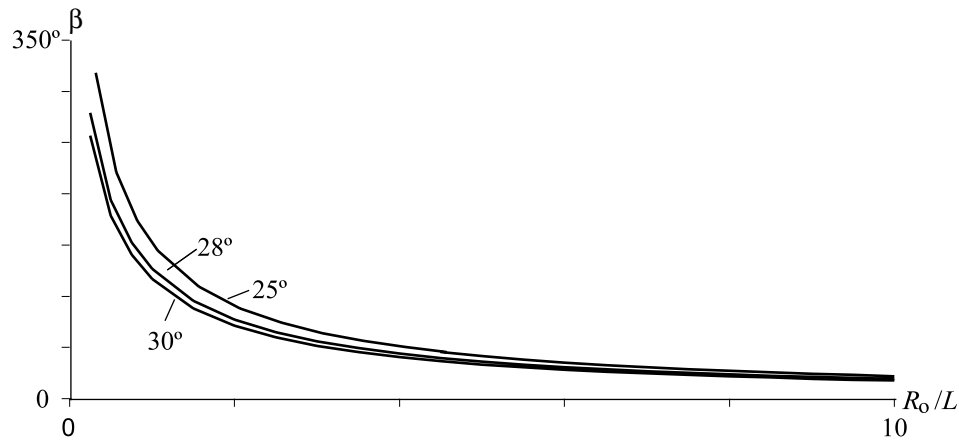


Figura 4.5 Ángulo de presión en el movimiento de empalme de media subida inicio de curva de Bézier de continuidad C^3

Para el cálculo del ángulo de presión de la ley de desplazamiento de continuidad C^4 se utiliza el mismo procedimiento, se observa de la figura 3.6 que para $n = 8$ la variación de la primera derivada respecto al giro de la leva es positiva durante todo el tramo de unión, igualmente se observa que la pendiente es positiva y que no se presenta un máximo durante el trayecto, y de la figura 3.7 se observa que la segunda derivada respecto al giro de la leva es positiva durante todo el tramo, esto indica que el punto de valor de ángulo de presión máximo puede estar ubicado ó en un punto interno del tramo ó ubicado al inicio o final del mismo.

Reemplazando las expresiones 3.6 en 4.1 se tiene

$$\tan\phi = \frac{L(70u^4 - 168u^5 + 140u^6 - 40u^7)}{\beta[R_o + L(14u^5 - 28u^6 + 20u^7 - 5u^8)]} \quad (4.12)$$

Derivando respecto θ y despejando R_o/L

$$\frac{R_o}{L} = \frac{\left[\frac{1}{\beta}(70u^4 - 168u^5 + 140u^6 - 40u^7) \right]^2}{\frac{1}{\beta^2}(280u^3 - 840u^4 + 840u^5 - 280u^6)} - (14u^5 - 28u^6 + 20u^7 - 5u^8) \quad (4.13)$$

En la tabla y figura 4.6 se muestra para las expresiones 4.12 y 4.13 el valor mínimo tolerable de ángulo de giro β para no exceder en ningún lugar del trayecto el valor recomendado de 30° o los valores de diseño de 28° y 25° .

Tabla 4.6 *Ángulo de presión en el movimiento de empalme de media subida inicio de curva de Bézier de continuidad C^4*

$\frac{R_0}{L}$	β mín para $\phi \leq 30^\circ$	β mín para $\phi \leq 28^\circ$	β mín para $\phi \leq 25^\circ$
0,25	277,46	301,28	343,53
0,50	190,63	207,00	236,03
0,75	148,57	161,32	183,95
1,00	122,73	133,26	151,96
1,50	91,90	99,79	113,78
2,00	73,83	80,17	91,41
2,50	61,84	67,15	76,57
3,00	53,27	57,84	65,95
3,50	46,82	50,83	57,96
4,00	41,78	45,36	51,73
4,50	37,73	40,97	46,72
5,00	34,41	37,36	42,60
5,50	31,63	34,34	39,16
6,00	29,26	31,78	36,23
6,50	27,23	29,57	33,72
7,00	25,47	27,65	31,53
7,50	23,92	25,97	29,61
8,00	22,55	24,48	27,92
8,50	21,33	23,16	26,40
9,00	20,23	21,97	25,05
9,50	19,24	20,90	23,83
10,00	18,35	19,92	22,72

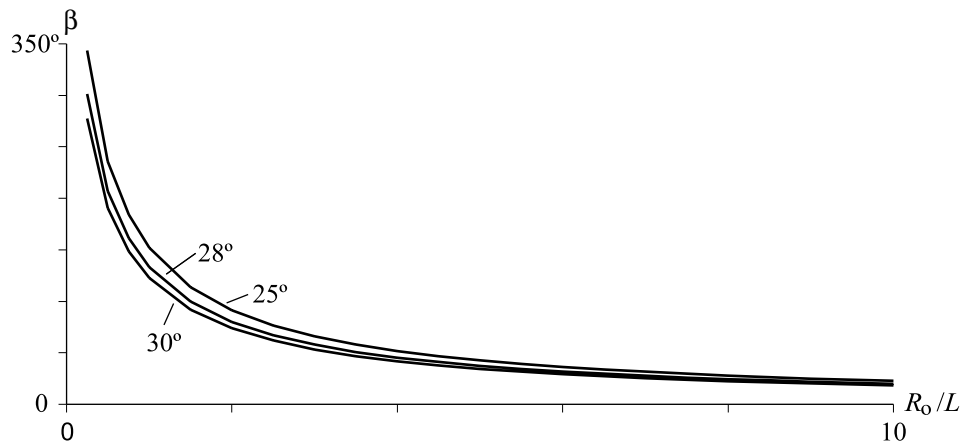


Figura 4.6 *Ángulo de presión en el movimiento de empalme de media subida inicio de curva de Bézier de continuidad C^4*

4.1.3 Movimiento de empalme de media subida llegada

Para el cálculo del ángulo de presión del movimiento de transición de altura de subida completa se tiene curvas de Bézier de grados 4, 6 y 8 y continuidades C^2 , C^3 y C^4 por la derecha.

Las ecuación 4.1 ha sido definida para el caso en el que la ley de desplazamiento inicia el movimiento desde la posición $s = 0$, pero para el caso de movimientos que inician su desplazamiento desde posiciones diferentes al origen (movimiento de empalme de media subida llegada) es necesario tener en cuenta el desplazamiento inicial ya existente, por lo tanto aparece el nuevo término R_0^* en la expresión 4.1 definido como

$$R_0^* = R_0 + L \quad (4.14)$$

Donde ya se ha sumado el desplazamiento inicial desde el origen L , la expresión 4.1 queda definida como

$$\tan \phi = \frac{s'(\theta)}{s(\theta) + R_0^*} \quad (4.15)$$

Según se menciona en la sección 4.1.1, del análisis del ángulo de presión (ecuación 4.1) se observa que el término dominante es $s'(\theta)$, por lo tanto una inspección de la gráfica de éste término ayuda a dar una idea de la forma de la variación del ángulo de presión durante el tramo de unión en estudio. De la figura 3.10 se tiene que para los diferentes grados de la curva de la ley de desplazamiento, la variación de la primera derivada respecto al giro de la leva es positiva durante todo el tramo de unión pero de pendiente negativa y que además no presenta un máximo durante el trayecto y de la figura 3.11 se tiene que la segunda derivada respecto al giro de la leva es negativa durante todo el tramo. Por lo tanto si se observa la expresión 4.16 la cual es la ecuación general de la derivada de la ecuación 4.1 del ángulo de presión se tiene

$$\tan' \phi = \frac{s''(\theta)(s(\theta) + R_o^*) - (s'(\theta))^2}{(s(\theta) + R_o^*)^2} \quad (4.16)$$

Se observa en la expresión 4.17 que el termino dominante de la derivada es el $s''(\theta)$

$$\tan' \phi = \frac{\overbrace{s''(\theta)}^{-} \overbrace{(s(\theta) + R_o^*)}^{+} - \overbrace{(s'(\theta))^2}^{+}}{\underbrace{(s(\theta) + R_o^*)^2}^{+}} = - \quad (4.17)$$

Como la derivada de la tangente del ángulo de presión siempre va a ser negativa durante el movimiento de empalme de media subida inicio (expresión 4.17), la tangente del ángulo de presión será monótona decreciente durante todo el tramo, esto indica que el máximo valor del ángulo de presión está ubicado al inicio del tramo en $u = 0$.

Para las leyes de desplazamiento de grados $n = 4$, $n = 6$ y $n = 8$ con movimiento de empalme de media subida inicio, la expresión 4.15 al reemplazar las ecuaciones 3.7, 3.8 y 3.9 queda

$$\tan \phi = \frac{2L}{\beta(R_o + 1)} \quad (4.18)$$

La tabla y figura 4.7 muestra para la curva de Bézier de grados $n = 4$, $n = 6$ y $n = 8$ el valor mínimo tolerable de ángulo de giro β para no exceder en ningún lugar del trayecto el valor recomendado de 30° o los valores de diseño de 28° y 25° .

