



UNIVERSITAT DE
BARCELONA

Los sistemas de ecuaciones estructurales en el ámbito de la psicología: análisis de un modelo de predicción de la ansiedad social

Joan Guàrdia Olmos



Aquesta tesi doctoral està subjecta a la llicència **Reconeixement 4.0. Espanya de Creative Commons.**

Esta tesis doctoral está sujeta a la licencia **Reconocimiento 4.0. España de Creative Commons.**

This doctoral thesis is licensed under the **Creative Commons Attribution 4.0. Spain License.**

LOS SISTEMAS DE ECUACIONES ESTRUCTURALES

EN EL AMBITO DE LA PSICOLOGIA:

Análisis de un Modelo de predicción de la Ansiedad Social



Tesis Doctoral

D. JOAN GUARDIA OLMOS

Facultad de Psicología

División de Ciencias de la Salud

Universidad de Barcelona

Director:

DR. JAUME ARNAU GRAS

Barcelona, Noviembre de 1.986



INDICE

INTRODUCCION PRIMERA PARTE

CAPITULO 1: Los Modelos de ecuaciones estructurales en el ámbito de la Psicología.

- 1.1 Consideraciones acerca de los modelos estructurales: una propuesta de definición.
- 1.2 Presentación matemática del modelo estructural general.
 - 1.2.1. Modelos de Medida.
 - 1.2.2. Modelos de Ecuaciones estructurales
 - 1.2.3. Procedimientos de obtención de la matriz Σ en modelos con variables latentes.
 - 1.2.4. Procedimiento de obtención de la matriz Σ en modelos con variables observables.
- 1.3 Proceso de modelización estructural
- 1.4 Proceso de introducción de los modelos de ecuaciones estructurales en el campo de la Psicología
- 1.5 Aplicación substantiva de los modelos estructurales
- 1.6 Aplicaciones de carácter técnico de los modelos estructurales
 - 1.6.1. Investigaciones de carácter no experimental
 - 1.6.2. Investigaciones de carácter experimental
 - 1.6.3. Aplicaciones de carácter estadístico
- 1.7 Consideraciones acerca de las posibilidades de interpretación de los modelos estructurales

CAPITULO 2: La fase de identificación en los sistemas de ecuaciones estructurales

- 2.1 Modelos de Medida
- 2.2 Modelos Recursivos
- 2.3 Modelos no recursivos
 - 2.3.1. Aproximación mediante formas reducidas
 - 2.3.2. Aproximación de la combinación lineal

2.3.3. Condiciones para la identificación

2.3.3.1. Condición de orden

2.3.3.2. Condición de rango

CAPITULO 3: La fase de estimación de parámetros en los sistemas de ecuaciones estructurales.

3.1 Algoritmos de resolución

3.2 Análisis de estimaciones no usuales

3.3 Estimación OLS.

3.3.1. Estimación OLS en regresión no lineal

3.3.2. La estimación OLS en las ecuaciones estructurales

3.4 Estimación TSLS

3.5 Estimación GLS

3.6 Estimación ULS

3.7 Estimación ML

3.8 Esquema de la derivación general de las estimaciones iterativas

3.9 Estimación Ridge Regression (RR)

3.9.1. Efecto de la multicolinealidad en la estimación OLS

3.9.2. Índice VIF de multicolinealidad

3.9.3. Modificación RR de las estimaciones OLS

3.9.4. Cálculo del parámetro de sesgo (K) en RR.

3.10 Estimación NR.

3.11 Estimaciones 2SRR y 2SNR

3.12 Análisis comparativo RR y OLS

CAPITULO 4: La fase de verificación y ajuste en los sistemas de ecuaciones estructurales.

4.1. Significación individual de los parámetros

4.2. Residuales normalizados

4.3. Análisis de las matrices Γ y Θ .

4.4. Análisis de los índices de ajuste GFI, AGFI, RMR y del Q-plot.

- 4.5. Análisis del ajuste mediante el estadístico X^2 .
 - 4.5.1. X^2 como estadístico de ajuste diferencial
 - 4.5.2. X^2 como estadístico de ajuste
 - 4.5.2.1. Riesgos estadísticos en el ajuste X^2 .
 - 4.5.2.2. Alteraciones en el ajuste debidas al tamaño de la muestra.
 - 4.5.2.3. Alteraciones en el ajuste debidas a la consistencia estructural de la matriz inicial
- 4.6. Ajustes basados en el estudio de las variancias
 - 4.6.1. Propuesta de ajuste de Fornell y Larcker (1981a)
 - 4.6.2. Análisis de la variancia de las ecuaciones estructurales como ajuste predictivo
 - 4.6.2.1. Ajuste de variancia para sistemas estructurales sin variables latentes
 - 4.6.2.2. Ajuste de variancia para sistemas estructurales con variables latentes.

SEGUNDA PARTE

CAPITULO 5: Los sistemas de medidas en evaluación conductual

- 5.1. Medición de la Ansiedad Social
 - 5.1.1. Características del canal fisiológico
 - 5.1.2. Características del canal motor (Registro observacional)
 - 5.1.3. Características del canal cognitivo (Autoinformes Conductuales)
- 5.2. Desajustes en la investigación clinica aplicada
- 5.3. Desajustes de las técnicas evaluativas

CAPITULO 6: Modelo estructural para el análisis de los autoinformes conductuales: estimación de parámetros y ajuste

- 6.1. Planteamiento de un modelo estructural (Path Diagrama) en torno a la Ansiedad Social
 - 6.1.1. Matrices fundamentales del sistema estructural

6.2. Identificación

6.2.1. Forma reducida

6.2.2. Combinación lineal

6.2.3. Condiciones para la identificación

6.2.3.1. Condición de orden

6.2.3.2. Condición de rango

6.3. Estimación de parámetros

6.3.1. Regogida de datos y matriz inicial R

6.3.2. estimación TSLS

6.3.3. Estimación ML

6.3.4. Estimación RR y NR

6.4. Análisis de los ajustes y verificación del modelo

6.4.1. Ajustes de covariancia

6.4.1.1. Verificación a partir de la estimación TSLS

6.4.1.2. Verificación a partir de la estimación ML

6.4.1.3. Verificación a partir de la estimación NR

6.4.2. Ajustes de Variancia

6.4.2.1. Ajuste de Variancia a partir de la estimación TSLS.

6.4.2.2. Ajuste de Variancia a partir de la estimación NR.

CAPITULO 7: Comentarios a partir de las consideraciones metodológicas, Estadísticas y de carácter aplicado planteadas.

7.1. Consideraciones de carácter metodológico

7.2. Consideraciones de carácter estadístico

7.3. Consideraciones de carácter aplicado

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

En un reciente artículo Tows (1985) recoge un concepto acuñado en los inicios de la Psicología Experimental. Comenta, este autor, la gran cantidad de trabajos que incluyen en su desarrollo términos como proceso, mecanismos, funciones o estructuras, atribuyendo tal estado de cosas a la "hipótesis dominante" del momento, analizado este aspecto, claro está, desde el campo de estudio en el que se sitúa esta afirmación, es decir, referida a la Psicología Informacional.

La existencia de una "hipótesis dominante" no es un fenómeno único de alguna de las facetas de la Psicología. Se dan, en general, en muchos ámbitos siempre y cuando estén representados en las líneas de investigación actuales.

Así pues, no se escapa a esta situación, aspectos tan concretos como el análisis de datos y el interés creciente de los psicólogos en establecer "modelos". Esta es, pues, la "hipótesis dominante" del momento: encontrar modelos tanto estadísticos como matemáticos y analizar su utilidad. Este interés se ha desarrollado a partir del momento en que la Psicología Matemática ha tomado definitivamente carta de naturaleza. Ahora bien, no es esta una situación que se haya establecido en los últimos tiempos. Es interesante observar como Brown (1936a) ya plantea aspectos relativos al papel de las Matemáticas en la formalización de teorías y cual es la relación entre la topología y el estudio de los fenómenos psicológicos. Igualmente interesante, a la vez que sugeridor, es comprobar como Thurstone (1986) sigue planteándose aspectos concomitantes a los de Brown (1986b). Afortunadamente, hay elementos que están plenamente asumidos y podemos dar por descartados planteamientos no encaminados a la aceptación de las Matemáticas como instrumento relevante en la investigación psicológica.

Atendiendo a elementos o posturas provenientes de la Filosofía ya clásica, esa utilización de las Matemáticas en la investigación psi-

cológica nos facilitaría un argumento para defender el cientifismo psicológico (recuérdense las posturas de Kant a este respecto, cuando afirma que una disciplina es científica cuando se pueden aplicar las Matemáticas a sus planteamientos).

Sin embargo, no creemos que esta situación sea de tan simple planteamiento. Al contrario, sería imprudente hacer un paralelismo entre ciencia y Matemáticas, y más aún, responsabilizar a la Psicología Matemática del carácter científico de la Psicología, puesto que éste le viene dado en principio por la propia utilización del método científico.

Pero, ¿Qué papel juega la Psicología Matemática?. Para responder a esta cuestión podemos recurrir a varias aportaciones que, en general, tienen en común reconocer lo que en palabras de Thurstone (1986) supone la Psicología Matemática: facilitar la consideración de la Psicología como una ciencia racional cuantitativa.

Pero, tal como decíamos antes, no es prudente maximizar las aportaciones de las Matemáticas a la Psicología puesto que debemos aceptar que, por el momento, la Psicología Matemática no es capaz de acceder a todos los fenómenos psicológicos, lo que reduce, su campo de acción.

Ahora bien, sí que debe reconocerse que hay un aspecto que, cada vez más, los psicólogos tienen en consideración. Se trata, concretamente, de la parte de la Psicología Matemática que trata directamente del análisis de datos psicológicos, es decir, de la Estadística aplicada a la Psicología o, como últimamente la denominamos, la Psicoestadística (no es que se de una Estadística exclusiva para la Psicología, pero sí que se plantean problemas específicos de nuestro campo que requieren soluciones, asimismo, específicas).

No es nuevo este interés de los psicólogos por las técnicas de análisis de datos. Prueba de ello es una reciente publicación de Appelbaum (1986) en la que analiza las aportaciones sobre análisis de datos publicados en la revista Psychometrika en el periodo comprendido

entre 1960 y 1984. Por su interés demostrativo reproducimos parcialmente la tabla que el citado autor presenta (Tabla nº 1).

TABLA Nº 1: Relación de temas estadísticos publicados en la revista Psychometrika desde 1960 hasta 1984. (Tomado de Appelbaum, 1986).

Estadística General (38 publicaciones)
Correlación e índices de asociación (38 publicaciones)
Análisis de la Variancia (24 publicaciones)
Técnicas Multivariantes (23 publicaciones)
Tablas de Contingencia (17 publicaciones)
Correlación Múltiple y Regresión (16 publicaciones)
Diseños experimentales (9 publicaciones)
Estructuras de Covariancias (3 publicaciones) (*)
Pruebas de Robustez (3 publicaciones)
Análisis del Cambio (2 publicaciones)

(*) sólo aspectos no estadísticos

TOTAL PUBLICADO 173 publicaciones (Representa un 15% del total publicado en esa revista durante el periodo citado).

Como se ve, la actividad investigadora se dirige, en parte, a la búsqueda de nuevas alternativas al análisis de datos. Quizás se nota, en esta tabla, la ausencia de trabajos relacionados con el campo más aplicado, como podría ser el análisis estadístico de datos de diseños de sujeto único, aunque tal como señala Green (1986) en un interesante trabajo bibliométrico-histórico, es este un tema más común en otro tipo de publicaciones (véase en este sentido el Journal of Applied Behavior Analysis, o el Behavioral Assessment).

A partir de lo hasta ahora visto, no es de extrañar que esta parte de la Psicología Matemática abarque aspectos divergentes y a la vez complementarios, como sería el dedicarse a estudios básicamente exploratorios a través del estudio de la correlación y la covariancia (¿A está o no relacionado con B?) hasta llegar al planteamiento y ajuste de modelos, con variables latentes, altamente sofisticados.

En este momento, reconocida la incidencia de la Estadística en la Psicología, se nos plantea una nueva situación: ¿Hasta que punto los psicólogos han hecho aportaciones tanto técnicas como metodológicas para acoplar los diferentes tipos de análisis de datos a las características del campo substantivo de su interés?. A esta cuestión puede responderse de muchas formas, atendiendo a los diferentes desarrollos que la Psicología ha tenido. No es necesario mencionar aquí aportaciones fundamentales como el Análisis Factorial (Mulaik, 1986) o el esfuerzo en estudiar los modelos de series temporales (Gorsuch, 1983; Huber, 1984), o los excelentes trabajos sobre las técnicas multivariables en general (Wesselroade y Ford, 1985) e incluso la parsimonia con la que los psicólogos han aplicado el Análisis de Variancia (Arnau, 1981; 1984) entre otras (Anguerà, 1983; Edgington, 1984; Wallace y Elder, 1980). Pero, frente a esta presencia, también se dan fenómenos contrarios como sería la escasa aportación en el campo del análisis categorial, de la regresión no lineal y polinómica, o de modelos de representación de datos. En consecuencia, a la pregunta que habíamos formulado la respuesta no puede ser taxativa. Nuestra aportación es muy diversa en algunos temas, pero en otros nos limitamos a simples usuarios.

Con ello no se pretende defender un psicólogo únicamente preocupado por la técnica de análisis de datos, sino presentar la necesidad de que la utilización de instrumentos estadísticos vaya precedida de un estudio profundo acerca de como y en que medida podemos aplicarlo sin más. Los trabajos de Quera y Estany (1984) y Quera (1986) son un excelente ejemplo de ello, al presentarnos por un lado software de soporte y por otro modificaciones de la técnica de reducción de datos de Sackett adaptada a un campo teórico de investigación.

Cuando se realiza un análisis de las actuales "hipótesis dominantes dentro del marco de la Estadística en Psicología, no es difícil reconocer que una de las técnicas de modelización estadística que goza de casi todas las prerrogativas para serlo son los modelos de ecuaciones estructurales o lo que generalmente denominamos "modelos causales", denominación esta que no usaremos por considerarla excesivamente arriesgada, tal como desarrollamos en capítulos posteriores.

Desde que Goldberger y Duncan (1973) presentaron su ya clásica sintetización de las diversas aportaciones y aplicaciones que hasta ese momento habían caracterizado el desarrollo de los modelos estructurales, muchas han sido las publicaciones de índole psicológica que han recurrido a esta técnica de análisis para tratar sus datos. Ello nos lleva a una primera impresión general: la formulación y ajuste de modelos estructurales aplicados a la Psicología se ha convertido en un hecho que a nadie llama la atención.

Sin embargo, tal como plantéábamos anteriormente, esta utilización no se ha visto acompañada de un análisis exhaustivo de las repercusiones que estos modelos tienen en el ámbito de la Psicología; independientemente que esas repercusiones sean de carácter eminentemente teórico o metodológico, aspecto éste que a menudo queda excesivamente relegado, por mor de un desmesurado interés en temas más aplicados.

En consecuencia, uno de los objetivos de este trabajo es efectuar un análisis teórico de las características que los modelos estructurales poseen y como inciden en su aplicación a la Psicología, y, por su puesto, a su interpretación. Creemos que los fenómenos psicológicos tienen la suficiente entidad para que sea productivo el considerar que su análisis no está únicamente fundamentado en la simple aplicación de la Estadística, sino que es necesario, como en el caso de los modelos estructurales, recurrir a criterios metodológicos que garanticen una correcta asimilación.

Esta consideración se hace más consistente si tenemos en cuenta que, en el caso que nos ocupa, existen aspectos técnicos no suficientemente desarrollados, a la vez que lagunas en su interpretación, lo

que puede traducirse en una infrutilización de los datos recogidos.

Sería inconveniente aplicar estas consideraciones acerca de los modelos estructurales a su globalidad, puesto que hay aspectos que son inherentes a la propia Psicología. No se puede separar la evolución de los modelos de medida con la propia de la Psicometría. No puede olvidarse que los precursores de los modelos estructurales hay que buscarlos en los estudios psicométricos acerca de los errores de meda (Frisch, 1934) o en los primeros intentos del "Path analysis" realizado por psicómetras (Wright, 1934; Dunlap y Cureton, 1930; Engelhart, 1936) e incluso en la utilización que ya Thurstone (1947) hizo del Path diagrama. (Para una revisión más exhaustiva de este punto es necesario consultar la publicación de Bentler, 1986).

Pero también cabe señalar que los modelos estructurales pretenden ir más allá del puro instrumento psicométrico para convertirse en un instrumento de modelización estadística más global, incorporando elmentos dirigidos a la interpretación causal de las relaciones entre variables.

Piénsese, entonces, que si ya es fundamental para la Psicología el estudio de los modelos de medida, como culminación del Análisis Factorial Exploratorio, más lo será un instrumento basado en los mismos principios pero con objetivos más amplios.

Hay que matizar, sin embargo, que todo este fenómeno de desarrollo rápido no es consecuencia únicamente de un determinado espíritu unificador de los investigadores en lo que se refiere al tratamiento de los datos, sino que el establecimiento de los primeros algoritmos de estimación de parámetros estructurales mediante la función de máxima verosimilitud (en lo sucesivo ML) (Schönemann, 1965; Jöreskog, 1967) propició una incorporación casi inmediata de la técnica de análisis en las previsiones de los investigadores, no ya de la Psicología, sino de lo que en general se denominan Ciencias Sociales.

Dejando en un plano secundario a los modelos de medida (los cuales no serán objetivo directo de este trabajo) cabe destacar que la utilización que los psicólogos han hecho de los modelos estructurales se

ha visto afectada por la tradición que han impuesto otras disciplinas, básicamente la Econometría y la Sociometría. Es conveniente tener presente que las mayores aportaciones relacionadas con este campo las han protagonizado economistas (Goldberger es un claro ejemplo), sociólogos como Blalock o pedagógos como Werts. Más, no sería justo no recordar aportaciones de Psicólogos tan prestigiosos como Bantler (con una extensa obra al respecto) o Mulaik, o Brett en otros.

A pesar de ello pensamos que no se ha profundizado en aspectos más aplicados de la técnica en cuestión. No se trata de que los psicólogos sociólogos u otros tomen el relevo de los técnicos en el tema (como Jöreskog, Sörbom o Lee) sino que de su propia experiencia puedan realizar análisis adecuados de los elementos poco desarrollados de las técnicas utilizadas. En resumen, aquellos que trabajamos en campos netamente aplicados tenemos la obligación de señalar aquellos aspectos en los que se dan dudas razonables de su adecuación, o para ser más simples, mostrar que hay temas que no quedan suficientemente tratados con las herramientas e instrumentos de análisis que se nos facilitan.

Esta postura no pretende crear una escisión entre el técnico y el, en este caso, psicólogo que trabaja en campos substantivos. Se han dado ejemplos de que la simbiosis entre ambas facetas es totalmente factible y además, creemos que en algunos casos, muy recomendable.

En un deseo de mantener esta coherencia presentamos este trabajo estructurado en dos partes perfectamente identificadas y a la vez complementarias. En la primera de ellas se trata de poner de relieve todos aquellos puntos sobre los modelos estructurales que nos evidencian desajustes o puntos no suficientemente aclarados o desarrollados. Este análisis un tanto crítico, debe dirigirse preferentemente a aspectos estadísticos, en general sobre los procedimientos de identificación, estimación de parámetros, de verificación y ajuste de los modelos. A su vez, es necesario completar estos apuntes con consideraciones de más amplio abasto, como los problemas derivados de su aplicación en Psicología o de su interpretación.

Lógicamente, este trabajo carecería de rigor metodológico si ante la presentación de limitaciones no se plantearan de modo conjunto alternativas y soluciones, algunas de carácter estrictamente metodológico que ayuden a superarlas. Nos gustaría remarcar que en este punto los psicólogos con formación teórico-metodológica, están en disposición de hacer aportaciones, en este y otros muchos campos, de una relevancia extrema. Nuestra tradición metodológica nos respalda suficientemente para este tipo de empresas. Es por ello que en los temas dedicados a temas eminentemente estadísticos se incluirán, junto con matices técnicos, aportaciones de carácter claramente metodológico. Desde el momento en que nos introducimos en nuestro trabajo de investigación, dentro de esta técnica de análisis (Guàrdia, 1984) siempre ha sido necesario mantener constantes debates dedicados a temas básicamente matemáticos, pero también acerca de cuestiones teóricas (por ejemplo sobre la posibilidad o no de formular interpretaciones causales en el ajuste de modelos estructurales), lo cual nos ha impulsado a recoger estas preocupaciones en el contexto del presente trabajo.

La segunda parte de este volumen se dedica íntegramente al desarrollo de una investigación dentro del campo de la evaluación conductual que será tratada mediante el análisis de los modelos estructurales, introduciendo aquellos aspectos que en la primera parte se hayan mostrado como elementos con suficiente peso específico para mejorar la técnica de análisis.

Quizás pueda preguntárenos porque utilizar el campo de la Evaluación Conductual y no otro. Con ello solo se pretende mantener una línea de investigación coherente y en la que aún tenemos las suficientes lagunas y problemas de investigación que acometer, que aún se nos revela como un marco teórico sugeridor e importante. Esta notoriedad no se basa únicamente en criterios personales. Al contrario, cuando a mediados de siglo, aproximadamente, se hace imperante en la investigación psicológica básica el paradigma basado en la teoría del procesamiento de la información y en el momento en que la Psicología Cognitiva toma carta de naturaleza, los esquemas conductuales parecen perder protagonismo. Ese deterioro se ve compensado mediante una es-

pecie de salida natural, basada en la rápida asimilación, por parte de los psicólogos clínicos, de las técnicas de tratamiento *derivadas* del condicionamiento clásico (terapia de conducta) o del operante (modificación de conducta). Este interés lógicamente se ha ido afianzando con el tiempo hasta el extremo que en estos momentos no es posible *pensar* en un servicio asistencial psicológico que desconozca este tipo de planteamientos. También, como consecuencia de lo anterior, se ha desarrollado extraordinariamente la investigación de carácter aplicado en este campo.

Dentro de estas consideraciones, no puede dejarse de lado que de modo concomitante con el interés clínico, debe estudiarse en profundidad todo aquello que se refiera a la correcta medición del comportamiento de los sujetos, en base a detectar convenientemente los cambios que en estos producen la aplicación de los tratamientos elegidos.

En capítulos posteriores entraremos más a fondo en este tema, pero sirvan unas pequeñas matizaciones con respecto al psicodiagnóstico conductual que faciliten la correcta ubicación del tema de estudio. Uno de los comportamientos más analizados por los psicólogos clínicos, tanto en su vertiente evaluativa como terapéutica, es la aparición de trastornos relacionados con la ansiedad (Ansorena, Cobo y Romero, 1983). A pesar de que son innumerables los trabajos relacionados con este tema, aún quedan por resolver puntos relacionados ya con su tratamiento, ya con su evaluación (Ferrer, Malapeira y Honrubia, 1984; Guàrdia, Malapeira y Honrubia, 1984), elemento éste último que gozará de nuestra atención preferente en este trabajo:

Indudablemente, no es nuevo el estudio de los sistemas de medición (recuperando terminología claramente psicométrica) en el campo conductual. Basta con revisar obras como las de Cone y Hawkins (1977); Ciminero, Calhoun y Adams (1977) o Fernandez y Carrobles (1981) (por citar algunas de las más conocidas) para comprobar fehacientemente que el interés por el tema data de tiempo atrás. Sin

embargo, el tratamiento de datos que se ha aplicado a estos estudios ha sido en muchas ocasiones poco sugeridor. Muchas de las publicaciones al respecto han utilizado simples comparaciones de grupos o, por otro lado, análisis de la significación de correlaciones.

Nuestro objetivo es formular, a partir de los datos de los que disponemos en la bibliografía al uso, una serie de modelos estructurales que nos den idea de cómo y cuales son las relaciones entre las variables relevantes que estudiaremos (que se definiran en su correspondiente capítulo).

Los modelos propuestos serán identificados, estimados y verificados introduciendo en cada uno de esos procesos aquellas modificaciones que en la primera fase de esta investigación se hayan presentado.

De todo ello se trasluce un vivo interés en mantener paralelos dos puntos de vista acerca del mismo fenómeno: se pretende **realizar** un análisis técnico-metodológico que garantice las posibilidades de aplicación del instrumento de análisis. Para ello, se deberá tratar con formulaciones de carácter matemático a la vez que discutir a fondo sugerencias de tipo teórico. Para que esa premisa sea de más fácil desarrollo, creemos que la fórmula de la presentación de una aplicación en un campo sustantivo ayudaría a analizar de modo más preciso las diferentes contenidos presentados. Tal como se señalaba anteriormente nuestro ánimo no es el de matematizar los contenidos teóricos, ni tan siquiera el de formalizar matemáticamente ningún cuerpo teórico de la Psicología. En todo caso, el objetivo prioritario es el de someter una serie de datos, por nosotros recogidos, a un análisis (modelos estructurales) que está íntimamente ligado con el cuerpo de conocimientos.

Esta última consideración se relaciona directamente con una polémica, por describirlo de un modo simple, entre aquellos que representan los modelos matemáticos (tan comunes en la Psicología Cognitiva) y los modelos estadísticos estructurales. En sentido amplio y aceptando que la Psicoestadística es una parte de Psicología

Matemática, ambos tipos de modelos gozarían de algunas características comunes. Ello, por ejemplo, se puede comprobar con relativa facilidad si se observa que se dan modelos matemáticos (por ejemplo los patrones conductuales estadísticos) que están basados en el estudio de distribuciones de probabilidad y funciones de densidad de variables aleatorias, tema este último que está ligado, obviamente, con aspectos más directos de la Estadística. De cualquier modo, aunque puedan apreciarse paralelismos, no creemos que ambas vertientes deban confundirse. Existe un objetivo diferente en cada uno de esos modelos. Mientras que el modelo matemático pretende, en sentido amplio, representar con lenguaje matemático el comportamiento del sujeto, para después mediante procedimientos de simulación reproducirlo; el modelo estadístico únicamente establece una ecuación a partir de una formulación, en general invariante, (Modelo Lineal General o Generalizable) que se ajusta a los datos analizados. Podríamos decir que en el caso de los modelos matemáticos, dándose determinadas circunstancias, *es factible* inferir características del sujeto, mientras que en el caso estadístico se nos facilitaría el conocimiento de la estructura de los datos, no pudiéndose inferir de ello características propias del sujeto.

A pesar de que este es un punto que se discutirá posteriormente es interesante señalar que los modelos estructurales estadísticos tienen posibilidades de mejoras substanciales. Recuérdese la aportación que supone el uso de modelos multiecuacionales frente a los uniecuacionales. Igualmente, destacar la relación entre ecuación estructural y ecuación predictiva, que del mismo modo trataremos más adelante. En alguna ocasión se ha manifestado que, en concreto, el sistema de ecuaciones estructurales, puede suponer un punto intermedio entre los modelos matemáticos y los modelos estadísticos. Sin embargo, creemos que no hay en la actualidad, base suficiente para afirmar que sea ese el punto de su ubicación en un supuesto

continuo entre modelo matemático y estadístico.

Conjuntamente con esta serie de matizaciones, habrá que recoger de nuevo el concepto de modelo (incluso desde un punto de vista epistemológico) puesto que, y volvemos al punto de partida de esta introducción, es una de las actuales "hipótesis dominantes", utilizándose el término no siempre con las necesarias garantías.

Sirva pues, toda esta presentación para concretizar los objetivos del presente trabajo, así como para situar claramente el marco de actuación en el que nos moveremos. Igualmente, señalar, que todas las formulaciones matemáticas que se presenten tienen la pretensión de ayudar al seguimiento de las diferentes etapas. En modo alguno se intenta dar un contenido totalmente formalizado a los puntos teóricos que trabajamos.

Quizás, como elemento complementario a los que aquí se han desarrollado de forma breve, puntualizar un aspecto que consideramos relevante. Es cierto que en los últimos tiempos el tratamiento de datos ha sufrido una evolución espectacular. Cada vez más, se intenta que la Estadística no sea una parte de la Matemática que no tenga relación alguna con el cuerpo teórico de interés. Un ejemplo de ello es, de hecho, los modelos de sistemas de ecuaciones estructurales puesto que sin pretender, en nuestra opinión, llegar a la formalización de un modelo matemático teórico, sí mantiene una relación de carácter más amplio con la teoría en la que se inserta. Esas amplias relaciones se caracterizan principalmente por la misión confirmatoria que pueden desarrollar.

De cualquier modo, todo ello debe dirigirse a conseguir que el papel que según Bunge (1972, Pág.9) jugó la Estadística antes de mitad de siglo, en el sentido de "utilizar su aparato para encubrir la pobreza conceptual", no vuelva a producirse.

Señalar por último que todas las referencias acerca del programa LISREB se hará sobre su versión VI (Jöreskog y Sörbonm, 1984) actualmente incorporado en el "release" 2.0 del paquete SPSSX. (La notación aquí utilizada corresponde a la empleada en LISREL).

PRIMERA PARTE

1.1. Consideraciones acerca de los Modelos Estructurales: una propuesta de definición.

Cuando se revisa la bibliografía relativa al tema de esta parte del presente trabajo, se cae fácilmente en la tentación de intentar buscar una definición que marque claramente las características de este tipo de instrumento estadístico. En este campo, como en otros muchos, las definiciones son muchas y reflejan el sentido particular que cada autor asigna al objeto definido. Así, ante la necesidad de disponer de un conocimiento amplio de lo que supone la técnica que estudiamos, hemos creído más interesante acudir a aquellos trabajos con una tendencia más globalizadora en su desarrollo.

Lovie (1979) plantea que la aparición de los modelos estructurales suponen la aportación más importante desde la divulgación del Análisis de Variancia. Quizás sea esta una afirmación excesivamente parcial, puesto que las ecuaciones estructurales no gozan aún de la tradición metodológica que caracteriza al AVAR en el campo de la Psicología. Sin embargo, no puede negarse que su aparición ha revitalizado conceptos que hace un tiempo parecían haber perdido actualidad. Debe destacarse, en este sentido, que la problemática acerca de las posibilidades de interpretaciones causales a partir de estos modelos, ha provocado muchas y recientes publicaciones acerca de este tema desde un punto estrictamente epistemológico (punto éste, que trataremos con posterioridad).

No es de extrañar, en consecuencia, que muchas de las definiciones se caracterizen por incluir en sus desarrollos aspectos que hacen referencia más a las posibilidades de interpretación que a las características única y exclusivamente estadísticas propias estos modelos.

Entre las definiciones más ajustadas encontramos la propuesta por Bentler y Bonett (1980); Bentler (1980) al referirse a los sistemas de ecuaciones lineales como:

"... un conjunto de regresiones lineales, estudiadas inicialmente a partir de la matriz de covariancias o correlaciones ... que se aplican a diferentes situaciones: Análisis Factorial Confirmatorio, Path Analysis, Ecuaciones Simultáneas y Ecuaciones Estructurales, ... representando el análisis de estructuras de covariancia un grupo de técnicas para la verificación de teorías mediante datos correlacionales."

Como vemos esta es una definición caracterizada por la inclusión de elementos estadísticos y metodológicos. Por lo que se refiere a su capacidad como instrumento de validación de teorías parece ser este un objetivo excesivamente amplio a las posibilidades técnicas que aportan los modelos.

Otra de las *modalidades* utilizadas en los intentos de definición es la que se basa en las características del instrumento estadístico. En esta línea Goldberger (1973) al comentar los modelos con variables latentes, y entre estos los modelos de ecuaciones estructurales, plantea respecto a estos últimos:

"... poseen una serie de características comunes al resto que los definen:

- . Utilización de datos de investigaciones no experimentales.
- . No utilización en investigaciones de carácter básico.
- . Planteamiento del control estadístico como alternativa.
- . Uso de constructos.
- . Representación de las relaciones teóricas mediante ecuaciones."

"... tanto en investigación experimental como en la no experimental, justificando los supuestos necesarios para una estimación de máxima verosimilitud, pueden hacerse una serie de pruebas de significación usando el procedimiento LISREL, obteniéndose estimaciones de los parámetros de interés."

Como se ve, esta definición supone la superación, como ya dijimos, de algunos de los puntos *definitivos* de Goldberger (1973) anteriormente presentados. Siguiendo con planteamientos metodológicos, debe mencionarse la consideración de los modelos como aportación de carácter teórico en lo que se refiere a la conexión entre la teoría y la investigación. Al respecto, solamente recordar las sugerencias de Blalock (1964) al referirse al lenguaje matemático:

"... se piensa en términos de lenguaje teórico que contiene nociones como causa, fuerza, sistema y propiedades. Pero, sin embargo, esos planteamientos se deben probar a partir de covariancias y operaciones."

El mismo autor se refiere a este tipo de situaciones del siguiente modo:

" ... se sitúan en el vacío existente entre el lenguaje de la teoría y la investigación".

No se trata en este apartado de dar una innumerable lista de definiciones más o menos adecuadas. Lo que se pretende es plasmar como, a pesar de las diferentes orientaciones que cada autor presenta, se configura una serie de puntos que, si bien no son comunes a todas las definiciones, si que poseen una complementariedad. (para un análisis más exhaustivo de las diferentes definiciones véase la publicación de Bentler, 1980).

Dadas estas circunstancias, es necesario un esfuerzo de síntesis y hacer una relación de aquellos aspectos que son identificativos de los modelos estructurales. En consecuencia, a partir de los

critérios expuestos, podemos destacar los siguientes puntos de interés:

- 1.- Los modelos de ecuaciones estructurales se definen como modelos de variables latentes, aunque ello no excluye el uso de variables manifiestas u observables.
- 2.- Exigen que las relaciones entre las variables estudiadas sean de carácter lineal.
- 3.- En su vertiente confirmatoria, el sistema de ecuaciones estructurales refleja una serie de relaciones entre variables, teóricamente fundamentadas.
- 4.- Supone el estudio de los términos de perturbación como alternativa a los planteamientos deterministas.
- 5.- Tendencia, en su aplicación, a la convergencia interdisciplinar y transdisciplinaria.
- 6.- Los posibles submodelos del modelos general poseen las mismas características que este último.
- 7.- Maximización del control estadístico sin menoscabo de cualquier otro tipo de control de variables.
- 8.- Aplicabilidad a cualquier ámbito de investigación.
- 9.- Se utilidad en Psicología se justifica por la posibilidad de análisis con variables latentes.
- 10.- Facilitan la formalización matemática de algunos aspectos teóricos.

Estos puntos, aquí presentados, solo suponen unas líneas generales de enmarque acerca de este tipo de modelos. No pretenden convertirse en una serie de características coherentes al propio procedimiento técnico, sino que son una síntesis de aquellos aspectos en los que hay un cierto acuerdo entre autores. Obsérvese, que en la relación citada, se ha obviado cualquier referencia a la parte in-

terpretativa y de sus posibilidades de uso, puesto que esto lo desarrollaremos posteriormente.

A pesar de que la utilización de las ecuaciones estructurales es amplia, puede decirse que, en general, todas las aplicaciones se inspiran en alguno de los puntos relacionados anteriormente y que, por supuesto, ello no supone que no se puedan dar alternativas más concretas al respecto (por ejemplo introduciendo aspectos metodológicos relativos a las técnicas de estimación de parámetros).

Por último, destacar la diversidad de denominaciones con las que se caracteriza a las distintas versiones del LISREL. Se le define como "modelo", "planteamiento", "aproximación" entre otras, cuando, a nuestro entender, se trata de un paquete estadístico informatizado.

1.2. Presentación matemática del Modelo Estructural General.

A pesar de que existen manuales en los que está perfectamente desarrollado el planteamiento matemático de los modelos estructurales, pretendemos dar una breve idea de ese aspecto, con objeto de dejar sentado, desde un inicio, sus características básicas.

Para ello vamos a plantear un modelo supuesto para, de este modo poder ejemplificar cada uno de los elementos. (Figura, nº1.1)

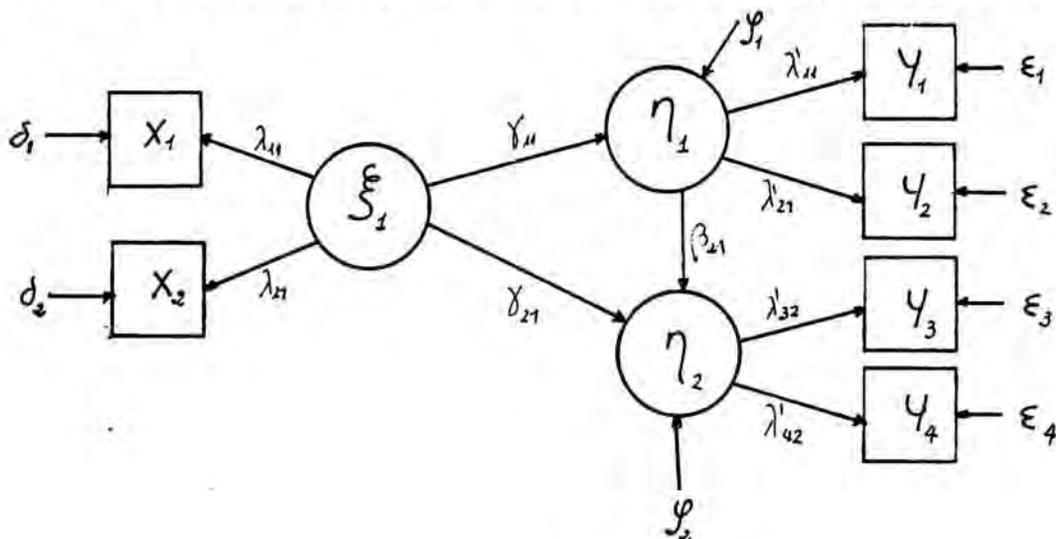


Figura 1.1.: Path diagrama del modelo supuesto (Tomado de Guardia, 1985)

La ecuación fundamental de los modelos estructurales adopta la siguiente expresión matricial:

$$\eta = \beta\eta + \Gamma\xi + \psi \quad (1)$$

- donde,
- η_i son las variables endógenas latentes
 - ξ_j son las variables exógenas latentes
 - ψ_i son las variables endógenas observables
 - χ_j son las variables exógenas observables
 - γ_{ij} efectos de ξ_j sobre η_i o de χ_j sobre ψ_i
 - λ_{ij} carga o saturación de la variable observable χ_i sobre la variable latente ξ_j
 - λ'_{ij} carga o saturación de la variable observable ψ_i sobre la variable latente η_j
 - δ_i error de medida de la variable χ_i
 - ϵ_i error de medida de la variable ψ_i
 - ψ_i es el término de perturbación correspondiente a la ecuación que determina η_i
 - β_{ij} efecto de la variable endógena latente η_j sobre η_i

Aclarar que la matriz de variancias - covariancias de los errores de medida δ_i se denomina θ_δ , que la matriz de variancias - covariancias de los errores de medida ϵ_i se denomina θ_ϵ ; que la misma matriz para ψ_i es ψ y, por último, las matrices Λ_x y Λ_y recogen las saturaciones de las exógenas y endógenas respectivamente, mientras que la correlación entre exógenas latentes se describe por ϕ .

Así pues, en general, cada uno de los posibles submodelos quedarán reflejados en la forma particular que adopten las ocho matrices fundamentales:

- Γ : efectos de las exógenas sobre las endógenas
- β : efectos de las endógenas sobre las endógenas
- ψ : variancia - covariancia entre términos de perturbación estructurales.
- θ_δ : variancia - covariancia entre errores de medida exógenos
- θ_ϵ : variancia - covariancia entre errores de medida endógenos

ϕ : Correlación entre variables exógenas latentes

Λ_x : Cargas de las variables exógenas observables sobre las latentes exógenas.

Λ_y : Cargas de las variables endógenas observables sobre las latentes endógenas.

Por último, acerca de la ecuación general, es fácil plantearla con una ligera modificación. En efecto operando en (1),

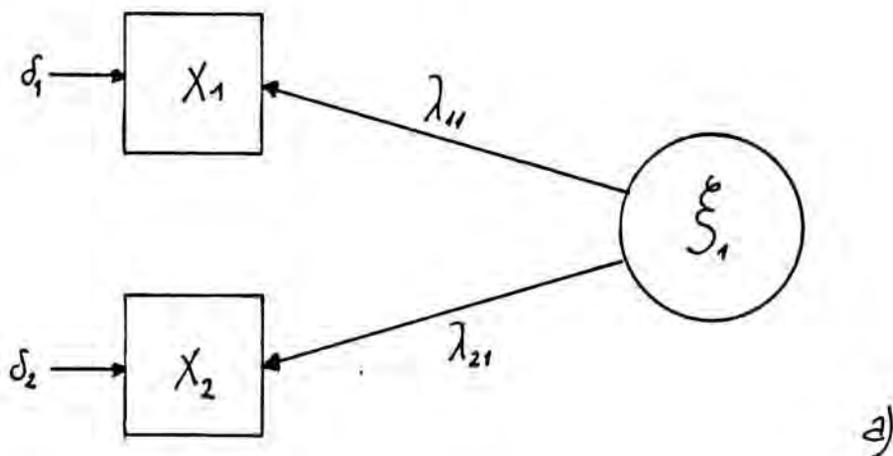
$$\begin{aligned}\eta - \beta\eta &= \Gamma\xi + \mathcal{Y} \\ \eta(I - \beta) &= \Gamma\xi + \mathcal{Y} \\ B\eta &= \Gamma\xi + \mathcal{Y}\end{aligned}\quad (2)$$

donde, $B = (I - \beta)$

Vamos a desarrollar brevemente los dos grandes modelos que pueden plantearse.

1.2.1. Modelos de Medida

Siguiendo con el modelo presentado en la figura 1.1. se pueden extraer dos submodelos correspondientes a este apartado



b)

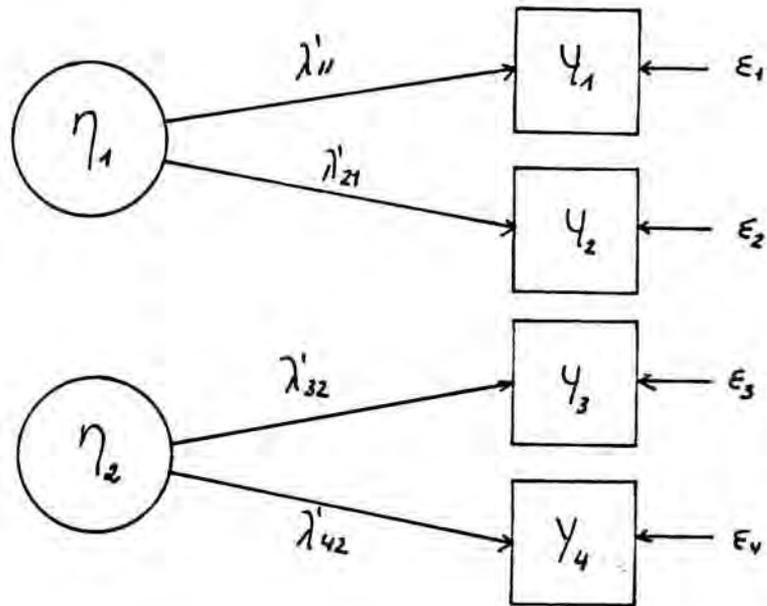


Figura 1.2.: Path diagrams de los Modelos de medida del modelo general supuesto, para variables exógenas (a) y para las variables endógenas (b).

Desarrollaremos, simplemente, y dada su analogía el submodelo de la figura 1.2a. la ecuación correspondiente sería matricialmente:

$$X = \Lambda_X \xi + \delta \tag{3}$$

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{21} \end{bmatrix} \cdot \xi_1 + \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix} \tag{4}$$

Como se observa, en este caso las matrices implicadas en el modelo son Λ_X y θ_δ , debiéndose obtener el valor de los parámetros de las mismas. Caso de haber desarrollado matricialmente el modelo de la figura 1.2.b., las matrices implicadas hubieran sido Λ_Y y θ_ϵ .

Señalar, por lo que se refiere a las matrices de los modelos, que si en el modelo de la figura 1.2.a. se plantearan dos o más variables exógenas latentes, debería incluirse como matriz a estimar sus parámetros la matriz ϕ , de tal modo que si se asume la ortogonalidad de esas variables se cumpliría que $\phi = I$. Lógicamente, los modelos de

medida poseen una serie de supuestos teóricos que deben asumirse. Estos pueden reunirse del siguiente modo:

$$E(x) = E(y) = E(\eta \epsilon') : E(\epsilon_i \epsilon_j') = E(\epsilon \epsilon') = E(\eta \eta') = E(\epsilon \epsilon') = E(d_i d_j') = 0 \quad (5)$$

toda vez que $E(\epsilon_i \epsilon_j') = E(d_i d_j') = 0$, es decir, los errores de medida están incorrelacionados, las matrices Θ_ϵ y Θ_d serán matrices diagonales, en las que figuran solamente las variancias de los errores de medida, a los que representaremos por $\Theta_{\epsilon_i}^2$ y $\Theta_{d_j}^2$ respectivamente. Así, en nuestro ejemplo,

$$\Theta_\epsilon = \begin{bmatrix} \Theta_{\epsilon_1}^2 & & & \\ 0 & \Theta_{\epsilon_2}^2 & & \\ 0 & 0 & \Theta_{\epsilon_3}^2 & \\ 0 & 0 & 0 & \Theta_{\epsilon_4}^2 \end{bmatrix} \quad \Theta_d = \begin{bmatrix} \Theta_{d_1}^2 & \\ 0 & \Theta_{d_2}^2 \end{bmatrix} \quad (5 bis)$$

Por último señalar que estos modelos corresponden al modelo del Análisis Factorial Confirmatorio.

1.2.2. Modelos de Ecuaciones Estructurales

Una vez analizados los modelos de medida de la figura 1.2. debemos abordar el análisis del modelo global presentado. Ello supone incluir en este planteamiento los modelos de medida anteriores. A partir de la expresión (1) y de acuerdo con el diagrama presentado, las diferentes matrices cuyos parámetros deberán estimarse adoptarán la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \beta_{21} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{11} \\ \gamma_{21} \end{bmatrix} \cdot \xi_1 + \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Ello deberá complementarse con las ecuaciones de los modelos de medida tratados. Lo cual se reflejará en la expresión (4) y la siguiente para las endógenas,

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda'_{11} & 0 \\ \lambda'_{21} & 0 \\ 0 & \lambda'_{32} \\ 0 & \lambda'_{42} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \end{bmatrix} \quad (7)$$

De este modo las expresiones (4), (6) y (7) representan en forma matricial los tres submodelos del modelo propuesto. De forma análoga las dos ecuaciones que se plantean son las siguientes:

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \gamma_{11} \xi_1 + \psi_1 \\ \eta_2 &= \beta_{21} \eta_1 + \gamma_{21} \xi_1 + \psi_2 \end{aligned} \quad (8)$$

Del mismo modo que en el caso anterior se dan una serie de supuestos que deben asumirse (además de los antes descritos en (5), (5bis))

$$E(\xi \psi') = E(\psi \psi') = 0 \quad (9)$$

Recuérdese además la igualdad descrita con respecto a ϕ :

$$E(\xi \xi') = \phi \quad (10)$$

En consecuencia, deberán estimarse, siempre siguiendo el modelo propuesto, los valores de las matrices $\Lambda_x, \Lambda_y, \beta, \Gamma, \Psi, \Theta_\delta$ y Θ_ε . En este caso no tiene sentido incluir la matriz ϕ puesto que solo hay una variable ξ con lo que no puede darse ninguna correlación con otra variable exógena latente. Como señalábamos anteriormente, cada uno de los modelos provocará una forma especial en cada una de las ocho matrices fundamentales en el sistema de ecuaciones estructurales. De este modo, podemos caracterizar los parámetros a estimar en tres grandes tipos:

- . Parámetros fijos: parámetros a los que se asigna un valor determinado y que no ha de ser estimado. (por ejemplo $\lambda_{31}' = 0$).
- . Parámetros libres: parámetros a los que no se asigna un valor determinado y que han de ser estimados. (Por ejemplo γ_{21}).
- . Parámetros restringidos: igualación de valores.

A este respecto, la tabla 1.1 es un resumen de las posibilidades de plantear submodelos a partir de la ecuación general (Jöreskog y Sörbom, 1984).

TABLA 1.1.: Posibles submodelos estructurales.
(Tomado de Jöreskog y Sörbom, 1984)

MODELOS	PARAMETROS A ESTIMAR
$x = \Lambda_x \xi + \delta$ -----	$\Lambda_x, \phi, \theta_\delta$
$y = \beta y + \Gamma x + \psi$ -----	β, Γ, ψ
$y = \Gamma x + \psi$ -----	Γ, ψ (En este caso $\beta=0$)
$y = \beta y + \psi$ -----	β, ψ
$y = \Lambda_y (I - \beta)^{-1} (\Gamma \xi + \psi) + \epsilon$ -----	$\Lambda_y, \beta, \Gamma, \phi, \psi, \theta_\epsilon$
$y = \Lambda_y (\Gamma \xi + \psi) + \epsilon$ -----	$\Lambda_y, \Gamma, \phi, \psi, \theta_\epsilon$ (En este caso $\beta=0$)
$y = \Lambda_y (I - \beta)^{-1} \psi + \epsilon$ -----	$\Lambda_y, \beta, \psi, \theta_\epsilon$
$\eta = \beta \eta + \Gamma \xi + \psi$ -----	$\Lambda_x, \Lambda_y, \beta, \phi, \Gamma, \theta_\delta, \theta_\epsilon, \psi$

Como se ve los distintos modelos determinan diferentes tipos de matrices. En general, las matrices que juegan un papel relevante son las matrices β y ψ pudiendo adoptar formas diagonal, simétrica o triangular (se pueden dar más expresiones, pero no son frecuentes). En la tabla 1.2. se da un pequeño esquema acerca de los modelos que la manipulación de β y ψ originan (Palmer, 1985, Pág.27).

TABLA 1.2.: Tipos de modelos según la forma diagonal o simétrica de las matrices β y ψ .
(Tomado de Palmer, 1985)

$\beta \backslash \psi$	DIAGONAL	SIMETRICA
DIAGONAL	Modelo de regresión simple si hay más de una ecuación deben tratarse individualmente.	las variables exógenas son distintas en cada ecuación.
TRIANGULAR	Modelos recursivos. No hay relación simultánea.	Correlación entre errores de medida de la misma variable en diferentes momentos (Diseños de panel).
NI TRIANGULAR NI DIAGONAL	Si se justifica que $E(\psi\psi')=0$ β puede adoptar cualquier expresión.	Se da que $E(\psi\psi') \neq 0$ y se da relación simultánea. Modelos no recursivos.

El siguiente paso, una vez especificado el modelo, será el de estimar los diferentes valores de los parámetros estructurales a partir de la matriz de variancias - covariancias S o de correlaciones R observados. Hechas las estimaciones correspondientes (ver capítulo nº 3 de este trabajo) se obtiene la estimación $\hat{\Sigma}$ de la matriz

de variancia - covariancia poblacional Σ , analizándose el ajuste del modelo a través de $(S - \hat{\Sigma})$ (analizado en el capítulo nº 4).

1.2.3. Procedimiento de obtención de la matriz $\hat{\Sigma}$ en modelos con variables latentes.

Toda vez que hemos definido en (5) que $E(x) = E(y) = 0$, obtenemos que las variables latentes también están medidas en unidades de desviación. Por lo tanto,

$$E(\eta) = E(\xi) = 0 \quad (11)$$

En consecuencia la matriz Σ puede expresarse del siguiente modo

$$\Sigma = E \left[\begin{array}{c|c} \eta\eta' & \eta\xi' \\ \hline \xi\eta' & \xi\xi' \end{array} \right] \quad (12)$$

A partir de la expresión (1) puede hacerse una modificación similar a la propuesta en (2):

$$\begin{aligned} \eta &= \beta\eta + \Gamma\xi + \psi \\ B\eta &= \Gamma\xi + \psi \quad [B = (I - \beta)] \\ \eta &= B^{-1}\Gamma\xi + B^{-1}\psi \end{aligned} \quad (13)$$

Vamos a ir desarrollando cada uno de los elementos de la expresión (12)

$$\begin{aligned} \bullet E(\eta\eta') &= E \left[(B^{-1}\Gamma\xi + B^{-1}\psi) (B^{-1}\Gamma\xi + B^{-1}\psi)' \right] = \\ &= E \left[(B^{-1}B^{-1}\Gamma\xi\xi') + (B^{-1}B^{-1}\Gamma\xi\psi') + (B^{-1}\psi B^{-1}\Gamma\xi') + (B^{-1}\psi B^{-1}\psi') \right] = \\ &= B^{-1}\Gamma\phi B^{-1} + B^{-1}\psi\psi' \end{aligned} \quad (14)$$

Recuérdese para llegar a (14) las expresiones (5), (9), y (10)

$$\bullet E(\xi\xi') = \phi \quad \text{según la expresión (10)}$$

$$\begin{aligned}
 \bullet E(\eta \xi') &= E[(B^{-1}\Gamma \xi + B^{-1}\psi) \xi'] = \\
 &= E[B^{-1}\Gamma \xi \xi' + B^{-1}\psi \xi'] = \\
 &= B^{-1}\phi \Gamma \quad (15)
 \end{aligned}$$

Recuérdex para llegar a (15) las expresiones (9) y (10)

$$\bullet E(\xi \eta') = E(\eta \xi') = B^{-1}\phi \Gamma \quad (15 \text{ bis})$$

Así pues, la expresión (12) puede formalizarse del siguiente modo:

$$\Sigma = \left[\begin{array}{c|c} B^{-1}\Gamma \phi B^{-1} & B^{-1}\phi \Gamma \\ \hline B^{-1}\phi \Gamma & \phi \end{array} \right] \quad (16)$$

1.2.4. Procedimiento de obtención de la matriz $\hat{\Sigma}$ en modelos con variables observables.

Seguindo la expresión (5), en este caso, la matriz $\hat{\Sigma}$ puede expresarse del siguiente modo:

$$\hat{\Sigma} = E \left[\begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix}' \right] = E \left[\begin{array}{c|c} Y Y' & Y X' \\ \hline X Y' & X X' \end{array} \right] \quad (17)$$

Teniendo en cuenta la expresión (3) y su análoga para endógenas

$$x = \Lambda_x \xi + \sigma \quad (3)$$

$$y = \Lambda_y \eta + \varepsilon \quad (3 \text{ bis})$$

Podemos desarrollar cada uno de los elementos de (17):

$$\begin{aligned}
 \bullet E(y y') &= E[(\Lambda_y \eta + \varepsilon)(\Lambda_y \eta + \varepsilon)'] = \\
 &= E[(\Lambda_y \Lambda_y' \eta \eta') + (\Lambda_y \eta \varepsilon') + (\varepsilon \Lambda_y' \eta') + (\varepsilon \varepsilon')] = \\
 &= \Lambda_y [E(\eta \eta')] \Lambda_y' + \sigma_\varepsilon^2, \text{ según las expresiones (14)(5)(5bis)(9)}
 \end{aligned}$$

$$E(y y') = \Lambda_y (B^{-1} \Gamma \phi B^{-1'} + B^{-1} \Psi B^{-1'}) \Lambda_y' + \Theta_\varepsilon^2 \quad (18)$$

- $$E(y x') = E[(\Lambda_y \eta + \varepsilon)(\Lambda_x \xi + \delta)'] =$$

$$= E[(\Lambda_y \eta \Lambda_x' \xi') + (\Lambda_y \eta \delta') + (\varepsilon \Lambda_x' \xi') + (\varepsilon \delta')] =$$

$$= \Lambda_y [E(\eta \xi')] \Lambda_x' \quad \text{según la expresión (15)}$$

$$E(y x') = \Lambda_y B^{-1} \Gamma \phi \Lambda_x' \quad (19)$$

- $$E(x y') = E[(\Lambda_x \xi + \delta)(\Lambda_y \eta + \varepsilon)'] =$$

$$= E[(\Lambda_x \xi \Lambda_y' \eta') + (\Lambda_x \xi \varepsilon') + (\delta \Lambda_y' \eta') + (\delta \varepsilon')] =$$

$$= \Lambda_x [E(\xi \eta')] \Lambda_y' \quad \text{según la expresión (15 bis)}$$

$$E(x y') = \Lambda_x B^{-1'} \Gamma' \phi' \Lambda_y' \quad (20)$$

- $$E(x x') = E[(\Lambda_x \xi + \delta)(\Lambda_x \xi + \delta)'] =$$

$$= E[(\Lambda_x \Lambda_x' \xi \xi') + (\Lambda_x \xi \delta') + (\delta \Lambda_x' \xi') + (\delta \delta')] =$$

$$= \Lambda_x [E(\xi \xi')] \Lambda_x' + \Theta_\delta^2 \quad \text{según (5 bis) y (10)}$$

$$E(x x') = \Lambda_x \phi \Lambda_x' + \Theta_\delta^2 \quad (21)$$

De este modo se reformula (17):

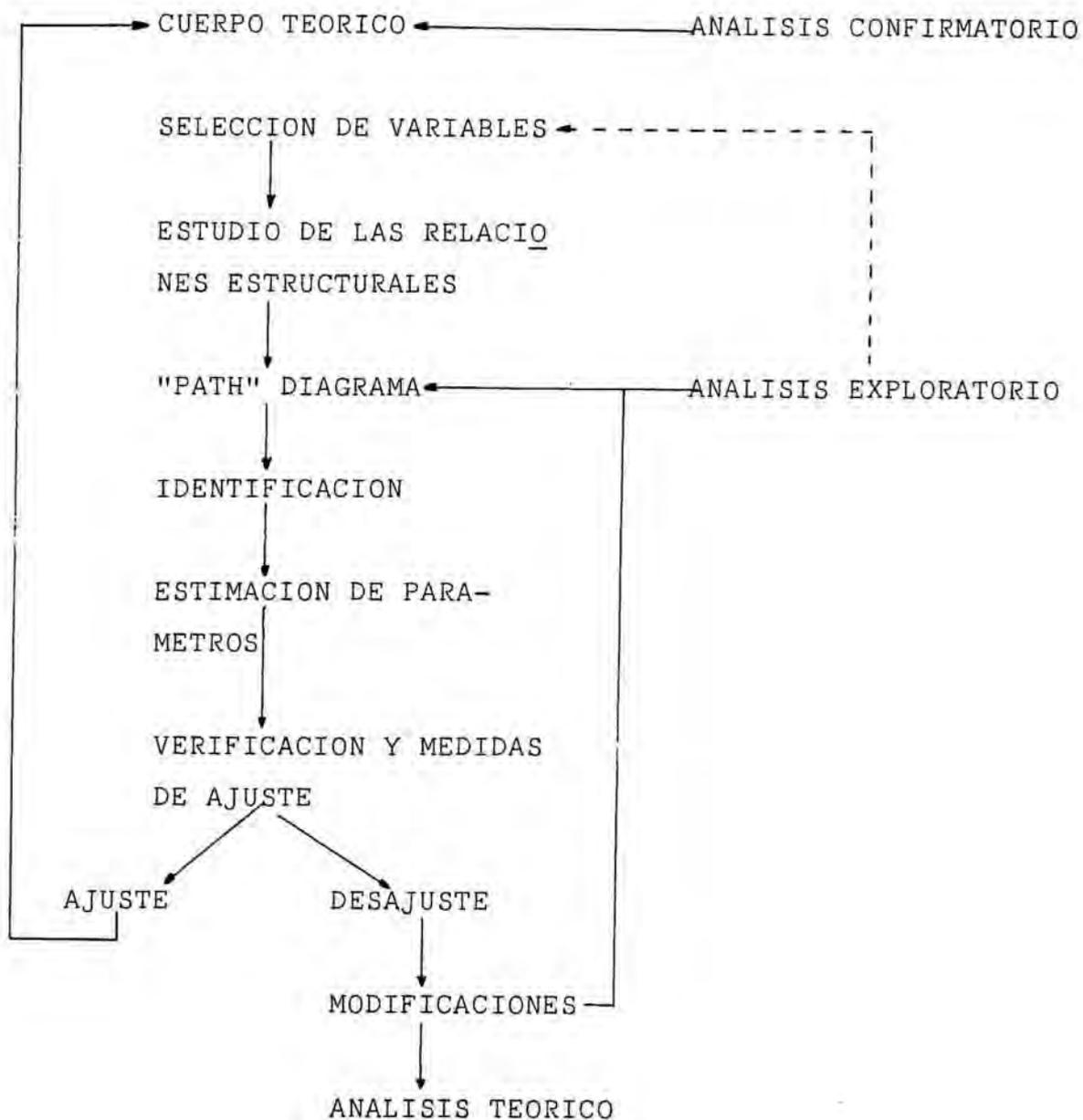
$$\hat{\Sigma} = \left[\begin{array}{c|c} \Lambda_y (B^{-1} \Gamma \phi B^{-1'} + B^{-1} \Psi B^{-1'}) \Lambda_y' + \Theta_\varepsilon^2 & \Lambda_y B^{-1} \Gamma \phi \Lambda_x' \\ \hline \Lambda_x B^{-1'} \Gamma' \phi' \Lambda_y' & \Lambda_x \phi \Lambda_x' + \Theta_\delta^2 \end{array} \right]$$

Los puntos aquí desarrollados, sólo pretenden ser una ligera aproximación al planteamiento matemático de los modelos estructurales. Estas consideraciones deben insertarse en un proceso más general que trataremos brevemente en el siguiente apartado. Para un análisis detallado de las características y formulaciones de estos modelos puede recurrirse a diferentes publicaciones: Everitt (1984); Goldberger y Duncan (1973); Viladrich (1985); Bagozzi (1980); Scott (1983a, 1983b); Saris y Stronkhorst (1984a, 1984b); Kenny (1979); Jöreskog y Sörbom (1979, 1981, 1982, 1984); Dwyer (1983); Batista (1982); Asher (1976); Palmer (1985); Jöreskog (1967, 1969, 1977, 1978) y Visauta (1986) entre otros.

1.3. Proceso de Modelización Estructural.

Como 'último apartado relativo a las generalidades de los modelos estructurales deberemos de analizar, brevemente, el proceso de modelización que es necesario seguir cuando se pretende aplicarlos. Para ello, solamente, presentaremos de forma esquemática las diferentes etapas de las que se compone, puesto que todas ellas serán analizadas con más exhaustividad en los sucesivos capítulos. En consecuencia, Dwyer (1983) presenta cinco grandes fases: teorización, "path" diagrama, identificación, estimación y verificación. Estas etapas de amplia configuración pueden ser complementadas con algunas sugerencias a partir de las posibilidades reales de utilización. El proceso, así considerado, se desarrolla en la tabla 1.3.

TABLA 1.3.: Esquema de las etapas del proceso de modelización estructural.



Matizar, unicamente, que en el caso de que se implementen modificaciones en el modelo propuesto, a tenor del análisis del ajuste, pensamos que, en situaciones confirmatorias, deben realizarse con la parsimonia necesaria. En general, esas modificaciones se centran en la manipulación de los parámetros a estimar, con lo cual se varían las condiciones de significación del modelo.

1.4. Proceso de Introducción de los Modelos Estructurales en el Campo de la Psicología.

Cuando se aborda el estudio de la evolución que experimentan los diversos elementos del análisis estadístico, es sorprendente comprobar como, a menudo, la justificación de determinados modos de aplicación son producto de la tradición de análisis de disciplinas afines a la nuestra. No es este un hecho que escape a los modelos estructurales. Se ha comentado anteriormente la convergencia de líneas de investigación en biometría, sociometría y psicometría que ha caracterizado su desarrollo. Sin embargo, desde la Psicología, no puede circunscribirse su aplicación sólo al ámbito psicométrico, sino que se ha extendido a diversas temáticas, como veremos en el apartado siguiente de este capítulo. De ello se desprende que es interesante analizar las aportaciones que se han ido desarrollando y de donde hemos, los psicólogos, recogido los elementos que configuran la actual aplicación en Psicología de estos modelos.

En este sentido, dos aportaciones deben destacarse en lo que se relaciona con el análisis de datos con ecuaciones estructurales. Estos dos puntos, paralelos entre sí, pueden resumirse del siguiente modo:

- . El análisis de sistemas multiecuacionales frente a los uniecuacionales.
- . El estudio de la matriz de variancias - covariancias desde una perspectiva global, prefiriéndose la obtención de macro estructuras a las microestructuras.

La Tabla 1.4. refleja de modo simple los distintos paralelismos entre ambas consideraciones.

TABLA 1.4.: Evolución del proceso de análisis ecuacional.



Como se ve, se establece una relación entre la regresión y los modelos estructurales, mediatizada por el "path" analysis. En este sentido es interesante consultar el excelente trabajo de Viladrich (1985) relativo al análisis de los tres enfoques de forma simultánea. En general, puede decirse que la Psicología asimila este tipo de análisis en base a dos circunstancias bien definidas:

- El interés del psicólogo investigador en estudiar macroestructuras en base al auge del planteamiento, a muchos niveles, de modelos.
- La propia tradición psicológica, profundamente implicada en los estudios estructurales de datos. El Análisis Factorial refleja muy adecuadamente este interés.

