

5 CASOS DE ESTUDIO

Debido a la naturaleza de su funcionamiento en los mecanismos leva palpador en general, las variables (ángulo de presión, radio de curvatura, huella de contacto, presión de contacto, esfuerzos de contacto, fuerza de contacto, deformación, etc.) tanto geométricas, como de la fuerza de contacto son fluctuantes durante todo el ciclo de giro de la leva y están relacionadas entre sí. En esta sección se muestra el modelo leva palpador a estudiar y el análisis de la fuerza de contacto, los esfuerzos localizados, el esfuerzo efectivo de Von Mises y por medio de ejemplos, las posibles relaciones existentes entre las diferentes variables.

5.1 MODELO LEVA PALPADOR

En la figura 5.1a se muestra el modelo leva palpador estudiado en el presente trabajo, la figura muestra una leva de disco que impulsa a un palpador de rodillo precargado por un resorte, este es un sistema con cierre de fuerza que depende de la acción del resorte para mantener la leva y el palpador en contacto permanente. En la figura 5.1b se muestra un modelo de parámetros concentrados de este sistema, en el cual toda la masa que se mueve con el palpador, está concentrada como m , toda la elasticidad o efecto del resorte en el sistema está concentrada en la constante del resorte k y todo el amortiguamiento está concentrado en un amortiguador con coeficiente c . Los elementos de masa que contribuyen a m son obvias, la masa del vástago del palpador, el rodillo y su pasador de pivote y la masa de cualquier otro elemento fijado al conjunto en movimiento, todas ellas en conjunto se suman adecuadamente para conformar m .

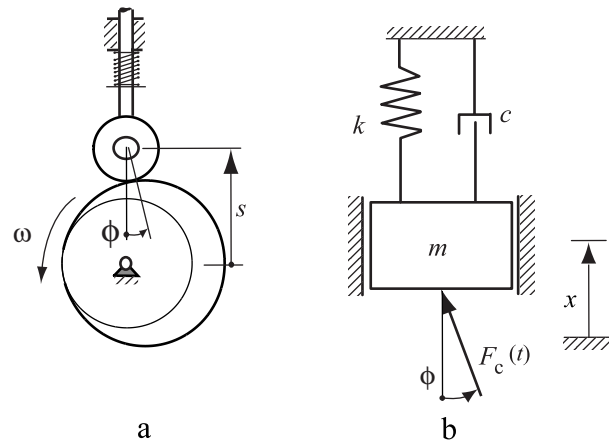


Figura 5.1 Modelo leva palpador de rodillo

Las fuerzas transmitidas en el contacto de la leva y el palpador pueden ocasionar un desgaste severo de las superficies, por esta razón se hace necesario un seguimiento de las fuerzas dinámicas presentes en el contacto. Comúnmente se detectan dos tipos de procedimiento para el seguimiento de las fuerzas dinámicas, uno es el análisis dinámico directo que es cuando se suponen conocidas todas las fuerzas presentes en el sistema y se resuelve el sistema para evaluar los desplazamientos, velocidades y aceleraciones y el otro es el análisis dinámico inverso, que como su nombre indica es contrario al anterior, en éste se conocen los desplazamientos, las velocidades y las aceleraciones calculadas a partir del diseño cinemático de la leva con base a una velocidad angular ω supuesta y se desea evaluar la fuerza de contacto F_c .

Para el presente estudio el procedimiento de análisis dinámico utilizado es el inverso, debido a que se conocen las leyes de desplazamiento definidas por curvas de Bézier y se supone constante la velocidad de giro de la leva.

5.2 ANÁLISIS DE LA FUERZA DE CONTACTO

Por inspección de la figura 5.1a y aplicando el teorema de la cantidad de movimiento se obtiene la expresión 5.1, la cual da directamente el valor de la fuerza de contacto en un sistema de leva palpador.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_c(t) \cos \phi \quad (5.1)$$

Generalmente se tiene un elevado conocimiento sobre la elasticidad del sistema k (elasticidades de las partes del seguidor) ya que esta tiende a ser dominada por la k_s del resorte físico, debido a que normalmente los diferentes componentes del sistema del palpador son más rígidos que el resorte físico.

Con frecuencia las elasticidades de los diversos componentes están en serie con el resorte físico [Chen, 1982; Norton, 2000]. Se sabe que el elemento que tenga el resorte menos rígido dominará la constante equivalente de resortes en serie, por lo tanto se sabe que el resorte físico domina realmente la k global, a menos que alguna de las partes del palpador tenga de manera similar baja rigidez.

En la etapa inicial de diseño del sistema leva palpador, al tener el proyectista la posibilidad de elegir el resorte físico, se puede especificar tanto la k como la cantidad de precarga que se introducirá en el ensamble; la precarga es un aspecto necesario y conveniente cuando se desea mantener una fuerza residual entre la leva y el palpador, aun cuando la leva está en su desplazamiento más bajo. Lo anterior ayuda a mantener un buen contacto entre la leva y el palpador en todo momento, esta precarga de resorte F_{pl} agrega un término constante a la expresión 5.1 de manera que se tiene.

$$F_c(t) = \frac{m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + F_{pl}}{\cos \phi} \quad (5.2)$$

Si la velocidad angular ω es constante, la expresión 5.2 es equivalente a

$$F_c(t) = \frac{m \frac{d^2 s}{d\theta^2} \omega^2 + c \frac{ds}{d\theta} \omega + ks + F_{pl}}{\cos \phi} \quad (5.3)$$

La constante de amortiguamiento c para la mayor parte de los sistemas leva palpador puede considerarse según Koster, [1974] como 0,06 del amortiguamiento crítico.