Tabla 4.7 *Ángulo de presión en el movimiento de empalme de media subida llegada de curva de Bézier de grados $n = 4$, $n = 6$ y $n = 8$*

$\frac{R_0}{L}$	β mín para $\phi \leq 30^\circ$	β mín para $\phi \leq 28^\circ$	β mín para $\phi \leq 25^\circ$
0,25	396,98	431,06	491,52
0,50	264,66	287,37	327,68
0,75	198,49	215,53	245,76
1,00	158,79	172,42	196,61
1,50	113,42	123,16	140,43
2,00	88,22	95,79	109,23
2,50	72,18	78,37	89,37
3,00	61,07	66,32	75,62
3,50	52,93	57,47	65,54
4,00	46,70	50,71	57,83
4,50	41,79	45,37	51,74
5,00	37,81	41,05	46,81
5,50	34,52	37,48	42,74
6,00	31,76	34,48	39,32
6,50	29,41	31,93	36,41
7,00	27,38	29,73	33,90
7,50	25,61	27,81	31,71
8,00	24,06	26,12	29,79
8,50	22,68	24,63	28,09
9,00	21,46	23,30	26,57
9,50	20,36	22,11	25,21
10,00	19,37	21,03	23,98

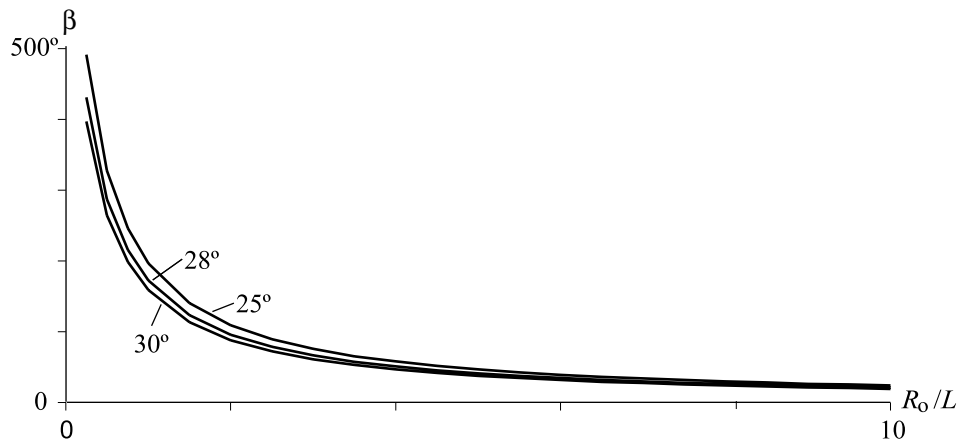


Figura 4.7 *Ángulo de presión en el movimiento de empalme de media subida llegada de curva de Bézier de grados $n = 4$, $n = 6$ y $n = 8$*

4.2 RADIO DE CURVATURA

Según se mencionó en las secciones 1.7.2 y 2.3.2, es evidente que se desea tener un radio de curvatura mínimo $r_{c \text{ mín}}$ de la curva de paso mayor que el radio del rodillo del seguidor R_r en los tramos convexos de la leva, con el fin de evitar el doble contacto entre la superficie del rodillo del palpador y la superficie de la leva (expresión 1.2). Si se presenta ésta situación, el palpador no realizará los movimientos deseados; para solucionarlo deben variarse las condiciones geométricas de la leva o del palpador (R_r) hasta hacer cumplir la expresión (1.2).

A partir de la figura 1.10 y según su análisis y referencias, el radio de curvatura en la línea de paso esta dado por la expresión

$$r_{cp} = r_c + R_r \quad (4.19)$$

Donde r_{cp} es el radio de curvatura en la superficie de paso de la leva, r_c es el radio de curvatura en el contorno de la leva y R_r es el radio del rodillo.

El cálculo de r_{cp} está dado por la expresión 2.20 que se vuelve a mostrar a continuación.

$$r_{cp}(\theta) = \frac{\left[(R_o + s)^2 + \left(\frac{ds}{d\theta} \right)^2 \right]^{3/2}}{(R_o + s)^2 + 2 \left(\frac{ds}{d\theta} \right)^2 - (R_o + s) \left(\frac{d^2s}{d\theta^2} \right)}$$

4.2.1 Movimiento transición de altura subida completa

Para el cálculo del radio de curvatura del movimiento de transición de altura de subida completa se tiene curvas de Bézier de grados 5, 7 y 9 y continuidades C^2 , C^3 y C^4 respectivamente; a continuación se muestra el desarrollo para la ley de desplazamiento de continuidad C^2 ; el procedimiento de cálculo es el mismo indistintamente de grado de la curva de la ley de desplazamiento.

El procedimiento utilizado consiste en encontrar el valor del radio de curvatura mínimo de la expresión 2.20 para un ángulo de giro β de la leva preestablecido y para diferentes valores de la relación R_o/L . Para cada tramo de unión se realiza una variación del ángulo de giro desde 10° hasta un valor de ángulo de giro que tienda a estabilizarse (ver tablas siguientes) con incrementos de 10° .

Con el fin de facilitar el proceso de cálculo se introducen las variables A, B y C, reemplazando para las ecuaciones 3.1 se tiene:

$$A = (R_o + s) = L \left(\frac{R_o}{L} + 10u^3 - 15u^4 + 6u^5 \right)$$

$$B = \left(\frac{ds}{d\theta} \right) = \frac{L}{\beta} (30u^2 - 60u^3 + 30u^4) \quad (4.20)$$

$$C = \left(\frac{d^2s}{d\theta^2} \right) = \frac{L}{\beta^2} (60u - 180u^2 + 120u^3)$$

Reemplazando las expresiones 4.19 y 4.20 en la 2.20 se obtiene

$$\frac{r_c + R_r}{L} = \frac{(A^2 + B^2)^{3/2}}{A^2 + 2B^2 - A \cdot C} \quad (4.21)$$

La tabla 4.8 presenta para el desarrollo de la expresión 4.21, 13 columnas; en la primera columna (izquierda) se lee para tramos de unión de transición de altura de subida completa con leyes de desplazamiento de continuidad C^2 , valores de ángulo de giro β tomados según las condiciones geométricas deseadas en la leva y en las siguientes columnas se lee para cada valor de la primera columna su respectivo valor de la relación $(r_c + R_r)/L$.

Tabla 4.8 *Radio de curvatura en el movimiento transición de altura subida completa de curva de Bézier de continuidad C^2*

	R_o/L 0,25	R_o/L 0,5	R_o/L 0,75	R_o/L 1,0	R_o/L 1,5	R_o/L 2,0	R_o/L 2,5	R_o/L 3,0	R_o/L 4,0	R_o/L 6,0	R_o/L 8,0	R_o/L 10,0
β	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$
10	0,02	0,03	0,03	0,04	0,06	0,08	0,10	0,13	0,19	0,32	0,50	0,70
20	0,06	0,08	0,10	0,12	0,18	0,24	0,31	0,38	0,56	0,99	1,52	2,15
30	0,11	0,14	0,18	0,23	0,33	0,44	0,57	0,71	1,03	1,80	2,73	3,80
40	0,16	0,22	0,28	0,35	0,49	0,66	0,85	1,06	1,52	2,62	3,88	5,28
50	0,22	0,30	0,38	0,47	0,67	0,89	1,14	1,40	2,00	3,35	4,85	6,47
60	0,25	0,38	0,48	0,59	0,83	1,11	1,41	1,73	2,42	3,96	5,63	7,38
70	0,25	0,45	0,57	0,70	0,99	1,31	1,65	2,01	2,78	4,46	6,23	8,07
80	0,25	0,50	0,66	0,81	1,14	1,49	1,86	2,26	3,09	4,86	6,70	8,60
90	0,25	0,50	0,75	0,91	1,27	1,65	2,05	2,47	3,34	5,18	7,07	9,00
100	0,25	0,50	0,75	1,00	1,38	1,79	2,21	2,65	3,56	5,43	7,36	9,31
110	0,25	0,50	0,75	1,00	1,49	1,91	2,35	2,80	3,73	5,64	7,59	9,55
120	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	2,47	2,93	3,88	5,81	7,77	9,74
130	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	5,95	7,92	9,90
140	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0
150	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0

Para facilitar el uso de la tabla 4.8, se desarrollaron los gráficos de las figuras 4.8.