Con respecto al Análisis Factorial Exploratorio y Confirmatorio (Modelos de Medida) no creemos necesario hacer comentario alguno acerca de su evolución puesto que ya está suficientemente descrito, (Mulaik, 1986). Ahora bien, destacar un aspecto relevante implicado en esta técnica. Se trata de la aparición de algoritmos de resolución para la estimación ML, que permitió el pase a una etapa de

plena utilización de este tipo de modelos. Así, la tabla 1.5. recoge los diferentes puntos de interés con respecto a su desarrollo.

Como se comprueba, la psicometría ha desempeñado un papel relevante en la concretización de los modelos estructurales. Ahora bien, debido a los puntos de contacto con la Sociología, el planteamiento de la técnica se ha hecho siguiendo pautas referidas a esa disciplina, no elaboradas en el seno de nuestras propias líneas de trabajo. Todo ello debe ceñirse única y exclusivamente al planteamiento general, en ningún modo pueden extenderse estas consideraciones al campo psicométrico ni a los modelos de medida.

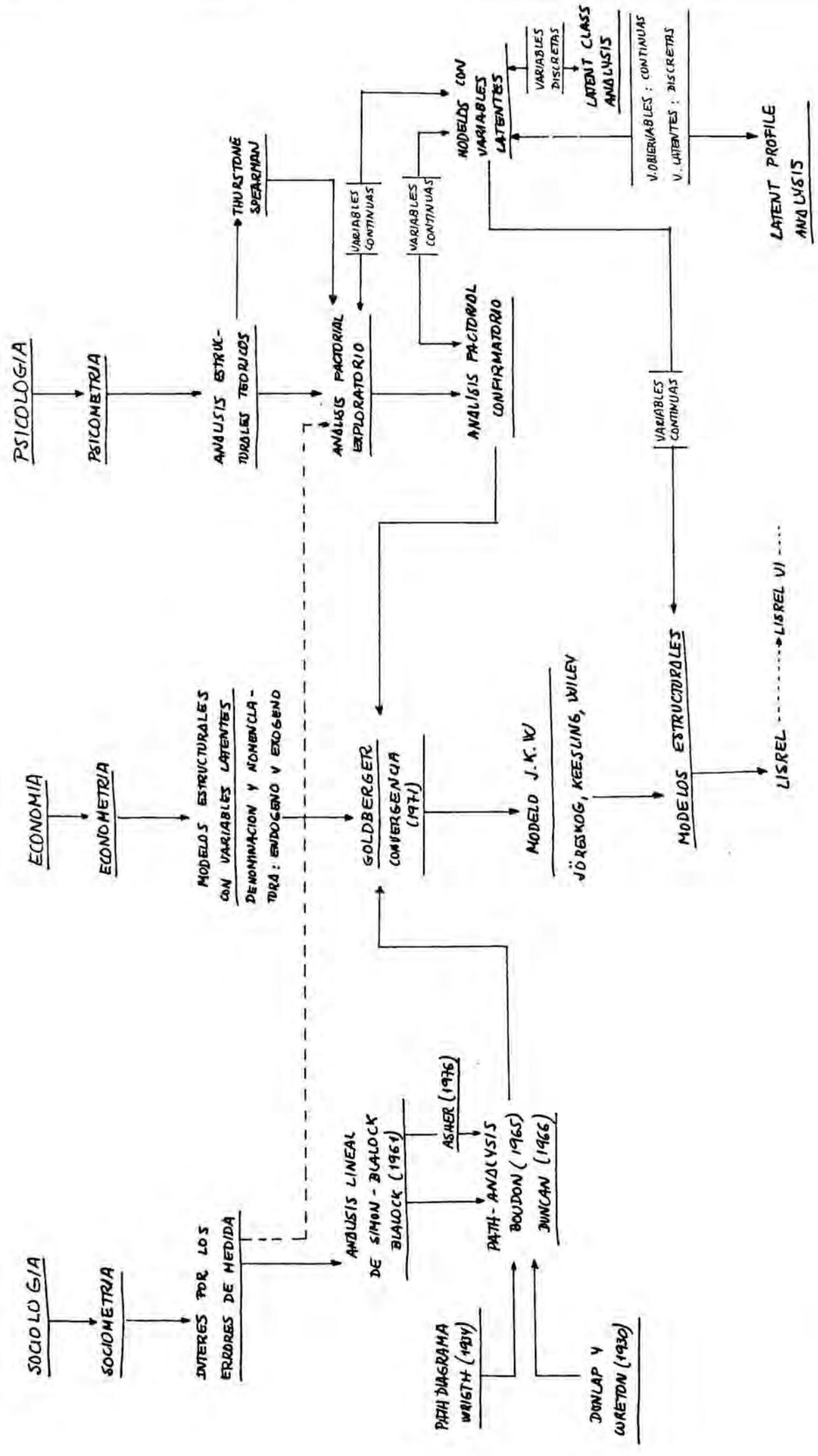
Afortunadamente, este es un proceso, solo atribuible a investigadores y técnicas provenientes de la Psicología.

1.5. Aplicación Substantiva De Los Modelos Estructurales.

Al analizar las distintas aplicaciones que se han efectuado de los modelos estructurales en la investigación psicológica se comprueba una gran variedad y dispersión temática. No es nuestro interés mostrar un sinfín de ejemplos que justifiquen el derecho de los psicólogos a intervenir en el instrumento de análisis. Centramos este apartado simplemente a presentar algunas de las aportaciones dirigidas al tratamiento de datos dentro de una línea de investigación. En consecuencia, no se tratan de trabajos de carácter técnico o estadístico, aunque es muy frecuente que, en ocasiones, se den conjuntamente ambas vertientes: mejoras técnicas del instrumento de análisis conjuntamente con su aplicación en un caso concreto.

No se puede proponer un estudio de las aplicaciones sin mencionar una publicación fundamental al respecto. Jöreskog (1979), desarrolla las características generales del análisis de estructuras de covariancia, desarrollando tanto definiciones de los conceptos estadísticos, de las técnicas de estimación y de los procedimientos de ajuste de modelos. Es conveniente comprobar como en

TABLA 1.5: Proceso de evolución de los sistemas de ecuaciones estructurales.



la introducción de esa publicación se reconoce la importancia de la Psicología en la tarea de progresar en el perfeccionamiento de los modelos; asimismo considerar en su justa valoración el título del artículo: "Analyzing Psychological data by structural analysis of covariance matrices", que hace innecesarios más comentarios al respecto.

De cualquier modo, y en función de lo hasta ahora visto, sería parcial no reconocer que los psicólogos han adoptado criterios de aplicación propios de disciplinas afines a este campo. Ante el interés de sociólogos y econométricos por las variables latentes posibles de su campo (piénsese por ejemplo en variables como la "expectativa de ventas" en Economía) se han elaborado trabajos muy interesantes que deben ser tenidos en cuenta para la configuración de investigaciones psicológicas.

Por ejemplo, entre los más comunes de carácter económico se encuentra la publicación de Bagozzi (1980) con un perfecto desarrollo de multitud de modelos conjuntamente con las matrices que los definen, lo cual se traduce en una herramienta con posibilidades docentes altamente favorables. Como ejemplo aplicado en el campo económico, y por citar un original exponente de ello, mencionar el trabajo de Grembowski (1984) acerca del diseño de un esquema evaluativo de estrategias económicas. En el campo de las publicaciones técnico-aplicadas, mencionar, igualmente a título demostrativo, a Fornell y Bookstein (1982) que estudian las teorías de consumo. Por supuesto hacer mención de las publicaciones económicas en el campo temático que nos ocupa, supondría citar, casi íntegramente, todos los títulos de revistas como el Journal of Econometrics, por ejemplo, lo cual, obviamente, escapa a nuestro objetivo.

De igual manera hay que destacar que los modelos estructurales se han utilizado en disciplinas de las Ciencias Sociales menos frecuentes. Así, a trabajos ya clásicos como el de Jackson (1973) acerca de fenómenos electorales, Hay que añadir aportaciones como las de McPherson, Welch y Clark (1977) o más recientes como

McCaffrey, Andersen y McCold (1985) dirigidas a estudios netamente políticos. Incluso se pueden ver trabajos en la que la Economía y la Política convergen en un mismo proceso de modelización estructural (Abizadeh, 1986).

Aplicaciones de características más apartadas de líneas afines a la Psicología se pueden, igualmente, consultar. Así, el trabajo de Hamilton (1983) sobre aspectos relacionados con la vida doméstica, es un ejemplo evidente de la diversidad temática a la que anteriormente nos referimos.

Volviendo al punto de partida, es decir a los estudios de carácter psicológico, es importante señalar que, independientemente de las cuestiones de tipo psicométrico, los campos de aplicación no son muchos, pero, en cambio, sí se dan frecuentes trabajos. Es relativamente fácil comprobar que muchas de las publicaciones están relacionadas con el tema de los problemas laborales, es decir, desde una perspectiva de la Psicología Social Aplicada. Al trabajo de Duncan y Featherman (1973) sobre los factores que determinan la actividad profesional, hay que resaltar aportaciones similares (Nerlove y Schultz, 1973) e incluso estudiando variables con tanta tradición psicológica como la inteligencia (Kohn y Schooler, 1978)*. Son frecuentes, igualmente, modelos relativos a la satisfacción en el trabajo (Schmitt, 1982; Schmitt y Bedeian, 1982) de los que se puede encontrar una buena revisión en Visauta (1986).

Por otro lado, una de las constantes en el análisis estructural lo protagoniza el interés en el estudio de las actitudes con un sentido claramente identificado con la Psicología Social. Son frecuentes las presentaciones de modelos actitudinales en muchas de las publicaciones e, igualmente, se utilizan con cierta asidui-

* Estas publicaciones pueden encontrarse también en Blalock(1985)

dad para ejemplificar desarrollos técnicos. Bentler y Speckart (1979) marcan una pauta a seguir por lo que a este aspecto se refiere, en tanto en cuanto, se ha convertido, por su excelente análisis, en un *modelo* frecuente para todos los investigadores interesados en el tema. Igual situación se da en la revisión de Bentler (1980) en la que se incluye una referencia a los modelos actitudinales. Siguiendo con el análisis de modelos estructurales dedicados al estudio actitudinal, pueden consultarse ejemplos basados en la línea de Bentler, como los trabajos de Bagozzi (1981) y de Reddy y LaBarbera (1985), aunque éste último está centrado, en parte, en el estudio del ajuste de modelos jerárquicos. Referencias sobre este campo pueden verse igualmente en Lopez Feal (1982).

Es interesante analizar aplicaciones de carácter más aplicado y no tan centrados en aspectos básicos o técnicos como el estudio sobre drogadicción (como parte aplicada del desarrollo matemático) de Batista (1982).

Otro de los campos temáticos en la que la producción de modelos estructurales es elevada, se relaciona básicamente con la Educación. Sus autores son generalmente pedagogos y psicólogos que comparten interés de investigación. De nuevo nos encontramos con trabajos que son considerados como clásicos. Griliches y Mason (1973) o Hauser (1973) son claros exponentes de esta consideración. Además, cabe destacar la actuación de autores muy prestigiosos, no tan solo en el campo pedagógico, sino en el terreno técnico o metodológico. Así, los trabajos de Werts, Linn y Jöreskog (1977, 1978) de Bentler y Weeks (1980); o de Linn, Werts y Tucker (1971), constituyen trabajos fundamentales tanto en su campo substantivo como en el análisis de los diseños longitudinales. Aportaciones más aplicadas pueden verse en Freixa y Guàrdia (1985) o en los capítulos finales de Viladrich (1985).

Cabe destacar que se dan aplicaciones de carácter más amplio como pueden ser los trabajos de Comrey (1985) y Marsh (1985) direc

tamente relacionados con modelos dirigidos al análisis de variables de personalidad. Asimismo pueden estudiarse con detenimiento publicaciones relativas al estudio de elementos causales de teorías de gran tradición en Psicología como la teoría de Bandura (Feltz, 1982; Feltz y Mugno, 1983) aunque éstos últimos requerían de una discusión individual por la dificultad que supone formalizar mediante modelos estructurales los contenidos teóricos de Bandura.

Una de las líneas en las que han aplicado las ecuaciones estructurales que se destaca de las demás por su escasez de producción, es la que protagonizan los modelos estructurales como instrumento para el análisis de datos de investigaciones centradas en la Psicología Cognitiva. Un excelente ejemplo de ello lo encontramos en R Regal y Larntz (1978) en el que se hace un estudio de la aplicación de la estimación ML en los modelos de solución de problemas basados en los experimentos de Restle y Davis. Trabajos de carácter menos concreto que el anterior podemos ejemplificarlo con la aportación de Bohrstedt y Felson (1983) con respecto a variables cognitivas con relación a la ejecución de diversas tareas en niños.

Por último, citar de forma relevante el trabajo de Donaldson (1983) en el que se presenta un análisis de modelos de medida acerca de los tiempos de reacción como unidad de medida en la Psicología Cognitiva, tema éste de gran actualidad. Señalar que se dan igualmente estudios elaborados por psicólogos enmarcados en contextos aplicados, como el trabajo de Blasco y Casas (1985) acerca de pruebas psicomotrices para la evaluación psiotécnica de automovilistas.

1.6. Aplicaciones de Carácter Técnico de los Modelos Estructurales.

En este apartado nos referiremos a algunas de las aportaciones de carácter estadístico o metodológico que se han realizado a través de la utilización de los modelos estructurales. Ello se refiere básicamente a la presentación breve de algunos temas no aplicados

que se han estudiado mediante las ecuaciones estructurales. Para ello plantearemos este apartado en función de las características de los datos analizados, es decir, no experimentales y experimentales. Igualmente, introduciremos un tercer apartado en el que se hará referencia directa a las posibles modificaciones de las que son susceptibles los modelos estructurales para recoger el desarrollo de técnicas estadísticas ya conocidas.

1.6.1. Investigaciones de Carácter no Experimental.

Dentro de este apartado, obviamente, trataremos preferentemente aquellos trabajos relacionados con la regida de datos de carácter longitudinal y, además, de los que se centran en cuestiones de tipo psicométrico.

Entre éstas últimas pueden diferenciarse varias líneas de investigación. Destacan, por su interés aplicado, los estudios de McCullum (1983) sobre la comparación de varios programas de ordenador para la ejecución de Análisis Factoriales, tanto exploratorios como confirmatorios. En la misma línea Cudeck (1985) presenta una serie de modelos estructurales comparativos entre pruebas psicométricas clásicas y tests adaptativos computarizados, hallando rasgos diferenciales entre ambas.

En otro sentido, desde la publicación de Jöreskog (1971) acerca del Análisis Factorial aplicado simultáneamente a varias poblaciones, muchas son las distintas aportaciones efectuadas en este campo. Así, Sörbom (1974) desarrolla el modelo de medida y la técnica de estimación para medias factoriales en distintos grupos. El modelo así propuesto quedaría reformulado del siguiente modo:

$$x_g = \mu + \lambda_g \xi_g + \varepsilon_g \quad (23)$$

donde, μ = vector constante de orden p (n° de variables) representando el origen de la medida.

ξ_g = vector aleatorio de orden k (n° de factores) representando el factor común.

Λ_g = Matriz $p \times k$ de cargas factoriales

ξ_g = Vector aleatorio de orden p

Observese con respecto a la expresión (3) como se modifica incluyendo el vector μ .

De este modo, la matriz $\hat{\Sigma}$ se obtendría mediante la siguiente operación:

$$\begin{aligned} E(xx') &= E[(x_g - \mu - \Lambda_g \theta_g)(x_g - \mu - \Lambda_g \theta_g)'] = \\ &= \Lambda_g \Phi_g \Lambda_g' + \Psi_g^2 \end{aligned} \quad (24)$$

donde, θ_g = Vector de medias de ξ_g

Φ_g = Matriz de variancias covariancias de ξ_g

Ψ_g^2 = Matriz diagonal de las variancias del factor único.

De este modo la esperanza matemática de las medidas puede expresarse:

$$E(x_g) = \mu + \Lambda_g \theta_g \quad (25)$$

$$E(\xi) = \theta \quad (26)$$

$$E(x) = \Lambda \theta \quad (27)$$

En este mismo trabajo se plantean dos tipos de parámetros que son de frecuente utilización: parámetros diferenciados de las medidas y parámetros descriptores del espacio factorial. Ya que la expresión (23) es un modelo no identificado, Sörbom realiza una modificación de la estimación ML que solventa esta situación.

Lomax (1983) menciona algunas de las premisas a considerar en la utilización de ecuaciones estructurales con varios grupos, lo cual puede relacionarse con el trabajo previo de Sörbom en el sentido matemático. Un trabajo de similares características lo presentan Cole y Maxwell (1985) en la utilización del análisis factorial confirmatorio para realizar, mediante matrices multirasgo-multimetodo, comparaciones entre varias poblaciones.

Del mismo modo que el análisis factorial entre grupos ha sido ampliamente estudiado, también se han realizado trabajos con respecto al análisis de componentes siguiendo la perspectiva del análisis factorial. Jöreskog (1979a) presenta el desarrollo de este tema en base a la formulación de un factor " f_1 " que excluyéndolo provoque la no correlación entre las variables observables X_1 y X_2 . De ahí que pueda formularse la correlación como:

$$r(X_1, X_2 : f_1) = 0 \quad (28)$$

Extendiendo la expresión (28):

$$\begin{aligned} X_1 &= \lambda_1 f_1 + e_1 \\ X_2 &= \lambda_2 f_1 + e_2 \\ &\vdots \\ X_i &= \lambda_i f_1 + e_i \end{aligned} \quad (29)$$

$$\text{Tal que } E(X) = E(f) = E(e) = E(e_i e_j) = 0 \quad (30)$$

En el caso de dos factores " f_1 y f_2 " (28) sería:

$$r(X_i, X_j : f_1, f_2) = 0 \quad \forall i \neq j \quad (31)$$

De este modo las ecuaciones (29) se plantearían:

$$\begin{aligned} X_1 &= \lambda_{11} f_1 + \lambda_{12} f_2 + e_1 \\ X_2 &= \lambda_{21} f_1 + \lambda_{22} f_2 + e_2 \\ &\vdots \\ X_i &= \lambda_{i1} f_1 + \lambda_{i2} f_2 + e_i \end{aligned} \quad (32)$$

$$\text{Tal que } E(f_1) = E(f_2) = E(X) = E(e_i e_j) = 0 \quad \forall i \neq j \quad (33)$$

$$\text{y } E(f_1^2) = E(f_2^2) = 1$$

En (32) puede observarse como λ actúa como si fuera un coeficiente de regresión parcial, siendo e el residual. En consecuencia se puede plantear:

$$\begin{aligned} E(X_i X_j) &= E[(\lambda_{i1} f_1 + \lambda_{i2} f_2 + e_i)(\lambda_{j1} f_1 + \lambda_{j2} f_2 + e_j)] = \\ &= \lambda_{i1} \lambda_{j1} E(f_1^2) + \lambda_{i2} \lambda_{j2} E(f_2^2) + \lambda_{i1} \lambda_{j2} E(f_1 f_2) + \lambda_{i2} \lambda_{j1} E(f_1 f_2) = \\ &= \lambda_{i1} \lambda_{j1} + \lambda_{i2} \lambda_{j2} \end{aligned} \quad (34)$$

Como se observa (34) coincide con la expresión clásica de la descomposición de la correlación en el Análisis Factorial basado en Thurstone y que posteriormente permite, resolviendo todas las ecuaciones análogas a (34) la obtención de la matriz Λ_x . El cálculo de la matriz $\hat{\Sigma}$, ampliamente conocido, puede obtenerse fácilmente; consultando el término de la matriz particionada $\hat{\Sigma}$ correspondiente a $E(xx')$ en la expresión (22). Desarrollos paralelos al que aquí se ha descrito de forma breve, podemos verlos aplicados en Werts, Rock y Linn (1979) o en el estudio de modelos de medida con errores correlacionados (Werts, Jöreskog y Linn, 1976).

Otra variante psicométrica es la que se refiere a la utilización de los modelos de medida como instrumento de análisis de fiabilidad y validez de componentes. Werts, Rock, Linn y Jöreskog (1978) presentan un método, basado en la matriz $\hat{\Sigma}$ y en los residuales del modelo, para analizar la fiabilidad de pruebas unifactoriales o multifactoriales (una aplicación de este importante método puede verse en Guàrdia, 1984 y Lopez Feal, 86).

Contribuciones de carácter técnico al análisis factorial pueden encontrarse también relacionadas con el tipo de variables usadas. Así, Mathen (1978) presenta las modificaciones pertinentes del Análisis Factorial aplicado a variables dicotomizadas y Comrey (1985a) presenta un método de análisis de los "outliers" en este mismo tipo de análisis. En la misma línea psicométrica, es interesante consultar el trabajo de Gomez (1986) acerca de los modelos estructurales como instrumento de análisis de validez de constructo, presentándose una excelente aplicación del método.

En un plano más estadístico, y por citar un ejemplo, Cudeck (1986) presenta una modificación del proceso de cálculo de los modelos estructurales aplicados a los modelos "circumplex" (presentados por Guttman (1954) tratándose a partir de matrices de correlaciones ordenadas). Jöreskog (1979) presenta la técnica de análisis para estos modelos, pero no siendo aplicables cuando S contiene elementos negativos, Cudeck modifica este planteamiento, resolviendo esta dificultad.

Muchos trabajos se relacionan con el estudio de los errores de medida, sobretodo en diseños de panel y longitudinales, aspecto de gran relevancia psicométrica. En este sentido Heise (1969)*; Wiley y Wiley (1970)*; Blalock (1970)*; Werts, Jöreskog y Linn (1971)*; Sörbom (1975); Hargens, Reskin y Allison (1976)* o Werts, Breland, Grandy y Rock (1980) son ejemplos claros del interés mencionado por el estudio de los errores de medida y de las repercusiones que supone la violación de los supuestos teóricos $E = (\delta\delta') \neq 0$ $E(\epsilon\epsilon') \neq 0$.

Saris (1984) presenta tres sistemas de resolución de los errores de medida aleatorios, planteando las siguientes estrategias:

- . Método de los indicadores múltiples: Indicadores paralelos
"γ" equivalentes
Congenéricos

. Método de la replicación

- . Método de replicación con indicadores múltiples.

Estudios relacionados con los diseños de panel, y en concreto acerca de las correlaciones cruzadas (cross-laged correlation) son muy frecuentes. Kenny (1973) presenta un estudio clásico sobre el tema, pudiéndose ver la línea seguida sobre este punto en Shingles (1976)* acerca de las posibilidades de interpretación causal de este tipo de correlación e igualmente analizar las críticas sobre este mismo punto de Rogosa (1980), el cual mantiene actitudes contra rias a las de Shingles con respecto a su interpretación.

Acerca de los diseños longitudinales se han publicado trabajos de ámbito global, ya no dirigidos a conceptos concretos (como el estudio de los errores de medida). Jöreskog (1977a); Rogosa (1979) o Freenberg y Kessler (1982)* son referencias a tener en cuenta

* Estas referencias pueden encontrarse en Blalock (1985)

para un análisis global.

Siguiendo con la aplicación de los modelos estructurales en diseños longitudinales, también se ha analizado la repercusión del tipo de variable usada. Al igual que en el Análisis Factorial se han modificado los planteamientos de los modelos al aplicarse con variables observables categóricas (Laudis y Koch, 1979; Muthen, 1983). Con respecto al uso de variables discretas en los modelos estructurales es interesante la síntesis que sobre el tema efectuaron Winship y Mare (1983) incluyendo el "path" analysis entre los modelos estudiados, al igual que otras posibilidades (Log-Linear, series temporales,...).

1.6.2. Investigaciones de Carácter Experimental.

Muchos han querido ver en los modelos estructurales un instrumento específico de las investigaciones no experimentales, tal como hemos visto al principio de este capítulo. El hecho de que el análisis se base en matrices de variancia - covariancia o de correlaciones ha provocado que esta idea se haya afianzado, en la medida que la correlación y covariancia son estadísticos típicos de la investigación no experimental.

Sin embargo, esta identificación no es correcta en modo alguno. Los modelos de ecuaciones estructurales han sido aplicados, con distinto resultado, al análisis de diseños experimentales, sobre todo a partir de la utilización de "dummy" variables. Desde luego, hay que reconocer, que es este un ámbito en el que surgen multitud de dificultades (como el estudio de la interacción) que provoca una cierta escasez productiva. Alwin y Tessler (1974)* presentan una aplicación de datos sociológicos y psicológicos de carácter experimental al análisis de estructuras de covariancia. Presenta un mode-

* Estas referencias pueden encontrarse en Blalock (1985)

lo simple para la comparación de hipótesis experimentales, aunque su planteamiento es excesivamente teórico y dirigido, en nuestra opinión, a un excesivo uso del control estadístico. (Figura 1.3.)

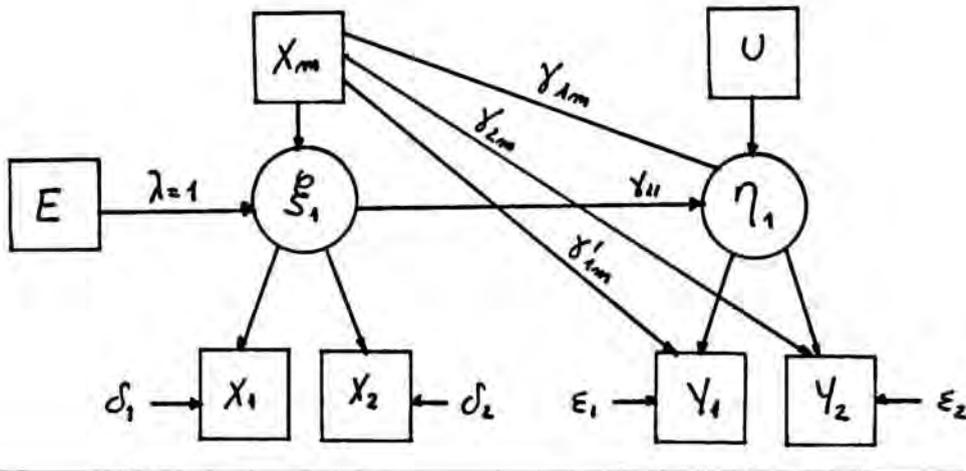


Figura 1.3.: Path diagrama de un diseño experimental de Alwin y Tessler (1974).

En la figura anterior, X_m y U representan las manipulaciones experimentales a comparar, obteniéndose el análisis deseado mediante el estudio de los parámetros γ_{U11} , γ'_{A1m} , γ'_{U1m} , y γ_{U1m} . "E" representa la variable que recoge los grupos experimentales (dummy) por lo que no se estima su error de medida, puesto que no lo tiene, al igual que en X_m y U .

Una de las aportaciones que consideramos más relevante es la protagonizada por Bagozzi (1977, 1980) sobre este tema, al presentar, a partir de un diseño simple de grupos al azar, las diversas modificaciones que son factibles para el análisis de datos experimentales. Sin embargo, un tema que el autor recalca, tiene un fundamento netamente metodológico: la verificación de la manipulación. Como su nombre indica, supone el control de los efectos que la manipulación de la variable independiente (VI) provoca. Veamos el modelo que este autor presenta (Figura 1.4.):

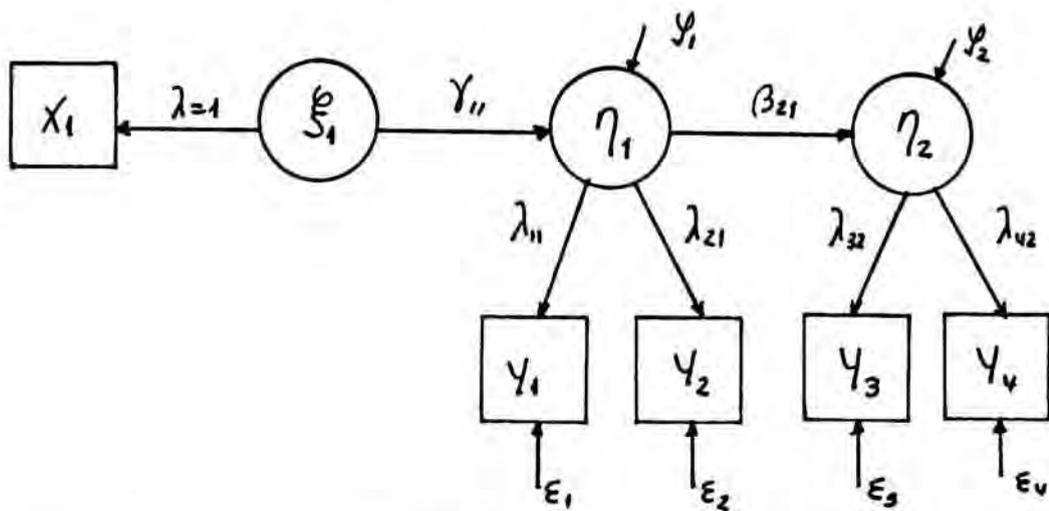


Figura 1.4.: Path diagrama de un diseño simple de Bagozzi (1980)

En este modelo el autor plantea que ξ_1 es la verdadera VI cuyo indicador sin error es X_1 , cuya manipulación afecta, por ejemplo, al estado psicológico del sujeto (η_1). Los indicadores Y_1 , e Y_2 constituyen una medida de hasta que punto la manipulación de la variable independiente ha sido correcta o no. Finalmente η_2 es la variable dependiente (VD) del sistema. La verificación de la manipulación supone, a nuestro entender, una aportación relevante en el campo experimental puesto que pertenece al ámbito del control estadístico como al puramente metodológico. Arnau (1982) realiza una síntesis de estas consideraciones acerca de los diseños experimentales.

Como decíamos anteriormente, una de las dificultades más importantes en este tema lo supone el estudio de las interacciones. Viladrich (1985) propone el uso de variables independientes generadas a partir del producto de los efectos principales, es decir, si X_1 e X_2 son VI, la interacción se estudiaría añadiendo al modelo una tercera variable $X_1 X_2$. Mardsen (1983) efectúa un estudio acerca de como podrían modelizarse variables de bloqueo con lo cual la interacción tiene un sentido distinto al que desempeña, por ejemplo, en un diseño factorial de grupos al azar.

Sin embargo, pensamos que la solución para el estudio de las interacciones debe buscarse en la innovación de los contrastes estructurales. Generalmente los parámetros son, como hemos dicho, fijados

o libres (también restringidos), presentando Rindskopf (1984) una alternativa para conseguir nuevos contrastes mediante la utilización de variables latentes que el autor denomina "phantom" o imaginarias. Supongamos el siguiente modelo (Figura 1.5.):

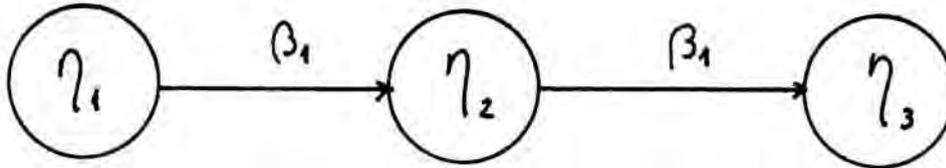


Figura 1.5.: Path diagrama con una variable "phantom"

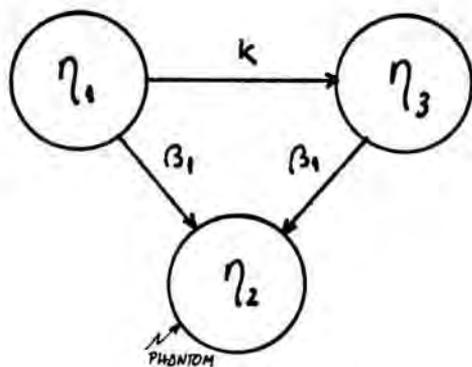
En este caso, η_2 es una variable "phantom" en el sentido que mediatiza la relación entre η_1 y η_3 pero de tal modo que los parámetros β_{21} y β_{32} son iguales, denominándolos a ambos solamente por β_1 . η_2 puede desempeñar distintos papeles, entre ellos la interacción entre variables, basta con no suponer que β_1 se da entre η_2 y η_1 por un lado y entre η_3 y η_2 por otro, para comprobar si la incorporación de η_2 es beneficiosa con respecto al porcentaje de variación explicada. Obsérvese el siguiente desarrollo del modelo de la figura 1.5.:

$$\begin{aligned} \eta_2 &= \beta_1 \eta_1 \\ \eta_3 &= \beta_1 \eta_2 \end{aligned} \tag{35}$$

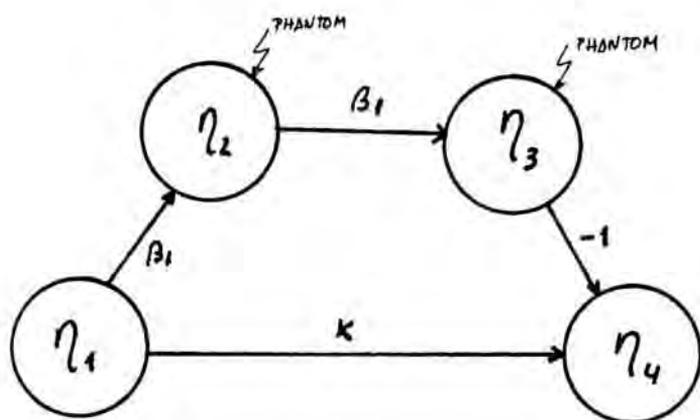
pero puede efectuarse una substitución:

$$\begin{aligned} \eta_2 &= \beta_1 \eta_1 \\ \eta_3 &= \beta_1 (\beta_1 \eta_1) = \beta_1^2 \eta_1 \end{aligned} \tag{36}$$

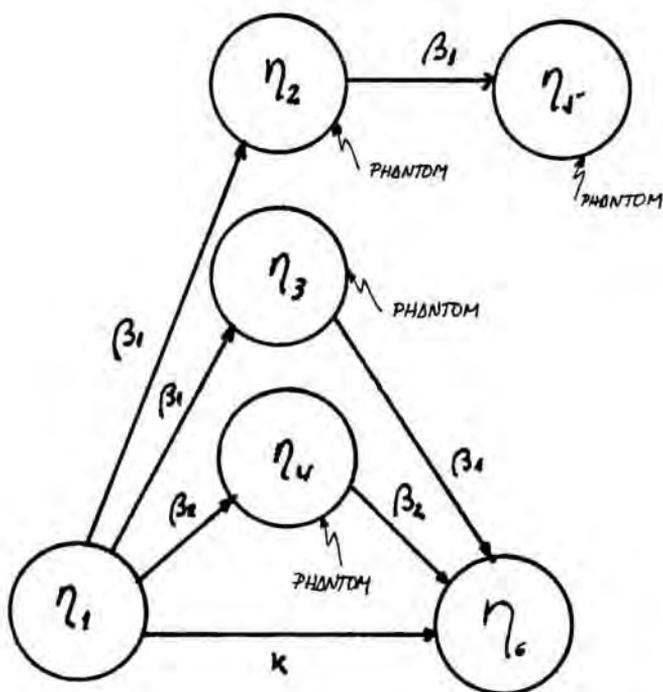
La expresión de η_3 final en (36) refleja un parámetro cuadrático, lo cual amplía las posibilidades de determinación de parámetros, dentro del cual se podría incluir los efectos de las interacciones. Algunos ejemplos de estos efectos pueden verse en la figura 1.6.



$$\begin{aligned} \eta_2 &= \beta_1 \eta_1 \\ \eta_3 &= \beta_1 \eta_2 + \kappa \eta_1 = \beta_1 (\beta_1 \eta_1) + \kappa \eta_1 = \\ &= \eta_1 (\beta_1^2 + \kappa) \end{aligned} \quad (37)$$



$$\begin{aligned} \eta_2 &= \beta_1 \eta_1 \\ \eta_3 &= \beta_1 \eta_2 = \beta_1^2 \eta_1 \\ \eta_4 &= -\eta_3 + \kappa \eta_1 = -(\beta_1^2 \eta_1) + \kappa \eta_1 = \\ &= (\kappa - \beta_1^2) \eta_1 \end{aligned} \quad (38)$$



$$\begin{aligned} \eta_2 &= \beta_1 \eta_1 \\ \eta_3 &= \beta_1 \eta_1 \\ \eta_4 &= \beta_2 \eta_1 \\ \eta_5 &= \beta_1 \eta_2 = \beta_1^2 \eta_1 \\ \eta_6 &= \beta_2 \eta_4 + \beta_1 \eta_3 + \kappa \eta_1 = \\ &= \beta_2 (\beta_2 \eta_1) + \beta_1 (\beta_1 \eta_1) + \kappa \eta_1 = \\ &= (\beta_1^2 + \beta_2^2 + \kappa) \eta_1 \end{aligned} \quad (39)$$

FIGURA 1.6.: Ejemplos de modelos con variables "phantom"

Desafortunadamente, lo reciente de la publicación no ha permitido ver aplicadas las grandes posibilidades del trabajo de Rindskopf. Con respecto a la medición de las VD es interesante estudiar el diseño presentado por Blalock (1985a) con respecto a la medida de la VD en distintos momentos temporales, con un planteamiento que sería semejante a los diseños de sujeto único.

Otro de los trabajos importantes en el campo experimental corre a cargo de Costner (1971)* al incluir en los modelos una alternativa para controlar tres aspectos distintos:

- . Las expectativas del experimentador
- . Efectos de sesgo
- . Reactividad a la medición

Veamos únicamente, el planteamiento del primer punto propuesto por Costner (Figura 1.7.)

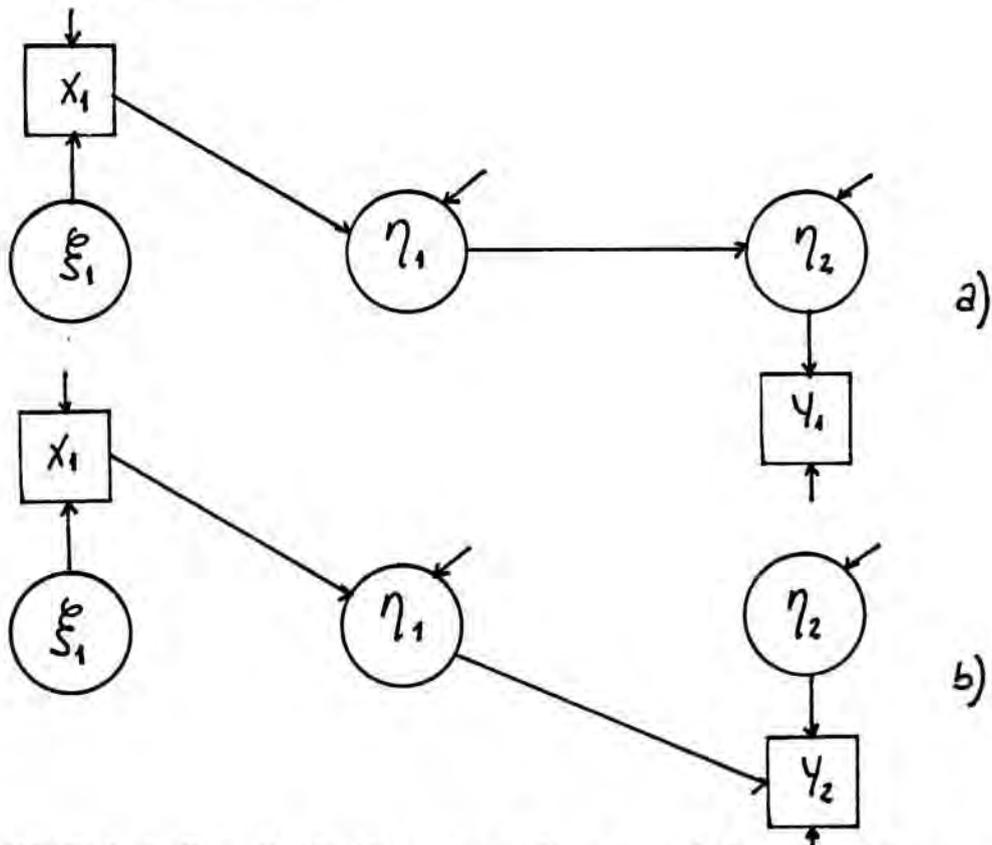
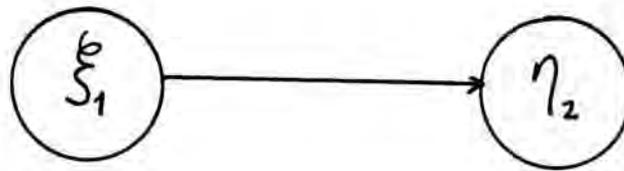


FIGURA 1.7.: Path Diagrama de un modelo simple para estudiar el efecto de las expectativas del experimentador (Costner, 1971).

* Esta referencia puede encontrarse en Blalock (1985)

Si la VI afecta a la VD, cabe esperar que se establezca una relación del tipo:



Ahora bien, planteando los modelos de la figura 1.7. podemos analizar el efecto del experimentador. En el primer caso (a) la variable experimentador (X_1) puede modificar algún componente del sujeto o de la secuencia experimental (η_1) que tenga efectos en la VD (η_2) ya sea a nivel latente, como en este caso, como a nivel observable (Figura 1.7.b). Es decir, podemos encontrar efecto principal en ξ_1 pero este puede ser provocado, por ejemplo, por manipulaciones incontroladas del experimentador. Estudiando los modelos de la figura 1.7. conoceremos si se dan o no estos efectos. Planteamientos similares pueden efectuarse con respecto a los dos puntos restantes que hemos mencionado, pudiendo ~~se~~ definir como alternativas estadísticas al control experimental.

1.6.3. Aplicaciones de Carácter Estadístico

En este apartado señalaremos brevemente algunas de las modificaciones de los modelos estructurales en base a recoger las características de pruebas estadísticas alternativas. De forma rápida, señalar y recomendar la publicación de Hellevik (1984) acerca de la interpretación causal de tablas de asociación con variables cualitativas. En especial se efectúa un análisis de la interpretación causal de estos planteamientos y en concreto de los modelos Log-Linear y Logit (Goodman, 1978, 1979).

Baltagi (1984) presenta un estudio acerca de las posibles concomitancias entre los modelos de series temporales y los modelos estructurales, a partir de la modificación del modelo de medida:

$$x = \mu + \lambda x \xi + \sigma \quad (40)$$

donde μ representa la media de la serie temporal diferenciada. Un planteamiento similar puede verse en el mencionado trabajo de Winship y Mare (1983).

Otra de las aplicaciones conocidas es la propuesta por Bagozzi, Fornell y Larcker (1981) sobre la correlación canónica. En base a la expresión de Lord y Novick (1968) para el cálculo de la correlación canónica:

$$r_{uv} = r_{xy} / \sqrt{(r_{xx'}, r_{yy'})} \quad (41)$$

donde $r_{xx'}$ y $r_{yy'}$ son medidas de fiabilidad de los indicadores de las variables latentes U y v (puede verse una aplicación de esta expresión en Werts y Linn, 1972), los autores plantean un modelo estructural en que algunos parámetros suponen la propia correlación canónica (Winne y Belfry, 1982).

Por último, Sörbom (1978) presenta una alternativa al Análisis de Covariancia (ACOVAR) que, de algún modo, se había planteado en algunas investigaciones como poco ajustado (Werts y Linn, 1971, 1971a) sobre todo por la dificultad de establecer relaciones lineales entre la variante y la covariante. Siguiendo el esquema de Sörbom encontramos un trabajo de Hodapp y Wermuth (1983) en el que a través de la descomposición de modelos, establece una estructura covariante como alternativa al ACOVAR.

1.7. Consideraciones Acerca Las Posibilidades De Interpretación De Los Modelos Estructurales.

Trataremos en este punto de establecer algunos de los elementos que definen a los modelos estructurales en base a sus posibilidades interpretativas, relacionándolo con el papel que desempeñan en función del objetivo que el investigador persigue. Veíamos como autores como Bentler y Bonet (1980) les asignan la facultad de "comprobar técnicas" o en un sentido más concreto, la aceptación de interpretaciones causales que Hellevik (1984) propone. Frente a esta po

sición proclive a las interpretaciones causales podemos ver autores con planteamientos totalmente opuestos. Fornell y Larcker (1984), al tratar sobre los objetivos del análisis de estructuras de covariancias, establecen que se centra en el uso de relaciones entre variables observables para efectuar inferencias a propósito de las relaciones entre variables observables.

Podemos concretar, pues, la situación en dos planteamientos: ¿podemos establecer relaciones causales entre variables o estas relaciones son únicamente estructurales?.

Obviamente, de poder establecerse que la variable X es causa de la variable Y implicaría que ambas están relacionadas, pero la situación contraria no es cierta, es decir, del hecho de que esten relacionadas no puede inferirse que una sea la causa de la otra.

No es este el momento de discutir el concepto de causa ni las características que la definen. James, Mulaik y Brett (1982) ya han tratado extensamente el tema, simplemente recoger tres puntos básicos ya mencionados por Asher (1976) con respecto a las condiciones de causalidad:

- . Debe existir covariación entre X e Y
- . Asimetría temporal u ordenación en el tiempo
- . Eliminación de otros factores causales.

Con respecto al primer punto ya se ha indicado que si una variable es causa de otra, ambas están relacionadas, Bunge (1971) Jöreskog (1978) ya establece que las relaciones entre variables estructurales pueden tener un valor heurístico, generando hipótesis a confirmar mediante análisis multivariante.

Parece que esta limitación se dirija preferentemente a la función exploratoria de los modelos, lo cual, obviamente, invalida cualquier interpretación causal que pueda realizarse (Mulaik, 1986). Por tanto la cuestión se concreta aún más: ¿A partir de una matriz de correlaciones o covariancias puede establecerse relaciones causales?. Piénsese que la matriz inicial S o R puede desprenderse de datos de carácter experimental o no experimental, es decir, da-

tos en los que se da manipulación activa de las variables o datos en que no existe esa manipulación. Dykstra (1985) plantea la similitud entre mecanismos causales en datos experimentales y no experimentales, aplicándose el mismo análisis básico en ambas líneas. Ello es cierto, puesto que el proceso analítico será el mismo sea cual sea el tipo de dato. El tratamiento al que se someterá a S o a R será idéntico (con la modificación que provoque el uso de variables "dummy"). A pesar de ello no podemos aceptar como idénticos los mecanismos causales. Ello supondría aceptar que la causalidad se da en ambos casos con la única diferencia que cuando se parte del estadístico r_{xy} para un análisis causal, se da una mayor incertidumbre en la relación causal que cuando se aplican pruebas estadísticas más "robustas" en esa línea (como por ejemplo el AVAR), Blalock (1964) mantiene que la manipulación experimental es un modo de maximizar la correlación. Ello nos conduce a una situación en la que datos de carácter experimental por el mero hecho de ser tratados mediante modelos estructurales (a partir de S o R) no podrían ser interpretados con la misma certeza que si hubieran sido analizados con AVAR, lo cual es lógicamente inverosímil. Nunca un tratamiento estadístico puede ser un elemento que en un determinado proceso modifique el nivel causal hallado (si es que puede hablarse de causalidad en niveles). Por tanto, la causalidad no vendrá dada por la técnica sino por el tipo de dato analizado y sobre todo, según el paradigma en el que se ha recogido. En planteamientos no experimentales, se dice que la relación causal no tiene la misma certeza que en los experimentales, no siendo éstos últimos la situación perfecta. En efecto, según el tercer punto de Asher (1976) implica una selección de variables lo cual en el procedimiento experimental no es siempre garantizable. Sin embargo, el hecho de la selección poco definida o incorrecta puede darse perfectamente en situaciones no experimentales.

Esa distinta certeza en la causalidad en función del paradigma plantea una nueva situación que podría definirse como contradictoria: ¿Cómo integrar probabilidad (niveles de causales) con deter

minismo - causalidad?.

Para aceptar esta posibilidad (Eells, 1983, 1985) debería asumirse que la causalidad no es un tipo de relación que se da o no se da, sino que tiene diferentes niveles de certeza. Mulaik (1986) propone la siguiente solución:

"... las causas determinan probabilidades, que la causalidad debe estudiarse como una relación funcional que refleja los valores de las variables cuasales en el grupo de todas las posibles distribuciones de probabilidad que pueden ser definidas en los valores de las variables dependientes (que puede ser multivariado)".

El autor relaciona claramente causalidad y probabilidad a partir de funciones de probabilidad. No creemos, de nuevo, que esta dística y causalidad tengan una relación tan directa y estrecha. La causalidad se da o no se da en función de la evidencia empírica de la que se disponga a través de un paradigma experimental. Caso contrario, el encontrar un parámetro significativo será lo mismo que hallar una relación causal. Evidentemente, el método científico tiene otros planteamientos. En este sentido Hartman (1983) expone que:

"... si escogemos un grupo de fenómenos sociales sin ningún antecedente de la presencia o ausencia de causación en ellos, el cálculo de los coeficientes de r correlación total o parcial, no supone un paso más hacia la evaluación de las causas".

Igualmente, De Leeuw (1985) propone la siguiente formulación:

"... el uso de la terminología causa-efecto no puede usarse ni defenderse, excepto en aquellos casos raros (como la genética mendeliana) en la que la información acerca del mecanismo causal es obtenido a partir de otras fuentes. Si toda la información que poseemos es un grupo de correlaciones, entonces podemos tratar de describir esas correlaciones "parsimoniosamente" en

términos de modelos restrictivos. Pero eso es todo lo que podemos hacer. En consecuencia, el método LISREL no es un método de construcción de teorías".

En este sentido, el concepto causalidad en datos no experimentales tiene un sentido "metafórico" y la propuesta de Bentler y Bonet (1980) con respecto a los modelos estructurales de "confirmar teorías" puede ser revatida.

Evidentemente, a partir de lo antedicho, la ordenación causal no puede inferirse de modo automático (per se) de la estimación de parámetros, siendo más congruente realizar asociaciones empíricas que interpretaciones causales (Fornell y Larcker, 1981).

La ordenación causal debe establecerse desde un punto de vista teórico nunca empírico, como se obtiene a partir de la aproximación al tema de Simon-Blalock.

Muchas veces se confunde causalidad con predictibilidad en el sentido de que esta última puede permitir determinar el valor de la VD. Pero, evidentemente, para predecir no es necesario emplear variables causales. Cuando nos referimos a un modelo estructural como técnica de análisis causal, quizás olvidamos la diferencia entre causalidad y predicción, y, lo que es más grave, ésta última faceta no se ha estudiado con la suficiente profundidad ni rigor.

Desde un punto de vista matemático la simetría en las relaciones son admisibles. Es decir, tienen sentido las siguientes expresiones:

$$y = a + bx \quad (42)$$

$$x = (y - a) / b \quad (43)$$

Este planteamiento, lógicamente, no tiene sentido en el terreno teórico puesto que la ordenación temporal lo impide (como se contempla en el punto segundo de Asher). A partir de aquí puede plantearse que si en un sistema se da (42) la expresión (43) pueda darse en otro subsistema (Blalock, 1964) lo cual, si la ordenación temporal esta correctamente establecida, nos parece difícil. Sin embargo, y en función de estas consideraciones, podemos formular preguntas tan sugerentes como la de Hausman (1983): ¿se dan relaciones causales entre variables dependientes? en un claro propósito de analizar aquellos modelos en los que $\beta \neq 0$, extendiendo sus consideraciones a los modelos no recursivos, los cuales contradicen la ordenación temporal asimétrica. Este autor expone la confusión que se da entre causalidad y ecuación matemática (que ya hemos comentado), sus recelos ante los modelos no recursivos, otorgando a la manipulación activa el carácter de mejor prueba de ordenación causal pero sin ser un proceso necesario.

Hausman, al referirse a las posibilidades de interpretación causal de los modelos estructural, expone que:

"... puede inferirse que X es causa de Y, no porque la estructura del modelo establezca "per se" que el planteamiento causal es correcto, si no porque si hubiera sido rechazado lo sería por no relacionar correctamente los hechos causales".

Olvida este autor que un modelo estructural no es un instrumento de validación causal directo, y que aceptar un modelo como ajustado no invalida al resto de posibilidades (Cliff, 1983). Dos modelos estructurales, con diferentes planteamientos causales, pueden ser aceptados con lo cual seguimos sin disponer de garantías de una correcta interpretación de los modelos en términos de causalidad, eso sin analizar lo desajustado que puede resultar en algunos casos los índices de validación que se usan (Fornell, 1983).

También debemos mencionar que se dan igualmente, elementos y

aspectos que deben tenerse presente en el momento de interpretar los resultados obtenidos. Entre estos elementos hay que destacar la conocida "falacia nominalista" en la que se incurre fácilmente. Las variables latentes no emergen de las observables, tienen que estar ya presentes en el contexto, provocando que en el caso de análisis confirmatorios no se vean los factores confirmados si no que simplemente verificamos que S o R se ajustan a un conjunto de parámetros.

En general, pues, pensamos que los modelos estructurales pueden interpretarse causalmente cuando el paradigma de recogida de datos lo permita, es decir, cuando se da manipulación experimental. Los modelos estructurales no son por definición un paradigma sino una técnica estadística, que plantea el uso de variables latentes, lo cual es una aportación de máxima importancia.

Deben hacerse, a nuestro entender, unas breves consideraciones acerca de la clarificación del modelo estructural estadístico como modelo matemático. Es cierto que el modelo estructural puede considerarse matemático en tanto en cuanto usan las Matemáticas en su formulación. Sin embargo, cuando hablamos de modelos matemáticos teóricos esta asimilación no es tan aceptable. Recuérdese que los modelos matemáticos representan el comportamiento del sujeto, mientras que los estructurales descomponen un dato. No es lo mismo inferir características del sujeto que estudiar la variabilidad de una distribución. En este sentido se han presentado modelos "quasimatemáticos" en algunas áreas de la Psicología (por ejemplo en la teoría de Hull según Hillgard y Bower), para definir a los modelos que sólo cumplen tareas representacionales, puesto que no son válidas para predecir. El modelo matemático reúne las dos implicaciones: representan y predecir, mientras que el estructural sólo sirve para predecir.

Durante este capítulo no hemos hecho referencia a las fases de identificación, estimación y verificación citadas en la tabla 1.3., puesto que en los siguientes capítulos, y dada su relevancia, serán tratadas con un especial énfasis.

CAPITULO 2: LA FASE DE IDENTIFICACION EN EL SISTEMA DE ECUACIONES ESTRUCTURALES.

Cuando se aplican las técnicas estadísticas en los diversos campos científicos uno de los puntos que frecuentemente no se menciona es todo lo relacionado con el cumplimiento de las condiciones de aplicación de la prueba en cuestión. Difícilmente veremos en la práctica la utilización del AVAR con la mención previa de la condición de homocedasticidad o de normalidad de las distribuciones, u otras similares. El caso que nos ocupa, los modelos estructurales no es una excepción. En la mayoría de publicaciones no se hace referencia a las características de las condiciones de aplicación, excepto la concretización de los grados de libertad, por estar relacionados en el ajuste del modelo.

La identificación de las ecuaciones estructurales supone, por consiguiente, la fase previa de mayor relevancia técnica, ya que permite la utilización garantizada del instrumento estadístico. Obviamente, el hecho de que las estructuras de covariancia permitan la inclusión de variables latentes implica que la identificación de los modelos sea más compleja y que surgan más problemas (Blalock, 1986b). Ello se justifica en base a que la inclusión de latentes nos exija, lógicamente, más número de parámetros a estimar, con lo que ello supone, como veremos, de pérdida en los grados de libertad.

Como primer punto a tratar vamos a comentar en que consiste la fase de identificación. Jöreskog (1978) trata de modo sencillo esta cuestión. En cada modelo se deben estimar una serie de parámetros según el tipo de modelo que se analice. En general, vamos a designar por θ el conjunto de parámetros a estimar sean cuales sean. Así pues, el espacio muestral $\{\theta\}$ genera una matriz $\hat{\Sigma}$ (según veíamos en el capítulo anterior, expresiones (16) y (22)). Cuando dos espacios muestrales diferentes θ_i, θ_j generan la misma matriz $\hat{\Sigma}$, se dice que el modelo es no identificado, puesto que

las estimaciones no tienen una única solución. En consecuencia, podemos resumir diciendo que el modelo es identificado cuando se dan θ_i, θ_j si y sólo si:

$$\theta_i \neq \theta_j \rightarrow \hat{\xi}(\theta_i) \neq \hat{\xi}(\theta_j) \quad (44)$$

A pesar de que el modelo no sea identificado, ello no supone que todos sus parámetros no sean estimables. Si los elementos de S los denominamos σ_{ij} debe cumplirse que:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(\theta) \quad \forall i \neq j \quad (45)$$

Si tenemos en cuenta que las ecuaciones a partir de las cuales efectuamos la estimación de los parámetros provienen de la descomposición de los elementos de las matrices S o R, podemos plantear un sistema de tantas ecuaciones como elementos de S o R podamos descomponer (Ver expresión (34) o recordar las leyes del path analysis). Siendo "p" el número de variables, podemos, en general, obtener el siguiente número de ecuaciones:

$$\text{nº de ecuaciones} = \frac{1}{2} p (p+1) \quad (46)$$

Si denominamos como "t" al número de parámetros a estimar, para que el sistema de ecuaciones sea resoluble debe haber menos o igual número de incógnitas que de ecuaciones simples. En consecuencia, el modelo será identificado cuando:

$$t \leq \frac{1}{2} p (p+1) \quad (47)$$

Cuando (47) no se cumple se acostumbra a hacer restricciones con respecto a θ , siendo la más común fijar a 0 algunos parámetros, con lo que t disminuye. Jöreskog (1978) plantea el siguiente procedimiento de identificación:

- . Escoger algunos valores para los parámetros
- . Obtener $\hat{\xi}$
- . Efectuar la estimación con $\hat{\xi}$ como si fuera S o R

- . Estimar θ_i'
- . Comprobar: si $\theta_i \approx \theta_i'$ Modelo identificado
- si $\theta_i \neq \theta_i'$ Modelo no identificado.

En función de lo expuesto, podemos encontrarnos con tres situaciones típicas por lo que se refiere a la identificación:

- . Si $t = \frac{1}{2} p (p+1)$ Modelo exactamente identificado (g.l.=0)
- . Si $t < \frac{1}{2} p (p+1)$ Modelo sobreidentificado (g.l. ≥ 1)
- . Si $t > \frac{1}{2} p (p+1)$ Modelo no identificado (g.l. ≤ -1)

Abordaremos el problema de la identificación y la presentación de los métodos de analizarla en función de los diferentes modelos que podemos establecer (Ver tabla 1.2.).

Señalar por último que, generalmente, se prefieren los modelos exactamente identificados a los sobreidentificados, puesto que éstos últimos suponen, en algunos casos, la modificación del proceso de estimación (Goldberger, 1973a).

6.1. Modelos de Medida.

Para tratar este apartado, no deberemos olvidar que nos basamos en el Análisis Factorial por lo que de modo previo a cualquier planteamiento de la identificación, habrá de estudiarse las características de la matriz inicial, en general R. Se trata, obviamente, del análisis de esfericidad para establecer que $R \neq I$, pues en caso contrario, no tendría sentido establecer la reducción de las variables observables en latentes; deberían haber tantas latentes como observables.

Una de las pruebas que a este respecto son más conocidas es la χ^2 de esfericidad de Bartlett (1950), aunque esta no es la única posibilidad. Bentler (1977) presenta un índice de simplicidad factorial con un rango entre 0 y 1 que es útil para este objetivo. Steiger (1980) formaliza un estadístico alternativo de esfericidad que se ha mostrado más sensible que el de Bartlett (Wilson y Marlin, 1983)

Y que responde a la siguiente expresión:

$$\chi^2 = (N-3) \sum \sum z^2_{ij} \quad \text{con } g_e = 0.05 \text{ } p(p-1) \quad (48)$$

donde $p = n^o$ de variables observables.

Analizado este aspecto y establecido que $R \neq I$ deberemos abordar la identificación del modelo, teniendo presente que el número de variables latentes ha de ser menor que el de observables, y que en caso de que sólo haya una variable latente la matriz de cargas se reduce a un vector columna con p elementos. En función de la expresión (44) si el número de latentes (k) es mayor que 1 ($k > 1$) el modelo no será identificado si hay un infinito número de formas de Λ que originen la misma predicción para $\hat{\xi}$.

Veamos un pequeño ejemplo de ello (Everitt, 1984):

$$\begin{aligned} \text{A partir de la expresión (3): } & x = \Lambda x \xi + \delta && \text{para exógenas (3)} \\ \text{y según el modelo general (22)} & \xi = \Lambda x \phi \Lambda x' + \theta \delta && (22) \end{aligned}$$

Vamos a efectuar una serie de transformaciones,

La matriz ξ por la matriz distinta $M\xi$
 La matriz Λx por la matriz distinta $\Lambda x M'$

donde M es una matriz ortogonal de $k \times k$ elementos

En consecuencia la expresión $\Lambda x \xi$ de la ecuación (3) se reformularía:

$$\Lambda x \xi = (\Lambda x M') M \xi \quad (49)$$

De este modo hemos instaurado unos nuevos factores ($M\xi$) a partir de las mismas variables observables, es decir, dos estructuras factoriales distintas: ξ y ($M\xi$).

A partir de (49) se establece el nuevo modelo según:

$$x = (\Lambda x M') (M \xi) + \delta \quad (50)$$

Si el modelo es no identificado implicaría que, por ejemplo, el modelo representado por (50) se ajustaría a la expresión (3) y (22). Es decir, dos estructuras diferentes nos llevarían a la misma conclusión, con lo cual el modelo de la ecuación (50) no sería identificable:

$$\bullet \quad x = (\Lambda_x M') (M \xi) + \delta = \Lambda_x (M' M) \xi + \delta = \Lambda_x \xi + \delta \quad (51)$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad E(xx') &= E \left\{ [(\Lambda_x M') (M \xi) + \delta] [(\Lambda_x M') (M \xi) + \delta]' \right\} = \\ &= E \left[(\Lambda_x M' M \xi \Lambda_x' M M' \xi') + (\Lambda_x M' M \xi \delta') + (\Lambda_x' M M' \xi' \delta) + (\delta \delta') \right] = \\ &= (\Lambda_x M') (M \phi M') (\Lambda_x' M) + \theta \delta = \\ &= (\Lambda_x \phi \Lambda_x' M' M M M') + \theta \delta = \\ &= \Lambda_x \phi \Lambda_x' + \theta \delta \quad (52) \end{aligned}$$

La expresión (52) se obtiene teniendo en cuenta las expresiones (5) y (5bis). Como se observa (51) y (3) son equivalentes, así como (52) y su correspondiente en (22). De este modo la nueva estructura factorial $(\Lambda_x M')$ con las latentes $(M \xi)$ sería no identificable, es decir, tanto las matrices Λ_x , ξ y ϕ como las matrices $(\Lambda_x M')$, $(M \xi)$ y $(M \phi M')$ satisfarían el modelo general, a partir de la misma matriz S o R.

Este planteamiento (del que puede verse un ejemplo análogo en Visauta, 1986) supone las bases del procedimiento de la rotación, puesto que la matriz de cargas no rotadas se transforma en la matriz rotada, satisfaciendo ambas el modelo general.

En los modelos confirmatorios se tiene una estructura teórica a priori que determina los parámetros libres de Λ_x y de ϕ , con lo que no existiran problemas de identificación, puesto que sólo habrá una única solución para esos parámetros libres. Si el número de parámetros a estimar en Λ_x y en ϕ los denominamos respectivamente por P_{Λ_x} y P_{ϕ} , entonces podemos establecer una condición necesaria y no suficiente para la solución única de la estimación:

$$P_{\Lambda_x} + P_{\phi} \geq k^2$$

Cuando no hay una estructura previa factorial, la identificación pasa por considerar a ϕ ortogonal ($\phi = I$) efectuando una extracción factorial por el método del factor principal.

Si $\phi = I$ la expresión (22) se reformula:

$$E(XX') = \Lambda_X \phi \Lambda_X' + \Theta_{\mathcal{J}} = \Lambda_X I \Lambda_X' + \Theta_{\mathcal{J}} = \Lambda_X \Lambda_X' + \Theta_{\mathcal{J}} \quad (53)$$

Vemos que (53) se ajusta al principio fundamental de Thurstone sobre Análisis Factorial Exploratorio.

