

CAPITULO 1:
INTRODUCCIÓN

1. INTRODUCCIÓN.

1.1 La calidad en el diseño del producto.

Cada vez se generaliza más la idea de que la calidad de un producto debe cuidarse especialmente en las primeras etapas de su desarrollo, ya que es en ese momento, cuando se pueden evitar más problemas y de forma más económica, (Deming 1989), (Juran 1990).

Ishikawa (1984) dividió la evolución del control de calidad en tres generaciones. Dicha división puede representarse mediante un gráfico (figura 1.1) ya clásico en la bibliografía del Control de Calidad (Kackar 1985).

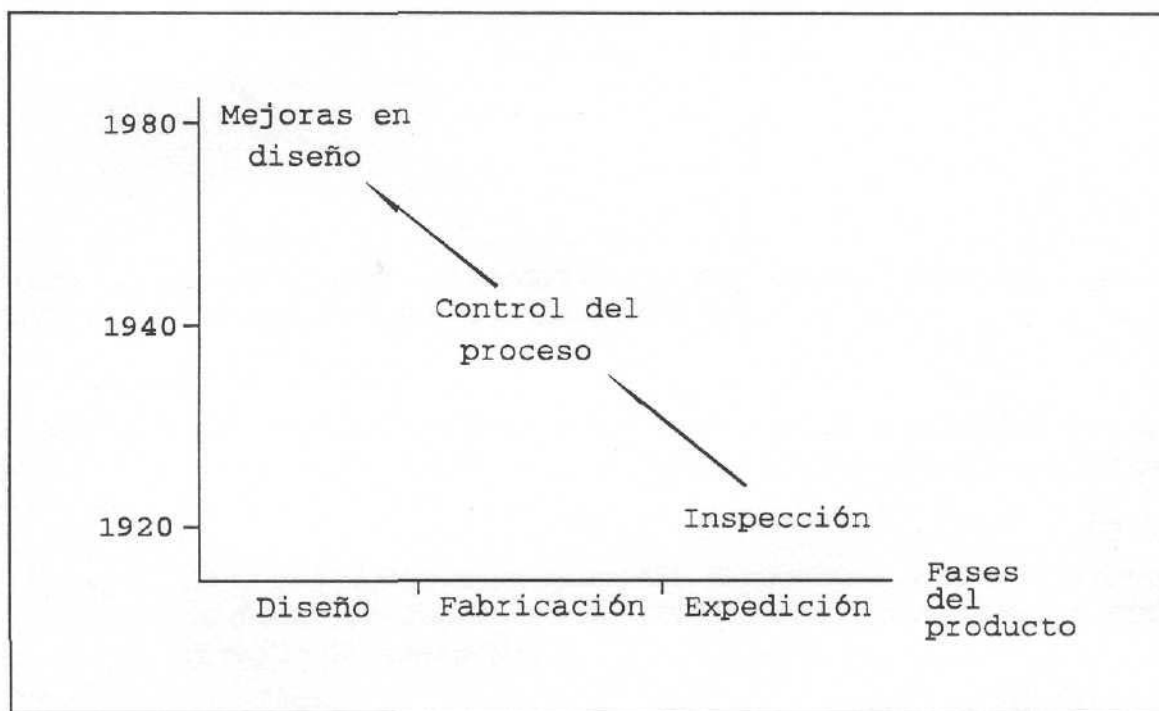


Figura 1.1: Evolución del Control de Calidad según Ishikawa.

La inspección pretende separar los productos defectuosos antes de que lleguen al cliente, pero no mejora la calidad del producto. Además, garantizar la calidad mediante este procedimiento, aumenta los costes y resta competitividad a la empresa que lo practica.

El control de procesos reduce los problemas de fabricación y en muchos casos evita

que los defectos lleguen a producirse, pero también aumenta los costes y exige atención y cuidados en el proceso productivo.

Los esfuerzos en asegurar la calidad del producto en su fase de diseño (del propio producto o del proceso productivo) resultan ser los más eficaces y rentables. Mediante métodos de producción adecuados puede asegurarse que el producto sea correcto aún fabricado con materiales y en condiciones poco favorables. Asimismo, pueden conseguirse diseños de productos que mantengan un alto nivel de calidad aunque sus condiciones de uso no sean las óptimas (o nominales) (Taguchi 1986).

La aplicación de determinadas técnicas de experimentación para la optimización de productos y procesos está siendo en los últimos años uno de los elementos de progreso más espectaculares para asegurar la calidad ya en la fase de diseño. (Pueden leerse comentarios en este sentido en: Box (1986), Clausing (1990), Kackar (1985), Ross (1988), Lin (1990) y Wu (1987), entre otras publicaciones).

1.2 Estrategias de experimentación para optimizar las características de un producto.

Cualquier característica de calidad de un producto que sea cuantitativa (humedad, densidad, dimensión, dureza, peso, ...) puede ser entendida, en primera aproximación¹, como una variable que mediante una relación funcional, depende de un conjunto de factores que denominaremos "factores de diseño" tal como se indica en la figura 1.2.

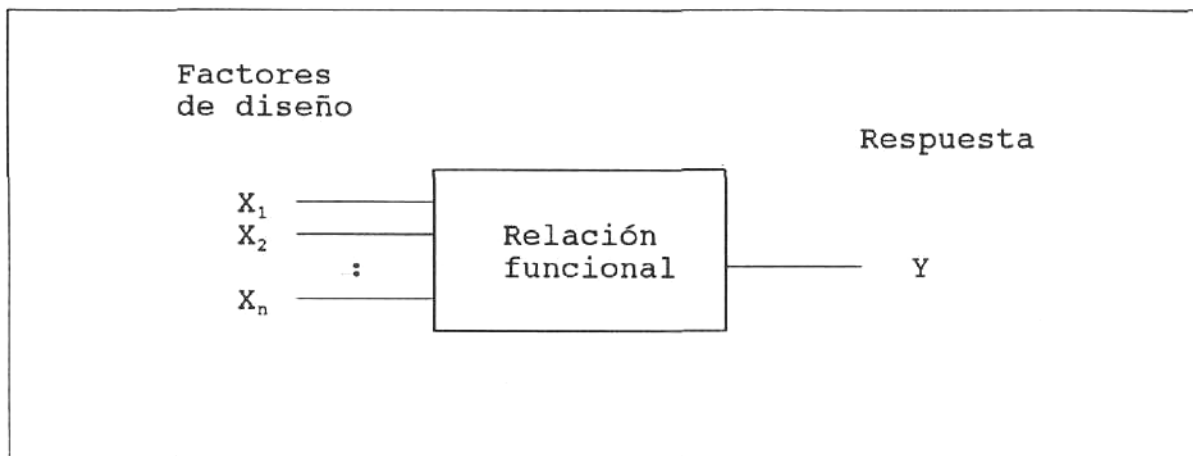


Figura 1.2: Una característica de calidad (respuesta) puede ser explicada, en primera aproximación, en función de unos factores de diseño.

Si se conoce dicha relación funcional, la optimización de la característica de calidad es un problema fácilmente resoluble por métodos analíticos, pero en la práctica se presentan 3 grandes dificultades:

- a) La relación funcional no se conoce, ni tampoco cuales son los factores de diseño que pueden afectar a la respuesta, y a veces ni tan siquiera la región de operabilidad.
- b) La relación funcional es complicada.
- c) La deducción de la relación funcional (o mejor dicho, de una aproximación a la misma que nos resulte útil) no puede ser abordada "de cualquier forma", sino que en la práctica resulta obligado seguir determinadas estrategias de experimentación conocidas con el nombre

¹En este apartado se hace caso omiso de los factores de ruido. Estos se describen y analizan en los próximos apartados.

de "diseños factoriales".

Un sencillo ejemplo nos permitirá ¡ilustrar las ideas básicas de la metodología que se utiliza en la experimentación mediante diseños factoriales.

Sea un circuito de la forma:

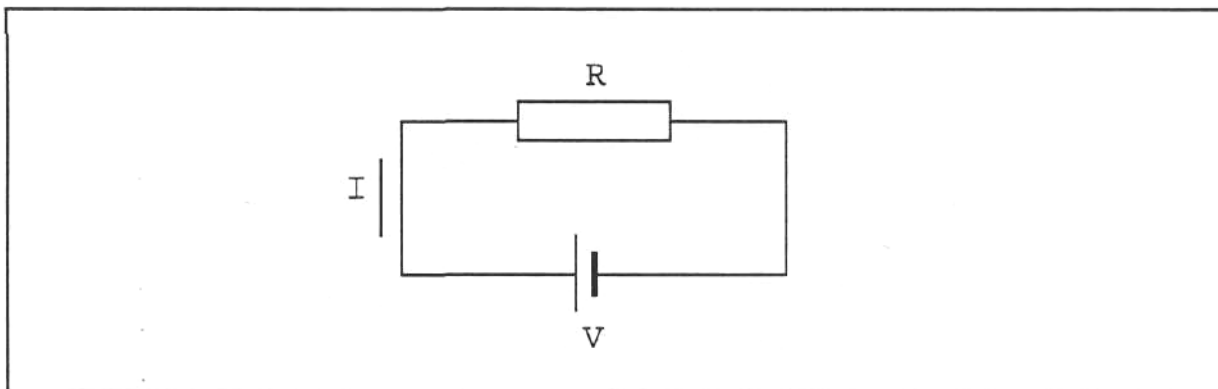


Figura 1.3: Circuito con resistencia.

En el que V es una diferencia de potencial, R una resistencia e I la intensidad que circula por el circuito.

Supongamos que la característica de calidad es la intensidad, mientras que V y R son los factores de diseño. En este caso la relación funcional es bien conocida (ley de Ohm) y viene dada por la fórmula:

$$I = \frac{V}{R}$$

Si deseamos maximizar I , sabemos que debemos colocar V en el valor más alto posible y R en el más bajo.

Así, si V puede variar entre 6 y 9 voltios y R entre 2 y 4 ohmios, los valores ideales de estos factores (factores de diseño) serán 9 V y 2 Ω . La figura 1.4 muestra la superficie que representa la relación entre I y V , R en la que obviamente el máximo de I se da para los valores citados de V y R .

Si la relación entre nuestra respuesta y los factores que en ella influyen fuera desconocida, esta podría deducirse mediante la experimentación, y si la realización de un experimento no tuviera coste (o este se pudiera considerar despreciable), la estrategia de experimentación no sería un tema importante ya que podríamos reproducir la forma de la superficie de respuesta a base de experimentar en una gran variedad de condiciones de los factores de diseño.