Debido a la precarga el muelle esta siempre comprimido y para $s = 0$, solo actúa sobre él la precarga del sistema F_{pl} , se observa igualmente que cada uno de los términos que implican velocidad y aceleración (figuras 3.2, 3.3, 3.6, 3.7, 3.10 y 3.11) pueden ser positivos o negativos, pero el parámetro del resorte k y de la precarga F_{pl} son los únicos que siempre son positivos; por lo tanto para conservar la expresión positiva se requiere que la precarga sea lo bastante grande para contrarrestar cualquier valor negativo en los otros términos.

Es común que la aceleración sea numéricamente mayor que la velocidad, por lo tanto el valor de la aceleración negativa es normalmente la causa principal de un valor negativo en la fuerza de contacto F_c . El resorte del palpador es el encargado de proporcionar la fuerza necesaria para mantener el contacto permanente con la leva durante los instantes de aceleración negativa del movimiento del palpador, aunque la fuerza de amortiguamiento (pequeña en comparación con la fuerza del muelle y la inercia) también puede contribuir a mantener el contacto. Si la fuerza F_c llegase en cualquier momento a ser negativa durante un instante del ciclo, el palpador y la leva se separaran y cuando se toquen de nuevo será con fuerzas de impacto, muy grandes y potencialmente destructivas. El salto del palpador (si se presenta), ocurre cerca del punto de máxima aceleración negativa. Se debe seleccionar la constante de resorte y la precarga para garantizar una fuerza positiva en todos los puntos del ciclo.

5.3 CÁLCULO DE LOS ESFUERZOS DE CONTACTO

La teoría de contacto aplicada al caso levas y los esfuerzos de contacto a rodadura con fuerza tangencial se aplican en esta sección.

En la sección 2.4 se observa que existe una formulación bien definida para el cálculo de los esfuerzos de contacto a rodadura con fuerza tangencial ya sea en la superficie de contacto o por debajo de la superficie de contacto. Las dos formulaciones han sido desarrolladas por Smith y Lui, [1953]. En la formulación se muestra que para obtener el estado completo de

esfuerzos se debe sumar la carga a deslizamiento más la carga normal en sus respectivas direcciones, pero si se trata de rodillos axialmente cortos como los utilizados habitualmente en las levas, el estudio de los esfuerzos se puede considerar bidimensional.

El presente estudio analiza el estado de esfuerzos en la superficie de contacto (expresiones 2.24, 2.25, 2.26 y 2.27), debido a que en presencia de fuerzas tangenciales los esfuerzos tanto a tensión como compresión y cortantes, son máximos en la superficie y van disminuyendo con la profundidad.

En Norton, [2002] se indica que para valores de coeficientes de fricción $\mu=0,33$ con deslizamiento, los esfuerzos principales y el esfuerzo cortante máximo, ocurren en la superficie de contacto a una longitud normalizada del ancho de la huella de contacto de $x = 0,3a$ y $x = 0,2a$ respectivamente.

Si se da que la relación entre la fuerza tangencial y la fuerza normal es muy baja, inferior a $1/9$ [Johnson, 1985; Smith y Lui, 1953; Poritsky, 1950], se puede despreciar el efecto de la fuerza tangencial y por lo tanto se considera que solo se presenta el caso de esfuerzos de contacto a rodadura pura y entonces el esfuerzo cortante máximo ya no estará presente en la superficie de contacto si no por debajo de esta a una profundidad determinada (sección 2.4.1, expresión 2.22).

Con base al modelo de la figura 5.1 y a la expresión 5.3, y con el fin de estudiar los esfuerzos generados por el contacto de la leva y el palpador y de generar gráficas de la distribución de los esfuerzos de contacto, por medio de análisis de ejemplos se muestran las relaciones existentes entre las variables que se mencionan a continuación,

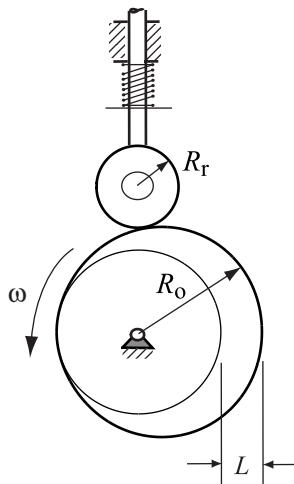
- Fuerza de contacto
- Presión del contacto
- Huella de contacto
- Ángulo de presión

- Esfuerzo en la superficie de contacto a rodadura con fuerza tangencial en la dirección x
- Esfuerzo en la superficie de contacto a rodadura con fuerza tangencial en la dirección z
- Esfuerzo cortante en la superficie de contacto a rodadura con fuerza tangencial
- Deformación en la dirección normal al contacto

Utilizando como datos de entrada para el análisis:

- Masa del palpador
- Precarga del sistema
- Elasticidad del sistema
- Profundidad de la leva
- Relación de Poisson del material de la leva
- Relación de Poisson del material del rodillo
- Módulo de elasticidad del material de la leva
- Módulo de elasticidad del material del rodillo
- Radio del círculo primitivo

Las gráficas 5.2 a 5.9 muestran el comportamiento de las diferentes variables para un ciclo completo de rotación de la leva con los tramos de unión de *movimiento de transición de altura de subida completa* y *movimiento de transición de altura de bajada completa*. El ejemplo está calculado para el modelo del sistema mostrado en la figura 5.1, y se realizó con los datos:



Desplazamiento máximo $L=0,01$ m
 Masa de la leva es $m_L=0,5$ kg
 Masa del palpador $m_p=0,2$ kg
 Radio de rodillo $R_r=0,01$ m
 Radio de círculo primario $R_o=0,02$ m
 Profundidad o espesor de la leva de $l=0,01$ m
 Relación de Poisson del material de la leva $\nu_L=0,3$
 Relación de Poisson del material del rodillo $\nu_r=0,3$
 Rigidez equivalente del sistema $k=800$ N/m
 Precarga del sistema $F_{pl}=1500$ N
 Constante de amortiguamiento $c=0,06 c_c$
 Velocidad angular de la leva $\omega=20\pi$ rad/s

