APÉNDICES

APÉNDICE 1

MODELOS OBTENIDOS MEDIANTE DISEÑOS 2^K Y SU RELACIÓN CON EL DESARROLLO DE FUNCIONES EN SERIE DE TAYLOR.

El modelo que puede estimarse mediante un diseño 2^k representa una aproximación al modelo real del tipo de la que se obtiene con la descomposición de una función en serie de Taylor, hasta las derivadas de segundo orden sin términos cuadráticos.

Pero aunque la aproximación es del mismo tipo, los modelos obtenidos no son iguales. El ejemplo de la ley de Ohm comentado en el capítulo 1, sirve para ponerlo de manifiesto.

En el apartado 1.2 se dedujo que el modelo obtenido para la ley de Ohm (I=V/R) mediante un diseño factorial 2^2 , para valores de V entre 6 y 9, y valores de R entre 2 y 4 es[1]:

$$I = \frac{3}{4}V - \frac{1}{8}VR \qquad \textbf{[AI.I]}$$

Sin embargo, descomponiendo en serie de Taylor la expresión de I en el punto medio los valores de V y R usados anteriormente (V = 7.5, R = 3), se obtiene:

$$I = \frac{2}{3}V - \frac{1}{9}VR \qquad \textbf{[AI.2]}$$

Como puede observarse, las expresiones [A1.1] y [A1.2] son distintas. Mientras que la aproximación obtenida mediante el diseño factorial es un plano que se apoya en las "cuatro esquinas" (definidas por los rangos de experimentación) de la superficie real, la aproximación por Serie de Taylor es una plano tangente en el punto (7.5, 3). Las figuras A1.1 y A1.2 ponen de manifiesto esta circunstancia.

[1]La ecuación se presenta para variables ya decodificadas.

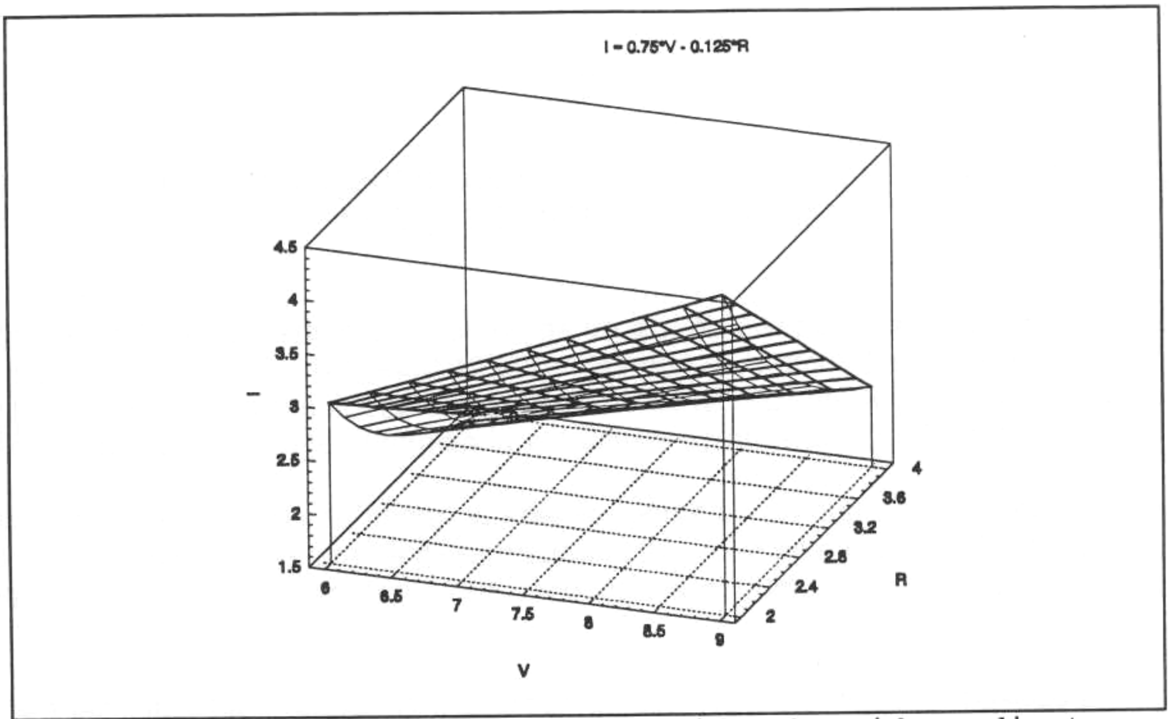

Figura A1.1: Ley de Ohm. Aproximación obtenida mediante un diseño fraccional 2^2.