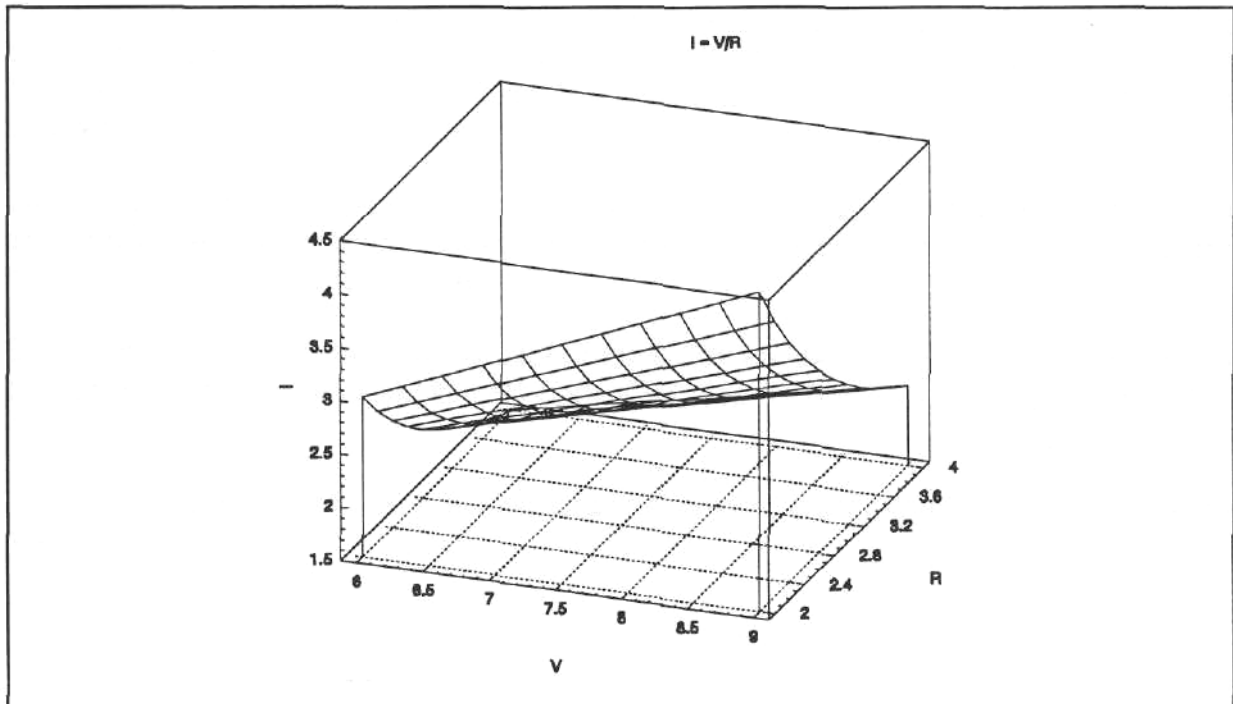


Figura 1.4: Superficie que representa la relación entre V y R, con I.

Sin embargo, en la práctica, la experimentación representa una inversión importante en tiempo y dinero, de forma que será un objetivo fundamental el plantear estrategias que proporcionen la máxima información con el mínimo número de experimentos.

La metodología de experimentación más eficaz se basa en 2 principios básicos (Box 1978):

- a) **La experimentación secuencial**, que consiste en ir planificando nuevos experimentos en función de los resultados obtenidos en experimentos anteriores. Naturalmente, la primera etapa se diseña sin resultados previos, pero esta no debe representar, en general, más de un 25 % de los recursos disponibles para la experimentación.
- b) **Mover todos los factores a la vez (diseños factoriales)**, frente a la alternativa de ir moviendo las variables de una en una (diseños clásicos).

Los diseños factoriales, a base de ir explorando secuencialmente diversas zonas de la superficie de respuesta, presentan numerosas ventajas, y permiten llegar al óptimo con menos experimentos que en diseños clásicos (Box 1978), (Box 1987).

En general, si lo que se pretende es llegar a un óptimo, no es necesario conocer la relación funcional entre la respuesta y los factores de diseño, bastará con deducir cual es la combinación de valores de los factores que optimizan la respuesta.

En el caso del sencillo ejemplo que hemos planteado, para la aplicación de la técnica de los diseños factoriales se asignan a cada factor 2 valores distintos (denominados "niveles") y se realizan los 4 experimentos que corresponden a las 4 posibles combinaciones de niveles de los 2 factores.

La asignación de valores a cada nivel puede depender de los resultados obtenidos anteriormente o, al inicio de la experimentación, de los conocimientos previos sobre el comportamiento de la respuesta.

En nuestro caso, simularemos la experimentación en los valores extremos del rango de variación de los factores, fijando para V valores de 6 y 9 voltios, y para R de 2 y 4 Ω .

De esta forma se obtendría, prescindiendo del posible error experimental, el siguiente resultado²:

V	R	I
-	-	3.00
+	-	4.50
-	+	1.50
+	+	2.25

El cálculo de los efectos conduce a los siguientes valores:

$$v = 1.125$$

$$R = -1.875$$

$$VR = -0.375$$

obteniéndose además que:

$$\text{Media} = 2.8125$$

Cada efecto representa el cambio que se produce en la respuesta al pasar el factor (o interacción) correspondiente del nivel "-" al nivel "+".

Por tanto, puede plantearse el modelo de regresión:

²En este tipo de diseños "a 2 niveles", cada factor toma sólo 2 valores diferentes, y los signos "-" y "+" corresponden a los valores "bajo" y "alto" respectivamente de cada uno de los factores.

$$I = 2.8125 + 0.5625 V - 0.9375 R - 0.1875 VR \quad [1.1]$$

en el que los coeficientes de la ecuación (variación en la respuesta al variar en una unidad la variable regresora) son la mitad de los correspondientes efectos (variación de la respuesta al variar en 2 unidades (de -1 a +1) el factor correspondiente).

Por otra parte, este es un modelo en el que las variables deben introducirse codificadas de acuerdo con los valores asignados a cada uno de los niveles. Puede deducirse fácilmente que la transformación a realizar para codificarlas es:

$$X_c = -1 + 2 \left(\frac{X - X_{(-)}}{X_{(+)} - X_{(-)}} \right)$$

Siendo:

- X_c : Valor de la variable codificada
- X : Valor de la variable a codificar
- $X_{(-)}$: Valor de la variable a nivel "-"
- $X_{(+)}$: Valor de la variable a nivel "+"

Aplicando esta transformación a los valores de V y R de la ecuación [1.1] se obtiene la siguiente ecuación correspondiente a valores de V y R sin codificar:

$$I = \frac{3}{4} V - \frac{1}{8} VR \quad [1.2]$$

Puede comprobarse que esta ecuación permite obtener los valores exactos de I para los pares de valores (V,R) con que se ha experimentado. Sin embargo, para valores de R comprendidos entre 2 y 4 el resultado obtenido es mayor al real, ya que la ecuación resultante corresponde al plano que pasa por los puntos I(6,2), I(9,2), I(6,4), I(9,4).

Las figuras 1.5 y 1.6 muestran la superficie de respuesta obtenida mediante la experimentación y su diferencia respecto a la real.

El error se produce debido a que mediante un diseño a 2 niveles sólo se estiman relaciones lineales y obtenemos una aproximación polinómica a la función real en la que sólo existen términos lineales e interacciones (productos) de estos. La aproximación es del tipo de la que se obtendría descomponiendo la función real en

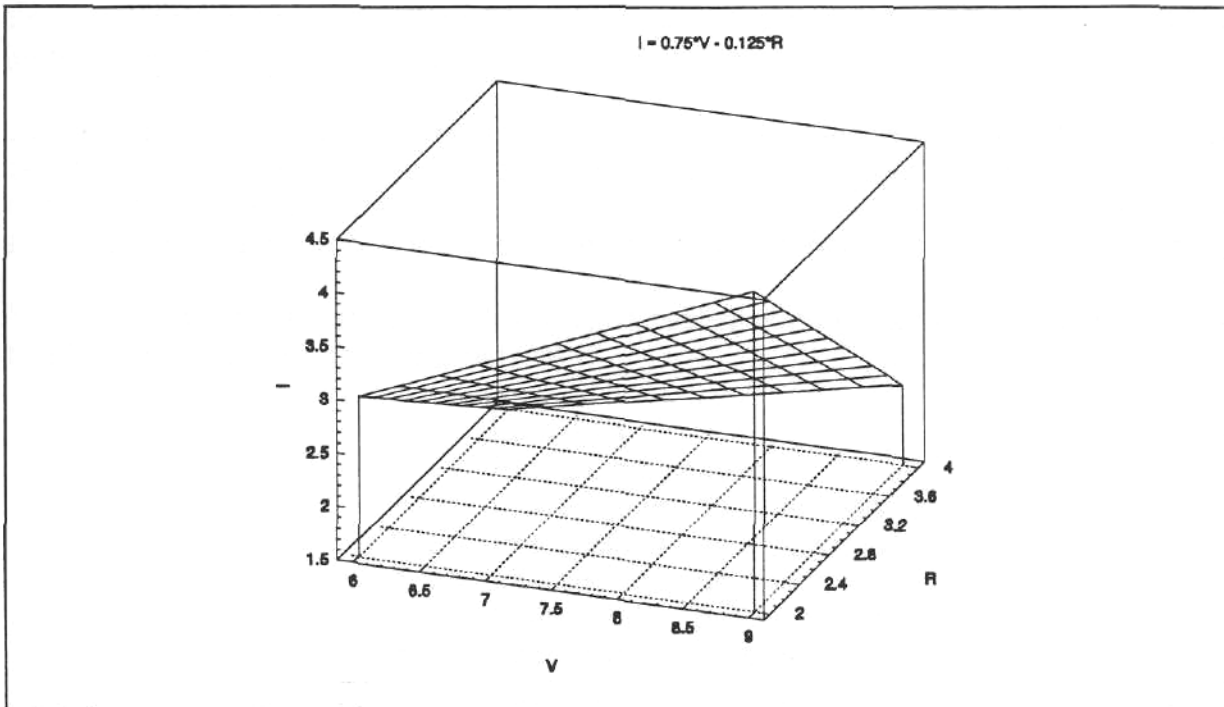


Figura 1.5: Superficie que representa la relación entre I y V, R obtenida a partir de un diseño 2^2 .