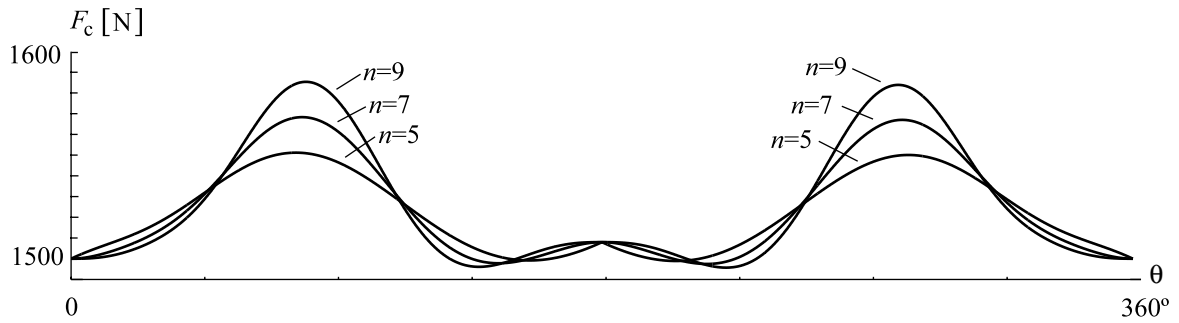


Figura 5.2 Comparación de la variación de la fuerza de contacto para los grados $n = 5$, $n = 7$ y $n = 9$ del ejemplo específico descrito

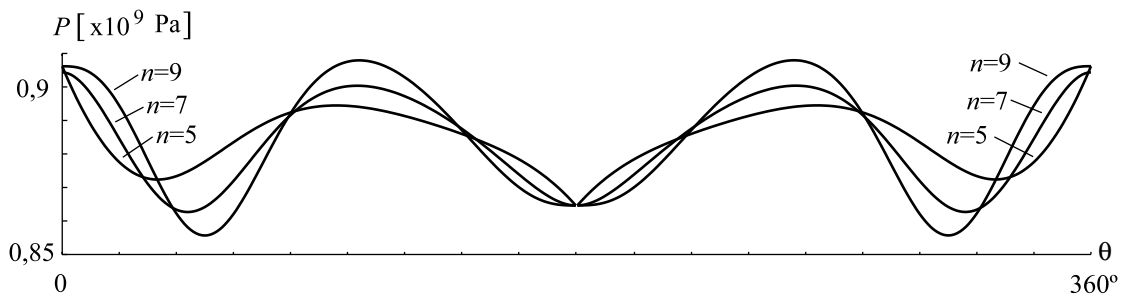


Figura 5.3 Comparación de la variación de la presión de contacto para los grados $n = 5$, $n = 7$ y $n = 9$ del ejemplo específico descrito

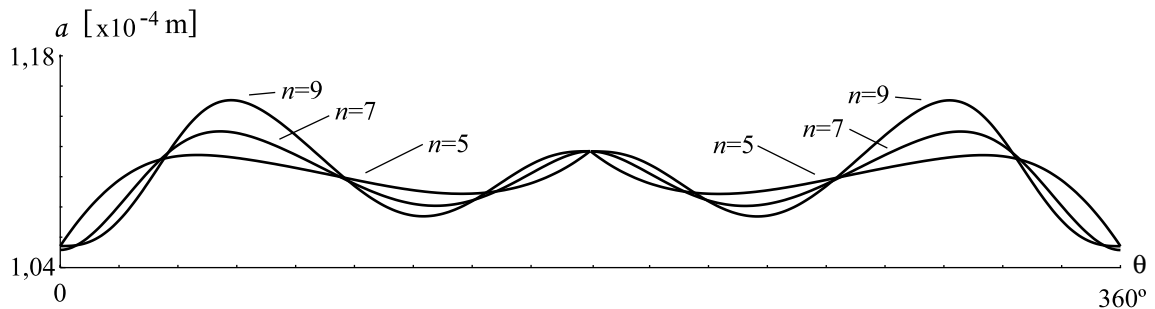


Figura 5.4 Comparación de la variación de la huella de contacto para los grados $n = 5$, $n = 7$ y $n = 9$ del ejemplo específico descrito

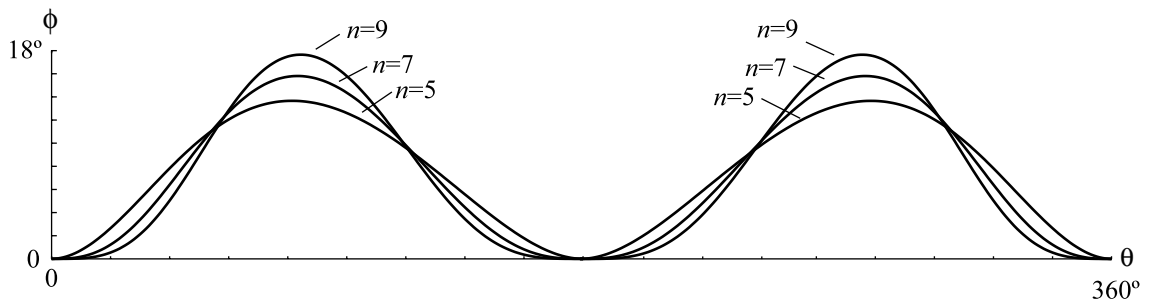


Figura 5.5 Comparación de la variación del ángulo de presión para los grados $n = 5$, $n = 7$ y $n = 9$ del ejemplo específico descrito