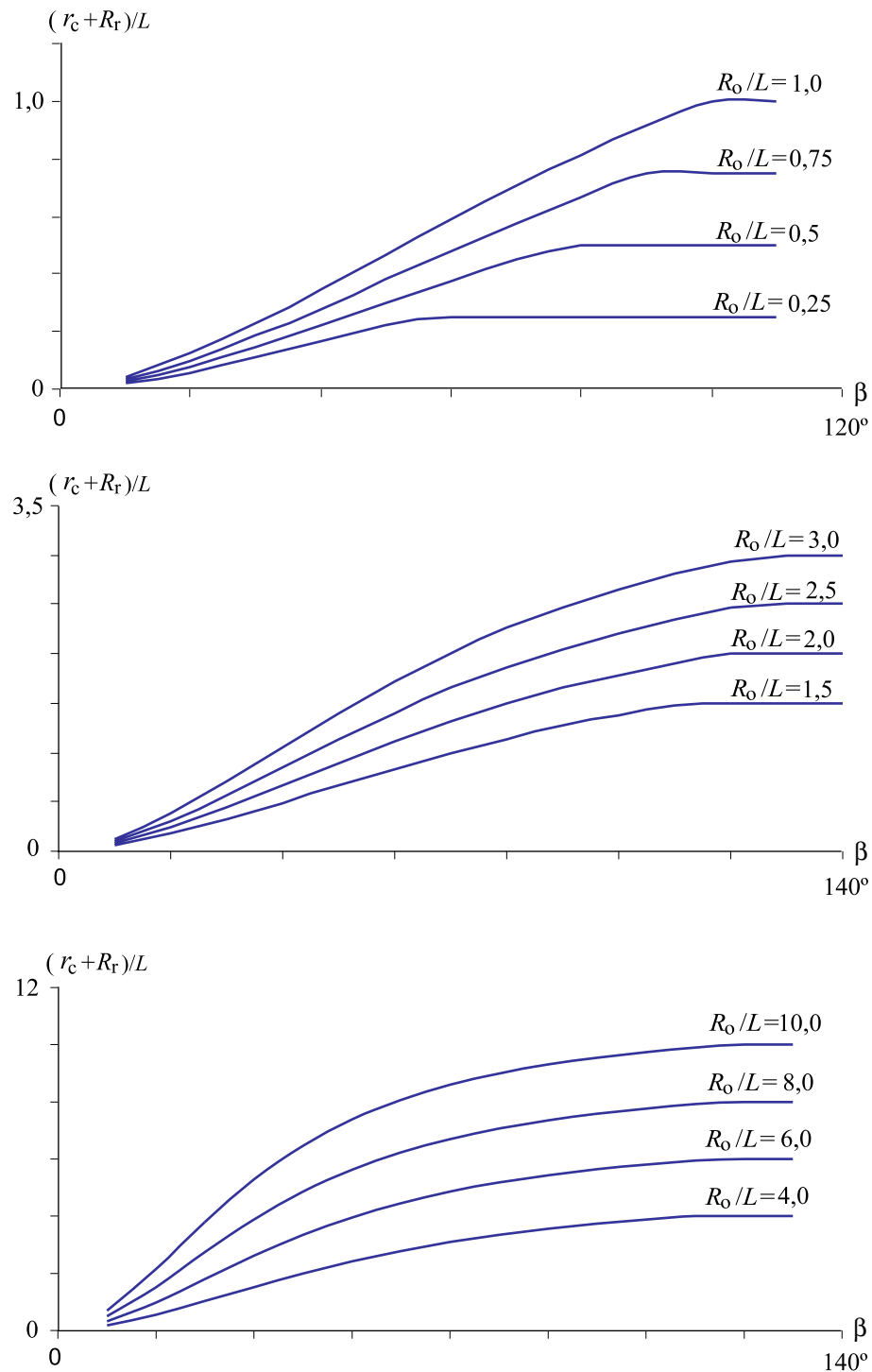


Figura 4.8 Radio de curvatura en el movimiento transición de altura subida completa de curva de Bézier de continuidad C^2

Que las figuras tiendan a la relación R_0/L , lo que indica es que el valor de $u=\theta/\beta$ utilizado para calcular el radio de curvatura mínimo, en vez de estar localizado en un lugar interno del tramo, se encuentra al inicio del mismo en el punto $u = 0$ (para algunos valores de ángulo de giro β)

Para el cálculo del radio de curvatura mínimo de la ley de desplazamiento de continuidad C^3 , se utiliza el procedimiento antes descrito.

Desarrollando para las ecuaciones 3.2 y reemplazando en la expresión 4.21 se obtiene la tabla 4.9.

Tabla 4.9 *Radio de curvatura en el movimiento transición de altura subida completa de curva de Bézier de continuidad C^3*

β	R_0/L	R_0/L	R_0/L	R_0/L	R_0/L	R_0/L	R_0/L	R_0/L	R_0/L	R_0/L	R_0/L	R_0/L
	0,25	0,5	0,75	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	6,0	8,0	10,0
	$\frac{r_c+R_r}{L}$	$\frac{r_c+R_r}{L}$	$\frac{r_c+R_r}{L}$	$\frac{r_c+R_r}{L}$	$\frac{r_c+R_r}{L}$	$\frac{r_c+R_r}{L}$	$\frac{r_c+R_r}{L}$	$\frac{r_c+R_r}{L}$	$\frac{r_c+R_r}{L}$	$\frac{r_c+R_r}{L}$	$\frac{r_c+R_r}{L}$	$\frac{r_c+R_r}{L}$
10	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,08	0,10	0,12	0,17	0,29	0,44	0,60
20	0,06	0,08	0,10	0,12	0,17	0,22	0,28	0,34	0,49	0,84	1,27	1,79
30	0,11	0,14	0,17	0,21	0,29	0,39	0,50	0,61	0,87	1,52	2,30	3,21
40	0,15	0,20	0,25	0,31	0,44	0,58	0,73	0,91	1,30	2,23	3,34	4,58
50	0,21	0,27	0,34	0,41	0,58	0,77	0,98	1,21	1,72	2,91	4,27	5,76
60	0,25	0,34	0,42	0,52	0,72	0,96	1,22	1,50	2,11	3,50	5,06	6,71
70	0,25	0,40	0,51	0,62	0,86	1,14	1,44	1,76	2,46	4,01	5,70	7,46
80	0,25	0,47	0,58	0,71	0,99	1,31	1,64	2,00	2,77	4,44	6,21	8,05
90	0,25	0,50	0,66	0,80	1,12	1,46	1,83	2,22	3,04	4,79	6,63	8,51
100	0,25	0,50	0,73	0,89	1,23	1,60	1,99	2,40	3,26	5,08	6,96	8,88
110	0,25	0,50	0,75	0,96	1,33	1,72	2,14	2,57	3,46	5,32	7,23	9,17
120	0,25	0,50	0,75	1,00	1,42	1,83	2,26	2,71	3,62	5,51	7,45	9,40
130	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	1,93	2,37	2,83	3,76	5,68	7,63	9,60
140	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	2,47	2,93	3,88	5,82	7,78	9,75
150	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,98	5,93	7,90	9,88
160	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	9,99
170	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0
180	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0

Para facilitar el uso de la tabla 4.9 se desarrollaron los gráficos de las figuras 4.9.

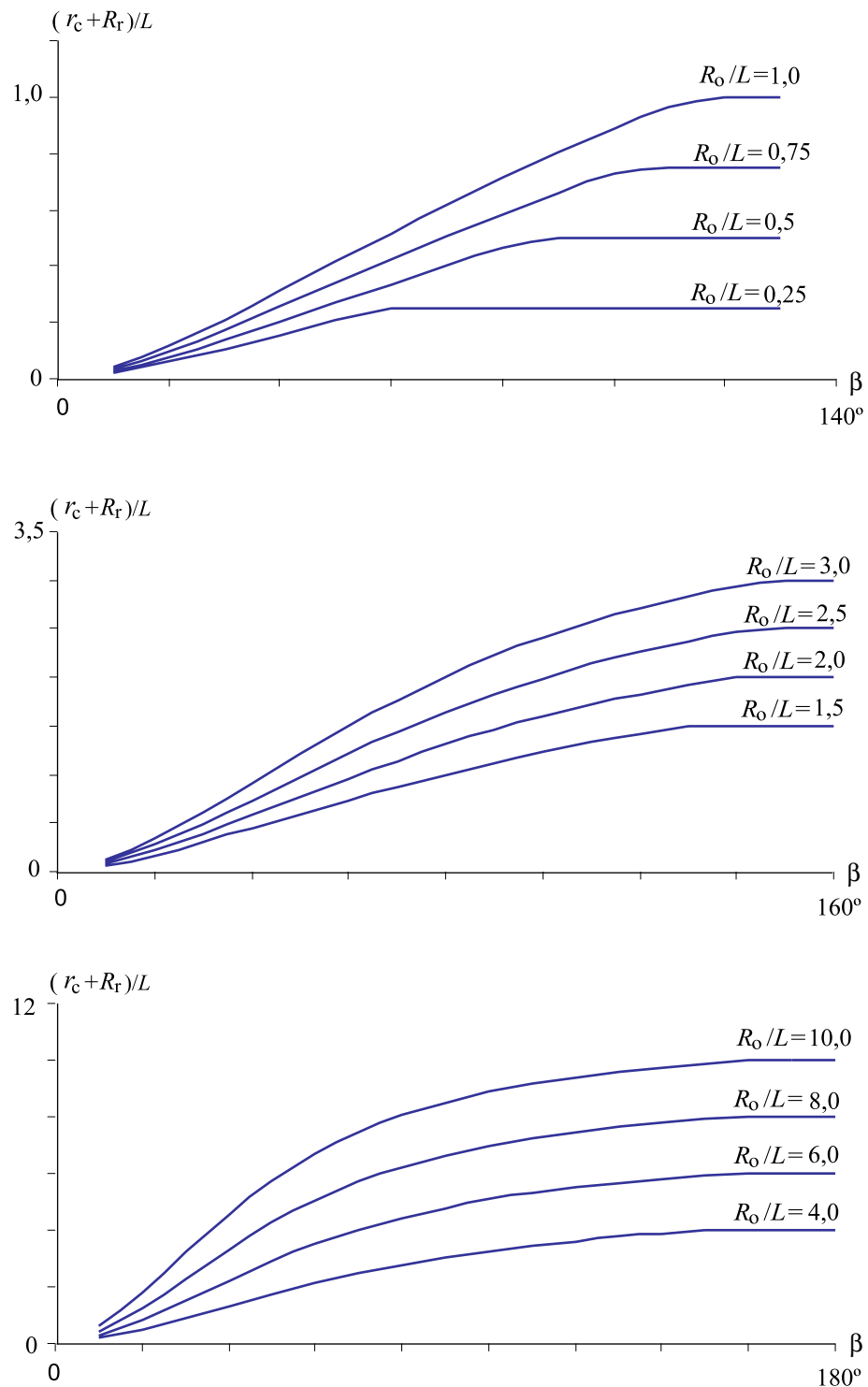


Figura 4.9 Radio de curvatura en el movimiento transición de altura subida completa de curva de Bézier de continuidad C^3

Para el cálculo del radio de curvatura mínimo de la ley de desplazamiento de continuidad C^4 , se utiliza el procedimiento antes descrito. Desarrollando para las ecuaciones 3.3 y reemplazando en la expresión 4.21 se obtiene la tabla 4.10.