Resumiendo, podemos hacer el siguiente esquema del proceso de identificación de los modelos de medida:

- Condición necesaria y no suficiente

$$t \leq \frac{1}{2} p (p+1) \quad (47)$$

siendo p el nº de variables observables y K el número de factores, podemos descomponer t del siguiente modo:

- 1) Cuando $\phi = I$ entonces: Λ_X tendrá $p \times k$ parámetros
 $\Theta_{\mathcal{J}}$ tendrá p parámetros
 ϕ tendrá $\frac{1}{2} k (k-1)$ parámetros ($\text{diag}_{\mathcal{J}} = 1$)

De este modo podemos expresar t de la siguiente manera:

$$t = (p \times k) + p - \frac{1}{2} k (k-1) \quad (54)$$

En consecuencia los grados de libertad (gl.) seguirán la expresión:

$$\begin{aligned} gl &= \frac{1}{2} p (p+1) - [(p \times k) + p - \frac{1}{2} k (k-1)] = \\ &= (p^2 + p) / 2 - p k - p + (k^2 - k) / 2 = \\ &= (p^2 + p - 2pk - 2p + k^2 - k) / 2 = \\ &= [(p-k)^2 - (p+k)] / 2 \end{aligned} \quad (55)$$

- 2) Cuando $\phi \neq I$ entonces: Λ_X tendrá $p \times k$ parámetros
 $\Theta_{\mathcal{J}}$ tendrá $\frac{1}{2} p (p+1)$ parámetros
 ϕ tendrá $\frac{1}{2} k (k+1)$ parámetros

De este modo podemos expresar t según:

$$t = (p \times k) + \left(p \frac{p+1}{2} \right) + \left(k \frac{k+1}{2} \right)$$

Así, los grados de libertad se expresarán:

$$q_e = \frac{1}{2} P(P+1) - \left[(p \times k) + \left(p \frac{p+1}{2} \right) + \left(k \frac{k+1}{2} \right) \right] \quad (57)$$

- Condición suficiente y no necesaria:

- 1) ϕ es una matriz simétrica y definida positivamente con la diagonal igual a 1.
- 2) Θ_j debe ser una matriz diagonal (Θ_j^2)
- 3) Λ_x tiene como mínimo $K-1$ parámetros fijados a 0 en cada columna.
- 4) Λ_x^k tiene rango $K-1$, donde Λ_x^k ($k= 1, 2, 3, \dots$) es la submatriz de Λ_x que consta de las filas de Λ_x que tienen fijados a 0 los elementos en la columna K .

- Condición necesaria y suficiente:

Cada parámetro debe tener una única estimación (solución).

2.2. Modelos Recursivos.

Como veíamos en el capítulo anterior este tipo de modelos no contemplan la relación recíproca entre variables endógenas, siendo de uso frecuente en Ciencias Sociales (Land, 1973). Se caracterizan por n ecuaciones lineales con su correspondiente término de perturbación y por p variables observables y k no observables. En estos modelos la existencia de variables endógenas y exógenas relacionadas entre si, y como sea que las endógenas también lo están entre si, las matrices β y Γ deben ser estimadas, así como la matriz ψ . Estas matrices adoptan la siguiente forma:

- β es triangular puesto que no se admiten relaciones recíprocas, es decir:

si se da β_{21} no puede darse β_{12}

- ψ es diagonal lo que implica que $E(\psi_i \psi_j) = 0$
- Γ es una matriz de parámetros entre exógenas y exógenas.

Berry (1984) considera poco ajustados estos modelos a la realidad por esas relaciones unidireccionales que contemplan. Debe señalarse que aún así, son los modelos con menos problemas de identificación puesto que siempre lo son. Las ecuaciones que se plantean tienen un sentido ordenado, jerarquizado, expresados del siguiente modo:

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= f(\text{exógenas}) \\
 Y_2 &= f(Y_1, \text{exógenas}) \\
 Y_3 &= f(Y_1, Y_2, \text{exógenas}) \\
 &\vdots \\
 Y_n &= f(Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_{n-1}, \text{exógenas})
 \end{aligned}
 \tag{58}$$

En la figura 2.1. puede verse un ejemplo sencillo de modelo no cursivo.

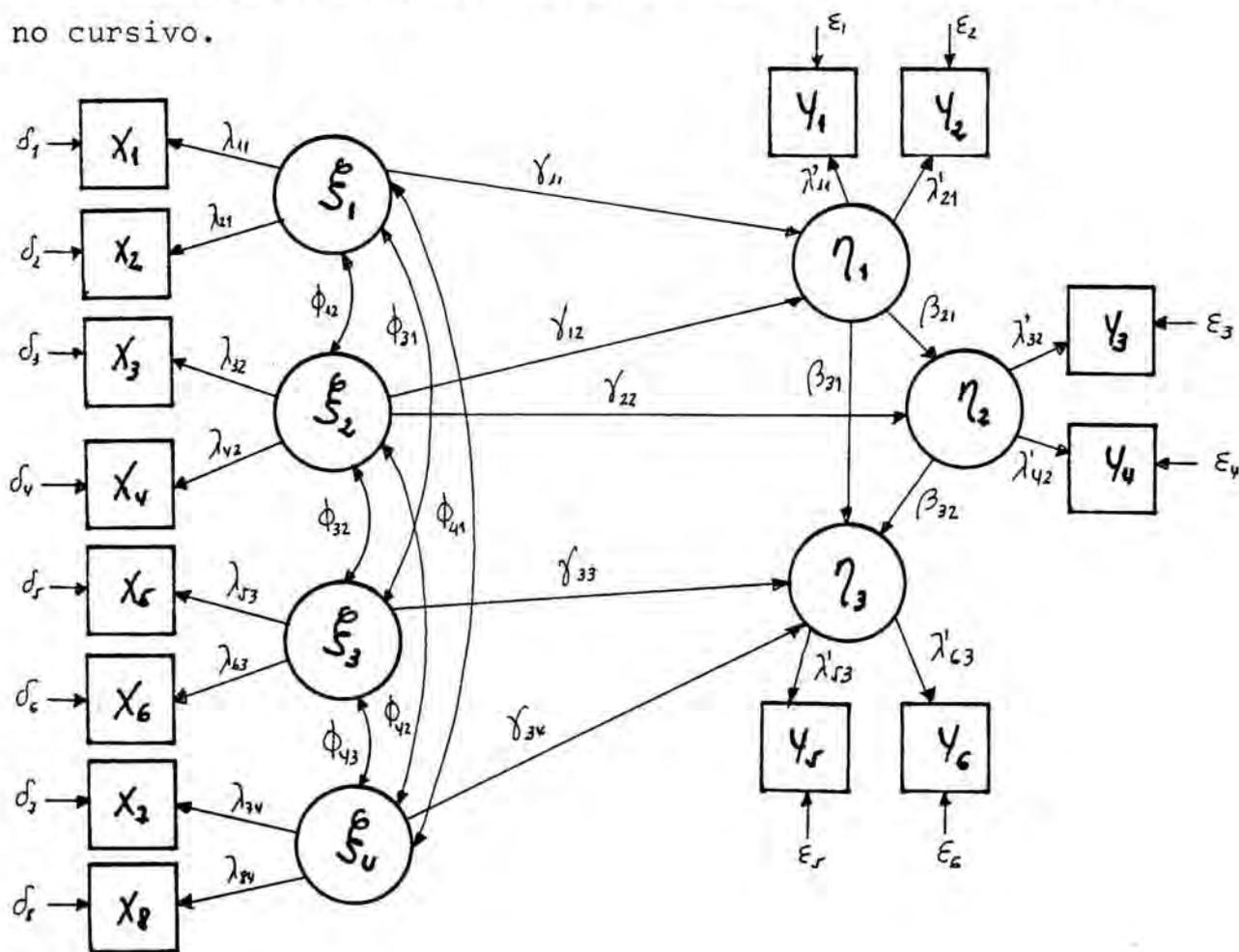


FIGURA 2.1.: Path diagrama de un modelo recursivo supuesto.

El sistema de ecuaciones lineales que se derivan del modelo de la figura 2.1. serían las siguientes:

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \gamma_{11} \xi_1 + \gamma_{12} \xi_2 + \psi_1 \\ \eta_2 &= \beta_{21} \eta_1 + \gamma_{22} \xi_2 + \psi_2 \\ \eta_3 &= \beta_{31} \eta_1 + \beta_{32} \eta_2 + \gamma_{33} \xi_3 + \gamma_{34} \xi_4 + \psi_3 \end{aligned} \quad (59)$$

De este modo las ecuaciones estructurales en forma matricial serían:

$$\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \beta_{21} & 0 & 0 \\ \beta_{31} & \beta_{32} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_{33} & \gamma_{34} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \\ \xi_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{bmatrix} \quad (60)$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_{21} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{32} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{42} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{53} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{63} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_{74} \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_{84} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \\ \xi_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \\ \delta_7 \\ \delta_8 \end{bmatrix} \quad (61)$$

$$\begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \\ \psi_5 \\ \psi_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda'_{11} & 0 & 0 \\ \lambda'_{21} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda'_{32} & 0 \\ 0 & \lambda'_{42} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda'_{53} \\ 0 & 0 & \lambda'_{63} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{bmatrix} \quad (62)$$

De este modo, las ocho matrices a estimar serían, β , Γ , según (60), Λ_x según (61) y Λ_y según (62) siendo las restantes:

$$\theta_\delta = \begin{bmatrix} \theta_{\delta_1}^2 & & & & & & & & & \\ 0 & \theta_{\delta_2}^2 & & & & & & & & \\ 0 & 0 & \theta_{\delta_3}^2 & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \theta_{\delta_4}^2 & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_{\delta_5}^2 & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_{\delta_6}^2 & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_{\delta_7}^2 & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_{\delta_8}^2 & & \end{bmatrix} \quad (63)$$

$$\theta_\epsilon = \begin{bmatrix} \theta_{\epsilon_1}^2 & & & & & & & & & \\ 0 & \theta_{\epsilon_2}^2 & & & & & & & & \\ 0 & 0 & \theta_{\epsilon_3}^2 & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \theta_{\epsilon_4}^2 & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_{\epsilon_5}^2 & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_{\epsilon_6}^2 & & & & \\ & & & & & & & & & \end{bmatrix} \quad (64)$$

$$\psi = \begin{bmatrix} \psi_{11} & & & \\ 0 & \psi_{22} & & \\ 0 & 0 & \psi_{33} & \end{bmatrix} \quad (65)$$

$$\phi = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ \phi_{21} & 1 & & & \\ \phi_{31} & \phi_{32} & 1 & & \\ \phi_{41} & \phi_{42} & \phi_{43} & 1 & \end{bmatrix} \quad (66)$$

Las expresiones (63), (64) y (65) se establecen a partir de las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned}
 E(\eta_i, \eta_j) &= 0 & \forall i \neq j \\
 E(\eta_i, x_j) &= 0 & \forall i \neq j \\
 E(\eta_i, y_j) &= 0 & \forall i \neq j \\
 E(\delta_i, \delta_j) &= 0 & \forall i \neq j \\
 E(\varepsilon_i, \varepsilon_j) &= 0 & \forall i \neq j
 \end{aligned}
 \tag{67}$$

Como se observa, el "orden" en que las ecuaciones se establecen impiden las relaciones recíprocas.

Al igual que en los modelos de medida, esquematizaremos brevemente las condiciones de aplicación.

- Condición necesaria y no suficiente.

1) Cuando el modelo no incorpora variables latentes.

Distingamos los siguientes parámetros: p variables observables,

k endógenas y n exógenas, con lo cual:

la matriz Ψ tendrá K parámetros

la matriz Γ tendrá $n \times k$ parámetros

la matriz β tendrá $\frac{1}{2} K (K-1)$ parámetros

En consecuencia el valor t como máximo será:

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{1}{2} K (K-1) + K + K.n = \\
 &= \frac{1}{2} K (K + 2n + 1)
 \end{aligned}
 \tag{68}$$

Por otro lado el número de ecuaciones a utilizar en la estimación vendrá determinado como siempre por $\frac{1}{2} p (p+1)$ que, a partir de $p = n + k$ puede expresarse como:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} p(p+1) &= (p^2+p)/2 = (n+k)^2 + (n+k)/2 = \\
&= n(n+1) + k(k+1+2n)/2 = \\
&= \frac{1}{2} n(n+1) + k(k+2n+1) \quad (69)
\end{aligned}$$

Si se comparan las expresiones (68) y (69) facilmente se puede comprobar que siempre (68) < (69), es decir:

$$\frac{1}{2} k(k+2n+1) < \frac{1}{2} n(n+1) + k(k+2n+1) \quad (70)$$

El término $n(n+1)$ de la derecha de la expresión ocasiona que estos modelos sean siempre identificables.

- 2) Cuando el modelo incorpora variables latentes Sean los siguientes parámetros: p variables observables, X exógenas e Y endógenas; K endógenas latentes y r exógenas, de este modo,

La matriz Ψ tendrá K parámetros

La matriz Γ tendrá $r \times K$ parámetros

La matriz β tendrá $\frac{1}{2} k(k-1)$

La matriz ϕ tendrá $\frac{1}{2} r(r-1)$

Por lo tanto el valor t puede expresarse

$$\begin{aligned}
t &= K + rk + \frac{1}{2} K(k-1) + \frac{1}{2} r(r-1) = \\
&= k + rk + \frac{k^2-k}{2} + \frac{r^2-r}{2} = \\
&= (2k + rk + k^2 - k + r^2 - r) / 2 = \\
&= (k-r + rk + k^2 + r^2) / 2 = \\
&= \frac{1}{2} \left[k(r + k + 1) + r(r-1) \right] \quad (71)
\end{aligned}$$

Por otro lado $\frac{1}{2} p(p+1)$ puede expresarse según $p = x+y$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}p(p+1) &= p^2+p)/2 = \left[(x+y)^2 + (x+y) \right] / 2 = \\ &= (x^2+y^2+ 2xy + x +y) / 2 = \\ &= \left[x(x+1) + y(y+1) +2xy \right] / 2 = \\ &= xy + \frac{1}{2} \left[x(x+1) + y(y+1) \right] \end{aligned} \quad (72)$$

Como se observa se cumple de nuevo que (71) < (72) puesto que:

$$\begin{aligned} r &< x \\ k &< y \\ r+k &< x+y \end{aligned} \quad (73)$$

y queda patente el hecho de ser modelos siempre justificables.

- Condición suficiente y no necesaria

- 1) β es triangular
- 2) ϕ es simétrica con diag = 1
- 3) θ_{σ} es diagonal (variancia de los errores de medida exógenos)
- 4) θ_{ϵ} es diagonal (variancia de los errores de medida endógenos)
- 5) ψ es diagonal (variancia de los términos de perturbación)

- Condición necesaria y suficiente

La solución de la estimación de cada parámetro ha de ser única.

2.3. Modelos no Recursivos.

En este punto centraremos buena parte de nuestra atención puesto que se tratan los modelos con más dificultades de identificación, en la medida que integran relaciones recíprocas entre variables endógenas. En consecuencia un modelo no recursivo completo tendría la siguiente expresión ecuacional con variables latentes:

$$\begin{aligned}
 \eta_1 &= \beta_{12} \eta_2 + \dots + \beta_{1m} \eta_m + \gamma_{1m} \xi_{m+1} + \dots + \gamma_{1m+k} \xi_{m+k} + \psi_1 \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 \eta_m &= \beta_{m1} \eta_1 + \beta_{m2} \eta_2 + \dots + \beta_{m,m-1} \eta_{m-1} + \gamma_{m,m+1} \xi_{m+1} + \dots + \gamma_{m,m+k} \xi_{m+k} + \psi_m
 \end{aligned}
 \tag{74}$$

Veamos donde radica la dificultad de identificación de los modelos no recursivos. En la figura 2.2. planteamos un sencillo ejemplo:

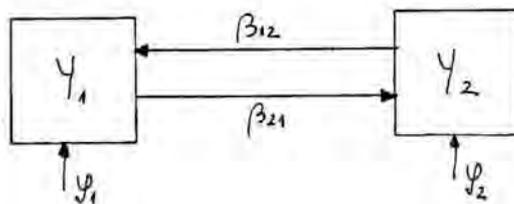


FIGURA 2.2.: Path diagrama de un modelo no recursivo sencillo.

Este modelo, que Berry (1984) denomina de reciprocidad completa, posee las siguientes ecuaciones y matrices:

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= \beta_{12} Y_2 + \psi_1 \\
 Y_2 &= \beta_{21} Y_1 + \psi_2
 \end{aligned}
 \tag{75}$$

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \beta_{12} \\ \beta_{21} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{bmatrix}
 \tag{76}$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} \psi_{11} & \\ \psi_{21} & \psi_{11} \end{bmatrix} \quad (77)$$

A partir de (75), (76), y (77) se infiere que:

$$E(Y_i, X_j) = 0 \quad \forall i \neq j \quad (\text{En el caso que hubiera exógenas}) \quad (78)$$

$$E(X_i) = E(Y_i) = E(\psi_i) = 0 \quad (79)$$

$$E(\psi_i, \psi_j) \neq 0 \quad (80)$$

La expresión (80) es fundamental puesto que supone aceptar que los términos de perturbación pueden estar correlacionados. El modelo de la figura 2.2. determina la estimación de un número de parámetros superior a las ecuaciones que se pueden plantear a partir de S . En efecto, pueden plantearse tres ecuaciones (como $p=2$ entonces $\frac{1}{2} p(p+1) = \frac{1}{2} 2(3) = 3$) debiéndose estimar más de tres parámetros según (76) y (77). En consecuencia el modelo es no identificado. Berry (1984) muestra dos aproximaciones para el análisis de la identificación de modelos no recursivos.

2.3.1. Aproximación Mediante Formas Reducidas.

Satorra y Stronkhorst (1984) plantean la misma estrategia con ligeras variaciones. Se basa en el análisis de identificación de modelos a partir de identificar una forma reducida del modelo, lo cual, supone una reducción de parámetros con el subsiguiente aumento de grados de libertad. Veamos un caso de no identificación (Figura 2.3.)

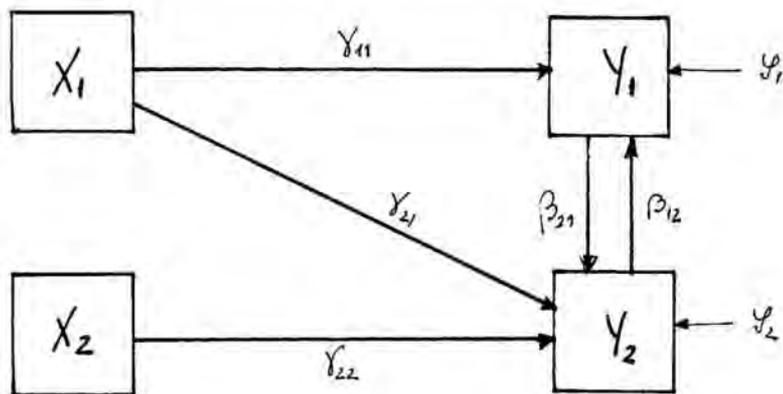


FIGURA 2.3.: Path diagrama de un modelo no recursivo no identificado.

Las ecuaciones estructurales del modelo son:

$$\begin{aligned} Y_1 &= \beta_{12} Y_2 + \gamma_{11} X_1 + \mathcal{Y}_1 & (81) \\ Y_2 &= \beta_{21} Y_1 + \gamma_{21} X_1 + \gamma_{22} X_2 + \mathcal{Y}_2 \end{aligned}$$

Sustituyendo la expresión de Y_1 en Y_2 y viceversa:

$$Y_1 = \beta_{12} (\beta_{21} Y_1 + \gamma_{21} X_1 + \gamma_{22} X_2 + \mathcal{Y}_2) + \gamma_{11} X_1 + \mathcal{Y}_1 \quad (82)$$

$$Y_2 = \beta_{21} (\beta_{12} Y_2 + \gamma_{11} X_1 + \mathcal{Y}_1) + \gamma_{21} X_1 + \gamma_{22} X_2 + \mathcal{Y}_2 \quad (83)$$

Deshaciendo paréntesis

$$Y_1 = \beta_{12} \beta_{21} Y_1 + \beta_{12} \gamma_{21} X_1 + \beta_{12} \gamma_{22} X_2 + \beta_{12} \mathcal{Y}_2 + \gamma_{11} X_1 + \mathcal{Y}_1 \quad (84)$$

$$Y_2 = \beta_{21} \beta_{12} Y_2 + \beta_{21} \gamma_{11} X_1 + \beta_{21} \mathcal{Y}_1 + \gamma_{21} X_1 + \gamma_{22} X_2 + \mathcal{Y}_2 \quad (85)$$

Extraemos términos iguales a la izquierda

$$Y_1 - \beta_{12} \beta_{21} Y_1 = \beta_{12} \gamma_{21} X_1 + \beta_{12} \gamma_{22} X_2 + \beta_{12} \mathcal{Y}_2 + \gamma_{11} X_1 + \mathcal{Y}_1 \quad (86)$$

$$Y_2 - \beta_{21} \beta_{12} Y_2 = \beta_{21} \gamma_{11} X_1 + \beta_{21} \mathcal{Y}_1 + \gamma_{21} X_1 + \gamma_{22} X_2 + \mathcal{Y}_2 \quad (87)$$

Agrupando términos a la derecha

$$Y_1 - \beta_{12} \beta_{21} Y_1 = (\beta_{12} \gamma_{21} + \gamma_{11}) X_1 + (\beta_{12} \gamma_{22} X_2) + (\beta_{12} \mathcal{Y}_2 + \mathcal{Y}_1) \quad (88)$$

$$Y_2 - \beta_{21} \beta_{12} Y_2 = (\beta_{21} \gamma_{11} + \gamma_{21}) X_1 + (\gamma_{22} X_2) + (\beta_{21} \mathcal{Y}_1 + \mathcal{Y}_2) \quad (89)$$

Expresando (88) y (89) en función de las exógenas

$$Y_1 = \left[(\beta_{12} \gamma_{21} + \gamma_{11}) X_1 + (\beta_{12} \gamma_{22} X_2) + (\beta_{12} \mathcal{Y}_2 + \mathcal{Y}_1) \right] / (1 - \beta_{12} \beta_{21}) \quad (90)$$

$$Y_2 = \left[(\beta_{21} \gamma_{11} + \gamma_{21}) X_1 + (\gamma_{22} X_2) + (\beta_{21} \mathcal{Y}_1 + \mathcal{Y}_2) \right] / (1 - \beta_{12} \beta_{21}) \quad (91)$$

Aplicando un cambio de variables ^(reparametrización) para reducir parámetros (Ladd, 1973; Berry, 1984):

$$\mu_{11} = (\beta_{12} \gamma_{21} + \gamma_{11}) / (1 - \beta_{12} \beta_{21}) \quad (91)$$

$$\mu_{12} = (\beta_{12} \gamma_{22}) / (1 - \beta_{12} \beta_{21}) \quad (92)$$

$$\mu_{21} = (\beta_{21} \gamma_{11} + \gamma_{21}) / (1 - \beta_{21} \beta_{12}) \quad (93)$$

$$\mu_{22} = \gamma_{22} / (1 - \beta_{21} \beta_{12}) \quad (94)$$

$$u = (\beta_{12} \gamma_2 + \gamma_1) / (1 - \beta_{12} \beta_{21}) \quad (95)$$

$$v = (\beta_{21} \gamma_1 + \gamma_2) / (1 - \beta_{21} \beta_{12}) \quad (96)$$

En función de esta transformación, el modelo de la figura 2.3. quedaría, en su forma reducida:

$$\gamma_1 = \mu_{11} X_1 + \mu_{12} X_2 + u \quad (97)$$

$$\gamma_2 = \mu_{21} X_1 + \mu_{22} X_2 + v \quad (98)$$

Observemos como μ_{11} , μ_{12} , μ_{21} , μ_{22} son estimables, pues el modelo reducido es perfectamente identificado. Una vez obtenidas las estimaciones de los parámetros μ_{ij} , deberíamos, a partir de ellos, calcular la estimación de los parámetros estructurales del modelo no reducido. En efecto, se pueden dar, por ejemplo, estas igualdades.

$$\beta_{12} = \mu_{12} / \mu_{22} \quad (99)$$

$$\gamma_{11} = \mu_{11} - (\mu_{12} \mu_{21} / \mu_{22}) \quad (100)$$

Comprobemos la expresión (99)

$$\begin{aligned} \beta_{12} &= \mu_{12} / \mu_{22} = \left[(\beta_{12} \gamma_{22} / (1 - \beta_{12} \beta_{21})) / (\gamma_{22} / (1 - \beta_{12} \beta_{21})) \right] = \\ &= \left[(\beta_{12} \gamma_{22}) (1 - \beta_{12} \beta_{21}) / \gamma_{22} (1 - \beta_{12} \beta_{21}) \right] = \\ &= \beta_{12} \gamma_{22} / \gamma_{22} = \beta_{12} \end{aligned} \quad (101)$$

La solución para obtener β_{12} es única, por tanto es un parámetro identificado. Repitamos la operación para (100)

$$\begin{aligned}
 \gamma_{11} &= \eta_{11} - (\eta_{12} \eta_{21} / \eta_{22}) = \\
 &= (\gamma_{11} + \beta_{12} \gamma_{21} / 1 - \beta_{12} \beta_{21}) - [(\beta_{12} \gamma_{22} / 1 - \beta_{12} \beta_{21}) (\gamma_{21} + \beta_{21} \gamma_{11} / 1 - \beta_{12} \beta_{21}) / \\
 &\quad / (\gamma_{22} / 1 - \beta_{12} \beta_{21})] = \\
 &= (\gamma_{11} + \beta_{12} \gamma_{21} / 1 - \beta_{12} \beta_{21}) - \left\{ [\beta_{12} (\gamma_{22} / 1 - \beta_{12} \beta_{21}) (\gamma_{21} + \beta_{21} \gamma_{11} / 1 - \beta_{12} \beta_{21})] / \right. \\
 &\quad \left. / (\gamma_{22} / 1 - \beta_{12} \beta_{21}) \right\} = \\
 &= (\gamma_{11} + \beta_{12} \gamma_{21} / 1 - \beta_{12} \beta_{21}) - \beta_{12} [(\gamma_{21} + \beta_{21} \gamma_{11}) / 1 - \beta_{12} \beta_{21}] = \\
 &= [(\gamma_{11} + \beta_{12} \gamma_{21}) / 1 - \beta_{12} \beta_{21}] - (\beta_{12} \gamma_{21} + \beta_{12} \beta_{21} \gamma_{11} / 1 - \beta_{12} \beta_{21}) = \\
 &= (\gamma_{11} + \beta_{12} \gamma_{21} - \beta_{12} \gamma_{21} - \beta_{12} \beta_{21} \gamma_{11}) / 1 - \beta_{12} \beta_{21} = \\
 &= (\gamma_{11} - \beta_{12} \beta_{21} \gamma_{11}) / 1 - \beta_{12} \beta_{21} = \\
 &= \gamma_{11} (1 - \beta_{12} \beta_{21}) / 1 - \beta_{12} \beta_{21} = \gamma_{11} \tag{102}
 \end{aligned}$$

Así pues γ_{11} también sería identificable, y con ello estaría igualmente identificada la ecuación de γ_1 en la expresión (81). Quedaría por establecer el cálculo para β_{21} , γ_{21} y γ_{22} .

Para hacer más claro el desarrollo, la expresión (99) la hemos obtenido:

$$\eta_{12} = \beta_{12} \gamma_{22} / 1 - \beta_{12} \beta_{21} \tag{92}$$

$$\eta_{22} = \gamma_{22} / 1 - \beta_{12} \beta_{21} \tag{94}$$

$$\begin{aligned} \eta_{12} &= \beta_{12} (\gamma_{22} / 1 - \beta_{12} \beta_{21}) \\ \eta_{22} &= \gamma_{22} / 1 - \beta_{12} \beta_{21} \end{aligned} \quad (103)$$

substituyendo τ_{22} en η_{12} según (103)

$$\eta_{12} = \beta_{12} \eta_{22} \quad (104)$$

$$\beta_{12} = \eta_{12} / \eta_{22} \quad (99)$$

El cálculo de β_{21} , γ_{21} y γ_{22} nos permite comprobar como las soluciones no son únicas, es decir, distintas expresiones pueden determinar esos parámetros, dando cada una, evidentemente distintos valores. Por ejemplo en el caso de β_{21} , obtenemos:

$$\left\{ \begin{aligned} \eta_{12} &= \beta_{12} \gamma_{22} / 1 - \beta_{12} \beta_{21} \\ \eta_{22} &= \gamma_{22} / 1 - \beta_{12} \beta_{21} \end{aligned} \right. \quad (92)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \eta_{12} - \beta_{12} \beta_{21} \eta_{22} &= \beta_{12} \gamma_{22} \\ \eta_{22} - \beta_{12} \beta_{21} \eta_{22} &= \gamma_{22} \end{aligned} \right. \quad (94)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \eta_{12} \beta_{12} \beta_{21} &= \eta_{12} - \beta_{12} \gamma_{22} \\ \eta_{22} \beta_{12} \beta_{21} &= \eta_{22} - \gamma_{22} \end{aligned} \right. \quad (105)$$

$$\beta_{21} = \eta_{12} - \beta_{12} \gamma_{22} / \eta_{12} \beta_{12} \quad (106)$$

$$\beta_{21} = \eta_{22} - \gamma_{22} / \eta_{22} \beta_{12} \quad (107)$$

En (107) y (108) obtenemos dos expresiones análogas para el cálculo de β_{21} . Sin embargo si planteamos en lugar de las ecuaciones (92) y (94) las expresiones (91) y (93) obtenemos ecuaciones diferentes para el cálculo de β_{21} . En efecto:

$$\eta_{11} = \gamma_{11} + \beta_{12} \gamma_{21} / 1 - \beta_{12} \beta_{21} \quad (91)$$

$$\eta_{21} = \gamma_{21} + \beta_{21} \gamma_{13} / 1 - \beta_{12} \beta_{21} \quad (93)$$

Desarrollando solamente la ecuación (91):

$$\begin{aligned}
 \eta_{11} &= \eta_{11} \beta_{12} \beta_{21} = \gamma_{11} + \beta_{12} \gamma_{21} \\
 \eta_{11} \beta_{12} \beta_{21} &= \eta_{11} - (\gamma_{11} + \beta_{12} \gamma_{21}) \quad (109) \\
 \beta_{21} &= \eta_{11} - (\gamma_{11} + \beta_{12} \gamma_{21}) / \eta_{11} \beta_{12} = \\
 &= (\eta_{11} / \eta_{11} \beta_{12}) / (\gamma_{11} + \beta_{12} \gamma_{21} / \eta_{11} \beta_{12}) = \\
 &= 1 / \beta_{12} - [(\gamma_{11} + \beta_{12} \gamma_{21}) / \eta_{11}] = \\
 &= 1 / \beta_{12} - [\eta_{11} (1 - \beta_{12} \beta_{21}) / \eta_{11}] = \\
 &= 1 / \beta_{12} - (1 - \beta_{12} \beta_{21}) = \\
 &= (\beta_{12} + 1) / (\beta_{12}^2 - \beta_{12}) \quad (110)
 \end{aligned}$$

Las expresiones (107) y (110) no permiten obtener el mismo valor para β_{21} con lo que el parámetro no es identificado, y por tanto el modelo tampoco.

Hemos visto como a pesar de identificar el modelo reducido no hemos podido hacerlo en su forma general. Del mismo modo, señalar que aún cuando el modelo sea no identificado, ello no implica que alguna de las ecuaciones lo sea. En nuestro caso la ecuación Y_1 era identificada, no así la de Y_2 .

Cuando los modelos son sobreidentificados, nos encontramos que obtenemos más ecuaciones que parámetros, con lo cual debemos esperar que distintas expresiones nos den el mismo valor del parámetro a estimar.

Vista la aproximación de la forma reducida en modelos no identificados, planteamos el desarrollo de un modelo sobreidentificado. (Figura 2.4.)

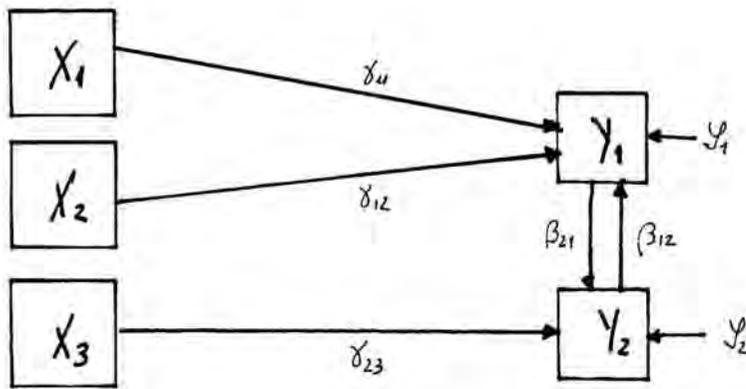


FIGURA 2.4.: Path diagrama de un modelo sobreidentificado (Berry, 1984)

Las ecuaciones correspondientes son las siguientes:

$$Y_1 = \beta_{21} Y_2 + \delta'_{11} X_1 + \delta'_{12} X_2 + \psi_1 \quad (111)$$

$$Y_2 = \beta_{12} Y_1 + \delta'_{23} X_3 + \psi_2 \quad (112)$$

Vamos a repetir el proceso anterior. En consecuencia substituiremos valores:

$$Y_1 = \beta_{21} (\beta_{12} Y_1 + \delta'_{23} X_3 + \psi_2) + \delta'_{11} X_1 + \delta'_{12} X_2 + \psi_1 \quad (113)$$

$$Y_2 = \beta_{12} (\beta_{21} Y_2 + \delta'_{11} X_1 + \delta'_{12} X_2 + \psi_1) + \delta'_{23} X_3 + \psi_2 \quad (114)$$

Reelaborando esas expresiones:

$$Y_1 = [\delta'_{11} X_1 + \delta'_{12} X_2 + \beta_{12} \delta'_{23} X_3 + (\psi_1 + \beta_{12} \psi_2)] / [1 - \beta_{12} \beta_{21}] \quad (115)$$

$$Y_2 = [\beta_{21} \delta'_{11} X_1 + \beta_{21} \delta'_{12} X_2 + \delta'_{23} X_3 + (\psi_2 + \beta_{21} \psi_1)] / [1 - \beta_{12} \beta_{21}] \quad (116)$$

Aplicando un cambio de variable con el siguiente criterio:

$$\eta_{11} = \delta'_{11} / [1 - \beta_{12} \beta_{21}] \quad (117)$$

$$\eta_{12} = \delta'_{12} / [1 - \beta_{12} \beta_{21}] \quad (118)$$

$$\eta_{13} = \beta_{12} \delta'_{23} / [1 - \beta_{12} \beta_{21}] \quad (119)$$

$$\eta_{21} = \beta_{21} \delta'_{11} / [1 - \beta_{12} \beta_{21}] \quad (120)$$

$$\eta_{22} = \beta_{21} \gamma_{14} / 1 - \beta_{12} \beta_{21} \quad (121)$$

$$\eta_{23} = \gamma_{25} / 1 - \beta_{12} \beta_{21} \quad (122)$$

$$U = \gamma_1 + \beta_{12} \gamma_2 / 1 - \beta_{12} \beta_{21} \quad (123)$$

$$V = \gamma_2 + \beta_{21} \gamma_1 / 1 - \beta_{12} \beta_{21} \quad (124)$$

obteniendo el siguiente modelo reducido

$$y_1 = \eta_{11} x_1 + \eta_{12} x_2 + \eta_{13} x_3 + U \quad (125)$$

$$y_2 = \eta_{21} x_1 + \eta_{22} x_2 + \eta_{23} x_3 + V \quad (126)$$

Para no repetir todo el proceso anterior, solo presentaremos la estimación del parámetro β_{21} , que puede obtenerse del siguiente modo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_{12} = \gamma_{12} / 1 - \beta_{12} \beta_{21} \end{array} \right. \quad (127)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_{22} = \beta_{21} \gamma_{12} / 1 - \beta_{12} \beta_{21} \end{array} \right. \quad (128)$$

A partir de (127) y (128) se obtiene:

$$\begin{aligned} \beta_{21} &= \beta_{21} \gamma_{12} / \gamma_{12} = (\beta_{21} \gamma_{12} / 1 - \beta_{12} \beta_{21}) / (\gamma_{12} / 1 - \beta_{12} \beta_{21}) = \\ &= \eta_{22} / \eta_{12} \end{aligned} \quad (129)$$

También se cumple para β_{21} que:

$$\begin{aligned} \beta_{21} &= \beta_{12} \gamma_{11} / \gamma_{11} = (\beta_{12} \gamma_{11} / 1 - \beta_{21} \beta_{12}) / (\gamma_{11} / 1 - \beta_{21} \beta_{12}) = \\ &= \eta_{21} / \eta_{11} \end{aligned} \quad (130)$$

Así pues, para el parámetro β_{21} , la forma de cálculo puede ser la expresión (129) y (130), y para que el cálculo sea único deberá cumplirse que:

$$\hat{\beta}_{21} = \hat{\eta}_{22} / \hat{\eta}_{12} = \hat{\eta}_{21} / \hat{\eta}_{11} \quad (131)$$

En efecto se comprueba que:

$$\eta_{22} / \eta_{12} = \eta_{21} / \eta_{11}$$

$$\left(\beta_{21} \gamma_{12} / 1 - \beta_{12} \beta_{21} \right) / \left(\gamma_{12} / 1 - \beta_{12} \beta_{21} \right) = \left(\beta_{21} \gamma_{11} / 1 - \beta_{12} \beta_{21} \right) / \left(\gamma_{11} / 1 - \beta_{12} \beta_{21} \right) \quad (132)$$

$$\beta_{21} \gamma_{12} / \gamma_{12} = \beta_{21} \gamma_{11} / \gamma_{11}$$

$$\beta_{21} = \beta_{21} \quad (133)$$

2.3.2. Aproximación De La Combinación Lineal.

Se trata de obtener combinaciones lineales a partir de las ecuaciones del modelo inicial. Caso de que no se puedan establecer solución para la estimación de la ecuación combinada, se demuestra que la solución de la estimación es única y por tanto las ecuaciones del modelo están identificadas.

Veamos como se aplicaria esta aproximación en el modelo no identificado de la figura 2.3.

Las ecuaciones son las siguientes (81):

$$\begin{aligned} Y_1 &= \beta_{12} Y_2 + \delta_{11} X_1 + \Psi_1 \\ Y_2 &= \beta_{21} Y_1 + \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \Psi_2 \end{aligned}$$

Multiplicamos cada ecuación por las constantes λ y μ respectivamente:

$$\lambda Y_1 = \lambda \beta_{12} Y_2 + \lambda \delta_{11} X_1 + \lambda \Psi_1 \quad (133)$$

$$\mu Y_2 = \mu \beta_{21} Y_1 + \mu \delta_{21} X_1 + \mu \delta_{22} X_2 + \mu \Psi_2 \quad (134)$$

Igualamos a 0 ambas expresiones:

$$\lambda \beta_{12} Y_2 + \lambda \delta_{11} X_1 + \lambda \Psi_1 - \lambda Y_1 = 0 \quad (135)$$

$$\mu \beta_{21} Y_1 + \mu \delta_{21} X_1 + \mu \delta_{22} X_2 + \mu \Psi_2 - \mu Y_2 = 0 \quad (136)$$

Sumando (135) y (136):

$$\lambda \beta_{12} Y_2 + \lambda \delta_{11} X_1 + \lambda \Psi_1 - \lambda Y_1 + \mu \beta_{21} Y_1 + \mu \delta_{21} X_1 + \mu \delta_{22} X_2 + \mu \Psi_2 - \mu Y_2 = 0 \quad (137)$$

Reordenando los términos:

$$(\lambda \beta_{12} - \mu) Y_2 + (\mu \beta_{21} - \lambda) Y_1 + (\lambda \delta_{11} + \mu \delta_{21}) X_1 + (\mu \delta_{22}) X_2 + (\lambda \Psi_1 + \mu \Psi_2) = 0 \quad (138)$$

Expresando la ecuación según Y_2 obtenemos:

$$Y_2 (\lambda \beta_{12} - \mu) = -(\mu \beta_{21} - \lambda) Y_1 - (\lambda \delta_{11} + \mu \delta_{21}) X_1 - (\mu \delta_{22}) X_2 - (\lambda \Psi_1 + \mu \Psi_2) \quad (139)$$

Despejando el valor en (139):

$$Y_2 = -(\mu \beta_{21} - \lambda / \lambda \beta_{12} - \mu) Y_1 - (\lambda \delta_{11} + \mu \delta_{21} / \lambda \beta_{12} - \mu) X_1 - (\mu \delta_{22} / \lambda \beta_{12} - \mu) X_2 - (\lambda \Psi_1 + \mu \Psi_2 / \lambda \beta_{12} - \mu) \quad (140)$$

Aplicamos la siguiente modificación de variable:

$$\beta_{21}^* = - (\mu \beta_{21} - \lambda / \lambda \beta_{12} - \mu) \quad (141)$$

$$\gamma_{21}^* = - (\lambda \gamma_{11} + \mu \gamma_{21} / \lambda \beta_{12} - \mu) \quad (142)$$

$$\gamma_{22}^* = - (\mu \gamma_{22} / \lambda \beta_{12} - \mu) \quad (143)$$

$$\gamma_2^* = - (\lambda \gamma_1 + \mu \gamma_2 / \lambda \beta_{12} - \mu) \quad (144)$$

De tal modo que (140) se expresa:

$$Y_2 = \beta_{21}^* Y_1 + \gamma_{21}^* X_1 + \gamma_{22}^* X_2 + \gamma_2^* \quad (145)$$

(145) cumple las siguientes condiciones:

$$E(Y_2^*) = E(Y_2^*, X_1) = E(Y_2^*, X_2) = 0 \quad (146)$$

Es evidente la similitud entre (145) y la ecuación de Y_2 en (81) con la diferencia que los parámetros de (145) son una combinación lineal de los de (81) con lo cual la estimación para (81) no es unica, lo cual muestra que se trata de un modelo no identificado. Berry (1984) denomina como "nontrivial" aquellas combinaciones lineales que no incluyen ninguna constante igual a 0 como las aquí utilizadas.

2.3.3. Condiciones Para La Identificación

A partir de las dos aproximaciones a la identificación que se han presentado pueden plantearse dos procedimientos derivados de ellos y más simples para el análisis de la identificación. Son las denominadas condición de orden y de rango.

2.3.3.1. Condición de Orden

Condición necesaria y no suficiente, se puede establecer a partir de la aproximación de la forma reducida. Cada una de las ecuaciones estructurales se comprueba separadamente, definiendo

los siguientes elementos:

m = número de variables endógenas

k = número de variables exógenas

k_e = número de variables exógenas no incluidas en la ecuación que se está analizando.

m_i = número de variables endógenas incluidas en la ecuación que se está analizando.

m_e = número de variables endógenas no incluidas en la ecuación

m_t = número total de ecuaciones

La condición a satisfacer se puede expresar del siguiente modo:

$$k_e \geq m_i - 1 \quad (147)$$

Añadiendo m_e a cada miembro puede obtenerse una forma alternativa de (147):

$$k_e + m_e \geq m_e + m_i - 1 \quad (148)$$

$$m_e + m_i = m_t$$

$$k_e + m_e \geq m_t - 1 \quad (149)$$

A partir de (149) se puede considerar que una ecuación está identificada cuando el número de exógenas y endógenas no incluidas en ella es igual o mayor al total de ecuaciones menos una.

En el modelo de la figura 2.3. y cuyas ecuaciones responden a la expresión (81) podemos aplicar la condición de orden, comprobando su no identificación. En efecto, la ecuación para Y_1 es:

$$Y_1 = \beta_{12} Y_2 + \gamma_{11} X_1 + \epsilon_1 \quad (81)$$

de donde:

$$k_e = 1$$

$$m_e = 0$$

$$m_t = 2$$

Aplicando la expresión (149):

$$1 + 0 \geq 2 - 1$$

de donde, $1 = 1$; se cumple la condición de orden para la ecuación Y_2 .

Veamos que ocurre con la segunda ecuación para Y_2 :

$$Y_2 = \beta_{21} Y_1 + \gamma_{21} X_1 + \gamma_{22} X_2 + \varphi_2 \quad (81)$$
$$k_e = 0$$
$$m_e = 0$$
$$m_t = 2$$

Aplicando de nuevo (149):

$$0 + 0 \geq 2 - 1$$

$0 < 1$ No cumple la condición de rango para Y_2 .

En virtud de ello, el modelo es no identificado. A este respecto recuérdese que al tratar la aproximación de la forma reducida ya veíamos como la ecuación de Y_2 era no identificada al no obtener soluciones únicas para sus parámetros.

2.3.3.2 Condición de Rango.

Basada en la aproximación mediante la combinación lineal sigue sus mismos planteamientos, con lo cual la condición de rango supondrá la extensión de la combinación lineal. Utilizando la notación anterior:

Cuando $k_e = m_i - 1$ se trata de una ecuación exactamente identificada.

Cuando $k_e \neq m_i - 1$ se trata de una ecuación sobreidentificada.

Veamos como se analiza la no identificación en el modelo de la figura 2.3.:

$$\begin{aligned} Y_1 &= \beta_{12} Y_2 + \gamma_{11} X_1 + \mathcal{Y}_1 \\ Y_2 &= \beta_{21} Y_1 + \gamma_{21} X_1 + \gamma_{22} X_2 + \mathcal{Y}_2 \end{aligned} \quad (81)$$

Reordenando la expresión (81):

$$\begin{aligned} 0 &= -Y_1 + \beta_{12} Y_2 + \gamma_{11} X_1 + \mathcal{Y}_1 \\ 0 &= -Y_2 + \beta_{21} Y_1 + \gamma_{21} X_1 + \gamma_{22} X_2 + \mathcal{Y}_2 \end{aligned} \quad (150)$$

Podemos reflejar las ecuaciones (150) en forma matricial

$$\begin{array}{c} Y_1 \\ Y_2 \end{array} \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 & X_1 & X_2 \\ -1 & \beta_{12} & \gamma_{11} & 0 \\ \beta_{21} & -1 & \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix} \quad (151)$$

Vamos a reemplazar los elementos de (151) que no sean igual a 0 por un * para facilitar la notación:

$$\begin{array}{c} Y_1 \\ Y_2 \end{array} \begin{array}{cccc} Y_1 & Y_2 & X_1 & X_2 \\ * & * & * & 0 \\ * & * & * & * \end{array} \quad (152)$$

A partir de (152) operaremos de igual modo que si tratara de efectuar una combinación lineal, analizándose cada ecuación por separado a partir de (152) la cual se denomina: "Matri dels sistema". Los distintos pasos a seguir se esquematizan del siguiente modo:

- 1) Analizar la condición de orden en cada ecuación. Caso de que no se cumpla no tiene sentido estudiar la de rango.
- 2) En la matriz del sistema trazamos una línea horizontal que tache la ecuación analizada y hacemos lo mismo en las columnas que presentan un asterisco.
- 3) Los elementos de la matriz del sistema que no esten tachados configuran lo que se denomina (Berry, 1984): "matriz colapsada"

La matriz colapsada puede ser analizada (y por tanto la ecuación) cuando se trata de una matriz "simple", definiéndose ésta cuando en una columna se encuentra el primer asterisco de alguna fila (de izquierda a derecha) y no hay ningún asterisco en la misma columna. Cuando la matriz colapsada no es simple, se dice que está "desajustada".

Veamos como sería el proceso con la matriz del sistema (152):
Para la ecuación *primera*

$$\left[\begin{array}{cccc} * & & & \circ \\ * & * & * & \\ & * & * & * \\ & & & * \end{array} \right] \quad (153)$$

La matriz colapsada correspondiente, en este caso, vendría expresada por un único asterisco (no queda tachada) con lo cual, obviamente, es una matriz simple.

Con respecto a la segunda ecuación (recuérdese que no cumple la condición de orden):

$$\left[\begin{array}{cccc} * & & & \circ \\ & * & & \\ & & * & \\ & & & * \end{array} \right] \quad (154)$$

La matriz colapsada no existiría, con lo cual ni siquiera tenemos oportunidad de comprobar si es simple o desajustada, lo que supone su no identificación.

Comprobemos que sucedería con respecto al modelo de la figura 2.4. que presentará el siguiente proceso de análisis:

$$Y_1 = \beta_{21} Y_2 + \gamma_{11} X_1 + \gamma_{12} X_2 + Y_1 \quad (111)$$

$$Y_2 = \beta_{12} Y_1 + \gamma_{23} X_3 + Y_2 \quad (112)$$

- Condición de orden:

$$\text{Para (111): } \left. \begin{array}{l} K_e = 1 \\ m_e = 0 \\ m_t = 2 \end{array} \right\} \rightarrow 1 + 0 = 2 - 1; \text{ se cumple}$$

Para (112): $\left. \begin{array}{l} k_e = 2 \\ m_e = 0 \\ m_t = 2 \end{array} \right\} \rightarrow 2 + 0 > 2 - 1 ; \text{ Se cumple}$

- Condición de rango

Obtención de la matriz del sistema

$$0 = -Y_1 + \beta_{21} Y_2 + \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \mathcal{U}_1 \quad (155)$$

$$0 = -Y_2 + \beta_{12} Y_1 + \delta_{23} X_3 + \mathcal{U}_2 \quad (156)$$

$$\begin{bmatrix} * & * & * & * & 0 \\ * & * & 0 & 0 & * \end{bmatrix} \quad (157)$$

Para (111):

$$\begin{bmatrix} * & * & * & * & 0 \\ * & * & \emptyset & \emptyset & * \end{bmatrix} \quad (158)$$

La matriz colapsada se compone sólo de un asterísco, con lo cual es, lógicamente, simple

Para (112)

$$\begin{bmatrix} * & * & * & * & \emptyset \\ * & * & \emptyset & \emptyset & * \end{bmatrix} \quad (159)$$

La matriz colapsada vendría por el siguiente vector fila (160) que es igualmente simple.

$$[* \quad *] \quad (160)$$

Para analizar con más detalle un modelo más complejo, veamos como se aplicaría la condición de rango en el siguiente modelo:

$$Y_1 = \beta_{12} Y_2 + \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \mathcal{U}_1 \quad (161)$$

$$Y_2 = \beta_{21} Y_1 + \delta_{23} X_3 + \mathcal{U}_2 \quad (162)$$

$$Y_3 = \beta_{31} Y_1 + \beta_{32} Y_2 + \delta_{31} X_1 + \delta_{32} X_2 + \mathcal{U}_3 \quad (163)$$

$$Y_4 = \beta_{42} Y_2 + \beta_{43} Y_3 + \delta_{43} X_3 + \mathcal{U}_4 \quad (164)$$

La matriz del sistema correspondiente sería:

$$\begin{bmatrix} * & * & 0 & 0 & * & * & 0 \\ * & * & 0 & 0 & 0 & 0 & * \\ * & 0 & * & * & * & * & 0 \\ 0 & * & * & * & 0 & 0 & * \end{bmatrix} \quad (165)$$

Obtengamos la matriz colapsada para (161):

$$\begin{bmatrix} * & * & 0 & 0 & * & * & 0 \\ * & * & 0 & 0 & 0 & 0 & * \\ * & 0 & * & * & * & * & 0 \\ 0 & * & * & * & 0 & 0 & * \end{bmatrix} \quad (166)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & * \\ * & * & 0 \\ * & * & * \end{bmatrix} \quad (167)$$

Como se observa (167) no es una matriz simple, sino desajustada, puesto que se comprueba que:

- el primer * de la fila 1 está en la columna 3 hallándose en la misma columna otro *
- El primer * de la fila 2 está en la columna 1, hallándose en la misma columna otro *
- El primer * de la fila 3 está en la columna 1, hallándose en la misma columna otro *

La matriz colapsada (167) debería doptar la siguiente forma para ser simple:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & * \\ * & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 \end{bmatrix} \quad (168)$$

En este caso (168) se comprobaria la identificación de la ecuación en cuestión, puesto que se debería cumplir que si se define:

R = número de filas con asteriscos

entonces si $R = m_t - 1$ entonces se trata de una ecuación identificada

si $R \neq m_t - 1$ entonces no se trata de una ecuación identificada.

En consecuencia:

Para (81) primera ecuación	$\rightarrow 1=2-1$	Identificada
(81) segunda ecuación	$\rightarrow 0 \neq 2-1$	No identificada
(111)	$\rightarrow 1=2-1$	Identificada
(112)	$\rightarrow 2 \neq 2-1$	No identificada
(161)	$\rightarrow 3=4-1$	Identificada

Cuando, en algunos casos, queremos manipular o restringir los parámetros de un determinado sistema de ecuaciones, lo que en el fondo se efectua son cambios en la matriz colapsada para convertirla en simple. Una guía para estas alteraciones se encuentra esquematizada en la tabla 2.1. donde se presenta el algoritmo de resolución.

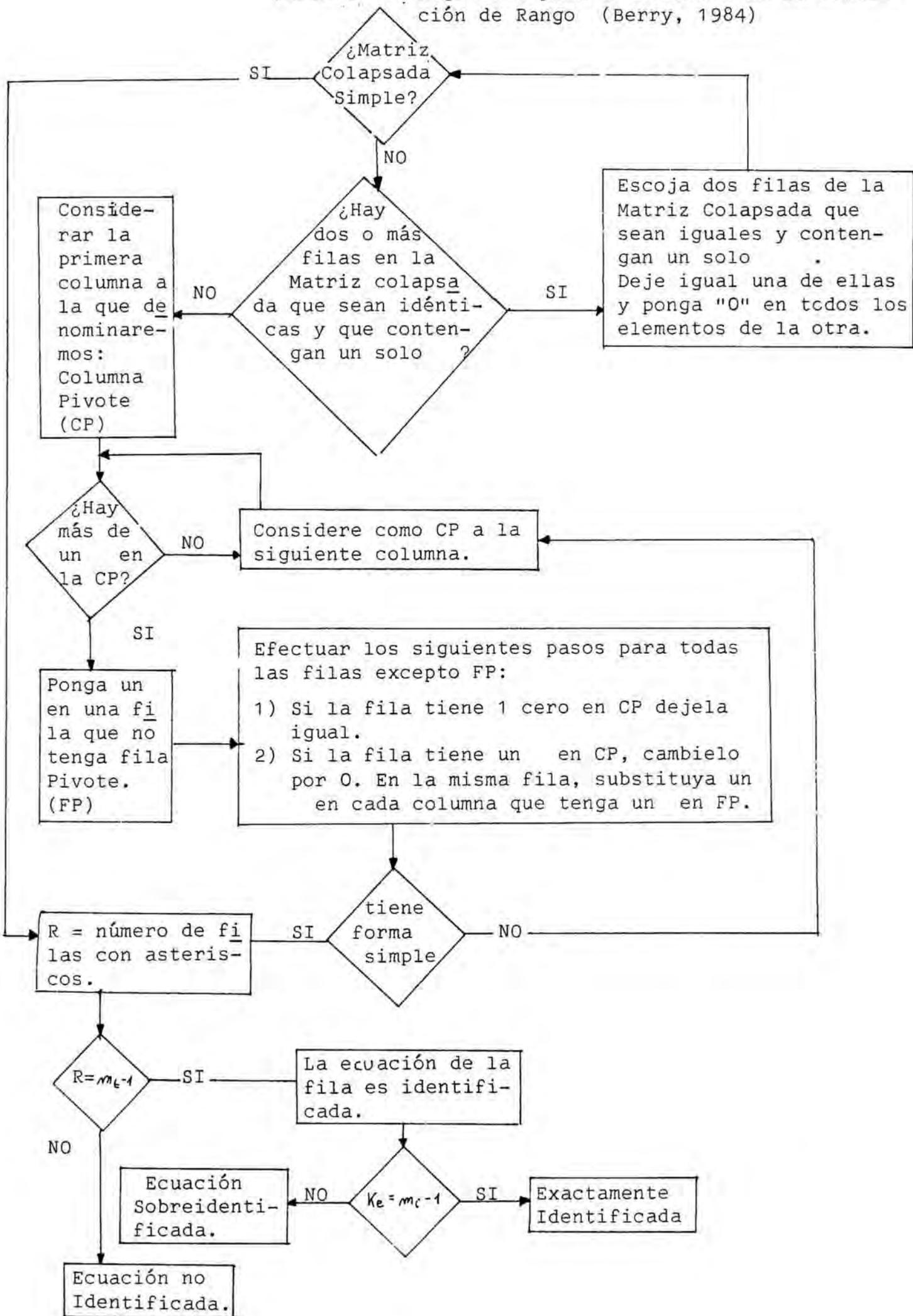
Puede optarse igualmente por efectuar un análisis acerca de las ecuaciones identificadas para comprobar si se trata de ecuaciones sobreidentificadas o exactamente identificadas:

Para (81) primera ecuación $\begin{cases} k_e = 1 \\ m_i = 1 \end{cases} \quad 1 \neq 1-1 \rightarrow \text{Sobreidentificada}$

Para (111) $\begin{cases} k_e = 1 \\ m_i = 1 \end{cases} \quad 1 \neq 1-1 \rightarrow \text{Sobreidentificada}$

Para (161) $\begin{cases} k_e = 1 \\ m_i = 1 \end{cases} \quad 1 \neq 1-1 \rightarrow \text{Sobreidentificada}$

TABLA 2.1.: Algoritmo para el análisis de la condición de Rango (Berry, 1984)



CAPITULO 3: LA FASE DE ESTIMACION DE PARAMETROS EN LOS SISTEMAS DE ECUACIONES ESTRUCTURALES.

Quizás sea esta una de las fases en la utilización de las ecuaciones estructurales con una mayor complejidad en su desarrollo, dada la extensa derivación matemática que lleva implícita. Desde nuestro particular punto de vista, como psicólogos, no creemos que nuestra tarea se deba centrar en estos temas con un espíritu matemático. Sin dejar de lado este aspecto, será mucho más provechoso enfocarlo en función del interés que la psicología, como otras Ciencias Sociales, tiene en efectuar, a partir de los datos obtenidos, estimaciones consistentes y no sesgadas.

En consecuencia, en este capítulo trataremos de analizar las técnicas de estimación más usuales en las ecuaciones estructurales, describiendo algunos de ellas, presentando sus ventajas e inconvenientes, así como sus peculiaridades y por último, plantear una técnica alternativa poco conocida en el campo psicológico. Debe señalarse, que este capítulo, al igual que el anterior en algunos aspectos, tiene un claro sentido demostrativo en tanto en cuanto, se pretende mostrar más que aportar.

La fase de estimación en las ecuaciones estructurales, puede definirse de modo muy simple: sea una población con p medidas (μ) y matriz de variancias - covariancias $\Sigma = f(\theta)$ siendo θ desconocido, debiéndose pues, estimar en función de una muestra N con p vectores independientes (x) (Jöreskog, 1978). La estimación se realiza a partir de:

$S = (s_{ij})$ Matriz de covariancias $p \times p$ con $N-1$ grados de libertad.

$R = (r_{ij})$ Matriz de correlaciones y el conjunto de desviaciones típicas, $s_1, s_2, s_3, \dots, s_p$, donde

$$\begin{aligned}
s_{ij} &= SP_{ij} / N-1 \\
s_{ii} &= SC_i / N-1 \\
s_i &= (s_{ii})^{1/2} \\
r_{ij} &= s_{ij} / s_i s_j
\end{aligned}
\tag{169}$$

Como se observa (169) responde a la Estadística más básica que podemos encontrar en cualquier manual. La utilización de S o P dependerá de si detectan problemas en el escalamiento de las variables, puesto que puede ser aconsejable disponer de variables estandarizadas (Recuérdese que S depende de la unidad de medida, no así R). Así pues, estimamos las variancias - covariancias poblacionales a partir de un cierto conjunto de parámetros, $\theta_1, \theta_2, \dots, \dots, \theta_k$, de tal modo que

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(\theta) \tag{170}$$

y a nivel matricial $\Sigma = \Sigma(\theta) \tag{171}$

Se asume que $\sigma_{ij}(\theta)$ es continua y que también lo son sus derivadas de primer orden. Por otro lado Σ está definida positivamente para cada valor de θ del espacio de los parámetros. Las distribuciones de las variables se describen perfectamente por sus momentos de primer y segundo orden. De este modo las correlaciones poblacionales se definen por:

$$r_{ij} = r_{ij}(\theta) \text{ de } \{\theta\} \tag{172}$$

De este modo (171) se puede expresar:

$$\Sigma = D_\sigma P(\theta) D_\sigma, \tag{173}$$

donde, D_σ : Matriz diagonal de las desviaciones típicas de la población $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_p$ de las variables observables.

$P(\theta)$: Matriz de correlaciones.

La estimación de los parámetros θ se efectúa a partir de la función de discrepancia entre S y Σ , con lo cual se pretende en de-

finitiva que $S \approx \Sigma(\theta)$. Land (1973) esquematiza las características de θ .

Definición 5.1.: θ es un vector de parámetros a estimar:

- 1) $\hat{\theta}$ es no sesgado si y solo si $E(\hat{\theta}) = \theta$
- 2) $\hat{\theta}$ es MVUE (Minimum variance unbiased estimator) si y solo $\hat{\theta}$ es no sesgado y $E[(\tilde{\theta} - \theta)(\tilde{\theta} - \theta)'] - E[(\hat{\theta} - \theta)(\hat{\theta} - \theta)']$ es definida positivamente, siendo $\tilde{\theta}$ y $\hat{\theta}$ estimaciones de θ .
- 3) $\hat{\theta}$ es MVUE de θ si y solo si $\hat{\theta}$ es un estimador lineal, no sesgado, y es el de mínima variancia entre la clase de estimadores lineales in sesgados.

Tanto $E(\theta)$ y $\text{Var}(\theta)$ dependen del tamaño de muestra N . Sin embargo también se dan las propiedades para cuando N tiende a ∞ , es decir, con distribuciones asintóticas:

Definición 5.2.:

- 1) $\hat{\theta}$ es un estimador insesgado asintótico si y solo si $\lim_{N \rightarrow \infty} E(\hat{\theta}_N) = \theta$
- 2) $\hat{\theta}$ es un estimador insesgado asintótico si y solo si para cada $\epsilon > 0$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \text{prob.} \left\{ |\hat{\theta}_N - \theta| > \epsilon \right\} = 0$$
- 3) $\hat{\theta}$ es un estimador eficiente asintótico de θ si y solo si es consistente. Y se cumple que:

$$\left(\frac{1}{N} \lim_{N \rightarrow \infty} \left\{ NE \left[(\tilde{\theta}_N - \theta)(\tilde{\theta}_N - \theta)' \right] - \frac{1}{N} \lim_{N \rightarrow \infty} \left\{ NE \left[(\hat{\theta}_N - \theta)(\hat{\theta}_N - \theta)' \right] \right\} \right)$$
 sea no negativo, siendo $\tilde{\theta}_N$ y $\hat{\theta}_N$ estimadores de θ .
- 4) $\hat{\theta}$ es un estimador asintótico normal si y solo si $N^{1/2}(\hat{\theta}_N - \theta)$ se distribuye normalmente con media 0 y matriz de variancia - covariancia $\Sigma_{\hat{\theta}\hat{\theta}}$ cuando N tiende a ∞ .

- 5) $\hat{\theta}$ es el mejor estimador asintóticamente normal (BAN: Best Asymptotically Normal) si y solo si es consistente, normal y eficiente.

Estimar θ es la finalidad de las funciones de discrepancia, de las que hay distintas modalidades en función de las características de las variables, muestra, etc. Sin embargo, todas ellas presentan una serie de propiedades comunes. Denominaremos $F(s, \varepsilon(\theta))$ a la función de discrepancia, si se cumple que (Everitt, 1984):

- 1) $F(s, \varepsilon(\theta)) \geq 0$
- 2) $F(s, \varepsilon(\theta)) = 0$ si y solo si $s = \varepsilon(\theta)$
- 3) $F(s, \varepsilon(\theta))$ es continua en s y $\varepsilon(\theta)$

A este respecto, Browne (1982) muestra como la identificación de $\hat{\theta}$ supone que todas las estimaciones son consistentes sea cual sea la función utilizada. Sin embargo, ello no implica que se obtengan estimaciones con poca variancia.

En consecuencia, nuestro interés se centra preferentemente en el análisis de las diversas funciones de discrepancia que son más frecuentes. De entre ellas cabe destacar las siguientes:

- . Mínimos Cuadrados Ordinarios (OLS)
- . Mínimos Cuadrados en Dos Etapas (TSLS)
- . Mínimos Cuadrados Indirectos (ILS)
- . Mínimos Cuadrados Directos (DLS)
- . Mínimos Cuadrados Parciales (PLS)
- . Mínimos Cuadrados Ponderados (WLS)
- . Mínimos Cuadrados No Ponderados (ULS)
- . Mínimos Cuadrados Generalizados (GLS)
- . Mínimos Cuadrados en Tres Etapas (3SLS)
- . Máxima Verosimilitud (ML)

Estas son algunas de las funciones frecuentes en las publicaciones sobre el tema, pero no son, obviamente, las únicas posibilidades. En la bibliografía pueden encontrarse diversas técnicas de estimación como:

- SURE (Seemingly unrelated regression estimation o multivariate nonlinear regression). (Bulcock y Lee, 1985)
- QEP (Quantile Estimation Procedure) (Gorr y Hsu, 1985)
- MELO (Minimum Expected Loss) (Zellner, 1978)
- FABIN (Factor Analysis by Instrumental Variables) (Hägglund, 1982).
- NIPALS (Nonlinear interactive partial least squares)(Precedente del PLS)
- NILES (Nonlinear iterative least squares) (Precedente del PLS)
- RR (Ridge Regression)
- NR (Normalization Ridge Regression)
- 2SNR (Two-stage Normalization Ridge Regression)
- 2SRR (Two-stage Ridge Regression)

Ciertamente, esta última relación podría ser más extensa, aunque basta este pequeño grupo para mostrar que las técnicas de estimación son uno de los objetivos preferente en las publicaciones especializadas. No trataremos en este capítulo ninguna técnica específica de estimación relacionada con una problemática concreta. Es decir, por ejemplo SURE solo se aplica a un cierto tipo de funciones no lineales o QEP se utiliza en series temporales no paramétricas. Con ello se comprueba que tienen un ámbito limitado, siendo nuestro interés centrarnos en técnicas más generales, OLS, TSLS, ULS, GLS, y ML. A pesar de ello incluiremos un desarrollo minucioso de las estimaciones de la "familia" de "Ridge Regression" (RR) por su escasa divulgación en Psicología, a pesar de ser una técnica .

perfectamente útil y, como veremos, recomendable.