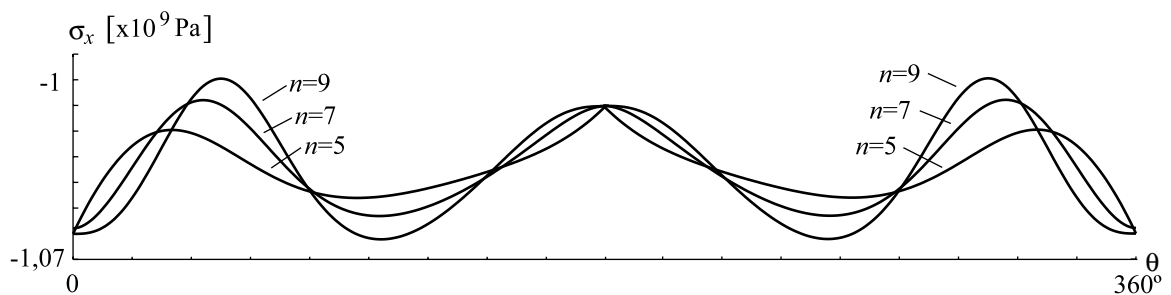


Figura 5.6 Comparación de la variación del esfuerzo en la superficie en la dirección x para los grados $n = 5$, $n = 7$ y $n = 9$ del ejemplo específico descrito

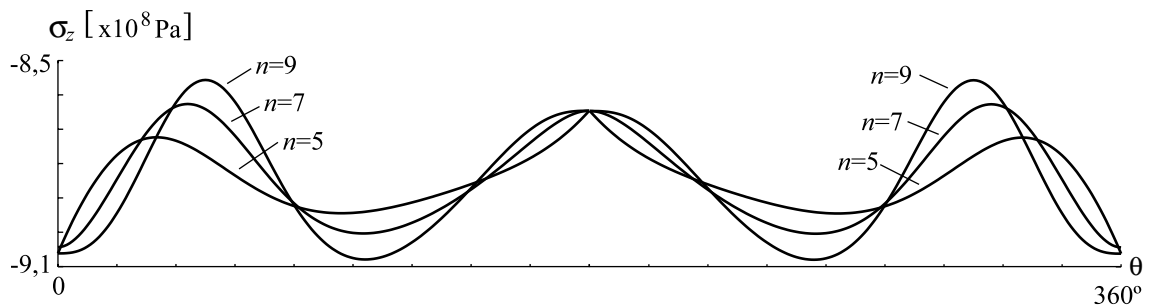


Figura 5.7 Comparación de la variación del esfuerzo en la superficie en la dirección z para los grados $n = 5$, $n = 7$ y $n = 9$ del ejemplo específico descrito

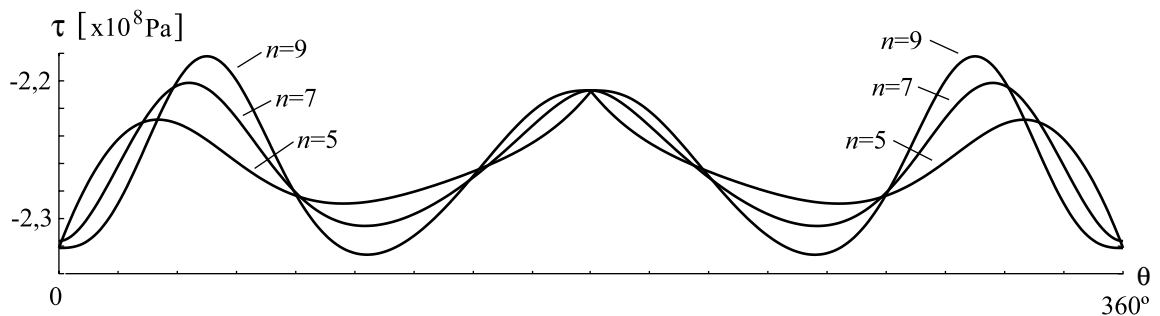


Figura 5.8 Comparación de la variación del esfuerzo cortante en la superficie para los grados $n = 5$, $n = 7$ y $n = 9$ del ejemplo específico descrito

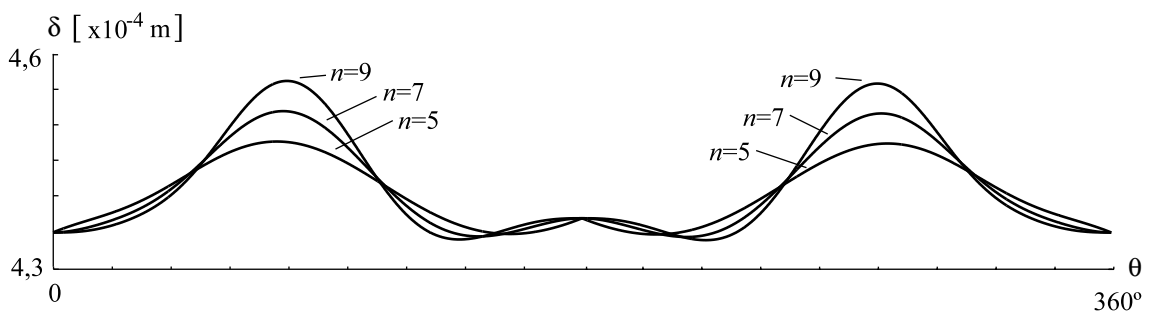


Figura 5.9 Comparación de la variación de la deformación en la dirección normal del contacto para los grados $n = 5$, $n = 7$ y $n = 9$ del ejemplo específico descrito

