

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

---

DEPARTAMENT D'ESTRUCTURES A L'ARQUITECTURA  
DEPARTAMENT D'ENGINYERIA DE LA CONSTRUCCIÓ

ESTUDIO EXPERIMENTAL DEL COMPORTAMIENTO  
DE VIGAS DE HORMIGÓN ARMADO  
DESCIMBRADAS A TEMPRANAS EDADES

**ISABEL SERRÀ MARTÍN**

Trabajo realizado como parte de los  
requisitos exigidos para optar al grado  
de Doctor.

---

Barcelona - Noviembre de 1994

### 2.1.2.- Resistencia a tracción

Los ensayos de resistencia a tracción son considerablemente más difíciles de realizar que los ensayos de compresión, especialmente en hormigones jóvenes, pues en algún tipo de ensayo, como el de tracción uniaxial en vertical, a muy temprana edad el hormigón no es capaz de resistir ni su propio peso. Ello puede obligar a realizar los ensayos en horizontal, lo que puede introducir fricciones que hay que tener en cuenta y reducir al máximo. La resistencia a tracción medida debe ir relacionada con el método de ensayo utilizado [RILEM, 1981].

Los estudios más representativos sobre la resistencia a tracción pura de un hormigón a temprana edad fueron realizados por Kasai [1971], Weigler y Karl [1974] y Byfors [1980], quienes obtuvieron la influencia en la misma de la relación agua/cemento, tipos de cemento y consistencias, así como su relación con la resistencia a compresión. Aunque a veces se encontraron resultados contradictorios, parece ser que existe una correlación lineal bastante clara entre la evolución de ambas resistencias con la edad del hormigón.

Lo mismo ocurre con la resistencia a tracción determinada mediante ensayo brasileño. Kasai [1969], Sadgrove [1970] y Byfors [1980] obtuvieron una relación lineal en la que:

$$f_{ct,j} \approx 0.10 - 0.13 f_{cj} \quad (2.13)$$

Para hormigón convencional, el Código ACI Building en su capítulo 18 establece la siguiente relación entre la resistencia a tracción en ensayo brasileño  $f_t$  y la de compresión  $f'_c$ :

$$f_t = 6 \sqrt{f'_c} \quad (f'_c, f_t \text{ en psi}) \quad (2.14)$$

Oluokun, Burdette y Deatherage [1991] investigaron esta relación para hormigones jóvenes (edad  $\leq 3$  días), mediante un exhaustivo trabajo experimental y llegaron a la conclusión de que la potencia 0.5 no es adecuada, proporcionando como relación alternativa:

$$f_t = 0.584 (f'_c)^{0.79} \quad (2.15)$$

siempre que la resistencia a compresión fuera superior a 1000 *psi* (6.895 *MPa*) y en el caso de resistencias menores:

$$f_t = 0.928 (f'_c)^{0.6} \quad (2.16)$$

Fernández Gómez [1986], en su Tesis Doctoral, realizó un estudio experimental en el que obtuvo la evolución con el tiempo de las resistencias a



tracción, en ensayo brasileño, considerando diversos tipos de cemento y diversas condiciones de curado (temperatura y humedad relativa). Tras un ajuste por mínimos cuadrados, propone unas relaciones entre la resistencia a tracción y la de compresión para cada tipo de cemento. En particular, para cementos Portland (P-350) dicha relación es prácticamente lineal:

$$f_{ct} = 0.08 (f_c)^{1.03} \quad (2.17)$$

En conjunto (para todos los tipos de cemento) la relación propuesta por Fernández Gómez es:

$$f_{ct} = 0.11 (f_c)^{0.97} \approx 0.1 f_c \quad (2.18)$$

que resulta de gran sencillez para su utilización en la práctica.

En cuanto a la evolución de la resistencia con el tiempo, Fernández Gómez señala que en las condiciones de curado a 20°C y 60% de humedad, la resistencia a tracción presenta una evolución más rápida que a 20°C y 100% de humedad, pero que a 28 días la resistencia obtenida es inferior.

En cuanto a la resistencia a flexo-tracción, debido a que a tempranas edades se produce un comportamiento claramente no lineal, no es fácil encontrar una relación precisa entre carga aplicada y tensión obtenida, lo cual dificulta la obtención de una resistencia a flexotracción a tempranas edades. La única investigación al respecto encontrada fue realizada por Kasai [1969], quién observó que la resistencia a flexotracción evolucionaba más rápidamente que la resistencia a compresión.

### 2.1.3.- Módulo de deformación

Los estudios experimentales llevados a cabo por Karl [1974], Byfors [1980] y otros investigadores anteriores indican que el módulo de deformación del hormigón crece más rápidamente que la resistencia a compresión a tempranas edades.

Las investigaciones de Fernández Gómez [1986] proporcionan las siguientes relaciones entre el módulo de deformación y la resistencia a compresión:

Para hormigones fabricados con cemento P-350:

$$E_c = 3655 f_c^{0.76} \quad (2.19)$$



Para el conjunto de cementos:

$$E_c = 3530 f_c^{0.76} \approx 3500 \sqrt[4]{f_c^3} \quad (2.20)$$

Ambas expresiones presentan, además, un coeficiente de correlación excelente. Fernández Gómez corrobora que el módulo de deformación evoluciona más rápidamente que la resistencia a compresión.

Oloukun, Burdette y Deatherage [1991], en su investigación experimental llegan, sin embargo, a la conclusión de que la resistencia a compresión y el módulo de deformación están relacionados por la potencia 0.5:

$$E_c = 63313 \sqrt{f_c'} \quad ( \text{ en } \textit{psi} ) \quad (2.21)$$

válida para hormigones jóvenes con resistencias superiores a 500 *psi* (3.45 *MPa*).

Las discrepancias entre estos autores y Fernández Gómez no son de explicación inmediata ya que ambos utilizan la misma norma (ASTM C-469) para la realización del ensayo y para la definición del módulo de deformación, además de las mismas condiciones de curado. En nuestra opinión, la causa fundamental de la discrepancia está en el tipo de cemento y quizás en la edad del hormigón. Hay que resaltar que Fernández Gómez utiliza cementos españoles y que sus ensayos se realizaron a 3, 7 y 28 días. Oloukun et al. utilizan cemento tipo I americano y las probetas se ensayaron a 6h, 12h, 1, 2, 3, 7 y 28 días.

#### 2.1.4.- Fluencia y Retracción

Los métodos de ensayo para la caracterización de la fluencia en hormigones maduros han sido aplicados a hormigones jóvenes por diversos autores, como Sadgrove [1969], Byfors [1980] y otros, tal como queda explicado en el informe de la Comisión 42-CEA. Los mayores problemas en el ensayo de hormigón a fluencia a tempranas edades son las dificultades de tiempo para preparar las probetas y la posibilidad de dañarlas bajo carga debido a la reducida resistencia del hormigón. No obstante existen formas de eludir estos problemas, recomendándose utilizar galgas embebidas en el hormigón. A veces, para obtener resultados realistas, se requiere la imposición de una historia de temperaturas en el ensayo de fluencia. Los resultados extraídos de la literatura sugieren una gran dispersión cuando se comparan resultados de los diferentes ensayos, en términos del coeficiente de fluencia relativo entre edades jóvenes y 28 días de edad de carga. También se deduce una marcada reducción de la fluencia con la edad de la carga que se nota más allá de los 100 días. La mayor parte de las discrepancias son debidas a las diferencias en la velocidad de hidratación del cemento.



Byfors [1980] estudió la dependencia del coeficiente de fluencia respecto de la edad del hormigón, y propuso una relación para obtener el coeficiente de fluencia en un instante dado en función del coeficiente a los 28 días y de la relación de las resistencias a compresión a los  $j$  y a los 28 días. Dicha relación era independiente de la dosificación del hormigón.