3.1. Algoritmos De Resolución.

Las funciones de discrepancia se resuelven, en general, mediante algoritmos de resolución computerizados, obteniéndose una solución única al final del proceso y siempre que el modelo o ecuación sea identificado, o lo que en terminología de Bamber y Van Santen (1985) se denominarían modelos QT (Quantitative Testability), es decir, aquellos modelos con suficientes ecuaciones para una correcta estimación.

Uno de los aspectos que ha ocasionado un gran interés por las técnicas de estimación (más allá de OLS) debe buscarse en la posibilidad de utilizar paquetes informáticos para su cálculo. Muchas de las funciones de discrepancia se basan en cálculos iterativos, no algebraicos, por lo que su cálculo sin ordenadores es prácticamente imposible. Uno de los exponentes de este punto es la estimación ML puesto que en los últimos años (piénsese que su algoritmo de resolución computerizado es relativamente reciente) ha sido objeto de multitud de trabajos.

Los algoritmos de resolución son de muy complejo desarrollo y diríamos que desconocidos para muchos "usuarios". El empleo de terminales y de paquetes informáticos provoca que el proceso de estimación sea una etapa no abordable, parecida a la "caja negra" de las posturas skinnerianas: "interviene pero no puede estudiarlo".

Obviamente no es objetivo de la investigación psicológica el preocuparse de la técnica de estimación (aunque hay brillantes excepciones como Bentler), pero, sin embargo creemos interesante mostrar brevemente algunos de los algoritmos, iterativos y algebraicos, más comunes. Lee y Jennrich (1979) mencionan los siguientes:

. Algoritmo de NEWTON - RAPHSON

$$\Delta\theta = -H^{-1}g \quad (174)$$

donde $g = g(\theta)$ vector gradiente para $Q(\theta)$

siendo $Q(\theta)$ cualquier función de discrepancia

$H = H(\theta)$ matriz Hessien para $Q(\theta)$

Al final de cada paso θ es substiuido por $\theta + \Delta\theta$

Generalmente se usa solamente la derivada de primer orden.

. Algoritmo de FISHER - SCORING

$$\Delta\theta = -(E(H))^{-1}g \quad (175)$$

Parecido al anterior con la salvedad de que H es substituida por $E(H)$. Se usa generalmente en estimación ML.

. Algoritmo de FLETCHER - POWELL

Minimiza α en $Q(\theta + \alpha Ag)$ de tal modo que (176)

$$\Delta\theta = \alpha Ag$$

$$\Delta A = (1/\Delta\theta' A g) (\Delta\theta \Delta\theta') - (1/\Delta g' A \Delta g) (A \Delta g \Delta g' A')$$

$$\text{donde } \Delta g = g(\theta + \Delta\theta) - g(\theta)$$

Al final de cada paso θ se substituye por $\theta + \Delta\theta$ y A por $A + \Delta A$.

. Algoritmo de FLETCHER - REEVES

Minimiza α en $Q(\theta + \alpha p)$ de tal modo que (177)

$$\Delta\theta = \alpha p$$

$$\Delta p = (1 + \tilde{g}' \tilde{g} / g' g) p - g$$

$$\text{donde } \tilde{g} = g(\theta + \Delta\theta)$$

. Algoritmo de GAUSS - NEWTON

Utilizada en la estimación GLS presenta la siguiente expresión:

$$\Delta \theta = U^{-1} g \quad (178)$$

donde $U_{ij} = \text{tr } W \dot{\xi}_i W \dot{\xi}_j$

siendo $\dot{\xi}_i = \partial \xi / \partial \theta_i$

Lee y Jennrich (1979) muestran, utilizando estimaciones ML y GLS, que las soluciones iterativas (174, 176, 177) dan soluciones más consistentes que las algebraicas. El cálculo iterativo se basa en minimizar las diferencias entre S y ξ , dándose, como solución final aquellos parámetros que cumplen $S - \xi = \min$, es decir, no se detiene el proceso iterativo hasta llegar a la "convergencia", lo cual, en ocasiones, puede suponer un largo número de iteraciones. Como se ve, ello justifica sobradamente el uso de ordenadores en la operativa de la estimación.

3.2. Análisis de Estimaciones No Usuales.

La clásica diferenciación entre técnicas de estimación parcial (utilizan parte de la información disponible) y técnicas "full information" (usan toda la información) (solo 3SLS y ML son técnicas full) ha provocado que los estudiosos del tema hayan analizado con extensión las ventajas e inconvenientes de ambas vertientes, sobre todo en relación a algunas de las estimaciones menos usuales. Obviamente, para nuestros intereses, es conveniente centrarnos en aquellos casos en los que se estudia la repercusión de la estimación en las ecuaciones estructurales; puesto que su "totalidad" de representación está más ligada con técnicas "full". De ahí que sea interesante comprobar las discrepancias entre unas y otras. Podría decirse (Viladrich, 1985) que las técnicas parciales estiman ecuación a ecuación, mientras que en el caso "full" se realiza la es-

estimación de todas las ecuaciones conjuntamente. Por consiguiente, no es interesante, a nuestro modo de ver, estudios de este tipo acerca de la regresión lineal uniecuacional, en todo caso, de be re mos referirnos a modelos multiecuacionales.

Es interesante comprobar como PLS resulta menos consistente que la estimación ML a través del trabajo de Dijkstra (1983) a pesar de ser ambos metodos iterativos y que PLS exige menos con di ci o ne s de aplicación que ML (Fornell y Bookstein, 1982).

La estimación WLS (se aplica en aquellos casos en los que in ter vi ene la variable tiempo) fue obtenida por Bustler y Lee (1978) mediante el algoritmo de Gauss-Newton en modelos de medida a tra v és del tiempo. Los resultados obtenidos mostraron que la solución WLS era aproximadamente igual que ML. Utilizando la misma estimación WLS, Keijnen, Cremers y Van Belle (1983) estudiaron su aplicabilidad a modelos multiecuacionales basados en diseños experimentales en los que no se cumplía la condición de homocedasticidad. Se obtuvo una solución WLS parecida a la que resultaba de la utilización OLS. En consecuencia, la solución WLS parece consistente con las más comunes, siendo menos restrictiva que ML pero no que OLS, por lo que parece preferible esta última posi bi li dad.

Estimaciones más inusuales han sido también comparadas con soluciones frecuentes. Park (1982) realizó una estimación de coeficientes estructurales con la solución MELO (Zellner, 1978), comparándola con la obtenida con TSLS, hallando que esta última era la mejor, en tanto en cuanto, de ba est im aci o ne s más consistentes. Se ha estudiado en di ve rs as o ca siones las repercusiones de las ca ra cter íst ic as de las variables en la técnica de estimación. Desde el clásico trabajo de Schuessler (1973) sobre las variables de razón ($u = x/z$; $v = y/z$) en el "path analysis" que señala algunas modificaciones en las leyes de descomposición, se han desarrollado soluciones específicas relacionadas con técnicas específicas en función de las variables usadas. Así, Mulaik y McDonald (1978) presentan una modificación de la solución MELO, así como un es-

tudio acerca de las repercusiones de la adición de variables en modelos de medida de un solo factor. Lee (1980) presenta una función alternativa (penalty function) aplicable a las estimaciones clásicas del análisis de estructuras de covariancia, válida en aquellos casos en los que se han definido parámetros restringidos. Utilizando la estimación OLS en el caso de los modelos recursivos, Schönemann (1984) plantea una solución algebraica única para estimar los parámetros de este tipo de modelos. Como veíamos en el capítulo anterior, los modelos recursivos son siempre identificables, con lo cual siempre hay seguridad en obtener soluciones únicas.

Por otro lado, también se han efectuado estudios relacionados con estimaciones en las que se contempla la distribución arbitraria de las variables muestrales. A tal efecto, Bentler (1983) presenta la solución basada en momentos mayores de primer y segundo orden aplicada a modelos estructurales. En concreto, sería útil en la estimación de funciones polinómicas, toda vez que permitiría establecer modelos estructurales exponenciales con variables del tipo ξ^2 , ξ^3 , y que, a la vez, contemplara aspectos como $E(\xi^v) = \xi^6 - \xi^2$, momentos de orden superior al segundo en la matriz ϕ .

Estas son solo algunas de las posibles situaciones que pueden encontrarse. Hemos obviado en este apartado cualquier referencia a la comparación entre las estimaciones que hemos considerado relevantes, puesto que se hará medición de sus características y posibilidades de modo específico.

A continuación, pues, desarrollaremos con algún detalle las soluciones OLS, TSLS, GLS, ULS, ML, RR, NR, 2SRR y 2SNR. Lógicamente, en algunas de ellas plantearemos, de forma breve, algunos aspectos poco conocidos, mientras que en otros casos ello sería redundante y por tanto poco recomendado.



estimación ILS en estos modelos, basada en la estimación OLS de la forma reducida del modelo, para, posteriormente estimar los parámetros estructurales originales. En este sentido compruébese el modo de obtener formas reducidas en el apartado 2.3.1. del presente trabajo, puesto que ese es precisamente el desarrollo de la solución ILS. Sin embargo, esta solución da estimaciones sesgadas, aunque consistentes, puesto que la relación entre $\hat{\beta}_{ij}$ y $\hat{\pi}_{ij}$ no siempre es lineal, por lo que se aconseja emplearlo con un tamaño de muestra grande.

Sin embargo, la solución ILS no es la más frecuente de la estimación de modelos no recursivos, que como comentamos antes son los que presentan mayores dificultades. En estos casos, la solución TSLS es más utilizada que la ILS.

3.4. Estimación TSLS.

Los estudios comparativos entre técnicas de estimación han mostrado que la solución TSLS es más consistente que la OLS (a su vez 3SLS lo es más que TSLS) originando estimaciones "robustas" en todos los casos en los que se ha aplicado (Balcock y Lee, 1985).

Su utilidad se pone de manifiesto en algunos estudios en los que TSLS dió soluciones aproximadamente iguales a la estimación ML (Schmitt, y Bedeian, 1982).

La solución TSLS ofrece soluciones únicas cuando las ecuaciones están exactamente identificadas, siendo en ese caso TSLS igual que ILS, y como decíamos, parecida a ML. Podríamos decir, en consecuencia, que cuando las ecuaciones de un modelo, aunque sea no recursivo, son todas ellas exactamente identificadas, TSLS goza de las mismas garantías que cualquier técnica "full". Supongamos una ecuación de un modelo no recursivo en la que no podamos aplicar OLS:

3.3. Estimación OLS

No se pretende aquí desarrollar la técnica de estimación OLS que minimiza la expresión $\sum_{i=1}^n (y - \hat{y})^2$ puesto que está perfectamente planteada en multitud de publicaciones. (Para un análisis exhaustivo de la estimación OLS puede consultarse entre otros Tatsuaka, 1971; Cohen y Cohen, 1975; Cook y Campbell, 1979; Wonnacott y Wonnacott, 1979; Pedhazur, 1982; Dwyer, 1983; Domenech y Riba, 1985; Sarrià, 1985).

Desde luego, la solución OLS está íntimamente ligada a la regresión lineal, es decir, al modelo de regresión.

$$Y = XB + \varepsilon \quad (179)$$

siendo su utilización tan masiva, tanto a nivel técnico como aplicado, que sería imposible recoger con exactitud las aportaciones que a través de la regresión uniecuacional se han efectuado en Psicología. Mas, si que será interesante dirigirse, aunque mínimamente, al análisis de la aplicación de la solución OLS a través de la regresión, tanto en el campo de las modificaciones técnicas como en el terreno de la estimación.

Entre las primeras debe destacarse la alternativa OLS que presentan Young, De Leeuw y Takane (1976) para una estimación con variables cuantitativas como cualitativas, así como un análisis de la regresión canónica con escalas de intervalo, nominales y ordinales. Del mismo modo que veíamos como se intenta establecer estimaciones consistentes a partir de momentos mayores que los de segundo orden, Greene (1983) plantea la misma estrategia en OLS:

En una vertiente más aplicada de la técnica de estimación OLS pueden citarse trabajos como el de Winne (1983) que usa el modelo de regresión Lineal y la estimación que nos ocupa, ligadas a las distorsiones que pueden detectarse en la validez de constructo. Algina y Seaman (1984) derivan , a partir de OLS, un modo simple para el cálculo de los coeficientes de Correlación Semiparcial en modelos de regresión múltiple, mediante el uso de la expresión de

la media cuadrática del error. Raju y Normand (1985) obtienen mediante los coeficientes de regresión parcial un sistema unificado para la selección de items y para el estudio de su sesgo. Henik y Tzelgov (1985) utilizan la regresión múltiple para el control de variables extrañas, del mismo modo que Davidson y McKinnon (1986) lo hacen en el campo de la psicoeconomía.

En esta pequeña muestra de aportaciones ya se deja ver con claridad la gran importancia de la solución OLS, y en concreto de la regresión Lineal. No debemos tampoco olvidar que la regresión lineal se ha visto complementada con enfoques no estrictamente basados en OLS, como sería el caso de la regresión bayesiana, de la que podemos consultar una excelente aplicación en Zellner y Moulton (1985), así como todos los trabajos relacionados con regresión no Lineal mediante OLS que a continuación detallaremos.

3.3.1. Estimación OLS en Regresión No Lineal.

Como decíamos, la solución OLS no sólo tiene sentido en expresiones lineales como (179) sino que el mismo planteamiento lineal de estimación puede hacerse extensivo, en algunos casos, a las regresiones no lineales, del tipo por ejemplo de:

$$y = \beta_1 e^{\beta_2 x} + \varepsilon \quad (180)$$

obsérvese que tanto (179) como (180) siguen el mismo modelo general:

$$y = f(x, \beta) + \varepsilon \quad (181)$$

por tanto el carácter lineal o no vendrá determinado por $f(x, \beta)$ no debiendo, en caso de establecerse en (180) una estimación OLS, asumir los mismos supuestos y condiciones que en el planteamiento Lineal.

Podemos de (179) plantear la expresión del BLUE (Best Linear Unbiased Estimator) correspondiente

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$$

Si aplicamos la solución OLS a (180) podremos establecer la expresión correspondiente al parámetro no lineal. Si denominamos $F(OLS)$ a la función de discrepancia mínimo cuadrática que debemos minimizar

$$F(OLS) = \sum_{i=1}^n (y - \hat{y})^2 \quad (183)$$

en el caso de (179) obtendríamos:

$$F(OLS) = \sum_{i=1}^n (y - \beta x)^2 \quad (184)$$

siguiendo con el mismo planteamiento para (180), podemos expresar:

$$F(OLS) = \sum_{i=1}^n (y - \beta_1 e^{\beta_2 x})^2 \quad (185)$$

Igualando a 0 la derivada de primer orden de la expresión (185) con respecto a β obtendríamos la ecuación correspondiente a la estimación OLS de β_1 y β_2 en (180). Sin embargo, este planteamiento de la solución OLS en regresiones no lineales no siempre es tan simple como en el ejemplo propuesto. Golfeld y Quandt (1976) recomiendan efectuar esta aproximación sólo en el caso de que la medida de no linealidad QBeale lo permita. En consecuencia, al estudiar relaciones no lineales tendemos a intentar efectuar la estimación de parámetros en base a la solución OLS lineal. Procedimiento similar al que aquí se ha descrito fue aplicado por Kenny y Judd (1984) al estudiar efectos interactivos entre variables latentes, mediante soluciones OLS iterativas.

3.3.1. La Estimación OLS en las Ecuaciones Estructurales.

En general la solución OLS se adapta tanto a los modelos de medida como a los modelos recursivos, aunque en el primer caso es más consistente una estimación ML. En los modelos recursivos se da la circunstancia de que sus supuestos teóricos coinciden plenamente con los que la solución OLS exige. Por tanto, en este tipo de modelos la estimación OLS es no sesgada y en general se cumple la condición de estimador insesgado $[E(\hat{\theta}) = \theta]$, debiendo recordar, sin embargo, su dependencia de la unidad de medida.

Sin embargo, esta aplicabilidad no es factible en el caso de los

modelos no recursivos, puesto que sus supuestos teóricos lo impiden, originando estimadores inconsistentes y sesgados (Berry, 1984). Debe recordarse que en estos modelos $E(y_i y_j) \neq 0$ es decir, puede darse correlación entre términos de perturbación, lo cual nulvera los supuestos de OLS, Veamos cual es la repercusión de este aspecto:

Sea la expresión general
$$Y = \beta X + \varepsilon \quad (179)$$

Estableciéndose los siguientes supuestos

$$\begin{aligned} E(Y) &= E(X) = E(\varepsilon) = 0 \\ E(X, \varepsilon) &\neq 0 \\ E(\varepsilon_i, \varepsilon_j) &\neq 0 \end{aligned} \quad (186)$$

(Recuérdese que ε en rotación Lisrel se representa por ψ)

La estimación OLS de $\hat{\beta}$ se expresa del siguiente modo:

$$\hat{\beta} = E(X, Y) / E(X^2) \quad (187)$$

A partir de (179) y multiplicando por X ambos miembros:

$$XY = X(\beta X + \varepsilon) = \beta X^2 + X\varepsilon \quad (188)$$

Extrayendo esperanzas:

$$\begin{aligned} E(XY) &= E(\beta X^2 + X\varepsilon) = \\ &= E(\beta X^2) + E(X\varepsilon) = \\ &= \beta E(X^2) + E(X, \varepsilon) \end{aligned} \quad (189)$$

De (189) se obtiene que

$$\hat{\beta} = [E(X, Y) - E(X, \varepsilon)] / E(X^2) \quad (190)$$

Reordenando (190) obtenemos:

$$\hat{\beta} = E(X, Y) / E(X^2) - E(X, \varepsilon) / E(X^2) \quad (191)$$

Si comparamos las expresiones (187) y (190) comprobaremos como en esta última expresión la estimación de $\hat{\beta}$ está sesgada, puesto que hay un último término que en la solución OLS no se presenta. Por tanto debe descartarse totalmente la solución OLS en modelos no recursivos.

Para solventar este aspecto, podría ser conveniente aplicar una

Como se observa, podemos resumir la solución TSLS en los pasos siguientes:

- 1) Establecer la forma reducida de la ecuación a estimar o usar la fórmula de substitución por una variable instrumental (Técnica esta última usada en LISREL y recomendable en modelos no recursivos.).
- 2) Efectuar estimación OLS de la nueva ecuación para después obtener los parámetros originales.

Namboodiri, Carter y Blalock (1985) muestran, mediante la técnica de Monte Carlo, que con tamaño de muestra grande la solución TSLS en modelos no recursivos es menos sesgado y con errores típicos mas bajos que OLS (ya se ha comentado lo ineficaz de OLS en estos casos). A pesar de lo dilatado del proceso, TSLS es una solución muy consistentes (Dykstra, 1985).

Ohtani y Toyoda (1985) señalan el gran sesgo que TSLS presenta cuando el tamaño de muestra es pequeño, a pesar de la modificación del procedimiento de estimación que presenta para esta situación Theil (1973). Esta es, pues, una prevención que debe tenerse en cuenta para su uso. Sin embargo James y Singh (1978) señalan al respecto de esta solución que:

- . Util para la estimación de "causación" recíproca.
- . Elimina el sesgo creado por el error de medida aleatorio.
- . Estima los efectos recíprocos entre endógenos a lo largo del tiempo.

En relación con el segundo punto Ullah, Srivasta, Magee y Srivasta (1983) presentan una modificación de esta solución para modelos con errores de medida correlacionados. Por último, señalar que TSLS seha mostrado eficaz en la estimación de parámetros a partir de muestras que presentaban heterocedasticidad (Ohtani y Toyoda, 1980).

$$Y_2 = \beta_{21} Y_1 + \gamma_{23} X_3 + \mathcal{U}_2 \quad (191)$$

asumiéndose que $E(Y_1, \mathcal{U}_2) \neq 0$

La solución TSLS podría aplicarse en dos modalidades:

- 1) Hallar la forma reducida de (191) y estimar los nuevos parámetros π_{ij} mediante OLS, lo cual supondría en definitiva la solución ILS.
- 2) Construyendo una variable instrumental (\hat{Y}_1) que substituya a Y_1 . Una variable instrumental es aquella que no tiene efecto directo sobre la variable endógena, no presenta corelación con el término de error y está correlacionada con el regresor.

Supongamos que la forma reducida de una ecuación sea la siguiente expresión:

$$Y_1 = \pi_{11} X_1 + \pi_{12} X_2 + \pi_{13} X_3 + U \quad (192)$$

En consecuencia podría obtenerse \hat{Y}_1 a partir de (192):

$$\hat{Y}_1 = \hat{\pi}_{11} X_1 + \hat{\pi}_{12} X_2 + \hat{\pi}_{13} X_3 \quad (193)$$

(193) gozaría de las siguientes propiedades: (Berry, 1984)

- \hat{Y}_1 se obtiene por combinación lineal de las variables exógenas del modelo.
- $Y_1 \approx \hat{Y}_1$
- Se cumple que $E(\mathcal{U}_1, \hat{Y}_1) = 0$ ya que \hat{Y}_1 es una combinación "lineal" de X_1, X_2, X_3 .

Substituyendo (193) en (191) obtendremos la expresión:

$$Y_2 = \beta_{21}^* \hat{Y}_1 + \gamma_{23}^* X_3 + \mathcal{U}_2 \quad (194)$$

Como se cumplen los supuestos básicos de la solución (OLS) en (194) se aplica la técnica para la estimación de β_{21}^* y γ_{23}^* para después obtener los parámetros de (191).

3.5. Estimación G.L.S.

Planteados por Aitken (1934) fue desarrollado en el Análisis Factorial exploratorio por Jöreskog y Goldberger (1972), lo cual demuestra la importancia de los ordenadores, puesto que ~~se~~ tardó bastante tiempo en su uso normalizado. Su función de ajuste sigue la expresión:

$$F(GLS) = 1/2 \text{tr} (I - S^{-1}\xi)^2 \quad (195)$$

Evidentemente la función se minimiza, en tanto en cuanto $S \approx \xi$. Su generalización se basa en los criterios mínimos cuadráticos, utilizando las variancias y covariancias asintóticas estimadas a partir de los elementos de S, bajo la condición de multinormalidad de las distribuciones. A ello debe unirse la exigencia de que la matriz inicial S o R esten positivamente definidas.

Con muestras suficientemente grandes ($n > 400$) GSL presenta unas estimaciones consistentes (BLUE) aunque algunos autores cifran las exigencias de tamaño muestral en valores más pequeños (Visauta, 1986: $n > 100$). Como decíamos, sus principales ventajas son lo insesgado de sus estimaciones, a la vez que la variancia de la distribución muestral de los estimadores es la más pequeña posible, siendo la distribución muestral normal.

Su aplicación no es excesivamente frecuente, a pesar de que puede analizarse su aplicación en modelos factoriales específicos (Bentler y McClain, 1976; Bentler y Lee, 1979; Lee y Fong, 1983).

Entre las modificaciones que se han planteado en la solución GLS deben citarse las debidas a su aplicación a diferentes poblaciones realizada por Lee y Tsui (1982), así como el estudio de la repercusión que en GLS tienen los "missings" en la matriz inicial de datos efectuado por Lee (1986). Por último señalar que la solución GLS mediante el algoritmo de Newton-Raphson se ha utilizado en la estimación de parámetros de la regresión no lineal (Lee y Jennrich, 1984) implementado en el subpaquete PAR del BMDP. Al

igual que la solución ML dispone de índices de ajuste basados en la distribución χ^2 , a la vez que resuelven el problema de la dependencia de la unidad de medida puesto que la estimación se efectúa con la métrica S^{-1} de las desviaciones típicas.

Su índice de ajuste está desarrollado de forma paralela al que puede obtenerse en la solución ML por lo que será tratado con posterioridad.

3.6. Estimación U.L.S.

Es esta una técnica de estimación, que en general, podríamos definir como poco restrictiva, en tanto en cuanto sus exigencias son mínimas. La función a minimizar sigue la expresión:

$$F(ULS) = 1/2 \text{ tr} [(S - \xi)]^2 \quad (196)$$

Como se comprueba, su función es de carácter simple y, como en los otros casos, se basa en minimizar $(S - \xi)$. No requiere una especial suposición con respecto a la distribución de las variables, operando con matrices "non-gramian".

Con respecto a GLS no presentaningún índice de ajuste específico (aunque en Lisrel se presentan algunos con solución ULS pero no específicos) y presenta dependencia de la unidad de medida, aunque puede resolverse estandarizando las puntuaciones. Como se observa en (196) ULS minimiza las variancias y covariancias residuales, debiéndose introducir algunas restricciones para obtener factores ortogonales en los modelos de medida. Para ello, como vimos, $\phi = I$ y $\Lambda' \Lambda_x$ debe ser una matriz diagonal (Batista, 1982; Jöreskog, 1979).

3.7. Estimación ML

Batista (1982) plantea la escasez de trabajos relativos a la estimación ML. Sin embargo, últimamente la proliferación de estudios en torno a esta solución son innumerables, con lo cual se muestra, una vez más, que existe un vivo interés en la esti mación. La solución ML, conjuntamente con OLS, goza de una cierta relevancia con respecto a las demás, y en consecuencia nos exten dremos con cierto detalle en su desarrollo.

Debe señalarse que ML es la solución, que conjuntamente con GLS, es más restrictiva en sus supuestos, puesto que las observa ciones deben seguir una distribución multivariada,

y S debe seguir, a su vez, una distribución de Wishart y estar definida positivamente con $n+1$ grados de libertad. La función de verosimilitud $F(L)$ viene definida por la expresión:

$$F(L) = -1/2 (n-1) \left\{ \log_e |\Sigma| + \text{tr} (S\Sigma^{-1}) \right\} \quad (197)$$

El cálculo iterativo en $F(L)$ pretende la convergencia, que, en el caso de los modelos de medida cuando $\Phi=I$, se obtiene en el momento en que $\Lambda' \Theta^{-1} \Lambda$ sea diagonal. Ello se obtiene maximizando (197), pero en la práctica es más conveniente estimar los pará metros minimizando la función derivada de la anterior:

$$F(ML) = \log_e |\Sigma| + \text{tr} (S\Sigma^{-1}) - \log_e |S| - p \quad (198)$$

Un desarrollo completo de la estimación ML puede consultarse en bastantes publicaciones, aunque Cuadras (1981) y Takeuchi y Morimune (1985) presentan una excelente obra de estudio al respecto. Sin embargo Pollock (1984) al tratar acerca de la estimación ML y de sus formas reducidas, plantea los siguientes inconvenientes:

- . Derivación excesivamente compleja
- . Para la estimación de un parámetro de interés, se utilizan otros de los que no se desea su estimación.

Obviamente, el segundo aspecto hace referencia directa a ML como técnica "full" puesto que el autor parece preferir las técnicas parciales. Land (1973) recoge las características básicas de la solución ML:

- . En los modelos recursivos con perturbaciones independientes, la estimación ML se reduce a una estimación mínimo cuadrático.
- . Si los términos de perturbación están normalmente distribuidos, las estimaciones ML se caracterizan por:
 - a) La estimación ML del término $\hat{\beta}$ es igual al parámetro b de los mínimos cuadrados.
 - b) La estimación ML de $\hat{\sigma}^2$ se ~~obtiene~~ *obtiene* $SCres / N$
 - c) La matriz de variancias - covariancias de $\hat{\beta}$ se obtiene mediante $\sigma^2 (X'X)^{-1}$
 - d) $\hat{\beta}$ y $\hat{\sigma}^2$ son consistentes, normales, asintóticamente eficientes y B.A.N. (Best Asymptotically Normal) estimador de β y σ^2 .

Con respecto a las características de ML, Bulcock y Lee (1985) consideran una serie de supuestos previos que pueden resumirse en los siguientes puntos:

- . Requiere la correcta especificación del modelo.
- . Las perturbaciones deben ser independientes entre si.
- . Las perturbaciones y variables deben distribuirse normalmente.

En general, la estimación ML se calcula mediante el algoritmo iterativo de Fletcher y Powell (implementado en LISREL), aunque en algunos casos (Everitt, 1984) se aplica el algoritmo EM (Dempster, Laird y Rubin, 1977) para la solución ML de los modelos de medida (Rubin y Thayer, 1982). Al algoritmo EM procede en dos pasos:

- 1) (E) Expectación: los valores "missing" son estimados a partir de los parámetros.
- 2) (M) Maximización: Estimación General.

Bentler y Tanaka (1983) plantean dudas respecto a la aplicación del algoritmo EM en la solución ML, puesto que los valores propios de la matriz ML no se ajustan adecuadamente a la función de discrepancia. De cualquier modo, Rubin y Thayer (1983) presentan evidencia contraria a la de Bentler y Tanaka, con lo que debe aplicarse el algoritmo EM con ciertas reservas. También frecuente es la aplicación de otro tipo de algoritmos como el de Newton-Raphson o como en la publicación de Watson y Engle (1983) con el algoritmo de Fisher-Scoring, a pesar de tratarse en un tipo específico de modelos típicos en la Física (state-space).

De cualquier modo, expondremos brevemente en que consistiría una estimación de un parámetro mediante la solución ML. Para ello seguiremos un sencillo ejemplo según el esquema de Vincent (1984). Representemos por θ la probabilidad teórica de que se de determinado fenómeno. En una muestra de tamaño 16 la probabilidad de ocurrencia de dicho fenómeno según el desarrollo binomial sería

$$P(x|\theta) = \binom{16}{x} \theta^x (1-\theta)^{16-x} \quad (199)$$

Una vez obtenida la probabilidad que presenta la muestra escogida se observa que $x=4$ de lo cual

$$P_0 = (4|\theta) = \binom{16}{4} \theta^4 (1-\theta)^{12} \quad (200)$$

Asimilando la expresión (200) a la Función F(L):

$$L = L(\theta|4) = \binom{16}{4} \theta^4 (1-\theta)^{12} \quad (201)$$

Eligiendo diversos valores de θ podríamos obtener valor para la función de verosimilitud, tal como se refleja en la tabla 3.1.

TABLA 3.1. : Tabla de valores de $L(\theta)$ para $X=4$ con diversos valores de θ

Valores de θ	Prob. de X según $L(\theta)$
0,05	0,0061
0,10	0,0514
0,15	0,1311
0,20	0,2001
0,25	0,2252
0,30	0,2040
0,35	0,1553
0,40	0,1014
0,45	0,0572
0,50	0,0278
0,55	0,0115
0,60	0,0040
0,65	0,0011
0,70	0,0002
	$\Sigma = 1,1767$

Vease como el valor de $X=4$ es más probable cuando $\theta = 0,20$ que cuando vale, por ejemplo, $0,10$. La probabilidad según $L(0,20/4)$ es 3,89 veces mayor que en $L(0,10/)$. La razón de verosimilitud $R(\theta)$ que puede establecerse, pues, será la siguiente expresión:

$$R(\theta) = L(\theta_1|X)/L(\theta_2|X) = L(0,20/4)/L(0,10/4) = 3,89 \quad (202)$$

$R(\theta)$ nos indicará cual es la mejor solución: $\theta_1 = \theta$ u $\theta_2 = \theta$. En general, se elige el valor de θ que hace más probable el valor de X dado. En esta caso $R(\theta)$ deberá calcularse en virtud de $\theta = 0,25$ contrastándolo con el resto de valores arbi-

trarios dados a θ . Los diferentes valores de $R(\theta)$ obtenidos se presentan en la tabla 3.2.

TABLA 3.2.: Valores de $R(\theta)$ con respecto a $\theta=0,25$

θ	$R(\theta)$
0,05	0,0271
0,10	0,2282
0,15	0,5821
0,20	0,8885
0,25	1,0000
0,30	0,9059
0,35	0,6896
0,40	0,4503
0,45	0,2539
0,50	0,1234
0,55	0,0511
0,60	0,0177
0,65	0,0048
0,70	0,0008

A partir de la tabla 3.2. podemos representarnos graficamente la distribución de valores $R(\theta)$ asociadas a los valores de θ (Figura, 3.1.)

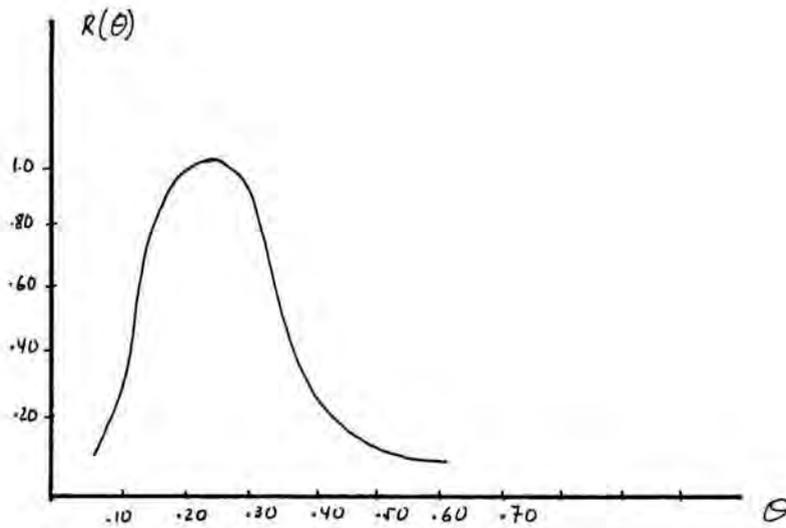


FIGURA 3.1.: Distribución de valores de $R(\theta)$ en función de los valores arbitrarios de θ .

Obsérvese que en la estimación ML efectuada en este ejemplo se comprueban algunas de las peculiaridades de esta solución. En concreto, no se puede plantear expresiones del tipo $P(A) + P(B) = P(A \text{ ó } B)$ puesto que presentar $L(A) + L(B) = L(A \text{ ó } B)$ es incorrecto, dado que $\xi L(\theta)$ es indefinido. En la Tabla 3.1. comprobamos como, aun sin utilizar todos los posibles valores de θ ,

$$\xi L(\theta) = 1,1767 \text{ es decir } \xi L(\theta) \neq 1.$$

En el ejemplo presentado, podemos establecer un intervalo simétrico con respecto a la media de la distribución del 15% (Arbitrario al igual que el 95% de la curva normal). El intervalo descrito se situaría entre, aproximadamente, 0,085 y 0,485, de tal modo que tendríamos el intervalo de confianza necesario para la estimación, de modo que $0 < \hat{\theta} < 1$.

Evidentemente, cuando el tamaño de la muestra lo permite, la distribución de θ se asume como normal con:

$$\begin{aligned} \bar{\theta} &= \theta & 203 \\ \text{Var } \theta &= \theta(1-\theta)/n \end{aligned}$$

Siendo el intervalo correspondiente expresado por:

$$\hat{\theta} \pm 1,96 \sqrt{\theta(1-\theta)/n}$$

Caso de que la muestra sea pequeña (como el ejemplo presentado) debe aplicarse la ley binomial. La expresión de la razón de verosimilitud $R(\theta)$ cuando se asume la normalidad de $\hat{\theta}$ puede reformularse:

$$R_N(\theta) = E(-U^2/2) \quad (204)$$

donde

$$U = (\hat{\theta} - \theta) / \sqrt{\hat{\theta}(1-\hat{\theta})/n} \quad (205)$$

En nuestro ejemplo $\hat{\theta}$ obviamente corresponde a la probabilidad x/n . Ya que se ha efectuado una aproximación de la ley Binomial a la Normal, podemos establecer la siguiente comparación:

$$U \sim N(0,1) \quad (206)$$

$$\log R_N(\theta) = -U^2/2$$

$$-2 \log R_N(\theta) = U^2 \quad (207)$$

A partir de (206) puede plantearse que:

$$U^2 \rightarrow \chi_1^2$$

En consecuencia:

$$-2 \log R_N(\theta) \simeq \chi_1^2 \quad (208)$$

Además $\chi_1^2 = 3,84$ que es prácticamente el mismo valor de $R(\theta)$ binomial hallado en (202).

Vincent (1984) en una simulación con dos estimaciones (θ_1 y θ_2) presenta la gráfica análoga a la presentada en la figura 3.1. que dada su claridad reproducimos. Como se observa, la distribución con muestras pequeñas se ajusta con ciertas garantías a una ley Binomial (Figura 3.2.)

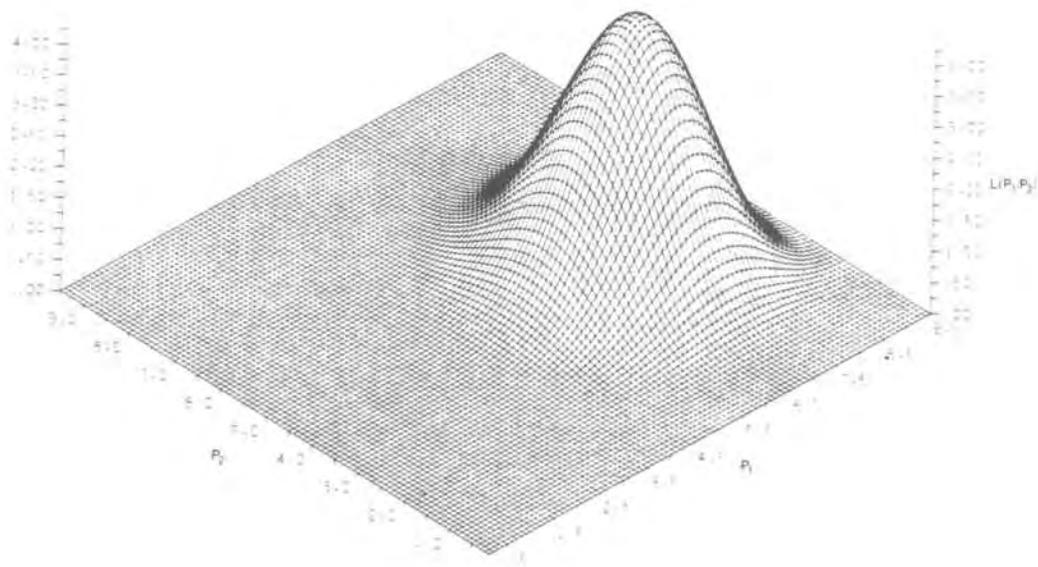


FIGURA 3.2.: Distribución de $R(\theta)$ de dos parámetros (Vincent, 1984)

Los índices de ajuste de máxima verosimilitud son de uso corriente, sobre todo, lógicamente, en análisis con variables cualitativas. (Goodman (1979a) presenta un algoritmo para la estimación ML en modelos log-lineal, y que posteriormente ha sido extensamente utilizado. Por ejemplo Morgan, Aneshensel y Clark (1983) presentan un estudio comparativo de los índices de ajuste, mostrando que la función de verosimilitud es suficientemente consistente. A mero título indicativo la función de ajuste de verosimilitud responde a la siguiente expresión:

$$\chi^2 = \sum 2f_o \log_n (f_o / f_e) \quad (209)$$

Al referirnos a las modificaciones que la solución ML ha experimentado para su aplicación a diversas situaciones no podemos dejar de mencionar aportaciones tan/substantivas como Muthen (1976) al estudiar ML con variables dicotomizadas ampliamente usada. Olsson (1979) presenta la modificación necesaria para estimar parámetros mediante ML a partir de matrices de correlaciones poliseales incluyendo una variable observable politómica.

Estudios de la aplicación de ML en situaciones de investigación y de análisis también son frecuentes. Por ejemplo Ramsay (1977) presenta la utilidad de ML en los modelos "multidimensional Scaling" (MDS) o desde un punto de vista más clásico, Young, Takane y Leeuw (1978) efectúan una revisión de la solución ML en varias técnicas multivariadas (puede verse una comparación con el Cluster

Analysis muy sugestiva en Everitt, 1984), incluyendo escalas ordinales, nominales y de intervalo. Lord (1983 b) plantea la estimación ML para variables (ítems) dicotomizados en los que haya respuestas omitidas. Por último, es necesario recalcar el trabajo de Jöreskog (1979b) respecto a la estimación ML de parámetros estructurales en modelos longitudinales.

Sin embargo, un análisis mínimamente exhaustivo de esta técnica, debe reflejar sus limitaciones e inconvenientes, puesto que, evidentemente, no siempre se obtienen resultados coherentes.

Van Driel (1978) al tratar los factores que provocan soluciones ML erróneas, esquematiza las posibles causas que distorsionan la estimación en los siguientes puntos:

- . Fluctuaciones en el tamaño de la muestra
- . Omisión de variables
- . Indefinición del modelo estimado.

Del mismo modo, podemos destacar que las soluciones ML correctas dependen en grado sumo de las características de la matriz inicial, lo cual provoca que ML sea estricta en exceso, lo que elimina gran número de matrices a analizar. Podemos representar esta situación de forma aproximada (Gráfica 3.3.)

En el gráfico citado puede verse como el volumen de matrices susceptibles de estimación ML es relativamente amplio (zona de matrices admisibles). Sin embargo la zona en la que sus matrices son interpretables es sustancialmente más pequeña. Es decir, a pesar de que muchas matrices cumplen los requisitos para su análisis, no son tantas las interpretables. Pero, además, hay que tener en cuenta que algunas de las matrices admisibles no se ajustan a ningún modelo concreto, con lo cual son indefinibles, y por tanto no aptas para su análisis. No todas las matrices admisibles pueden ser sometidas a ML directamente, sino que requieren significación previa (análisis de la distribución de Wishart). Con todo, pocas

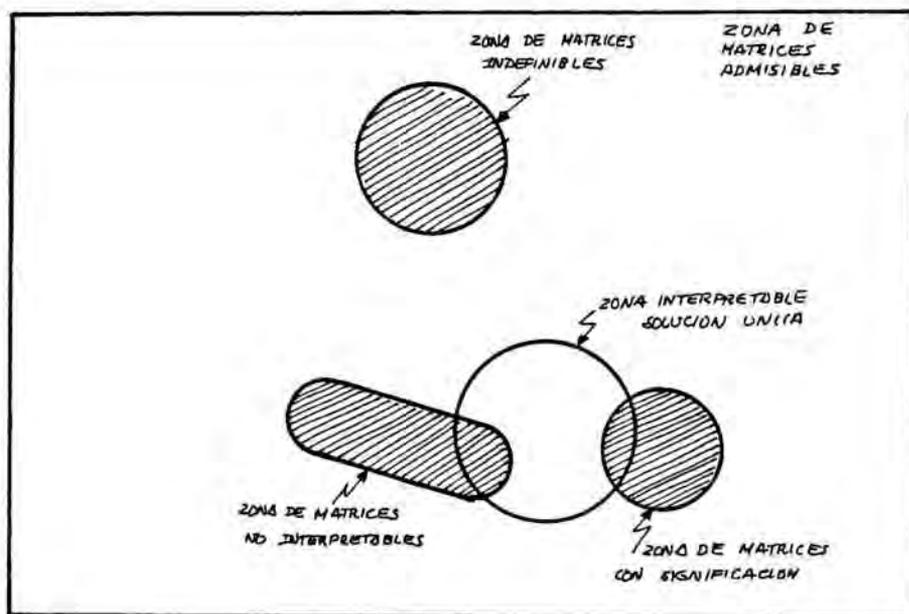


FIGURA 3.3: Gráfico de la relación de las matrices que pueden ser analizadas mediante ML (Van Driel, 1978).

de las matrices de este tipo pueden ser interpretables y por tan to válidas para la solución ML. Debe, por último, mencionarse que entre las matrices admisibles también se dan estimaciones que no son correctas por diversos factores como la indefinición del mode lo, aunque un aproximadamente 1/3 de estos casos pueden encontrar se estimaciones interpretables.

Así pues, el espectro de matices que podemos utilizar en esti- maciones ML es realmente bajo, quedando establecido el carácter restrictivo de la solución en cuestión.

Hemos comentado con anterioridad la importancia del tamaño mues tral en la aplicación de ML. En efecto, algunos autores cifran en 400 observaciones el mínimo valor para una estimación no sesgada. Lord (1983a) estableció las expresiones correspondientes para el establecimiento del valor del sesgo en ML. De tal modo, Gerging y

Anderson (1985) mediante simulación de Monte Carlo, muestran que la estimación es sesgada con muestras entre 50 y 300 observaciones. En un intento de establecer el sesgo que se produce en ML, Shenton y Bowman (1977) analizan la repercusión de una muestra pequeña con respecto al problema del sesgo, diseñando un método para obtenerlo: "orden ajustado de magnitud" que posteriormente Lord (1983) aplicó en modelos de medida para el análisis de fiabilidad mediante la técnica de las formas paralelas.

Con respecto al tema de las distribuciones de las variables, cuando la normalidad no está totalmente asegurada, se recomienda "robustecer" los elementos de la matriz inicial, aunque no se han hecho excesivos estudios en este campo. El problema que más afecta a los psicólogos, es sin duda la imposibilidad de obtener muestras suficientemente grandes para evitar el sesgo. Cuando se habla de la "robustez" de la estimación ML se plantean una serie de aspectos que modifican y alteran la solución final. Boomsma (1985) menciona tres puntos:

- . El tamaño de N determina la convergencia
- . El tamaño de N está relacionado con las soluciones inadecuadas.
- . La elección de valores iniciales modifica la solución final.

El tercer punto de Boomsma se relaciona con el último de Pollock (1984) mencionado con anterioridad en este mismo capítulo, toda vez que la modificación de parámetros ajenos a una ecuación altera la solución final de los parámetros de esa ecuación. Eso, de alguna manera, identifica a las técnicas "full". Refiriendonos a la relación entre tamaño de muestra y convergencia, Boomsma presenta un estudio de simulación con 300 ejecuciones en la que analizó 2 modelos estructurales y 12 de medida con distintos tamaños de muestra. Registró el porcentaje de no convergencias halladas en las ejecuciones. Sus resultados podemos consultarlos en la Tabla 3.3.

TABLA 3.3.: Porcentaje de no convergencias según el tamaño de la muestra. (Boomsma, 1985).

		N= 25	N= 50	N= 100	N= 200	N= 400
M. EST.	1	22,1	5,7	0,7		
	2	6,5	0,7			
MODELOS DE MEDIDA	1	46,7	28,4	12,8	2,0	
	2	55,0	35,3	16,4	2,9	
	3	11,2	1,0			
	4	11,0	1,3			
	5					
	6	0,3				
	7	27,0	8,5	1,0		
	8	29,6	8,3			
	9	1,0				
	10	1,6				
	11					
	12					

(Los espacios en blanco corresponden al 0%)

Puede verse fácilmente que cuanto menor es N más elevado es el porcentaje de no convergencias halladas. De ello puede, pues, deducirse que un aspecto de vital importancia a considerar es el valor de N con el que se cuenta. Téngase en cuenta que en Psicología la posibilidad de disponer de muestras de esta envergadura no es nada fácil.

Con respecto al segundo punto mencionado por Boomsma, practicó igualmente un estudio con simulaciones para analizar la repercusión de N en las soluciones incorrectas en ML. Para ello realizó 300 simulaciones de un mismo modelo con diferentes tamaños de muestra, registrando el porcentaje de ejecuciones en que la solución ML ofrecía valores negativos para los parámetros ψ_{11} , ψ_{22} , $\sigma_{E_{11}}^2$, $\sigma_{E_{12}}^2$, $\sigma_{E_{33}}^2$, $\sigma_{E_{44}}^2$, $\sigma_{D_{11}}^2$ y $\sigma_{D_{12}}^2$. Obviamente, estos parámetros son todos ellos variancias con lo cual un valor negativo para ellos no es posible. Los resultados obtenidos se detallan en la tabla 3.4.

TABLA 3.4.: Porcentaje de variancias negativas según el tamaño de muestra. (Boomsma, 1985).

	N= 25	N= 50	N= 100	N= 200	N= 400
ψ_{11}	1,3				
ψ_{22}	3,7	0,3			
$\sigma_{E_{11}}^2$	10,7	4,0	0,3		
$\sigma_{E_{12}}^2$	19,3	13,7	7,0	1,7	
$\sigma_{E_{33}}^2$	18,3	7,7	1,0		
$\sigma_{E_{44}}^2$	15,3	13,7	5,0	0,3	
$\sigma_{D_{11}}^2$	24,7	15,7	9,3	2,7	
$\sigma_{D_{12}}^2$	7,3	1,3	0,3		

(Los espacios en blanco corresponden al 0%)

A pesar de que Rindskopf (1983) propone utilizar parámetros restringidos para evitar las variancias negativas, los resultados presentados son evidencia suficiente para constatar que, de nuevo, el tamaño muestral afecta a la solución ML, en tanto en cuanto, con N pequeñas se producen valores incorrectos.

De todo lo expuesto, debe desprenderse una actitud prudente en la utilización de ML, ya que, independientemente de su difusión, puede originar estimaciones incorrectas y sesgadas. En definitiva, la estimación ML no supone una solución definitiva para la inferencia estadística.

3.8. Esquema de la Derivación General de las Estimaciones Iterativas.

Como colofón al proceso de estimación, nos parece interesante esquematizar el desarrollo de desviación de las soluciones iterativas. Ello, evidentemente, se hará de modo muy breve y solamente presentando aspectos generales. Con este fin, seguiremos el esquema que presenta Jöreskog (1978) al tratar sobre los algoritmos de resolución.

Sea $F(\theta)$ cualquiera de las funciones de discrepancia iterativas. La expresión de partida para su obtención puede obtenerse mediante la derivada de primer orden con respecto a θ :

$$\partial F(\theta) / \partial (\theta_i) = \text{tr} [A(S-S) A \partial \varepsilon / \partial \theta_i] \quad (210)$$

donde A adopta los siguientes valores:

$$\begin{aligned} \text{Para ULS} &\longrightarrow A = I \\ \text{GLS} &\longrightarrow A = S^{-1} \\ \text{ML} &\longrightarrow A = \varepsilon^{-1} \end{aligned}$$

De (210) se obtiene la matriz información:

$$E^s = \partial^2 F / \partial \theta_i \partial \theta_j = \text{tr} [(A \partial \varepsilon / \partial \theta_i) (A \partial \varepsilon / \partial \theta_j)] \quad (211)$$

La función $F(\theta)$ puede minimizarse mediante los algoritmos presentados anteriormente. Lisrel utiliza concretamente el algoritmo de Fletcher - Powell. Los pasos que se siguen pueden resumirse del siguiente modo:

- 1) A partir de un valor arbitrario θ_1 se generan nuevos valores $\theta_2, \theta_3, \dots$ de modo que $F(\theta^{(s+1)}) < F(\theta^{(s)})$ hasta que se obtiene la convergencia.
- 2) Sea g^s el vector gradiente $\partial F / \partial \theta$ donde $\theta = \theta^s$. Se evalúa E^s cuando θ toma el valor $\theta^{(s)}$.

El algoritmo de Fisher - Scoring computa un vector $d^{(s)}$ tal que la solución a la ecuación (o sistema de ecuaciones) del tipo $E^{(s)} d^{(s)} = g^{(s)}$. A continuación, se obtienen nuevos valores de tal modo que se sigue la siguiente expresión:

$$\theta^{(s+1)} = \theta^{(s)} - d^{(s)} \quad (212)$$

Como se ve, todo el proceso requiere la obtención de E^s (211) y resolver la ecuación citada ($E^{(s)} d^{(s)} = g^{(s)}$) lo cual es muy complejo.

Por su parte, el algoritmo de Fletcher - Powell halla tan solo la inversa de E , es decir E^{-1} , usándola en las distintas iteraciones hasta que E^{-1} es una aproximación de $\partial^2 F / \partial \theta \partial \theta'$.

Caso de aplicarse las soluciones GLS o ML, la matriz E evaluada como función mínima de $F(\theta)$ permite a través de $(2/N)E^{-1}$ obtener una estimación de la matriz de las covariancias asintóticas de $\hat{\theta}_i$. De este modo la raíz cuadrada de los elementos de la diagonal son los errores típicos de $\hat{\theta}$. Ello no se da en la solución ULS en la que no se computan los errores.

3.9. Estimaciones Ridge Regresión (RR)

Hemos visto como las estimaciones presentadas aquí (las más comunes) tienen ventajas e inconvenientes en su aplicación. Quizás podría pensarse en establecer un criterio de selección de la técnica de estimación. Podría argüirse que las técnicas más simples son menos costosas y arduas. Con ello sobrevaloraríamos técnicas basadas en OLS en detrimento de GLS o ML. Del mismo modo puede defenderse el uso de técnicas "full" a las parciales. De este modo ML prevalecería sobre las demás (3SLS no es muy frecuente). Incluso, se podría plantear que lo correcto es utilizar en cada caso una estimación apropiada, en función de las características de los datos registrados. Evidentemente, y este capítulo creemos que es un claro exponente, deberíamos disponer para ello de una gran variedad de soluciones, así como de sus programas informáticos correspondientes para poder escoger con garantías. Sin embargo, ello no es así. En todo caso, nuestra elección se centrará en seleccionar entre tres, o a lo sumo cuatro, soluciones distintas. Tampoco es este un número suficiente para garantizarnos que la técnica elegida sea superior a cualquier otra menos difundida. En consecuencia, no es demasiado fácil responder categóricamente a la cuestión: ¿Que tipo de técnica de estimación debe utilizarse?. No siendo excesivamente pesimista, quizás sea una cuestión sin respuesta.

Por ello, pensamos que una posible estrategia a seguir es la de valorar con cuidado aquellos aspectos, si se quiere básicos, que los investigadores no expertos matemáticos podemos identificar como lesivos para una correcta estimación. Se ha comentado la importancia del tamaño muestral, puesto que con N pequeñas la estimación es sesgada. Desafortunadamente, esta es una situación muy frecuente en Psicología. En consecuencia, dirijamos nuestra atención a efectuar estimaciones que prevean esta circunstancia.

Cuando nos proponemos establecer una clara delimitación entre endógenos y exógenos en Psicología, no tenemos excesivos problemas en su correcta clasificación, siempre y cuando el marco teórico de referencia esté adecuadamente desarrollado. Cuestión distinta a ésta, es obtener regresores que sean linealmente independientes entre si y que a la vez mantengan estrecha relación con la endógena.

Con ello nos estamos refiriendo, lógicamente, al problema de la multicolinealidad. En Psicología (como en otras disciplinas) puede resultar muy complejo establecer independencia entre los regresores. ¿A que se debe que la colinealidad se presente a menudo?. La respuesta es relativamente simple si sólo se atienden a cuestiones de tipo técnico o psicométrico. En efecto, no puede dudarse que uno de los graves problemas de la investigación psicológica radica en la falta de unidades de medida propias. A veces utilizamos unidades no "estrictamente" psicológicas (tiempo, peso, longitud,...) y también medidas de tipo "asignado" (sexo, raza,...) pero, no disponemos de unidades específicas de depresión, agresividad o ansiedad; que interesan específicamente a los psicólogos. Con ello, y en un sentido quizás demasiado estricto, deberíamos pensar que en la mayoría de casos nuestros análisis de datos no podrían ir más allá de las pruebas no paramétricas o de los coeficientes de correlación adaptados. (Siempre refiriéndonos, por supuesto, a variables muy específicas de la psicología como las citadas).

Esta situación tiene como consecuencia que las distribuciones de las observaciones de nuestras variables tengan un rango no demasiado grande y, por ende, variancias y desviaciones típicas bajas. Es decir, con un tamaño de muestra suficiente, es muy fácil obtener correlaciones significativas entre variables. Si ello se da entre regresores, lógicamente se nos planteará la situación que comentamos: colinealidad. La solución podría pensarse que estriba en no maximizar N con lo que haremos más restrictiva la significa

ción de la correlación. Pero recuérdese que con N pequeñas las estimaciones son sesgadas. De este modo la cuestión puede plantearse así: ¿obtenemos una muestra grande lo que conllevará un riesgo elevado de colinealidad o utilizamos una muestra más reducida para evitarlo con la posibilidad de tener estimaciones sesgadas?.

A este respecto, nuestra opinión es clara. En aras de las posibilidades de generalización, siempre que sea factible, es mejor disponer de muestras grandes y el reto a asumir es el de obtener estimaciones que minimicen las repercusiones de la colinealidad.

Bulcock y Lee (1985) ante esa situación recomiendan el uso de DLS puesto que sus soluciones son similares a ML bajo dos condiciones:

- . Perturbaciones no correlacionadas
- . Todas las ecuaciones tienen el mismo grupo de regresores.

Obviamente el segundo punto restringe en exceso sus posibilidades de aplicación, aunque sea una estimación adecuada cuando se presenta colinealidad. La solución, pues, debe radicar en un tipo de estimación que tenga un carácter más general que DLS. Hauer, Byer y Joksch (1983) ante la colinealidad de sus ecuaciones utilizaron una estrategia que consistía en evitar el sesgo de la colinealidad mediante el uso de OLS sesgado a propósito por los autores. Es decir, manipular activamente el sesgo y controlarlo, antes que las propias características de las ecuaciones provocaran sesgo incontrolado. Sin embargo, ello provocó un nuevo problema, consistente en que también aumentó la variancia de las estimaciones, con lo que se minimizaron sus significaciones. Por tanto, debe sesgarse la estimación de modo controlado, pero de tal modo que la variancia de las estimaciones disminuya o, al menos, se mantenga en niveles parecidos a los que da OLS.

3.9.1. Efecto De La Multicolinealidad En La Estimación OLS.

Cuando se da multicolinealidad en la ecuación cuyos parámetros deben estimarse, uno de los indicadores clásicos para su detección es la obtención de estimaciones mayores de 1. Asimismo, como decíamos, la variancia de las estimaciones se ve incrementada. Veamos que componentes la determinan. En OLS conocemos que:

$$\sum_{i=1}^P \text{Var}(\hat{\beta}_i) = \sigma^2 \text{tr} (X'X)^{-1} = (SC_{res} / n \cdot p) \text{tr} (X'X)^{-1} \quad (213)$$

donde P es el número de predictores.

Así, la variancia de las estimaciones depende de tres elementos: SC_{res} , $n-p$ y $\text{tr}(X'X)^{-1}$. Estos efectos pueden centrarse en la SC_{res} puesto que OLS los minimiza, descomponiéndose del siguiente modo (Tabla, 3.5.) según el modelo de la ecuación (179).

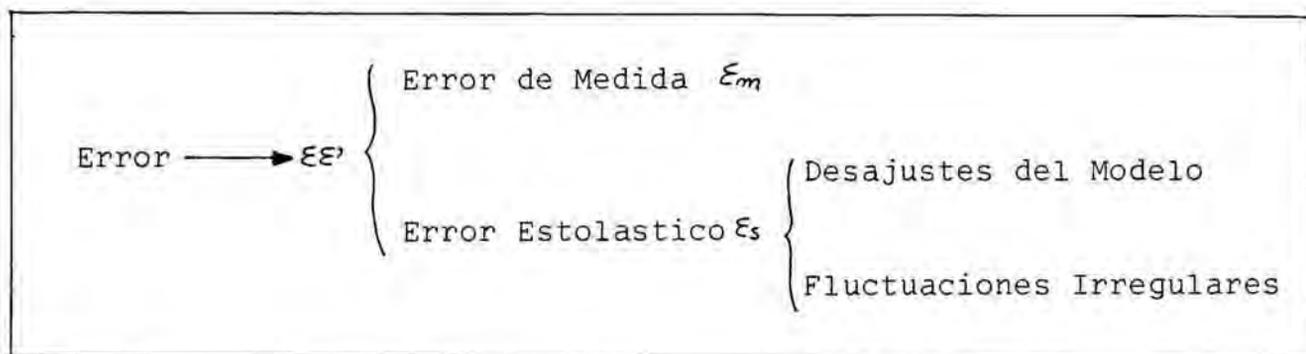


TABLA 3.5.: Esquema de la Descomposición de la SC_{res} .

Además se cumple que \mathcal{E}_m y \mathcal{E}_s se distribuyen normalmente y que:

$$E(\mathcal{E}_m \mathcal{E}_m') = E(\mathcal{E}_s \mathcal{E}_s') = E(\mathcal{E}_m \mathcal{E}_s') = 0 \quad (214)$$

En consecuencia la SC_{res} puede expresarse como:

$$SC_{res} = \mathcal{E}'\mathcal{E} = \mathcal{E}_m' \mathcal{E}_m + \mathcal{E}_s' \mathcal{E}_s \quad (215)$$

Parece, a partir de (214) y (215) que sea factible pensar que será mínimo. En efecto lo será (OLS lo minimiza) pero no es elimi

nable, es decir, aunque poco, influye en la variancia de las estimaciones. Se puede argumentar que la variancia disminuirá si se aumenta la muestra puesto que al aumentar $n-p$ disminuirá Var según (213). Se reducirá la variancia del error pero no se eliminará. Con respecto a $tr(X'X)^{-1}$ es una fuente de carácter estadístico, con lo cual es susceptible de manipulación estadística y no metodológica, lo cual es objeto de nuestro interés.

Jöreskog (1973) plantea una solución basada en el estudio de los errores de medida y en la re-especificación del modelo. Pero ello tiene un carácter menos generalizable que el que cabría desear. Por otro lado, Hoerl y Kennard (1970, 1970a) presentan una alternativa de estimación que puede utilizarse para disminuir la $Var(\beta)$ que provoca la multicolinealidad. Se trata de la "Ridge Regression" (RR) de la que trataremos en el resto de este capítulo y que aplicaremos en la segunda parte de este trabajo.

3.9.2. Índice VIF (Variance Inflation Factor) de Multicolinealidad.

Como primer paso a establecer en el momento de plantear el uso de la solución RR por la existencia de multicolinealidad será el detectarla de modo claro. Bulcock y Lee (1983) proponen el índice VIF (Variance Inflation Factor) como estrategia para comprobar si la matriz inicial R provocará una variancia excesiva de las estimaciones. Este indicador puede expresarse como:

$$VIF = (X'X)^{-1}$$

donde $(X'X)^{-1}$ es la inversa de la matriz de correlaciones entre exógenas.

De este modo, la diagonal de $(X'X)^{-1}$, al que denominaremos V_{max} , se convertirá en el BSIM (Best Single Indicator Multicollinearity) de tal modo que si $V_{max} > 3,0$ puede concluirse que se da multicolinealidad. Esta medida está más estudiada en una expresión alternativa, denominada, grado de multicolinealidad D , pero que tiene

regresión de cada término. Igualmente el máximo valor de la diagonal de $(X'X)^{-1}$

el inconveniente de poseer un cálculo no excesivamente fácil. De todos modos D sigue la fórmula:

$$D = D_{\max} = (2/n) \left[\text{Tang}^{-1} (V_{\max} - 1) \right] \quad (217)$$

donde $\text{Tang}^{-1}(V_{\max} - 1)$ está medido en radianes. Si $D > 0,7$ puede constatarse la presencia de Multicolinealidad.

3.9.3. Modificación RR de las Expresiones OLS

Como hemos dicho, RR pretende superar la problemática de la colinealidad que OLS no ha solventado. La idea básica estriba en substituir el criterio de minimización que se usa en OLS. RR minimiza la media cuadrática del error (MCE) con lo cual se considera el tamaño de la muestra utilizada. Geométricamente MCE representa una distancia cuadrática entre $\hat{\beta}$ y β , de tal forma que el mejor estimador de β será aquel que minimice la distancia.

Técnicamente, la modificación que supone de OLS se basa en aumentar la diagonal de la ecuación matricial normal, previa inversión, con una pequeña cantidad positiva K (parámetro de sesgo). Con ello obtendremos una estimación ligeramente sesgada (recuérdese que en OLS el sesgo es 0) pero con una variancia mínima, cosa que no ocurre cuando se aplica OLS con multicolinealidad. En consecuencia modificaremos la expresión (182) en el siguiente sentido:

$$\hat{\beta} = (X'X + KI)^{-1} X'Y \quad (218)$$

donde K es el parámetro de sesgo.

(218) es la expresión que nos permitirá obtener la estimación de los parámetros estructurales. Por tanto RR está basada en dos puntos básicos:

- . Minimizar la MCE
- . Sesgar mediante K la estimación del parámetro.

Dempster (1973) mostró que en situaciones de multicolinealidad RR daba soluciones favorables y Vinod (1978) mediante simulación de Monte Carlo comprobó que los coeficientes en RR eran mejores, en términos de MCE, que los que se obtenían en OLS. Con respecto a las fluctuaciones debidas a N, se ha evidenciado que incluso con muestras pequeñas la variancia de las estimaciones era menor en RR que en OLS.

En la tabla 3.5. y considerando (213) podemos identificar el efecto de los errores aleatorios en la $Var(\hat{\beta})$. Dado que RR es menos sensible a los errores de especificación del modelo. La SC_{res} será menor y con ello también disminuirá $\approx Var(\hat{\beta})$, con lo cual la correlación entre estimadores también será menor, es decir, se obtiene una independencia de los estimadores.

Bulcock y Lee (1983) muestran que cuando los datos no se ajustan a los supuestos teóricos, OLS dan una estimación inapropiada (aún cuando R^2 sea alto), mientras que en RR (aún obteniendo R^2 menores) la estimación es más adecuada, siempre y cuando el parámetro de sesgo esté correctamente identificado. De estos datos se desprende que la correcta utilización de RR depende en grado sumo de la adecuada elección del valor k, punto éste que trataremos a continuación.