En la figura 5.2 se observa que la fuerza de contacto presenta valores mayores a medida que va aumentando el grado de la curva de Bézier, éstos ocurren cerca del punto central de cada tramo de unión ya sea de subida o bajada completa (pequeño desplazamiento del centro del tramo), esto es debido a que, al aumentar el grado, el tramo central de la ley de desplazamiento presenta velocidades y aceleraciones positivas mayores (figura 3.2 y 3.3) y por lo tanto se obtiene una fuerza de contacto mayor. Las variables presión de contacto (figura 5.3) y huella contacto (figura 5.4) igualmente presentan valores mayores a medida que va aumentando el grado de la curva, esto se debe a que su comportamiento es proporcional a la fuerza de contacto F_c (expresiones 1.3 y 1.4)

De las figuras 5.5 y 5.9 se observa que el ángulo de presión y la deformación tienen un comportamiento similar al de la fuerza de contacto para los tramos de unión de subida y bajada completa; del análisis de la ecuación 1.1 se observa que el término dominante de la expresión es el $s'(\theta)$ término este incluido en la F_c (comportamiento similar al de la figura 3.2) y de la expresión 2.33 se observa que el término dominante es la F_c y por lo tanto es de esperar dicho comportamiento similar.

Los esfuerzos en la superficie en las direcciones x y z , y el esfuerzo cortante presentan un comportamiento similar, variando solamente el rango de los valores como se observa en las figuras 5.6, 5.7 y 5.8. Esto se debe a que los tres esfuerzos están directamente relacionados con la fuerza de contacto e inversamente relacionados con la huella de contacto. Debido a la naturaleza de la carga combinada en estudio (contacto a rodadura con fuerza tangencial, expresión 2.23) se presentan los mayores valores de esfuerzo en la dirección x (figura 1.13)

$$\sigma_x = \sigma_{x_n} + \sigma_{x_t}$$

El valor negativo en esta dirección indica que el esfuerzo σ_{x_n} domina sobre el esfuerzo σ_{x_t} aún a costa de que éste esfuerzo σ_{x_t} presenta una zona positiva (la zona positiva se debe a que la fuerza tangencial intenta acumular material enfrente del punto de contacto y de estirarlo más allá del mismo punto).

5.3.1 Esfuerzo efectivo

En el diseño de los sistemas leva palpador se presentan situaciones que implican esfuerzos combinados a tensión (rodadura pura) y cortante (fuerza tangencial) sobre un mismo punto (punto teórico de contacto); por lo tanto es necesario aplicar una teoría de esfuerzo que sea aceptable como criterio de falla para representar dicha combinación de esfuerzos y que sea aplicable en materiales dúctiles homogéneos o isotrópicos, como son la mayor parte de los metales de la ingeniería (en esta tesis se considera para el mecanismo leva palpador en estudio, el uso de un material isotrópico o material uniforme con valores de resistencias a tensión y compresión similares o del mismo orden).

La teoría del esfuerzo efectivo de Von Mises σ' cumple los requerimientos de servir para analizar esfuerzos combinados y de servir para aplicarse a materiales dúctiles homogéneos. Esta teoría combina los esfuerzos aplicados en un punto y define el esfuerzo efectivo como aquel esfuerzo a tensión que genera la misma energía de distorsión que la que se produce por la combinación de los esfuerzos aplicados. En general lo que ocurre al aplicar el esfuerzo efectivo es que cualquier combinación de esfuerzos de dos o tres dimensiones se convierte en un solo valor que puede ser comparado con cualquier criterio de resistencia.

La energía de distorsión es la energía presente en un cuerpo, que es capaz de ocasionar una variación en su forma, esta energía forma parte de la energía total de deformación de un cuerpo (expresión 5.4), la cual está definida como el área bajo la curva esfuerzo deformación hasta el punto del esfuerzo aplicado según se muestra en la figura 5.10.

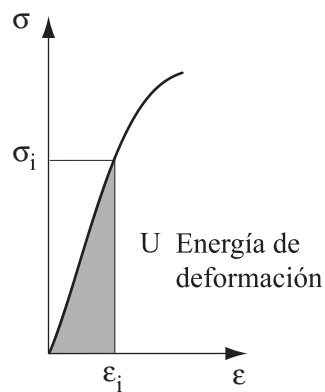


Figura 5.10 *Energía de deformación interna almacenada*

$$U = \frac{1}{2} \sigma \varepsilon = U_h + U_d \quad (5.4)$$

Donde el término U_h se conoce como la energía capaz de ocasionar la variación del volumen de un cuerpo y el término U_d representa la energía de distorsión, la cual se considera que solo ocasiona variación en su forma y esta ligada con los esfuerzos cortantes debido a que se cree que el mecanismo microscópico de fluencia de los materiales, se debe al deslizamiento relativo de las moléculas del material causado por los esfuerzos cortantes acompañados de distorsión en la forma de la red de la estructura.

La expresión 5.5 muestra la formulación para la energía de distorsión en función de los esfuerzos principales y esta definida como

$$U_d = \frac{1+\nu}{3E} \left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2 \right] \quad (5.5)$$

Y la expresión 5.6 muestra la formulación para el esfuerzo efectivo donde cada uno de los términos de la expresión son los definidos en la sección 2.4.2.1.

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x \sigma_z + 3 \tau_{xz}^2} \quad (5.6)$$

La figura 5.11 muestra la variación del esfuerzo efectivo de Von Mises para las leyes de desplazamiento de grados $n = 5$, $n = 7$ y $n = 9$. Dicha variación del esfuerzo efectivo se muestra para las mismas consideraciones del ejemplo de las figuras 5.2 a 5.9, en función del ángulo de giro de la leva.