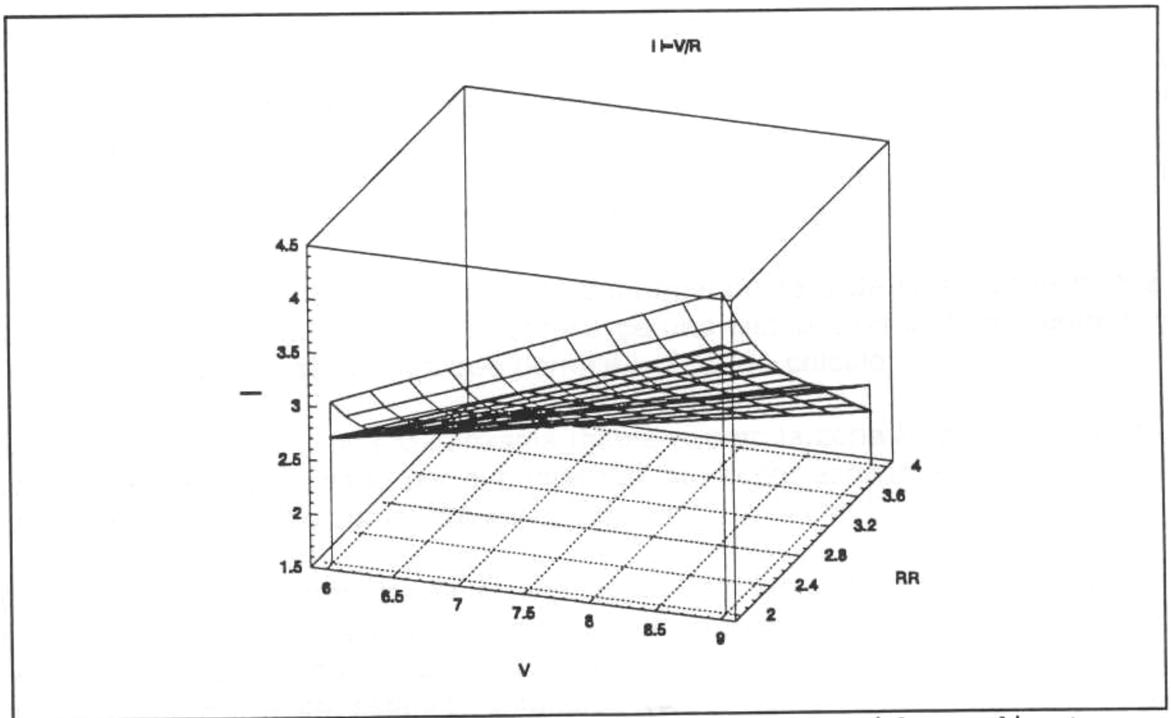

Figura A1.2: Ley de Ohm. Aproximación obtenida mediante su desarrollo en Serie de Taylor.

APÉNDICE 2

DEDUCCIÓN DE ESTRUCTURAS DE ALIAS MEDIANTE HOJAS DE CALCULO PARA ORDENADOR PERSONAL.

En general, los generadores óptimos de un diseño fraccional se determinan a partir de tablas (Box 1978) (Bisgaard 1988) en las que se ofrecen las mejores alternativas para que el diseño resultante sea de la máxima resolución. Algunas de estas tablas (Bisgaard 1988) incluyen también la estructura de alias del diseño propuesto.

Sin embargo, cuando se tienen intereses concretos en cuanto evitar determinadas confusiones sin importar que se produzcan otras (que se saben no significativas), no es fácil elegir los generadores que producen la estructura de alias que justamente interesa.

Para facilitar esta tarea se ha elaborado un sencillo procedimiento basado en el uso de una hoja de cálculo para PC, cuya estructura puede ilustrarse mediante la figura A2.1, y que se describe a continuación.