3.9.4. Cálculo del Parámetro de Sesgo (K) en RR.

De hecho, el valor apropiado de K vendría definido por los valores de β y σ^2 poblacionales, es decir, a partir de los parámetros podríamos establecer el valor de K. Sin embargo, ello no es así, de tal modo que deberemos estimar K a partir de la muestra. En consecuencia, un procedimiento no estocástico se convierte en estocástico. Por esta razón RR ofrece una "familia de soluciones" en términos de Bulcock y Lee, lo cual nos obligará a escoger

la solución que más se ajuste. Ello no se cumple totalmente en el caso de datos ortogonales, puesto que en esas situaciones la solución RR difiere substancialmente de OLS (Hoerl y Kennard, 1970).

Sin embargo no hay inconveniente en considerar RR como una estimación multifuncional, puesto que suprimiendo VIF no sólo se evita el incremento de variancia debido a la multicolinealidad, sino que también se obvia la inflexión originada por otras causas como los errores de medida, errores de especificación e incluso ocasionada por un tamaño de muestra pequeño.

Volviendo al procedimiento de cálculo de K, podemos destacar algunas de las expresiones utilizadas para ello:

- . Kasarda y Shih (1977)

$$MCE = \sigma^2 \sum \lambda_i / (\lambda_i + k)^2 + k \sum \hat{\sigma}_i^2 / (\lambda_i + k)^2 = \text{mínimo} \quad (219)$$

- . Hocking, Speed y Lynn (1976)

$$k = \hat{\sigma}^2 \left(\sum \lambda_i^2 \hat{\alpha}_i^2 / \sum \lambda_i^2 \hat{\alpha}_i^2 \right) \text{ donde } \hat{\alpha}_i \text{ es el parámetro estimado OLS} \quad (220)$$

- . Lawless y Wang (1976)

$$k = p \hat{\sigma}^2 / \sum \lambda_i \hat{\alpha}_i^2 \quad (221)$$

- . Método iterativo de Hoerl y Kernard (1976)

$$k_0 = p \hat{\sigma}^2 / \sum \hat{\alpha}_i^2$$

.....

$$k_t = p \hat{\sigma}^2 / \sum \hat{\alpha}_{it}^2 \quad \text{donde } \hat{\alpha}_{it} = \lambda_i \hat{\alpha}_i / (\lambda_i + k_t)$$

con nivel de tolerancia definido por $k_{t+1} - k_t / k_t \leq \delta$

$$\text{donde } \delta = 20 T^{-1.30}, \quad T = \text{tr}(X'X)^{-1} / p \quad (222)$$

- Hoerl, Kennard y Baldwin (1975)

$$k = p \hat{\sigma}^2 / \sum \hat{\alpha}_i^2 \quad (222 \text{ bis})$$

- Vinod (1976)

$$\sum \left\{ \left[p \lambda_i / (\lambda_i + k)^2 S \right]^{-1} \right\}^2 = \text{mínimo}$$

donde $S = \sum \lambda_i / (\lambda_i + k)^2$ (223)

Cada uno de estos procedimientos de cálculo de K dan valores distintos de estimación (con esto quedará más claro el concepto "familia de soluciones"). En general, cualquiera de ellos debe procurar que la solución RR se caracterice por los siguientes puntos:

- Reducir Vmax a un valor cercano a 1
- Generar la máxima reducción de multicolinealidad según Dmax sin que suponga sesgar en exceso la estimación.
- Minimizar la variancia del coeficiente de regresión debido a N.
- Reducir la variancia en OLS producida por multicolinealidad
- Reducir SC_{res}

A partir de estos puntos, se debe elegir el sistema ideal de estimación, teniendo en cuenta que K debe tener una única solución.

3.10. Estimación NR (Normalized Ridge)

El cambio que supone NR con respecto a RR se refiere a la obtención de un valor K estandarizado, y que a la vez sea el adecuado para minimizar MCE. Para ello se ha sugerido (Marquardt y Snee, 1975) que se estandarice el valor VIF, maximizando con ello la reducción de la variancia debida a la multicolinealidad. Sin embargo, la normalización que NR utilizada radica en estandarizar VIF al valor unidad. Con esta restricción será factible la obtención de un valor K adecuado.

El valor de la variancia estandarizada en una ecuación viene determinada por la expresión $p\sigma^2$. Veamos en que forma puede obtenerse.

$$\begin{aligned} \text{si } VIF &= \text{diag } (X'X)^{-1} \\ \text{y } \Sigma \text{Var}(\hat{\beta}) &= \sigma^2 \text{tr } (X'X)^{-1} \end{aligned}$$

Aplicando $VIF = 1$ se desprende que $\Sigma VIF = p$ de donde:

$$\text{tr } (X'X)^{-1} = p \quad (224)$$

y substituyendo $\Sigma \text{Var}(\hat{\beta}) = p$ (225)

La expresión p (número de predictores) puede substituirse por la siguiente:

$$p = \Sigma [\lambda_i / (\lambda_i + k)^2] \quad (226)$$

donde λ_i es el valor propio en i.

Si asumimos las igualaciones $VIF = 1$ y $p\sigma^2 = 1$ se desprende que

$$\sigma^2 = 1/p \quad (227)$$

Substituyendo (226) y (227) en (225)

$$\Sigma \text{Var}(\hat{\beta}) = (1/p) \Sigma [\lambda_i / (\lambda_i + k)^2] \quad (228)$$

Si respetamos el criterio de $\leq VIF = 1$ entonces $(V_{max} = 1/p)$:

$$\leq Var(\hat{\beta}) = 1$$

de donde

$$1 = (1/p) \leq [\lambda_i / (\lambda_i + k)^2] \quad (229)$$

Ello implica que normalizar VIF suponga hallar un valor de K que resuelva la ecuación (229) lo cual facilita la obtención del parámetro de sesgo según los índices de RR.

La solución RR y NR han sido desarrolladas en soluciones análogas a TSLS, de modo que la misma estimación RR puede efectuarse en dos etapas.

3.11. Estimaciones 2SRR y 2SNR

Bulcock y Lee (1983) al tratar las soluciones RR establecen un criterio de utilización de las mismas consistentes en:

- Modelos recursivos: Estimación NR
- Modelos no recursivos: estimación 2SNR y 2SRR

Así pues, es importante tener presente la posibilidad de aplicación de RR en dos etapas, ya sea normalizando VIF (NSRR) o sin normalizar (2SRR). Lee, Bulcock y Luk (1984) establecen que la estimación 2SLS es más consistente, menos sensible a errores y más adecuada con respecto al sesgo. Del mismo modo se ve menos afectado por la colinealidad que OLS o que ML con muestras grandes (3SLS aún está menos afectado). Sin embargo, en estas condiciones el coeficiente de determinación R^2 que se obtiene es especialmente bajo. En teoría, las estimaciones adecuadas son aquellas que provocan R^2 elevados y escasa variancia del estimador.

Como vemos, cuando se utilizan modelos no recursivos el supuesto $E(\epsilon, \psi') = 0$ no siempre es admisible, lo que hacía inadecuada la solución OLS. A veces, en estos casos, se recurre a la solución TSLS. En nuestro caso, pensamos que será interesante recurrir a las soluciones 2SRR o 2SNR para estos modelos, ya que 2SLS

está más afectado por la multicolinealidad que cualquiera de las soluciones RR.

El procedimiento de cálculo de ambas soluciones es paralelo al de TSLS, con la inclusión, obviamente, del parámetro de sesgo. Debe tenerse en cuenta que la obtención de R^2 en RR (al que denotaremos por R_r^2) exige que el parámetro K oscile entre 0 y 1, mostrando 2SRR coeficientes de determinación más elevados que 2SLS.

Por último señalar que Ohtani (1985) presenta las características del estadístico F para la validación de ecuaciones de regresión estimadas mediante cualquier solución RR. El procedimiento de cálculo de RR y de su ajuste puede ejecutarse de modo computarizado mediante el programa SHAZAM realizado por White (1978).

3.12. Análisis Comparativo RR y OLS.

Como colofón a este capítulo creemos interesante presentar algunos datos acerca de la diferente solución que supone RR con respecto a OLS.

Friedman y Montgomery (1985) establecieron un estudio mediante la técnica de Monte Carlo entre ambas soluciones. Se estableció un modelo de referencia, calculándose sus parámetros a partir de distribuciones de variables simuladas.

Se consideró un índice de variancia, consistente en la razón entre la variancia provocada en OLS y la que se producía, con los mismos datos, en RR. Así, en función de la minimización de MCE, aplicado en ambas soluciones, se obtuvieron los resultados de la figura 3.2.

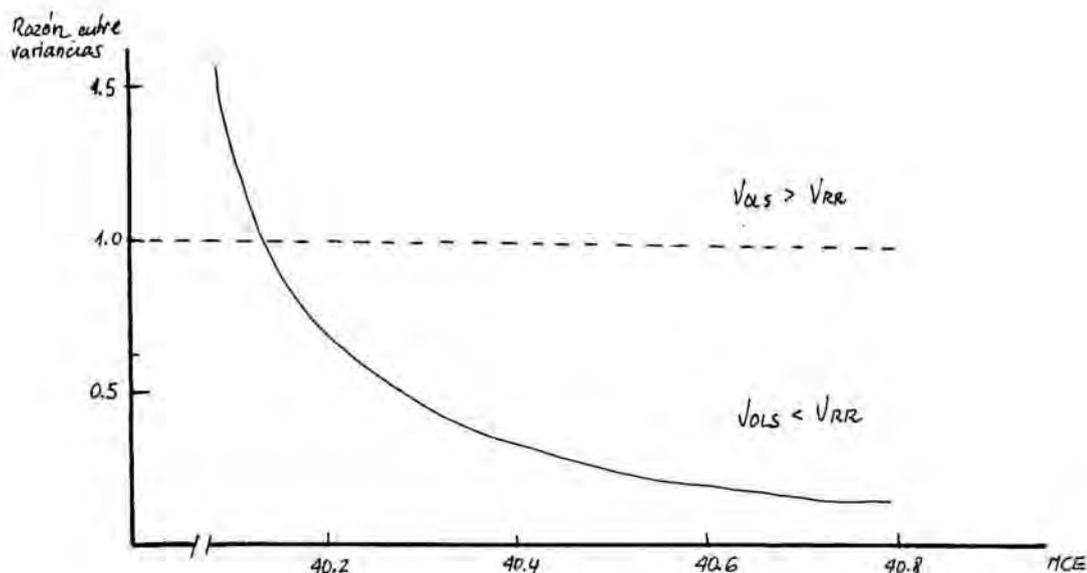


FIGURA 3.2.: Relación entre MCE y la razón de variancias obtenidas en OLS y RR.
(Friedman y Montgomery, 1985).

En la figura anterior se aprecia como cuando se minimiza MCE (valores inferiores) la variancia de la estimación obtenida en OLS es mucho mayor que la que produce RR. Cuando los valores de MCE son mayores, aunque ligeramente, las variancias en OLS son menores que en RR, lo cual indica que el criterio de minimizar MCE en RR es adecuado. Por otra parte es interesante analizar como la solución RR provoca menos variancia que OLS cuando se presenta colinealidad entre regresores. Los autores estudiaron, igualmente por Monte Carlo, la situación de estimación con modelos en los que los coeficientes de correlación entre regresores variaban entre la independencia ($r = 0,05$) y la correlación altamente significativa ($r = 0,95$). En la figura 3.3. se presenta la razón de variancias entre OLS y RR para diferentes niveles de colinealidad, atendiendo al valor del parámetro de sesgo K normalizado

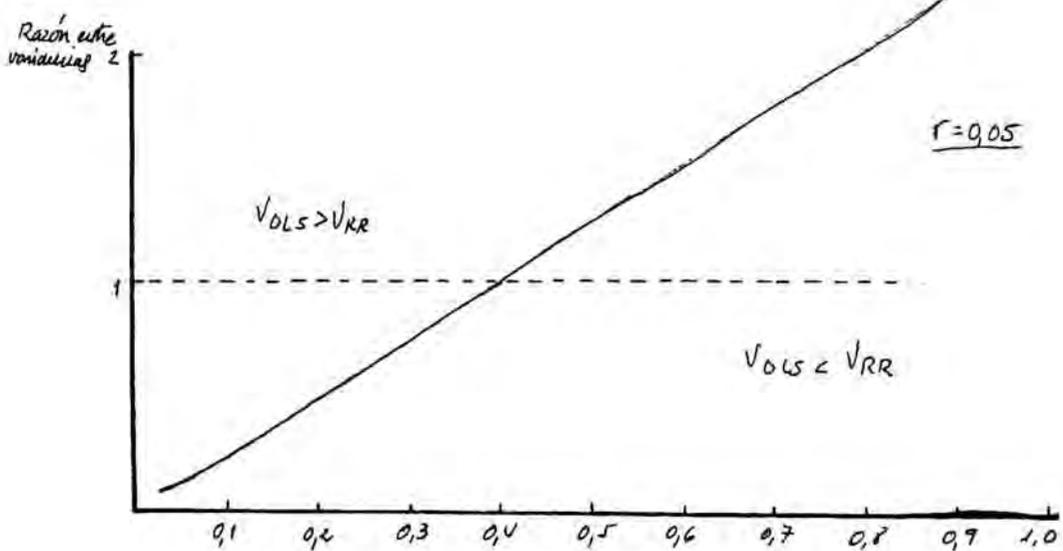
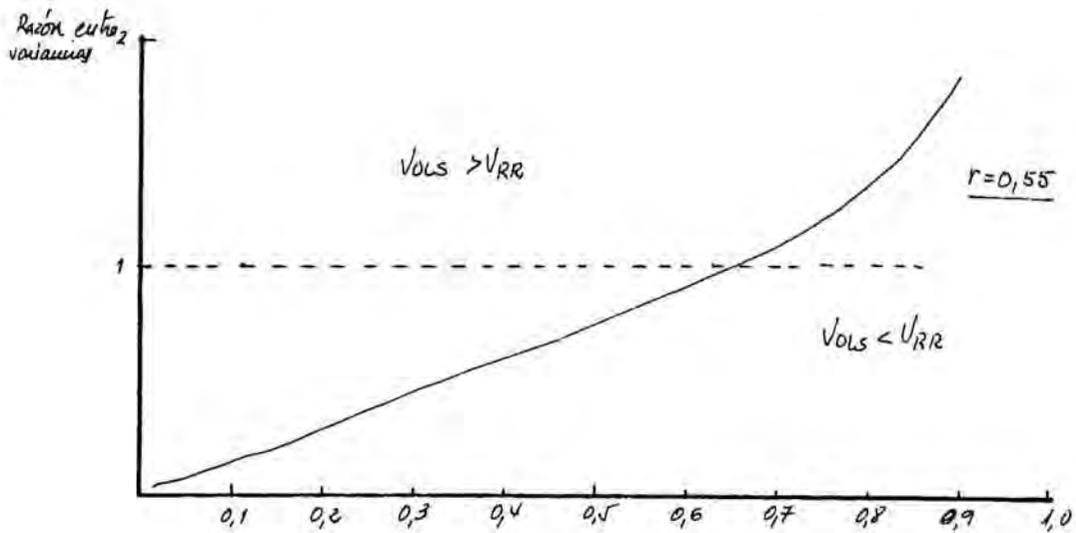
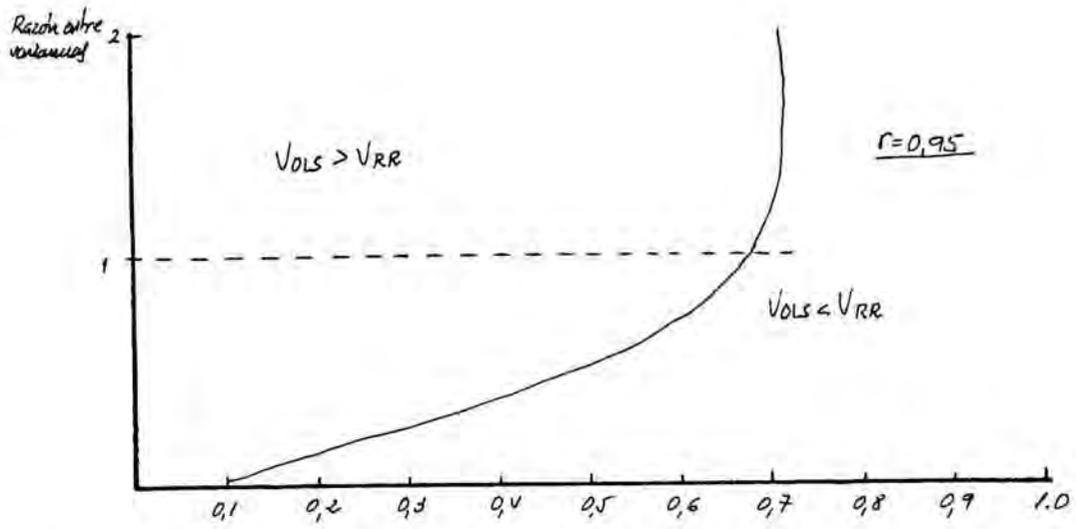


FIGURA 3.3.: Razón entre variancias según el valor K para distintos niveles de colinealidad (Friedman y Montgomery, 1985).

Se aprecia perfectamente como en el caso de colinealidad muy clara ($r = 0,95$) se da la circunstancia que con K bajos (es decir, sesgo muy ligero) OLS produce soluciones parecidas a RR con respecto a la variancia de las estimaciones. Sin embargo, cuando el valor de K es mayor, la solución OLS ocasiona una mayor variancia que la que se da en RR. Este efecto se amortigua a medida que la colinealidad disminuye, tal como se comprueba cuando $r = 0,55$ y prácticamente la ventaja de utilizar RR desaparece cuando la colinealidad es inexistente ($r = 0,05$). En este último caso se aprecia como el hecho de sesgar la estimación (RR) provoca una mayor variancia, puesto que VIF no está cargado con variancia de más debida a la colinealidad.

Queda claro pues que en situaciones en las que OLS no ofrece una solución correcta, puede pensarse en RR como solución alternativa, teniendo presente que su desarrollo es considerablemente más simple que ML o GLS, o que cualquier solución de carácter iterativo. Por último, mostrar la relación que puede establecerse entre el valor de K y la variancia que presenta RR. En la figura 3.4. se presenta la razón entre variancias obtenidas mediante la aplicación de RR pero con unos valores de K (0,1 y 0,5). Cuando $K=0,1$ el sesgo es mínimo con lo cual se asemeja a OLS y cuando $K=0,5$ se plantea una solución RR característica. Así pues, cuando se minimiza MCE el criterio de OLS no es adecuado, por lo que RR con $K=0,1$ tiene que originar mayor variancia.

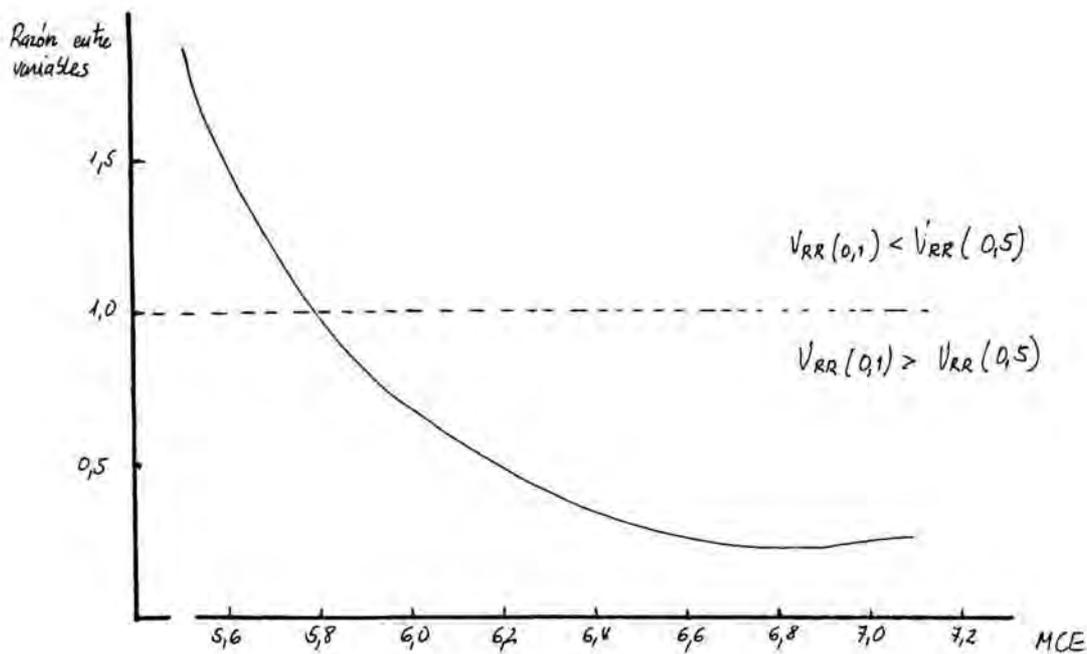


FIGURA 3.4.: Razón entre variancias según MCE en la solución RR con $K = 0,01$ y $K = 0,5$ (Friedman y Montgomery, 1985)

En esta figura se comprueba que, como decíamos, se minimiza MCE con un valor de K que hace que $RR \approx OLS$. La variancia aumenta considerablemente, lo que hace inadecuado este criterio. Situación inversa se produce cuando se intenta minimizar MCE con un valor de K adecuado, lo cual hace que se reduzca la variancia de las estimaciones con respecto al criterio anterior.

CAPITULO 4. LA FASE DE VERIFICACION Y AJUSTE EN LOS SISTEMAS DE ECUACIONES ESTRUCTURALES.

Es esta una etapa íntimamente ^{ligada} a las posibilidades de interpretación del sistema de ecuaciones estructurales que se proponga en un momento concreto. Obviamente, el ajuste del modelo determina el sentido que adoptará la interpretación que pueda formularse. Cuando un modelo es rechazado por que las medidas de ajuste no son adecuadas, se está informando que la estructura que se está probando no representa la verdadera estructura poblacional.

Cuando se analiza las diferentes vertientes que adopta el análisis del ajuste de modelos estructurales se evidencia con cierta claridad una relativa falta de pruebas de verificación adecuadas. En general, los datos de los que disponemos para aceptar o rechazar un modelo no son excesivamente robustas en el sentido de ofrecer garantías suficientes de que la decisión final sea la correcta. Muchos autores, cuando tratan el tema en cuestión reconocen las limitaciones que en estos momentos adolecen los sistemas estructurales, situación ésta que, como veremos, se hace especialmente compleja cuando intervienen variables latentes.

Pero, ¿En qué consiste el análisis del ajuste de un modelo estructural?. Para responder a esta cuestión deberemos recurrir a conceptos establecidos en el capítulo anterior. En efecto, se ha comentado como a partir de la matriz inicial S se estiman (veánse soluciones de estimación) los parámetros estructurales, que, a su vez, permiten obtener la matriz $\hat{\Sigma}$. De este modo los elementos de las matrices S y $\hat{\Sigma}$ deben cumplir para un buen ajuste que:

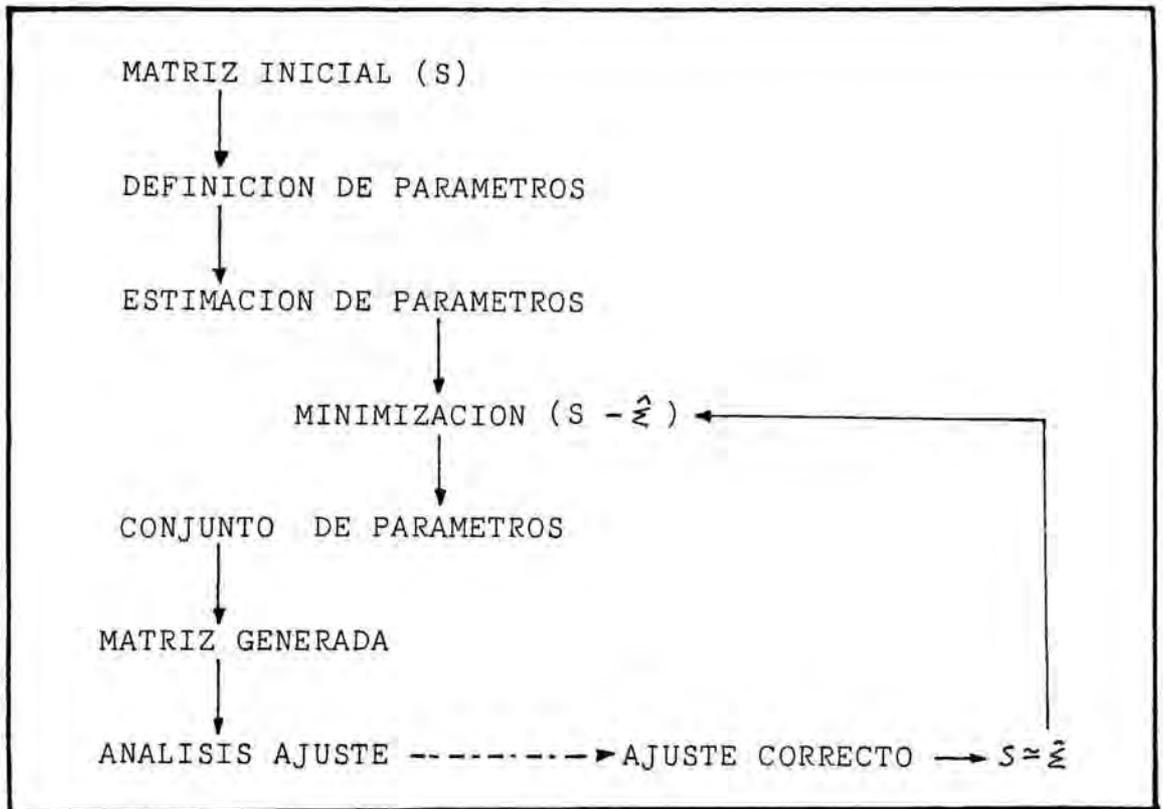
$$\hat{\sigma}_{ij} = s_{ij} \quad (230)$$

Cuando (230) se da, se dice, en palabras de Bentler y Bonett (1980) que el modelo $f(ij)(\theta)$ que genera $\hat{\Sigma}$ a través de $f(ij)(\theta)$ es un modelo "candidato" para representar la estructura subyacente en la población. Así pues, vemos que el ajuste se basa en una expresión conocida, la diferencia $(S - \hat{\Sigma})$, la cual hemos visto, de una forma u otra, en las distintas soluciones de estimación que hemos revisado.

Con ello se plantea una situación ciertamente peculiar, puesto que la misma idea que se utiliza en la estimación (minimizando) se recupera para la validación. Si el modelo correcto es aquel que cumple que $S - \hat{\Sigma} \approx 0$, es esta una condición de la que se parte en la estimación. En consecuencia, si el modelo no es rechazado lo será en tanto en cuanto la solución de estimación ha permitido minimizar $S - \hat{\Sigma}$, con lo cual, en el fondo, estamos validando la estimación, no la estructura que se presenta entre variables. En cierto sentido, el proceso es circular, puesto que se definen los parámetros a partir de los cuales se obtiene $\hat{\Sigma}$, usándose como S para obtener las medidas de ajuste. Se está validando un proceso relativamente tautológico (Fornell y Larcker, 1984) (Tabla 4.1.)

Se observa como la obtención de unos parámetros que minimizan al máximo el criterio $(S - \hat{\Sigma})$ permitirá un ajuste adecuado del modelo. Se puede argumentar que los parámetros están planteados en relación con el contexto teórico que los determina, con lo que en última instancia lo que se evalúa es la estructura teórica. Ello, en términos amplios, no se cumple en lo que se refiere a los parámetros fijos, ni en aquellos parámetros que están determinados por las condiciones de aplicación, y en general debe aceptarse que "una prueba de significación no es una prueba de importancia científica" (Guttman, 1977).

TABLA 4.1.: Esquema del proceso de ajuste en el que se aprecia cierta circularidad.



De todos modos, las limitaciones en el ajuste de modelos, no solo tienen un sentido estadístico, sino que están estrechamente ligadas con aspectos claramente metodológicos. Así, McCullagh y Nelder (1983) al tratar sobre la elección de un modelo plantean tres puntos a considerar:

- Elegir un modelo como válido no excluye otros modelos alternativos igualmente adecuados.
- Los procedimientos de ajuste no están totalmente formalizados (y quizás nunca lo estén).
- Todos los modelos son inadecuados (en términos de parcialidad) y se escoge el menos inadecuado de los que se dispone.

Por otro lado Fornell (1983) plantea un listado de los problemas en la aplicación de los sistemas estructurales. Veamos algunos de los aspectos más relevantes:

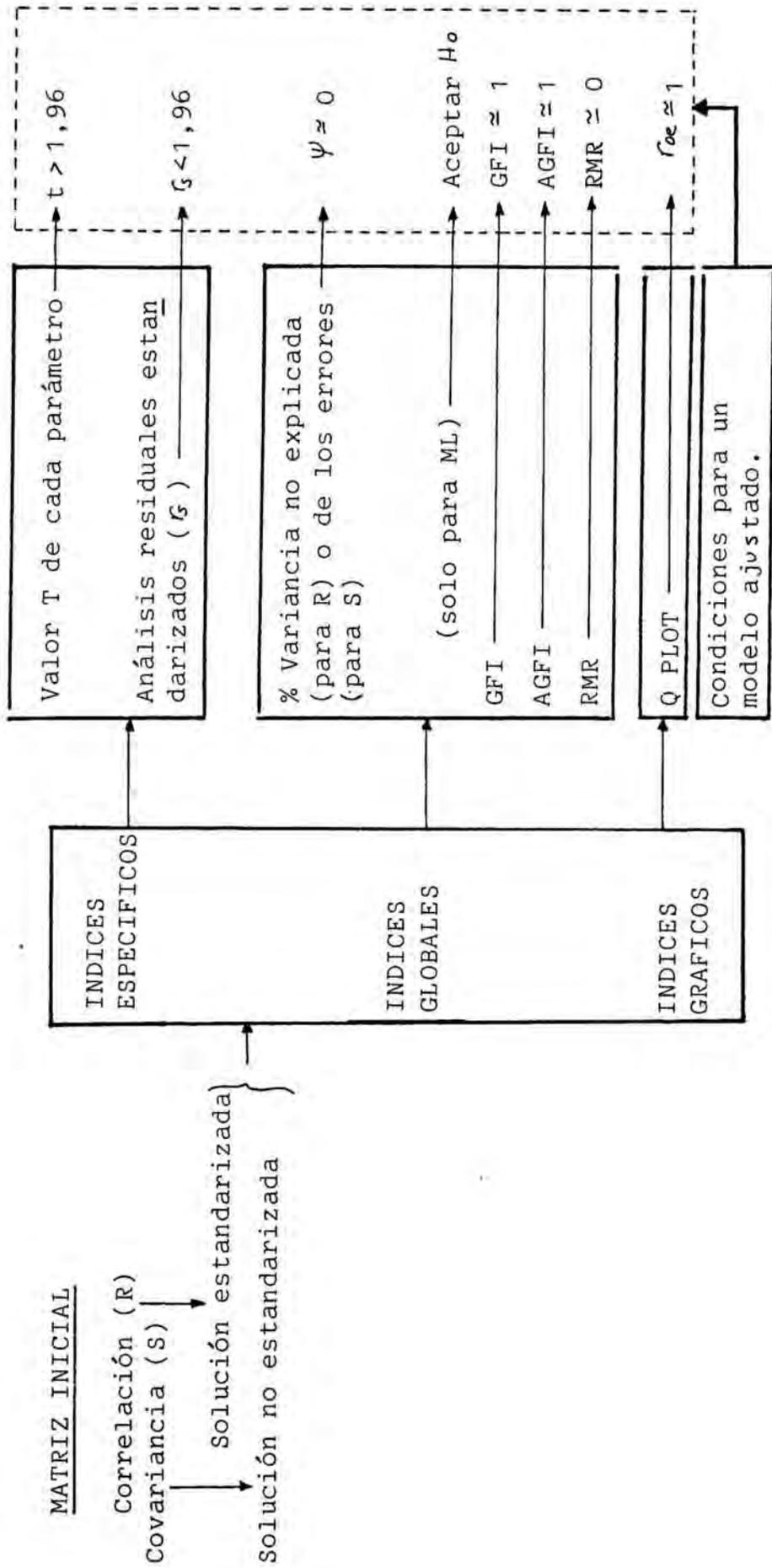
- . Necesidad de muestras grandes
- . Necesidad de multinormalidad
- . Interdependencia entre la teoría y la medición
- . Distorsión provocada por "missings"
- . Ajustes triviales, indeterminación y soluciones inadecuadas.

Los cuatro primeros puntos, de un modo u otro, han sido tratados en el transcurso de este trabajo. El último aspecto coincide con lo planteado por McCullagh y Nelder (1983) comentado anteriormente. De todo ello puede desprenderse una consecuencia determinante para los sistemas de ecuaciones estructurales: las fases de identificación y estimación son más potentes en su desarrollo que la de ajuste. Es decir, todo el sofisticado aparato matemático utilizado no permite, al final, un ajuste preciso y sólido.

Para complementar esta aseveración desarrollemos brevemente el proceso de ajuste de un sistema de ecuaciones estructurales, el cual puede esquematizarse según se plantea en la tabla 4.2., asumido como identificado el modelo correspondiente.

A la vista de la figura 4.2. puede pensarse que la verificación de las ecuaciones estructurales está muy formalizada. Ello no es, en todos los casos así. Obviamente para configurar un modelo correcto, no implica que cuando esta situación se da (aceptar un determinado modelo), esté avalado por la adecuación de todos los índices. Aceptar la H_0 mediante χ^2 no lleva consigo que el modelo explique el porcentaje más elevado de variancia de las endógenas, o que haya un residual demasiado grande no es suficiente para descartar un modelo. Se trata, en definitiva, de un proceso más global que particular, a pesar de que entre ambas vertientes se dan contradicciones.

TABLA 4.2.: Proceso de ajuste de un sistema de ecuaciones.



(*) No se incluyen las derivadas de primer orden ni los índices de modificación, más relacionados con la búsqueda del desajuste.

4.1. Significación Individual de los Parámetros.

Cada uno de los parámetros ($\hat{\eta}_i$) estimados es susceptible, lógicamente, de significación aplicando la teoría de la inferencia estadística mediante el correspondiente intervalo de probabilidad. Si identificamos el error estandar de la estimación $\hat{\eta}_i$ por $\sigma_{\hat{\eta}_i}$, el intervalo puede expresarse del siguiente modo:

$$\hat{\eta}_i \pm t_{1-\alpha} \sigma_{\hat{\eta}_i} \quad (231)$$

Del mismo modo podemos establecer la razón crítica para el contraste correspondiente:

$$R_c = (\hat{\eta}_i - \bar{\eta}) / \sigma_{\hat{\eta}_i} \quad (232)$$

ya que se asume que $\bar{\eta} = 0$ (232) se reformula:

$$R_c = \hat{\eta}_i / \sigma_{\hat{\eta}_i} \quad (233)$$

Si en (233) se obtiene un valor superior a 1,96 (en general se utiliza $1,96 \approx 2$), lógicamente se halla en la zona de aceptación de H_1 con una probabilidad α . Como se ve, es un análisis parámetro a parámetro, lo que supone, en cierto modo, perder la idea de globalidad que caracterizan a las ecuaciones estructurales. Como en cualquier significación de parámetros surgen dos tipos de problemas en su utilización:

- La estimación no garantiza que $\sigma_{\hat{\eta}_i}$ sea real.
- Aceptar que $\bar{\eta} = 0$ supone maximizar los errores de tipo I puesto que se restringe el intervalo de probabilidad.

El segundo punto citado es, con todo, no excesivamente relevante en tanto en cuanto la probabilidad de cometer un error de tipo I siempre puede minimizarse mediante la manipulación de α . Se está trabajando en esta línea para conseguir pruebas "ad-hoc" para la significación de parámetros, como la prueba de magnitud para dos variables reciprocamente relacionadas de James (1981).

4.2. Residuales Normalizados.

Se recurre a los residuales normalizados para detectar aquellos elementos de S o R que no han sido correctamente reproducidos en $\hat{\xi}$. De hecho Lisrel ofrece soluciones no estandarizadas de los residuales, pero para facilitar la interpretación es aconsejable recurrir a las estandarizadas. Como hemos argumentado en apartados anteriores, los modelos ajustados son aquellos en que la diferencia $S - \hat{\xi}$ es mínima. De ahí que los residuales respondan a:

$$res = s_{ij} - \hat{\sigma}_{ij} \quad (234)$$

La estandarización de (234) supone una razón crítica de análisis:

$$R_c = |s_{ij} - \hat{\sigma}_{ij}| / \sqrt{\text{Variancia asintótica (Va)}} \quad (235)$$

$$\text{donde Va} = (s_{ii} s_{jj} + s_{ij}^2) / N \quad (236)$$

Como en cualquier razón crítica (al igual que para la significación de los parámetros) si el valor supera 1,96 (≈ 2) se considera como residual significativo que indica desajuste del modelo, provocado en general por errores de especificación.

4.3. Análisis Matriz Ψ y Θ .

Ya se ha comentado que los elementos de la diagonal de Ψ recogen la variancia de los errores estructurales (cuando la matriz inicial es S) o el porcentaje de variancia no explicada (cuando se utiliza R). En cualquier caso, cuando el modelo ajusta debe esperarse que los valores de los elementos de Ψ sean bajos. Es decir, la variancia no explicada sea mínima.

De esta situación se desprenden una serie de indicadores análogos a los coeficientes de determinación (representamos como Θ^2 tanto a Θ_f^2 como a Θ_ϵ^2):

- Para cada variable en los modelos de medida

$$(S) \text{ Coef. de Corr. Múltiple Cuadrática (CCMC)} = 1 - (\sigma_{\epsilon_i}^2 / s_{\epsilon_i}^2) \quad (237)$$

$$(R) \text{ CCMC} = 1 - \sigma_{\epsilon_i}^2 \quad (238)$$

- Para todas las ecuaciones del modelo de medida

$$(S) \text{ Coef. de determinación (R}^2) = 1 - (|\theta^2| / |S|) \quad (239)$$

$$(R) \text{ R}^2 = (\sum \lambda_{ij}^2) / p \quad \text{donde } p = \text{n}^\circ \text{ de variables observables.} \quad (240)$$

- Para cada una de las ecuaciones estructurales

$$(S) \text{ CCMC} = 1 - (\psi_{ii} / \text{Var } \eta_i) \quad (241)$$

$$(R) \text{ CCMC} = 1 - \psi_{ii} \quad (242)$$

- Para el modelo estructural global

$$(S) \text{ R} = 1 - (|\psi| / |\text{Cov } \eta|) \quad (243)$$

$$(R) \text{ R} = 1 - (\text{tr } \psi / p) \quad p = \text{n}^\circ \text{ de variables endógenas} \quad (244)$$

Toda esta serie de índices, como decíamos, se esperan con valores altos para indicar una proporción de variancia explicada elevada. Sin embargo, debe destacarse que *Lisrel no presenta su significación*, con lo cual pueden utilizarse como simples estadísticos indicativos, o en algún caso para optar entre modelos de ajustes parecidos.

4.4. Análisis de Índices de Ajuste GFI, AGFI, RMR y Q - PLOT.

Lisrel calcula una serie de índices de ajuste que están basadas, de nuevo, en la diferencia $(S - \hat{\Sigma})$. Son índices únicamente ilustrativos y carecen de significación, siendo sus distribuciones estadísticas desconocidas. Responden a las siguientes expresiones:

- Índice de bondad de ajuste (GFI)

$$\text{Para ML } \text{GFI} = 1 - \left[\frac{\text{tr}(\hat{\Sigma}^{-1}S - I)^2}{\text{tr}(\hat{\Sigma}^{-1}S)^2} \right] \quad (245)$$

$$\text{Para ULS } \text{GFI} = 1 - \left[\frac{\text{tr}(S - \hat{\Sigma})^2}{\text{tr}(S^2)} \right] \quad (246)$$

- Índice ajustado de bondad de ajuste (AGFI)

$$\text{AGFI} = 1 - \left[\frac{K(K+1)}{2g1} \right] (1 - \text{GFI})$$

donde K = número de variables (247)

- Media cuadrática residual (RMR)

$$\text{RMR} = \left\{ \left[\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^i (S_{ij} - \hat{\sigma}_{ij})^2 \right] / k(k+1) \right\}^{-1/2} \quad (248)$$

Todos ellos están comprendidos entre 0 y 1, esperándose para los tres primeros valores cercanos a 1 y a 0 para el último, en modelos correctos. Es frecuente, sin embargo encontrar valores adecuados en modelos desajustados e incluso valores negativos.

Con respecto al Q-PLOT se utiliza mediante inspección visual para determinar condiciones de normalidad o errores de especificación del modelo (ver Palmer, 1985). Se considera la pendiente de la recta que debe poder ajustarse a los puntos determinados por los residuales normalizados (abcisas) y cuartiles normales (ordenadas). Si la pendiente es mayor que uno ($m > 1$) se considera un ajuste adecuado, si $m \approx 1$ el ajuste es moderado, siendo el modelo desajustado cuando $m < 1$.

4.5. Análisis del Ajuste Mediante el Estadístico χ^2

Es este el punto más importante en la fase ajuste puesto que se trata del índice de ajuste global más utilizado y con significación propia. Desafortunadamente sólo es aplicable cuando se emplean las soluciones GLS o ML en la estimación. Su aplicación exige, al igual que las estimaciones citadas, una muestra grande y la distribución normal multivariable de las variables. En estas

condiciones se obtiene un valor susceptible de utilizarse como prueba de ajuste global, no como una prueba de contraste (Visauta, 1985). La expresión correspondiente es:

$$\left[(n-1) \min F(L) \right] \quad (249)$$

Este criterio se distribuye según χ^2 con $gl = \frac{1}{2}p(p+1) - t$ donde $t =$ número de parámetros a estimar.

En algunos casos el término de (249) $n-1$ es substituido por n (Jöreskog, 1969) cuando se utiliza en modelos de medida. En otras ocasiones, $n-1$ se substituye por una constante. De cualquier modo esta prueba de ajuste se utiliza en un doble sentido, su aplicación ~~para~~ obtener datos ^{con} respecto al ajuste de un modelo se ve complementada por su función discriminatoria entre la selección de dos o más modelos jerarquizados. La jerarquización de modelos consiste en probar modelos consecutivos en los que secuencialmente se van estimando más parámetros, con lo que se pierden grados de libertad, para así obtener el modelo más ajustado. Ello se consigue cuando la diferencia entre los valores de χ^2 entre modelos y según la diferencia en grados de libertad, es significativa. No entraremos en detalle en el proceso de selección jerarquizada, (al uso de lo que puede obtenerse en modelos log-linear), puesto que hay excelentes aportaciones en este sentido (Bentler y Bonnett, 1980). En cambio, dedicaremos un apartado a las posibilidades de uso de la χ^2 en la comparación entre modelos (estadístico de ajuste diferencial) o como prueba de ajuste de un único modelo (estadístico de ajuste).

4.3.1. χ^2 Como estadístico de Ajuste Diferencial.

Esta utilización se dirige a un análisis "entre-modelos" a partir del cual el investigador opta por uno u otro de los modelos probados. Ya se ha comentado la posibilidad de jerarquización, del mismo modo que podríamos estudiar la serie de modelos log-linear (a este respecto consúltese Bonett y Bentler, 1983).

El modelo inicial del que se parte (M_0) es un modelo con pocas restricciones (muchos grados de libertad) para ir estimando más parámetros en cada modelo sucesivo. M_0 se considera como un modelo nulo en términos del modelo con más restricciones teóricamente posibles. De este modo sea un modelo A con χ^2_1 con α_1 grados de libertad y un modelo B con χ^2_2 con α_2 gl ($\alpha_2 < \alpha_1$): se obtiene la siguiente expresión:

- si $\chi^2_1 - \chi^2_2 < \chi^2_{\alpha_1 - \alpha_2}$ los dos modelos ajustan igual
 si $\chi^2_1 - \chi^2_2 > \chi^2_{\alpha_1 - \alpha_2}$ un modelo ajusta mejor que el otro.

Es este un procedimiento para seleccionar entre dos modelos que ajustan a la misma matriz de datos iniciales. Esta operación con el estadístico de ajuste se ha visto complementada con algunas aportaciones de carácter estadístico para el análisis del ajuste entre modelos. Veamos algunos índices propuestos:

- Índice de ajuste no normalizado (Tucker y Lewis, 19873)
para A Factorial

$$\rho = (\chi^2_0/g_{l0} - \chi^2_k/g_{ek}) / (\chi^2_0/g_{l0} - 1) \quad (250)$$

donde χ^2_0 corresponde al ajuste del modelo nulo (M_0)

- Índice de ajuste normalizado (Bentler y Bonett, 1980)
para A Factorial

$$\Delta_{ij} = (F_i - F_j) / F_0 \quad (251)$$

donde F es cualquier función de ajuste (ULS, GLS o ML). DE este modo $F_0 \geq F_1 \geq F_2 \geq \dots \geq F_i \geq F_j \geq 0$ de los cual se desprende que $0 \leq \Delta_{ij} \leq 1$.

- Índice de ajuste normalizado jerárquico (Bentler y Bonett, 1980)

$$P_{kr} = (\chi^2_k/g_{ek} - \chi^2_r/g_{lr}) / (\chi^2_0/g_{l0} - 1) \quad (252)$$

Estos tres índices están basados en χ^2 aún cuando no es esta la única posibilidad. Para seleccionar entre modelos con diferentes grados de libertad.

- Criterio de selección de Akaike (1973, 1974)

$$C_{AK} = F_K - g \ln \eta \quad (253)$$

donde F_K es el valor máximo de la función de ajuste. Se elige el que presenta C_{AK} mayor.

- Criterio de Selección de Schwartz (1978)

$$C_{SK} = \log_e F_K - 1/2 g \log_e \eta \quad (254)$$

igualmente el modelo con C_{SK} máximo.

- Criterios de Akaike y Schwartz normalizados

$$C_{AK} = F_K + 2g \ln \eta / n \quad (255)$$

$$C_{SK} = F_K + g \log_e \eta / n \quad (256)$$

donde F_K es el valor mínimo de la función de ajuste. Se selecciona el modelo con C_{AK} o C_{SK} mínimo.

Es bastante frecuente comprobar el procedimiento de aplicación del ajuste entre modelos ya sea a través de χ^2 o mediante criterios específicos, a pesar de que estos últimos se desprenden de la misma idea que sustenta el ajuste por χ^2 , es decir, el valor mínimo (o máximo en los no normalizados) de la función de estimación. Reddy y LaBarbera (1985) presentan una selección jerarquizada de modelos en el campo de la Psicología Social, proceso que también ponen en práctica Bentler y Wingard (1977) en un trabajo sobre las características de la unidad de medida en el Análisis Factorial. Igualmente se aplica en estudios de carácter claramente psicométrico (Bentler y Woodward, 1980) e incluso en el ámbito de la econometría (Moskowitz, Weiss, Cheng y Teibstein, 1982). Para una revisión del tema pueden consultarse publicaciones clásicas (Costner y Schoenberg, 1973) o aspectos más técnicos de derivación matemática (Kariya y Sinha, 1985).

4.5.2. χ^2 Como Estadístico De Ajuste.

En este apartado abordaremos las características del ajuste mediante χ^2 en la validación de un único modelo. No será nuestro objetivo mostrar su cálculo, que por otra parte ya se ha insinuado, sino hacer patentes las limitaciones y lo inadecuado de su aplicación en muchos casos.

Existen una multitud de índices de ajuste, tanto en función del tipo de dato como en base a los objetivos que persigue el ajuste. Se puede pensar que cada una de las técnicas de análisis de datos podría tener su propia prueba de ajuste. Por ejemplo, tiene escasa relación el ajuste CMDA (Constrained Monotone Distance Analysis) usado en MDS (Denison, 1982) con el ajuste que aquí se propone. Más semejantes, pero con distinto objetivo, son los ajustes de tablas politómicas (χ^2 de Bock, χ^2 de Yen, χ^2 de Wrigh y Mead o el ajuste χ^2 de máxima verosimilitud -del que vimos un ejemplo en capítulo anterior- que pueden compararse entre sí, McKinley y Mills, 1985), a pesar de seguir el mismo planteamiento de la χ^2 clásica.

Podríamos, por otro lado, preocuparnos por la búsqueda de una significación alternativa a la que se sustenta en los intervalos de probabilidad muestrales. Un ejemplo de esto puede verse en la línea de Edgington (1984) en la significación del contraste mediante comparación interna, e incluso su aplicación a pruebas muy clásicas como el AVAR (Berry y Mielke, 1983). Sin embargo, no debemos olvidar que en este caso estamos tratando el estadístico con una prueba de ajuste, no como un contraste, por lo que el tema de la significación es un tanto secundario.

Se han propuesto índices de ajuste originados de la manipulación del procedimiento de χ^2 , como por ejemplo el índice "cross-validation" de Cudeck y Browne (1983) que consiste en obtener el

ajuste de un modelo de forma paralela. Se divide la muestra original en dos submuestras de igual tamaño, estudiándose la estimación de ambas y el ajuste de las matrices Σ_a y Σ_b . La comparación de ambos ajustes proveerá un indicador más fiable del ajuste global. Del mismo modo la manipulación de χ^2 puede permitir obtener otros datos de interés. Por ejemplo Hoelter (1983) obtiene la derivación de la expresión para el cálculo de la N necesaria dado un valor fijado de antemano de χ^2 con los grados de libertad también definidos:

$$N = \left[\frac{(Z_\alpha + \sqrt{2qg-1})^2}{4F} \right] + G \quad (257)$$

donde Z_α es el valor de Z para un α determinado

F es el mínimo de la función de ajuste

G es el número de grupos.

No es demasiado frecuente obtener el valor de F, en consecuencia (257) puede modificarse del siguiente modo:

$$N = \left[\frac{(Z_\alpha + \sqrt{2qg-1})^2}{(2\chi^2/N-G)} \right] + G \quad (258)$$

donde 4F se ha substituido por $2\chi^2/N-G$

Sin embargo, ninguna de estas modificaciones ha tenido una excesiva repercusión en el tratamiento del ajuste. Cabe esperar que las aportaciones dedicadas al estudio de la robustez de χ^2 como ajuste estructural sean de vital importancia a este respecto. En esta línea los trabajos ya empiezan a ser una realidad y puede verse un estudio de Satorra y Saris (1985) acerca de la potencia estadística del ajuste $\chi^2 (P\{\chi^2(r, \lambda) > C\} > \alpha)$, que marca una pauta a seguir.

Volviendo al estudio de las características del ajuste χ^2 y para simplificar el desarrollo de este tema plantearemos sus limitaciones de un modo esquemático para después profundizar en algún aspecto concreto que consideremos relevante.

4.5.2.1. Riesgos Estadísticos En El Ajuste χ^2 .

Se desprende de todo lo expuesto en los anteriores apartados que los modelos ajustados presentan una χ^2 no significativa, en otras palabras, supone aceptar la H_0 . Con ello nos encontramos con una situación relativamente curiosa, puesto que generalmente la H_0 se asocia con la no significación. De cualquier modo, esto se ve reflejado en otro tipo de modelos (log-linear) lo cual no debe, pues, suponer ninguna limitación.

Ahora bien, aceptar la H_0 nos lleva a una situación en la que fácilmente podemos incurrir en un error de tipo II, con lo que se nos evidencia el riesgo β . Se puede argumentar que la aceptación de H_1 también lleva implícito un riesgo α de cometer error de tipo I. En ambos casos, siempre se da una probabilidad de cometer un error de una u otra especie. Pero ello, no es comparable en términos estrictos. El riesgo α es manipulable directamente por el investigador con lo que puede ser minimizado, mientras que β puede reducirse a través del aumento de N (difícil en ocasiones, pero factible) y aumentando el valor α . Aún así β está más afectado por circunstancias ajenas al investigador que α , con lo que será preferible un tipo de ajuste basado en aceptar H_1 y no instrumentalizado a partir de su rechazo.

Por otro la probabilidad del estadístico χ^2 no es más que la probabilidad de obtener un valor más alto que el obtenido siendo el modelo "correcto" lo que de nuevo nos lleva a situación circular. Se parte de la idea de modelo correcto para analizar si es ajustado o no y de ahí inferir si se trata de un modelo adecuado o no (Fornell y Larcker, 1984).

De hecho, la estrategia de los modelos jerarquizados es un modo de reducir el riesgo β puesto que (véase apartado correspondiente) la selección del modelo está ligada a la aceptación de H_1 . Pero debe tenerse en cuenta que es un procedimiento demasiado largo para convertirse en un proceso corriente.

Se acepta como un modelo correcto aquel que presenta un valor χ^2 con una $p > 0,10$. La primera cuestión que se nos plantea es: ¿por qué 0,10 y no 0,20 ó 0,25?. Si 0,10 se ha elegido para intentar minimizar el riesgo α , con más motivo debería establecerse un criterio más alto. Nos encontramos ante la evidencia de que la zona de aceptación de H_0 es como máximo del 0,90 que comparado con el 0,95 clásico no supone una reducción drástica de las probabilidades inferenciales. Además, téngase en cuenta que hay pocos estudios acerca del poder del ajuste, es decir, la certeza con la que rechazamos H_0 cuando es falsa es desconocido (Fornell, 1983).

4.5.2.2. Alteraciones En El Ajuste χ^2 Debidas Al Tamaño De la Muestra.

No es ninguna novedad plantear que χ^2 está afectado (al igual que otros estadísticos) por el valor de N. Pero en nuestro campo ello nos supone una limitación considerable puesto que un modelo puede ser declarado como ajustado o como no ajustado debido a las fluctuaciones de N. Recuérdese, además, que los grados de libertad no están en función de N, siendo los gl responsables del valor crítico de χ^2 .

Para ejemplificar de que modo el valor de N afecta a χ^2 recurriremos a un trabajo de Bentler (1983b) en el que realizó una simulación con un modelo en el que se debían estimar 20 parámetros y con 9 variables observables entre endógenas y exógenas. De ahí que los grados de libertad puedan obtenerse fácilmente:

$$gl = \frac{1}{2} p(p+1) - t = \frac{1}{2} 9(10) - 20 = 25gl. \quad (259)$$

Utilizó tres tamaños de muestra diferentes que denominaremos A, B y C con las siguientes características:

Muestra A: 2.500 observaciones con distribuciones normales.

Muestra B: 250 observaciones con distribuciones normales pero con igual variancia para las 9 variables.

Muestra C: Muestra A + Muestra B con lo que se está cerca de la no normalidad.

Se efectuaron tres soluciones de estimación, ML (Lisrel), ADF (Asymptotically distribution free) y 2 SADF (Two - steps ADF) (las dos últimas mediante paquetes EQS .-Véase Bentler, 1983a-) obteniéndose el valor de la χ^2 de ajuste que se reflejan en la tabla 4.3.

TABLA 4.3.: Valor χ^2 obtenido en tres muestras y con tres soluciones de estimación. (Bentler, 1983b)

MUESTRA	N	ESTIMACION		g.l.	PROB.
A	2500	ML	24,79	25	0,47
	2500	ADF	24,82	25	0,47
	2500	2SADF	24,82	25	0,47
B	250	ML	27,30	25	0,34
	250	ADF	34,24	25	0,10
	250	2SADF	34,45	25	0,10
C	2750	ML	60,38	25	0,000
	2750	ADF	22,82	25	0,59
	2750	2SADF	22,84	25	0,59

Del análisis de los datos que se presentan se pueden desprender ciertas consideraciones. Para la muestra A, las tres estimaciones ofrecen un ajuste igual ($p = 0,47$). En este caso el modelo sería definido como ajustado. Cuando la muestra disminuye de tamaño (B) los ajustes varían. En el caso de ML se mantiene el índice de ajuste claro (aunque disminuye con respecto al obtenido por la misma solución en A). Las otras dos soluciones dan un ajuste con un valor muy próximo a la zona de rechazo del modelo. Con ello se observa como la misma técnica de estimación aplicada a diferentes tamaños de muestra provocan ajustes distintos. Obsérvese como en C la solución ML provoca un modelo desajustado, lo cual se contradice con lo obtenido en los casos A y B. De hecho la muestra C, además, nos facilita un dato sugerente. No solamente con la solución ML obtenemos una $\chi^2 = 60,38$ ($p = 0,000$) lo que nos llevaría al rechazo del modelo (H_0), sino que nos indica que distribuciones cercanas a la no normalidad originan estimaciones defectuosas. Ya se ha discutido ampliamente en el capítulo anterior las fluctuaciones en las estimaciones debidas a N. Con ello sólo se patentiza de modo claro que si las estimaciones varían, también lo hará el índice de ajuste de χ^2 puesto que está basado en ellas.

Como colofón de esta situación, no debe olvidarse que si se descarta el uso de ML las soluciones alternativas (ULS, TSLS) no ofrecen ajuste de χ^2 debiéndose valorar el modelo global a través de GFI, AGFI y RMR que son claramente insuficientes.

4.5.2.3. Alteraciones En El Ajuste Debidas A La Consistencia Estructural De La Matriz Inicial.

Uno de los fenómenos que preocupa a los teóricos en la materia es la relación que se establece entre el valor de los elementos de la matriz inicial y el ajuste final. Se pueden obtener ajustes

aceptables con valores bajos de la matriz inicial, y el ajuste es menor cuando los valores son mayores (Fornell, 1983; Fornell y Larcker, 1984).

Con ello se plantea una segunda fuente de alteración que afecta al valor del ajuste. En la matriz inicial S o R podemos diferenciar tres submatrices que están destinadas a distintas partes del modelo. Esta descomposición puede verse en la figura 4.1.

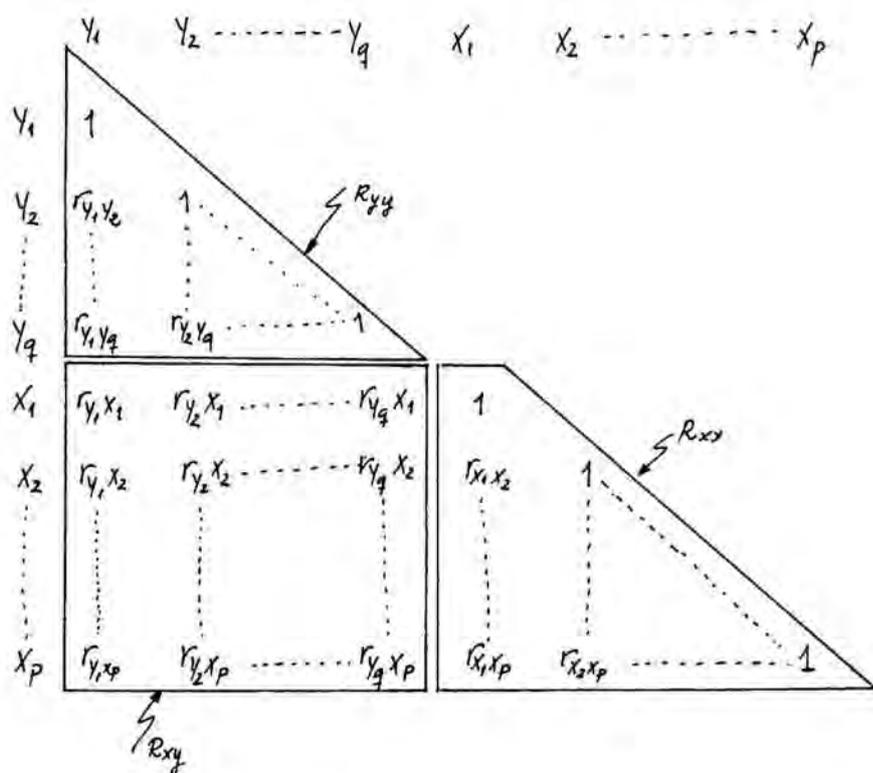


FIGURA 4.1.: Descomposición de la matriz inicial R en las submatrices correspondientes a las diferentes partes de un modelo estructural.

Dentro de la matriz R (igualmente en S) pueden caracterizarse tres submatrices a las que nos referiremos en este apartado:

- . Ryy= Matriz de correlaciones (o covariancias) entre endógenas observables. De ella se desprenden las estimaciones de los modelos de medida para η y de los parámetros β cuando $\beta \neq 0$.
- . Rxx= Matriz de correlaciones (o variancias) entre exógenas observables. De ella se desprenden las estimaciones de los modelos de medida para ξ .
- . Rxy= Matriz de correlaciones (o variancias) entre exógenas y endógenas observables de la que se desprenden las estimaciones de la matriz I^{-1} .

Puede decirse que Rxx y Ryy estan relacionadas con aspectos de medida y que Rxy está dirigida a cuestiones de representabilidad teórica (cuando $B = 0$). Si los valores de Rxy son estadísticamente significativos también lo es la relación entre exógenas y endógenas mientras que si un solo elemento de Rxy no lo es, los datos observados se caracterizan por una consistencia (teórica) insuficiente. Del mismo modo pueden analizarse las matrices Rxx y Ryy. Caso de que sólo haya una factor (variable latente) o que $\phi \neq I$ (no ortogonalidad entre factores) para que los modelos de medida sean consistentes todos los elementos de esas matrices deberán ser estadísticamente significativas.

Téngase en cuenta que las consideraciones efectuadas para Rxy tienen sentido sólo en el caso de que se de una exógena latente y una endógena latente. Si se dan más de una latente exógena, las condiciones de linealidad, exijan que para un ajuste perfecto $\phi = I$ con lo que ciertas correlaciones de fuera de la diagonal de Rxx deberían ser no significativas estadísticamente. A partir de estos comentarios Fornell y Larcker (1981a) efectuaron un estudio simulado para comprobar la relación entre

consistencia estructural (significación de los elementos de los submatrices descritas) y los resultados de ajuste χ^2 . Para ello propusieron un modelo simple (Figura 4.2.) con el que realizaron la simulación.

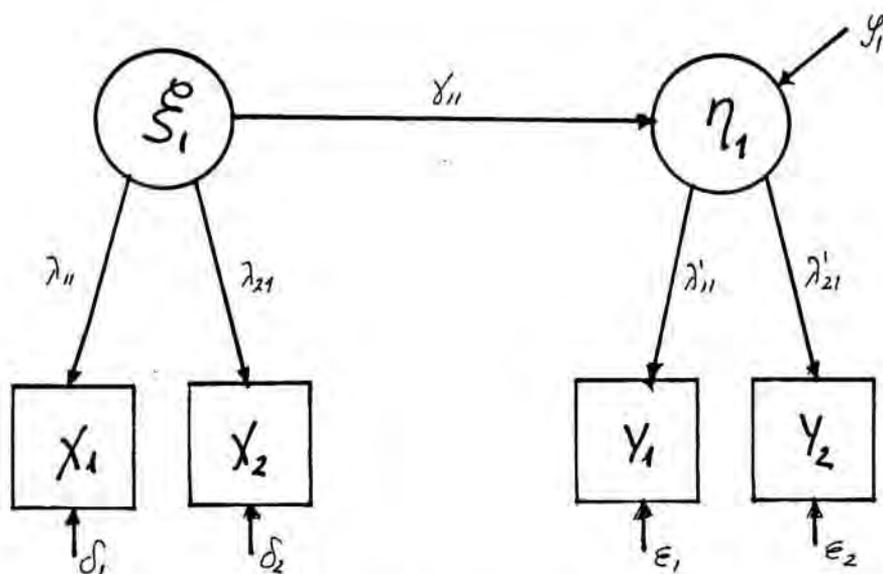


FIGURA 4.2.: *Path diagrama del* modelo simulado para el estudio de la relación entre la consistencia estructural de la matriz inicial y el ajuste (Fornell y Larcker, 1981).

El modelo propuesto presenta las siguientes ecuaciones y matrices:

$$\eta_1 = \gamma_{11} \xi_1 + \psi_1 \quad (260)$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{21} \end{bmatrix} \cdot \xi_1 + \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix} \quad (261)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda'_{11} \\ \lambda'_{21} \end{bmatrix} \cdot \eta_1 + \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \end{bmatrix} \quad (262)$$

$$\psi = \psi_{11}$$

$$\theta_D = \begin{bmatrix} \theta_{D_1}^2 & \\ 0 & \theta_{D_2}^2 \end{bmatrix} \quad (263)$$

$$\theta_E = \begin{bmatrix} \theta_{E_1}^2 & \\ 0 & \theta_{E_2}^2 \end{bmatrix} \quad (264)$$

$$\beta = 0 \quad (265)$$

$$\phi = \phi_{11} = 1 \quad (266)$$

Retornando las submatrices Rxx, Ryy y Rxy los autores simularon 12 diferentes matrices iniciales (R) en las que se iba modificando la significación de los elementos de las tres submatrices descritas, de modo que cada R suponía una combinación diferente de ajuste de medida y de teoría. (Entendemos por medida a la significación de Rxx y Ryy, a la vez que designamos por teoría la significación de Rxy). Reproducimos en la tabla 4.4 cuatro de las doce combinaciones usadas.

Todas las matrices simuladas fueron susceptibles de estimación ML (definidas positivamente) y las que se presentan en la tabla citada (4.4) son los casos más extremos usados (según los porcentajes evidenciados). Para cada una de las matrices se obtuvo el valor de la χ^2 de ajuste que se relacionan en la tabla 4.5.