En cuanto a la formulación de modelos de fluencia a tempranas edades, un problema importante que se encuentra es que la estructura de la pasta de cemento en el hormigón cambia durante la medida de la fluencia. Por tanto la fluencia depende de estos cambios en la estructura de la pasta de cemento bajo carga y debe ser tenido en cuenta al formular cualquier modelo de fluencia a tempranas edades. Puede deducirse de todo lo anterior la complejidad que entraña el desarrollo de este tipo de formulaciones, por lo que no se entrará en su descripción, aunque se mencionarán los modelos más representativos.

Bažant [1977] fue el primero en tener en cuenta la fluencia a tempranas edades. Desarrolló un modelo en el que consideró la fluencia a tempranas edades como un mecanismo de migración de partículas que se ve atenuado por la hidratación progresiva. Los factores considerados como influyentes sobre la fluencia son la edad de carga, el grado de hidratación, el tiempo de carga, la composición del hormigón, la temperatura y humedad, y el nivel de tensiones. Las hipótesis básicas consideradas por Bažant son las siguientes:

- 1) La deformación en todos los micro-elementos es la misma e igual a la deformación total  $\varepsilon_{tot}$ . Esto significa que la tensión microscópica  $\sigma$  es la suma de las tensiones en todos los elementos.
- 2) Las propiedades del gel de cemento recién formado son independientes de la edad y se forman en un estado libre de tensiones.
- 3) La longitud media de "migration passage"  $l$ , depende principalmente de la edad en el instante de carga  $t_0$ .
- 4) El incremento de gel ocupa pequeños poros según se incrementa la edad.

Posteriormente Byfors [1982] modificó la segunda hipótesis de Bažant en el sentido de considerar que si la carga externa permanece inalterada, el gel recién formado permanece en un estado libre de tensiones.

El modelo quizás más completo y adecuado para representar la fluencia y la retracción de hormigones jóvenes es el modelo BP-KX desarrollado por Bažant, Panula, Kim y Xi [1991] y [1992]. Dicho modelo tiene en cuenta los parámetros más importantes que influyen la retracción y la fluencia del hormigón, como son la edad en el instante de carga, la composición del hormigón (tipo de cemento y relación agua/cemento), la forma de la pieza, las condiciones de temperatura y humedad ambientales, la duración de la carga y el nivel de tensiones.



La complejidad del modelo completo BP-KX para la predicción de la retracción y la fluencia se debe al gran número de factores que influyen, más que a una complejidad inherente a la teoría. Sin embargo, un modelo sofisticado que incluya todos estos factores es necesario para el proyecto de estructuras especiales tales como puentes de luces récord, edificios de altura récord, o estructuras de reactores nucleares. Para muchas aplicaciones prácticas, algunos de los factores pueden ser eliminados o aproximados a valores típicos. Esto conduce a un modelo BP-KX simplificado, que bastaría para muchas aplicaciones prácticas y que podría recogerse en Códigos o Recomendaciones de Asociaciones de Ingeniería. El proyecto de una estructura puede comenzarse con este modelo simplificado, y sólo si los efectos de la retracción y la fluencia resultan ser bastante importantes sería necesario aplicar el modelo completo [Bažant 1992].

### 2.1.5.- Adherencia acero-hormigón

La adherencia entre hormigón y acero evoluciona con la edad del hormigón y puede condicionar, por tanto, la resistencia  $\tau_{bd}$  y la capacidad de anclaje a tempranas edades.

Chapman y Shah [1986] realizaron una investigación experimental para determinar la adherencia entre armaduras y hormigón a tempranas edades. Se diseñó un nuevo y simple sistema de ensayo de doble extracción. Se estudiaron barras lisas y corrugadas, diferentes longitudes de anclaje y múltiples edades de carga, desde 1 día a 28 días. Los resultados más relevantes de esta investigación pueden resumirse así:

Las barras lisas no muestran influencia alguna de la edad del hormigón. En este tipo de barras se encontró poca correlación entre la resistencia de adherencia y la resistencia a compresión del hormigón, mostrando que la componente de adhesión es relativamente independiente de la resistencia a compresión.

Para barras corrugadas, el modo de fallo de la adherencia depende de la resistencia a compresión y de la longitud embebida de la barra. Para longitudes de anclaje cortas, con bajas resistencias, se produce la extracción limpia de la barra (fallo de adherencia pura). Para longitudes de anclaje altas y bajas resistencias o viceversa el fallo suele producirse por agotamiento del hormigón en tracción (splitting). Para altas resistencias y longitudes grandes, se produce el agotamiento de la armadura.

El efecto de la resistencia a compresión en la resistencia de adherencia es menos pronunciado conforme aumenta la longitud del anclaje, debido a la relación no lineal existente entre ellos. Más aún, para bajas resistencia a compresión la longitud del anclaje apenas presenta influencia en la resistencia de adherencia.

Se constató que las fórmulas del ACI para la resistencia de adherencia y



longitud de desarrollo eran conservadoras para hormigón maduro pero sobreestimaban la resistencia de adherencia a tempranas edades. Se encontró que la resistencia de adherencia es una función de la raíz cuadrada de la resistencia a compresión.

Se propuso una nueva ecuación para la resistencia de adherencia a temprana edad:

$$\tau = - \left( 0.29 + 0.282 \frac{r}{\phi} + 4.733 \frac{\phi}{l_b} \right) \sqrt{f_c} \quad (2.22)$$

siendo  $r$  el recubrimiento,  $\phi$  el diámetro de la barra,  $l_b$  la longitud embebida, todos en milímetros y las resistencias a adherencia y a compresión están expresadas en *MPa*. Esta expresión, aunque posiblemente más adecuada para hormigones jóvenes que otras (como posiblemente las proporcionadas por la norma EH-91) es también más compleja.

Clark y Johnston [1983] estudiaron experimentalmente los efectos de cargas prematuras en la resistencia adherente de barras corrugadas de 19 mm. de diámetro. Se realizaron ensayos de extracción evitando generar efectos locales en la zona próxima a las barras donde se desarrollan las tensiones de adherencia. Una primera serie de probetas se sometieron a una carga a nivel de servicio a la edad de un día y se mantuvieron cargadas hasta los 28 días. A esta edad se llevaron hasta rotura. Otras probetas se mantuvieron intactas hasta los 28 días y entonces se ensayaron hasta rotura. Otro tercer grupo se ensayaron hasta rotura a la edad de un día. Se compararon la resistencia adherente y la relación tensión tangencial-deslizamiento en los tres casos. Por otra parte se ensayaron tres longitudes diferentes de armadura embebida en el hormigón (aproximadamente 20 cm, 30 cm y 40 cm).

Se extrajeron las siguientes conclusiones: No se observó detrimento de la resistencia adherente a los 28 días por efecto de cargas previas controladas a niveles de servicio (utilizando los coeficientes de seguridad habituales). Los ensayos indicaron, asimismo, que tales cargas aplicadas a temprana edad producen una reducción de la tensión crítica de deslizamiento, así como un aumento de las deformaciones permanentes debido al incremento de deslizamiento cuando se carga a tempranas edades, pero los deslizamientos totales y, probablemente, las flechas totales que tienen lugar bajo carga última fueron muy similares a los obtenidos en el ensayo a 28 días sin carga previa.

Fernández Gómez [1986] realizó ensayos de pull-out modificado, regulado por la norma RILEM RC-6, con una modificación en el tamaño del cubo para evitar la rotura por tracción indirecta ("splitting"). Los ensayos se realizaron a 3, 7 y 28 días sobre probetas fabricadas con diversos tipos de cemento y en condiciones diversas de curado. Se obtuvieron curvas tensión de adherencia-deslizamientos, así como la tensión de adherencia máxima. En lo que nos atañe



más directamente, la conclusión más relevante es la adecuación, también a tempranas edades, de la fórmula de la EH-91 que relaciona la resistencia de cálculo de adherencia con la resistencia a compresión, para el caso de cemento portland normal. En dicha fórmula la resistencia de cálculo de adherencia es proporcional a la potencia  $2/3$  de la resistencia a compresión.