Tabla 4.10 *Radio de curvatura en el movimiento transición de altura subida completa de curva de Bézier de continuidad C^4*

β	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L
	0,25	0,5	0,75	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	6,0	8,0	10,0
	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$
10	0,02	0,03	0,04	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,16	0,26	0,38	0,53
20	0,06	0,07	0,09	0,11	0,15	0,20	0,25	0,31	0,43	0,73	1,09	1,52
30	0,10	0,13	0,16	0,19	0,27	0,35	0,44	0,54	0,76	1,31	1,98	2,77
40	0,14	0,18	0,23	0,28	0,39	0,51	0,65	0,79	1,13	1,94	2,92	4,03
50	0,19	0,24	0,30	0,37	0,51	0,68	0,86	1,06	1,50	2,56	3,80	5,17
60	0,23	0,30	0,38	0,46	0,64	0,85	1,07	1,32	1,87	3,14	4,57	6,13
70	0,25	0,36	0,45	0,55	0,77	1,01	1,28	1,57	2,20	3,64	5,23	6,92
80	0,25	0,42	0,52	0,64	0,89	1,17	1,47	1,80	2,51	4,08	5,78	7,55
90	0,25	0,47	0,59	0,72	1,00	1,31	1,65	2,01	2,78	4,45	6,23	8,07
100	0,25	0,50	0,66	0,80	1,11	1,45	1,81	2,20	3,01	4,76	6,60	8,48
110	0,25	0,50	0,72	0,87	1,21	1,57	1,96	2,37	3,22	5,02	6,90	8,81
120	0,25	0,50	0,75	0,94	1,30	1,68	2,09	2,51	3,40	5,24	7,15	9,09
130	0,25	0,50	0,75	1,00	1,38	1,78	2,21	2,64	3,55	5,43	7,36	9,31
140	0,25	0,50	0,75	1,00	1,45	1,87	2,31	2,76	3,68	5,59	7,53	9,50
150	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	1,95	2,40	2,86	3,80	5,72	7,68	9,65
160	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	2,48	2,95	3,90	5,84	7,80	9,78
170	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,98	5,94	7,91	9,89
180	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	9,99
190	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0
200	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0

Para facilitar el uso de la tabla 4.10 se desarrollaron los gráficos de las figuras 4.10.

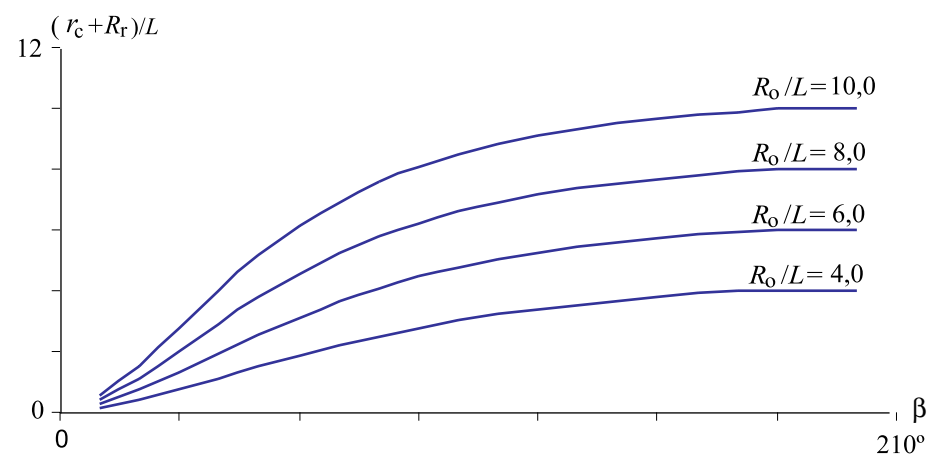
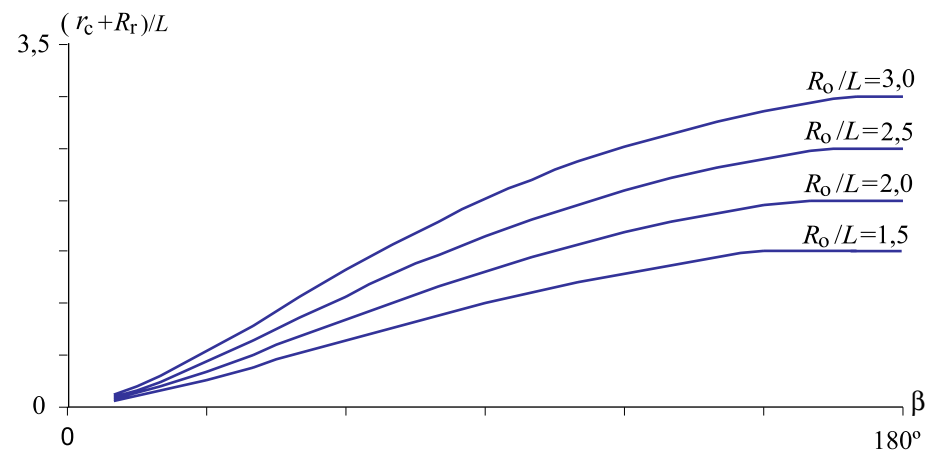
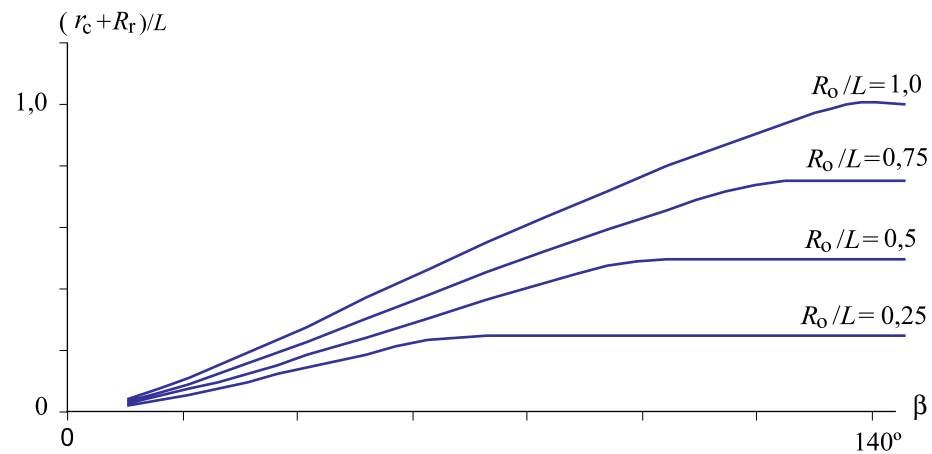


Tabla 4.10 Radio de curvatura, movimiento transición de altura subida completa de curva de Bézier de continuidad C^4

4.2.2 Movimiento de empalme de media subida inicio

Para el cálculo del radio de curvatura del movimiento de empalme de media subida inicio se tiene curvas de Bézier de grados 4, 6 y 8 y continuidades C^2 , C^3 y C^4 respectivamente; a continuación se muestra el desarrollo para la ley de desplazamiento de continuidad C^2 .

Desarrollando para las ecuaciones 3.4 y reemplazando en la expresión 4.21 se obtiene la tabla 4.11.

Tabla 4.11 *Radio de curvatura, movimiento de empalme de media subida inicio de curva de Bézier de continuidad C^2*

β	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L
	0,5	0,5	0,75	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	6,0	8,0	10,0
	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$
10	0,00	0,01	0,02	0,03	0,06	0,10	0,14	0,19	0,31	0,61	1,01	1,51
20	0,01	0,03	0,07	0,11	0,21	0,34	0,50	0,69	1,18	2,64	4,94	8,47
30	0,02	0,07	0,14	0,22	0,46	0,79	1,23	1,80	3,45	6,00	8,00	10,0
40	0,04	0,12	0,25	0,42	0,93	1,74	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0
50	0,06	0,19	0,41	0,75	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0
60	0,08	0,30	0,70	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0
70	0,12	0,47	0,75	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0
80	0,16	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0
90	0,23	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0
100	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0
110	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0

Para facilitar el uso de la tabla 4.11 se desarrollaron los gráficos de las figuras 4.11.