A la vista de los resultados presentados se evidencia que las medidas de ajuste según χ^2 no concuerdan estrictamente con las características de los datos probados. En la columna de la derecha (teoría 15%) se muestran índices de ajuste que harían considerar como adecuado el modelo, cuando en realidad, los datos de R representan una escasa relación entre exógenas y endógenas. No puede apuntarse la posibilidad de que el ajuste se deba al efecto de los modelos de medida, puesto que la probabilidad de χ^2 aumenta a medida que disminuye el porcentaje de significación de la medida. De este modo el ajuste mejor se consigue en la matriz R que presenta porcentajes más bajos tanto de teoría como de medida (15% y 64% respectivamente). Análogamente el peor ajuste se consigue en la matriz con todos sus elementos significativos (100% teoría y medida). Con ello, pues, se manifiesta claramente que los ajus

TABLA 4.5.: Valores de χ^2 obtenidos con 1 gl. en cada una de las doce matrices iniciales según porcentaje de medida y teoría establecidos mediante la significación de los elementos de R.

		P O R C E N T A J E T E O R I A			
		100%	80%	54%	15%
PORCENTAJE MEDIDA	100%	Teoría significativa 2,8334 0,0923	Teoría significativa 2,2903 0,1302	Teoría significativa 1,5485 0,2134	Teoría No significativa 0,4381 0,5080
	80%	Teoría significativa 2,2576 0,1330	Teoría significativa 1,8248 0,1767	Teoría significativa 1,2342 0,2666	Teoría No significativa 0,3493 0,5545
	64%	Teoría significativa 1,8827 0,1700	Teoría significativa 1,5220 0,2173	Teoría significativa 1,0296 0,3103	Teoría No significativa 0,2015 0,5893
		G.l. = 1			

tes son más adecuadas cuando los valores de los elementos de la matriz inicial son bajos. Podría decirse que relaciones pobres originan modelos ajustados. Por otra parte, el papel de representar y probar teorías puede quedar más en entredicho si se tiene en cuenta que su adecuación mediante sistemas de ecuaciones estructurales parece depender, al menos parcialmente, de los valores de R o S. Obsérvese como el modelo con más garantías teóricas "a priori" debería ser rechazado si se respetan los valores críticos de χ^2 .

Como conclusión de este apartado puede plantearse que la consistencia estructural de la matriz inicial está relacionada con los datos de ajuste puesto que modelos muy consistentes son aceptados como ajustados, pero un ligero decremento en esa consistencia (que por otro lado no es significativo) provoca malos ejemplos. En las tablas 4.6. y 4.7. se presentan dos matrices R iniciales probados con el modelo de la figura 4.2., en la que ligeros cambios en los valores de los coeficientes de correlación origina que en un caso el ajuste sea perfecto y en el otro el modelo sea rechazado.

TABLA 4.6. Matrices iniciales con (R_1) y sin (R_2) consistencia estructural..

N = 200								
MATRIZ R_1				MATRIZ R_2				
	Y_1	Y_2	X_1	X_2	Y_1	Y_2	X_1	X_2
Y_1	1.0				1.0			
Y_2	-.500	1.0			.500	1.0		
X_1	.250	.250	1.0		.350	.250	1.0	
X_2	.250	.250	.500	1.0	.250	.350	.500	1.0

TABLA 4.7.: Valores de las estimaciones y ajuste para R_1 y R_2 (Lisrel)

PARAMETROS	R_1	R_2
λ_{11}	.707	.707
λ_{21}	.707	.707
λ'_{11}	.707	.707
λ'_{21}	.707	.707
γ_{11}	.500	.600
ψ_{11}	.750	.640
$\theta_{\epsilon_1}^2$.500	.500
$\theta_{\epsilon_2}^2$.500	.500
$\theta_{\delta_1}^2$.500	.500
$\theta_{\delta_2}^2$.500	.500
AJUSTE	R_1	R_2
gl.	1	1
χ^2	.000	8.1236
$p(\chi^2)$	1.00	0.0044

Esto constituye una evidencia más que reafirma los datos de Fornell y Larcker (1981a) y que a la vez nos permiten una serie de consideraciones complementarias. A pesar de que R_2 presenta un valor de $\gamma_{11} = 0,600$ mayor que en R_1 ($\gamma_{11} = 0,500$), el modelo es no ajustado. En consecuencia, rechazamos un modelo que es más válido en términos de predictibilidad que el que se considera ajustado. Ello, en principio, es ciertamente contradictorio, puesto que la misión

de un modelo estadístico es precisamente predecir valores de VD.

Los valores de los coeficientes de correlación de R_{xx} y R_{yy} en la Tabla 4.6. no difieren en sus valores. Solamente se modificó el signo de r_{y_1, y_2} lo cual no supuso cambios en λ_y o en Q_{ϵ}^2 , pero fue suficiente para romper la consistencia estructural. El resto de valores modificados entre R_1 y R_2 corresponden a la submatriz R_{xy} . Debe mencionarse que el hecho de aceptar un modelo como ajustado cuando "apriori" conocemos su irrelevancia (en función de la significación de los coeficientes de correlación) supone cometer un error de tipo II, lo cual puede suceder con cierta facilidad. En consecuencia, y a la vista de estos resultados, puede concluirse que es necesario adoptar criterios muy prudentes en el uso del ajuste χ^2 puesto que puede inducir a falsas interpretaciones. Quizás, la consecuencia más grave sea reconocer que en cierto modo, los datos de ajuste global de los sistemas de ecuaciones estructurales no están suficientemente elaborados para adoptar los con plenas garantías.

4.6. Ajustes Basados En El Estudio De Las Variancias.

Este es un punto en el que intentaremos dar una nueva concepción de la idea de ajuste. Lo que hasta ahora hemos presentado está basado en la idea de analizar hasta que punto las diferencias entre S y $\hat{\Sigma}$ son lo suficientemente grandes para considerar que el modelo es desajustado. El término modelo ajustado representará, pues, aquel sistema estructural que a través de sus parámetros, nos es posible estimar $\hat{\Sigma}$, de tal modo que haya escasas diferencias con S . De este modo, nos encontramos con un tipo de ajuste al que denominaremos "ajuste de covariancia" en tanto en cuanto obtenemos un indicador de cuan bueno es el ajuste de la matriz $\hat{\Sigma}$ a la matriz S .

Lo que aquí se propone es extender las características de los modelos estructurales de la Estadística en general y tratar de someter a estos modelos a un "ajuste de variancia" es decir, estudiar a fondo el poder predictivo de los mismos. Evidentemente, los coeficientes de determinación (ya vistos) proveen de información al respecto, pero no conllevan significación para instrumentar una validación con suficientes garantías. Podemos basar esta propuesta en la medida que resuelve algunos de los aspectos negativos que hemos ido apuntando con relación al "ajuste de covariancia". Podemos concretizarlos del siguiente modo, haciendo una relación de las características que debe presentar cualquier propuesta de ajuste (reformulación de algunos puntos de Fornell y Larcker, 1981a y consideraciones del autor):

- Sensibilidad a los problemas de validez de la medida.
- Sensible con respecto a la teoría significativa.
- Evaluación por separado de medida y teoría, es a la vez que global para un análisis más exhaustivo y comparativo.
- Evitar las alteraciones debidas a N
- Usar términos de contraste distintos a los que obtiene la propia solución de estimación.
- Minimizar la probabilidad de cometer errores del tipo II.

Los ajustes basados en el estudio de las variancias pueden aportar algunas soluciones que respeten cada uno de los puntos relevantes establecidos. De modo muy breve desarrollaremos esa adecuación:

- Los modelos de media implicados en un sistema estructural son susceptibles de ser analizados a través de la variancia que es explicada por los factores.
- El punto anterior ya establece que puede separarse el ajuste entre medida y teoría, estableciéndose ajustes globales, con las modificaciones necesarias.

- El ajuste de variancia de las relaciones teóricas puede ser elaborado prescindiendo de los modelos de medida.
- El estudio de variancias no resuelve la problemática que N conlleva, pero sí que la reduce, pues el concepto de grado de libertad quedará reformulado.
- Los términos de contraste usados en la significación pro vienen de las ecuaciones no de la estimación.
- El ajuste adecuado estará relacionado con la aceptación de la H_1 no de H_0

Obsérvese que tratar el "ajuste de variancia" implicará cambiar los términos de análisis. Cuando un modelo se considere adecuado lo será en el sentido de tratarse de un "modelo predictivo" y cuando se rechace lo será por no cumplir esa condición. De hecho, debe pensarse que la "utilidad" de un modelo estadístico no es simplemente la estructural, sino que su capacidad predictiva es la que lo respalda. Puede verse desarrollos de esta línea en la validación de las ecuaciones de regresión (Domenech y Riba, 1985) las cuales seguiremos en un intento de acoplarlo a los modelos multiecuacionales.

4.6.1. Propuesta de Ajuste de Fornell y Larcker (1981a)

Como primera aproximación a lo que en el apartado siguiente exponemos, presentamos la propuesta de ajuste de Fornell y Larcker (1981a) puesto que está basado en premisas parecidas a las formuladas anteriormente. Tales consideraciones las centraremos siguiendo el modelo de la figura 4.2. por ser un caso sencillo.

Si asumimos la estandarización de las variables latentes del modelo podemos plantear que γ_n^2 será el cuadrado del coeficiente de correlación canónico entre ambas, interpretándose como un coeficiente de determinación, de modo que:

$$\gamma_n^2 = 1 - \psi_{11} \quad (267)$$

Ya que la matriz inicial es R. Se desprende de ello que podría obtenerse una significación del parámetro γ_{ii} a través de estudio de variancias mediante la prueba F de Snedecor del siguiente modo:

$$F = \gamma_{ii}^2 / \left[(1 - \gamma_{ii}^2) / (n-2) \right]$$

$$F \geq F(\alpha, 1, n-2) \quad (268)$$

Se trata simplemente de obtener la significación de γ_{ii} entendido como un coeficiente de correlación (canónico). Este planteamiento simple podría ser mejorado si se tiene en cuenta que los modelos de medida no han sido considerados, es decir, las variables que relaciona no están exentas de error de medida con lo que esa formulación es parcial. Fornell y Larcker (1981a) plantean que el ajuste de los modelos de medida implicados debe considerarse como un estudio de validez y fiabilidad clásicos. De este modo proponen los siguientes análisis para el modelo global:

$$\left(\hat{R}_{y/\xi}^2 / 1 - \hat{R}_{y/\xi}^2 \right) \cdot (N-q-1/q) \sim F(\alpha, q, N-q-1) \quad (269)$$

donde $\hat{R}_{y/\xi}^2 = \rho_{vc(\eta)}^2 \gamma^2 (1 - e_{\xi}) = \bar{R}_{y/\xi}^2 (1 - e_{\xi}) \quad (270)$

$$e_{\xi} = 1 - (\Lambda'_x R_{xx}^{-1} \Lambda_x) \quad (271)$$

$$\bar{R}_{y/\xi}^2 = \rho_{vc(\eta)}^2 \gamma^2 \quad (272)$$

$$\rho_{vc(\eta)}^2 = \frac{\sum_{i=1}^p \lambda_{\gamma_i}^2}{\left(\sum_{i=1}^p \lambda_{\gamma_i} + \sum_{i=1}^p \text{Var} / \xi_i \right)} \quad (273)$$

p = número de endógenas observables.

(273) es una expresión análoga al coeficiente de determinación (240). La significación de (269) mediante F constituye un auténtico precursor del "ajuste de variancia". Este análisis se plantea en función del modelo que hemos seguido (Figura 4.2) siendo posible su generalización a cualquier modelo:

donde m = número de endógenas latentes

n = número de exógenas latentes

4.6.2. Análisis de la Variancia de las Ecuaciones EStructurales como Ajuste Predictivo.

Hemos visto como es factible el analizar ajustes de variancia en modelos estructurales. Nuestro objetivo será tratar de plasmar un sistema de ajuste según estas condiciones de modo que dispongamos de elementos de decisión seguros para evaluar la capacidad predictiva. Tal propuesta debe respetar la necesidad de mantener la posibilidad de ajuste de medida y teoría por separado a la vez que conjunto, pero, en un intento de obtener mayor información, puede ser interesante trabajar los datos que nos provee el análisis de cada una de las ecuaciones por separado. Este tratamiento debe diferenciarse para los modelos que sólo presentan variables observables (exentos de modelos de medida) y los que incluyen variables no observables.

4.6.2.1. Ajuste de Variancia para Sistemas Estructurales sin Variables Latentes.

Como primer paso vamos a definir algunas expresiones necesarias para el desarrollo del ajuste de variancia en estos sistemas utilizando para ello un sencillo ejemplo simulado. (Figura 4.3.)

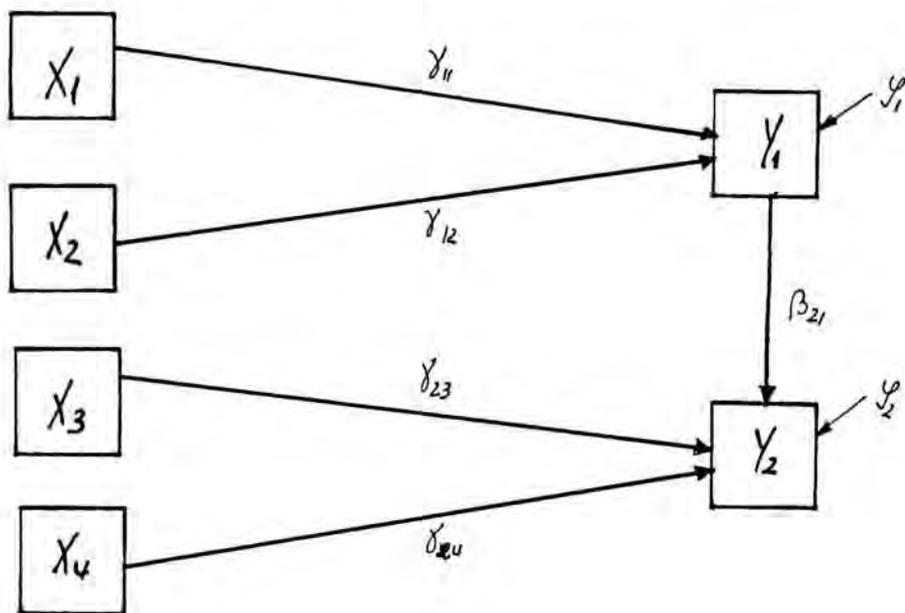


FIGURA 4.3.: Path diagrama simulado de un modelo sin variables latentes.

Las ecuaciones y matrices que de este sistema se desprenden son:

$$Y_1 = \gamma_{11} X_1 + \gamma_{12} X_2 + \epsilon_{Y_1} \quad (275)$$

$$Y_2 = \beta_{21} Y_1 + \gamma_{23} X_3 + \gamma_{24} X_4 + \epsilon_{Y_2}$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} \psi_{11} & \\ 0 & \psi_{22} \end{bmatrix} \quad (276)$$

Desarrollaremos algunas expresiones, muy básicas, pero que completan todo el desarrollo. Si evaluamos la capacidad predictiva del sistema, este vendrá dado por la modificación (ya conocida) de (275).

$$\hat{y}_1 = \gamma_{11} X_1 + \gamma_{12} X_2 \quad (277)$$

$$\hat{y}_2 = \beta_{21} Y_1 + \gamma_{23} X_3 + \gamma_{24} X_4$$

De este modo podemos descomponer cada ecuación de (277) en la correspondiente suma de cuadrados predictiva:

$$SC \text{ total} = SC \text{ sistema} + SC \text{ Residual} \quad (278)$$

o su análogo matemático:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (\bar{y} - \hat{y}_i)^2 + \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (279)$$

Aplicando la expresión (279) en función de (277) obtendremos:

$$\sum_{i=1}^n (y_1 - \bar{y}_1)^2 = \sum_{i=1}^n (\bar{y}_1 - \hat{y}_1)^2 + \sum_{i=1}^n (y_1 - \hat{y}_1)^2 \quad (280)$$

$$\sum_{i=1}^n (y_2 - \bar{y}_2)^2 = \sum_{i=1}^n (\bar{y}_2 - \hat{y}_2)^2 + \sum_{i=1}^n (y_2 - \hat{y}_2)^2$$

Substituyendo términos:

$$\sum_{i=1}^n (y_1 - \bar{y}_1)^2 = \sum_{i=1}^n \left[\bar{y}_1 - (\gamma_{11} X_1 + \gamma_{12} X_2) \right]^2 + \sum_{i=1}^n \left[y_1 - (\gamma_{11} X_1 + \gamma_{12} X_2) \right]^2 \quad (281)$$

$$\sum_{i=1}^n (y_2 - \bar{y}_2)^2 = \sum_{i=1}^n \left[\bar{y}_2 - (\beta_{21} Y_1 + \gamma_{23} X_3 + \gamma_{24} X_4) \right]^2 + \sum_{i=1}^n \left[y_2 - (\beta_{21} Y_1 + \gamma_{23} X_3 + \gamma_{24} X_4) \right]^2$$

Formulado en términos similares a los de (278)

$$SC Y_1 = SC \text{ ecuación}_1 + SC \text{ residual}_1 \quad (282)$$

$$SC Y_2 = SC \text{ ecuación}_2 + SC \text{ residual}_2$$

De (280) podemos establecer las siguientes igualdades:

$$SCT = SC Y_1 + SC Y_2$$

$$SC \text{ sistema} = SC \text{ ecuación}_1 + SC \text{ ecuación}_2 \quad (283)$$

$$SC \text{ residual} = SC \text{ residual}_1 + SC \text{ residual}_2$$

Definiendo para cada término sus correspondientes grados de libertad

$$\begin{aligned}
SCT &= 2N-2 \\
SC_{Y_1} &= N-1 \\
SC_{Y_2} &= N-1 \\
SC_{EC_1} &= 2 \\
SC_{EC_2} &= 3 \\
SC_{sis} &= 5 && (284) \\
SC_{res} &= 2N-7 \\
SC_{res_1} &= N-3 \\
SC_{res_2} &= N-4
\end{aligned}$$

Análogamente podemos establecer las expresiones correspondientes para el cálculo de cada fuente (a partir de S):

$$SCT = (N-1) \text{tr}(S_y) \quad (285)$$

$$SC_{Y_1} = (N-1) S_{Y_1} \quad (286)$$

$$SC_{Y_2} = (N-1) S_{Y_2} \quad (287)$$

$$SC_{EC_1} = \gamma_{11} SP_{Y_1, X_1} + \delta_{12} SP_{Y_1, X_2} \quad (288)$$

$$SC_{EC_2} = \beta_{21} SP_{Y_1, Y_2} + \gamma_{23} SP_{Y_1, X_3} + \delta_{24} SP_{Y_1, X_4} \quad (289)$$

$$SC_{RES} = (N-1) \text{tr}(\Psi) \quad (290)$$

$$SC_{RES_1} = (N-1) \Psi_{11} \quad (291)$$

$$SC_{RES_2} = (N-1) \Psi_{22} \quad (292)$$

$$SC_{sistema} = (N-1) \text{tr}(S_y - \Psi) \quad (293)$$

Se pueden conseguir expresiones más simples para (288) y (289):

$$\begin{aligned}
SC_{EC_1} &= SC_{Y_1} - SC_{RES_1} = [(N-1) S_{Y_1}] - [(N-1) \Psi_{11}] = \\
&= (N-1) (S_{Y_1} - \Psi_{11}). \quad (294)
\end{aligned}$$

$$SC_{EC_2} = (N-1) (S_{Y_2} - \Psi_{22}) \quad (295)$$

La disposición de (284) hasta (295) puede resumirse en la siguiente tabla:

TABLA 4.8.: Resumen fuentes de variación de ajuste de variancia para el modelo de la Fig. 4.2.

FUENTE AJUSTE	S CUADRADOS	GL	M.C	F
TOTAL	$(N-1) \text{tr}(S_y)$	N-2	$\approx \text{tr}(S_y)$	
SC y_1	$(N-1) S_{y1}$	N-1	S_{11}	
SC y_2	$(N-1) S_{y2}$	N-1	S_{22}	
SISTEMA	$(N-1) \text{tr}(S_y - \psi)$	5	SCsis/5	MCsis/Mcres
SC ϵ_{c1}	$(N-1) (S_{y1} - \psi_{11})$	2	SCec/2	MCec/Mcres
SC ϵ_{c2}	$(N-1) (S_{y2} - \psi_{22})$	3	SCec/3	MCec/Mcres
RESIDUAL	$(N-1) \text{tr}(\psi)$	2N-7	$S_{res}/2N-7$	
Res 1	$(N-1) \psi_{11}$	N-3	$\approx \psi_{11}$	
Res 2	$(N-1) \psi_{22}$	N-4	$\approx \psi_{22}$	

A partir de la tabla 4.8. puede plantearse el desarrollo para cualquier sistema con variables observables que se caracterice por q ecuaciones (Tabla 4.9.)

Como se observa en esta tabla, el análisis de variancia puede centrarse en el estudio de la capacidad predictiva de cada una de las ecuaciones del sistema o a nivel global. Ello es especialmente interesante puesto que es posible que un modelo, en general, sea predictivo (estadístico F de la fuente sistema sea significativo) y ello se deba a la actuación específica de alguna o algunas ecuaciones del sistema. Esto implica un ligero cambio en las modificaciones de los sistemas para un mejor ajuste, puesto que la alteración de los parámetros a estimar vendrá dado por la necesidad de una mayor predictibilidad de las ecuaciones.

TABLA 4.9.: Tabla de ajuste de variancia para modelos sin variables latentes y p ecuaciones (para S).

FUENTE DE AJUSTE	SC	GL	MC	F
SISTEMA	$\text{tr}(S - \Psi)(N-1)$	$\sum_{i=1}^q a_i$	$SC_{SIS} / \sum_{i=1}^q a_i$	MC_{SIS} / MC_{RES}
ECUACION 1	$(N-1)(S_{y_1} - \psi_{11})$	a_1	SC_{EC1} / a_1	MC_{EC1} / MC_{RES1}
ECUACION 2	$(N-1)(S_{y_2} - \psi_{22})$	a_2	SC_{EC2} / a_2	MC_{EC2} / MC_{RES2}
.	..	.	⋮	⋮
.	.	.	⋮	⋮
ECUACION q	$(N-1)(S_{y_q} - \psi_{qq})$	a_q	SC_{ECq} / a_q	MC_{ECq} / MC_{RESq}
RESIDUAL	$(N-1) \text{tr} \Psi$	$q(N-1) - \sum_{i=1}^q a_i$	$SC_{RES} / q(N-1) - \sum_{i=1}^q a_i$	
RESIDUAL 1	$(N-1) \psi_{11}$	$N-1-a_1$	$SC_{RES1} / N-1-a_1$	
RESIDUAL 2	$(N-1) \psi_{22}$	$N-1-a_2$	$SC_{RES2} / N-1-a_2$	
.	.	.	⋮	
.	.	.	⋮	
RESIDUAL q	$(N-1) \psi_{qq}$	$N-1-a_q$	$SC_{RESq} / N-1-a_q$	

$a_q = n^o$ de regresores en la ecuación q

Es posible encontrar una ecuación de entre de las del sistema que no sea predictiva, y por tanto la acción de mejora del modelo exploratorio se hará de modo más concreto variando las relaciones que presenta la variable endógena de esa ecuación. Reiteramos la idea anterior relacionada con el hecho de que el ajuste de variancia no es un sustituto del ajuste de covariancia, sino que lo complementa en tanto en cuanto sería interesante escoger como modelo ajustado aquel que presente un adecuado valor de χ^2 (el cual discutimos ya brevemente en apartados anteriores :) y fueran significativas sus análisis de predictibilidad.

4.6.2.2. Ajuste de Variancia para Sistemas Estructurales con Variables Latentes.

Este planteamiento difiere del anterior puesto que las relaciones teóricas no son puras, ya que las variancias de las variables en cuestión, a menos que se consideren, estandarizadas (a partir de R) no están totalmente identificadas. Del mismo modo que hemos hecho en el apartado anterior seguiremos un sencillo ejemplo para ilustrar este punto concreto (Figura 4.4.)

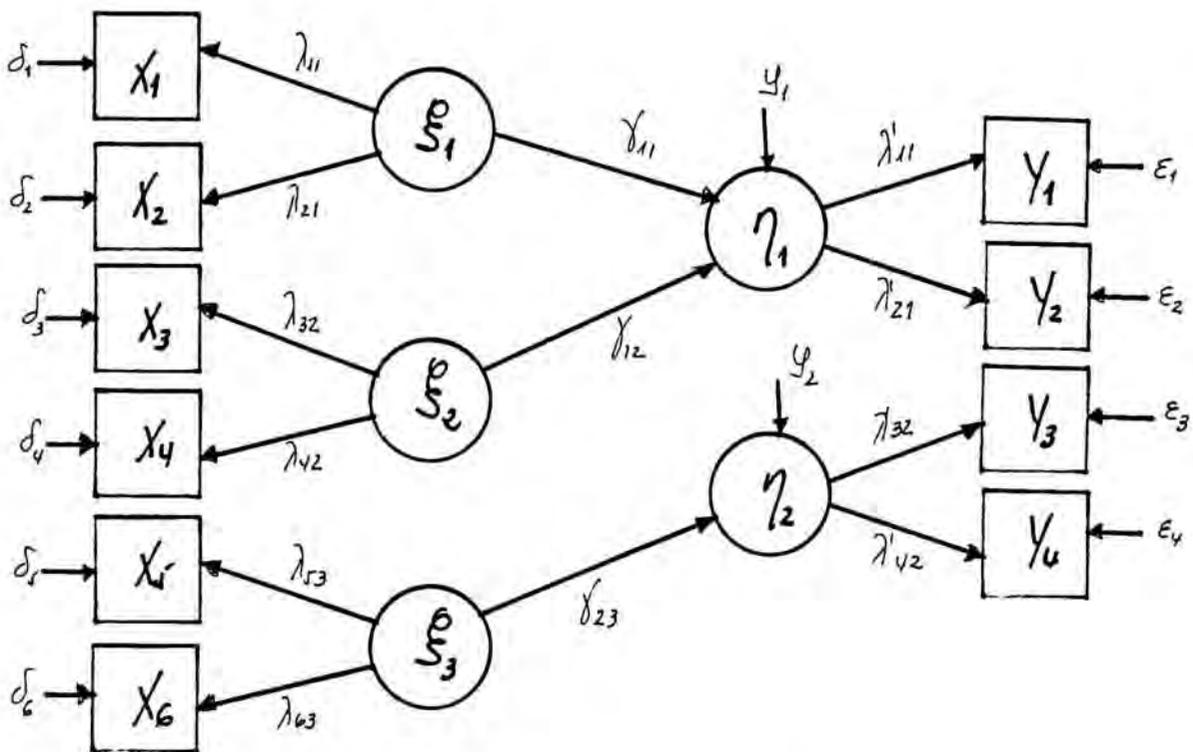


FIGURA 4.4.: Path diagrama de un modelo simulado con variables latentes.

Las matrices que caracterizan este modelo son las siguientes:

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \gamma_{11} \xi_1 + \gamma_{12} \xi_2 + \psi_1 \\ \eta_2 &= \gamma_{23} \xi_3 + \psi_2 \end{aligned}$$

(296)

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & 0 & 0 \\ \lambda_{21} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{32} & 0 \\ 0 & \lambda_{42} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{53} \\ 0 & 0 & \lambda_{63} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \end{bmatrix} \quad (297)$$

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda'_{11} & 0 \\ \lambda'_{21} & 0 \\ 0 & \lambda'_{32} \\ 0 & \lambda'_{42} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \end{bmatrix} \quad (298)$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} \psi_{11} & \\ & \psi_{22} \\ 0 & \end{bmatrix} \quad (299)$$

$$\phi = I \quad (300)$$

$$\Theta_{\delta} = \begin{bmatrix} \Theta_{\delta_1}^2 & & & & & \\ 0 & \Theta_{\delta_2}^2 & & & & \\ 0 & 0 & \Theta_{\delta_3}^2 & & & \\ 0 & 0 & 0 & \Theta_{\delta_4}^2 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Theta_{\delta_5}^2 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Theta_{\delta_6}^2 \end{bmatrix} \quad (301)$$

$$\Theta_{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \Theta_{\varepsilon_1}^2 & & & \\ 0 & \Theta_{\varepsilon_2}^2 & & \\ 0 & 0 & \Theta_{\varepsilon_3}^2 & \\ 0 & 0 & 0 & \Theta_{\varepsilon_4}^2 \end{bmatrix} \quad (302)$$

Del mismo modo que en un sistema estructural como el presentado en el apartado anterior, los modelos de medida, dado su carácter confirmatorio, son susceptibles de ser analizados en su ajuste de variancia, entendido como la significación de la variancia que explica la agrupación factorial propuesta. De ahí que puedan plantearse las siguientes expresiones, a partir de la estandarización de las variables incluidas:

- Modelo de medida exógeno

$$\text{Coeficiente de determinación } R^2 = \sum \lambda_{ij}^2 / 6 \quad (303)$$

- Modelo de medida endógeno

$$\text{Coeficiente de determinación } R^{2*} = \sum \lambda_{ij}^2 / 4 \quad (304)$$

De (303) y (304) puede desprenderse una tabla de significación para cada modelo de medida (Tabla 4.10)

TABLA 4.10: Tabla de ajuste de variancia para los modelos de medida de la figura 4.4.

FUENTE DE AJUSTE	PROPORCION	GL.	MC	F
MEDIDA				
EXOGENO	$\sum \lambda_{ij}^2 / 6$	3	$P_{EX} / 3$	MC_{EX} / MC_{RESEX}
RESIDUAL	$1 - (\sum \lambda_{ij}^2 / 6)$	N-4	$P_{RESEX} / N-4$	
ENDOGENO	$\sum \lambda_{ij}^2 / 4$	2	$P_{EN} / 2$	MC_{EN} / MC_{RESEN}
RESIDUAL	$1 - (\sum \lambda_{ij}^2 / 4)$	N-3	$P_{RESEN} / N-3$	

La tabla propuesta permite obtener la significación de los coeficientes de determinación obtenidos en cada modelo de medida: la misma formulación se puede desarrollar para el caso en que R sea substituida por S como matriz inicial. Sin embargo ello no es demasiado recomendable, y por ello no se ha desarrollado, toda vez que R elimina la problemática de la dependencia de la unidad de medida que presenta S, a la vez que no obliga al conocimiento de la unidad de medida de las latentes, pues en este caso

y

Hechas estas consideraciones, podemos presentar la tabla correspondiente a este punto. (Tabla 4.11)

TABLA 4.11.: Ajuste de Variancia para el modelo estructural de la figura 4.4.

FUENTE DE AJUSTE	PROPORCION	GL	MC	F
SISTEMA	$\text{tr}(I-A)/2$	3	$P_{\text{sis}}/3$	$MC_{\text{sis}}/MC_{\text{res}}$
ECUACION 1	$1 - \psi_{11}$	2	$P_{\text{ec}}/2$	$MC_{\text{ec}}/MC_{\text{res}}$
ECUACION 2	$1 - \psi_{22}$	1	$P_{\text{ec}}/1$	$MC_{\text{ec}}/MC_{\text{res}}$
RESIDUAL	$\text{tr}(\Psi)/2$	$N-5$	$P_{\text{res}}/N-5$	
RESIDUAL 1	ψ_{11}	$N-3$	$P_{\text{res}}/N-3$	
RESIDUAL 2	ψ_{22}	$N-2$	$P_{\text{res}}/N-2$	

Por consiguiente es perfectamente factible desarrollar la tabla anterior para el caso general en un modelo que presente las siguientes características:

- P variables observables exógenas
- Q variables observables endógenas
- K variables latentes exógenas
- n variables latentes endógenas
- r regresores en cada ecuación estructural

La simplificación en la propuesta de ajuste de variancia para estos modelos recomienda reunir en una sola tabla (4.12.) las fuentes de ajuste de medida y teoría. De cualquier modo, el desarrollo de estos procedimientos podrá verse con mayor detalle en la segunda parte de este trabajo. Como decíamos anteriormente el ajuste de covariancia no debe obviarse puesto que su utilidad con respecto al ajuste final sigue siendo importante. Quizás sea interesante plantear soluciones para una mayor seguridad en su uso.

TABLA 4.12.: Tabla de ajuste de variancia para un modelo completo con variables latentes.

FUENTE DE AJUSTE	PROPORCION	GL	MC	F
MEDIDA				
EXOGENO	$\sum \lambda_{ij}^2 / p$	K	Pexo/K	MC exo/MCresex
RES. EXOGENO	$1 - (\sum \lambda_{ij}^2 / p)$	N-1-K	Presex/N-1-K	
ENDOGENO	$\sum \lambda_{ij}^2 / q$	n	Pen/n	MCen/MC resen
RES. ENDOGENO	$1 - (\sum \lambda_{ij}^2 / q)$	N-1-n	Presen/N-1-n	
ESTRUCTURAL				
SISTEMA	$\text{tr}(I - \Psi) / n$	$\sum_{i=1}^n r_i$	Psis / $\sum_{i=1}^n r_i$	MCsis/MCres
ECUACION 1	$1 - \psi_{11}$	r_1	Pec / r_1	MCec / MCres
ECUACION 2	$1 - \psi_{22}$	r_2	Pec / r_2	Mcec / MCres
.
.
ECUACION n	$1 - \psi_{nn}$	r_n	Pec / r_n	MCen / MCres
RESIDUAL	$\text{tr}(\Psi) / n$	$n(N-1) - \sum_{i=1}^n r_i$	Pres/n - $(N-1) - \sum_{i=1}^n r_i$	
RESIDUAL 1	ψ_{11}	N-1- r_1	Pres / N-1- r_1	
RESIDUAL 2	ψ_{22}	N-1- r_2	Pres / N-1- r_2	
.	.	.	.	
.	.	.	.	
RESIDUAL n	ψ_{nn}	N-1- r_n	Pres / N-1- r_n	

SEGUNDA PARTE

En este punto nos introducimos en la segunda parte de este trabajo, que se caracteriza por un interés marcadamente aplicado. El estudio del psicodiagnóstico conductual nos permite abordar una doble perspectiva. Por un lado, el análisis de las características psicométricas de los instrumentos de medida, se ve complementado con las repercusiones que la propia medición provoca en el tratamiento aplicado. Ello se comprueba de forma sencilla si se tiene en cuenta que desde el ámbito conductual la medición no es un punto de vista específico del proceso psicológico sino que se desarrolla paralelamente con el tratamiento. Es decir, se está midiendo continuamente: antes, durante y después del tratamiento.

Se trata, pues, de un punto, no el único, en el que se establece claramente la divergencia entre un psicodiagnóstico clásico y el conductual. En sus orígenes, la evaluación conductual se planteó como una alternativa al psicodiagnóstico tradicional, y por ello estableció y desarrolló sus propias normas de actuación, con lo que para los evaluadores conductuales los requisitos psicométricos no supusieron elementos relevantes en la construcción de instrumentos de medida. Esto a la larga, y es esta la situación actual, ha llevado a una cierta falta de rigor por lo que se refiere a la realización de instrumentos de medida objetivos. De este modo no es difícil comprobar como en el campo de la Modificación de Conducta (marco natural de la evaluación conductual) (1) también se acusa esta cierta pérdida de rigor científico.

Puede pensarse que la línea conductual no ha sido capaz de mantener su propia coherencia ante la aparición de la Psicología Cog

(1) No se distingue entre Terapia de Conducta y Modificación de conducta.

nitiva y que el intento de incorporar variables típicamente cognitivas (ideas, pensamientos,...) no ha tenido unos resultados muy favorables en lo relativo a los instrumentos elaborados para su medición. La aparición de las terapias cognitivo-conductuales como tales, independientemente de su valía clínica (la cual aquí no se analiza), ha colaborado a esa desorganización y falta de rigor que puede apreciarse en algunas publicaciones y, quizás más grave, en la práctica clínica. Segura (1985), refiriéndose a estas consideraciones, califica el periodo actual como "un peligroso estadio de falta de rigor y vuelta al pensamiento científico".

Quizás sea esta una afirmación excesivamente parcializada de la realidad puesto que no toda la Modificación de Conducta es de influencia cognitiva; ni la única vertiente en la que tiene sentido la evaluación conductual es, asimismo, la cognitiva.

Sin embargo, debe recalcar que hay un vivo interés, y cada vez más, en los modificadores de conducta (y por ende evaluadores conductuales) en profundizar en aspectos metodológicos y psicométricos que permitan gozar de suficientes garantías para una correcta aplicación.

No pretendemos en este apartado hacer un desarrollo exhaustivo de las características de la Evaluación Conductual, que por otra parte son conocidas, sino centrar la discusión sobre algunos puntos que configurarían los elementos básicos de los planteamientos que efectuaremos posteriormente y que serán analizados mediante sistemas de ecuaciones estructurales(1).

(1) Para una revisión exhaustiva de los elementos constituyentes de la evaluación Conductual deben consultarse Ciminero, Calhoun y Adams (1977); Cone y Hawkins (1977); Fernández y Carrobles (1981); Haynes (1978); Haynes y Wilson (1979); Keefe, Kapel y Gordon (1978); Hersen y Bellack (1976); Mayor y Labrador (1984); y Foa y Emmelkamp (1983) entre otros.

Teniendo en cuenta que el campo de actuación de la modificación de conducta es muy amplio, nos centraremos en un aspecto concreto que, a pesar de ser objeto de múltiples análisis, sigue manteniendo incógnitas por resolver, sobre todo en lo tocante a su medición y evaluación. Nos referimos concretamente al campo de la ansiedad social, es decir el malestar que experimenta el sujeto ante situaciones de carácter social (citas, relaciones sociales, hablar en público,...)

Aún así, nos encontramos con una amplia gama de situaciones a las que podríamos calificar como ansiedad social. Dentro de esta última denominación tendrían cabida situaciones relacionadas con ansiedad en entrevistas, relaciones con personas de sexo opuesto, asertividad, relaciones de tipo laboral y otras muchas que harían la relación extremadamente tediosa. Así pues, nos referiremos únicamente a la ansiedad social para referirnos a cualquiera de esas posibles situaciones.

5.1. Medición De La Ansiedad Social.

En general, se ha establecido el desarrollo de la evaluación de la ansiedad social, así como en otras áreas, a partir de los modelos conductuales que en los años 60 y 70 introdujeron como elemento relevante al Organismo. En concreto, como señala Nelson (1983) los modelos de Kanfer y Saslow (1969) y Golfried y Sprafkin (1976). (E-O-R-K-C y E-O-R-C respectivamente), ampliamente conocidos, modificaron substancialmente las características de los procedimientos de medición, e igualmente en el caso que nos ocupa. De ahí que actualmente se da una importancia extrema, en algunas líneas de la modificación de conducta, al análisis de los componentes cognitivos del sujeto.

En consecuencia, y empleando los términos de Wortman (1983), este meta-análisis (análisis del análisis evaluativo) deberá tener en cuenta las características de los instrumentos de medida de variables cognitivas, que por otra parte, constituye uno de los problemas fundamentales a tratar.

Nos limitaremos a describir brevemente, a la vez que señalar los posibles desajustes, las estrategias que se emplean en el análisis de la ansiedad social (1). Anticipándonos a posteriores desarrollos, ya se puede entrever que nos encontramos ante la ya conocida situación en la que la evaluación se establece mediante el análisis y registro de variables típicamente motoras, fisiológicas o cognitivas. Cada uno de los diferentes canales han desarrollado sus propias técnicas e instrumentos, a pesar de que no en los tres se da el mismo nivel de rigor y precisión.

Volviendo a consideraciones más generales acerca de la ansiedad social y de la asertividad, se han planteado algunas propuestas en forma esquemática para representar el mecanismo que es responsable de la aparición de conductas ansiosas o no ansiosas en situaciones sociales. En ese sentido Evans (1985) presenta un modelo como estrategia para la selección de conductas en situaciones sociales (Tabla 5.1.). En este modelo se presentan una serie de "causas" (izquierda de la figura) que son conductas características del individuo y que se derivan del aprendizaje previo. Por otra parte se plantean una serie de "consecuencias" que dan cuenta de la conducta social. Las interferencias en ese proceso originan la presencia de conductas ansiosas. Esas alteraciones del proceso, si se contempla desde un punto de vista cognitivo (siguiendo los plantea

(1) Para una revisión global de la evaluación de la ansiedad social (Habilidades sociales) pueden consultarse Blanco (1981); Eisler (1976); Eisler, Miller y Hersen (1973); Galassi y Galassi (1978) Gil (1984); Hersen y Bellack (1977) o Bellack (1979) entre otros

mientos de Mahoney, 1974 o de Meichembaum, 1977), radicarian en interpretaciones erróneas de la situación real e incluso en la anticipación de consecuencias negativas imaginarias de la conducta que el sujeto elicitaría, con lo cual se produce una inhibición.

Por contra si la alteración del proceso se atribuye a factores no cognitivos, deberemos centrar nuestra atención a los indicadores observables de ansiedad, ya sea de carácter motor, como fisiológico.

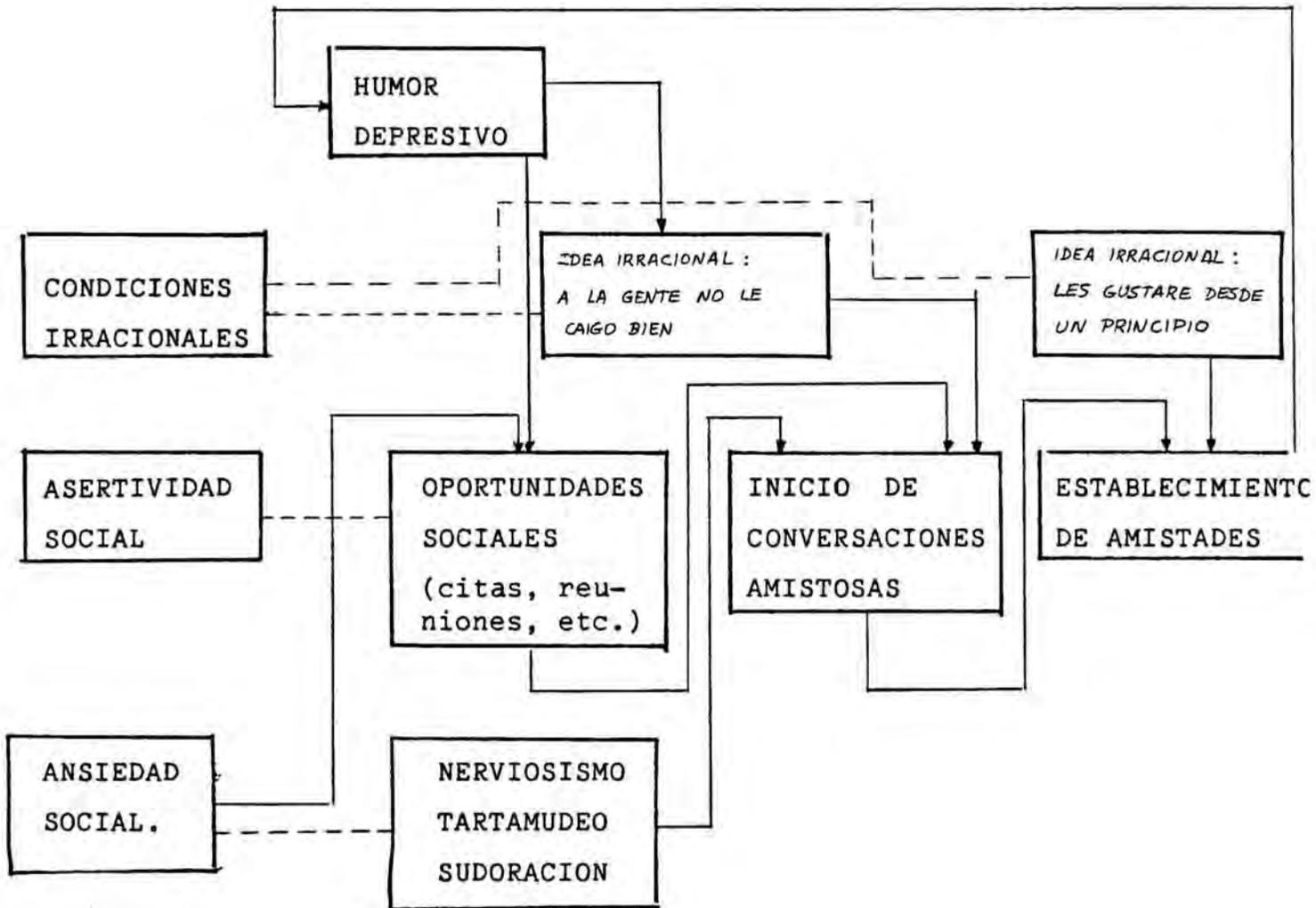
En consecuencia, un intento integrador de estas consideraciones deberá incluir en el proceso evaluativo los elementos necesarios para disponer de información fiable con respecto a las tres vertientes mencionadas: motor, fisiológico y cognitivo. En la mayoría de los trabajos relacionados con la ansiedad social y su tratamiento es frecuente comprobar que las medidas de carácter motor y cognitivo son utilizadas, no ocurriendo lo mismo en el caso del canal fisiológico (debido a su elevado coste).

Cabe destacar el carácter ambivalente de las características de las variables cognitivas, de tal modo que no solamente cumple un papel de indicador, sino que, a partir de las consideraciones de la línea cognitivo-conductual, debería analizarse para la localización de posibles factores que expliquen la conducta desadaptada a tratar. Independientemente de que nuestra atención se centrará preferentemente en este último sistema de medición, desarrollaremos parcialmente las características de los canales motores y fisiológicos con respecto a la evaluación de la ansiedad social.

5.1.1. Características del canal Fisiológico.

En general, desde un punto de vista aplicado, el psicólogo clínico no utiliza este tipo de medición. Lógicamente ello se debe al costo y complejidad que entraña. Tampoco es demasiado frecuente encontrar publicaciones especializadas en las que se integren las medidas fisiológicas en la selección variables dependientes.

TABLA 5.1.: Componentes conductuales de las disfunciones ansiosas sociales (Evans, 1985).



A los problemas inherentes a las características de la medida (ley de los valores iniciales, reactividad, artificialidad,...) hay que unir la problemática que implica la selección del tipo de parámetro a registrar. Se ha mostrado que, básicamente, el ritmo cardíaco y la actividad electrodermal (RC y EDA respectivamente) son sensibles para discriminar entre sujetos ansiosos y no ansiosos.

Ello no implica, por su parte, que la evidencia de la que se dispone sea suficiente para descartar el uso de otros parámetros como el ritmo respiratorio, electromiografía, presión sanguínea, etc.

En este sentido LaDou, Ellman, Callaway, Edminster y Christensen (1962) ya efectuaron un análisis de los correlatos fisiológicos de la ansiedad manifiesta, utilizando diversos indicadores (como concentraciones en sangre de determinados ácidos). Del mismo modo, Kelly, Brown y Shaffer (1970) muestran que la presión sanguínea (tanto basal como postestimular) y el ritmo cardíaco postestimular son sensibles para diferenciar entre sujetos ansiosos y no ansiosos. (TABLA 5.2.)

TABLA 5.2.: Datos reportados por Kelly, Brown y Shaffer (1970) para el análisis de los registros fisiológicos en el estudio de la ansiedad.

TIPO REGISTRO	SUJETOS NO ANSIOSOS		SUJETOS ANSIOSOS		F(1,48)
	\bar{X}	S	\bar{X}	S	
Presión sanguínea basal	1,58	0,61	2,40	0,99	4,9.
Presión sanguínea Postestimular	2,40	0,72	3,15	1,32	5,4.
Ritmo cardíaco postestimular	72,27	9,49	81,86	13,75	7,5..
	. (p < 0,05)	.. (p < 0,01)			

Por contra no mostraron diferencia significativa entre los dos grupos establecidos la resistencia de la piel, la conductancia, EMG ni la dilatación vasomotora cutánea. De ahí que pueda plantearse que no siempre es fácil la elección de una medida apropiada, aunque sea factible pensar que los índices clásicos de la ansiedad (psicométricos) estén asociados con respuestas vasculares diferenciales. Esta especialidad de la actividad fisiológica se traduce (Forrest y Kroth, 1972) en la identificación de una ansiedad rasgo (aumento de drive ocasionado por ansiedad general - Hipótesis de la cronicidad) y de una ansiedad estado (aumento de drive por ansiedad experimentada en una situación específica - Hipótesis de la reactividad emocional), que sustenta la estructuración factorial que posteriormente trataremos.

Con respecto a la utilización de las medidas fisiológicas en la evaluación de la ansiedad social, debe decirse que no excesivamente frecuente, puesto que la situación estimular necesaria para una evaluación situacional hace muy difícil su utilización, excepto en el caso de las técnicas telemétricas.

Grass y Fremouw (1982) en su análisis sobre la reestructuración cognitiva y la relajación para el tratamiento del miedo a hablar en público (esta es, conjuntamente con la situación de entrevista, las situaciones sociales más utilizadas) usaron el ritmo cardiaco de los sujetos ante la situación real de una conferencia, para la evaluación pre y post-tratamiento.

Otro de los aspectos típicos de las medidas fisiológicas, y con ello nos apartamos ligeramente de nuestro campo temático, es su utilización en los tratamientos conductuales del dolor crónico (Linton, 1982) preferentemente la miografía. Este tipo de registro se ha puesto en práctica sobre todo en sistemas de retroalimentación en procedimientos de relajación, ejemplo evidente de la relación entre medición y tratamiento.

El registro del ritmo cardíaco en estudios de ansiedad presenta en general una característica común: el empleo de sujetos con ansiedad no específica. Es decir, en estos trabajos se analiza la ansiedad no relacionada con referentes situacionales no específicos, obteniéndose con ello medidas de ansiedad rasgo. Tanaren, Carney y Allen (1985) emplearon electromiografía en la conductancia de la piel en la evaluación de la ansiedad que presentaban sujetos con patologías de carácter psicossomático, encontrando la misma sensibilidad de discriminación que los autoinformes administrados. En consecuencia, los parámetros fisiológicos empleados en investigaciones relacionadas con la evaluación de la ansiedad son incluidos como variables a registrar para con ello obtener información acerca de sus posibilidades de discriminación de ansiedad estado. Del mismo modo es frecuente comprobar que las medidas fisiológicas son usadas en trabajos con un carácter psicométrico, analizando la validez de cuestionarios conductuales mediante el estudio de las correlaciones entre la escala a validar y el parámetro seleccionado. Una revisión de este tema acerca del ritmo cardíaco puede verse en Burnett, Taylor, Thoresen, Rosekind, Miles y DeBusk (1985), incluso introduciendo el análisis del ritmo cardíaco durante el sueño.

Por último, señalar que las posibilidades de obtener medidas fisiológicas se extienden incluso al uso de cuestionarios en los que los ítems están dirigidos a su análisis. Así el autoinforme APQ (Automatic Perception Questionnaire) de Mandler, Mandler y Uviller (1958) (usado por Cross y Fremouw, 1982) es un ejemplo de ello, aunque no son de frecuente utilización. Sin embargo, quizás deberemos plantearnos que una posible salida que potencia el canal fisiológico sea la introducción de los "potenciales evocados" en la evaluación conductual (Hillyard y Kutas, 1983).

5.1.2. Características del Canal Motor (Registro Observacional).

Es este el tipo de medición propia de la evaluación conductual en tanto en cuanto se basa en la definición topográfica de la conducta, requisito que se da igualmente en el proceso de tratamiento conductual. Por ello, el registro observacional merece las mayores consideraciones de garantías para su uso, tanto indirectamente como en su modalidad directa (ésta última opción no es muy frecuente en la práctica clínica).

Una prueba de la extensa frecuencia de su uso lo reporta Kelly (1977) en un estudio bibliométrico del que se desprende que de 293 publicaciones, el 76% emplean datos de carácter observacional, tanto en estudios de carácter clínico (como variable dependiente) o en estudios psicométricos de validez. Este porcentaje es repetible cuando nos centramos en el campo de la ansiedad social, puesto que la mayoría de trabajos incorporan este tipo de registro. En general se emplean en situación de entrevista, o de interacción personal e incluso, en sujetos con miedo a hablar en público, en la situación de conferencia. Durante un periodo de tiempo no excesivamente grande (entre 3 y 10 minutos) se filma en video la actuación del sujeto medido, sometiendo los eventos obtenidos a un sistema de valoración específico. También es frecuente que durante el periodo filmado se registren los valores de variables no estrictamente motoras, como el contacto ocular o la intensidad de la voz. En cambio, no es fácil la aplicación del registro de la conducta ansiosa del sujeto en la realización de unos pasos jerarquizados establecidos (como en el caso del moldeamiento, Bados y Guardia, 1983). Un ejemplo típico de registro observacional lo encontramos en Kolotkin y Wielkiewicz (1984) que sometieron a los sujetos a una interacción con una persona del sexo opuesto para obtener una medida de ansiedad social. Una utilización similar es presentada por Keane, Lawrence, Himadi, Graves y Kelly (1983) en un estudio acerca de la percepción de la conducta asertiva. Lógicamente, el uso de medidas observaciono

nales no está restringida al estudio de la ansiedad, sino que se ha extendido a otras áreas como la medicina conductual (Fordyce, 1982). Igualmente hay que señalar que la actividad motora de los sujetos es registrable por medios mecánicos distintos del video. Tryon (1984) presenta una serie de alternativas, muy sofisticadas algunas, para aligerar la difícil tarea del registro observacional. Sin embargo, estos medios son muy costosos y no excesivamente disponibles en la actualidad. A pesar de ello, quizás son una alternativa válida a considerar. Bricker y Pruzansky (1980) presentan un estudio acerca de los medios automáticos para el registro del miedo a hablar en público en el que el 98% de los sujetos medidos coincidieron sus datos con los criterios externos establecidos.

Con respecto a este último tipo de ansiedad social, uno de los registros observacionales más comunmente utilizado es el Timed Behavioral Checklist for Performance Anxiety (TBCPA) de Paul (1966) Consiste en una serie de secuencias específicas a partir de las cuales se obtiene una puntuación del sujeto. Otras de las denominadas "medidas conductuales" pueden verse empleadas en, por ejemplo, Cross y Fremouw (1982) (empleando el Self-Reported Behavior -BSR- de Trusell, 1978) o el conocido trabajo de Trexler y Karst (1972) utilizando el Finger Sweat Print (FSP). De este último se han hecho modificaciones de acuerdo con los intereses de los autores, siendo uno de los más populares el Overall Rating of Speech Anxiety de Fremouw y Harmatz (1975).

Para reducir el volumen que supondría el análisis de los diferentes componentes conductuales que son susceptibles de registro en situaciones sociales, planteamos el esquema de la tabla 5.3. que contiene los registros más comunes.

Del mismo modo que estos componentes exigen para su registro la actuación de un observador externo, a pesar de ello, es perfectamente posible la utilización de medidas observacionales mediante auto-registros, como el empleado por Emmelkamp. (1974) en el tra-

TABLA 5.3.: Componentes de la Conducta Social registrados (v)

. Según Kolotkin, Wielkiewicz, Judd y Weiser (1983)

- 1) Características del habla
 - Duración de la respuesta (tiempo)
 - Latencia de respuesta (tiempo)
 - Sonoridad de la voz (decibelios)
 - Fluidez (medida subjetiva)
 - Tono afectivo (medida subjetiva)
 - Interrupciones nerviosas (gigling en el original inglés)
- 2) Contenido de la Conversación
 - Frecuencia de aparición del "yo"
 - Frecuencia de aparición del "tu"
 - Contenido afectivo (subjetiva)
 - Contenido no asertivo
 - Cambios
 - Tópicos
 - Expresión de pensamientos u opiniones (cognitiva)
- 3) Conductas no verbales
 - Ausencia de respuesta
 - Duración contacto ocular
 - Sonrisas
 - Postura corporal
- 4) Global
 - Asertividad
 - Agresividad

- . Según Jacobs y Cochran (1982): Behavioral Tracking
 - 1) Ansiedad pre-conducta
 - 2) Asertividad Verbal
 - 3) Asertividad no verbal
 - 4) Ansiedad durante la ejecución de conducta
 - 5) Consecuencias de la conducta.

- . Según Carrasco (1985)
 - 1) Contacto ocular
 - 2) Utilización de las manos
 - 3) Postura corporal
 - 4) Habla fluida
 - 5) Distancia física
 - 6) Inflexión de la voz
 - 7) Expresividad facial

- . Según Gervasio, Pepinsky y Schewebel (1983)
 - 1) Análisis de contenido de los elementos verbales usados en el discurso del sujeto.

- . Según Higa, Tharp y Calkins (1978)
 - 1) Omisión de respuestas
 - 2) Respuestas adecuadas
 - 3) Sobreproducción de respuestas

- . Según Golfried y Trier (1974) y Fremouw y Zitler (1978)
 - 1) Duración del silencio.

(*) Sólo se han consignado algunas de las aportaciones más conocidas.

tamiento de agorafóbicos.

El hecho de que las mediciones de carácter observacionales presenta, como ya es conocido, la problemática del observador. En el caso de la ansiedad social, los valores obtenidos en la aplicación del TBCPA que presentan Klonoff, Revis y Tice (1985) muestran que el orden de presentación de los diferentes estímulos provocaran valores diferentes en los observadores. Estos debían puntuar entre 1 (mínima ansiedad) y 10 (máxima ansiedad). Las secuencias del TBCPA ordenadas en tres secuencias distintas: ansiedad creciente, decreciente y aleatorizadas. Los sujetos ^{puntuaron} con valores más altos las secuencias de ansiedad creciente que el resto. Con ello se comprueba que a pesar de que el registro observacional es el que goza de mayores garantías no está exento de limitaciones en su uso. Señalaremos a continuación algunas de ellas.

Recientemente Bellack (1983) en un trabajo en el que manifiesta ese énfasis en los sistemas observacionales en las situaciones sociales, plantea una serie de limitaciones o factores que deben prevenirse cuando esta medición se emplea. Señala que se da cierta variabilidad entre los sistemas de registro que dificultan las comparaciones entre distintos procedimientos de registro. Entre ellos cabe destacar:

- . Variabilidad en la selección y definición de conductas a registrar
- . Variabilidad en los procedimientos de medida
- . Variabilidad en los niveles de observación (molar versus molecular)

Lógicamente, parte de esas variaciones entre procedimientos de registro puede justificarse por necesidades intrínsecas del objeto de estudio. Cabe destacar entre estos factores que influyen la elección de medida en observación a las siguientes:

- . Sistema de observación: No se obtiene la misma precisión con registros en vivo o en vídeo. Cada sistema presenta ventajas e inconvenientes. Mientras que el registro en vivo y directo podría revertir en una constatación de validez e cológica; el registro en vídeo permite el análisis molecular de la conducta.

- . Area de Evaluación: No se puede plantear un mismo listado de conductas seleccionadas al tratar de medir el componente ansioso de conductas por ejemplo, asertivas o de contacto heterosocial. A pesar de que ambas puedan incluirse como exponentes de ansiedad social, sus características situacionales no permiten un asimilación entre ambas.

- . Características del sujeto: Igual que en punto anterior se presenta esa imposibilidad de unificación puesto que la selección conductual que se efectue en un sujeto esquizofrénico (como ejemplo) no será la misma que la que pueda plantearse en el sujeto típico de investigación (generalmente estudiantes). De ahí que sean de gran importancia los estudios acerca de patrones conductuales en sujetos patológicos.

- . Propósito de la Evaluación: Del mismo modo, no son comparables registros observacionales efectuados en la práctica clínica (en general menos rigurosos) que en los trabajos de investigación (más controlados). La clínica no tiene, salvo excepciones, la necesidad de unos registros muy complejos.

Estos puntos que hemos citado, señalan una serie de divergencias justificadas que se dan entre procedimientos de registro observacional, que a pesar de que se hayan establecido a partir de estudios sobre la ansiedad social, pensamos que son perfectamente extrapolables a consideraciones de más amplio abasto. De cualquier modo, y a modo de colofón, debe mencionarse que a pesar de las diferencias que puedan apreciarse, todos los procedimientos deberán coincidir en una correcta selección de medidas, basadas en tres posibilidades:

- . Frecuencia de la conducta
- . Duración de la conducta
- . Determinación de ocurrencia o no ocurrencia de conducta.

5.1.3. Características del Canal Cognitivo (Autoinformes Conductuales).

Nos referiremos en este punto a la creciente actividad que se ha desarrollado en torno a los autoinformes, que algunos han presentado como referente empírico del canal cognitivo, aunque ello es demasiado suponer. De hecho, los cuestionarios que se utilizan no se formalizaron como una autentica operativización de variables cognitivas, pero la práctica ha llevado a considerarlos así. En el campo de la ansiedad social podemos comprobar alguno de los aspectos en los que la evaluación conductual no ha resuelto satisfactoriamente. Se observa que hay una excesiva producción de cuestionarios, unos provenientes de los modificadores de conducta; otros recuperados para la evaluación conductual desde el campo psicométrico. Sin embargo estos últimos son la excepción y, en general, los autoinformes conductuales no han pasado por una necesaria fase de validación, aún cuando se reconozca su importancia

Cone (1976, 1977); Martínez Arias (1981).

El registro de variables cognitivas se ha hecho necesario, según algunos, cuando se han mostrado eficaces las terapias cognitivas para el tratamiento de determinadas conductas desadaptadas tal como se evidencia en el trabajo de Miller y Berman (1983), a pesar de ser conscientes, como señala Párraga (1984), de la insuficiencia de datos para establecer definitivamente el potencial y las limitaciones de la modificación de conducta cognitiva (Meichembaum y Cameron, 1980). Muchos son los trabajos en los que los aspectos cognitivos se han puesto en juego. Desde los trabajos en los que se utilizaron mediciones propias de los autores, como Nisbett y Schachter (1966), ó el clásico artículo de Meichembaum (1975) empleando escalas para la evaluación de la creatividad, y ya más recientemente, con una orientación más experimental, los trabajos de Golfried y Sobocinski (1975) acerca de los efectos de las creencias irracionales en el arousal emocional; o las publicaciones sobre la eficacia de terapias cognitivas, del que supone un excelente ejemplo el de Emmelkamp y Mersh (1982) siguiendo con los tratamientos en agorafóbicos utilizando cuestionarios con clara intención cognitiva.

Debe señalarse de antemano que la información que se obtiene mediante la administración de cuestionario difiere en parte de la que se consigue en entrevista directiva. McPherson y Cocks (1983) presentaron^a una serie de pacientes las cuestiones que integraban los ítems de las escalas (básicamente clínicas) a través de entrevista. Sus resultados evidenciaron un comportamiento diferencial entre ambos tipos de datos. Ahora bien, entre ambas mediciones hubo un lapso de tiempo que pudiera explicar las diferencias por la presencia de factores no controlados. En consecuencia, a pesar de que los autoinformes puedan proveer de información relevante, no es factible utilizar sólo este tipo de medición como una estrategia en un proceso evaluativo.

En este sentido no es extraño observar que en trabajos dirigidos al estudio de la eficacia de tratamientos, la evaluación pre y post-tratamiento se basa únicamente en cuestionarios conductuales. Por ejemplo Gil (1983) presenta una revisión sobre el miedo a hablar en público en la que se patentiza este aspecto.

Paralelamente al uso de escalas formalizadas, también se utilizan, en ansiedad social como en otras áreas, el autoinforme del sujeto basado en la introspección. El sujeto puntúa en una escala determinada su grado de malestar. Por ejemplo, Watson y Marks (1971) presentan una escala de 0 a 8 puntos, en la que el 0 corresponde a la mínima ansiedad y 8 a la máxima. En este caso hay un intento de validación, pero ello no es frecuente, puesto que a menudo se establece una escala de estas características ajustada a las necesidades del autor correspondiente, generalmente asociadas a exigencias situacionales.

La medición de variables cognitivas está íntimamente ligada a la aportación de los terapeutas cognitivos, como Ellis (1962), Beck (1976) o Meichembaum (1977) y fundamentalmente está basada en cuatro procedimientos:

- . Evaluación en vivo (ante situación ansiógena)
- . Evaluación en situación imaginada (de un ítem ansiógeno)
- . Evaluación mediante la descripción detallada (incluso escrita) de los pensamientos habidos en la situación en vivo (Cacioppo y Petty, 1981)
- . Cuestionarios y autoinformes

Last, Barlow y O'Brien (1985) en un intento de mostrar que los pensamientos no adecuados estaban relacionados con aspectos ansiosos, evaluaron las cogniciones de cuatro sujetos ansiosos a lo largo de varias sesiones, clasificándolas en negativas, positivas o neutras. Obtuvieron un valor para cada sujeto en la escala de 0 a 8 de Watson y Marks (1971) para cada situación presentada

al sujeto. La tabla 5.4. recoge las correlaciones obtenidas por estos autores en la que se aprecia como las cogniciones negativas correlacionan positiva y significativamente con ansiedad, mostrando tendencia contraria (pero igualmente significativa en general) la relación entre pensamientos positivos y ansiedad. De ahí que se pueda plantear que el sujeto ansioso se caracteriza por la presencia de ideación negativa con respecto a los no ansiosos. De hecho Ellis (1962) ya plantea la misma relación a nivel más global (no ya sólo con ansiedad) aunque sin preocuparse en exceso por cuestiones formales y técnicas.