## 2.2.- MÉTODOS ANALÍTICOS PARA PREDECIR EL COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL

El proceso general de cálculo de estructuras de hormigón que proponen la mayoría de las normativas vigentes corresponde al conocido como método de los estados límites, el cual introduce un concepto semi-probabilístico de la seguridad al tratar de reducir a un valor suficientemente bajo la probabilidad de que se alcancen situaciones que dejarían la estructura fuera de servicio. Se diferencian dos tipos de estados límites: los *últimos* y los de *utilización*.

Los estados límites últimos son aquellos estados que dejan fuera de servicio a la estructura por colapso o rotura de la misma, mientras que los estados límites de utilización se definen como aquéllos que dejan a la estructura fuera de servicio por razones de durabilidad, funcionalidad o estéticas. La seguridad, pues, se garantiza a través de los estados límites últimos.

La comprobación del estado límite de agotamiento o rotura puede tener una especial importancia en el caso de estructuras descimbradas a tempranas edades ya que la resistencia a compresión del hormigón puede ser relativamente menor a la de diseño. Ello afectaría a la capacidad resistente, tanto a flexo-compresión como a esfuerzo cortante. En este apartado se describe, de forma conceptual, los principios generales de cálculo de este estado límite, para el caso de solicitaciones normales y de esfuerzo cortante.

Puesto que una de las hipótesis aceptadas para la comprobación de secciones sometidas a solicitaciones normales es la igualdad de deformaciones de la armadura y el hormigón que la envuelve, es necesario garantizar la perfecta adherencia entre ambos. Ello supone comprobar el estado límite de adherencia así como el de anclaje. Ambos estados límites son función de la resistencia para adherencia del hormigón por lo que, en el caso de un desimbrado prematuro, pueden verse afectados por una resistencia del hormigón demasiado baja respecto a la de proyecto. En el presente apartado se describen los métodos propuestos por las distintas normativas para la comprobación de dichos estados límites.

El cálculo de la flecha instantánea y sobre todo la flecha a largo plazo presenta un especial interés en estructuras descimbradas a tempranas edades, puesto que el hormigón puede no haber alcanzado un nivel suficiente en sus propiedades mecánicas (módulo de deformación, resistencia a tracción, etc.). Ello puede dar lugar a flechas excesivas bien durante la construcción, bien a largo plazo,



afectando así la funcionalidad de la estructura.

La predicción de flechas en estructuras de hormigón armado es una tarea sujeta a una variabilidad considerable debido, fundamentalmente, a la incertidumbre en la evaluación de los fenómenos involucrados en el comportamiento estructural durante la construcción y en condiciones de servicio. La fisuración del hormigón en tracción así como la fluencia y la retracción de dicho material parecen ser los fenómenos que más afectan a la deformabilidad instantánea y diferida. La fisuración afecta de forma definitiva a la rigidez de las piezas y, por tanto, a la deformabilidad. El carácter discreto de la fisuración hace que la contribución del hormigón traccionado entre fisuras juegue un papel importante en la deformabilidad.

La fluencia y la retracción del hormigón se ven afectadas por las condiciones ambientales, por la composición del hormigón, tipo de cemento, relación agua-cemento y por las condiciones de curado. La fluencia también depende del nivel de tensión aplicado, de la duración de la carga y de la edad del hormigón en el momento de puesta en carga. Además, las flechas debidas a retracción y fluencia se ven afectadas por la existencia o no de fisuras, por la presencia de armadura de compresión y por el proceso constructivo seguido, entre otros factores.

De todo lo anterior se deduce que pretender conocer con exactitud la flecha de una estructura de hormigón es poco realista y que, como mucho, se puede tratar de obtener una estimación aproximada de la misma (errores del 15%-20% son más que aceptables en fase de proyecto). Por otra parte, los modelos rigurosos para el cálculo de flechas son tremendamente complejos y poco adecuados para ser utilizados en fase de proyecto. Por todo ello, en este apartado se describen, brevemente, los métodos simplificados más adecuados junto con aquéllos comunmente utilizados para la estimación de flechas, algunos de los cuales serán utilizados posteriormente para predecir los resultados experimentales.

El ancho, espaciado y propagación de las fisuras dependen del nivel y tipo de carga, de la cuantía, disposición, diámetro y tipo de armaduras, de las propiedades mecánicas del hormigón y su evolución en el tiempo y de la geometría de la viga. En el caso de estructuras descimbradas a tempranas edades, un alto nivel de carga combinado con una baja resistencia a tracción del hormigón pueden ocasionar un nivel de fisuración excesivo, afectando así la durabilidad de la estructura. En este apartado se describen los métodos propuestos en las distintas normativas relativos al estado límite de fisuración.

### **2.2.1.- Capacidad resistente a flexo-compresión**

El cálculo en rotura consiste en comprobar que la sollicitación de cálculo sea siempre inferior o igual a la sollicitación última, o de rotura, la cual define la



capacidad resistente de la sección estudiada y, por lo tanto, de la pieza. En el caso de solicitaciones normales (flexo-compresión), las hipótesis establecidas para la determinación de la sollicitación última son las siguientes:

- 1) Las armaduras tienen la misma deformación que el hormigón que las envuelve.
- 2) Las deformaciones del hormigón siguen una ley plana, siempre que la relación entre puntos de momento nulo y el canto total de la pieza sea superior a 2 ( $l_0/h > 2$ ).
- 3) No se considera la resistencia a tracción del hormigón.
- 4) El agotamiento se produce cuando en alguna fibra (acero u hormigón) se produce la máxima deformación aceptada, la cual viene definida por los diagramas de cálculo tensión-deformación relativos al acero y al hormigón.
- 5) Se impone el equilibrio de fuerzas y momentos en la sección.

La combinación de las 4 primeras hipótesis permite configurar los dominios de deformación para los que se producirá el estado límite de agotamiento o rotura. Las tensiones originadas en cada fibra se obtienen mediante los diagramas de cálculo tensión-deformación relativos a cada material y, una vez conocidas, se plantean las ecuaciones de equilibrio en la sección.

Todas las normativas consultadas (EH-91, Eurocódigo EC-2, Model Code 90 y ACI 318-89) coinciden en el planteamiento general expuesto, diferenciándose ligeramente en la definición del diagrama de cálculo tensión-deformación del hormigón. Tanto la EH-91 como el eurocódigo EC-2 y el Model Code 90 proponen, preferentemente, el diagrama parábola-rectángulo (*Figura 2.1*) si bien permiten la utilización de otros diagramas simplificados como son el rectangular (EH-91 y EC-2, *Figura 2.2*), o el bilineal (EC-2, *Figura 2.3*). La norma ACI 318-89 acepta tanto un diagrama rectangular como trapezoidal, parabólico o de cualquier otra forma siempre que el resultado concuerde convenientemente con los obtenidos en ensayos de compresión, limitando al 0.3% la deformación unitaria última del hormigón.

En el caso de hormigones jóvenes, y a la vista de los estudios realizados en cuanto a la evolución de la relación tensión-deformación del hormigón en compresión, cabe preguntarse si mantener los mismos criterios establecidos para hormigón maduro puede afectar a la predicción de la capacidad resistente a flexo-compresión de una sección.