En la zona A se coloca la matriz del diseño a realizar, incluyendo las interacciones de 2 factores. Esta matriz se puede considerar dividida en 3 partes: Una primera parte (A1) correspondiente a los factores que pueden acomodarse en una matriz completa. Una segunda parte (A2) que corresponde a los factores cuyas columnas deben definirse a través de interacciones (generadores) de los primeros, y una tercera parte (A3) que corresponde a las interacciones de dos factores.

La zona B corresponde a una columna con igual número de filas que la matriz de diseño y que contiene números aleatorios de una distribución uniforme entre 0 y 1, con 10 cifras significativas (las que permite la hoja de cálculo).

En la zona C se ha colocado la misma matriz que en la zona A, pero con cada uno de sus valores multiplicado por el número aleatorio correspondiente a su fila. En la zona D se colocan las sumas de las columnas de la matriz C.

El fundamento del método es el siguiente: Estarán confundidos los factores o interacciones cuya secuencia de signos en la matriz de diseño (zona A) sean iguales. Estas columnas con igual secuencia de signos tendrán la misma suma en la matriz de la zona C. Por tanto, estarán confundidos los factores que tengan el mismo valor en D.

En la primera columna de la zona E se colocan los efectos principales e interacciones de los factores que se han acomodado en la zona A1 y se han utilizado como generadores, el resto de factores e interacciones estarán confundidas con estas. La forma de identificar las confusiones es mediante un "si" condicional que se realiza fila a fila y columna a columna. Cada columna corresponde a un factor o una interacción de 2, y si su valor correspondiente en la fila D es igual al valor del factor colocado en la primera columna, dichos factores están confundidos y se coloca en esa casilla el valor de la interacción correspondiente; en caso contrario, la casilla se deja en blanco.

De esta forma, en la zona E se obtiene ya la estructura de alias pero de una forma dispersa (con muchos espacios en blanco). Para compactarla es necesario colocar cada casilla en forma "valor" (en la zona E está en forma "fórmula") y esto se realiza en la zona F. Finalmente, en la zona G se coloca la estructura de alias en forma compacta (sin espacios en blanco).