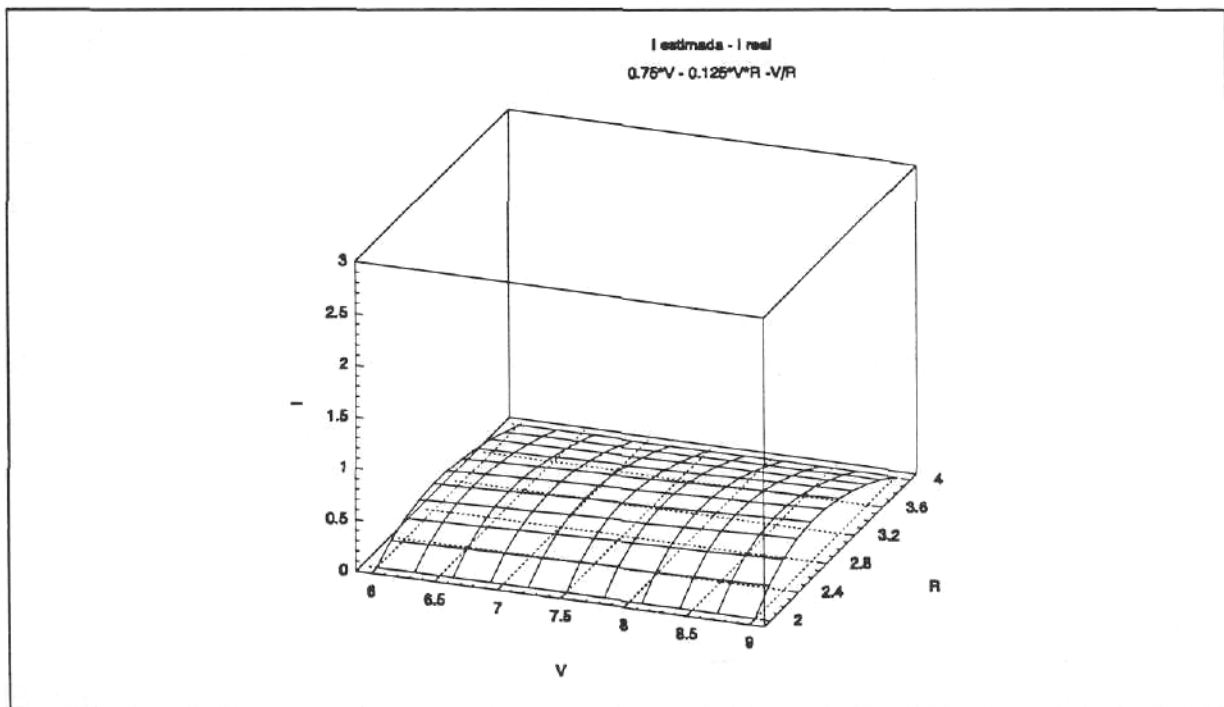


Figura 1.6: Diferencia entre la I estimada mediante un diseño 2^2 y la real.

Serie de Taylor hasta las derivadas de segundo orden sin el término cuadrático (aunque no es exactamente la misma, ver Apéndice 1).

Los diseños factoriales a 2 niveles se designan con la notación 2^k , siendo 2 el número de niveles y k el de factores. En principio, el número de experimentos a realizar es el que indica esta potencia. Sin embargo, cuando el número de factores aumenta no es necesario realizar todos los experimentos para obtener la información deseada.

Así, si el número de factores es 7 ($k = 7$), la realización de los 128 experimentos del diseño completo nos permitiría estimar:

- * La media
- * 7 Efectos principales.
- * 21 Interacciones de 2 factores.
- * 35 Interacciones de 3 factores.
- * 35 Interacciones de 4 factores.
- * 21 Interacciones de 5 factores.
- * 7 Interacciones de 6 factores.
- * 1 Interacción de 7 factores.

Pero en general, las interacciones de 3 o más factores pueden considerarse despreciables³ y por tanto, ya que no nos interesa estimar 128 parámetros, tampoco será necesario realizar los 128 experimentos.

En estos casos se plantea lo que se denomina "**diseños factoriales fraccionales**" que consisten en una parte ("fracción") del diseño completo, y se identifican con la notación: 2^{k-p} .

Así, en el caso de estudiar los efectos de 7 factores podremos utilizar, por ejemplo, un diseño 2^{7-3} en el que sólo se necesitan realizar 16 experimentos ($2^{7-3} = 16$).

Para construir un diseño con estas características se parte de un diseño 2^4 y se asignan los 3 factores restantes a interacciones, tal como se indica en la tabla 1.1.

Si, por ejemplo, se asignan los factores E, F, y G a las interacciones ABC, BCD y ACD se obtendrá el diseño 2^{7-3} deseado, y los **generadores** del mismo serán:

$$\begin{aligned} E &= ABC \\ F &= BCD \\ G &= ACD \end{aligned} \quad [1.3]$$

El hecho de haber escogido estos generadores implica que al realizar cada

³Equivale a despreciar los términos correspondientes a las derivadas de tercer orden en la aproximación por Serie de Taylor.

experimento elemental los niveles de los factores E, F y G se escogerán tal como indican los signos de las columnas ABC, BCD y ACD.

El realizar esta asignación introduce una confusión en los efectos estimados. Así, el efecto del factor E está confundido con la interacción ABC, el F con BCD y el G con ACD.

El hecho de elegir unos u otros generadores implica crear unas u otras confusiones y por tanto en la selección de estos debe tenerse en cuenta las confusiones que se presentarán.

	A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD	E ABC	ABD	G ACD	F BCD	ABCD
1	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	-	-	-	-	+
2	+	-	-	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	-	-
3	-	+	-	-	-	+	+	-	-	+	+	+	-	+	-
4	+	+	-	-	+	-	-	-	-	+	-	-	+	+	+
5	-	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	+	-
6	+	-	+	-	-	+	-	-	+	-	-	+	-	+	+
7	-	+	+	-	-	-	+	+	-	-	-	+	+	-	+
8	+	+	+	-	+	+	-	+	-	-	+	-	-	-	-
9	-	-	-	+	+	+	-	+	-	-	-	+	+	+	-
10	+	-	-	+	-	-	+	+	-	-	+	-	-	+	+
11	-	+	-	+	-	+	-	-	+	-	+	-	+	-	+
12	+	+	-	+	+	-	+	-	+	-	-	+	-	-	-
13	-	-	+	+	+	-	-	-	-	+	+	+	-	-	+
14	+	-	+	+	-	+	+	-	-	+	-	-	+	-	-
15	-	+	+	+	-	-	-	+	+	+	-	-	-	+	-
16	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

Tabla 1.1: Matriz de un diseño 2^{7-3} a partir de un 2^4 .

Además, las confusiones comentadas no son las únicas que se presentan, ya que las columnas formadas al multiplicar los signos de las columnas ABCE, BCDF y ACDG están íntegramente formadas por signos +. Si llamamos I (identidad) a las columnas formadas únicamente por signos + tendremos que:

$$I = ABCE = BCDF = ACDG \tag{1.4}$$

Si además se tiene en cuenta que al multiplicar entre si dos columnas formadas por signos + se obtiene una nueva columna formada íntegramente por signos +, a partir de [1.4] se puede obtener, por multiplicación entre ellos, la relación de todos los efectos estimados en la columna I.

$$I = ABCE = BCDF = ACDG = ADEF = BDEG = ABFG = CEFG$$

Esta relación se denomina **relación de definición** ya que es la que define totalmente las confusiones que se han introducido en el diseño.

Multiplicando por A todas las palabras (miembros de la relación de definición) se obtienen todos los efectos confundidos con el efecto principal del factor A. Multiplicando por B se obtienen todos los efectos confundidos con el efecto principal del factor B, etc.

Procediendo de esta forma se puede hallar la llamada **estructura de alias**⁴ que pone de manifiesto todas las confusiones introducidas en el diseño. La tabla 1.2 muestra la estructura de alias para los efectos principales del diseño 2^{7-3} con los generadores indicados en [1.3]. Análogamente se podría obtener el patrón de las interacciones de todo tipo.

$$\begin{aligned}
 I_1: & \text{media} + ABCE + BCDF + ACDG + ADEF + BDEG + ABFG + CEFG \\
 I_1: & A + BCE + CDG + DEF + BFG + ABCDF + ABDEG + ACEFG \\
 I_2: & B + ACE + CDF + DEG + AFG + ABCDG + ABDEF + AEFG \\
 I_3: & C + ABE + BDF + ADG + EFG + ACDEF + BCDEG + ABCFG \\
 I_4: & D + BCF + ACG + AEF + BEG + ABCDE + ACDFG + CDEFG \\
 I_5: & E + ABC + ADF + BDG + CFG + BCDEF + ACDEG + ABEFG \\
 I_6: & F + BCD + ADE + ABG + CEG + ABCEF + ACDFG + BDEFG \\
 I_7: & G + ACD + BDE + ABF + CEF + ABCEG + BCDFG + ADEFG
 \end{aligned}$$

Tabla 1.2: Estructura de alias para los efectos principales de un diseño 2^{7-3}

Como puede observarse, en este caso los efectos principales están confundidos con interacciones de tercer y quinto orden, mientras que las interacciones de segundo orden están confundidas entre sí.

Como las interacciones de 3 o más factores se consideran en general como no significativas, podemos entender que I_1 es un buen estimador del efecto principal de A, I_2 de B, y así sucesivamente.

Sin embargo, es posible que se presenten ambigüedades al estar confundidas las interacciones de 2 factores. Estas ambigüedades pueden despejarse añadiendo nuevas fracciones al diseño (Box 1978).

El grado de confusión que presenta un diseño fraccional viene definido por su **resolución**. La tabla 1.3 indica qué tipo de confusiones se presentan según sea la resolución del diseño.

⁴En diseños en los que intervienen varios factores y varios generadores, suele ser muy laborioso deducir la estructura de alias. En el Anexo 2 se presenta un sencillo método basado en el uso de hojas de cálculo para PC.

Resolución	Confusiones
III	Efectos principales con interacciones de 2.
IV	Efectos principales con interacciones de 3. Interacciones de 2 entre sí.
V	Efectos principales con interacciones de 4. Interacciones de 2 con interacciones de 3.

Tabla 1.3: Tipo de confusiones que se presentan según sea la resolución de un diseño (casos más habituales).

Por tanto, el diseño 2^{7-3} descrito anteriormente es de resolución IV, y se nota de la forma: 2^{7-3}_{IV} .

En el libro de G.E.P. Box, W.S. Hunter y J.S. Hunter, "Statistics for Experimenters" (1978) (existe versión castellana, Ed. Reverte, 1988), se presenta una clara y detallada exposición, basada en el desarrollo de casos prácticos, de los conceptos y metodología de aplicación de las técnicas de experimentación mediante diseños factoriales.

1.3 Concepto de Producto Robusto. Tipos de Ruido.

Puede plantearse el concepto de calidad desde dos puntos de vista distintos y a la vez complementarios:

- * Calidad, de puertas afuera de la empresa: Consiste en satisfacer las necesidades y expectativas de los clientes.
- * Calidad, de puertas adentro: Consiste en cumplir con las especificaciones marcadas, con la mínima variabilidad en torno a los valores nominales.

Naturalmente, una de las tareas a desarrollar en la empresa será transformar las necesidades y expectativas de los clientes en especificaciones de los productos.

De acuerdo con el concepto de calidad "de puertas adentro", uno de los objetivos básicos será minimizar la variabilidad de las características funcionales. Esta variabilidad puede ser debida a 3 causas básicas:

- * **Ruido (variabilidad) externo:** Debido a variaciones en las condiciones ambientales de utilización del producto: Temperatura, humedad, polución, vibraciones.....
- * **Ruido interno:** Variabilidad en las características del producto debido a su envejecimiento, deterioro con el tiempo, etc.
- * **Ruido en la Producción:** Debido a la capacidad de las máquinas y procesos de producción.

Se denominan **productos robustos** aquellos que han sido diseñados de tal forma que mantienen sus características de calidad con un mínimo nivel de variabilidad aunque estén sometidos a variabilidad externa (ruido ambiente), variabilidad interna (deterioro) o variabilidad en los procesos de producción.

A lo largo de las etapas de desarrollo de un nuevo producto, es posible tomar contramedidas contra cada una de las causas de variabilidad.

Así, en la fase de producción es posible tomar medidas para minimizar la variabilidad aplicando las técnicas adecuadas de control estadístico de procesos.

En el diseño del proceso de producción también se pueden tomar medidas contra la variabilidad en la producción, a base de escoger máquinas con la mínima capacidad.