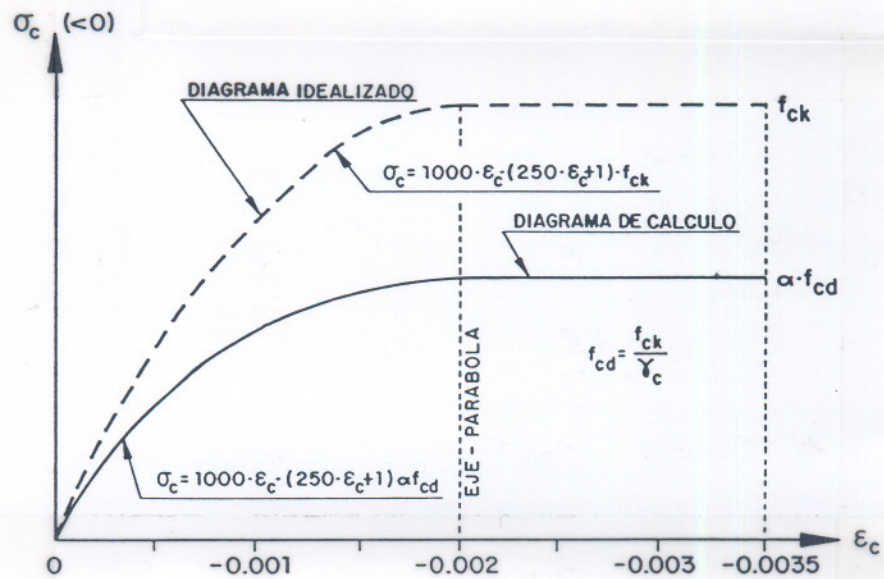


Figura 2.1.- Diagrama tensión-deformación parábola-rectángulo para hormigón sometido a compresión.

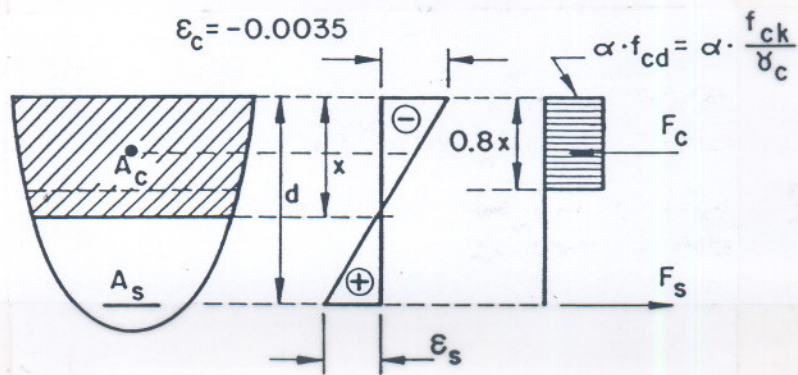


Figura 2.2.- Diagrama rectangular.



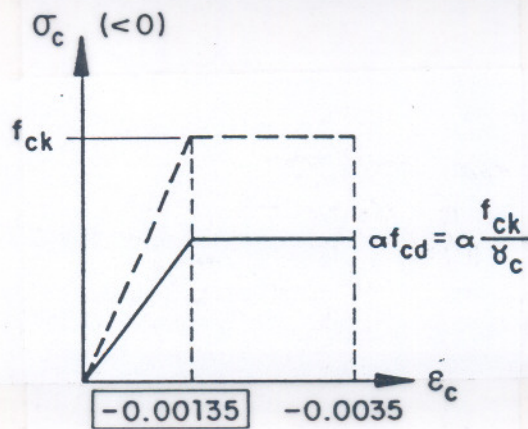


Figura 2.3.- Diagrama tensión-deformación bilineal para hormigón.

### 2.2.2.- Capacidad resistente a esfuerzo cortante

La teoría más extendida en cuanto al cálculo del esfuerzo cortante último, en el caso de elementos lineales, proviene de la aplicación de la llamada analogía de Ritter-Mörsh [Mörsh, 1952] convenientemente modificada por Leonhardt a partir de los ensayos efectuados por él mismo y Walther en Stuttgart [Leonhardt, 1985-1987]. El método consiste en efectuar dos comprobaciones.

Por una parte, el hormigón debe ser capaz de resistir las compresiones oblicuas del alma generadas por el esfuerzo cortante aplicado. Para ello, el cortante de cálculo debe ser inferior al cortante último  $V_{ul}$ , el cual viene determinado por la resistencia a compresión del hormigón y el área útil de la sección. En el caso de un desencofrado prematuro,  $V_{ul}$  puede ser bastante menor que el de diseño debido a la baja resistencia del hormigón.

Por otro lado, el cortante de cálculo debe ser inferior al cortante de agotamiento por tracción del alma ( $V_{u2}$ ), el cual se determina como la suma de las contribuciones del hormigón ( $V_{cu}$ ) y de la armadura transversal de alma ( $V_{su}$ ). La contribución de la armadura se calcula en función del canto útil de la sección, la distancia entre armaduras y el área de ésta colocada en un plano de armado, todos ellos valores constantes en el tiempo, es decir, en el caso de un descimbrado prematuro el valor de  $V_{su}$  sería igual al calculado en proyecto. No ocurre así con la contribución del hormigón, la cual se calcula en función de la resistencia a compresión del hormigón además del área útil de la sección. Ello implica que en el caso de un descimbrado prematuro, la disminución de  $V_{u2}$ , respecto al valor de proyecto, será mayor cuanto más elevada sea la relación  $V_{cu} / V_{su}$  de proyecto.



### 2.2.3.- Adherencia y anclaje

La adherencia permite la transmisión de esfuerzos tangenciales entre el hormigón y la armadura a lo largo de toda la longitud de ésta, a la vez que asegura el anclaje de la armadura en los dispositivos de anclaje de sus extremos. Las limitaciones que introducen las distintas normativas tienden a evitar la rotura local de adherencia causada por un brusco incremento de la tracción de las armaduras en una pequeña longitud. Ello se consigue dimensionando las armaduras de modo que, en toda su longitud eficaz y bajo las acciones de cálculo, las tensiones tangenciales generadas no superen el valor de la resistencia de cálculo para adherencia ( $\tau_{bd}$  en la Instrucción EH-91).

La longitud de anclaje necesaria se calcula suponiendo que la barra está sometida a una tensión de tracción igual a su límite elástico y que la tensión de adherencia es constante en toda la longitud e igual al valor medio  $\tau_{bm}$ . Para barras corrugadas, el valor de  $\tau_{bm}$  depende del diámetro de la barra, de la calidad del hormigón y de la propia longitud del anclaje, lo cual hace que su formulación sea complicada. Debido a ello, la Instrucción española EH-91 opta por tabular las longitudes prácticas de anclaje basándose en la experimentación realizada con motivo de la homologación de las características adherentes de las barras fabricadas en España.

### 2.2.4.- Deformabilidad instantánea

Antes de fisurar, el comportamiento del hormigón armado puede considerarse elástico. Sin embargo, la fisuración provoca un súbito cambio de mecanismo resistente, produciéndose redistribuciones de tensiones y de curvaturas a lo largo del elemento tal y como se muestra en la *Figura 2.4*. En ella se observa que las tensiones en el acero y la curvatura se concentran allí donde se produce la grieta, es decir, donde el hormigón no soporta tracción alguna. Sin embargo, debido a la adherencia entre hormigón y acero, éste va transfiriendo parte de su tracción al hormigón (efecto conocido como "*tension stiffening*" o colaboración del hormigón traccionado entre fisuras). En una zona intermedia entre dos fisuras existentes, la pieza trabaja a sección completa.

Una forma de tener en cuenta este hecho es considerar un comportamiento de la zona fisurada intermedio entre la sección donde se produce la fisura y la sección íntegra. Este comportamiento medio puede tenerse en cuenta bien a través de un diagrama Momento-Curvatura como el de la *Figura 2.5*, o bien a través de una rigidez secante intermedia. De una u otra forma, es así como los métodos más usuales de cálculo de flechas instantáneas tienen en cuenta este efecto.