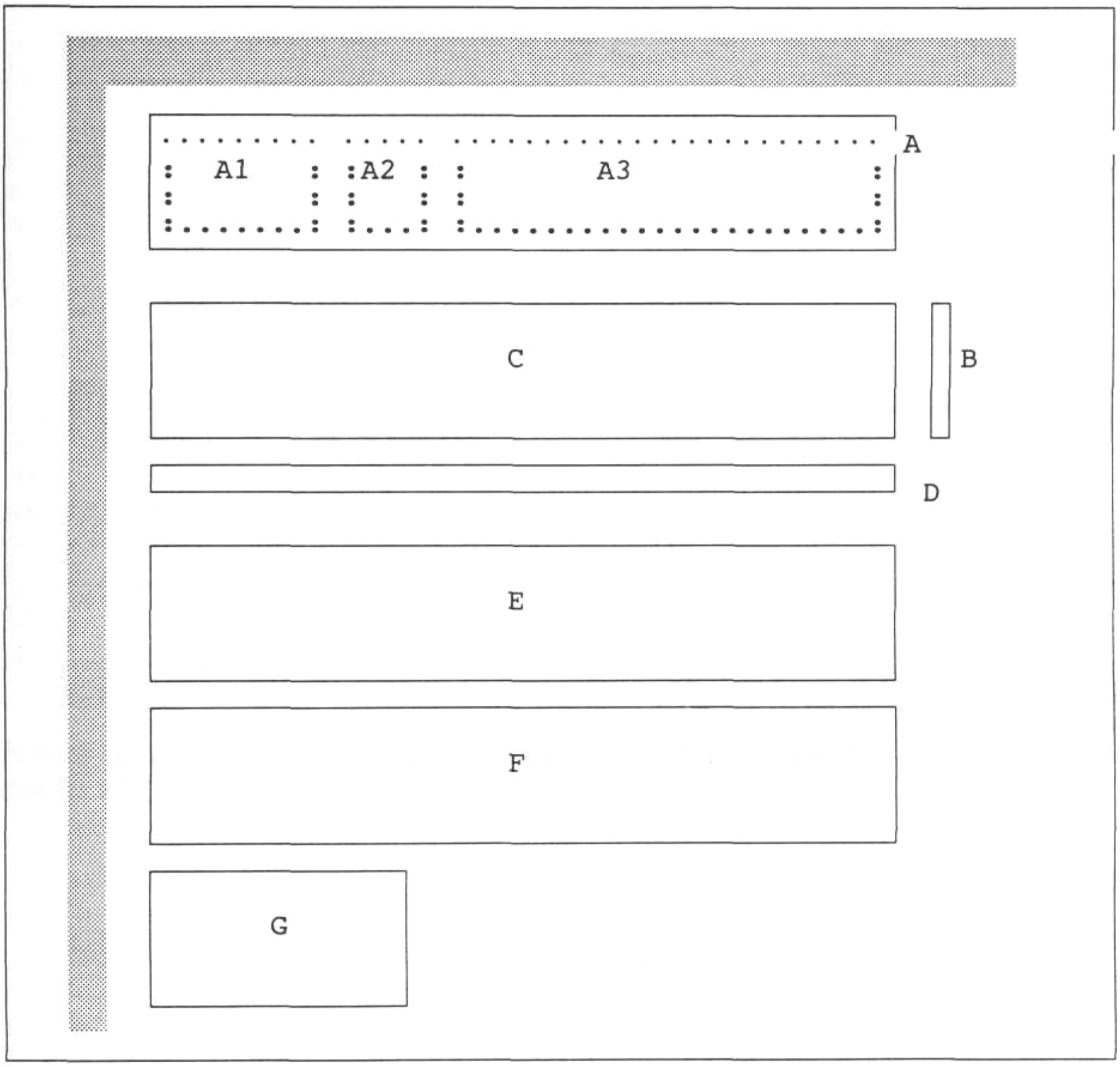

Figura A2.1: Esquema de la hoja de cálculo para determinación de estructuras de alias.

La elaboración de esta hoja de cálculo no reviste ninguna dificultad. Las zonas B, C, D, E, F y G se construyen definiendo una sola casilla (las demás se generan por copia). Además, presenta una gran versatilidad, y definida la hoja para un número determinado de factores, puede utilizarse para menos eliminando las columnas que sea necesario.

En la figura A2.2 se presenta la pantalla de una hoja de cálculo para un diseño 2^{7-4} en la que la zona G se ha colocado debajo de la A para que la estructura de alias aparezca directamente en pantalla. Asimismo, en la casilla E11 se ha colocado una pequeña "macro" para que al cambiar los generadores cambie automáticamente la estructura de alias pulsando una sola tecla.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	A	B	C	D	E	F	G	AB	AC	AD	AE
2	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	-1
3	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1
4	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1
5	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1
6	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
7	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1
8	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1
9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
10											
11	A=BD=CE=FG				{ir}a33~/rv{end}{dcha}{end}{abajo}~a41~{home}						
12	B=AD=CF=EG										
13	AB=D=CG=EF										
14	C=AE=BF=DG										
15	AC=E=BG=DF										
16	BC=F=AG=DE										
17	G=AF=BE=CD										
18											
19											

Figura A2.2: Pantalla de la hoja de cálculo que presenta la estructura de alias de un diseño 2^{7-4}.

APÉNDICE 3

HOJA DE CALCULO PARA EL ANÁLISIS DEL EJEMPLO DE JONES

Jones (Jones 1990), para ¡lustrar la metodología que propone, utiliza el modelo:

$$y_{xz} = \beta_0 + \sum_{i=1}^{2} \beta_i x_i + \sum_{j=1}^{3} \gamma_j z_j + \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{3} \delta_{ji} x_i z_j$$

en el cual se incluyen 2 factores de diseño (x) y 3 de ruido (z), con los coeficientes que se indican a continuación:

Coeficiente	Valor	Coeficiente	Valor
β_0	65.0	δ_{11}	4.0
β_1	2.5	δ_{12}	-4.0
β_2	-9.5	δ_{21}	0.5
γ_1	5.0	δ_{22}	5.0
γ_2	-7.5	δ_{31}	0.5
γ_3	4.5	δ_{32}	8.0

Este ejemplo puede ser analizado mediante una hoja de cálculo para ordenador personal, la primera parte de la cual se reproduce en este Apéndice (figura A3.1).