Se ha discutido ampliamente la diferencia que implica la medición ante el estímulo en vivo o en situaciones en las que el estímulo ansioso no está presente. Lógicamente, tal hecho debe reír también plantearse en la evaluación conductual cognitiva.

TABLA 5.4.: Correlaciones entre la evaluación de ítems (positivos/negativos) con los reportes de ansiedad de cuatro sujetos de Last, Barlow y O'Brien (1985).

	IDEAS NEGATIVAS	IDEAS POSITIVAS
Sujeto 1	0,85 (p < 0,005)	-0,58 (p < 0,05)
Sujeto 2	0,80 (p < 0,005)	-0,70 (p < 0,005)
Sujeto 3	0,50 (p < 0,05)	-0,38 (p < 0,05 -No sig.)
Sujeto 4	0,44 (p < 0,05)	-0,66 (p < 0,005)

Para el análisis de estos aspectos, Last, Barlow y O'Brien (1985) en una segunda fase de su trabajo efectuaron la medición del nivel de ansiedad de los cuatro sujetos con la escala de 0 a 8 citada, durante la sesión terapéutica y en el periodo de post-sesión, utilizando como situación prototípica el valor máximo de ansiedad reportado en cada sesión por los sujetos. En la figura 5.1. se aprecia como ambos valores están relacionados. No se observan diferencias extremas entre el valor reportado en el ítem de máxima ansiedad durante las sesiones y el registro post-sesión para cada sujeto.

Con ello se evidencia que la utilización de escalas y cuestionarios parece perfectamente viable en situaciones en las que el estímulo ansiógeno no esté presente.

Los cuestionarios que se emplean en la evaluación de la ansiedad social, en general pueden clasificarse en tres estrategias:

- . Cuestionarios de asertividad
- . Cuestionarios de ansiedad general
- . Cuestionarios de ansiedad ante situaciones específicas.

A estas tres posibilidades hay que añadir los cuestionarios de carácter cognitivo que son empleados en trabajos con esa influencia.

Leary (1983) al tratar la adecuación de los cuestionarios de ansiedad social, plantea que las medidas de autoinformes que se usan generalmente confunden la medida de la propia ansiedad social con la medida de conductas específicas que a menudo, no siempre, acompañan la aparición de ansiedad social. Esa confusión no siempre se establece claramente puesto que se obtienen correlaciones significativas entre las tres estrategias que presentamos anteriormente. Ello además se ve confirmado por el hecho de que la factorialización estado-rasgo no es siempre ortogonal. Parece ser que

usualmente, son preferibles medidas situacionales (específicas) o incluso de estado, que las medidas más generales tal como se muestra en Bernstein (1973) o Kolotkin (1980).

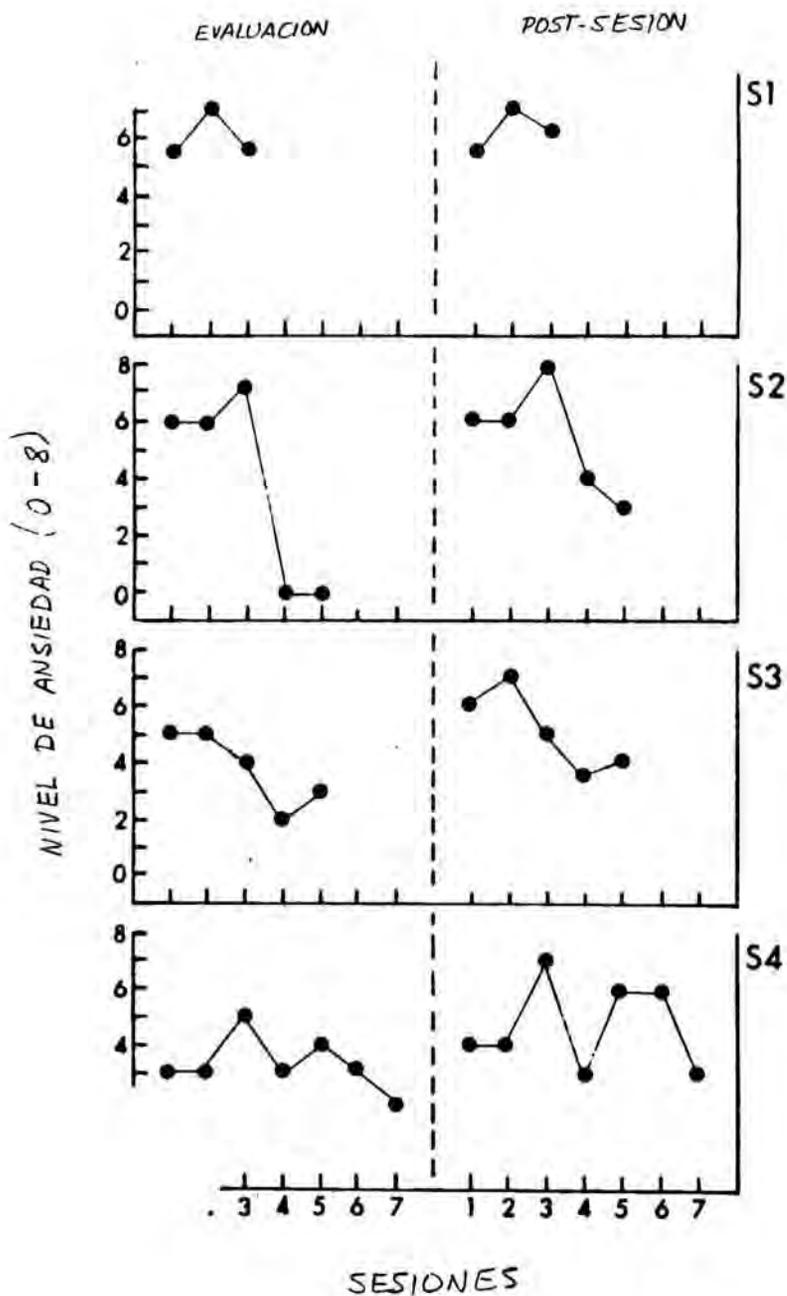


FIGURA 5.1.: Valores de autoinforme de ansiedad durante la sesión de evaluación cognitiva y en el periodo post-sesión (Last, Barlow y O'Brien 1985).

A modo de resumen muy esquemático, recogemos una agrupación de los principales cuestionarios usados en la evaluación conductual, a partir de la clasificación general presentada por Hollon y Bemis (1976). (Tabla, 5.5).

En esta clasificación se han agrupado algunos de los cuestionarios de ansiedad social en función, primero, de su aplicación, (general o específica) y en segundo término en función de características propias de la escala, ya sea por la existencia de elementos situacionales o no y atendiendo a factores netamente psicométricos.

Queremos enfatizar que los cuestionarios relacionados son escalas con validación psicométrica, elemento éste que no se da en todas las instrumentalizaciones de autoinformes conductuales. Igualmente, debe mencionarse que en la bibliografía están descritos muchos más cuestionarios de los que aquí se han presentado. Por ejemplo el SISST (Social Interaction Self-Statement Test) desarrollado por Glass, Merluzzi, Biever y Larsen (1982) incluyendo validación psicométrica, o el Test Anxiety Scale (empleado por Glass y Arnkoff, 1983), SUDS (Subjective Units of Disturbance Scale) (Empleado por Marshall, Stoian y Andrews, 1976), SP (Susceptibility to Punishment) (Torrubia y Tobeña, 1984), CRI (Conflict Resolution Inventory) (Factorializado por Klars, 1981) MPQ (McGill Pain Questionnaire) (Replicado por Reading, Everitt y Sledmere, 1982), etc.

Los evaluadores conductuales han dedicado parte de su atención a la investigación relativa a la comparación entre sistemas de medida de una misma conducta e incluso a las características peculiares del artefacto de medición. Así, Berndt, Schwartz y Kaiser (1983) estudiaron el grado de "legibilidad" de algunos cuestionarios de ansiedad y depresión, utilizando indicadores tales como rapidez lectora de los sujetos, comprensión de los ítems, etc.

TABLA 5.5.: Taxonomía de los autoinformes conductuales utilizados en la evaluación de la ansiedad social.
(Modificación de Hollon y Bemis, 1976).

AMBITO DE APLICACION	GENERAL	
	SITUACIONES PRESENTADAS POR EL INVESTIGADOR	ITEMS ABIERTOS
ESPECIFICOS	SIN REFERENTE SITUACIONAL:	<ul style="list-style-type: none"> . Análisis de pensamientos e ideas del sujeto.(Caccioppo y Petty,1981) . Cuestionario de pensamientos (Klinger, 1978)
	CON REFERENTE SITUACIONAL:	<ul style="list-style-type: none"> . Medidas de descripción del pensamiento. . Medidas del pensamiento disfuncional.
	SIN REFERENTE SITUACIONAL:	<ul style="list-style-type: none"> . Irrational Belief Test (IBT) (Jones, 1968) (Factorializado por Lohr y Bonge, 1982) . Rational Behavior Inventory (RBI) (Whiteman y Shorkey, 1978) (Factorializado por Himle, Thyer y Puspudorf, 1982)
	CON REFERENTE SITUACIONAL:	<ul style="list-style-type: none"> . Cognitive Somatic Anxiety Questionnaire (Schwartz, Davidson y Goleman, 1978) . Interpersonal Attraction Inventory (Keane, Wedding y Kelly, 1983) . Situaciones de la Pointe y Harrell (1978)
	CON REFERENTE SITUACIONAL:	<ul style="list-style-type: none"> . Personal Report Confidence Speaker (PRCS) (Paul, 1966)
	SIN REFERENTE SITUACIONAL:	<ul style="list-style-type: none"> . Manifest Anxiety Scale (MAS) (Taylor, 1953) . Affect Adjective Checklist (AACL) (Zuckerman, 1960) . Multiple AACL (Zuckerman, Lubin y Rinck, 1983) . Zuckerman Inventory of Personal Reactions (Zuckerman, 1977) . STABS (Suinn, 1969) . STAI (Spielberger, Gorsuch y Lushene, 1970) . Anxiety Differential (Husek y Alexander, 1963)

.../...

ESPECIFICOS

SITUACIONALES

- CON REFERENTE SITUACIONAL:
- . FNE y SAD (Watson y Friend, 1969)
 - . E-R (Endler, Hunt y Rosenstein, 1962; Endler y Hunt, 1968; Endler y Okada, 1975)
 - . RAS (Rathus, 1973) SRAS (McCormick 1984)
 - . Assertion Inventory (AI) (Gambrill y Richey, 1975)
 - . Personal Assertion Analysis (PAA) (Hedlund y Lindquist, 1984)
 - . PSC (Feringstein, Scheier y Buss, 1975)

Los resultados obtenidos muestran que la mayoría de cuestionarios administrados presentaban alguna dificultad en la redacción de los ítems. Ello se agravará en la utilización que hacemos de esas escalas, puesto que la mayoría están traducidas simplemente, sin estandarización a la población española.

Sin embargo, buena parte de las características de los autoinformes conductuales nos viene a través de su empleo e inclusión en baterías que los autores establecen para su evaluación pre y post-tratamiento. Usualmente dedican parte de su investigación a la justificación de la selección de cuestionarios, aportando información al respecto; como puede verse, por ejemplo, en Deffenbacher y Shalton (1978); Weissberg (1977) o Dow, Biglan y Glasser (1985). Análisis comparativos entre cuestionarios pueden consultarse en Carrasco, Clemente y Llavona (1984) entre RAS y AI; Green, Burkhart y Harrison (1979) entre autoinforme y registro observacional; Crossberg y Wilson (1965) entre autoinformes clásicos (entre ellos el MAS); Law, Wilson y Crassini (1979) (acerca del RAS) o Borkovec y Craighead (1971) (sobre varias técnicas de evaluación). La mayor parte de estos trabajos se basan en un desarrollo en publicaciones "pioneras" en el estudio comparativo entre técnicas de medición y no es difícil encontrar, en consecuencia, referencias a la obra de Hersen (1973, 1976); autor con una honda preocupación metodológica y psicométrica.

5.2. Desajustes En La Investigación Clínica Aplicada.

Quizás sea conveniente hacer aquí mención breve de la problemática que presentan algunas de las líneas de trabajo típicas de la clínica aplicada. La mayoría de críticas que pueden plantearse provienen de un análisis estadístico y metodológico y son atribuibles a una escasa coherencia con los planteamientos técnicos de la línea conductual. Garfield (1978) recoge una serie de puntos que a continuación esquematizamos y reinterpretemos:

- . Desajustes muestrales: la selección de sujetos no sigue ninguna técnica que garantice su homogeneidad. Normalmente se trata de muestreos accidentales. Si al problema técnico le unimos la dificultad que supone seleccionar sujetos con parecidas características respecto a la patología de interés, hallaremos la clave para no poder solventar esta situación.
- . Inadecuación de los grupos de control: la cuestión mencionada en el punto anterior ya determina el actual, puesto que la misma razón invalida el control establecido. Por otro lado, es frecuente que los grupos de control sean evaluados en dos momentos distintos en el tiempo. Evidentemente, la experiencia clínica de los sujetos en "lista de espera" (tratamiento típico de los grupos control) ya supone cambios en la conducta de los sujetos, con lo que el contraste post-tratamiento está sesgado.
- . Significación clínica versus estadística: Este es un aspecto ampliamente discutido con anterioridad en múltiples trabajos. De hecho, hay que señalar la actitud poco coherente de los investigadores clínicos conductuales y de los estadísticos interesados en el tema. En efecto, si se planteó el uso de los diseños de N=1 como marco natural de la investigación clínica, no puede plantearse el más simple de los diseños de grupo como estrategia para la validación de tratamientos. Debe, en todo caso, profundizarse en extremo en pruebas estadísticas "ad-hoc" para los diseños conductuales que aportase garantías de significación, al menos estadística.

- . Diagnóstico basado en promedios grupales: Tradicionalmente el diagnóstico es un proceso individual, que se cuestiona en la utilización de grupos. Generalmente las comparaciones pre y post - tratamiento se obtiene mediante el estudio de las medias de los grupos, con lo que de nuevo nos enfrentamos con una problemática de carácter metodológico-estadístico.
- . Dificultad de replicación: Toda esta serie de puntos presentados revierten en una gran dificultad en efectuar replicaciones de investigaciones.

Todos estos puntos se ven acompañados por los desajustes que en sí mismas presentan las técnicas evaluativas que trataremos a continuación.

5.3. Desajustes de las Técnicas Evaluativas.

Desarrollaremos este apartado de forma igualmente esquemática, siguiendo para ello los planteamientos de Nelson (1983) que pueden resumirse del siguiente modo:

- . Imperfección de las técnicas de evaluación: A pesar de que es mucha la investigación dedicada a este aspecto, las técnicas de evaluación no presentan, en general, datos con respecto a sus garantías psicométricas. El proceso de construcción, sobretodo de escalas, no contiene los elementos necesarios para que su utilización sea segura. Es muy poco frecuente analizar con detenimiento las características del marco teórico referencial que justifique la selección de los ítems. Menor es aún ^{el número de} cuestionarios de los que se conocen versiones preliminares dirigidas al estudio de la discriminabilidad de los ítems incluidos

o en los que se reporten datos respecto a su fiabilidad y validez.

- . Dificultad de aplicación: Ello se hace más evidente en los registros observacionales, en los que, como veíamos, necesidades situacionales hacen variar el proceso de recogida de datos.

- . Escasa estandarización: La mayoría de técnicas de evaluación y en concreto los instrumentos a tal efecto construidos, no se presentan de forma estandarizada, lo cual evidentemente limita la interpretación de los mismos.

- . Escasas escalas de intervalo: los datos que se obtienen en esta línea evaluativa (sobre todo autoinformes) presentan escalas ordinales. Afortunadamente existen criterios más válidos (duración de conducta) que a menudo son empleados.

Si nos centramos en tratar el tema de los cuestionarios conductuales es por, como ya se ha comentado, presentar uno de los puntos conflictivos en la evaluación conductual. Ello no implica que los otros dos canales de medida no sean susceptibles de análisis. Sin embargo, los registros observacionales y los registros fisiológicos, por sus propias características no adolecen de las deficiencias que presentan, en ocasiones, los autoinformes. Tampoco supone una novedad el tratar este tema mediante el sistema de ecuaciones estructurales, puesto que desde un punto de vista psicométrico ya se ha aplicado esta técnica de análisis en el estudio de los cuestionarios para medir ansiedad.

En este sentido Kameoka, Newton, Hoelter y Tanaka (1982) efectuaron una investigación en la que sometieron a algunos cuestionarios (TAI, STAI, MAS y S-R) a un análisis factorial confirmatorio según la estructura teórica que presentan cada uno de los autoinformes citados. Sus resultados muestran que sólo el cuestionario S-R (aplicándose solamente una de las situaciones específicas de las que dispone) presentó un ajuste correcto del modelo de medida correspondiente ($X = 94,54$ con $gl = 105$; $p = 0,758$) mientras que el resto exigieron malos ajustes (en general $p < 0,001$). En la misma línea Marsh y Hocevar (1985) utilizaron el paquete Lisrel para el estudio de los cuestionarios cognitivos, mediante el análisis de fiabilidades, hallando en general valores adecuados. En consecuencia, parece que el punto débil de estos instrumentos de medida reside preferentemente en una escasamente sólida estructura teórica, más que en elementos técnico-psicométricos. Este hecho no debe sorprender en exceso puesto que muchos de los cuestionarios elaborados lo son en base a las necesidades puntuales y concretas del autor, con lo que se evidencia un rechazo a los planteamientos teóricos en su formulación.

Este aspecto que comentamos no sólo se refleja en las estructuras de los instrumentos aquí analizados sino que en otros canales pueden apreciarse procesos paralelos. Nurius (1983) utilizando modelos de series temporales muestra como en registros observacionales a lo largo del tiempo se puede detectar un fenómeno parecido al de los cuestionarios. La falta de estructura teórica posibilita que los cambios que a lo largo del tiempo se producen en la conducta medida no sean recogidos por el instrumento de medida, puesto que éste presenta una estructura rígida y puntual que le impide la previsión de alteraciones conductuales.

De ahí que, como señala Labrador (1984) sea necesaria una mayor eficacia en la elaboración de las técnicas de medición.

Nuestro particular punto de vista al respecto se centra en la admisión de los tres canales de respuesta como válidos y útiles. Mucho se ha discutido acerca de las concomitancias que deben darse entre sistemas de medición. Los resultados de las investigaciones dirigidas a este aspecto presentan resultados poco congruentes y ello nos lleva a pensar que en algunos casos las conclusiones a las que se ha llegado están mediatizadas por aspectos muy concretos: características de la muestra de sujetos utilizada, artefactos de medida, reactividad, análisis estadístico aplicado, etc...

Desde una perspectiva basada en el razonamiento lógico se nos plantea como adecuado asumir que los tres canales deberían correlacionar entre sí. Parece lógico suponer que si un sujeto es fóbico a las serpientes, sus cogniciones acerca del estímulo sean negativas y que sus constantes fisiológicas se vean alteradas en situaciones en las que un modo u otro (piénsese en la imaginación de estímulos) deba interactuar con el estímulo aversivo.

Como decíamos, la evidencia empírica de la que disponemos no es suficiente para plasmar esa relación que parece "lógica" en su formulación. Al contrario, la conducta ansiosa se puede evidenciar por medio de alguno de esos canales. Quizás, ello nos lleva a aceptar un hecho un tanto insólito; las conductas ansiosas pueden darse a nivel cognitivo, motor o fisiológico de modo separado. Evidentemente este es un planteamiento que nos parece fuera de lugar, puesto que la mínima experiencia clínica muestra como los sujetos ansiosos presentan alteraciones en todos los canales.

En virtud de ello, pues, nos queda refugiarnos en nuestro desconocimiento en un "cajón" de aspectos metodológicos que no hemos resuelto. Realmente no encontramos correlaciones entre canales porque no disponemos de técnicas de medición correctas y adecuadas. Ya se ha planteado, y en ello sumamos nuestra opinión personal, que ello se hace más patente en el caso de la utilización de los cuestionarios conductuales. El canal motor (registros observacionales) es el único que por sus propias características nos permite una medición adecuada del sujeto ansioso, aunque sea de carácter muy amplio. La observación de la conducta del sujeto nos dará la posibilidad de concluir si es que se trata de un sujeto ansioso o no. Esta clasificación es demasiado amplia para las necesidades de la investigación aplicada, pero quizás no lo sea para la práctica clínica, que en definitiva es el punto final al que hay que tender.

Del canal fisiológico se pueden plantear ciertas reticencias en su papel de "ayuda al psicodiagnóstico". ¿La aceleración del ritmo cardíaco por si solo puede determinar la definición de un sujeto como ansioso?. Evidentemente no hay evidencia para contestar afirmativamente a esa cuestión. Sin embargo, cualquier psicólogo relativamente familiarizado con el tratamiento de sujetos ansiosos o fóbicos habrá comprobado como la presencia (o imaginación) del estímulo aversivo provoca la aparición de alteraciones fisiológicas: sudoración, palidez, temblores, respiración agitada, etc. Ciertamente es que en sentido estricto, tales indicadores podrían relacionarse con toda seguridad con el canal motor, pero como mínimo nos facilita la suposición de que se den alteraciones fisiológicas de un carácter más interno y por tanto no observables. Tanto en este canal como en el que hemos comentado anteriormente, afortunadamente, la evolución tecnológica está a favor de la tarea del psicólogo.

Al referirnos al canal cognitivo, todas las consideraciones aquí planteadas deben ser reanalizadas. El papel que se otorga a los autoinformes como referente empírico de variables cognitivas es más que discutible, e incluso la acción que las terapias conductuales-cognitivas plantean sobre estas variables tampoco es absolutamente contrastable. Así, cuando nos planteamos la eficacia de estos instrumentos no queda otra solución que colocar un interrogante que indique la prudencia que debe seguir a su aplicación. En diferentes partes de este volumen hemos hecho hincapié en las limitaciones que presentan los cuestionarios; pero no es nuestra intención que ello se interprete como un rechazo a su uso. Debe entenderse como una necesidad en la superación de los elementos que hacen que una técnica simple en su uso se convierta en arriesgada en su interpretación. Nos dedicaremos, pues, a estudiar los autoinformes conductuales desde una perspectiva más global, entendiéndose como tal la situación que se produce cuando el instrumento de medida se analiza como parte integrante de modelos de predicción de la ansiedad.

6.1. Planteamiento de un Modelo estructural (PATH DIAGRAMA) en torno a la Ansiedad Social.

Gil (1984) al referirse a los distintos modelos relacionados con la ansiedad social incluye entre ellos el modelo de la ansiedad condicionada del que se derivan la mayoría de tratamientos basados en la desensibilización sistemática. Nuestro propósito será el de recoger los diferentes componentes de este modelo y operativizarlos mediante el uso exclusiva de autoinformes. En consecuencia, la primera etapa consistirá en identificar esos componentes:

- . Ansiedad social: conductas inadecuadas en situaciones sociales.
- . Asertividad: Incapacidad de expresión de ideas y sentimientos.
- . Ansiedad situacional: Ansiedad experimentada solamente ante situaciones específicas (miedo a hablar en público)
- . Ansiedad rasgo: definido como conducta adquirida y constante.

De acuerdo con lo expuesto anteriormente, deberemos definir una serie de indicadores para cada uno de estos componentes:

- . Ansiedad social: Fear Negative Evaluation (FNE)
Social Avoidance Distress (SAD)
- . Asertividad: Rathus Assertive Schedule (RAS)
- . Ansiedad situacional: Cuestionario S-R (situación de hablar en público)
Cuestionario evaluación miedo a hablar en público
(CEMHP) (Guàrdia, 1984).
- . Ansiedad rasgo: Manifest Anxiety Scale (MAS)
State-trait Anxiety Inventory-forma rasgo -(STAI-T)

Estos componentes están relacionados en función de las características del modelo que se sigue. Las relaciones pueden describirse a nivel verbal del siguiente modo:

- . Los sujetos que presentan un rasgo de personalidad ansioso son sujetos que manifiestan ese rasgo de modo preferente en situaciones sociales.
- . La ansiedad social que experimenta un sujeto determina que *evidencie* conductas inadecuadas en situaciones específicas de carácter social.
- . El sujeto con ansiedad rasgo tiene dificultades en desarrollar una conducta adaptada en situaciones sociales muy ansiógenas (como es la situación de hablar en público).
- . La falta de asertividad se relaciona con la incapacidad de resolución adecuada de situaciones sociales.

Las relaciones que se han planteado configuran una serie de estructuras para su análisis que ponen en juego los distintos componentes que hemos diferenciado anteriormente. De ahí que la unión de los aspectos de medida y de relación entre variables latentes de origen al path diagrama que se presenta en la figura 6.1. y que supone el modelo estructural que someteremos a análisis, recogiendo las modificaciones propuestas en la primera parte de este trabajo.

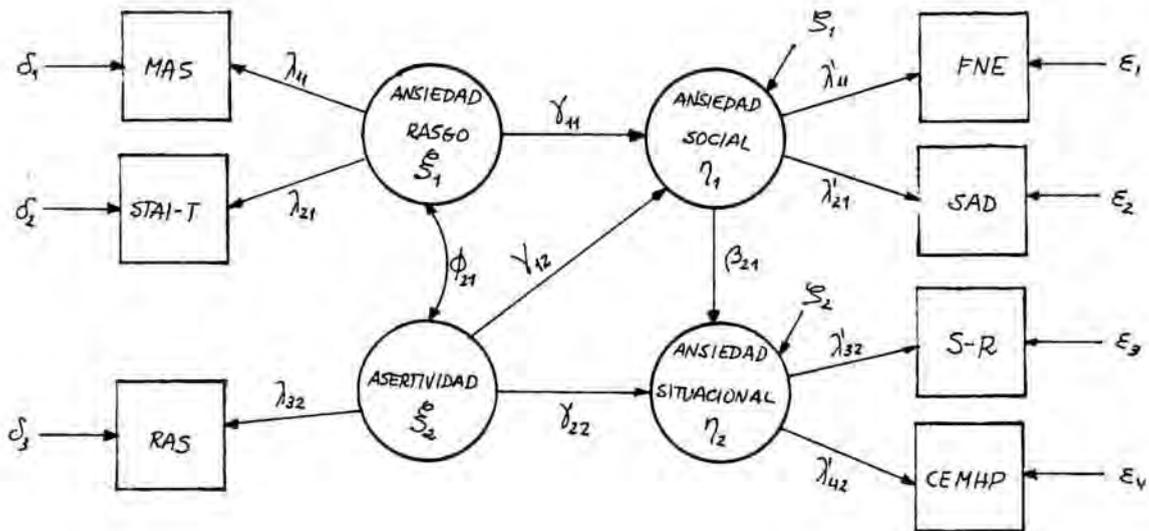


Figura 6.1.: Path diagrama del modelo de ansiedad condicionada en las situaciones sociales en el que solo se utilizan como indicadores autoinformes conductuales.

6.1.1. MATRICES FUNDAMENTALES DEL SISTEMA ESTRUCTURAL.

Evidentemente, un paso obligado antes de la obtención de los parámetros estructurales será el especificar las matrices correspondientes al modelo propuesto. De este modo, las siguientes expresiones caracterizan el sistema planteado (se asumen los supuestos teóricos planteados en 5 y 5 bis).

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \gamma_{11} \xi_1 + \gamma_{12} \xi_2 + \xi_1 \\ \eta_2 &= \beta_{21} \eta_1 + \gamma_{22} \xi_2 + \xi_2 \end{aligned} \quad (305)$$

Presentando (305) en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \beta_{21} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ 0 & \gamma_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} \quad (306)$$

Las matrices ϕ y ψ adoptan la siguiente forma:

$$\phi = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix} \quad \psi = \begin{bmatrix} \psi_{11} & \\ 0 & \psi_{22} \end{bmatrix} \quad (307), (308)$$

Por lo que se refiere a los modelos de medida pueden expresarse del siguiente modo:

. Exógeno

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & 0 \\ \lambda_{21} & 0 \\ 0 & \lambda_{32} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix} \quad (309)$$

siendo

$$\theta_{\delta} = \begin{bmatrix} \theta_{\delta_1^e} & & \\ 0 & \theta_{\delta_2^e} & \\ 0 & 0 & \theta_{\delta_3^e} \end{bmatrix} \quad (310)$$

. Endógeno

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda'_{11} & 0 \\ \lambda'_{21} & 0 \\ 0 & \lambda'_{32} \\ 0 & \lambda'_{42} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \end{bmatrix} \quad (311)$$

Analogamente al caso exógeno

$$\theta_{\epsilon} = \begin{bmatrix} \theta_{\epsilon_1^e} & & & \\ 0 & \theta_{\epsilon_2^e} & & \\ 0 & 0 & \theta_{\epsilon_3^e} & \\ 0 & 0 & 0 & \theta_{\epsilon_4^e} \end{bmatrix} \quad (312)$$

6.2. IDENTIFICACION

De acuerdo con el contenido del capítulo 2 relacionados con los modelos recursivos (como es este caso) el modelo propuesto satisface la condición suficiente y no necesaria.

Podemos recordarla en los siguientes términos:

- 1) β es triangular
- 2) ϕ es simétrica con diag.=
- 3) θ_{δ} es diagonal
- 4) θ_{ϵ} es diagonal
- 5) ψ es diagonal

Ello determina que se trate de un modelo sobreidentificado. En efecto, de las expresiones (306) a la (312) se desprende que deben estimarse 23 parámetros, y en consecuencia:

$$\begin{aligned}
 qe &= 1/2 [P(P+1)] - t = \\
 &= 1/2 [7(7+1)] - 23 = \\
 &= 28 - 23 = 5
 \end{aligned}
 \tag{313}$$

Sin embargo, no podemos afirmar que se cumpla la condición necesaria y suficiente de la solución única para cada parámetro. Veamos si las dos aproximaciones propuestas pueden aportar evidencia respecto a esta última condición (1).

6.2.1. FORMA REDUCIDA

El proceso se inicia en la expresión (305):

$$\begin{aligned}
 \eta_1 &= \gamma_{11} \xi_1 + \gamma_{12} \xi_2 + \xi_1 \\
 \eta_2 &= \beta_{21} \eta_1 + \gamma_{22} \xi_2 + \xi_2
 \end{aligned}
 \tag{305}$$

Sustituyendo η_1 en η_2 obtenemos:

$$\eta_1 = \gamma_{11} \xi_1 + \gamma_{12} \xi_2 + \xi_1
 \tag{314}$$

$$\eta_2 = \beta_{21} (\gamma_{11} \xi_1 + \gamma_{12} \xi_2 + \xi_1) + \gamma_{22} \xi_2 + \xi_2
 \tag{315}$$

Extrayendo los paréntesis

$$\eta_1 = \gamma_{11} \xi_1 + \gamma_{12} \xi_2 + \xi_1
 \tag{316}$$

$$\eta_2 = \beta_{21} \gamma_{11} \xi_1 + \beta_{21} \gamma_{12} \xi_2 + \beta_{21} \xi_1 + \gamma_{22} \xi_2 + \xi_2
 \tag{317}$$

Reordenando las expresiones

$$\eta_1 = \gamma_{11} \xi_1 + \gamma_{12} \xi_2 + \xi_1
 \tag{318}$$

$$\eta_2 = \beta_{21} \gamma_{11} \xi_1 + (\beta_{21} \gamma_{12} + \gamma_{22}) \xi_2 + \beta_{21} \xi_1 + \xi_2
 \tag{319}$$

Aplicamos la siguiente transformación:

$$\gamma_{11} = \mu_{11}
 \tag{320}$$

$$\gamma_{12} = \mu_{12}
 \tag{321}$$

$$\beta_{21} \gamma_{11} = \mu_{21}
 \tag{322}$$

$$\beta_{21} \gamma_{12} + \gamma_{22} = \mu_{22}
 \tag{323}$$

$$\xi_1 = u
 \tag{324}$$

$$\xi_2 = v
 \tag{325}$$

(1) Se incluye en esta fase las dos aproximaciones aún a sabiendas de que los modelos recursivos son siempre identificables. Simplemente se plantea como confirmación de la identificación.

De este modo (305) se reformula del siguiente modo:

$$\begin{aligned}\eta_1 &= M_{11} \xi_1 + M_{12} \xi_2 + u \\ \eta_2 &= M_{21} \xi_1 + M_{22} \xi_2 + v\end{aligned}\quad (326)$$

Observese como la expresión (326) no es análoga a (305). Se ha planteado un nuevo sistema en el que las ecuaciones presentan los mismos regresores en ambos casos. Consiguientemente nos detendremos en analizar este nuevo sistema. Veamos como fácilmente obtendremos la prueba de la solución única de los parámetros estructurales. En efecto, en (320), (321) y (324) se representan expresiones únicas para δ_{11} , δ_{12} y ξ_1 . Respecto a los parámetros δ_{21} y ξ_2 también la solución es única:

$$\delta_{22} = M_{22} - \beta_{21} \delta_{12} = M_{22} - \beta_{21} \eta_2 \quad (327)$$

$$\xi_2 = v - \beta_{21} \xi_1 = v - \beta_{21} u \quad (328)$$

Queda por comprobar la solución única para β_{21} ; la cual puede plantearse como:

$$\beta_{21} = M_{21} / \delta_{11} = M_{21} / M_{11} \quad (329)$$

$$\beta_{21} = M_{22} - \delta_{22} / \delta_{12} = M_{22} - \delta_{22} / M_{12} \quad (330)$$

De este modo (329) y (330) deberán ser, para que la condición se cumpla, expresiones análogas. Se debe mostrar en consecuencia que:

$$M_{21} / M_{11} = M_{22} - \delta_{22} / M_{12} \quad (331)$$

Deshaciendo la transformación efectuada anteriormente:

$$\beta_{21} \delta_{11} / \delta_{11} = (\beta_{21} \delta_{12} + \delta_{22} - \delta_{22}) / \delta_{12} \quad (332)$$

$$\begin{aligned}\beta_{21} \delta_{11} / \delta_{11} &= \beta_{21} \delta_{12} / \delta_{12} \\ \beta_{21} &= \beta_{21}\end{aligned}\quad (333)$$

Se comprueba como la solución que se obtendría en (329) es exactamente la misma que en (330), con lo cual todos los parámetros tendrán una única solución.

6.2.2. COMBINACION LINEAL.

De la misma forma que se ha desarrollado la forma reducida, estableceremos el procedimiento de la combinación lineal en el modelo propuesto.

Así, modificaremos con las constantes λ y μ la expresión (305):

$$\lambda \eta_1 = \lambda \delta_{11} \xi_1 + \lambda \delta_{12} \xi_2 + \lambda \xi_1 \quad (334)$$

$$\mu \eta_2 = \mu \beta_{21} \eta_1 + \mu \delta_{22} \xi_2 + \mu \xi_2$$

Igualando a 0:

$$\lambda \delta_{11} \xi_1 + \lambda \delta_{12} \xi_2 + \lambda \xi_1 - \lambda \eta_1 = 0 \quad (335)$$

$$\mu \beta_{21} \eta_1 + \mu \delta_{22} \xi_2 + \mu \xi_2 - \mu \eta_2 = 0$$

Sumando ambas ecuaciones

$$\lambda \delta_{11} \xi_1 + \lambda \delta_{12} \xi_2 + \lambda \xi_1 - \lambda \eta_1 + \mu \beta_{21} \eta_1 + \mu \delta_{22} \xi_2 + \mu \xi_2 - \mu \eta_2 = 0 \quad (336)$$

Reordenando términos

$$(\mu \beta_{21} - \lambda) \eta_1 - \mu \eta_2 + \lambda \delta_{11} \xi_1 + (\lambda \delta_{12} + \mu \delta_{22}) \xi_2 + \lambda \xi_1 + \mu \xi_2 = 0 \quad (337)$$

De las dos ecuaciones que integran (305) estudiaremos solamente la ecuación correspondiente a η_2 por ser la única que puede presentar problemas de solución única, dada la simplicidad de η_1 . En consecuencia plantearemos (337) en función de η_2 :

$$\mu \eta_2 = (\mu \beta_{21} - \lambda) \eta_1 + \lambda \delta_{11} \xi_1 + (\lambda \delta_{12} + \mu \delta_{22}) \xi_2 + \lambda \xi_1 + \mu \xi_2 \quad (338)$$

$$\eta_2 = [(\mu \beta_{21} - \lambda) \eta_1 + \lambda \delta_{11} \xi_1 + (\lambda \delta_{12} + \mu \delta_{22}) \xi_2 + \lambda \xi_1 + \mu \xi_2] / \mu \quad (339)$$

Aplicaremos la siguiente transformación de variables:

$$\beta_{21}^* = (\mu \beta_{21} - \lambda) / \mu = \beta_{21} - (\lambda / \mu) \quad (340)$$

$$\delta_{21}^* = \lambda \delta_{11} / \mu \quad (341)$$

$$\delta_{22}^* = (\lambda \delta_{12} + \mu \delta_{22}) / \mu = (\lambda \delta_{12} / \mu) + \delta_{22} \quad (342)$$

$$\xi_2^* = (\lambda \xi_1 + \mu \xi_2) / \mu = (\lambda \xi_1 / \mu) + \xi_2 \quad (343)$$

De este modo (339) se convierte en:

$$\eta_2 = \beta_{21}^* \eta_1 + \delta_{21}^* \xi_1 + \delta_{22}^* \xi_2 + \xi_2^* \quad (344)$$

Recordemos que la aproximación de la combinación lineal nos permite obtener información relativa a la estimación de los parámetros, puesto que se identificará la ecuación cuando los mismos no sean combinaciones lineales. Los paráme-

tros de η_2 en (305) - $\beta_{21}, \gamma_{22}, \xi_2$ - no son combinaciones lineales en la transformación efectuada, según las expresiones (340) (342) y (343). Si $\lambda = \mu = 0$, entonces

$$\begin{aligned}\beta_{21}^* &= \beta_{21} \\ \gamma_{22}^* &= \gamma_{22} \\ \xi_2^* &= \xi_2\end{aligned}\tag{345}$$

En consecuencia puede darse la ecuación para η_2 como identificada.

6.2.3. CONDICIONES PARA LA IDENTIFICACION

Igual que en el apartado anterior seguiremos el esquema que se recoge en el capítulo 2.

6.2.3.1. Condición de orden

. para la ecuación η_2 :

$$\begin{aligned}k_e &= 0 \quad (\text{exógenos no incluidos en la ecuación}) \\ m_e &= 1 \quad (\text{endógenos no incluidos en la ecuación}) \\ m_t &= 2 \quad (\text{número total de ecuaciones})\end{aligned}$$

Según la expresión (149) debe cumplirse que $k_e + m_e \geq m_t - 1$. En efecto, en nuestro caso:

$$0+1 = 2-1\tag{346}$$

Con lo cual la ecuación para η_2 cumple la condición de orden

. Para la ecuación η_2 (utilizaremos la expresión (147) análoga a (149):

$$\begin{aligned}k_e &= 1 \\ m_i &= 2 \quad (\text{endógenas incluidas en la ecuación})\end{aligned}$$

Según (147) debe cumplirse que $k_e \geq m_i - 1$. En nuestro caso:

$$1 = 2-1\tag{347}$$

Con lo que la ecuación para η_2 es identificada.

6.2.3.2. Condición de rango

De forma similar al desarrollo anterior se planteará el análisis de la condición de rango a través del procedimiento esquematizado en el capítulo 2 y en concreto partiremos de la expresión que en nuestro modelo se puede desprender de la matriz de parámetros a estimar (véase la expresión 152)

$$\begin{bmatrix} * & 0 & * & * \\ * & * & 0 & * \end{bmatrix} \quad (348)$$

. Para la ecuación η_1 :

la matriz colapsada adoptará la siguiente forma:

$$[*] \quad (349)$$

(349) supone una forma simple, lo que permite el estudio de la identificación. En este caso, el valor de R es igual a 1 (n^2 de filas de la matriz simple con *); se observa que:

$$\left. \begin{array}{l} R = 1 \\ m_e = 2 \end{array} \right\} \rightarrow R = m_e - 1 \quad (1 = 2 - 1) \quad (350)$$

Como ya veíamos el resultado de (350) indica que se trata de una ecuación identificada. Igualmente podemos establecer la comprobación siguiente:

$$\left. \begin{array}{l} k_e = 0 \\ m_i = 1 \text{ (endógenas incluidas)} \end{array} \right\} \rightarrow k_e = m_i - 1 \quad (0 = 1 - 1) \quad (351)$$

(351) nos indica que se trata de una ecuación exactamente identificada.

. Para la ecuación η_2 :

La matriz colapsada, dados los parámetros a estimar según (348) será exactamente igual que la expresión (349). Consecuentemente la expresión (350) es válida para la ecuación de η_2 , lo que supone el cumplimiento de la condición de rango. De forma similar el efectuado en la ecuación anterior:

$$\left. \begin{array}{l} k_e = 1 \\ m_i = 2 \end{array} \right\} \rightarrow k_e = m_i - 1 \quad (1 = 2 - 1) \quad (352)$$

(352) nos informa que la ecuación está exactamente identificada

6.3. ESTIMACION DE PARAMETROS

En esta fase de la aproximación empírica del modelo propuesto abordaremos la problemática de la estimación de los parámetros del sistema estructural. Consiguientemente, recogeremos algunas de las consideraciones propuestas en el capítulo 3 de este texto. Dedicaremos un breve y rápido comentario al *proceso* de recogida de datos, que en este caso, no es extremadamente complejo. Posteriormente nos centraremos en el análisis de las estimaciones realizadas y de los ajustes obtenidos.

6.3.1. Recogida de Datos y Matriz Inicial R

Sujetos: La muestra se compuso inicialmente de 275 estudiantes de Psicología de los cursos iniciales. Todos ellos cumplimentaron las pruebas administradas de forma voluntaria y en su gran mayoría desconocían las escalas usadas.

Procedimiento: Los cuestionarios seleccionados fueron cumplientados por los sujetos en dos sesiones colectivas. En la primera se entregaron los indicadores exógenos y en la segunda los endógenos. Se eliminaron de la muestra general todos aquellos sujetos que no cumplimentaron en su totalidad los ítems de todas las escalas. De este modo, la muestra definitiva se compuso de 215 sujetos (92 varones y 123 mujeres), cuyas edades oscilaron entre los 19 y 31 años ($\bar{X} = 24,632$ y $S = 2,030$).

Una vez efectuadas las transformaciones necesarias en los puntajes obtenidos, con objeto de disponer de escalas de intervalo, y después del estudio de las distribuciones según el supuesto de normalidad, se obtuvieron las correlaciones producto-momento de Pearson entre variables, hallándose la siguiente matriz inicial R (Tabla 6.1.)

Tabla 6.1.: Matriz de correlaciones Inicial (R) obtenida.

	FNE	SAD	S-R	CEMHP	MAS	STAI	RAS
FNE	1.000						
SAD	.491	1.000					
S-R	.522	.423	1.000				
CEMHP	.413	.384	.684	1.000			
MAS	.401	.433	.312	.778	1.000		
STAI	.566	.514	.267	.501	.623	1.000	
RAS	-.548	-.601	-.485	-.663	-.461	-.532	1.000

$p < 0,05$ cuando $r > .138$

$p < 0,01$ cuando $r > .131$

6.3.2. Estimación TSLS

Si observamos el "path diagrama" de la figura 6.1. comprobaremos que se plantean unas ecuaciones en las que está presente el tema de la colinealidad. En efecto, se establece $\phi_2 \neq 0$ con lo que en la ecuación de η_1 (305) los regresores están correlacionados. De ahí, que sea interesante estudiar la solución de las variables instrumentales (en la que se basa TSLS) para este tipo de situaciones (posteriormente presentaremos la solución RR). En la figura 6.2. se presentan los valores obtenidos de los parámetros estructurales bajo esta estimación

De este modo, substituyendo valores, la expresión (305) vendría determinada del siguiente modo estandarizado:

$$\begin{aligned} \eta_1 &= 0,505 \xi_1 - 0,404 \xi_2 + 0,463 \\ \eta_2 &= 0,301 \eta_1 - 0,525 \xi_2 + 0,506 \end{aligned} \quad (353)$$

Los valores negativos de los parámetros asociados con ξ_2 se justifican por el hecho de que RAS mantiene una relación negativa con el resto de variables. No se observan valores extraños ni

contrarios a lo que teóricamente se estableció con respecto a las relaciones entre variables.

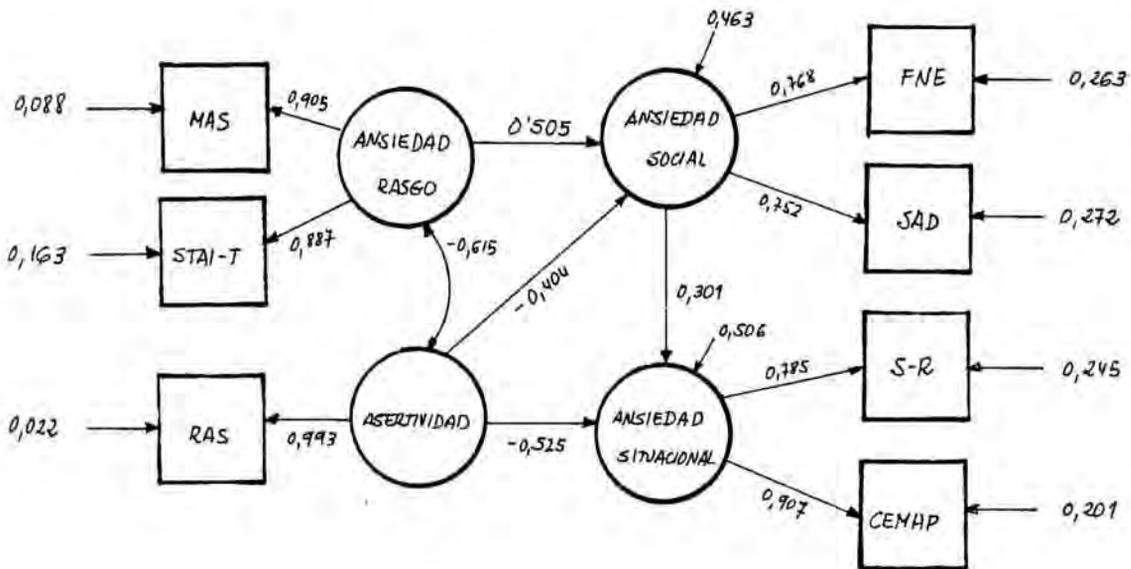


Figura 6.2.: Resultados obtenidos en la estimación TBLIS a partir de la matriz R

6.3.3. Estimación ML

El tratamiento de R mediante el programa LIBREL para la obtención de la solución requirió el análisis de las condiciones necesarias para su aplicación. De este modo se comprobó que R era no singular ($\det /R/ = 0,007939$), la solución ML permitió encontrar estimaciones extremadamente diferentes de las que se presentan en la figura 6.2, tal como se puede comprobar en el "path diagrama" correspondiente (Figura 6.3.).

Es importante comprobar que la solución ML nos ofrece algunos valores extraños, e incluso aberrantes. Así, observese que:

$$\begin{aligned} \psi_{11} &= -0,028 \\ \beta_{21} &= 1,051 \\ \psi_{22} &= -1,009 \\ \lambda'_{42} &= 1,461 \\ \sigma^2_{\epsilon_4} &= -1,134 \end{aligned}$$

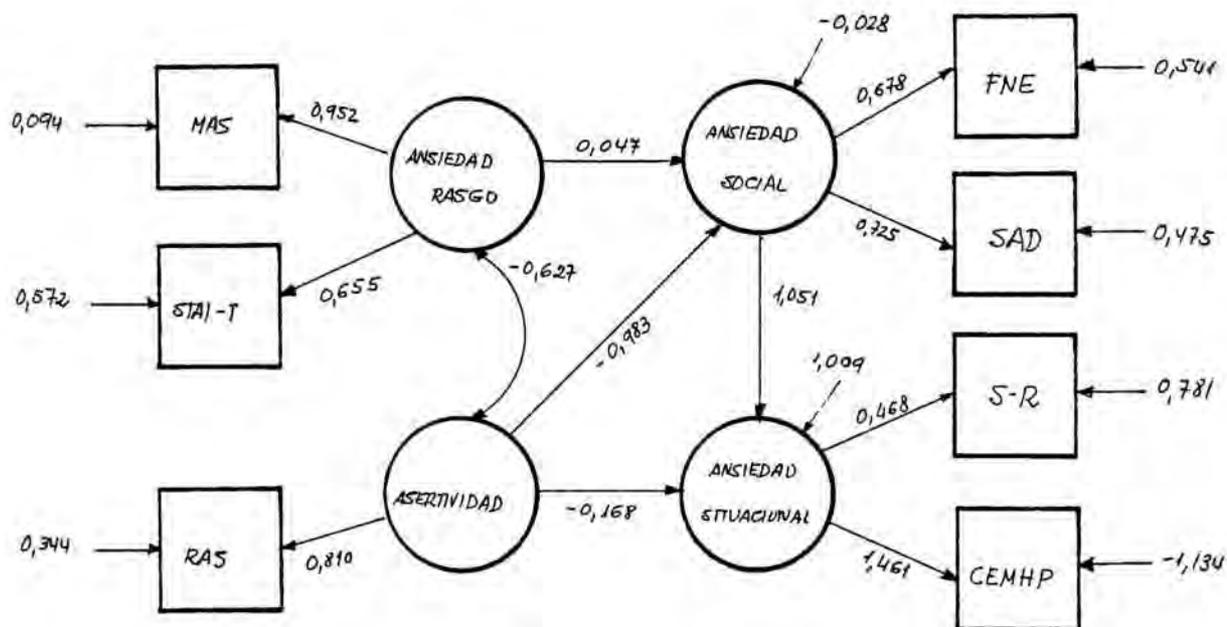


Figura 6.3.: Path diagrama con las soluciones ML estandarizadas del modelo propuesto.

Evidentemente nos es factible obtener coeficientes de regre^usi3n estandarizados y/o cargas factoriales mayores que 1. Igualmente sucede con las variancias negativas, las cuales suponen so^luciones imposibles. En consecuencia, la estimaci3n ML presenta una soluci3n incorrecta, en comparaci3n con TSLS. Ello puede interpretarse como una evidencia a prop3sito de la problem3tica que supone la utilizaci3n de ML cuando la presencia de colinealidad es evidente.

La obtenci3n de estos valores irregulares provoca que no sean calculables los errores estandar de las estimaciones, con lo cual no dispondremos de significaci3n de los coeficientes hallados.

6.3.4. Estimaci3n R.R. y N.R.

Al igual que en el caso de TSLS, es esta una estimaci3n uni-ecuacional, es decir, la estimaci3n no se efectua a nivel global. En consecuencia, la soluci3n se aplicar3 a las dos ecuaciones de la expresi3n (305) de forma separada. Vamos a estudiar, en primer

término, la presencia de colinealidad en las dos ecuaciones que nos interesan. Nos dedicaremos al análisis de las ecuaciones estructurales de (305) implicando, consecuentemente, las variables latentes definidas. Si partimos de:

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \gamma_{11} \xi_1 + \gamma_{12} \xi_2 + \xi_1 \\ \eta_2 &= \beta_{21} \eta_1 + \gamma_{22} \xi_2 + \xi_2 \end{aligned} \quad (305)$$

La colinealidad en las ecuaciones se hará evidente a través de las siguientes expresiones:

$$E(\xi_1, \xi_2) \neq 0 : \text{Colinealidad en la ecuación } \eta_1 \quad (354)$$

$$E(\eta_1, \xi_2) \neq 0 : \text{Colinealidad en la ecuación } \eta_2 \quad (355)$$

En esta segunda expresión (355) nos encontramos con una situación compleja, puesto que si el parámetro γ_{12} es significativo (es decir, que la ecuación sea predictiva en términos generales), implicará que se da correlación significativa entre η_1 y ξ_2 , y sea, la expresión (355) se ve confirmada. Podría decirse, pues, que la validación de todos los parámetros de η_1 implicará la colinealidad en η_2 . Por tanto, en la estimación RR partiremos de dos matrices R, una para cada ecuación, que a continuación definimos:

$$R_1 = \begin{matrix} & \eta_1 & \xi_1 & \xi_2 \\ \eta_1 & \left[\begin{array}{ccc} 1 & & \\ r_{11} & 1 & \\ r_{21} & \gamma_{11} & \gamma_{12} \end{array} \right] \\ \xi_1 & & & \\ \xi_2 & & & \end{matrix} \quad R_2 = \begin{matrix} & \eta_2 & \eta_1 & \xi_2 \\ \eta_2 & \left[\begin{array}{ccc} 1 & & \\ r_{12} & 1 & \\ r_{22} & \gamma_{21} & 1 \end{array} \right] \\ \eta_1 & & & \\ \xi_2 & & & \end{matrix}$$

en las que se definen las siguientes igualdades

$$\begin{aligned} r_{11} &= E(\xi_1 \eta_1') \\ r_{21} &= E(\xi_2 \eta_1') \\ r_{21}' &= E(\xi_2 \xi_1') = \phi_{21} = \phi_{12} \\ r_{12} &= E(\eta_1 \eta_2') \\ r_{22}' &= E(\xi_2 \eta_2') \end{aligned}$$

Hallar los distintos valores de R_1 y R_2 implica obtener la correlación canónica entre variables (recuérdese su carácter latente). Para ello hemos utilizado una estimación mínimo cuadrática (TSLS) aplicada al modelo estructural que define la correlación canónica entre variables (figura 6.4.)

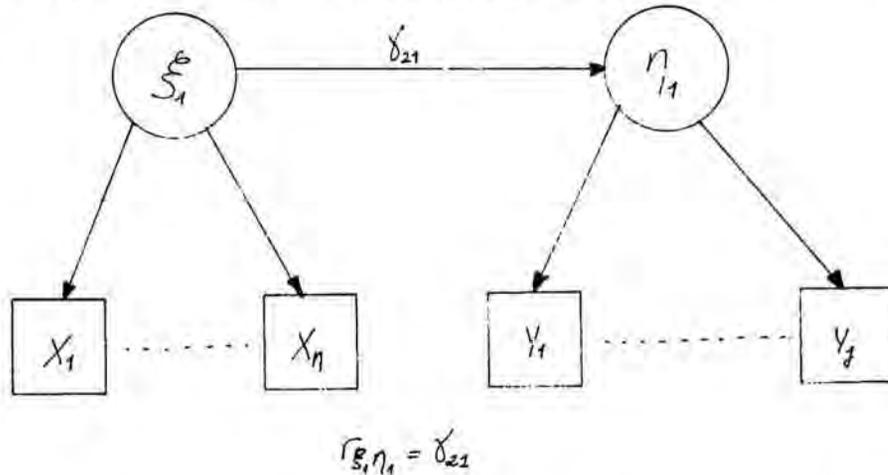


Figura 6.4.: Path diagrama para el cálculo de la correlación canónica entre dos variables latentes.

Efectuadas las correspondientes estimaciones, los elementos de R_1 y R_2 fueron los siguientes (1):

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 & & \\ 0,666 & 1 & \\ -0,644 & -0,544 & 1 \end{bmatrix} \quad R_2 = \begin{bmatrix} 1 & & \\ 0,577 & 1 & \\ -0,613 & -0,644 & 1 \end{bmatrix}$$

En primer lugar, examinaremos la existencia de colinealidad a partir de las propias características de la solución RR. En consecuencia estudiaremos el índice VIF según la expresión (216)

$$VIF_{R_1} = (X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 2,61 & \\ & 2,61 \end{bmatrix} \quad (356)$$

$$VIF_{R_2} = (X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 4,125 & \\ & 4,125 \end{bmatrix} \quad (357)$$

(1) No se ha hecho mención de los modelos de medida puesto que la estimación de los elementos de λ_x y λ_y no están sujetos a colinealidad por lo que no tiene demasiado sentido aplicar la solución RR, como en el caso de los parámetros estructurales.

De las matrices (356) y (357) se desprende la existencia de la colinealidad, sobretodo en R_2 . Obsérvese que los valores de V_{\max} son 2,61 para R_1 y 4,125 para R_2 . De acuerdo con las indicaciones hechas en el capítulo 3, podemos afirmar la existencia de colinealidad en R_2 ($4,125 > 3,0$) y considerar como elevado el riesgo de estimaciones muy sesgadas en R_1 ($2,61 \approx 3,0$). Los resultados concuerdan plenamente con las consideraciones que hacíamos con respecto a la ecuación para η_2 al referirnos que este modelo recursivo incluía para esta ecuación regresores altamente correlacionados, según los valores de VIF y a la vista de las estimaciones ML.

Para la obtención de la estimación RR deberemos recurrir a la expresión (218) como expresión inicial

$$\hat{\beta} = (X'X + KI)^{-1} X'y \quad (218)$$

De entre los posibles mecanismos de cálculo del parámetro de sesgo K hemos seleccionado (por su sencillez y cálculo rápido) el presentado en la expresión (222bis):

$$k = p\hat{\sigma}^2 / \sum \hat{\alpha}_i^2$$

donde p = número de regresores y $\hat{\alpha}_i$ es la estimación OLS de los parámetros. En consecuencia hemos efectuado una estimación OLS aplicada a las matrices R_1 y R_2 obteniéndose los siguientes valores:

$$\eta_1 = 0,448 \hat{\xi}_1 - 0,400 \hat{\xi}_2 + 0,444 \quad (358)$$

$$\eta_2 = 0,311 \eta_1 - 0,412 \hat{\xi}_2 + 0,567 \quad (359)$$

Como primer paso de la solución RR obtendremos el valor de K según la expresión anterior (222bis). Si se tiene en cuenta que trabajamos con variables estandarizadas, el valor de K se obtiene más fácilmente:

- Para ecuación η_1

$$K = 2/0,448^2 + (-0,400)^2 = 5,540 \quad (360)$$

- Para ecuación η_2

$$K = 2/0,311^2 + (-0,412)^2 = 7,490 \quad (361)$$

Los valores en (360) y (361) son muy elevados, lo que nos hace pensar en un excesivo sesgo para las características de nuestras ecuaciones. Como alternativa a este planteamiento sería conveniente aplicar la solución RR normalizada, es decir, NR. El parámetro de sesgo K vendría determinado por la expresión (229):

$$1 = (1/p) \leq [\lambda_i / (\lambda_i + k)^2] \quad (229)$$

Para ello deberemos obtener los valores propios (λ_i) de las matrices $(X'X)^{-1}$ para R_1 y R_2 .

• Valores propios de R_1

$$\begin{bmatrix} 1 - \lambda & \\ -0,544 & 1 - \lambda \end{bmatrix}$$

$$(1 - \lambda)^2 - 0,544^2 = 0$$

$$\lambda^2 - 2\lambda + 0,704 = 0 \quad \lambda_1 = 1,544 \quad \lambda_2 = 0,456 \quad \leq \lambda_i = 2$$

• Valores propios de R_2

$$\begin{bmatrix} 1 - \lambda & \\ -0,644 & 1 - \lambda \end{bmatrix}$$

$$(1 - \lambda)^2 - 0,644^2 = 0$$

$$\lambda^2 - 2\lambda + 0,585 = 0 \quad \lambda_1 = 1,644 \quad \lambda_2 = 0,356 \quad \leq \lambda_i = 2$$

La obtención del parámetro de sesgo en N.R será pues:

Para la ecuación η_1 :

$$1 = (1/2) \left[\left[1,544 / (1,544 + K)^2 \right] + \left[0,456 / (0,456 + K)^2 \right] \right] \quad (362)$$

$$\text{donde } K_1 = 0,012 \quad K_2 = 0,023$$

Para la ecuación η_2 :

$$1 = (1/2) \left[\left[1,644 / (1,644 + K)^2 \right] + \left[0,356 / (0,356 + K)^2 \right] \right] \quad (363)$$

$$\text{donde } K_1 = 0,016 \quad K_2 = 0,021$$

En virtud de (362) y (363) el término $(X'X + KI)$ adoptará los siguientes valores

• Para R_1

$$(X'X + KI) = \begin{bmatrix} 1,427 & \\ -1,088 & 1,319 \end{bmatrix} \quad (364)$$

• Para R_2

$$(X'X + KI) = \begin{bmatrix} 1,431 & \\ -1,288 & 1,436 \end{bmatrix} \quad (365)$$

Aplicando la ecuación (218) podremos obtener los parámetros estructurales según la solución N.R:

$$\eta_1 = 0,496\xi_1 - 0,431\xi_2 + 0,393 \quad (366)$$

$$\eta_2 = 0,386\eta_1 - 0,427\xi_2 + 0,516 \quad (367)$$

Estos resultados pueden reflejarse, del mismo modo que en las otras soluciones empleadas, de modo gráfico, como en la figura 6.5.

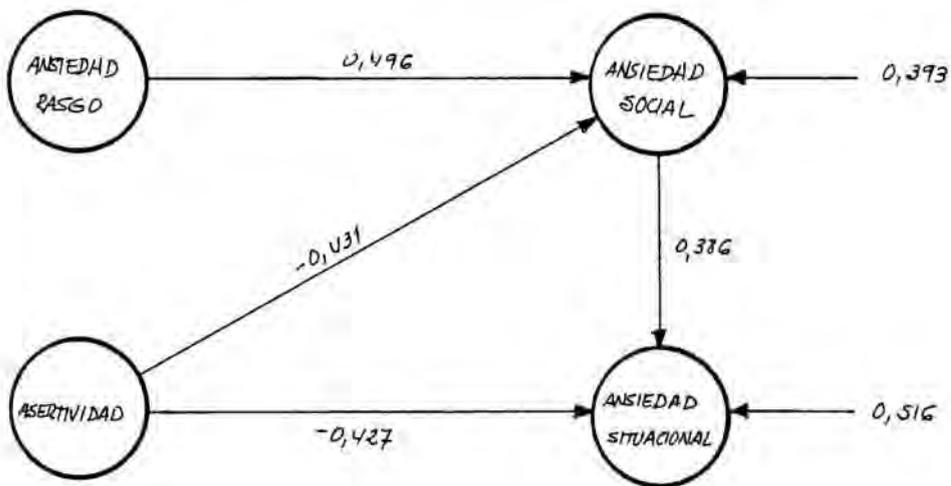


Figura 6.5.: Path diagrama con las estimaciones NR de los parámetros estructurales.

6.4. ANALISIS DE LOS AJUSTES Y VERIFICACION DEL MODELO

6.4.1. Ajustes de Covariancia.

Analizaremos en este punto los índices de ajuste que permite obtener el programa Lisrel en cada una de las estimaciones efectuadas, exceptuando la solución NR.

6.4.1.1. Verificación a Partir de la Estimación TSLS

Los datos obtenidos en esta solución no permiten un análisis del ajuste como en el caso de ML. Sin embargo, podemos mencionar algunos resultados que darán idea de la adecuación del modelo propuesto:

Coefficiente Total de Determinación para las variables observables endógenas = 0,987

Coefficiente Total de Determinación para las variables observables exógenas = 0,999

Coefficiente Total de Determinación para las ecuaciones estructurales = 0,631

Se observa que los porcentajes de variancia explicada son muy satisfactorios, sobre todo por lo que respecta a los modelos de medida (98,7% endógeno y 99,9% para exógeno). Todo ello parece indicar que un análisis de significación como el que en este trabajo se propone, es decir, estudiando las variancias explicadas, nos dará un resultado que asegurará la validez predictiva del modelo. Sin embargo, este punto se abordará de forma exhaustiva en los siguientes puntos de este capítulo.

De todas formas, debe precisarse que esta estimación, obtenida en este programa, no ofrece datos de validación más allá de los que aquí se han expuesto.

6.4.1.2. Verificación a partir de la Estimación ML

Como se observa en la figura 6.3., los valores obtenidos en esta solución no son adecuados. Ya hemos planteado que esta situación puede explicarse, de acuerdo con lo que se ha comentado en el capítulo 3, por el efecto del tamaño de N (no suficientemente amplio) y, sobre todo, por la multicolinealidad existente en las ecuaciones estructurales.

Los valores incorrectos que se presentan ocasionan que algunos de los índices que deberíamos utilizar para el análisis del ajuste no estén disponibles. En efecto, obtener variancias negativas, provoca que sea imposible el cálculo de las variancias de los estimadores y que por tanto no se den significaciones de los parámetros, e incluso, como en este caso, no se pueda obtener los coeficientes de determinación.

De cualquier modo, los siguientes resultados, esquemáticamente presentados, darán idea del ajuste obtenido con la solución ML

Indices de Modificación: Menores de 0,345

Residuales Normalizados: Existen residuales altamente significativos.

Q-plot: la tendencia de los residuales indican desajustes en el modelo.

GFI = 0,869

AGFI= 0,269

RMSR= 0,159

χ^2 con 5 gl = 136,53 (p= 0,0000)

Como se observa, independientemente de las estimaciones inconsistentes -elemento suficiente para rechazar el modelo-, los índices de ajuste indican un ajuste incorrecto. Claramente se observan residuales significativos, y un valor de χ^2 que implica la aceptación de H_1 y por tanto concluir que el modelo es desajustado. Obsérvese como a pesar de ello el valor de GFI es aceptable, aún cuando el valor de AGFI deja claro el desajuste.