Entre los métodos simplificados de cálculo de flechas instantáneas se describen el método propuesto por Branson [1977] y adoptado por la Norma ACI 318 [ACI 318-89] y la Instrucción EH-91, el método propuesto por A. R. Mari



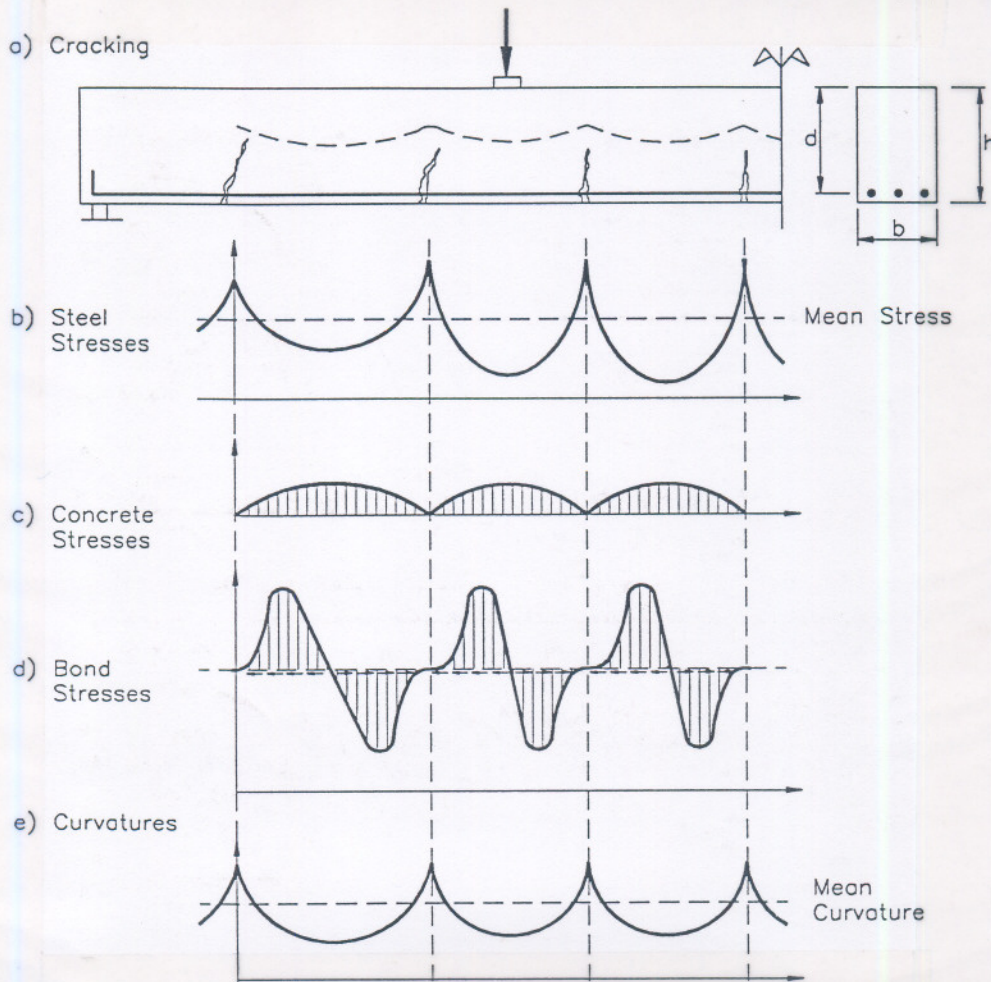


Figura 2.4.- Distribución de tensiones y curvaturas en una pieza fisurada.

[1994] que constituye una variante del método bilineal del CEB [CEB-FIP, 1990] para flechas instantáneas, el método del Eurocódigo 2 [EC-2, 1991] y el método propuesto por F. Fargueta, M. A. Fernández y P. Miguel [1991]. El método de los coeficientes globales incluido en el Código Modelo MC-90 [CEB-FIP, 1990] no permite calcular flechas instantáneas sino directamente flechas totales, por lo que será descrito más adelante.

### Fórmula de Branson

La Instrucción española EH-91 adopta, al igual que la Norma ACI 318/89, la propuesta de Branson para el cálculo de flechas instantáneas. Básicamente, consiste en obtener una inercia efectiva a nivel pieza  $I_e$  con la cual trabajar en las



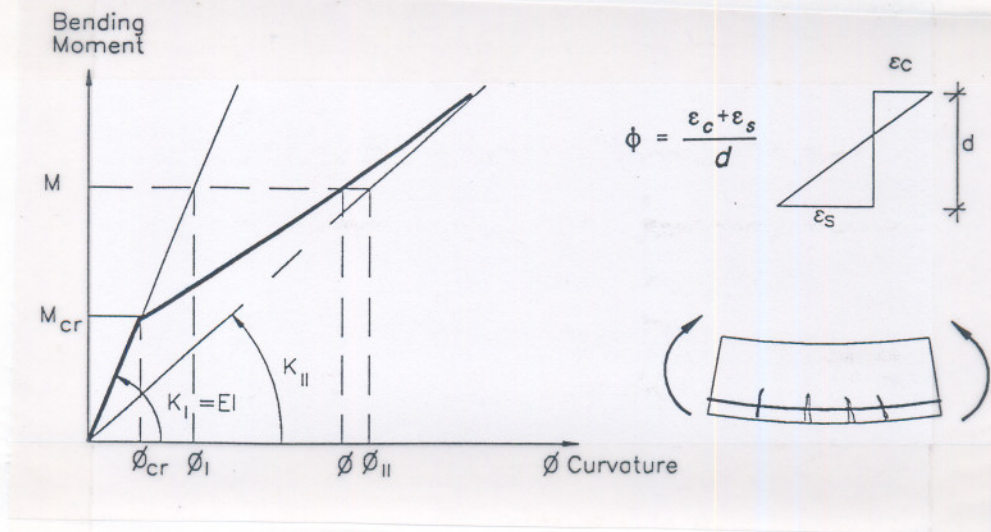


Figura 2.5.- Diagrama Momento-Curvatura.

fórmulas habituales para el cálculo de flechas en régimen elástico. Para obtener esta inercia efectiva a nivel pieza, primero hay que obtener la inercia efectiva en las secciones críticas de la pieza, la cual incorpora el comportamiento medio antes citado. En cada sección crítica,  $I_e$  viene dada por la siguiente expresión:

$$I_e = I_b \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 + I_f \left[ 1 - \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] \quad (2.23)$$

en la que  $I_b$  es la inercia elástica de la sección,  $I_f$  es la inercia fisurada (esto es, la de la sección en la que se produce la grieta),  $M_{cr}$  es el momento de fisuración y  $M_a$  es el momento que solicita la sección considerada.

Con este método, en el caso de piezas isostáticas se considera que la inercia efectiva de la pieza coincide con la de la sección crítica y para piezas continuas la inercia efectiva, a nivel pieza, se obtiene ponderando las inercias de los diferentes tramos de armado. Por simplicidad se acepta que, en tramos continuos, la longitud de la zona sometida a momentos negativos es  $0.15 L$ , siendo  $L$  la luz de cálculo.

Así pues, la flecha instantánea se puede obtener aplicando la expresión:

$$a_{ins} = a_{el} \frac{I_b}{I_e} \quad (2.24)$$



donde  $a_{el}$  es la flecha elástica. Tanto en el cálculo de  $a_{el}$  como del momento de fisuración se recomienda, para mayor precisión, utilizar la inercia de la sección homogeneizada incluyendo así la aportación de las armaduras a la rigidez.

### Método propuesto por A. R. Marí

Está basado en la utilización de un diagrama Momento-Curvatura bilineal como el de la *Figura 2.6* el cual incluye, de forma simplificada, el tension stiffening suponiendo que éste es despreciable en el momento en que la sección plastifica.