Sin embargo, sólo en la fase de diseño del producto se pueden tomar medidas contra

cada una de las causas de variabilidad.

En la figura 1.7 (Kackar 1985) se resume en qué fases es posible actuar para minimizar cada una de las causas de variabilidad.

	CAUSAS DE VARIABILIDAD (RUIDO)		
	Externo (Ambiente)	Interno (Deterioro)	Producción (Fabricación)
Diseño del Producto	O	O	O
Diseño del Proceso	X	X	O
Proceso de Producción	X	X	O

O Contramedidas posibles.
X Imposibilidad de contramedidas.

Figura 1.7: Contramedidas posibles en cada una de las fases del desarrollo de un producto.

Por tanto, será especialmente importante cuidar la etapa de diseño del producto para asegurar su calidad. G. Taguchi (1986) divide el diseño de un producto en 3 fases:

- * **Diseño Primario:** Consiste en el diseño conceptual o funcional del producto para responder a una necesidad del mercado.
- * **Diseño Secundario,** o diseño de los parámetros: Consiste en la obtención de los valores nominales óptimos para minimizar la variabilidad de las características de calidad del producto.
- * **Diseño terciario:** Diseño de tolerancias, para garantizar la mínima variabilidad requerida, cuando la variabilidad final del diseño secundario es todavía excesiva.

Invertir en la fase de diseño de los parámetros resulta ser lo más rentable, ya que

aumenta la calidad del producto sin encarecerlo. El diseño de tolerancias debe ser siempre el último recurso ya que obliga a trabajar con materias primas de mayor calidad y, por tanto, más caras.

1.4 Diseño de productos robustos. Estado de la cuestión.

1.4.1 Distintos enfoques del problema.

Las técnicas de diseño de productos robustos fueron introducidas por G. Taguchi (1984,1986), con una metodología eminentemente "práctica" enfocada directamente a la resolución de problemas.

De esta forma, Taguchi dio nombre al método más conocido y utilizado, aunque se han presentado críticas a los aspectos estadísticos y metodológicos de este planteamiento, y se han propuesto alternativas como las de Box (1986), Maghsoodloo (1990), Ryan (1988), Shoemaker (1991), Tort-Martorell (1985), Tribus (1989) y Wu (1987).

A continuación se resume el Método de Taguchi a partir de una de sus publicaciones más clásicas (Taguchi 1986), y una reciente metodología alternativa, que parte de un nuevo enfoque del problema, y que está basada en el contenido de la Tesis Doctoral de Stephen Jones, dirigida por el profesor G. Box (Jones 1990).

1.4.2 Método de Taguchi.

1.4.2.1 Descripción del Método.

Las aportaciones de Genichi Taguchi a la ingeniería de la calidad son unánimemente reconocidas como una de las más importantes en los últimos tiempos (Box 1988). (Kackar 1985), (Ross 1988). A él se deben las primeras ideas en torno a conseguir el aseguramiento de la calidad de un producto centrandolo esfuerzos especialmente en su fase de diseño, tal como se ha comentado en el apartado 1.2.

Esquemáticamente, esta metodología puede resumirse en las siguientes etapas:

- a. Identificación de los factores de diseño, de los factores de ruido, y de sus niveles de experimentación.

El diseñador del producto debe identificar las variables que presumiblemente afectan a las características de interés así como a qué niveles conviene experimentar.

Igualmente deberá identificar los factores de ruido y decidir entre que niveles de estos factores se desea que el producto sea insensible.

- b. Construcción de las matrices de diseño (para los factores de control y para los factores de ruido) y planificación del experimento.

Las matrices de diseño tanto para los factores de control como para los de ruido, son, en esencia, del tipo de las comentadas en el apartado 1.2, aunque Taguchi utiliza diseños de su propio 'catálogo', que suelen ser saturados a 2 ó 3 niveles (Bullington 1990).

Los experimentos se realizan para cada una de las condiciones de la matriz de factores de ruido (matriz externa) en cada una de las condiciones de los factores de control (matriz interna), formando la llamada matriz producto. (Véase la figura 1.8).

Así, con 4 factores de diseño y 3 factores de ruido, si se trabaja con diseños factoriales completos a 2 niveles, se deberán realizar un total de $2^4 \cdot 2^3 = 64$ experimentos.

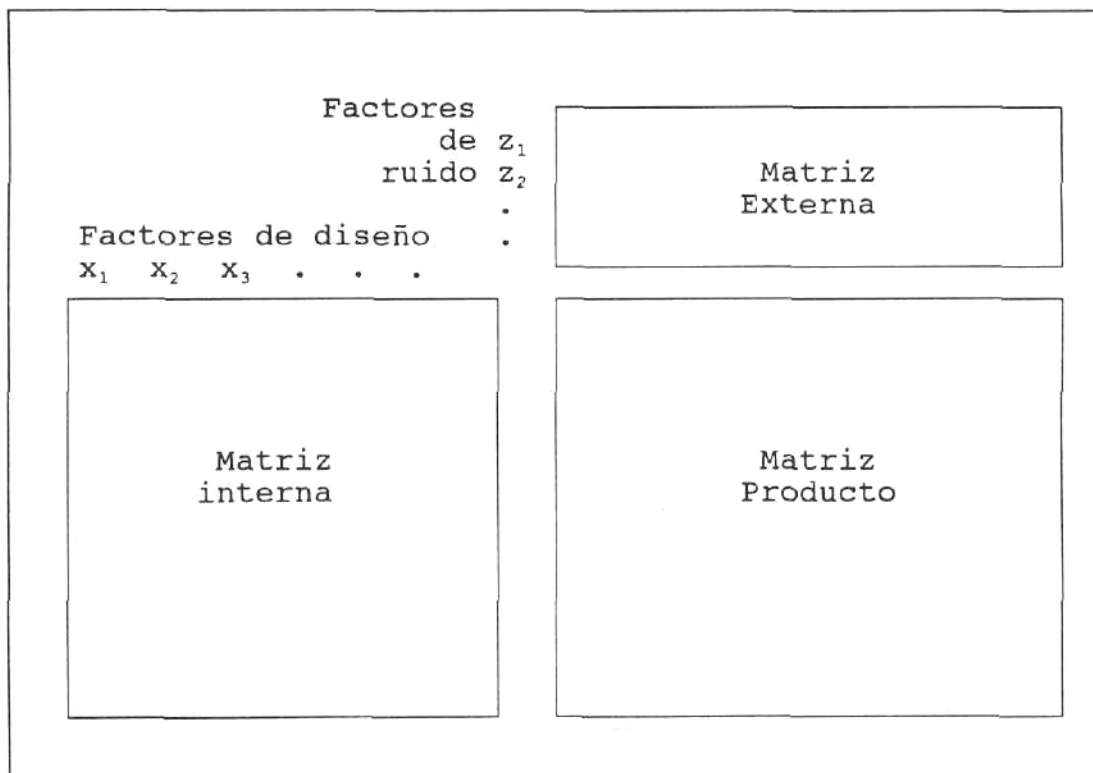


Figura 1.8: Matriz Producto según el plan experimental propuesto por Taguchi.

c. Realizar los experimentos y evaluar el estadístico adecuado.

Una vez obtenidos los resultados experimentales para cada una de las condiciones de la matriz de diseño, se calculan dos estadísticos: la media y el denominado "ratio señal-ruido" (6).

La optimización de los valores de los factores de diseño se resuelve en dos etapas:

- i) Determinar los factores que afectan al ratio señal-ruido y escoger los valores que lo maximizan.
- ii) Seleccionar algún factor que teniendo influencia sobre el nivel de la respuesta tenga un efecto lo menor posible sobre el ratio señal-ruido. Este será el factor que se utilizará para llevar la respuesta al nivel deseado.

Taguchi propone diferentes ratios señal-ruido según sea el objetivo que se persiga. Así, si lo que se pretende es minimizar la respuesta, se deberá trabajar en las condiciones que maximicen:

$$\theta(\underline{x}) = -10 \log \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n}$$

Si el objetivo es que la respuesta sea lo mayor posible, se maximiza:

$$\theta(\underline{x}) = -10 \log \frac{\sum_{i=1}^n (1/y_i)^2}{n}$$

Y si se trata de mantener la respuesta en su valor nominal, se maximizará:

$$\theta(\underline{x}) = 10 \log \frac{\bar{y}^2}{s^2}$$

Siendo:

\underline{x} : Vector que representa una determinada combinación de niveles de los factores de diseño.

- y : Respuesta en la condición i -ésima de la matriz externa.
- n : Número de condiciones experimentales de la matriz externa.
- \bar{y} : Respuesta media para un determinado valor de \underline{x} .
- s^2 : Varianza de las respuestas obtenidas en cada una de las condiciones experimentales definidas por la matriz externa, para un determinado valor de \underline{x} .
- d. Analizar la significación de los efectos.
- Los resultados se analizan mediante tablas de análisis de la varianza. Esta técnica de análisis de la significación de los efectos es uno de los aspectos más controvertidos del Método de Taguchi. Box (1986) (entre otros), ha realizado un detallado análisis crítico sobre este aspecto.
- e. Realización de experimentos confirmatorios.
- Antes de dar definitivamente por bueno el resultado obtenido, Taguchi propone la realización de una serie de experimentos para confirmar que las condiciones obtenidas como óptimas son efectivamente las mejores.

1.4.2.2 Ejemplo de Aplicación.

Uno de los casos más típicos expuestos por Taguchi (1986) como ejemplo de aplicación de su técnica es el que se refiere a la fabricación de un sencillo circuito eléctrico para la medición de resistencias eléctricas, denominado "Puente de Wheatstone". El circuito está representado en la figura 1.9.

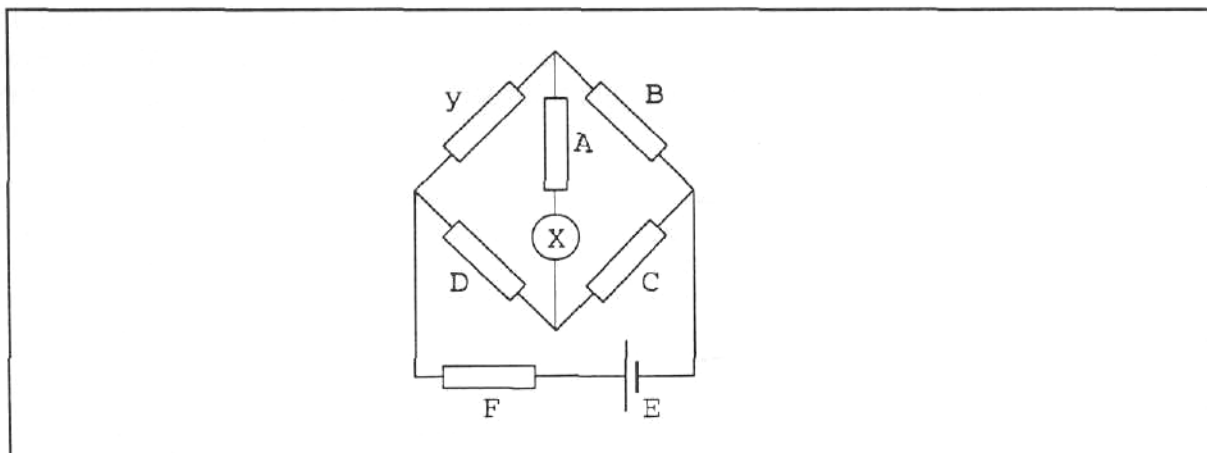


Figura 1.9: Esquema de un Puente de Wheatstone.