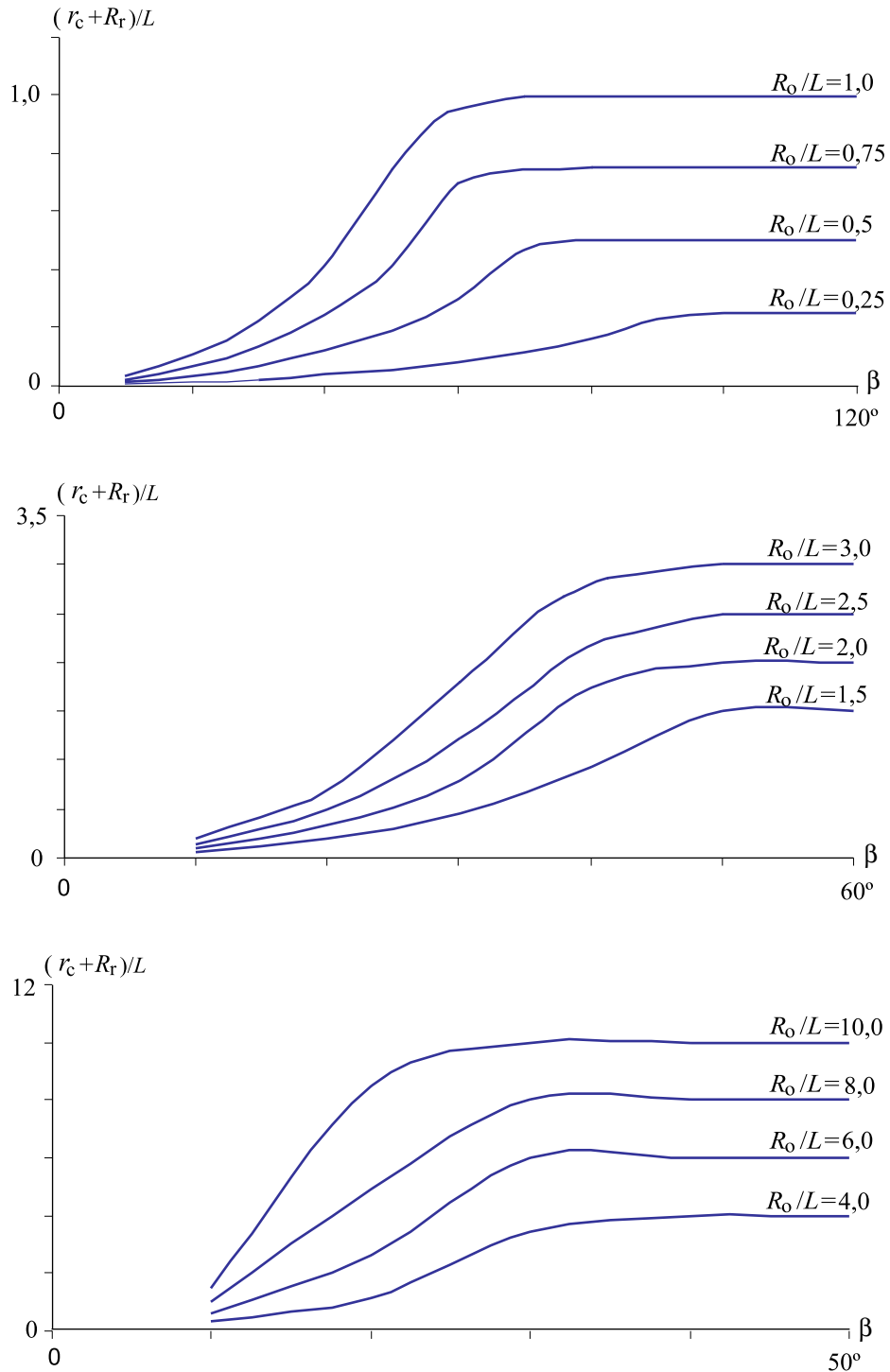


Figura 4.11 Radio de curvatura en el movimiento de empalme de media subida inicio de curva de Bézier de continuidad C^2

Para el cálculo del radio de curvatura mínimo de la ley de desplazamiento de continuidad C^3 , se utiliza el procedimiento antes descrito.

Desarrollando para las ecuaciones 3.5 y reemplazando en la expresión 4.21 se obtiene la tabla 4.12.

Tabla 4.12 *Radio de curvatura, movimiento de empalme de media subida inicio de curva de Bézier de continuidad C^3*

β	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L
	0,25	0,5	0,75	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	6,0	8,0	10,0	
	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$
10	0,00	0,01	0,02	0,03	0,06	0,09	0,13	0,17	0,27	0,51	0,82	1,21	
20	0,01	0,04	0,06	0,10	0,18	0,29	0,42	0,57	0,93	1,98	3,55	5,82	
30	0,02	0,07	0,13	0,20	0,39	0,63	0,95	1,34	2,41	6,00	8,00	10,0	
40	0,04	0,11	0,22	0,35	0,72	1,26	2,02	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0	
50	0,06	0,17	0,35	0,58	1,32	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0	
60	0,08	0,26	0,54	0,98	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0	
70	0,11	0,38	0,75	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0	
80	0,15	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0	
90	0,21	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0	
100	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0	
110	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0	

Para facilitar el uso de la tabla 4.12 se desarrollaron los gráficos de las figuras 4.12.

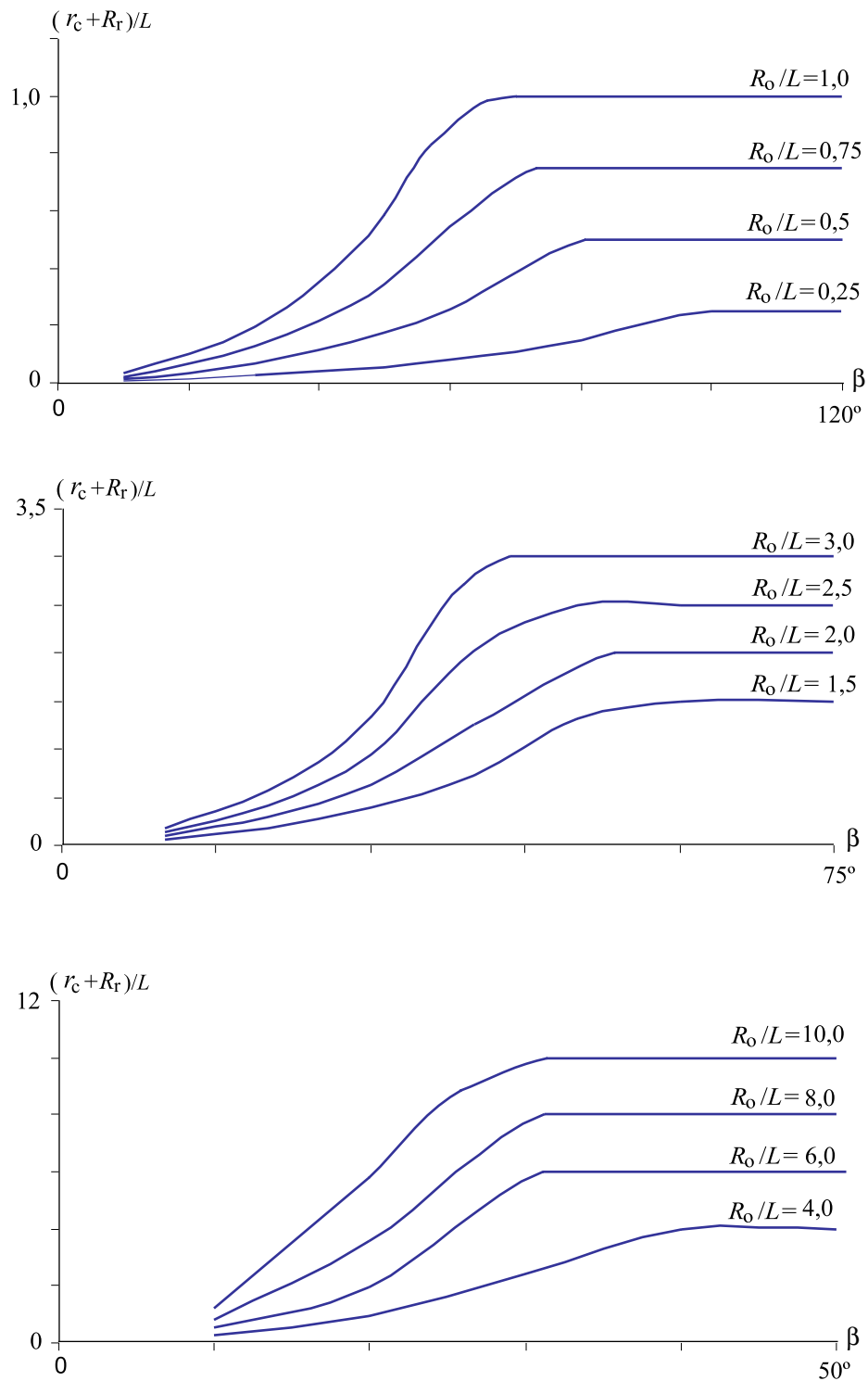


Figura 4.12 Radio de curvatura en el movimiento de empalme de media subida inicio de curva de Bézier de continuidad C^3

Para el cálculo del radio de curvatura mínimo de la ley de desplazamiento de continuidad C^4 , se utiliza el procedimiento antes descrito.

Desarrollando para las ecuaciones 3.6 y reemplazando en la expresión 4.21 se obtiene la tabla 4.13

Tabla 4.13 *Radio de curvatura, movimiento de empalme de media subida inicio de curva de Bézier de continuidad C^4*

β	R_0/L	R_0/L	R_0/L	R_0/L	R_0/L	R_0/L	R_0/L	R_0/L	R_0/L	R_0/L	R_0/L	R_0/L	R_0/L
	0,25	0,5	0,75	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	6,0	8,0	10,0	
	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$
10	0,01	0,01	0,02	0,03	0,06	0,09	0,12	0,15	0,24	0,44	0,70	1,03	
20	0,01	0,03	0,06	0,09	0,16	0,25	0,36	0,48	0,78	1,63	2,87	4,60	
30	0,02	0,06	0,11	0,18	0,33	0,53	0,79	1,10	1,92	4,68	8,00	10,0	
40	0,04	0,10	0,19	0,30	0,59	1,01	1,57	2,32	4,00	6,00	8,00	10,0	
50	0,05	0,15	0,29	0,48	1,03	1,89	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0	
60	0,07	0,22	0,44	0,76	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0	
70	0,10	0,32	0,68	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0	
80	0,13	0,45	0,75	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0	
90	0,18	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0	
100	0,23	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0	
110	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0	

Para facilitar el uso de la tabla 4.13 se desarrollaron los gráficos de las figuras 4.13.