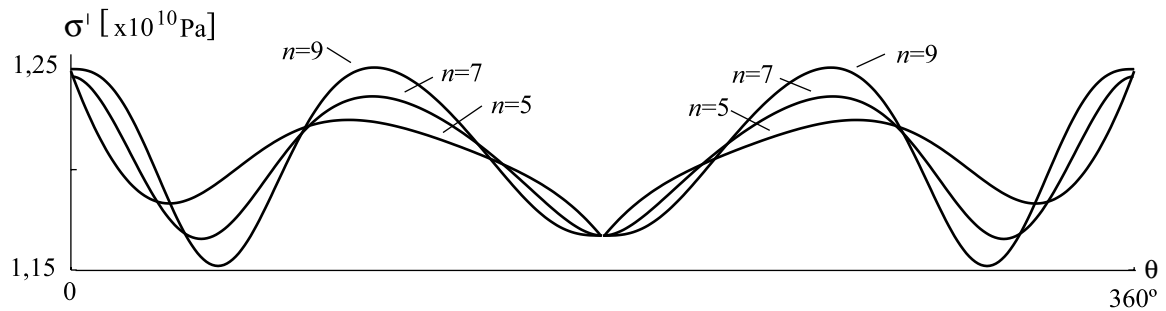


Figura 5.11 Comparación de la variación del esfuerzo efectivo de Von Mises en la ley de desplazamiento diseñada por curvas de Bézier de grados $n = 5$, $n = 7$ y $n = 9$ para el tramo de unión de subida completa

El esfuerzo efectivo de Von Mises como se observa en la figura 5.11 presenta un comportamiento similar para los diferentes valores de la ley de desplazamiento diseñada por curvas de Bézier, esto se debe a que cada uno de los términos de la expresión 5.6, como se menciono anteriormente, están directamente relacionados con las mismas variables. El valor máximo del esfuerzo efectivo se encuentra localizado al inicio del tramo de unión de subida y al final del tramo de unión de bajada para los tres grados de la curva.

Según se muestra en las figuras 5.6, 5.7, 5.8 y 5.11, las curvas de Bézier estudiadas en esta tesis presentan valores parecidos de esfuerzos al inicio y final de los tramos de unión para los valores de ángulo de giro de $\beta = 0^\circ$, $\beta = 180^\circ$ y $\beta = 360^\circ$ respectivamente, pero diferentes variaciones de los valores de esfuerzo durante el recorrido de los tramos.

Se observa que la curva de la ley de desplazamiento de Bézier de grado $n = 9$ presenta variaciones mayores de los valores de esfuerzo durante el tramo de unión comparado con las curvas de Bézier de grados inferiores ($n = 7$ y $n = 5$); la curva de Bézier de $n = 5$ es la que presenta menor variación del valor del esfuerzo comparado con los otros grados de las curvas.

Se concluye del ejemplo en estudio que en principio cuanto mayor es el grado de la curva de Bézier mayor es la variación del esfuerzo durante los tramos de unión, lo que puede ocasionar un rápido deterioro de la pieza al producirse falla por fatiga del material.

Con el fin de facilitar el análisis para las diferentes consideraciones de diseño del contacto leva palpador, la figura 5.12 muestra para las leyes de desplazamiento diseñadas por curvas de Bézier de grados $n = 5$, $n = 7$ y $n = 9$, la variación del esfuerzo efectivo de Von Mises, mostrando su valor para diferentes valores de radio primario de la leva R_o y variaciones del radio del rodillo R_r del palpador. Este esfuerzo se calcula en el punto de mayor esfuerzo aplicado en la superficie.

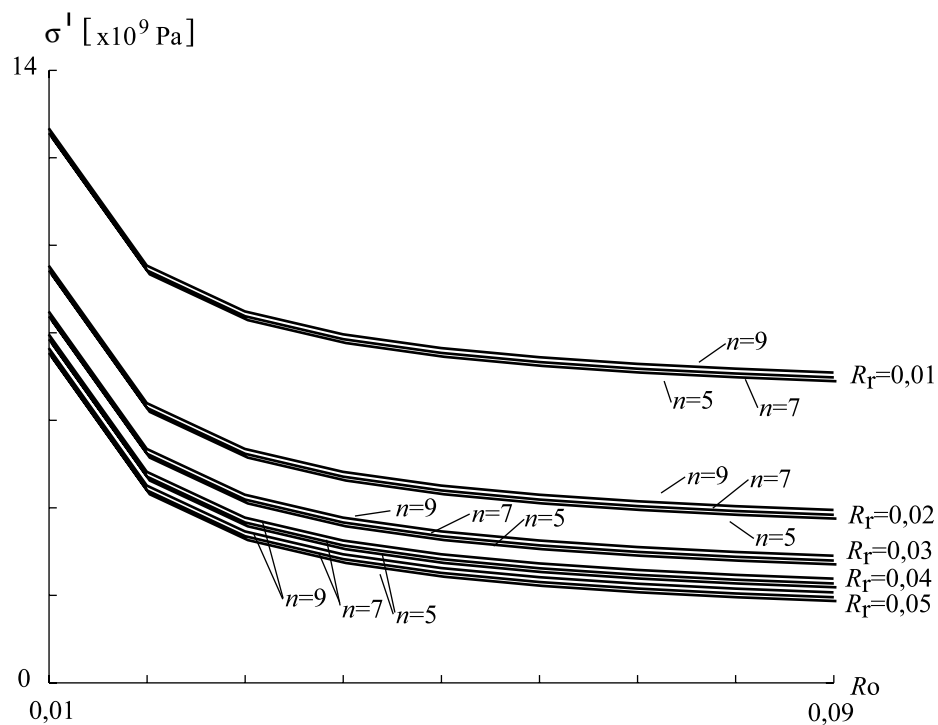


Figura 5.12 Comparación de la variación del esfuerzo efectivo de Von Mises respecto al radio primario de la leva y para diferentes valores de radio de rodillo. R_o de valores similares a los valores del R_r

La figura 5.12 muestra los esfuerzos efectivos para valores de radios primarios de la leva del mismo orden que los valores del radio del rodillo. Se observa una variación decreciente del esfuerzo efectivo generado en el contacto a medida que va aumentando el valor del radio primario, esto ocurre indistintamente para cada uno de los grados de las curvas de Bézier de la ley de desplazamiento.