La forma de uso de este circuito es la siguiente: se coloca la resistencia desconocida 'y' se mueve la resistencia variable B hasta que no pasa corriente por el amperímetro X. A partir del valor indicado por la resistencia B en ese momento, se puede calcular el valor de y mediante la expresión:

$$y = \frac{BD}{C}$$

El problema termina aquí si se considera que los elementos constructivos del circuito no presentan ninguna variabilidad respecto a su valor nominal (caso de las resistencias A, C, D, F y la fuente de alimentación E), o sus prestaciones (en el caso del amperímetro X y la resistencia variable B).

Como en la práctica sí existirá dicha variabilidad, el problema consiste en determinar cuales son los valores nominales óptimos de los factores de diseño para minimizar la variabilidad de 'y' en torno a su valor real.

En este caso, el primer replanteamiento a realizar es el de la expresión de 'y'. ya que si consideramos que la corriente que pasa por X no es nula cuando el amperímetro marca cero, dicha expresión queda aproximadamente de la forma:

$$y = \frac{BD}{C} - \frac{X}{C^2E} [A(D+C) + D(B+C)] [B(C+D) + F(B+C)]$$

Para el análisis de este caso, se supone que el valor de la resistencia desconocida 'y' es igual a 2 Ω.

La experimentación se realiza con cada factor de diseño fijado a 3 niveles, eligiendo el primer nivel arbitrariamente pero de forma que el nivel 2 es 5 veces el nivel 1 y el nivel 3 está a 5 veces el nivel 2 (tabla 1.4). El experimentar en un amplio rango en esta etapa es típico de la metodología de Taguchi, ya que pretende utilizar componentes baratos.

Factor	Niveles de los factores de diseño		
	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
A(Ω)	20	100	500
C(Ω)	2	10	50
D(Ω)	2	10	50
E(V)	1.2	6	30
F(Ω)	2	10	50

Tabla 1.4: Niveles de los factores de diseño asignados por Taguchi.

Asimismo, para todos los componentes del puente fija unos niveles de ruido tal como se indica en la tabla 1.5.

Factor	Niveles de ruido		
	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
A' (%)	-0.3	0	0.3
B' (%)	-0.3	0	0.3
C' (%)	-0.3	0	0.3
D' (%)	-0.3	0	0.3
E' (%)	-5.0	0	5.0
F' (%)	-0.3	0	0.3
X' (mA)	-0.2	0	0.2

Tabla 1.5: Nivel a que se fijan los factores de ruido para cada uno de los elementos constructivos del Puente de Wheatstone.

Para determinar las combinaciones de niveles de las variables de diseño que utiliza para experimentar (matriz interna), Taguchi recurre a lo que él llama disposición ortogonal L_{36} , la cual indica a qué nivel debe escoger cada factor en cada experimento.

Los niveles de los factores de ruido se adscriben a otra L_{36} separada (matriz externa) igual a la anterior, pero con la diferencia de que en el primer caso se utilizan sólo 5 columnas (5 factores de diseño) y ahora se utilizan 7, ya que la variabilidad afecta a la resistencia variable y al amperímetro además de a los factores de diseño.

La disposición L_{36} externa se aplica a cada uno de los 36 experimentos de la disposición interna. Se tiene de esta forma la matriz producto, con un total de $36 \times 36 = 1296$ combinaciones para cada una de las cuales se calcula el valor de la respuesta 'y'.

Así, por ejemplo, la disposición L_{36} aplicada a este caso, nos indica que en la condición experimental número 5, los factores de diseño deben fijarse a los niveles:

<u>Factor</u>	<u>Nivel</u>	<u>Valor</u>
A	2	100
C	2	10
D	2	10
E	3	30
F	3	50

Pero no se experimentará con estos valores, sino con los resultantes de aplicar cada una de las 36 correcciones que indica la misma disposición aplicada a los factores de ruido.

La condición experimental número 7 que asigna L_{36} corresponde a los niveles:

Factor	Nivel	Corrección
A	1	- 0.3 %
B	1	- 0.3 %
C	2	0
D	3	+0.3 %
E	1	- 5 %
F	2	0
X	3	+0.2 mA

Y, por tanto, para obtener el resultado $y_{5,7}$ (figura 1.10) se experimentará con los valores que se indican en la tabla 1.6.

	Nivel del factor de diseño dado por la matriz interna (condición núm. 5)	Corrección debida al ruido, dada por la matriz externa (condición núm. 7)	Valor del factor para experimentar
A	100	$-0.003 \cdot 100$	99.70
B	-	$-0.003 \cdot 2 \cdot C/D$	$-0.003 \cdot 2 \cdot C/D$
C	10	0	10.00
D	10	$0.003 \cdot 10$	10.30
E	30	$-0.05 \cdot 30$	28.50
F	50	0	50.00
X	-	0.0002	0.0002

Valor medido en estas condiciones :			1.8990

Tabla 1.6: Ejemplo de selección del nivel de los factores en la condición experimental $y_{5,7}$.

Para cada combinación de factores de diseño se tienen 36 resultados experimentales y a partir de ellos puede calcularse el valor medio de la respuesta (\bar{y}), la varianza (s^2) y el ratio señal-ruido [$\theta(\underline{x})$] en cada una de estas combinaciones. Ver figura 1.10.

	1	2	...	7	...	36			
A				1					
B				1					
C				2					
D				3					
E				1					
F				2					
X				3					

	A	C	D	E	F		\bar{y}	$s^2 \cdot 10^4$	$\theta_i(\underline{x})$
1	1	1	1	1	1		2.0000	23.30	32.35
2	2	2	2	2	2		2.0000	85.89	26.68
3	3	3	3	3	3		2.0000	1033.72	15.88
4	1	1	1	2	2		2.0000	8.54	36.71
5	2	2	2	3	3	----- $Y_{5,7}$	2.0000	55.06	28.61
6	3	3	3	1	1		2.0000	7614.26	7.20
7	1	2	3	1	2		2.0000	902.33	16.47
8	2	3	1	2	3		1.9999	2006.37	13.00
9	3	1	2	3	1		2.0000	62.48	28.06
10	1	3	2	1	3		2.0000	1250.59	15.05
11	2	1	3	2	1		2.0000	906.34	16.45
12	3	2	1	3	2		2.0000	111.48	25.55
13	1	3	1	3	2		1.9999	1.19	45.27
14	2	1	2	1	3		2.0002	271424.5	-8.32
15	3	2	3	2	1		2.0000	1392.00	14.58
16	1	3	2	1	1		1.9999	50.25	29.01
17	2	1	3	2	2		2.0000	8155.13	6.91
18	3	2	1	3	3		2.0000	1362.90	14.68
19	1	1	3	3	3		2.0000	285.19	21.47
20	2	2	1	1	1		1.9999	732.82	17.37
21	3	3	2	2	2		2.0000	1606.28	13.96
22	1	2	3	3	1		2.0000	0.42	49.82
23	2	3	1	1	2		1.9999	112538.1	5.51
24	3	1	2	2	3		2.0002	262976.2	-8.18
25	1	2	1	2	3		2.0000	73.45	27.36
26	2	3	2	3	1		1.9999	1.32	44.83
27	3	1	3	1	2		2.0010	4938166.	-2 .91
28	1	2	2	2	1		2.00 0	1. 6	45.75
29	2	3	3	3	2		2.0000	4.16	39.83
30	3	1	1	1	3		2.0003	2029079.	-17.05
31	1	3	3	2	3		2.0000	197.83	23.06
32	2	1	1	3	1		2.0000	1.03	45.88
33	3	2	2	1	2		2.0000	48795.12	-0.86
34	1	1	2	3	2		2.0000	1.32	44.83
35	2	2	3	1	3		2.0001	234138.9	-7.67
36	3	3	1	2	1		1.9999	6410.61	7.95

Figura 1.10: Respuesta media, varianza y ratio señal-ruido, en cada una de las condiciones de la matriz de diseño.

El análisis de la varianza realizado por Taguchi pone de manifiesto que todos los factores son significativos y observando los resultados obtenidos (fig 1.10) puede comprobarse que en la condición experimental número 22, correspondiente a la combinación: A₁, C₂, D₃, E₃ y F₁ se obtiene el valor máximo del ratio señal-ruido (8 = 49.82).

Sin embargo, los 36 experimentos realizados son sólo una fracción del diseño completo, que con 5 factores a 3 niveles incluiría un total de $3^5 = 243$ condiciones experimentales distintas.

Como es muy posible que el óptimo encontrado para la fracción realizada no coincida con el óptimo global, se estudia la variación del ratio señal-ruido para los diferentes niveles de los factores.

En la tabla 1.7 figuran los valores medios de 6 para cada uno de los niveles de los factores de diseño, y en la figura 1.11 se ha realizado su representación gráfica.

Nivel	A	C	D	E	F
1	32.26	14.84	21.21	5.68	28.27
2	19.08	21.52	21.61	18.68	19.99
3	6.74	21.71	15.25	33.72	9.82

Tabla 1.7: Valores medios del ratio señal-ruido para cada nivel de los factores de diseño.

De la figura 1.11, se deduce que los niveles de los factores que minimizan la variabilidad de la respuesta son:

$$A_1, C_3, D_2, E_3, F_1$$

Taguchi realiza finalmente una prueba confirmatoria del resultado obtenido que consiste en realizar otros 36 experimentos en el nivel de los factores considerado óptimo, aplicando los niveles de ruido definidos por la matriz externa. En este caso, como era previsible, se confirma el resultado obtenido ya que la varianza del error experimental en estas condiciones es 0.000008, menor que la obtenida en cualquiera de las condiciones en que se ha experimentado previamente.