En las dos primeras columnas (X1 y X2) se han colocado los valores de los factores de diseño, formando todas las combinaciones entre -1 y 1 con incrementos de 0.1. En la 3ª y 4ª columnas se calculan los valores de M(x) y V(x) utilizando las fórmulas:

$$M(x) = (-2.5\, x_1 + 9.5\, x_2 + 80 - 65)^2$$

$$V(x) = \frac{1}{3} [\, (5 + 4\, x_1 - 4\, x_2)^2 + + (-7.5 + 0.5\, x_1 + 5\, x_2)^2 + + (4.5 + 0.5\, x_1 + 8\, x_2)^2]$$

A continuación, en la *5*- columna se calcula R(x) mediante la expresión:

$$R(x) = \lambda V(x) + (l-\lambda)\, M(x)$$

Los valores de x y A. se introducen en las casillas que se indica, y al cambiar sus valores, automáticamente se recalculan los resultados correspondientes a M(x), V(x) y R(x).

Las columnas X1 (ord), X2(ord) corresponden a las combinaciones de los factores de diseño ordenadas de menor a mayor valor de R(x).

En la porción de hoja que figura a continuación puede observarse que con τ = 80 y λ = 0.4, la combinación de valores de x_1 y x_2 que minimizan R(x) son x_1 = 0.8 y x_2 = -1.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	X1	X2	Mx	Vx	Rx	tau:	80	X1ord	X2ord	Rx
2	-1	-1	64.000	70.000	66.400	lambda:	0.4	0.8	-1	47.998
3	-0.9	-1	60.063	70.822	64.366			0.7	-1	48.009
4	-0.8	-1	56.250	71.753	62.451			0.9	-1	48.106
5	-0.7	-1	52.563	72.795	60.656			0.6	-1	48.139
6	-0.6	-1	49.000	73.947	58.979			1	-1	48.333
7	-0.5	-1	45.563	75.208	57.421			0.5	-1	48.388
8	-0.4	-1	42.250	76.580	55.982			0.4	-1	48.755
9	-0.3	-1	39.063	78.062	54.662			1	-0.9	48.808
10	-0.2	-1	36.000	79.653	53.461			0.9	-0.9	48.891
11	-0.1	-1	33.063	81.355	52.380			0.8	-0.9	49.094
12	0	-1	30.250	83.167	51.417			0.3	-1	49.242
13	0.1	-1	27.563	85.088	50.573			0.7	-0.9	49.415
14	0.2	-1	25.000	87.120	49.848			0.2	-1	49.848
15	0.3	-1	22.563	89.262	49.242			0.6	-0.9	49.855
16	0.4	-1	20.250	91.513	48.755			0.5	-0.9	50.414
17	0.5	-1	18.063	93.875	48.388			0.1	-1	50.573
18	0.6	-1	16.000	96.347	48.139			1	-0.8	50.646
19	0.7	-1	14.063	98.928	48.009			0.9	-0.8	51.040
20	0.8	-1	12.250	101.620	47.998			0.4	-0.9	51.092
21	0.9	-1	10.563	104.422	48.106			0	-1	51.417
22	1	-1	9.000	107.333	48.333			0.8	-0.8	51.552
23	-1	-0.9	80.103	62.550	73.082			0.3	-0.9	51.889
24	-0.9	-0.9	75.690	63.308	70.737			0.7	-0.8	52.184

Figura A3.1: Porción de la hoja de cálculo utilizada para analizar el ejemplo de Jones.

APÉNDICE 4

GRÁFICO DISTANCIA-VARIANCIA CORRESPONDIENTE A UN MODELO CON 5 FACTORES DE DISEÑO Y 3 FACTORES DE RUIDO.

Sea el modelo:

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^{5} \beta_i x_i + \sum_{i=1}^{4} \sum_{k=i+1}^{5} \beta_{ik} x_i x_k + \sum_{j=1}^{3} \gamma_j z_j + \sum_{j=1}^{2} \sum_{l=j+1}^{3} \gamma_{jl} z_j z_l + \sum_{i=1}^{5} \sum_{j=1}^{3} \delta_{ij} x_i z_j$$

en el que las x_i representan los factores de diseño y las z_j los factores de ruido, y del cual se estiman los siguientes valores:

Coeficiente	Valor	Coeficiente	Valor
β_0	67.5	δ_{11}	3.5
β_1	12	δ_{12}	-4
β_2	0	δ_{13}	0
β_3	-3	δ_{21}	7
β_4	7	δ_{22}	0
β_5	1.5	δ_{23}	0
γ_1	6	δ_{31}	0
γ_2	0	δ_{32}	0
γ_3	-4.5	δ_{33}	0
β_{12}	0	δ_{41}	4
β_{13}	4	δ_{42}	0
β_{14}	-1	δ_{43}	-2
β_{15}	0	δ_{51}	0
β_{23}	4	δ_{52}	0
β_{24}	2.5	δ_{53}	2
β_{25}	0	γ_{11}	4
β_{34}	-5	γ_{12}	0
β_{35}	0	γ_{13}	-3
β_{45}	0	γ_{23}	0

Considerando un valor óptimo de la respuesta $\tau = 100$, puede construirse el diagrama Distancia-Variancia de la figura A4.1.

Obviamente, el diagrama Distancia-Variancia es un diagrama bivariante independientemente del número de factores de diseño o de factores de ruido que se incluyan en el modelo.

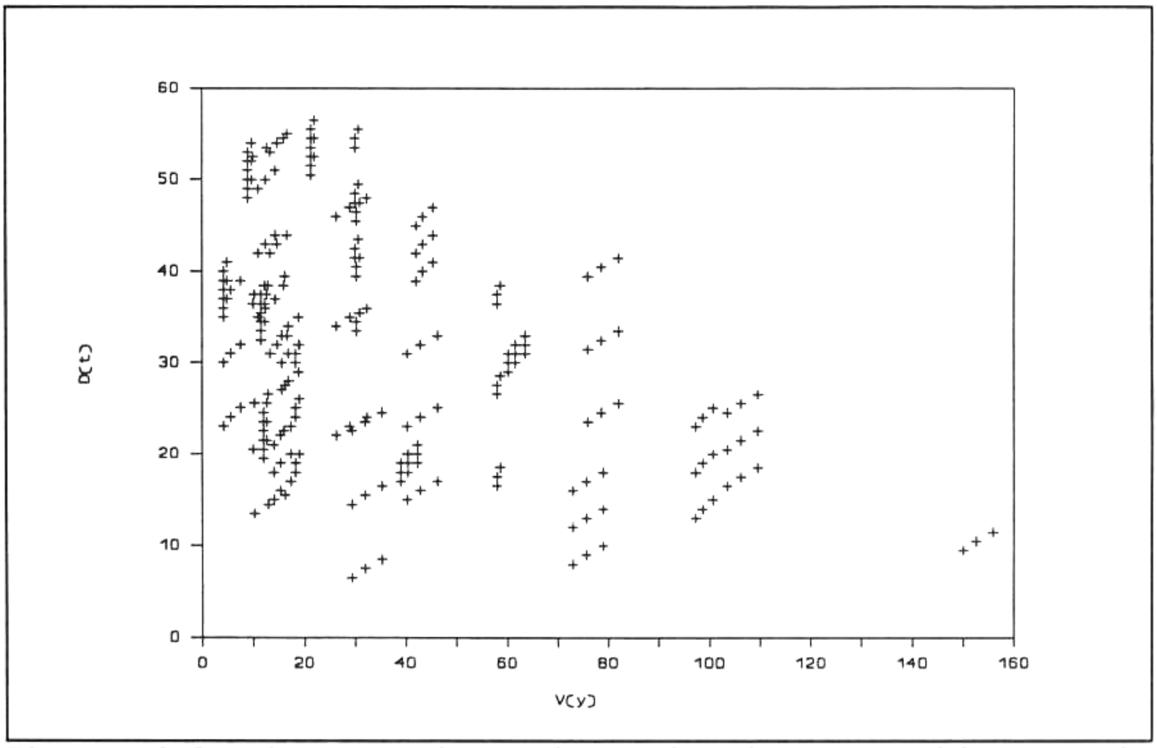

Figura A4.1: Diagrama Distancia-Variancia construido a partir de un modelo con 5 factores de diseño y 3 factores de ruido.

El único problema que representa el tener muchos factores de diseño es que hay que reducir el valor del incremento que se da a cada factor, al construir la tabla previa al diagrama, para no desbordar la memoria del ordenador. En este caso, con 5 factores de diseño, cada factor ha tomado 3 valores distintos (-1, 0, 1) obteniéndose un total de $3^5 = 243$ valores.