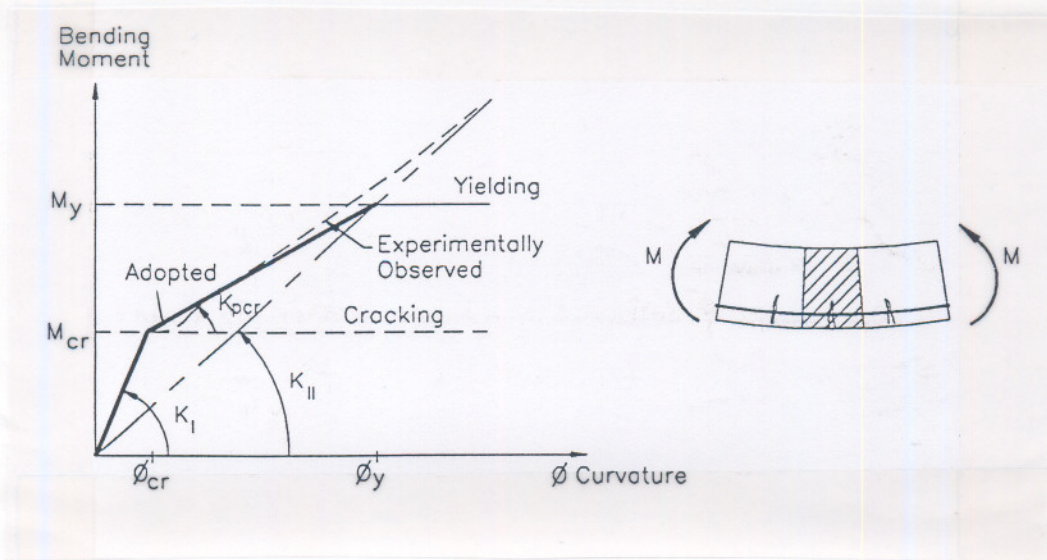


Figura 2.6.- Diagrama Momento-Curvatura trilineal.

La flecha instantánea puede considerarse como la suma de la flecha elástica producida hasta el momento de fisuración ( $a_{cr}^I$ ), más el incremento de flecha ( $\Delta a_{pcr}$ ) debido al exceso de carga respecto a la que produce la fisuración:

$$a_{ins} = a_{cr}^I + \Delta a_{pcr} \quad (2.25)$$

Tanto para piezas biapoyadas como continuas se considera que la carga de fisuración es aquella que produce la primera fisura en la sección central del vano. Por otra parte y a diferencia del método de Branson se adopta siempre, incluso en vigas continuas, la sección de centro de vano como única sección influyente en la fase de post-fisuración. Con estas hipótesis se llega a la siguiente expresión:



$$a_{ins} = a_{el}^I \left[ \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right) + \left( 1 - \frac{M_{cr}}{M_a} \right) \left( 1,25 \frac{K_I}{K_{II}} - 0,25 \right) \right] \leq a^{II} \quad (2.26)$$

donde  $a_{el}^I$ ,  $M_{cr}$ , y  $M_a$  tienen los significados ya explicados,  $K_I$  es la rigidez elástica y  $K_{II}$  es la rigidez fisurada de la sección de centro de vano "pura", esto es, sin considerar tension stiffening. Tanto en el cálculo de  $M_{cr}$  como de  $K_I$  puede utilizarse la sección homogeneizada para mayor precisión. Para la relación  $K_I/K_{II}$ , Marí sugiere una expresión muy aproximada para secciones rectangulares y en los casos normales de armado:

$$\frac{K_I}{K_{II}} \approx \frac{\left( \frac{h}{d} \right)^3}{0,12 + 5,4 n \rho \left( 1 + \frac{\rho'}{\rho} \frac{d'}{d} \right)} \frac{I_h}{I_g} \quad (2.27)$$

donde  $h$  y  $d$  son el canto total y canto útil de la sección,  $d'$  es el recubrimiento mecánico de la armadura de compresión,  $n = E_s/E_c$  es el coeficiente de equivalencia del hormigón y  $\rho$  y  $\rho'$  son las cuantías geométricas de la armadura de tracción y compresión, respectivamente. En caso de utilizar la sección bruta, el cociente entre la inercia homogeneizada  $I_h$  y la inercia bruta  $I_g$  es la unidad.

Esta expresión puede extenderse, con una ligera modificación, a secciones en T siempre que tras la fisuración la fibra neutra caiga dentro de la cabeza de compresiones [Marí, 1994].

#### Método propuesto por F. Fargueta, M. A. Fernández y P. Miguel [1994]

Este método está basado en la obtención analítica de una inercia equivalente, para una viga sometida a flexión, a partir de las bases establecidas en el Model Code 90 para el estudio de la fisuración (esto es, consideración del efecto de "tension stiffening". La inercia equivalente  $I_e$ , obtenida tras un proceso de integración de curvaturas, se calcula mediante interpolación de las inversas de las inercias correspondientes a la sección bruta ( $I_b$ ), a la sección fisurada central ( $I_{fc}$ ) y a la sección fisurada extrema ( $I_{fe}$ ):

$$\frac{1}{I_e} = (a + b) \frac{1}{I_b} + (1 - a) \frac{1}{I_{fc}} - b \frac{1}{I_{fe}} \quad (2.28)$$

en el caso particular de viga biapoyada ( $b = 0$ ) la expresión queda:



$$\frac{I}{I_e} = a \frac{I}{I_b} + (1 - a) \frac{I}{I_{fc}} \quad (2.29)$$

$a$  y  $b$  son parámetros que dependen del momento de fisuración, de la ley de momentos a que se encuentre sometida la viga y de la duración de las cargas. Sus valores presentan expresiones analíticas algo complicadas para utilizar normalmente, aunque los autores presentan gráficos y tablas de gran utilidad práctica.

Este método tiene el interés de considerar, de forma muy correcta, el fenómeno de la fisuración a través del modelo del CEB y de proporcionar un método simplificado obtenido tras el proceso riguroso de integración de curvaturas.

### Método del Eurocódigo EC-2 [1991]

La flecha instantánea según el Eurocódigo se obtiene por interpolación lineal entre las flechas correspondientes a sección no fisurada ( $a_{el}$ ) y totalmente fisurada ( $a_{cr}$ ):

$$a_{ins} = \xi a_{cr} + (1 - \xi) a_{el} \quad (2.30)$$

donde el coeficiente  $\xi$  viene dado por la expresión:

$$\xi = 1 - \beta_1 \beta_2 \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \quad (2.31)$$

$\beta_1$  y  $\beta_2$  son los coeficientes definidos en el apartado de fisuración. El primero tiene en cuenta la calidad de la adherencia de las barras, con  $\beta_1 = 1$  para barras corrugadas y  $\beta_1 = 0.5$  para barras lisas. El segundo coeficiente tiene en cuenta la naturaleza de las cargas, con  $\beta_2 = 1$  para un solo ciclo de carga y  $\beta_2 = 0.5$  para carga permanente.

$\sigma_{sr}$  es la tensión en la armadura de tracción en el momento de la fisuración, considerando sección fisurada.

$\sigma_s$  es la tensión de servicio en la armadura de tracción considerando sección fisurada.

El cociente entre ambos valores de tensión ( $\sigma_{sr} / \sigma_s$ ) puede ser sustituido por ( $M_{cr} / M_a$ ), con lo que se homogeniza la presente formulación con respecto a otros métodos. El valor de  $\xi$  se toma cero para secciones no fisuradas.



### 2.2.5.- Deformabilidad diferida

La retracción y fluencia del hormigón dan lugar a incrementos de flecha en el tiempo que pueden ser varias veces superiores a la flecha instantánea. En el caso de un descimbrado prematuro, la retracción efectiva y la deformación por fluencia pueden ser muy altos. Además, las tensiones de compresión a que puede verse sometido un hormigón joven pueden estar próximas al nivel umbral de la fluencia lineal.

La retracción, en una sección fisurada, genera una curvatura por asimetría de deformaciones y por la presencia de acero que restringe la libre deformación del hormigón. La fluencia del hormigón en piezas fisuradas produce redistribuciones de tensiones ya que sólo el hormigón comprimido fluye y no así el acero. El cálculo del incremento de curvatura por fluencia, en sección fisurada, debe tener en cuenta estos aspectos. En general cabe subrayar que siendo  $\varphi$  el coeficiente de fluencia del hormigón, la curvatura debida a fluencia es sensiblemente inferior a  $\varphi$  veces la instantánea, debido a la fisuración. Además, el cálculo de flechas diferidas debe considerar, al igual que en la flecha instantánea, el carácter discreto de la fisuración, es decir, la presencia de secciones fisuradas y otras que no lo están.