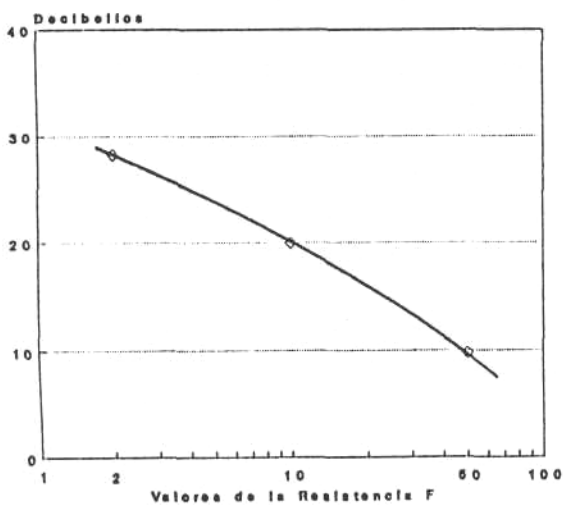
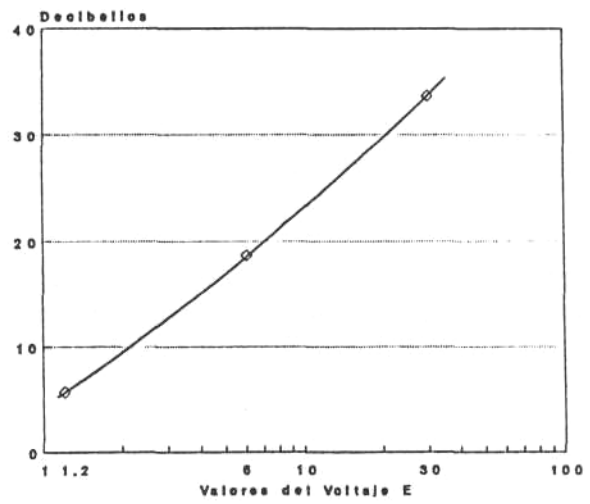
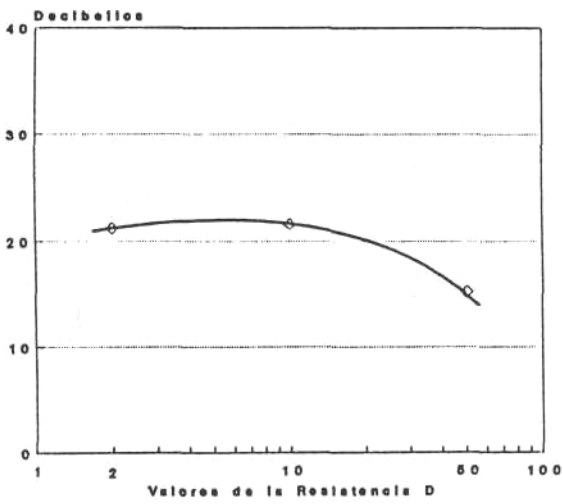
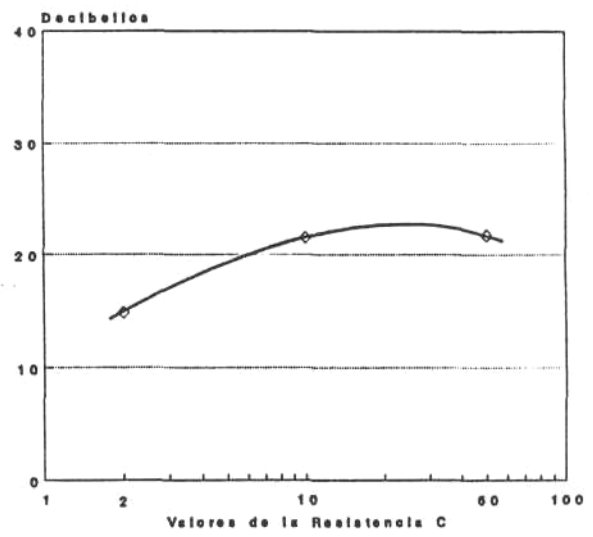
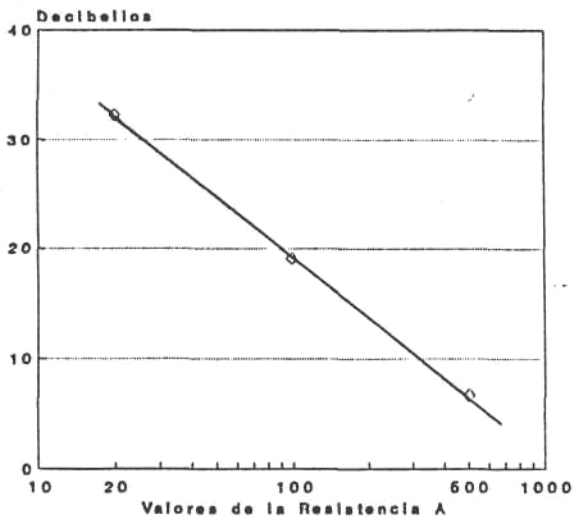


Figura 1.11: Ratio señal-ruido en función del nivel a que se fija cada uno de los factores de diseño.

1.4.2.3 Comentarios críticos.

A pesar del general reconocimiento sobre las aportaciones de Taguchi en torno al diseño de productos y procesos, la metodología que utiliza para diseñar la experimentación y analizar los resultados obtenidos, presenta algunos aspectos controvertidos. A continuación se citan dos de ellos.

1. Las técnicas estadísticas utilizadas para el análisis de los resultados obtenidos no son las más adecuadas.

Box (1986) demuestra que los ratios señal-ruido propuestos por Taguchi no son los mejores. Su propuesta consiste en hallar la transformación más adecuada para la respuesta y estudiar la desviación tipo de la respuesta transformada.

Para el ejemplo que se ha planteado sobre el Puente de Wheatstone, Box propone utilizar como ratio señal-ruido:

$$H = -10 \log_{10} (\sigma_{1ny}^2)$$

ya que este permite realmente minimizar la varianza, mientras que el propuesto por Taguchi responde al objetivo de minimizar la relación entre la desviación tipo y la media de la respuesta.

Otros autores (algunos de los cuales se hallan referenciados en el apartado 1.4.1) realizan comentarios críticos y aportaciones a los aspectos estadísticos de esta metodología.

2. El número de experimentos que requiere la aplicación del método suele ser excesivamente grande.

Aunque en algunos casos el número de experimentos que plantea Taguchi es justamente el necesario para obtener la información precisa, en otros casos, el experimentar en cada una de las condiciones de la matriz producto, exige un esfuerzo y una dedicación de recursos que podría disminuirse.

Así, en el ejemplo estudiado, se requiere la realización de 1332 experimentos $(36 \cdot 36 + 36)^5$ y el cálculo de los resultados resulta bastante engorroso, incluso utilizando métodos de cálculo automáticos.

Si no se conoce la fórmula, y los experimentos deben ser reales, tal volumen de experimentación resulta inabordable e innecesario en la mayoría de los casos.

⁵Los últimos 36 corresponden al diseño confirmatorio.

1.4.3 Método de Box-Jones.

1.4.3.1 Descripción del Método.

George Box y Stephen Jones (1990), proponen un método que denominan de "Experimentación por Objetivos"⁶, basado en la idea de que en la optimización de una respuesta influyen dos aspectos:

- * La distancia al óptimo (sesgo).
- * La variabilidad en torno al valor conseguido.

Puede ilustrarse este enfoque con un sencillo ejemplo en el que se plantea la optimización de una respuesta 'y', existiendo un factor de diseño 'x' y otro factor de ruido 'z', tal como se muestra en la figura 1.12.

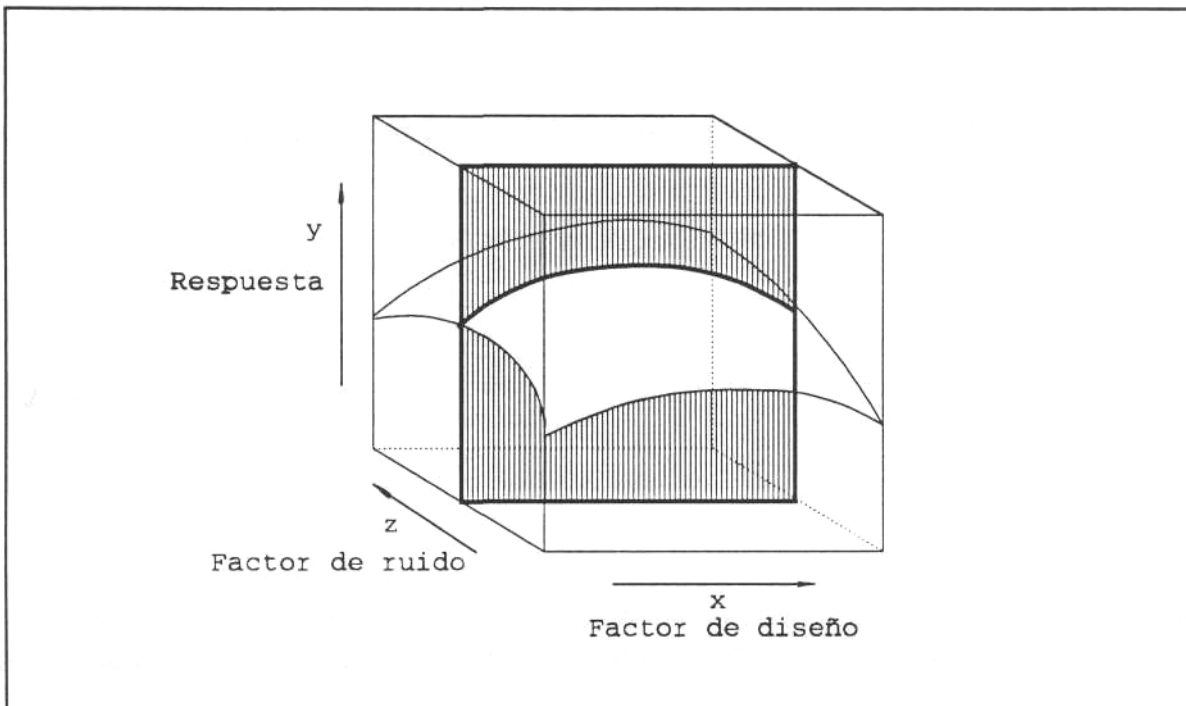


Figura 1.12: Valores de una respuesta 'y' en función de un factor de diseño 'x' que puede ser fijado al nivel deseado y un factor de ruido 'z' que toma valores al azar.

Una medida que combina los dos aspectos antes citados y que por tanto, nos permitiría cuantificar la "bondad" de un determinado valor de x, viene dada por la expresión:

⁶"Experimental Goals"

$$L(x) = \int_{R_x} (\tau - y_{xz})^2 dz$$

en la que τ indica el valor óptimo de la respuesta y, por tanto, $L(x)$ corresponde a la suma de los cuadrados de las distancias entre cada uno de los valores de la respuesta y τ . Véanse las figuras 1.13a y 1.13b.

Esta medida puede descomponerse en dos partes. Una primera que valora la distancia del valor medio de la respuesta \bar{y}_x respecto al óptimo τ , y que viene dada por la expresión:

$$M(x) = \int_{R_x} (\tau - \bar{y}_x)^2 dz$$

Y una segunda que cuantifica la variabilidad de y en torno a su valor medio, que viene dada por:

$$V(x) = \int_{R_x} (y_{xz} - \bar{y}_x)^2 dz$$

Puede comprobarse que:

$$L(x) = M(x) + V(x)$$

pero $L(x)$ es dependiente del valor que se ha asignado al óptimo τ , el cual en muchas ocasiones puede ser arbitrario al no ser conocido ni -quizá- conocible.

Así, si asignamos a τ un valor grande, estamos otorgando más importancia a $M(x)$ que a $V(x)$ y viceversa. Box y Jones solucionan este elemento de arbitrariedad, definiendo un nuevo valor para la bondad de x , de la forma:

$$R(x) = \lambda V(x) + (1 - \lambda) M(x)$$

Donde λ es el coeficiente que pondera la importancia relativa de $V(x)$ y $M(x)$.