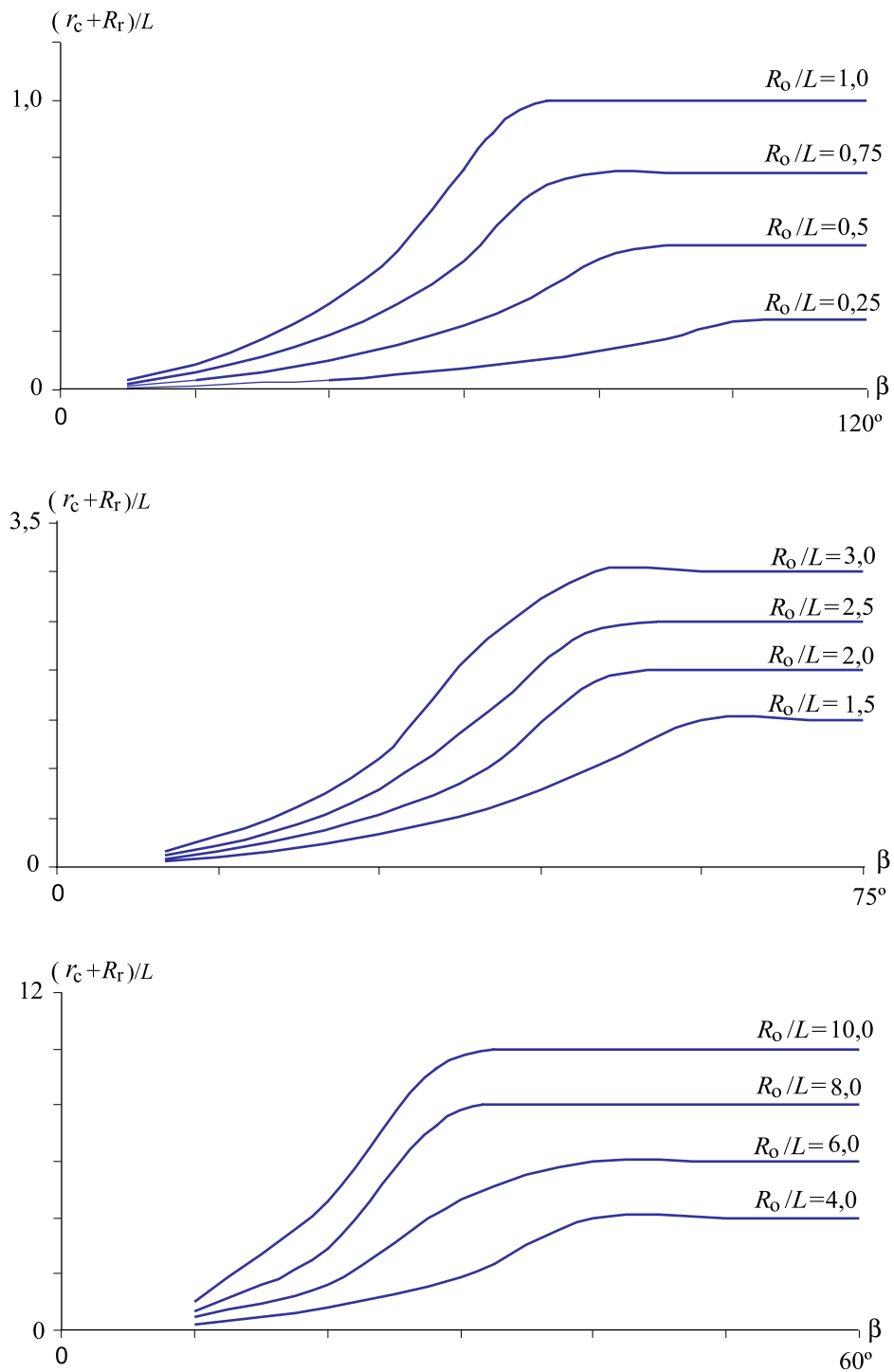


Figura 4.13 Radio de curvatura en el movimiento de empalme de media subida inicio de curva de Bézier de continuidad C^4

4.2.3 Movimiento de empalme de media subida llegada

Para el cálculo del radio de curvatura del movimiento de empalme de media subida inicio se tiene curvas de Bézier de grados 4, 6 y 8 y continuidades C^2 , C^3 y C^4 respectivamente; a continuación se muestra el desarrollo para la ley de desplazamiento de continuidad C^2 .

Tabla 4.14 *Radio de curvatura en el movimiento de empalme de media subida llegada de curva de Bézier de continuidad C^2*

β	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L
	0,25	0,5	0,75	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	6,0	8,0	10,0
	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$
10	0,04	0,06	0,07	0,09	0,13	0,17	0,21	0,26	0,37	0,63	0,95	1,32
20	0,12	0,16	0,20	0,24	0,34	0,45	0,57	0,70	1,00	1,70	2,53	3,49
30	0,20	0,27	0,34	0,41	0,58	0,76	0,96	1,17	1,65	2,76	4,04	5,46
40	0,29	0,38	0,48	0,58	0,80	1,05	1,31	1,60	2,23	3,64	5,22	6,90
50	0,37	0,48	0,60	0,73	1,00	1,29	1,62	1,96	2,69	4,32	6,08	7,90
60	0,44	0,57	0,71	0,85	1,16	1,50	1,86	2,24	3,06	4,82	6,68	8,58
70	0,50	0,64	0,79	0,95	1,28	1,65	2,04	2,46	3,34	5,19	7,10	9,04
80	0,55	0,70	0,85	1,01	1,36	1,75	2,18	2,62	3,54	5,45	7,40	9,37
90	0,59	0,73	0,85	1,00	1,38	1,81	2,26	2,73	3,68	5,64	7,61	9,60
100	0,60	0,68	0,81	0,97	1,38	1,84	2,32	2,80	3,79	5,77	7,76	9,75
110	0,55	0,64	0,77	0,95	1,38	1,86	2,35	2,85	3,85	5,85	7,86	9,86
120	0,51	0,60	0,75	0,94	1,38	1,87	2,37	2,88	3,89	5,91	7,92	9,92
130	0,48	0,58	0,73	0,93	1,38	1,88	2,39	2,90	3,91	5,94	7,95	9,96
140	0,45	0,55	0,72	0,92	1,39	1,89	2,40	2,91	3,93	5,95	7,96	9,97
150	0,42	0,54	0,71	0,92	1,40	1,90	2,41	2,92	3,93	5,95	7,96	9,97
160	0,40	0,52	0,70	0,92	1,40	1,91	2,42	2,93	3,94	5,96	7,97	9,97
170	0,38	0,51	0,70	0,92	1,41	1,92	2,42	2,93	3,95	5,96	7,97	9,98
180	0,37	0,50	0,69	0,92	1,41	1,92	2,43	2,94	3,95	5,97	7,98	9,98
190	0,35	0,49	0,69	0,92	1,42	1,93	2,44	2,95	3,96	5,97	7,98	9,98
200	0,34	0,49	0,69	0,92	1,42	1,93	2,44	2,95	3,96	5,97	7,98	9,98
210	0,33	0,48	0,69	0,93	1,43	1,94	2,45	2,95	3,96	5,98	7,98	9,99

Para facilitar el uso de la tabla 4.14 se desarrollaron los gráficos de las figuras 4.14.

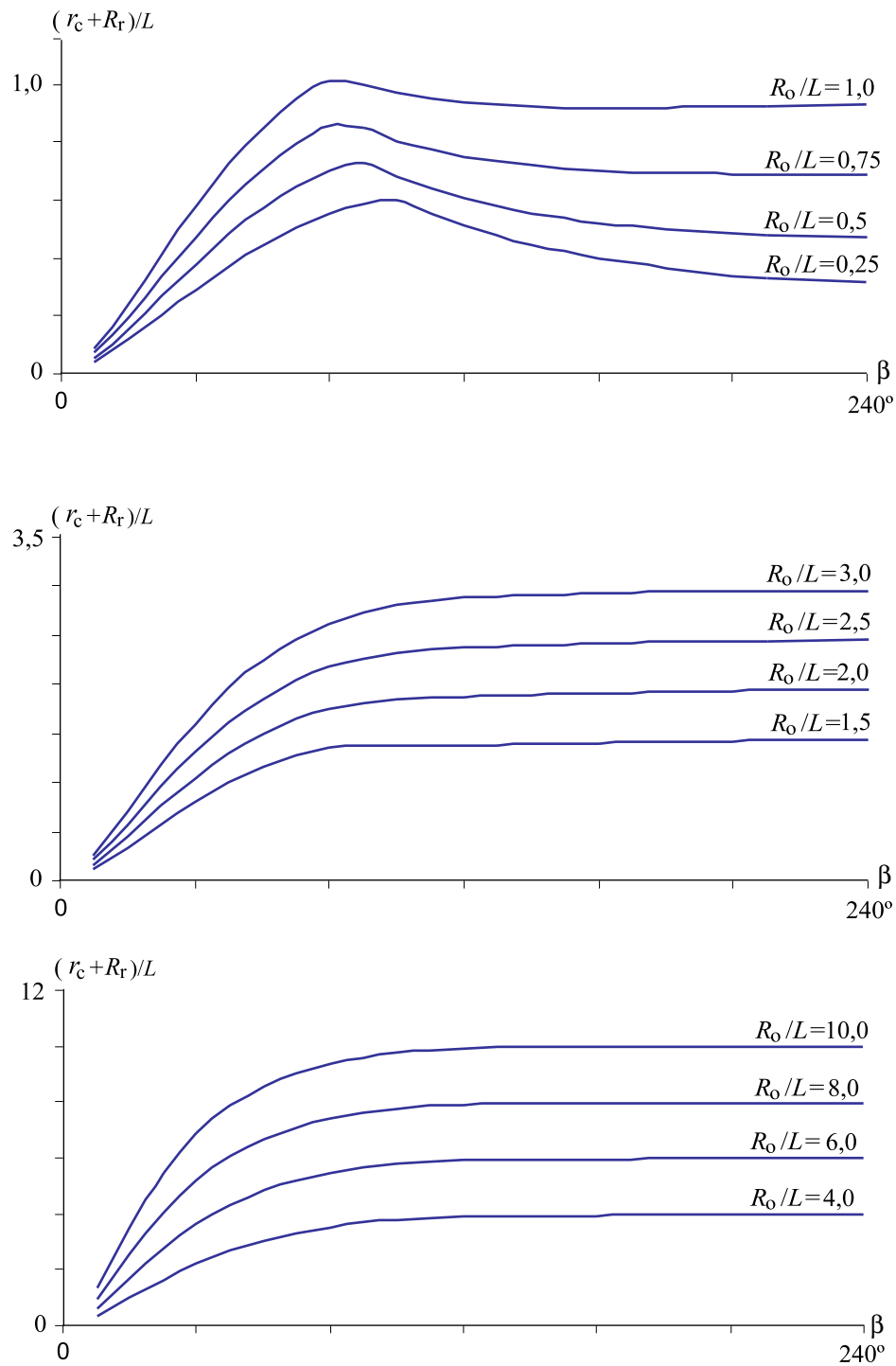


Figura 4.14 Radio de curvatura en el movimiento de empalme de media subida llegada de curva de Bézier de continuidad C^2

Para el cálculo del radio de curvatura mínimo de la ley de desplazamiento de continuidad C^3 , se utiliza el procedimiento antes descrito.