Por otra parte, de cara a evaluar los posibles daños en elementos no estructurales, interesa conocer la flecha activa. Para ello es necesario evaluar las flechas diferidas producidas en diversos momentos de la vida de la estructura, bajo la aplicación de cargas sucesivas y teniendo en cuenta la evolución de las propiedades del hormigón.

A continuación se describen una serie de métodos de cálculo simplificado de flechas a largo plazo entre los que se incluyen los preconizados por las normas más comunes y algunos otros propuestos que se consideran de interés. No se incluye el método general bilineal del CEB, a pesar de su gran interés conceptual, por considerarlo excesivamente laborioso de cara a una aplicación práctica.

#### Método del ACI [ACI 318-89]

La flecha diferida se considera proporcional a la flecha instantánea, siendo el factor multiplicador  $\lambda$  el siguiente:

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50\rho'} \quad (2.32)$$

donde:

$\rho'$  es la cuantía geométrica de la armadura de compresión  $\rho' = A'/bd$ , siendo  $b$  el ancho de la sección rectangular o el ancho del nervio en



una sección T.

$\xi$  es un coeficiente, función de la duración de la carga, que puede extraerse de la *Figura 2.7* y que recoge simultáneamente los efectos de la fluencia y la retracción.

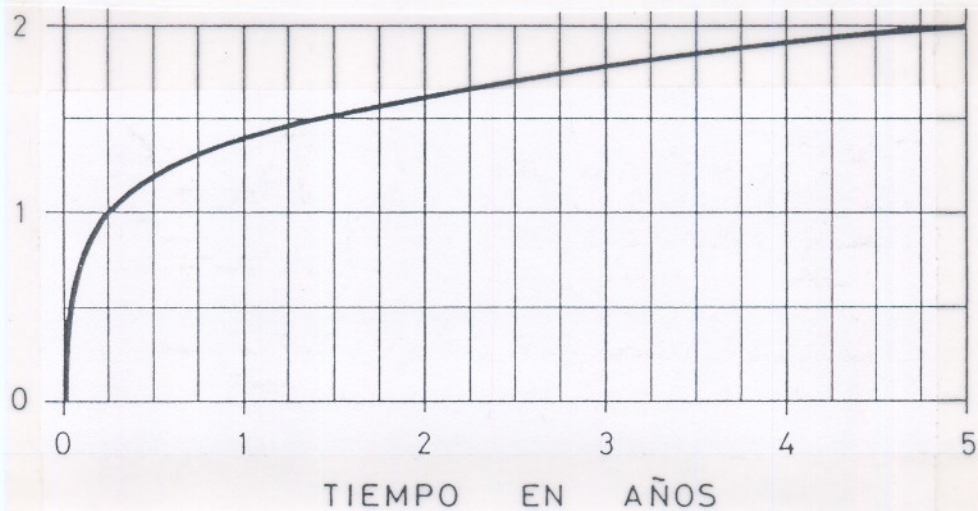


Figura 2.7.- Evolución del coeficiente  $\xi$ .

Puede observarse que  $\xi$  sólo depende de la duración de la carga pero no del instante de carga. Tampoco intervienen explícitamente los efectos de la humedad ambiental ni de la forma de la pieza. Branson [1977] estableció una serie de factores correctores para tener en cuenta estos aspectos.

Este método, de carácter empírico, está basado fundamentalmente en un número limitado de ensayos realizados en condiciones ambientales más bien secas. Se considera, a pesar de su sencillez y aceptable acierto, que ha sido sensiblemente mejorado pese a lo cual sigue, desde hace mucho tiempo, inamovible en el Código ACI.

### Método de la EH-91

La Instrucción española, en su última versión, mejoró la propuesta de ACI al tener en cuenta la edad del instante de la carga y no sólo la duración de la misma. Así, para una carga aplicada a una edad  $t_1$ , no despreciable, la flecha en un instante  $t_2$  debe obtenerse utilizando el coeficiente:

$$\xi = \xi(t_2) - \xi(t_1) \quad (2.33)$$

Por otra parte, para el caso habitual en el que la carga total  $P$  se aplica por



fracciones  $P_1, P_2, \dots, P_n$  a edades  $t_1, t_2, \dots, t_n$ , puede aceptarse un valor medio  $\xi_m$ :

$$\xi_m = \frac{\xi_1 P_1 + \xi_2 P_2 + \dots + \xi_n P_n}{P_1 + P_2 + \dots + P_n} \quad (2.34)$$

donde  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ , son los valores correspondientes a los tiempos  $t_1, t_2, \dots, t_n$ , en la misma figura del ACI (*Figura 2.7*), la cual tiene en la EH-91 una versión en forma de tabla para duraciones de 2 semanas, 1 mes, 3 meses, 6 meses, 1 año, y 5 ó más años.

Aún mejorado, este método adolece del resto de defectos del ACI. En particular, es de dudosa aplicación en el caso de hormigones jóvenes ya que hay muy poca precisión en la evaluación del coeficiente de amplificación de flechas.

#### Método del Código Modelo MC-90 [CEB-FIP, 1990]

Este método, conocido como método del coeficiente global, fue originalmente desarrollado por Favre y sus colaboradores en el seno del CEB y deriva del método bilineal de carácter general tras un estudio paramétrico.

La flecha total a largo plazo viene definida por las expresiones:

$$a_\infty = (1 + \varphi) a_{el} \quad \text{para } M < M_{cr} \quad (2.35)$$

$$a_\infty = \left(\frac{h}{d}\right)^3 \eta (1 - 20 \rho_{cm}) a_{el} \quad \text{para } M \geq M_{cr} \quad (2.36)$$

donde

- $\varphi$  es el coeficiente de fluencia a largo plazo que viene dado por la *Tabla 2.1*
- $a_{el}$  es la flecha elástica instantánea.
- $M$  es el momento aplicado en el centro de la luz de la viga o losa, o en el arranque de un voladizo, bajo las acciones permanentes.
- $M_{cr}$  es el momento de fisuración de esta sección.
- $\rho_{cm}$  es la cuantía geométrica media de armadura de compresión.
- $\eta$  es un factor que tiene en cuenta la retracción y la fluencia y viene dado en la *Tabla 2.2* en función de la cuantía geométrica media de armadura de tracción  $\rho_{tm}$ .



Tabla 2.1.- Coeficiente de fluencia  $\varphi$  a 70 años de carga.

Edad de aplicación de la carga	Ambiente seco (interiores) (HR = 50 %)			Ambiente húmedo (exteriores) (HR = 80 %)		
	Espesor medio $2A_c / U$ [mm]					
	50	150	600	50	150	600
1	5.8	4.8	3.9	3.8	3.4	3.0
7	4.1	3.3	2.7	2.7	2.4	2.1
28	3.1	2.6	2.1	2.0	1.8	1.6
90	2.5	2.1	1.7	1.6	1.5	1.3
365	1.9	1.6	1.3	1.2	1.1	1.0

Tabla 2.2.- Valores del coeficiente  $\eta$

$\rho_m$ %	0.15	0.20	0.30	0.50	0.75	1.10	1.15
$\eta$	10	8	6	4	3	2.5	2

La cuantía media se obtiene ponderando las cuantías de los diferentes tramos de armado:

$$\rho_m = \frac{\sum \rho_i l_i}{\sum l_i} \quad (2.37)$$

Este método es muy simple de aplicar y bastante preciso, a pesar de que no recoge, en principio, los efectos de la retracción. Sin embargo, tiene diversos inconvenientes como son:

No permite calcular la flecha instantánea ni la flecha activa y sólo sirve para flechas a muy largo plazo.

Al no tener explícito el valor del coeficiente de fluencia ni la retracción, no puede reproducir los efectos del medio ambiente u otros importantes.