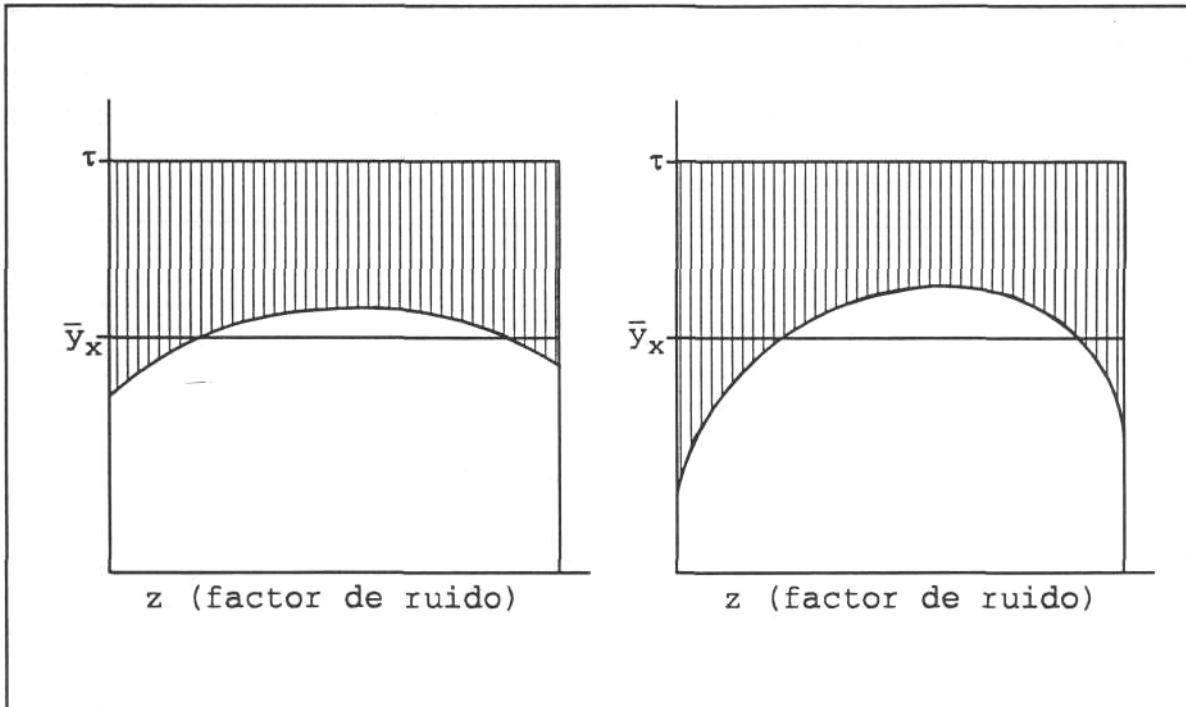


Figura 1.13a: La variabilidad en torno a \bar{y}_x , aumenta el valor de $L(x)$.

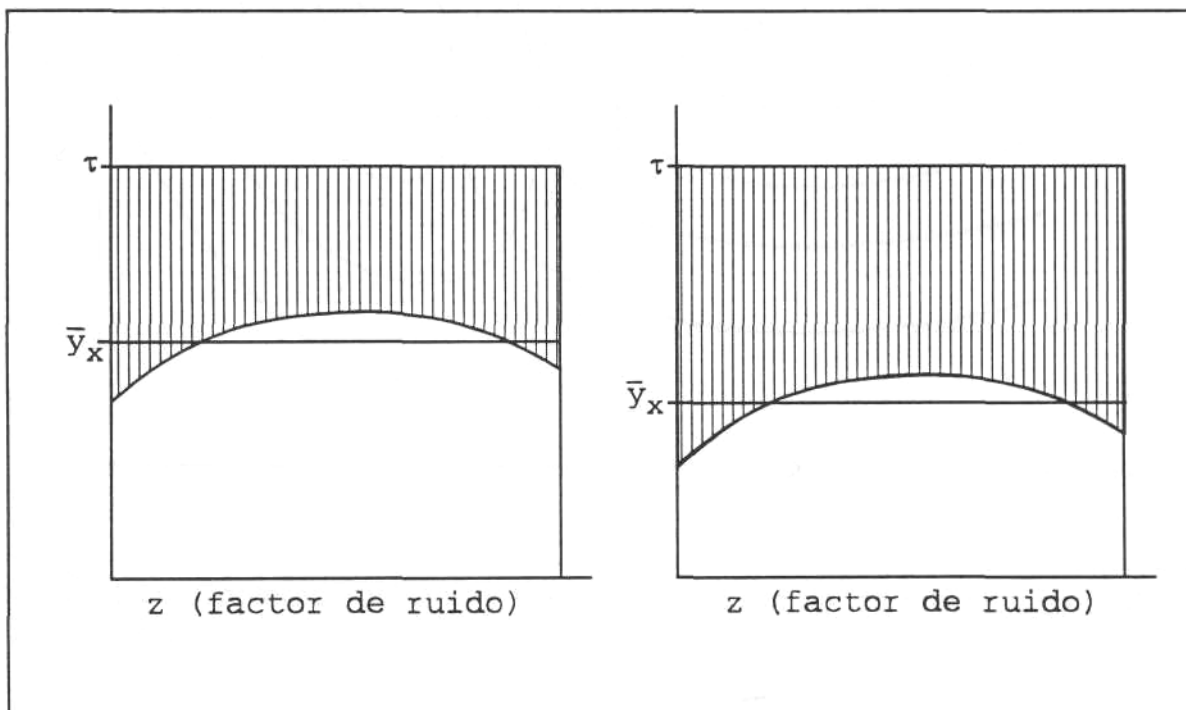


Figura 1.13b: Si aumenta la distancia $\tau - \bar{y}_x$, también aumenta $L(x)$.

La situación puede ilustrarse a través de la figura 1.14 en la cual se supone que existen dos factores de diseño x_1 , x_2 y se representan las curvas de nivel correspondientes a $M(x)$ y $V(x)$ así como la línea sobre la que se localizan los distintos valores de $R(x)$ en función de los valores de λ .

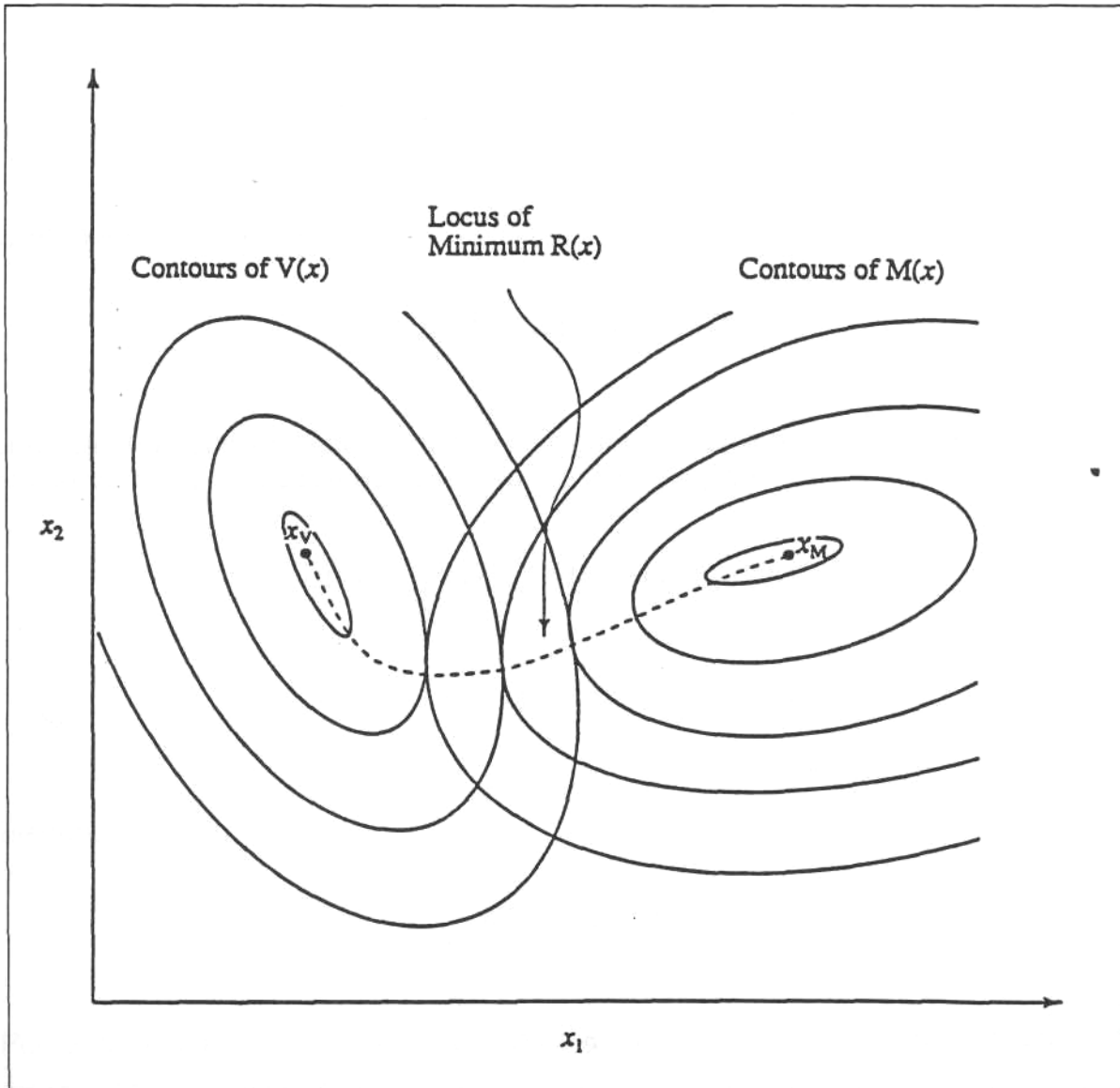


Figura 1.14: Contornos de $M(x)$ y $V(x)$, y localización de los mínimos de $R(x)$. (De Jones 1990).

Así, si estamos interesados en conseguir sólo una alta respuesta media, deberemos elegir el punto X_M ya que es el lugar donde $M(x)$ es mínimo. Si por el contrario, estamos sólo interesados en reducir la variabilidad en torno a la media, deberemos elegir el punto X_v ya que es ahí donde $V(x)$ toma el valor mínimo. Para diferentes

valores de λ ($0 \leq \lambda \leq 1$), el criterio combinado $R(x)$ será minimizado en el lugar donde el contorno de $M(x)$ y el contorno de $V(x)$ se toquen.