Desarrollando para las ecuaciones 3.8 y reemplazando en la expresión 4.21 se obtiene la tabla 4.15.

Tabla 4.15 *Radio de curvatura en el movimiento de empalme de media subida llegada de curva de Bézier de continuidad C^3*

β	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L
	0,25	0,5	0,75	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	6,0	8,0	10,0	
	$\frac{r_c+R_r}{L}$	$\frac{r_c+R_r}{L}$	$\frac{r_c+R_r}{L}$	$\frac{r_c+R_r}{L}$	$\frac{r_c+R_r}{L}$	$\frac{r_c+R_r}{L}$	$\frac{r_c+R_r}{L}$	$\frac{r_c+R_r}{L}$	$\frac{r_c+R_r}{L}$	$\frac{r_c+R_r}{L}$	$\frac{r_c+R_r}{L}$	$\frac{r_c+R_r}{L}$	$\frac{r_c+R_r}{L}$
10	0,04	0,06	0,07	0,08	0,12	0,15	0,19	0,23	0,32	0,54	0,80	1,10	
20	0,11	0,14	0,18	0,21	0,30	0,39	0,49	0,60	0,85	1,44	2,17	3,00	
30	0,18	0,24	0,30	0,36	0,50	0,66	0,83	1,01	1,43	2,42	3,59	4,89	
40	0,26	0,33	0,42	0,51	0,70	0,92	1,16	1,42	1,99	3,30	4,78	6,38	
50	0,33	0,43	0,53	0,64	0,89	1,16	1,46	1,78	2,47	4,01	5,69	7,46	
60	0,40	0,51	0,63	0,77	1,06	1,37	1,72	2,08	2,87	4,56	6,37	8,23	
70	0,46	0,59	0,73	0,88	1,20	1,56	1,94	2,34	3,19	4,99	6,86	8,78	
80	0,51	0,65	0,80	0,97	1,32	1,71	2,12	2,55	3,44	5,31	7,23	9,17	
90	0,55	0,70	0,85	1,00	1,39	1,83	2,27	2,72	3,64	5,55	7,50	9,46	
100	0,59	0,68	0,81	0,97	1,38	1,85	2,34	2,85	3,80	5,74	7,70	9,68	
110	0,55	0,64	0,77	0,95	1,38	1,86	2,36	2,87	3,89	5,88	7,86	9,85	
120	0,51	0,60	0,75	0,94	1,38	1,87	2,37	2,88	3,90	5,93	7,95	9,96	
130	0,48	0,58	0,73	0,93	1,38	1,88	2,39	2,90	3,91	5,94	7,95	9,96	
140	0,45	0,55	0,72	0,92	1,39	1,89	2,40	2,91	3,93	5,95	7,96	9,97	
150	0,42	0,54	0,71	0,92	1,40	1,90	2,41	2,92	3,93	5,95	7,96	9,97	
160	0,40	0,52	0,70	0,92	1,40	1,91	2,42	2,93	3,94	5,96	7,97	9,97	
170	0,38	0,51	0,70	0,92	1,41	1,92	2,42	2,93	3,95	5,96	7,97	9,98	
180	0,37	0,50	0,69	0,92	1,41	1,92	2,43	2,94	3,95	5,97	7,98	9,98	
190	0,35	0,49	0,69	0,92	1,42	1,93	2,44	2,95	3,96	5,97	7,98	9,98	
200	0,34	0,49	0,69	0,92	1,42	1,93	2,44	2,95	3,96	5,97	7,98	9,98	
210	0,33	0,48	0,69	0,93	1,43	1,94	2,45	2,95	3,96	5,98	7,98	9,99	
220	0,32	0,47	0,69	0,93	1,43	1,94	2,45	2,96	3,97	5,98	7,98	9,99	

Para facilitar el uso de la tabla 4.15 se desarrollaron los gráficos de las figuras 4.15.

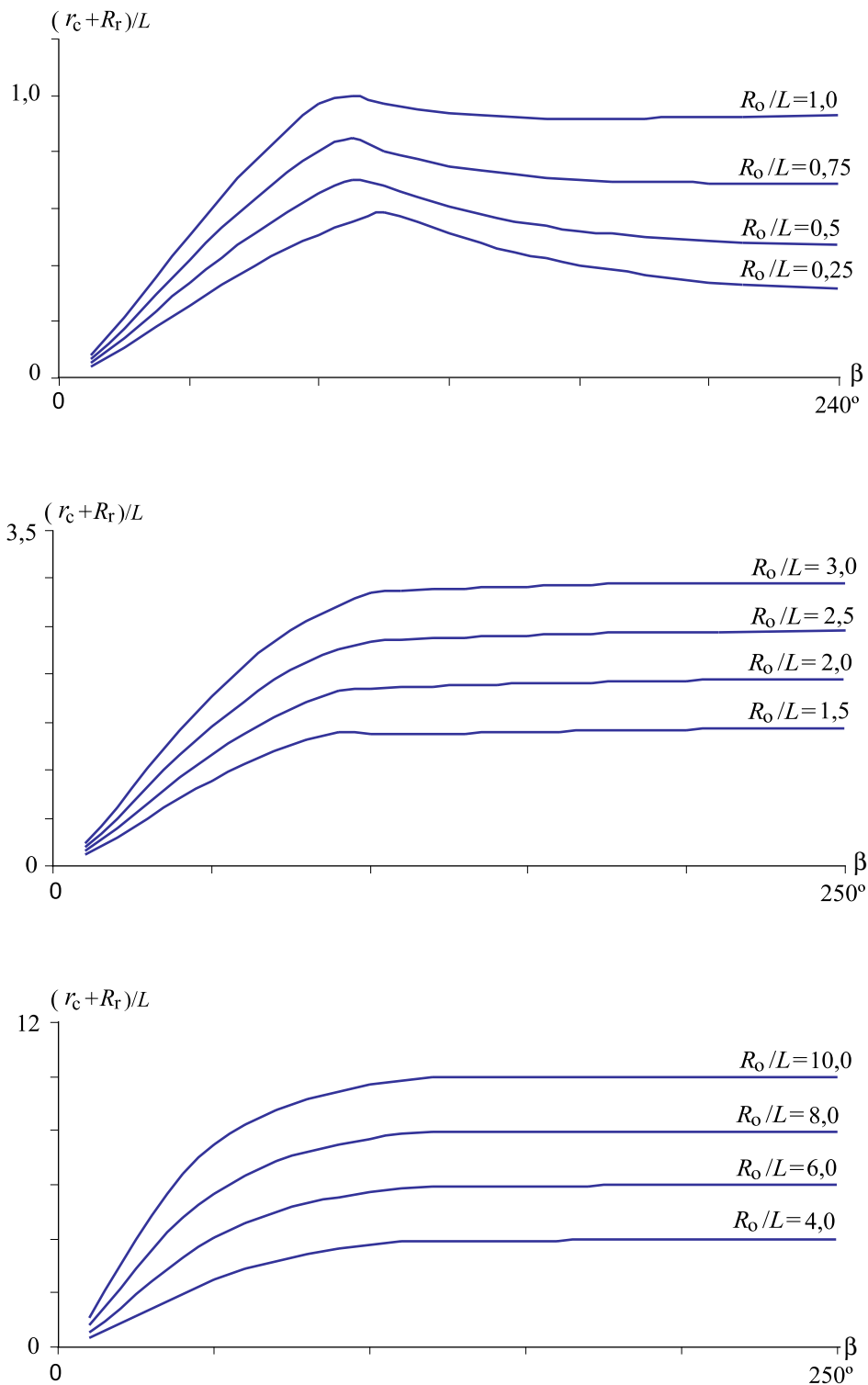


Figura 4.15 Radio de curvatura en el movimiento de empalme de media subida llegada de curva de Bézier de continuidad C^3

Para el cálculo del radio de curvatura mínimo de la ley de desplazamiento de continuidad C^4 , se utiliza el procedimiento antes descrito.

Desarrollando para las ecuaciones 3.9 y reemplazando en la expresión 4.21 se obtiene la tabla 4.16.