### Método de Favre y Charif [1992]

Con motivo del estudio de la deformabilidad de hormigones de alta resistencia, Favre y Charif modificaron el método del MC-90 para tener en cuenta coeficientes de fluencia diferentes a  $\varphi = 2.5$ , así como niveles de carga y de fisuración a través de la relación  $M_{cr} / M_a$  diferentes de 0.5, para los que se desarrolló el método originalmente. Así pues, en el caso de  $M_{cr} \leq M_a$  la flecha queda:



$$a_t = a_{el} \eta \eta_\phi \eta_M (1 - 20 \rho_{cm}) \left( \frac{h}{d} \right)^3 \quad (2.38)$$

donde

$$\eta_\phi = \frac{6.2 + \phi}{8.7} \quad (2.39)$$

$$\eta_M = 1.22 - 0.44 \frac{M_{cr}}{M_a} \quad (2.40)$$

Por otra parte, para tener en cuenta la flecha debida a la retracción proponen el gráfico de Tellenbach [1985] que permite calcular la flecha  $a_{cs}$  en función, directamente, de la deformación de retracción libre del hormigón (Figura 2.8).

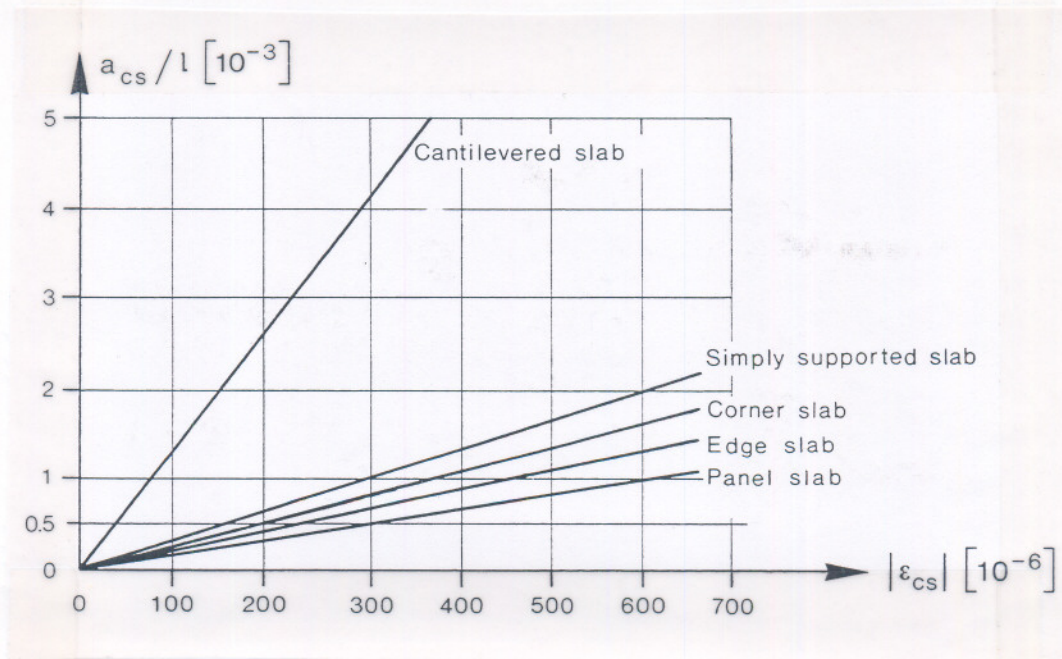


Figura 2.8.- Flecha debida a la retracción.

### Método del Eurocódigo EC-2 [1991]

El Eurocódigo define un módulo de deformación efectivo  $E_{c,ef}$  que proporciona, directamente, la flecha total (instantánea más diferida):

$$E_{c,ef} = \frac{E_{cm}}{1 + \phi} \quad (2.41)$$

donde  $E_{cm}$  viene dado por la expresión (en  $Kg/cm^2$ ):



$$E_{cm} = 44100 (f_{ck} + 80)^{\frac{1}{3}} \quad (2.42)$$

y  $\varphi$  se obtiene de una tabla muy similar a la anteriormente mostrada, aunque con valores ligeramente inferiores debido a que tiene en cuenta el envejecimiento del hormigón. Este método no tiene en cuenta la flecha debida a la retracción y, como el del MC-90, no permite calcular la flecha activa.

### Método propuesto por A. R. Marí [1994]

Presenta un tratamiento conceptual parecido al método bilineal del CEB, aunque resulta mucho más simple de aplicar. La flecha diferida se compone de la flecha debida a la fluencia más la flecha debida a la retracción.

En el caso de secciones fisuradas, la experimentación revela que la deformación de la armadura de tracción permanece casi constante en el tiempo. Ello permite establecer una hipótesis cinemática que simplifica enormemente el problema: la armadura no incrementa su deformación en el tiempo. Esta hipótesis ya fue utilizada por Murcia [1991]. Incluyendo los efectos restrictivos de la armadura de compresión y teniendo en cuenta el distinto comportamiento diferido entre sección fisurada y sección completa, se llega a las siguientes expresiones:

$$\Delta a_{\varphi} = a_{ins} \varphi \frac{x}{d} \frac{l}{1 + 4n\rho'} \quad (2.43)$$

$$\Delta a_{cs} = \frac{\varepsilon_{cs}}{d} \frac{l}{1 + 4n\rho'} \frac{l^2}{8} k_b \quad (2.44)$$

$$a_{tot} = a_{ins} + \Delta a_{\varphi} + \Delta a_{cs} \quad (2.45)$$

donde

$a_{ins}$  es la flecha instantánea

$\varphi$  es el coeficiente de fluencia

$x/d$  es la profundidad relativa de la fibra neutra en sección fisurada, en centro de vano

$n$  es el coeficiente de equivalencia  $E_s / E_c$

$\rho'$  es la cuantía de armadura de compresión de la sección de centro de vano

$l$  es la luz de la pieza

$\varepsilon_{cs}$  es la deformación unitaria de retracción



$d$  es el canto útil de la pieza

$k_b$  es un coeficiente que tiene en cuenta las condiciones de vinculación de la pieza y la distribución del armado a lo largo de la misma:

$k_b = 1$  para piezas biapoyadas

$k_b = 4$  para voladizos

$k_b = 0.7$  para luces extremas de vigas continuas

$k_b = 0.5$  para luces interiores de vigas continuas

Con este método es posible calcular la flecha instantánea y la total, así como la flecha activa. La aparición explícita del coeficiente de fluencia  $\varphi$  y de la retracción  $\varepsilon_{cs}$ , así como su separación formal, permiten tener en cuenta efectos tales como edad y duración de la carga, humedad ambiental, forma de la pieza, tipo de cemento, relación agua/cemento, etc.

Presenta limitaciones ya que al considerar sólo la sección de centro vano, en el caso de vigas continuas con armaduras muy diferentes en vanos y apoyos puede dar lugar a errores apreciables. Sin embargo, para el caso de los ensayos realizados (vigas biapoyadas) resulta ser un método muy adecuado.

#### 2.2.6.- Fisuración por tracción

En las estructuras de hormigón armado suele ser inevitable la aparición de fisuras. Éstas no suponen inconveniente alguno para la normal utilización de la estructura siempre que se limite su anchura máxima a valores compatibles con las exigencias de durabilidad, funcionalidad, estanqueidad y aspecto estético. El ancho de fisura se determina, tanto en la EH-91 como en el Eurocódigo EC-2, como función de la separación media entre fisuras y del alargamiento medio de las armaduras traccionadas.

La separación media entre fisuras depende del diámetro, recubrimiento, distancia y calidad de la armadura de tracción así como de su cuantía geométrica efectiva y de la forma del diagrama de tracciones en la sección. Todos ellos son parámetros que no varían con la edad del elemento estructural.

El alargamiento medio de las armaduras traccionadas depende de la calidad de las armaduras además de la duración o repetición de la carga y, especialmente, del nivel de carga aplicado en relación a la que provoca el inicio de la fisuración. En el caso de un descimbrado prematuro, las propiedades del hormigón junto al nivel de carga pueden provocar deformaciones de la armadura de tracción tales que incrementen notablemente el ancho de fisura, afectando así la funcionalidad de la estructura acabada.