Se observa que el contacto leva palpador con valores de radio primario de la leva y valores de radio de rodillo similares ocasionan esfuerzos efectivos mayores que los que ocurren cuando el radio primario de la leva tiene un valor mayor; para las condiciones del ejemplo se tiene que valores de radio primario de la leva del orden de 0,01m y radios de rodillo de 0,05m producirán mejores consideraciones de diseño (menores valores de esfuerzo) que las que se presentan con un radio de rodillo menor (0,01m), la figura muestra que a medida que va aumentando el radio primario de la leva los valores del esfuerzo efectivo tienden a disminuir hasta finalmente llegar a un valor asintótico que corresponde a un radio infinito para el caso de la leva con superficie plana.

Con el fin de obtener nuevos criterios de comparación para el diseño de los sistema leva palpador desde el punto de vista del estudio del contacto, se analiza los esfuerzos y la deformación para el caso en que la profundidad (espesor) de la leva aumenta, teniendo como datos los mismos del ejemplo anterior con la consideración del aumento de la profundidad de $l = 0,01\text{m}$ a $l = 0,1\text{m}$.

Se tiene según las figuras 5.13, 5.14 y 5.15 que el comportamiento de los esfuerzos en la superficie en la dirección x , esfuerzo en la superficie en la dirección z y el esfuerzo cortante presentan un comportamiento similar al de las figuras 5.6, 5.7 y 5.8, presentando variaciones solo en el rango de los valores de los esfuerzos; esto indica que la variación de la profundidad de la leva no influye sobre la forma del comportamiento de los esfuerzos durante el tramo de unión, pero si en el rango de los valores obtenidos, pues en términos generales se disminuye el valor del esfuerzo al aumentar la profundidad de la leva, esto es de esperar pues el área de contacto ahora es mayor.

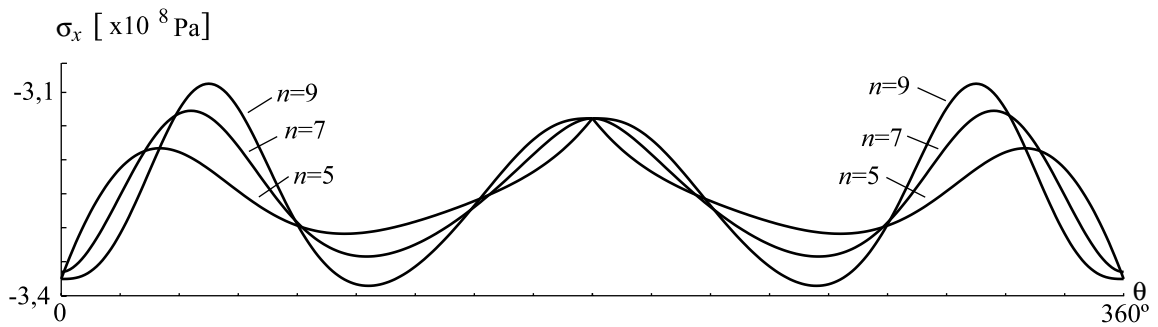


Figura 5.13 Comparación de la variación del esfuerzo en la superficie en la dirección x para los grados $n = 5$, $n = 7$ y $n = 9$ para el valor de $l = 0,1m$

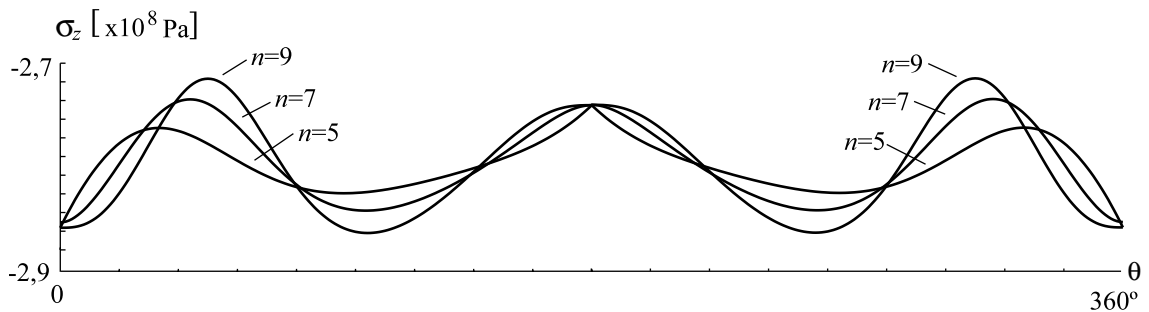


Figura 5.14 Comparación de la variación del esfuerzo en la superficie en la dirección z para los grados $n = 5$, $n = 7$ y $n = 9$ para el valor de $l = 0,1m$