Un modelo de primer orden, con n factores de diseño, x_1, x_2, \dots, x_n y m factores de ruido ambiente, z_1, z_2, \dots, z_m , con sus correspondientes interacciones de hasta dos factores, puede escribirse de la forma:

$$y_{xz} = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i x_i + \sum_{j=1}^m \gamma_j z_j + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \delta_{ij} x_i z_j$$

o, en notación matricial:

$$y_{xz} = \beta_0 + \mathbf{x}'\boldsymbol{\beta} + \mathbf{z}'\boldsymbol{\gamma} + \mathbf{z}'D\mathbf{x}$$

considerando que los factores de diseño siguen una distribución uniforme definida en el intervalo $(-1, 1)$, puede demostrarse (Jones 1990) que:

$$M(\mathbf{x}) = \int_{R_z} (\tau - \bar{y}_x)^2 dz = (\tau - \beta_0 - \mathbf{x}'\boldsymbol{\beta})^2$$

$$V(\mathbf{x}) = \int_R (y_{xz} - \bar{y}_x)^2 dz = \frac{1}{3} \mathbf{g}'(\mathbf{x}) \mathbf{g}(\mathbf{x})$$

Siendo:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\gamma} + D\mathbf{x}$$

Por tanto, el plan de trabajo a seguir para lograr el diseño óptimo, será el siguiente:

1. Establecer una hipótesis sobre el modelo de la respuesta,
2. Estimar los parámetros del modelo.

No siempre será necesario estimar todos los parámetros. Si sólo se desea minimizar $V(x)$ basta con estimar $\boldsymbol{\gamma}$ y D . En el caso de que el objetivo sea minimizar $M(x)$, sólo se deberá estimar $\boldsymbol{\beta}$. (Jones 1990).

3. Fijar los valores de λ y τ .
4. Determinar los valores de los factores de diseño que minimizan $R(x)$.

1.4.3.2 Ejemplo de Aplicación.

Jones (1990) ilustra este procedimiento con un ejemplo en que se plantea un modelo con dos factores de diseño: x_1 y x_2 , y tres factores de ruido: z_1 , z_2 y z_3 , de la forma:

$$y_{xz} = \beta_0 + \sum_{i=1}^2 \beta_i x_i + \sum_{j=1}^3 \gamma_j z_j + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 \delta_{ji} x_i z_j$$

considerando que los coeficientes del modelo son los que se indican a continuación:

Coeficiente	Valor	Coeficiente	Valor
β_0	65.0	δ_{11}	4.0
β_1	2.5	δ_{12}	-4.0
β_2	-9.5	δ_{21}	0.5
γ_1	5.0	δ_{22}	5.0
γ_2	-7.5	δ_{31}	0.5
γ_3	4.5	δ_{32}	8.0

Si se toma $\tau = 80$, los contornos para $M(x)$ y $V(x)$ son los que se muestran en la figura 1.15.

Tomando $\hat{\lambda} = 0.5$, se obtiene que los valores que minimizan $R(x)$ son:

$$\begin{aligned} x_1 &= 0.38 \\ x_2 &= -1.00 \end{aligned}$$

Si se hubiera tomado $\tau = 75$, la forma de las curvas de nivel de la figura 1.15 no variarían, pero sin embargo los valores óptimos para los factores de diseño serían, en este caso:

$$\begin{aligned} x_1 &= 0.00 \\ x_2 &= -0.70 \end{aligned}$$

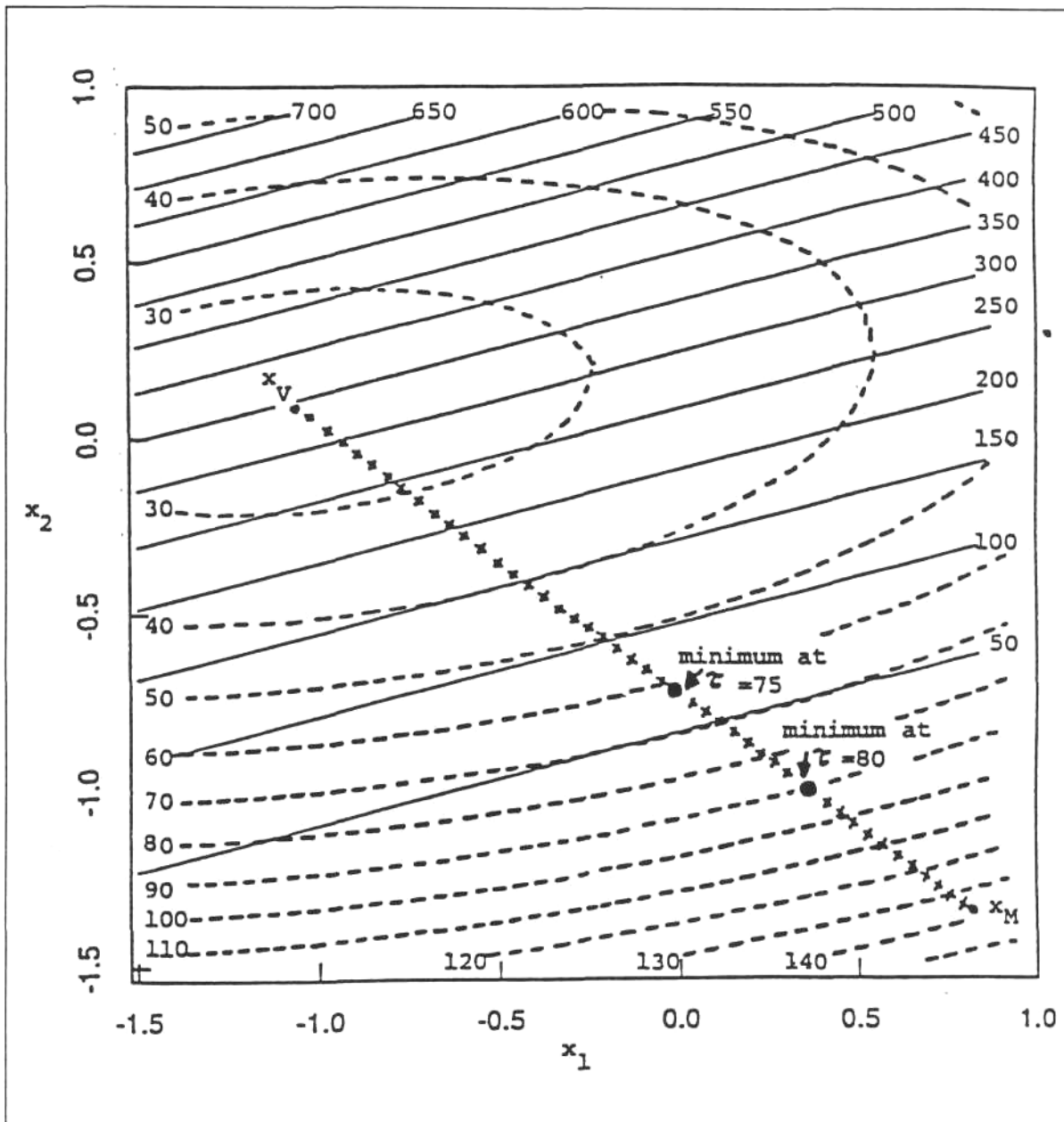


Figura 1.15: Contornos de $M(x)$ (línea seguida), $\frac{1}{3} g'(x)g(x)$ (línea a trazos), y la localización de los mínimos de $R(x)$ (+++++). (De Jones 1990).

1.4.3.3. Comentarios Críticos.

Este método tiene la gran ventaja de que es capaz de determinar los valores óptimos de los factores de diseño sólo a partir de los experimentos justamente necesarios, sin el despilfarro de recursos que en ocasiones implica el método de Taguchi. Pero sin

embargo, presenta dos inconvenientes que le restan aplicabilidad. Estos son:

1. La fijación de λ "a priori", introduce un elemento de arbitrariedad en el resultado obtenido.

Jones comenta, con respecto al ejemplo expuesto anteriormente, que si se varía el valor de τ pasado de 80 a 75, los valores óptimos de los factores de diseño pasan a ser:

$$\begin{aligned}x_1 &= 0.00 \\x_2 &= -0.70\end{aligned}$$

Pero además, si se cambia el valor de λ , también varía el resultado obtenido. Así, manteniendo $\tau = 80$, con $\lambda = 0.4$ se obtienen como óptimos los valores⁷:

$$\begin{aligned}x_1 &= 0.8 \\x_2 &= -1.0\end{aligned}$$

Y, sin embargo, en las mismas condiciones pero con $\lambda = 0.6$ se obtiene:

$$\begin{aligned}x_1 &= 0.2 \\x_2 &= -0.9\end{aligned}$$

El valor de λ se fija previamente para ponderar la importancia de los términos $M(x)$ y $V(x)$ y no es fácil estar seguros de si nuestro interés está en $\lambda = 0.4$ o $\lambda = 0.6$. Sin embargo la elección que tomemos para λ , no exenta de cierto grado de arbitrariedad, influirá en el resultado obtenido.

2. Es una metodología poco intuitiva y de difícil aplicación práctica.

Los conceptos de $L(x)$, $M(x)$ y $V(x)$, y la deducción de sus expresiones (especialmente si los modelos son cuadráticos o con gran variedad de interacciones), exigen un cierto esfuerzo en el seguimiento de desarrollos matemáticos avanzados.

Además, no se pueden realizar representaciones gráficas para ilustrar la situación en que se trabaja si se tienen más de dos factores de diseño. Y aún con 2 factores, los gráficos son difíciles de realizar y de interpretar.

⁷En el Apéndice 3 se presenta el método utilizado para analizar este ejemplo.

Estas características de complejidad de los nuevos conceptos que se utilizan y de dificultad (o 'imposibilidad' en la mayoría de casos) de realizar representaciones gráficas manteniendo un alto nivel de abstracción, puede suponer un obstáculo para el cumplimiento del que sería objetivo fundamental del nuevo método: su difusión y utilización práctica en la industria.

1.5 Objetivo y contenido de la Tesis.

El objetivo de la presente Tesis es desarrollar algunas aportaciones metodológicas al diseño de productos robustos especialmente en lo que hace referencia a las técnicas de análisis de los resultados obtenidos en la experimentación.

Los inconvenientes relativos al gran volumen de experimentación que en muchos casos implica el planteamiento de Taguchi, queda solucionado con la utilización de una sola matriz de diseño en la que se incluyen también los factores de ruido. Las dificultades de análisis comentadas para el Método de Box-Jones se solucionan utilizando una técnica gráfica basada en la utilización de una hoja de cálculo para ordenador personal.

En el capítulo 2 se presenta la metodología para el diseño de productos robustos al ruido exterior. Tras establecer el plan de trabajo propuesto, se desarrolla cada una de las fases de que consta el método, discutiendo con detalle la forma de análisis del modelo y la utilización para ello de hojas de cálculo y del gráfico distancia-variancia. El capítulo concluye con un ejemplo de aplicación del método propuesto, consistente en el diseño de un tubo cilíndrico para transmisión de calor afectado de un factor de ruido externo.

El capítulo 3 aborda el tema del diseño de productos robustos al ruido interno, incluyendo también un ejemplo práctico de aplicación, que en este caso se refiere al diseño de un circuito con bobina y resistencia.

El típico problema del Puente de Wheatstone se afronta también en este capítulo bajo la óptica y con los instrumentos desarrollados en la tesis, llegando a un resultado ligeramente mejor que el obtenido mediante la aplicación del Método de Taguchi y con la realización de un número de experimentos considerablemente menor.

En el capítulo 4 se resumen las aportaciones realizadas y se plantean algunas de las líneas futuras de investigación que se podrían desarrollar.

Finalmente, se incluyen 4 apéndices que desarrollan con más detalle algunos de los aspectos comentados en la Tesis.