Tabla 4.16 *Radio de curvatura en el movimiento de empalme de media subida llegada de curva de Bézier de continuidad C^4*

	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L	R_o/L
	0,25	0,5	0,75	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	6,0	8,0	10,0
β	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$	$\frac{r_c + R_r}{L}$
10	0,04	0,05	0,06	0,08	0,11	0,14	0,17	0,21	0,29	0,47	0,70	0,97
20	0,10	0,13	0,16	0,19	0,27	0,35	0,44	0,53	0,75	1,28	1,93	2,69
30	0,17	0,21	0,27	0,32	0,45	0,59	0,74	0,91	1,29	2,20	3,28	4,49
40	0,23	0,30	0,38	0,46	0,64	0,83	1,05	1,29	1,82	3,05	4,46	5,99
50	0,30	0,39	0,48	0,59	0,81	1,07	1,35	1,65	2,30	3,78	5,40	7,12
60	0,36	0,47	0,58	0,71	0,98	1,28	1,61	1,96	2,71	4,35	6,11	7,94
70	0,42	0,54	0,68	0,82	1,13	1,47	1,84	2,23	3,05	4,80	6,65	8,54
80	0,47	0,61	0,76	0,92	1,26	1,64	2,03	2,45	3,32	5,16	7,05	8,98
90	0,52	0,67	0,83	1,00	1,37	1,78	2,20	2,64	3,54	5,43	7,36	9,31
100	0,56	0,68	0,81	0,97	1,38	1,85	2,34	2,79	3,72	5,64	7,59	9,56
110	0,55	0,64	0,77	0,95	1,38	1,86	2,36	2,87	3,87	5,81	7,78	9,76
120	0,51	0,60	0,75	0,94	1,38	1,87	2,37	2,88	3,90	5,93	7,92	9,91
130	0,48	0,58	0,73	0,93	1,38	1,88	2,39	2,90	3,91	5,94	7,95	9,96
140	0,45	0,55	0,72	0,92	1,39	1,89	2,40	2,91	3,93	5,95	7,96	9,97
150	0,42	0,54	0,71	0,92	1,40	1,90	2,41	2,92	3,93	5,95	7,96	9,97
160	0,40	0,52	0,70	0,92	1,40	1,91	2,42	2,93	3,94	5,96	7,97	9,97
170	0,38	0,51	0,70	0,92	1,41	1,92	2,42	2,93	3,95	5,96	7,97	9,98
180	0,37	0,50	0,69	0,92	1,41	1,92	2,43	2,94	3,95	5,97	7,98	9,98
190	0,35	0,49	0,69	0,92	1,42	1,93	2,44	2,95	3,96	5,97	7,98	9,98
200	0,34	0,49	0,69	0,92	1,42	1,93	2,44	2,95	3,96	5,97	7,98	9,98
210	0,33	0,48	0,69	0,93	1,43	1,94	2,45	2,95	3,96	5,98	7,98	9,99
220	0,32	0,47	0,69	0,93	1,43	1,94	2,45	2,96	3,97	5,98	7,98	9,99

Para facilitar el uso de la tabla 4.16 se desarrollaron los gráficos de las figuras 4.16.

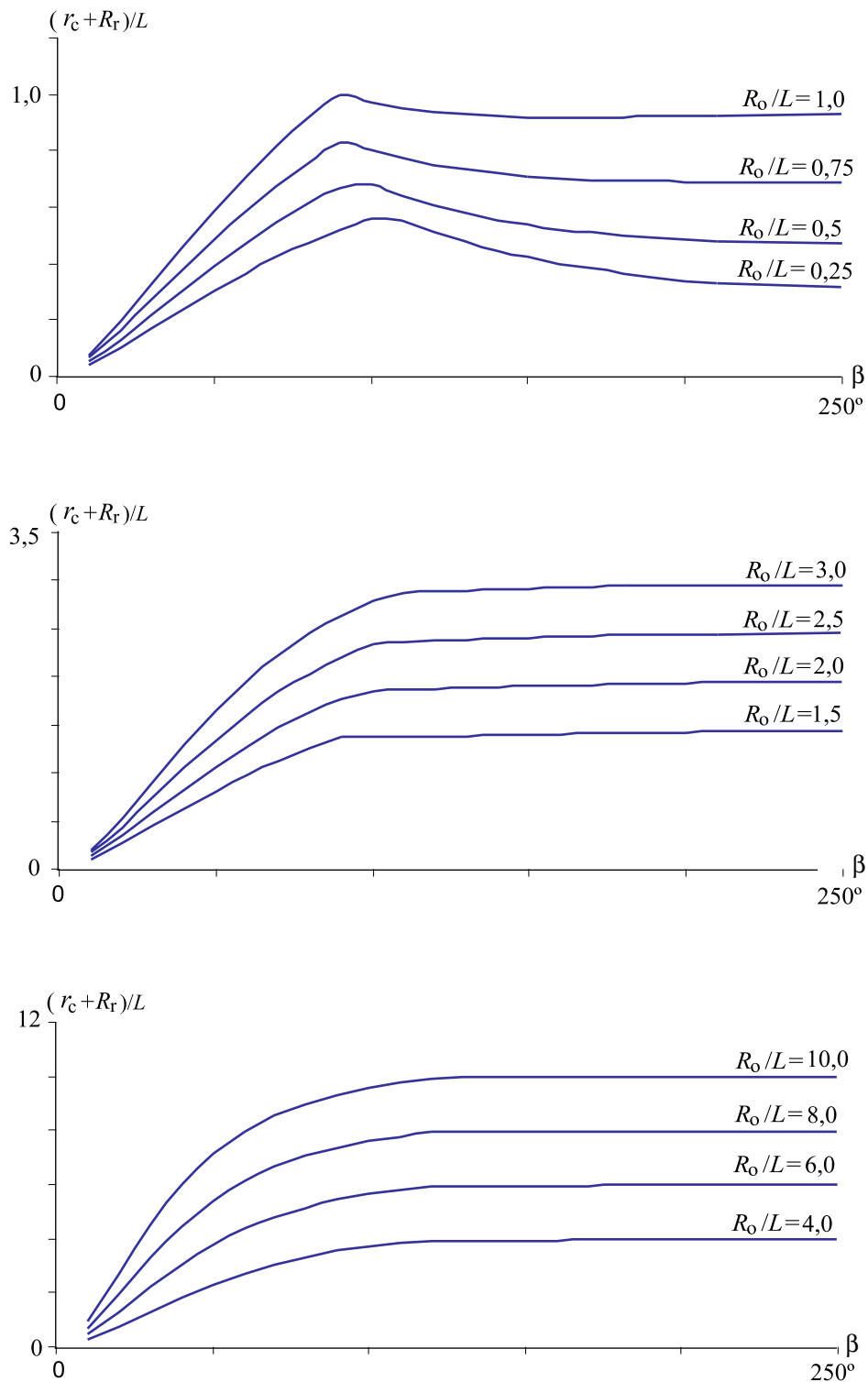


Figura 4.16 Radio de curvatura, movimiento de empalme de media subida llegada de curva de Bézier de continuidad C^4

4.3 COMPARACIÓN DE LAS CONSIDERACIONES DE DISEÑO CALCULADAS POR CURVAS DE BEZIER, CON LAS CURVAS TRADICIONALES: CICLOIDALES Y ARMÓNICAS

4.3.1 Comparación del ángulo de giro

En este apartado se compara el valor de ángulo de giro mínimo requerido para no sobrepasar en ningún punto del tramo de unión en estudio la condición de diseño recomendada de ángulo de presión de 30°.

En la tabla 4.17 se muestra seis columnas. En la primera columna (izquierda) se puede leer para tramos de unión de transición de altura de subida completa algunos valores tomados de R_0/L y en las columnas segunda, tercera, cuarta, quinta y sexta se lee para cada relación de la primera columna su respectivo valor mínimo tolerable de ángulo de giro β de las curvas Bézier grado 5, Bézier grado 7, Bézier grado 9, curvas armónicas y curvas cicloidales para no exceder en ningún lugar del trayecto el valor recomendado de 30° para el ángulo de presión. Los valores de las columnas segunda, tercera y cuarta son tomados de las tablas 4.1, 4.2 y 4.3 respectivamente y los valores de las columnas quinta y sexta son tomados del nomograma de la figura 2.4.

Tabla 4.17 *Estudio comparativo del ángulo de giro mínimo para no exceder el valor recomendado de 30° de ángulo de presión*

$\frac{R_0}{L}$	Bézier $n=5$	Bézier $n=7$	Bézier $n=9$	Curva Armónica	Curva Cíclica
	Ángulo giro β	Ángulo giro β	Ángulo giro β	Ángulo giro β	Ángulo giro β
1,5	95	111	117	80	100
2	75	88	95	60	80
3	53	62	69	45	56
4	41	48	54	35	43

De la tabla 4.17 se observa que la curva armónica es la que mejor se comporta comparativamente con las otras curvas porque es la que tiene menor ángulo de giro mínimo necesario para no exceder el valor de 30° grados recomendado de ángulo de presión. En su orden de mejor a peor ángulo de giro siguen la curva de Bézier de grado $n = 5$, la curva cíclica, la curva Bézier $n = 7$ y por último la curva Bézier $n = 9$.

4.3.2 Comparación del radio de curvatura

En esta sección se compara para los diferentes tipos de curva en estudio el valor del radio de curvatura r_c en función del radio del rodillo R_r para el tramo de transición de altura de subida completa

En la tabla 4.18 se muestra seis columnas. En la primera columna (izquierda) se puede leer para tramos de unión de transición de altura de subida completa algunos valores tomados de R_0/L y en las columnas segunda, tercera, cuarta, quinta y sexta se lee para cada relación de la primera columna su respectivo valor de radio de curvatura más radio de rodillo $r_c + R_r$ de las curvas Bézier grado 5, Bézier grado 7, Bézier grado 9, curvas armónicas y curvas cicloidales. Los valores de las columnas segunda, tercera y cuarta son tomados de las tablas 4.8, 4.9 y 4.10 respectivamente y los valores de las columnas quinta y sexta son tomados de la figura c y d del anexo 2.

Tabla 4.18 *Estudio comparativo del radio de curvatura*

$\frac{R_0}{L}$	Bézier $n=5$	Bézier $n=7$	Bézier $n=9$	Curva Armónica	Curva Cíclica
	$r_c + R_r$	$r_c + R_r$	$r_c + R_r$	$r_c + R_r$	$r_c + R_r$
1,5	2,76	2,46	2,22	3,6	2,67
2	1,79	1,6	1,45	2,2	1,74
3	2,65	2,4	2,20	2,79	2,55
4	3,56	3,26	3,01	3,68	3,40

De la tabla 4.18 se observa que la curva armónica es la que mejor se comporta comparativamente con las otras curvas porque es la que presenta mayor valor de la relación $r_c + R_r$ lo que con lleva a que disminuya la posibilidad de encontrar un valor de radio de curvatura r_c negativo para un valor de radio de rodillo dado. En su orden de mejor a peor relación radio de curvatura más radio de rodillo siguen las curvas de Bézier de grado $n = 5$, la curva cíclica, la curva Bézier $n = 7$ y por último la curva Bézier $n = 9$.