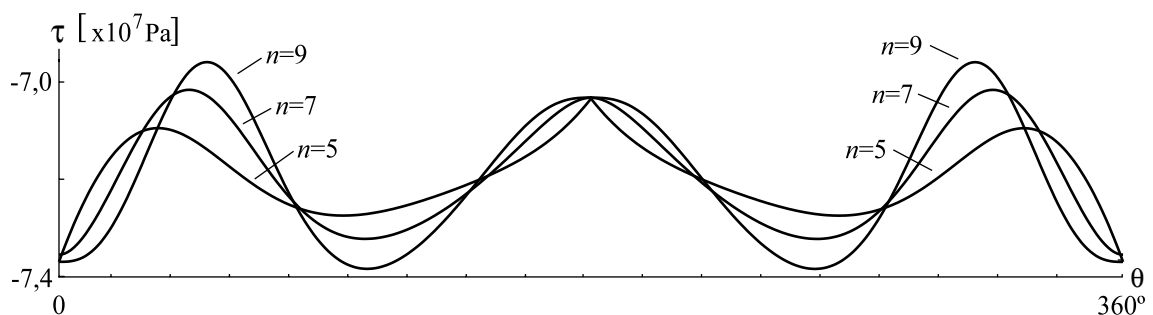


Figura 5.15 Comparación de la variación del esfuerzo cortante en la superficie para los grados $n = 5$, $n = 7$ y $n = 9$ para el valor de $l = 0,1m$

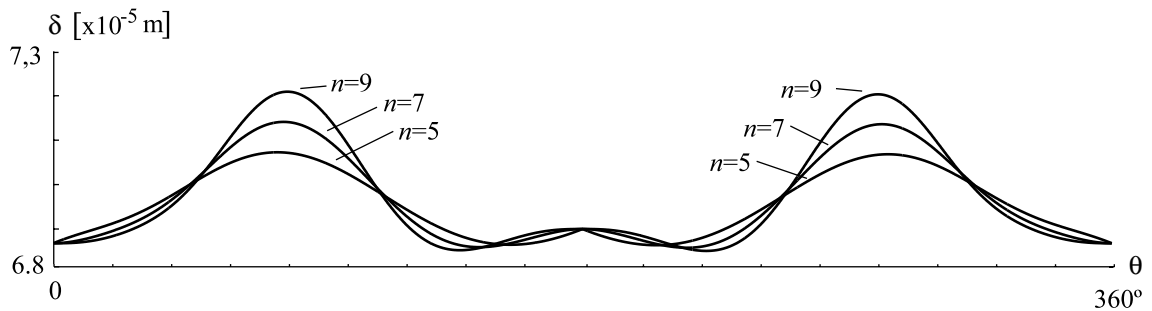


Figura 5.16 Comparación de la variación de la deformación en la dirección normal del contacto para los grados $n = 5$, $n = 7$ y $n = 9$ para el valor de $l = 0,1m$

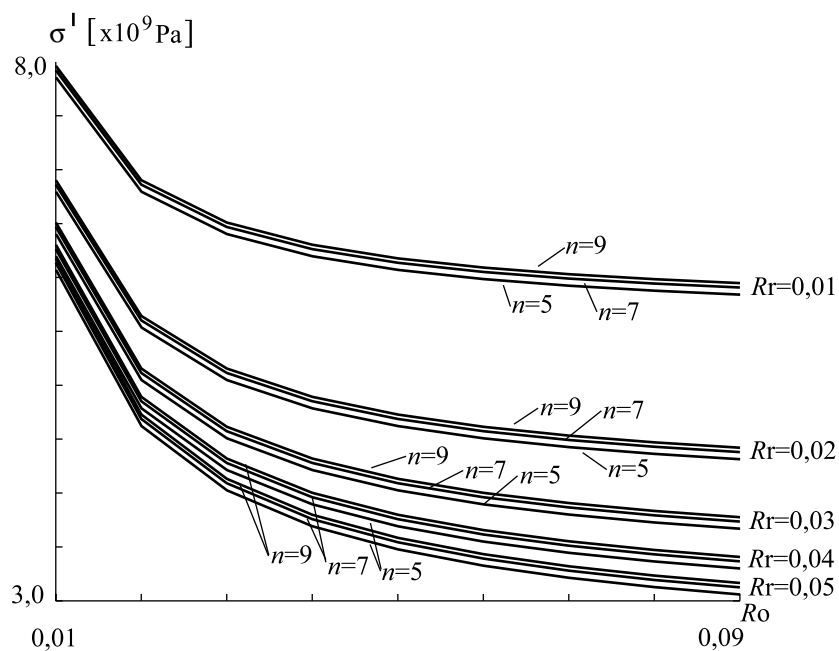


Figura 5.17 Comparación de la variación del esfuerzo efectivo de Von Mises respecto al radio primario de la leva y para diferentes valores de radio de rodillo con $l = 0,1m$

Según se observa en las figuras 5.6, 5.7 y 5.8 de los esfuerzos localizados en las superficie y en la figura 5.17 del esfuerzo efectivo de Von Mises, las curvas de Bézier de grado $n = 9$ son las que presentan la mayor variación de esfuerzos en el tramo de unión y mayores valores de esfuerzo efectivo, lo que puede repercutir según se mencionó anteriormente, en un aumento

de posibilidad de ocasionarse falla por fatiga del material. Por lo tanto se puede considerar que las leyes de desplazamiento diseñadas por curvas de Bézier de grado $n = 9$ tienen desventaja de diseño respecto a los otros dos tipos de grados de curva en estudio y que las curvas de Bézier de grado $n = 5$ utilizadas en el diseño de leyes de desplazamiento, aunque igualmente presentan variaciones de sus esfuerzos, se pueden comportar mejor para las consideraciones de falla por fatiga del material, pero la discontinuidad presente en el valor de $\beta = 180^\circ$ debido a la continuidad C^2 (figuras 3.3 y 3.4) de la curva, puede ocasionar comportamientos indeseados de vibraciones y por lo tanto un deterioro rápido del sistema leva palpador. Por otra parte según se observa las leyes de desplazamiento diseñadas por curvas de Bézier de grado $n = 7$ se encuentran en un punto intermedio de diseño entre los dos tipos de curvas anteriores.