Debemos resaltar que un análisis comparativo entre TSLS y ML nos permite comprobar como un mismo modelo y una misma matriz inicial R puede plantearnos dudas respecto a su validación en función de la estimación empleada.

6.4.1.3. Verificación a partir de la Estimación NR

Del mismo modo que en TSLS solamente podemos, a la espera del ajuste de variancia, proporcionar datos de los coeficientes de determinación para cada ecuación estructural. Recuérdese que no se

han efectuado estimaciones para los modelos de medida, puesto que debido a la falta de colinealidad en este caso, la solución TSLS y NR (o RR indistintamente) ofrecen estimaciones muy similares. En consecuencia, los coeficientes de determinación obtenidos son:

Coeficiente de Determinación para la ecuación de $\eta_1 = 0,607$

Coeficiente de Determinación para la ecuación de $\eta_2 = 0,484$

Podemos plantear un análisis comparativo entre la variancia explicada en cada ecuación aplicando las soluciones TSLS y NR (tabla 6.1.)

Tabla 6.1.: Proporción de variancia explicada en cada ecuación según las soluciones TSLS y NR

	TSLS	NR
Ecuación η_1	0,587	0,607
Ecuación η_2	0,542	0,484

Se observa como las proporciones de variancia explicada son similares, a pesar de que en general podría pensarse que la solución TSLS permite mayor variancia explicada en ecuaciones con clara colinealidad como η_2 (diferencia de 5,8% entre estimaciones) según veíamos en el análisis de Vmax (BSIM). Sin embargo ello no puede concluirse con todas las garantías puesto que en definitiva la colinealidad no se ha presentado en una situación con muchos regresores, en la que la correlación entre estos últimos plantea ría más problemas que los que aquí ha presentado.

6.4.2. Ajustes de Variancia.

Obviamente, debido a los resultados obtenidos, y ya comentados, en ML, no es susceptible esa solución de este ajuste, puesto que las variancias son inverosímiles.

6.4.2.1 AJUSTE DE VARIANCIA A PARTIR DE LA ESTIMACION TSLS

Del mismo modo que en las soluciones que trataremos en este apartado, presentaremos las tablas correspondientes del ajuste de variancia de las distintas fuentes, de acuerdo con el esquema general planteado en la tabla 4.12.

En consecuencia, en la tabla 6.2 presentamos los valores de significación correspondientes al modelo propuesto bajo estimación TSLS.

Tabla 6.2.: Cuadro Resumen del ajuste de variancia a partir de TSLS del modelo propuesto en la figura 6.2.

FUENTE DE AJUSTE	PROPORCION	GL	MC	F	p
MEDIDA					
EXOGENO	0.864	2	0.432	720.00	p<0.00
RES.EXOGENO	0.136	212	0.0006		
ENDOGENO	0.648	2	0.324	190.59	p<0.00
RES.ENDOGENO	0.352	212	0.0017		
ESTRUCTURAL					
SISTEMA					
ECUACION 1	0.537	2	0.268	121.82	p<0.00
ECUACION 2	0.494	2	0.247	102.92	p<0.00
RESIDUAL					
RESIDUAL 1	0.463	212	0.0022		
RESIDUAL 2	0.506	212	0.0024		

Como se observa en la tabla 6.2, los valores de ajuste de variancia indican que tanto los modelos de medida como las ecuaciones estructurales presentan valores F significativos, con lo cual podemos concluir que las dos ecuaciones propuestas, así como el modelo global, poseen suficiente validez predictiva,

como para predecir el nivel de ansiedad social en función de la ansiedad rasgo y del nivel de asertividad. Del mismo modo el modelo es válido para la predicción de los valores de ansiedad situacional (Miedo a hablar en público) a partir de la ansiedad social y de la asertividad del sujeto.

Mención especial debe dedicarse al hecho del cambio de planteamiento que suponen los datos aquí presentados, toda vez que la solución ML nos proveía de valores que hacen rechazar el modelo; mientras que la solución TSLS nos permite adoptar como correctas las ecuaciones estructurales así como los análisis factoriales confirmatorios, a la vista de la significación de la tabla del ajuste de variancia.

Por otro lado, ello no debe interpretarse como una defensa de las soluciones mínimo cuadráticas (en general) en detrimento de la solución ML. Lo que sí debe apreciarse es el hecho de que muchas de las ejecuciones de modelos mediante Lisrel en busca de ajustes de covariancia concluyen con el rechazo de los mismos por falta de valores adecuados en la estimación. Debería en todo caso no rechazarse ningún modelo sin que su ajuste de variancia sea explorado. Es cierto, que en ocasiones, los modelos adecuados según el ajuste de covariancia no son los modelos que explican más variancia, pero en esas situaciones deben primar los planteamientos teóricos de la investigación (o investigador) para elegir entre uno y otro ajuste.

Por último, un elemento a tener en cuenta es la gran diferencia entre los grados de libertad de las variancias que se comparan mediante F. Puede pensarse que ello permitirá que porcentajes de variancia explicada muy bajos den valores de F significativos. Este es un aspecto que se soluciona por las propias características de la significación, puesto que ésta se halla en función del valor de los grados de libertad. De cualquier modo es este un hecho que se ve igualmente plasmado en la validación del modelo lineal de la regresión.

Piénsese que, incluso, llegado a un número de sujetos muy elevado, la solución ML podrá ser igualmente adecuada que las alternativas aquí presentadas.

6.4.2.2. AJUSTE DE VARIANCIA A PARTIR DE LA ESTIMACION NR.

Como hemos señalado con anterioridad, la estimación de los parámetros de los modelos de medida mediante NR no supondría ninguna novedad o diferencia con respecto a los valores hallados en TSLS. Es por ello que en la tabla 6.3 se presenta el ajuste de variancia de las ecuaciones estructurales solamente, excluyendo la parte de medida, a partir de la solución NR.

Tabla 6.3.: Cuadro resumen del ajuste de variancia a partir de NR. del modelo propuesto en la figura 6.2.

FUENTE DE AJUSTE	PROPORCION	GL	MC	F	p
SISTEMA	0.545	4	0.136	123.64	p<0.00
ECUACION1	0.607	2	0.303	168.33	p<0.00
ECUACION 2	0.484	2	0.242	100.83	p<0.00
RESIDUAL	0.455	414	0.0011		
RESIDUAL 1	0.393	212	0.0018		
RESIDUAL 2	0.516	212	0.0024		

Del mismo modo que en el caso de la solución TSLS, la significación de los valores de F obtenidos en la tabla 6.3. indican un poder predictivo de las ecuaciones del modelo por separado y a nivel conjunto. Una vez más se comprueba como la solución NR, al igual que TSLS, nos permite, mediante el ajuste de variancia, obtener un modelo aceptable en términos de variancia explicada.

Las consideraciones que pueden desprenderse a partir de la última tabla presentada son perfectamente asimilables a las que se han desarrollado en el apartado correspondiente a la solución TSLS. Por ello no trataremos de modo exhaustivo este punto, puesto que sería redundante.

Ciertamente, debe matizarse la eficacia de la familia de soluciones alternativa RR en el sentido de analizar su adecuación a los objetivos previstos.

En primer lugar, puede destacarse el hecho de que NR ha provocado menos variancia explicada que TSLS por lo que se refiere a la ecuación de η_2 . Sin embargo, a nivel del modelo global la solución NR presenta una proporción de variancia explicada (0.545) mayor que en TSLS (0.515). Ello es debido, como se observa en la tabla 6.2, al nivel de variancia explicada obtenido en η_1 . Como sea que en la ecuación de η_2 es donde se plantea con más claridad la problemática de la colinealidad, analicemos con cierto detenimiento esta ecuación. En la tabla 6.4 hemos recogido las estimaciones correspondientes a esa ecuación en TSLS y NR.

Tabla 6.4.: Estimación de los parámetros estructurales de la ecuación η_2 según TSLS y NR

	TSLS	NR
β_{21}	0.301	0.386
γ_{22}	-0.525	-0.427
ψ_{22}	0.506	0.516

Se observa como es el parámetro γ_{22} el responsable, al obtener un valor menor en NR que en TSLS, de la menor variancia explicada que presenta NR. En consecuencia, en general, NR presenta soluciones ligeramente más explicativas que TSLS (puede observarse una diferencia en favor de TSLS en el parámetro γ_{41} ; sin embargo, la diferencia es prácticamente despreciable NR = 0.496; TSLS = 0.505). Esta situación, puede analizarse de modo gráfico en la figura

6.6. que ayudará al estudio de las estimaciones obtenidas. No hemos abordado de forma exhaustiva las conclusiones que pueden derivarse de este procedimiento estadístico utilizado, debido a nuestro interés a presentarlas de modo conjunto con las conclusiones generales de este trabajo, según el esquema del capítulo siguiente.

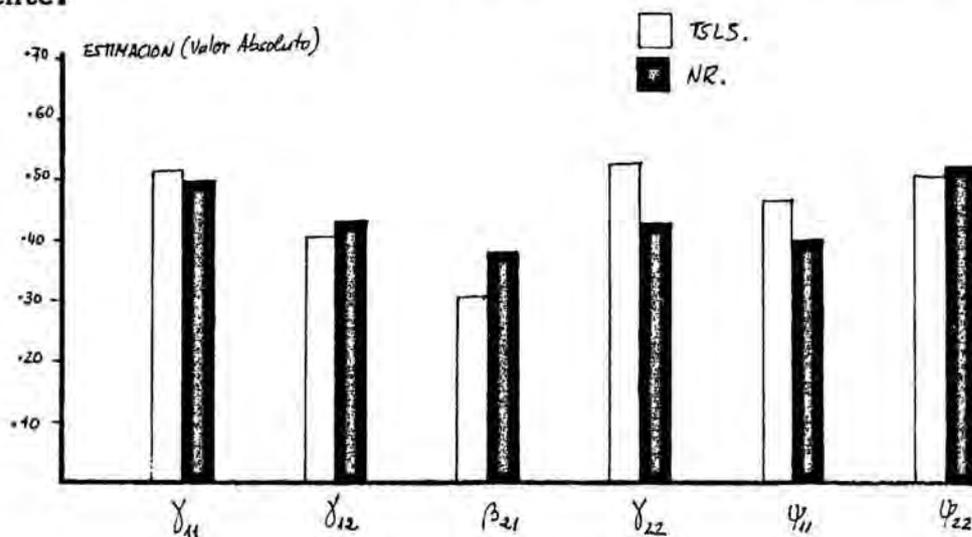


Figura 6.6.: Histograma correspondiente a los diferentes valores obtenidos en la estimación TSLS y NR de los parámetros estructurales.

CAPITULO 7: COMENTARIOS A PARTIR DE LAS CONSIDERACIONES METODOLOGICAS,
ESTADISTICAS Y DE CARACTER APLICADO PLANTEADAS.

Nuestro objetivo en este último capítulo es el de plantear una serie de cuestiones o de reflexiones directamente derivadas del contenido del trabajo presentado, entendido en su globalidad. Cada una de estas cuestiones son producto de las evidencias que se han expuesto, así como de la propia experiencia del autor en el trabajo cotidiano del análisis de datos.

Para no dejar de lado el espíritu sistematizador que hemos pretendido dar a este volumen, consideramos prudente separar los distintos puntos de interés en tres grandes bloques, que han estado presentes en todo el proceso de elaboración del trabajo aquí presentado. Consecuentemente, plantearemos un bloque eminentemente metodológico y otro estadístico, ambos ligados a la primera parte (con matices de la segunda); y un bloque aplicado entresacado de la segunda parte.

7.1. Consideraciones de carácter Metodológico

* Los modelos estructurales no pueden definirse como un instrumento de validación de Teorías.

En efecto, no podemos otorgar a ninguna técnica "per se" las características y propiedades que corresponden a aspectos epistemológicos y metodológicos. En ningún caso el uso de una u otra técnica nos permitirá, por este hecho, llegar a conclusiones más relevantes, entendiéndose ello como intento de validar teorías. Los sistemas de ecuaciones estructurales nos describen el fenómeno, y la elección de un modelo ajustado no informa de todo el fenómeno, ni tan solo hay garantías de que sea el único modelo aceptable a partir de los datos.

* La aportación básica de los modelos estructurales estriba en el uso de variables latentes (de vital importancia en Psicología) y en su carácter globalizador.

No es necesario redundar en la discusión acerca de la importancia de las variables latentes en la Psicología. En cambio, debemos detenernos aunque sea brevemente, en el aspecto de globalidad que esta técnica

presenta. El hecho de que la estimación se efectúe de modo conjunto supone un cambio, a la vez estadístico (técnico si se prefiere) y metodológico. Esto último puede verificarse si se tiene en cuenta que hasta la llegada de esta técnica, las estimaciones han sido planteadas de modo uniecuacional, lo cual permite puntos de vista más amplios. Sin embargo, ello supone un punto de controversia, en tanto en cuanto, lo que ganamos, digámoslo así, con esta aportación queda en entredicho por la situación que se produce al obtenerse soluciones poco verosímiles. Quizás, nos enfrentamos con una técnica que ha sido aceptada con tal rapidez y su asimilación se ha hecho de forma tan vertiginosa, que no se han producido los necesarios ajustes ni las revisiones críticas tendentes a limitar claramente las situaciones en que la técnica sea adecuadamente utilizada. Es un grave riesgo emplear técnicas no totalmente depuradas, puesto que pueden proveernos de resultados artificiales que lleven a conclusiones erróneas.

* La formalización matemática de los sistemas de ecuaciones estructurales es estrictamente estadística.

Con ello no se hace más que puntualizar aspectos ligados directamente con los objetivos de la propia técnica. No es factible conceder a los modelos estructurales categoría teórica, puesto que se dirigen (siendo ello suficientemente importante) a la modelización estadística a partir del Modelo Lineal General.

* Ese carácter estadístico provoca que sean aplicables a cualquier ámbito de la Psicología.

La adecuación de la técnica no viene determinada, obviamente, por las características del campo substantivo en el que se aplique. Ello depende enteramente de la metodología utilizada y en la congruencia entre ella y las exigencias de la técnica

- * Consecuentemente, los sistemas de ecuaciones estructurales no están restringidos a la investigación no experimental.

Debe matizarse que la importancia tan relevante que presentan en este campo no puede compararse con la presencia que ostentan en la investigación experimental. Hasta el momento, los intentos de aplicación en el campo de los diseños experimentales no es importante, en todo caso puede definirse como complementario y, en algunos casos, de desacertada. Por contra, en los planteamientos longitudinales parecen tener un papel importante, aportando análisis de datos más completos de los que se ponían en práctica.

- * Uno de los elementos o fines relevantes del proceso de modelización estructural debe radicar en el diseño de recogida de datos.

Si las posibilidades de la técnica no dependen totalmente de su propia definición, adquieren de forma inmediata una importancia extrema los aspectos metodológicos ya comentados con anterioridad. De tal forma que los datos que se empleen pueden hacer que un modelo correcto teóricamente, no se vea confirmado en los índices de ajuste. De cualquier modo, este hecho no es exclusivo de los sistemas de ecuaciones estructurales, sino que simplemente es propio de toda investigación científica parsimoniosa.

- * La interpretación causal establecida a partir de las ecuaciones estructurales se puede plantear cuando el procedimiento de recogida de datos lo permite. Ninguna técnica estadística, por si misma, concede la categoría de causal a las relaciones entre ^{las} variables que estudia.

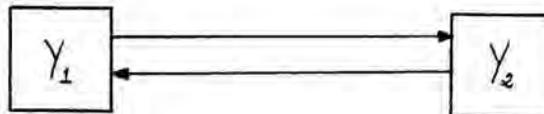
Es este un tema de gran controversia puesto que las posturas al respecto son variadas y en general poco integradoras. De hecho, esta afirmación se fundamenta en las propias definiciones del método científico.

- * La correlación, como unidad básica de análisis, solo nos permite describir.
De hecho, la interpretación de la correlación está suficientemente clara. Nos informa de la existencia de relación, pero no acerca de la naturaleza de la misma. Una relación causal implica correlación, pero la correlación no implica causalidad.

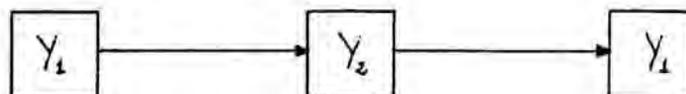
- * Consecuentemente, la relación causal no es susceptible de niveles. Existe relación causal (Según las condiciones establecidas) o solamente se deben plantear relaciones estructurales.
Cuando se plantea que la relación causal, a partir de sistemas no experimentales, es menos precisa que en los experimentales, se está aceptando implícitamente que este tipo de relaciones se dan fuera del contexto manipulativo. Hemos comentado este punto con cierta exhaustividad en capítulos anteriores. No creemos que, siguiendo el argumento del punto anterior, la correlación (técnica natural de la investigación no experimental) sea suficiente evidencia para la suposición de causalidad. Incluso, pensar que la correlación supone un punto de partida suficientemente potente para establecer una relación causal con menos "certeza" que en las situaciones experimentales es cometer el error de adjudicar a las técnicas estadísticas el poder de permitir determinadas interpretaciones. Lo mismo sucede cuando se pretenden defender relaciones causales por el hecho de emplear ecuaciones estructurales. De cualquier modo, la relación causal no creemos ^{que} se pueda plantear en términos de niveles de "certeza", en tanto en cuanto supondría aceptar que la relación causal se da con cierta probabilidad asociada. En general, la evidencia de causalidad vendrá dada por la manipulación de las variables y la comprobación exhaustiva de los efectos que esa manipulación provoca en las variables dependientes.

- * Los modelos no recursivos representan situaciones que difícilmente pueden asumirse a nivel teórico, en tanto en cuanto la causalidad recíproca solo tiene sentido a nivel matemático.

Uno de los elementos que integran el proceso de especificación de un sistema de ecuaciones estructurales lo constituye, como se ha señalado, el establecimiento de las relaciones entre las variables. La reciprocidad entre variables endógenas supone la situación más compleja con la que nos enfrentamos. En general, se establecen estas relaciones del siguiente modo:



Puede desprenderse de ello la siguiente relación a nivel verbal: "Y1 es "causa" de Y2 e Y2 es "causa" de Y1". Obviamente, ello vulnera la condición de temporalidad puesto que las relaciones "causales" se establecen entre dos medidas solamente, con lo que se da la circunstancia de que Y2 es causa de Y1 siendo medida con posterioridad a Y1. En consecuencia la relación recíproca será factible de estudio siempre que se de una estructura longitudinal:



Podría plantearse la misma cuestión en situaciones de medida conjunta (como nuestra aplicación). Es decir, cuando Y1 e Y2 son medidas a la vez. Si aceptamos la premisa de que el carácter causal no viene determinado por la técnica estadística, esa relación recíproca solo puede considerarse como estructural y, evidentemente, con sentido matemático. Siempre se puede dudar de la correcta aplicación que se hace de una variable independiente como dependiente en otra ecuación. Pero, si consideramos cada ecuación como una parte del fenómeno a estudiar, no es difícil argumentar que en algunos casos sea necesaria.

* Las ecuaciones estructurales no pueden considerarse como el conjunto de partes de una partición del fenómeno de análisis.

A pesar de que cada ecuación estructural provee información de cada una

de las variables endógenas, no puede considerarse que la suma de las ecuaciones de cuenta de todo el fenómeno a nivel teórico. Ello se hace más evidente si se considera el hecho de que la especificación de un modelo cualquiera pasa por la elección de variables relevantes, siendo imposible abordar el estudio de todas las variables que puedan estar implicadas.

* No se pueden confundir los supuestos estadísticos de las ecuaciones estructurales con premisas de carácter teórico.

Evidentemente, cuando el investigador pretende aplicar la técnica de los modelos estructurales (o cualquier otra técnica estadística), parecen adquirir una extrema importancia las condiciones de aplicación. En efecto, ello es básicamente el primer aspecto a tener en cuenta. Los modelos de ecuaciones estructurales, además de una serie de condiciones de aplicación de carácter estadístico suponen una serie de relaciones entre componentes del modelo, como la no correlación entre errores de medida.

Este tipo de supuestos no pueden considerarse, en modo alguno, como estadísticos, sino que están relacionados directamente con aspectos de carácter teórico. En vista de ello, la aplicación de los modelos estructurales debe pasar ineludiblemente por el análisis de esos supuestos, tanto estadísticos como teóricos.

7.2. Consideraciones de carácter estadístico.

* Las condiciones de orden y rango suponen un punto de obligado análisis en los modelos no recursivos.

En los modelos no recursivos, la necesidad del análisis de la condición de orden y rango se hace más evidente en contrastación con los modelos recursivos, siempre identificados. Si tenemos en cuenta la dificultad teórica que suponen los modelos no recursivos, la prudencia que su uso implica se hace evidente. Describiéndolo de modo general, podría decirse que la especificación de modelos no recursivos exige unas

condiciones de aplicación tan estrictas que debieran convertirse en modelos poco frecuentes.

- * La violación de las condiciones de rango y orden afecta directamente al valor de las estimaciones.

En los trabajos publicados, relacionados con las aplicaciones de los modelos estructurales, no es frecuente encontrar referencias al análisis de las condiciones de rango y orden. En algún caso, puede pensarse que no se les ha prestado excesiva atención. De cualquier modo, hemos visto como esas condiciones están directamente implicadas con los valores finales de las estimaciones. Tanto la aproximación de la forma reducida como la de la combinación lineal nos permiten aseverar la solución única de la técnica de estimación. Cuando se adopta el papel de simple usuario de un programa estadístico, como en el caso del LISREL, puede caerse con suma facilidad en adoptar los resultados obtenidos sin una previa reflexión acerca de los mismos. Las soluciones que se pueden presentar no son un elemento estático del proceso de modelización, sino que serán válidas en tanto en cuanto el investigador posea las garantías necesarias para la solución única, es decir, la seguridad del cumplimiento de las condiciones para la identificación. Ello, pensamos, es suficiente para caracterizar a la fase de identificación como vital para la técnica expuesta en este trabajo.

- * Dada la importancia de la etapa de identificación, el hecho de que los modelos recursivos sean siempre identificables, indica su carácter parsimonioso.

De forma complementaria a las consideraciones que se han hecho con respecto a los modelos no recursivos, se aceptan como modelos más parsimoniosos a los recursivos, ya que presentan las mismas ventajas que los no recursivos y ninguna de sus desventajas.

- * Debe tenerse en cuenta el papel de la matriz inicial en la solución de las estimaciones.

No es necesario efectuar demasiados comentarios a este respecto; en todo caso recordar que, de acuerdo con las características de las distintas soluciones presentadas, parece más interesante la obtención de soluciones estandarizadas.

- * Puede plantearse una relación entre las soluciones de estimación y los índices de ajuste global.

En efecto, hemos comentado la circularidad que supone utilizar el mismo criterio ($S-\xi$) en la estimación y en el ajuste. De forma simple podría decirse que "un modelo es ajustado cuando el criterio está minimizado y el criterio se minimiza en la estimación". Consecuentemente, los índices de ajuste nos informan del grado en que se ha minimizado esa diferencia, lo cual, es intrínsecamente distinto con la aceptación de un modelo o su rechazo.

Este es un aspecto que queda replanteado en el análisis de variancia explicada (al uso del modelo de regresión lineal) en tanto en cuanto la aceptación del modelo no contempla el mismo criterio en su estimación que en la significación del Análisis de Variancia correspondiente. Ello es aún más claro en el caso de las soluciones RR cuyo criterio de minimización difiere incluso del de OLS.

- * El tamaño de muestra utilizado determina en grado sumo el valor de las estimaciones halladas en ML.

Se ha mostrado evidencia empírica de que con tamaños de muestra pequeños las estimaciones ML no son adecuadas. Es fácil obtener valores inadecuados en esas situaciones. En el modelo presentado en la segunda parte se puede comprobar como, una vez más, el tamaño de muestra no suficiente imposibilita el uso de ML con garantías.

- * De ello se deduce que la solución ML es demasiado restrictiva para ser empleada de modo general.

Obviamente, aceptar la solución ML como técnica general de estimación supondría cometer gran cantidad de errores en el análisis de modelos estructurales, puesto que serían rechazados modelos que con otra solución de estimación presentarían valores más adecuados. No pueden olvidarse soluciones como TSLS o 3SLS en la aplicación de los modelos estructurales.

- * La presencia de colinealidad hace infructuosa la solución ML.

Los resultados obtenidos en el modelo propuesto muestran que la presencia de colinealidad afecta, al igual que en el punto anterior, a los valores de la solución ML. En vista de ello, las soluciones menos restrictivas serán más adecuadas para estos casos.

- * La familia RR parece ser efectiva en la estimación de parámetros en las ecuaciones con colinealidad.

Igualmente, puede decirse que los resultados evidenciados con RR (concretamente NR) son satisfactorios con respecto a las relaciones teóricamente establecidas en el modelo. Deben destacarse tres aspectos importantes con respecto a esta técnica de estimación que se recogen en los puntos siguientes:

- * Parece más efectivo (en términos de variancia explicada) sesgar las estimaciones de forma controlada (como en RR) que usar soluciones de estimación que no contemplan esa eventualidad.

El uso de RR ha permitido obtener valores en la estimación de los parámetros estructurales muy ajustados (excepto γ_{12}), hasta tal punto que el porcentaje de variancia explicada ha sido el mayor de los obtenidos, en la parte estructural del modelo, de todas las soluciones adoptadas

- * La solución TOLS es también adecuada para la estimación con colinealidad.

A pesar de que la variancia explicada con TOLS es ligeramente inferior que en RR, debe aceptarse como solución idónea para las situaciones con colinealidad, que por otra parte, son frecuentes en los trabajos de carácter psicológico.

- * El uso de NR parece más ajustado que RR, por lo que se refiere al valor del parámetro de sesgo K.

Como se ha visto en el cálculo de K, RR ofrecía un sesgo muy elevado, mientras que NR, al normalizar VIF, los valores de K eran prácticamente nulos. Todo ello hace que con pocos regresores, como el modelo analizado, la solución NR sea muy parecida a TOLS en cuanto a valores obtenidos.

Tal como se planteaba en el capítulo 3, la solución NR parece idónea para los modelos recursivos.

- * Los índices de ajuste no son excesivamente eficaces para el análisis global del modelo.

Puede verse fácilmente que a pesar de los valores inadecuados de ML, el índice GFI arroja un valor no excesivamente incorrecto (0.869).

A pesar de ser un modelo no ajustado, a partir de ML, GFI y RMR indican lo contrario. Del mismo modo, en el capítulo 4 se muestran datos con respecto a la inadecuación de los ajustes.

- * El valor de χ^2 está mediatizado por el tamaño de la muestra.

Si el criterio de estimación está influido por N en la solución ML, igual sucederá con el estadístico de ajuste, ya que la estimación y el ajuste mantienen un mismo criterio de base, tal como se ha comentado en un punto anterior.

* El estadístico X^2 solo informa del nivel de ajuste de covariancia.

Del modo en que se plantea X^2 , solo informa de las diferencias existentes en la diferencia que supone el criterio (S^-). De hecho, el que solo sea disponible en ML, provoca que su uso sea tan restringido como el de la técnica de estimación al que está asociado. Cuando el investigador recurre a la X^2 para decidir sobre el ajuste, solo podrá establecer ajustes relacionados con la estimación, en base a la concomitancia del criterio, lo cual es evidentemente insuficiente.

* No supone una excesiva garantía el índice X^2 con respecto al riesgo β .

El asociar los modelos ajustados con la H_0 supone obviamente asumir un riesgo β desconocido que determina una decisión final poco eficaz. Adoptar un α del 10%, como se sugiere, es una alternativa excesivamente simple para la reducción del riesgo β , y en consecuencia, puede decirse que esa es una situación no resuelta. El resto de índices globales, al carecer de significación, adolecen de peores cualidades que X^2 , con lo cual, el usuario que no adopte ML no dispone de datos de ajuste global con suficientes garantías.

* El ajuste de variancia supone una alternativa a la problemática del riesgo β y es útil para cualquier solución de estimación.

El hecho de asociar los modelos ajustados (en términos de variancia) con la aceptación de H_1 supone asumir un riesgo de primera especie con probabilidad conocida, y según el grado de significación, prácticamente mínimo. En nuestro caso, los valores de F obtenidos en las tablas presentadas en el capítulo 6 indican unos valores de probabilidad de cometer el error de tipo I muy cercanos a 0. Con ello se consigue, no solo disponer de un ajuste alternativo, sino establecer una decisión estadística mucho más segura. Igualmente, debe destacarse que el ajuste de variancia implica, en su propia concepción, la consideración de los modelos estructurales como un modelo de predicción cuando se establece en situaciones no experimentales, tal y como se ha presentado en el modelo de ansiedad social que se ha anali-

zado. La interpretación del ajuste de variancia en un sentido causal dispondrá de las mismas características que los comentarios que en ese sentido se derivarían del análisis de variancia en un diseño experimental. Recuérdese que la interpretación causal no viene dada por la técnica estadística, sino por el contexto de investigación en el que nos situamos.

A partir de los valores hallados podemos asumir^{ciue}, como decíamos, el modelo especificado es válido con respecto a sus posibilidades de predicción de las variables endógenas, puesto que la variancia explicada por los regresores es significativamente mayor que la no explicada, y con grados de significación muy satisfactorios.

7.3. Consideraciones de carácter aplicado.

- * Los distintos canales de medida no presentan las mismas garantías en su uso con respecto a la evaluación de conductas ansiosas.

Algunos de los estudios presentados muestran que el canal motor (registros observacionales) es, con diferencia, el sistema más usado en la práctica clínica por lo que se refiere al Psicodiagnóstico conductual. Por contra, los autoinformes son uno de los instrumentos de medida más comunes en la investigación aplicada. Ello se justifica mediante dos puntualizaciones: se trata de medidas no totalmente conocidas (aún más en el caso de variables cognitivas) y son de fácil uso, lo que suaviza la complejidad de la mayoría de procedimientos experimentales. Consecuentemente, debe asumirse que, a pesar que el uso de autoinformes suponga unas ciertas facilidades en el desarrollo de las investigaciones sobre la eficacia de tratamientos clínicos, no aportan información suficiente como para ser usados como único sistema de medida.

- * La excesiva producción de autoinformes conductuales no ha supuesto una mejora substantiva en sus garantías de uso.

Es este uno de los aspectos más criticados por parte de los autores que han efectuado revisiones sobre el tema. Es evidente, que esta excesiva producción responde a un hecho patente en las publicaciones al respecto: se elaboran cuestionarios en función de las necesidades específicas del tipo de estudio realizado. Se trata, en definitiva, de un punto de vista eminentemente ideográfico. Cada situación de tratamiento origina sus propios instrumentos de medida. Toda esa producción no se ha visto acompañada de un desarrollo paralelo de los estudios acerca de las garantías psicométricas de esos instrumentos, en tanto en cuanto, muchos de ellos no presentan datos acerca de su validez y fiabilidad.

* Los modelos de medida parecen ser técnicas efectivas para el estudio de los autoinformes conductuales.

Uno de los puntos más evidentes de la aplicación efectuada radica en la adecuación que se ha obtenido en los modelos de medida que se han analizado. Cada una de las variables latentes ha sido convenientemente operativizadas, en términos de las cargas factoriales, por los indicadores seleccionados. De cual quier modo, no se han presentado datos de ajuste de los modelos de medida por separado, puesto que no era objetivo prioritario de este trabajo. Es interesante mencionar que la información que proveen los modelos de medida es suficientemente importante para que los evaluadores conductuales los asuman como técnica de análisis común en los estudios sobre cualquier instrumento de medida, de uno u otro canal, del mismo modo que se utiliza, con gran éxito, en los trabajos de índole psicométrica.

* Los resultados de los modelos de medida (como parte del modelo estructural) no son evidencia suficiente para afirmar la fiabilidad de los indicadores empleados.

A pesar de que la variancia explicada de cada variable observable pueda interpretarse como un coeficiente de fiabilidad; se trata de una medida

demasiado abstracta para que sea asumible directamente sin someter a análisis de fiabilidad más estricto a las escalas conductuales.

* El modelo propuesto es predictivo según el ajuste de variancia a partir de TSLS y RR.

A partir de los datos presentados en el capítulo anterior, puede afirmarse que las relaciones presentadas verbalmente se han visto confirmadas a nivel empírico. Consiguientemente, la ansiedad social que experimenta un sujeto puede predecirse a partir de la ansiedad rasgo y asertividad que presenta. Del mismo modo, y como relación estructural más global, la ansiedad específica que se da en situaciones muy ansiógenas (miedo a hablar en público) está relacionada directamente con la ansiedad social y la asertividad, y de forma indirecta con la ansiedad rasgo. Todo ello es congruente con las características del modelo de ansiedad condicionada.

* Los autoinformes conductuales parecen indicados para su uso en medidas de carácter situacional.

Si las ecuaciones son predictivas, las relaciones analizadas pueden hacerse extensivas a los indicadores empleados, es decir, a los autoinformes conductuales. Por supuesto, esas relaciones, así planteadas, deberían ser matizadas por el empleo de medidas sin error, lo cual, dado su carácter poco sistemático, carecería de sentido. Sin embargo, cuestionarios del tipo FNE o SAD son indicadores válidos para las operativizaciones de las variables latentes del tipo aquí empleadas. Con ello, no debe descartarse su uso en las situaciones que se relacionen con ansiedades específicas, sino todo lo contrario, puesto que la información que aportan es suficiente para su utilización aplicada.



Nota: Con objeto de no presentar una serie de referencias bibliográficas de forma conjunta, relativas a la primera y segunda parte de este volumen, se ha establecido el criterio de separarla en función de su inclusión en una u otra.

En ocasiones, algún autor, ha sido citado en ambas partes, con lo que se ha considerado oportuno incluirlo solamente en las referencias que, por el contenido preferente de la publicación, le corresponda. Sin embargo, se ha indicado convenientemente esos casos, que por otra parte no son muy numerosos, para una más fácil localización por parte del lector.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS PRIMERA PARTE

- 1.- Abizadeh, S. (1986). Economic development and income elasticity of demand for "governement". Comunicación presentada en la XII Convención Anual de la Asociación Económica del este, Philadelphia, U.S.A.
- 2.- Aitken, A. C. (1934). On least squares and the linear combination of observations. Proceedings of the Royal Society of Edinburg, 35, 42-48.
- 3.- Akaike, H. (1973). Information theory and extension of the maximum likelihood principle. En B.N. Petrov y F. Csaki (Eds.), Second International Symposium of Information Theory. Budapest: A. Kaido.
- 4.- Akaike, H. (1974). A new look of the statistical model identification. Transactions on Automatic Control, 19, 716-723.
- 5.- Algina, J. y Seaman, S. (1984). Calculation of Semipartial correlations. Educational and Psychological Measurement, 44, 547-549.
- 6.- Alwin, D.F. y Tessler, R.C. (1985). Causal Models, Unobserved variables, and Experimental data. En H.M. Blalock (Ed.), Causal Models in panel and Experimental Designs (pp. 55-88). New York: Aldine Pub. Co.
- 7.- Anguera, M.T. (1983). Manual de Prácticas de Observación. Mexico:Trillas.
- 8.- Appelbaum, M.I. (1986). Statistics, data analysis and Psychometrika : Major developments. Psychometrika, 51 (1), 53-56.
- 9.- Arnau, J. (1981). Diseños Experimentales en Psicología y Educación, Vol. 1. México: Trillas.
- 10.- Arnau, J. (1982). Los Modelos Causales como alternativa de análisis en los Diseños Experimentales. Manuscrito no publicado, Universidad de Barcelona, Facultad de Psicología, Departamento de Psicología Experimental.
- 11.- Arnau, J. (1984). Diseños Experimentales en Psicología y Educación, Vol. 2. México: Trillas.
- 12.- Asher, H.B. (1976). Causal modeling. Beverly Hills, California: Sage. Pub. Inc.
- 13.- Bagozzi, R.P. (1977). Structural Equation Models in Experimental research. Journal of Marketing Research, 14, 209-226.
- 14.- Bagozzi, R.P. (1980). Causal Models in Marketing. New York: Wiley
- 15.- Bagozzi, R.P. (1981). An examination of the validity of two models of attitude. Multivariate Behavioral Research, 16, 323-359.
- 16.- Bagozzi, R.P.; Fornell, C. y Larcker, D.F. (1981). Canonical correlation analysis as a special case of a structural relations models. Multivariate Behavioral Research, 16, 437-454.
- 17.- Baltagi, B.H. (1984). A Monte Carlo study for pooling time series of cross-section data in the simultaneous equation model. International Economic Review, 25 (3), 603-624.
- 18.- Bamber, D. y Van Santen, J.P.H. (1985). How many parameters can a model have and still be testable?. Journal of Mathematical Psychology, 29, 443-473.

- 19.- Bartlett, M.S. (1950). Test of significance in Factor Analysis. British Journal of Psychology, 3, 77-85.
- 20.- Batista, J.M. (1982). Modelo para el análisis de ecuaciones de estructura lineal, Lisrel. Relación con el modelo para el análisis de la estructura de la covariancia. Aplicación a un programa preventivo frente al consumo de dogras en adolescentes. Tesis Doctoral no publicada. Universitat Politècnica de Catalunya.
- 21.- Bentler, P.M. (1977). Factor simplicity index and transformations. Psychometrika, 42 (2), 277-295.
- 22.- Bentler, P.M. (1980). Multivariate Analysis with latent variables: Causal modeling. Annual Review of Psychology, 31, 419-456.
- 23.- Bentler, P.M. (1983). Some contributions to efficient statistics in structural models: Specification and estimation of moment structures. Psychometrika, 48 (4), 493-517.
- 24.- Bentler, P.M. (1983a). Theory and implementation of EQS, a structural equations program. Technical Report, BMDP Statistical Software.
- 25.- Bentler, P.M. (1983b). Simultaneous equations systems as moment structure models. Journal of Econometrics, 22, 13-42.
- 26.- Bentler, P.M. (1984). Introduction to structural equation models. Comunicación presentada en el XXIII Congreso de Psicología, Acapulco, México.
- 27.- Bentler, P.M. (1986). Structural modeling and Psychometrika: An historical perspective on growth and achievements. Psychometrika, 51 (1), 35-51.
- 28.- Bentler, P.M. y Bonett, D.G. (1980). Significance test and Goodness of fit in the analysis of covariance structures. Psychological Bulletin, 88 (3), 588-606.
- 29.- Bentler, P.M. y Lee, S. (1978). Statistical aspects of a three-mode factor analysis model. Psychometrika, 43 (3), 343-352.
- 30.- Bentler, P.M. y Lee, S. (1979). A statistical development of three-mode factor analysis. British Journal of Mathematical and Statistical Psychology, 32, 87-104.
- 31.- Bentler, P.M. y McClain, J. (1976). A multitrait-multimethod analysis of reflection-impulsivity. Child Development, 47, 218-226.
- 32.- Bentler, P.M. y Speckart, G. (1979). Models of attitude-behavior relations. Psychological Review, 86 (5), 452-464.
- 33.- Bentler, P.M. y Tanaka, J.S. (1983). Problems with EM algorithms for ML Factor Analysis. Psychometrika, 48 (2), 247-352.
- 34.- Bentler, P.M. y Weeks, D.G. (1980). Linear structural equations with latent variables. Psychometrika, 45 (3), 289-308.
- 35.- Bentler, P.M. y Wingard, J.A. (1977). Function invariant and parameter scale-free transformation methods. Psychometrika, 42 (2), 221-240.
- 36.- Bentler, P.M. y Woodward, J.A. (1980). Inequalities among lower bounds to reliability: with applications to test construction and factor analysis. Psychometrika, 45 (2), 249-267.

- 37.- Berry, W.D. (1984). Nonrecursive Causal Models. Beverly Hills, California: Sage Pub. Inc.
- 38.- Berry, K.J. y Mielke, P.W. (1983). Moment aproximations as an alternative to the F test in analysis of variance. British Journal of Mathematical and Statistical Psychology, 36, 202-206.
- 39.- Blalock, H.M. (1961). Correlation and Causality: the multivariate case. Social Forces, 39, 246-251.
- 40.- Blalock, H.M. Jr. (1964). Causal inferences in nonexperimental research. Chapel Hill: University of North Carolina Press.
- 41.- Blalock, H.M. Jr. (1985). Estimating measurement error using multiple indicators and several points in time. In H.M. Blalock, Jr. (Ed.), Causal Models in Panel and Experimental Design (pp.167-184). New York: Aldine Publications Co.
- 42.- Blalock, H.M. Jr. (1985a). Inadvertent manipulations of dependent variables in research designs. In H.M. Blalock Jr. (Ed.), Causal Models in Panel and Experimental Designs (pp. 89-110). New York: Aldine Publications Co.
- 43.- Blalock, H.M. Jr. (1985b). Causal models involving unmeasured variables in stimulus-response situations. In H.M. Blalock Jr. (Ed.), Causal Models in Panel and Experimental Designs, (pp. 29-41). New York: Aldine Pub. Co.
- 44.- Blalock, H.M. Jr. (Ed.) (1985c). Causal Models in Panel and Experimental Designs. New York: Aldine Pub. Co.
- 45.- Blasco, R.D. y Casas, R. (1985). Polirreactrímetro y Bateria de Aptitudes psicomotrices para la exploración psicotécnica de conductores. Tesina de Licenciatura no publicada, Universidad de Barcelona.
- 46.- Bohrnstedt, G.W. y Felson, R.B. (1983). Explaining the relations among children's actual and perceived performances and self-esteem: A comparison of several causal models. Journal of Personality and Social Psychology, 45 (1), 43-56.
- 47.- Bonett, D.G. y Bentler, P.M. (1983). Goodness of Fit Procedures for the Evaluation and Selection of Log-Linear Models. Psychological Bulletin, 93 (1), 149-166.
- 48.- Boomsma, A. (1985). Nonconvergence, improper solutions, and starting values in Lisrel maximum likelihood estimation. Psychometrika, 50 (2), 229-242.
- 49.- Boudon, R. (1965). A method of linear causal analysis: Dependence Analysis. American Sociological Review, 30, 365-374.
- 50.- Brown, J.F. (1936a). On the use of mathematics in Psychological Theory. Psychometrika, 1 (1), 77-90.
- 51.- Brown, J.F. (1936b). On the use of Mathematics in Psychological Theory (Concluded from previous issue). Psychometrika, 1 (2), 7-15.
- 52.- Browne, M.W. (1982). Covariance structures. In D.M. Hawkins (Ed.), Topics in Applied Multivariate Analysis. Cambridge: Cambridge University Press.

- 53.- Bulcock, J.W. y Lee, W.F. (1983). Normalization Ridge Regression in Practice. Sociological Methods & Research, 11 (3), 259-303.
- 54.- Bulcock, J.W. y Lee, W.F. (1985). The problem of estimator selection in nonrecursive modeling. Comunicación presentada en el Seminario del Departamento de Matemáticas y Estadística de la Universidad de Newfoundland, St. John, U.S.A.
- 55.- Bunge, M. (1972). Teoría y realidad. Barcelona: Ariel.
- 56.- Ciminero, A.R.; Calhoun, K.S. y Adams, H.E. (Eds.) (1977). (véase referencias bibliográficas segunda parte).
- 57.- Cliff, N. (1983). Some cautions concerning the application of causal modeling methods. Multivariate Behavioral Research, 18, 115 - 126.
- 58.- Cohen, J. y Cohen, P. (1975). Applied multiple regression/correlation analysis for the behavioral sciences. Hillsdale, New Jersey : Lawrence Erlbaum.
- 59.- Cole, D.A. y Maxwell, S.E. (1985). Multitrait-multimethod comparisons across populations: a confirmatory factor analytic approach. Multivariate Behavioral Research, 20, 389-417.
- 60.- Comrey, A.L. (1985). Personality factor structure in psychiatric outpatients and normals. Multivariate Behavioral Research, 20, 419-426.
- 61.- Comrey, A.L. (1985a). A method for removing outliers to improve factor analytic results. Multivariate Behavioral Research, 20, 273-281.
- 62.- Cone, J.D. y Hawkins, R.P. (Eds.) (1977). (véase referencias bibliográficas segunda parte).
- 63.- Cook, T.D. y Campbell, D.T. (1979). Quasi-experimentation: Design and analysis issues for field setting. Chicago: Rand-McNally.
- 64.- Costner, H.L. (1985). Utilizing Causal Models to discover flaws in experiments. En H.M. Blalock Jr. (Ed.), Causal Models in panel and experimental designs, (pp. 43-54). New York: Aldine Pub. Co.
- 65.- Costner, H.L. y Schoenberg, R. (1973). Diagnosing Indicator ills in - multiple indicator models. En A.S. Goldberger y O.D. Duncan (Eds.), Structural equation models in the Social Sciences, (pp. 167-199). New York: Seminar Press Inc.
- 66.- Cuadras, C.M. (1981). Métodos de análisis multivariable. Barcelona : Editorial Universitaria.
- 67.- Cudeck, R. (1985). A structural comparison of conventional and adaptive versions of the ASVAB. Multivariate Behavioral Research, 20, 305-322.
- 68.- Cudeck, R. (1986). A note on structural models for the circumplex. Psychometrika, 51 (1), 143-147.
- 69.- Cudeck, R. y Browne, M.W. (1983). Cross-validation of covariance structures. Multivariate Behavioral Research, 18, 147-167.
- 70.- Davidson, R. y McKinnon, J.G. (1986). Testing the specification of econometric models in regression and non-regression directions. Ontario: Queen University Press.

- 71.- De Leeuw, J. (1985). A note about reviews. Psychometrika, 50 (3), 371-375.
- 72.- Dempster, A.P. (1973). Alternatives to least squares in multiple regression. En H.G. Kabe y R.P. Gupta (Eds.), Multivariate Statistical Inference. Amsterdam: Elsevier North-Holland.
- 73.- Dempster, A.P.; Laird, N.M. y Rubin, D.B. (1977). Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm. Journal of Royal Statistical Society, 39, 1-38.
- 74.- Denison, D.R. (1982). Multidimensional scaling and structural equation modeling: A comparison of multivariate techniques for theory testing. Multivariate Behavioral Research, 17, 447-470.
- 75.- Dijkstra, T. (1983). Some comments on maximum likelihood and partial least squares methods. Journal of Econometrics, 22, 67-90.
- 76.- Domenech, J.M. y Riba, M.D. (1985). Métodos Estadísticos, Modelo Lineal de regresión. Barcelona: Herder.
- 77.- Donaldson, G. (1983). Confirmatory factor analysis models of information processing stages: An alternative to difference scores. Psychological Bulletin, 94 (1), 143-151.
- 78.- Duncan, O.D. (1966). Path analysis: Sociological examples. American Journal of Sociology, 72, 1-16.
- 79.- Duncan, O.D. y Featherman, D.L. (1973). Psychological and cultural factors in the process of occupational achievement. En A.S. Goldberger y O.D. Duncan (Eds.), Structural equation models in the Social Sciences, (pp. 229-253). New York: Seminar Press Inc.
- 80.- Dunlap, J.W. y Cureton, E.E. (1930). On the analysis of causation. Journal of Educational Psychology, 21, 657-680.
- 81.- Dykstra, A. (1985). Logic of causal analysis: from experimental to nonexperimental designs. En H.M. Blalock Jr. (Ed.), Causal models in panel and experimental designs, (pp. 7-28). New York: Aldine Pub. Co.
- 82.- Dwyer, J.H. (1983). Statistical models for the social and behavioral sciences. New York: Oxford University Press Inc.
- 83.- Edgington, E.S. (1984). Statistics and single case analysis. Progress in Behavior Modification, 16, 83-118.
- 84.- Eells, E. (1985). Probabilistics causal levels. Comunicación presentada en la Conferencia sobre Causalidad y Probabilidad del National Science Foundation, California, U.S.A.
- 85.- Eells, E. y Sober, E. (1983). Probabilistic causality and the question of transivity. Philosophy of Science, 50, 35-57.
- 86.- Engelhart, M.D. (1936). The technique of path coefficients. Psychometrika, 1, 287-293.
- 87.- Everitt, B.S. (1984). An introduction to latent variable models. New York: Chapman and Hall.
- 88.- Feltz, D.L. (1982). Path analysis of the causal elements in Bandura's theory of self. Efficacy and an anxiety-based model of avoidance behavior. Journal of Personality and Social Psychology, 42 (4), 764-781.

- 89.- Feltz, D.L. y Mugno, D.A. (1983). A replication of the path analysis of the causal elements in Bandura's theory of self-efficacy - and the influence of autonomic perception. Journal of Sport Psychology, 5, 263-277.
- 90.- Ferrer, R.; Malapeira, J.M. y Honrubia, M.L. (1984). (véase referencias bibliográficas segunda parte).
- 91.- Fornell, C. (1983). Issues in the application of covariance structure analysis: a comment. Manuscrito no publicado.
- 92.- Fornell, C. y Bookstein, F.L. (1982). Two structural equation models: LISREL and PLS applied to consumer exit-voice theory. Journal of Marketing Research, 14, 440-452.
- 93.- Fornell, C. y Larcker, D.F. (1981). Structural equation models with unobservable variables and measurement error: algebra and statistics. Journal of Marketing Research, 18, 382-388.
- 94.- Fornell, C. y Larcker, D.F. (1981a). Evaluating structural equation models with unobservables variables and measurement error. Journal of Marketing Research, 28, 39-50.
- 95.- Fornell, C. y Larcker, D.F. (1984). Misapplications of simulations in structural equation models: reply to Acito and Anderson. Journal of Marketing Research, 21, 113-117.
- 96.- Freixa, M. y Guàrdia, J. (1985). Análisis de la adaptación del modelo de Walberg mediante el sistema de ecuaciones estructurales. Comunicación presentada en el Symposium Internacional sobre Fracaso escolar, Aprendizaje verbal y Memoria, Tarragona, Catalunya.
- 97.- Friedman, D.J. y Montgomery, D.C. (1985). Evaluation of the predictive performance of biased regression estimators. Journal of Forecasting, 4, 153-163.
- 98.- Frisch, R. (1934). Statistical confluence analysis by means of complete regression systems. Oslo: Oslo University.
- 99.- Gerbing, D.W. y Anderson, J.C. (1985). The effects of sampling error and model characteristics on parameter estimation for maximum likelihood confirmatory factor analysis. Multivariate Behavioral Research, 20, 255-271.
- 100.- Goldberger, A.S. (1973). Structural equation models: an overview. En A.S. Goldberger y O.D. Duncan (Eds.), Structural equation models in the social sciences, (pp. 1-17). New York: Seminar Press Inc.
- 101.- Goldberger, A.S. (1973a). Efficient estimation in overidentified models: an interpretative analysis. En A.S. Goldberger y O.D. Duncan (Eds.), Structural equation models in the social sciences, (pp. 131-152). New York: Seminar Press Inc.
- 102.- Goldberger, A.S. y Duncan, O.D. (1973). Structural equation models in the Social Sciences. New York: Seminar Press Inc.
- 103.- Golfeld, S.M. y Quandt, R.E. (1976). Nonlinear methods in econometrics. Amsterdam: North-Holland Inc.
- 104.- Gomez, J. (1986). Los modelos causales como metodología de validez de constructo. Barcelona: Alamex.
- 105.- Goodman, L.A. (1978). Analyzing Qualitative/Categorical data. Log-linear models and latent structure analysis. Cambridge: Abt. Books.

- 106.- Goodman, L.A. (1979). Measures of association for cross classifica - tions. New York: Springer Verlag.
- 107.- Goodman, L.A. (1979a). On the estimation of parameters in latent struc - ture analysis. Psychometrika, 44 (1), 123-128.
- 108.- Gorr, W.L. y Hsu, Ch. (1985). An adaptative fillering procedure for estimation regression quantiles. Management Science, 31 (8) , 1019-1029.
- 109.- Gorsuch, R.L. (1983). Three methods for analyzing limited time-series (N of 1) data. Behavioral Assessment, 5, 141-154.
- 110.- Green, B.F. (1986). Models, computers and policies: fifty years of Psychometrika. Psychometrika, 51 (1), 65-68.
- 111.- Greenberg, D.F. y Kessler, R.C. (1985). Equilibrium and identification in linear panel models. En H.M. Blalock Jr. (Ed.), Causal Mo - dels in panel and experimental designs, (pp. 205-217). New York: Aldine Pub. Co.
- 112.- Greene, W.H. (1983). Estimation of limited dependent variable models by ordinary least squares and the method of moments. Journal of Econometrics, 21, 195-212.
- 113.- Grembowski, D. (1984). Causal models in plan evaluation. Socio-Econo - mic Planning Science, 18 (4), 255-261.
- 114.- Griliches, Z. y Mason, W.M. (1973). Education, income and ability. En A.S. Goldberger y O.D. Duncan (Eds.), Structural equations mo - dels in the social sciences, (pp. 285-316). New York: Seminar Press Inc.
- 115.- Guàrdia, J. (1984). (véase referencias bibliográficas segunda parte).
- 116.- Guàrdia, J. (1985). Aplicación del método de ecuaciones estructurales en las investigaciones longitudinales. Manuscrito no publicado, Universidad de Barcelona, Departamento de Psicología Experimental.
- 117.- Guàrdia, J.; Malapeira, J.M. y Honrubia, M.L. (1984). (véase referen - cias bibliográficas segunda parte).
- 118.- Guttman, L.A. (1954). A new approach to factor analysis: the radex. En P.F. Lazarsfeld (Ed.), Mathematical thinking in the social sciences, (pp. 258-348). New York: Columbia University Press.
- 119.- Guttman, L.A. (1977). What is not what in statistics?. Statistician, 26, 81-107.
- 120.- Hägglund, G. (1982). Factor analysis by instrumental variables me - thods. Psychometrika, 47 (2), 209-222.
- 121.- Hamilton, L. (1983). Saving water. A causal model of household con - servation. Sociological Perspectives, 26 (4), 355-374.
- 122.- Hargens, L.L.; Reskin, B.K. y Allison, P.D. (1985). Problems in esti - mating measurement error from panel data: an example involving the measurement of scientific productivity. En H.M. Blalock Jr (Ed.), Causal models in panel and experimental designs, (pp. 151-166). New York: Aldine Pub. Co.
- 123.- Hartman, M. (1983). Empirical aids for ordering variables in causal models. Quality and Quantity, 7, 19-33.

- 124.- Hauer, E.; Byer, P. y Joksch, H.C. (1983). Bias-by-selection: the accuracy of an unbiased estimator. Accid. Anal. & Prev., 15 (5), 323-328.
- 125.- Hauser, R.M. (1973). Disaggregating a social-psychological model of educational attainment. En A.S. Golberger y O.D. Duncan (Eds.), Structural equations models in the social sciences, (pp. 255-284). New York: Seminar Press Inc.
- 126.- Hausman, D. (1983). Are there causal relations among dependent variables?. Philosophy of Science, 50, 58-81.
- 127.- Heise, D.R. (1985). Separating reliability and stability in test-retest correlation. En H.M. Blalock Jr. (Ed.), Causal Models in panel and experimental designs, (pp. 117-132). New York: Aldine Pub. Co.
- 128.- Hellevik, O. (1984). Introduction to causal analysis. Exploring survey data by crosstabulation. Contemporary Social Research Series no. 9. New York: George Allen & Unwin Pub. Ltd.
- 129.- Henik, A. y Tzelgov, J. (1985). Control of Halo-error: a multiple regression approach. Journal of Applied Psychology, 70 (3), 577-580.
- 130.- Hocking, R.R.; Speed, F.M. y Lynn, M.J. (1976). A class of biased estimators in linear regression. Technometrics, 18, 425-437.
- 131.- Hodapp, V. y Wermuth, N. (1983). Descomposable models: a new look at interdependence and dependence structures in psychological research. Multivariate Behavioral Research, 18, 361-390.
- 132.- Hoelter, J.W. (1983). The analysis of covariance structures, Goodness-of-fit indices. Sociological Methods & Research, 11 (3) 325-344.
- 133.- Hoerl, A.E. y Kennard, R.W. (1970). Ridge regression: biased estimation for nonorthogonal problems. Technometrics, 15, 55 - 67.
- 134.- Hoerl, A.E. y Kennard, R.W. (1970a). Ridge regression: application to nonorthogonal problems. Technometrics, 15, 69-81.
- 135.- Hoerl, A.E. y Kennard, R.W. (1976). Ridge regression: iterative estimation of the biasing parameter. Communications in Statistics, 5 (1), 77-88.
- 136.- Hoerl, A.E.; Kennard, R.W. y Baldwin, K.F. (1975). Ridge regression: some simulation. Communications in Statistics, 4 (2), 105-123.
- 137.- Huber, H.P. (1984). Statistics for single-subject designs: a review of some recent developments. Psychologische Beiträge, 26, 348-362.
- 138.- Jackson, J.E. (1973). Senate voting: problems of scaling and functional form. En A.S. Goldberger y O.D. Duncan (Eds.), Structural equation models in the social sciences, (pp. 329-348). New York: Seminar Press Inc.
- 140.- James, L.R. (1981). A test for asymmetric relationships between two reciprocally related variables. Multivariate Behavioral Research, 16, 63-81.

- 141.- James, L.R. y Singh, K. (1978). An introduction to the logic, assumptions and basic analytic procedures of two-stage least squares. Psychological Bulletin, 85 (5), 1104-1122.
- 142.- James, L.R.; Mulaik, S.A. y Brett, J.M. (1982). Causal analysis assumptions, models and data. Beverly Hills: Sage Pub. Inc.
- 143.- Jöreskog, K.G. (1967). Some contributions to maximum likelihood factor analysis. Psychometrika, 34, 443-482.
- 144.- Jöreskog, K.G. (1969). A general approach to confirmatory maximum likelihood factor analysis. Psychometrika, 34 (2), 183-220.
- 145.- Jöreskog, K.G. (1971). Simultaneous factor analysis in several populations. Psychometrika, 36 (4), 409-426.
- 146.- Jöreskog, K.G. (1977). Structural equation models in the social sciences: specification, estimation and testing. En P.R. Krishnaiah (Ed.), Applications of statistics, (pp. 265-287). Amsterdam: North Holland Pub. Co.
- 147.- Jöreskog, K.G. (1977a). Statistical models and methods for analysis of longitudinal data. En D.V. Aigner y A.S. Goldberger (Eds.), Latent variables in socioeconomic models. Amsterdam: North Holland Pub. Co.
- 148.- Jöreskog, K.G. (1978). Structural analysis of covariance and correlation matrices. Psychometrika, 43 (4), 443-477.
- 149.- Jöreskog, K.G. (1979). Analyzing psychological data by structural analysis of covariance matrices. En K.G. Jöreskog y D. Sörbom (Eds.) Advances in factor analysis and structural equation models, (pp. 45-100). Massachusetts: Abt. Books.
- 150.- Jöreskog, K.G. (1979a). Basic ideas of factor and component analysis. En K.G. Jöreskog y D. Sörbom (Eds.), Advances in factor analysis and structural equation models, (pp. 5-20). Massachusetts: Abt. Books.
- 151.- Jöreskog, K.G. (1979b). Statistical estimation of structural models in longitudinal-developmental investigations. En J.R. Nesselroade y P.B. Baltes (Ed.), Longitudinal research in the study of behavior and development. New York: Academic Press.
- 152.- Jöreskog, K.G. y Goldberger, A.S. (1972). Factor analysis by generalized least squares. Psychometrika, 37 (3), 243-260.
- 153.- Jöreskog, K.G. y Sörbom, D. (1979). Advances in factor analysis and structural equation models. Massachusetts: Abt. Books.
- 154.- Jöreskog, K.G. y Sörbom, D. (1981). Lisrel V: Analysis of linear relationships by maximum likelihood and least squares methods. Uppsala: University of Uppsala, Department of Statistics.
- 155.- Jöreskog, K.G. y Sörbom, D. (1982). Recent developments in structural equation modeling. Journal of Marketing Research, 14, 404-416.
- 156.- Jöreskog, K.G. y Sörbom, D. (1984). Lisrel VI: Analysis of Linear Structural relationships by maximum likelihood, instrumental variables and least squares methods. New York: Scientific Software Inc.
- 157.- Kariya, T. y Sinha, B.K. (1985). Nonnull and optimality robustness of some tests. The Annals of Statistics, 13 (3), 1182-1197.

- 158.- Kasarda, J.D. y Shih, W.F. (1977). Optimal bias in ridge regression approaches to multicollinearity. Sociological Methods and Research, 5, 461-470.
- 159.- Keijnen, J.P.C.; Cremers, P. y Van Belle, F. (1983). The power of weighted and ordinary least squares with estimated unequal variances in experimental designs. Tilburg: University of - Tilburg, Suecia.
- 160.- Kenny, D.A. (1973). Cross-lagged and synchronous common factors in panel data. En A.S. Goldberger y O.D. Duncan (Eds.), Structural equation models in the social sciences, (pp. 153-165). New York: Seminar Press Inc.
- 161.- Kenny, D.A. (1979). Correlation and causality. New York: Wiley.
- 162.- Kenny, D.A. y Judd, Ch.M. (1984). Estimating the nonlinear and interactive effects of latent variables. Psychological Bulletin, 96 (1), 201-210.
- 163.- Kohn, M.L. y Schooler, C. (1985). The reciprocal effects of the substantive complexity of work and intellectual flexibility: a longitudinal assessment. En H.M. Blalock Jr. (Ed.), Causal Models in panel and experimental designs, (pp. 251-279). New York: Aldine Pub. Co.
- 164.- Land, K.C. (1973). Identification, parameter estimation and hypothesis testing in recursive sociological models. En A.S. Goldberger y O.D. Duncan (Eds.), Structural equation models in the social sciences, (pp. 19-49). New York: Seminar Press Inc.
- 165.- Landis, J.R. y Koch, G.G. (1979). The analysis of categorical data - in longitudinal studies of behavioral development. En J.R. Nesselroade y P.B. Baltes (Eds.), Longitudinal research in the study of behavior and development, (pp. 233-261). New York: Academic Press.
- 166.- Lawless, J.F. y Wang, P. (1976). A simulation study of ridge and - other regression estimators. Communications in Statistics, 4, 306-323.
- 167.- Lee, S. (1980). estimation of covariance structure models with parameters subject to functional restraints. Psychometrika, 45 (3), 309-324.
- 168.- Lee, S. (1986). Estimation for structural equation models with missing data. Psychometrika, 51 (1), 93-99.
- 169.- Lee, S. y Fong, W. (1983). A scale invariant model for three-mode - factor analysis. British Journal of Mathematical and Statistical Psychology, 36, 217-223.
- 170.- Lee, S. y Jennrich, R.I. (1979). A study of algorithms for covariance structure analysis with specific comparisons using factor analysis. Psychometrika, 44 (1), 99-113.
- 171.- Lee, S. y Jennrich, R.I. (1984). The analysis of structural equation models by means of derivative free nonlinear least squares. Psychometrika, 49 (4), 521-528.
- 172.- Lee, S. y Poon, W. (1986). Maximum likelihood of polyserial correlations. Psychometrika, 51 (1), 113-121.

- 173.- Lee, S. y Tsui, K. (1982). Covariance structure analysis in several populations. Psychometrika, 47 (3), 297-308.
- 174.- Lee, W.F.; Bulcock, J.W. y Luk, W.S. (1984). The R^2 ridge trace in 2SLS regression estimation. Sociological Methods & Research, 13 (2), 219-249.
- 175.- Linn, R.L.; Werts, Ch.E. y Tucker, L.R. (1971). The interpretation of regression coefficients in a school effects model. Educational and Psychological Measurement, 31, 85-93.
- 176.- Lomax, R.G. (1983). A guide to multiple-sample structural equation modeling. Behavior Research Methods and Instrumentation, 15 (6), 580-584.
- 177.- Lopez Feal, R. (1982). Los modelos causales asociados a estructuras de covariancias: una via para la unificación de los "dos métodos de la Psicología científica". Anuario de Psicología, 5 - 21.
- 178.- Lopez Feal, R. (1986). Construcción de instrumentos de medida en Ciencias conductuales y Sociales, Vol.1. Barcelona: Alamex.
- 179.- Lord, F.M. (1983). Unbiased estimators of ability parameters, of their variance, and of their parallel-forms reliability. Psychometrika, 48 (2), 233-245,
- 180.- Lord, F.M. (1983a). Statistical bias in maximum likelihood estimators of item parameters. Psychometrika, 48 (3), 425-435.
- 181.- Lord, F.M. (1983b). Maximum likelihood estimation of item response parameters when responses are omitted. Psychometrika, 48 (3), 477-482.
- 182.- Lord, F.M. y Novick, H. (1968). Statistical theories of mental test scores. Massachusetts: Addison-Wesley.
- 183.- Lovie, A.D. (1979). The analysis of variance in experimental Psychology: 1934-1945. British Journal of Mathematical and Statistical Psychology, 32, 151-178.
- 184.- Marquardt, D.W. y Snee, R.D. (1975). Ridge regression in practice. The American Statistician, 29, 3-20.
- 185.- Marsden, P.V. (1983). On interaction effects involving block variables. Sociological Methods & Research, 11 (3), 305-323.
- 186.- Marsh, H.W. (1985). The structure of masculinity/femininity: an application of confirmatory factor analysis to higher order factor structures an factorial invariance. Multivariate Behavioral Research, 20, 427-449.
- 187.- Maruyama, G. y McGarvey, B. (1980). Evaluating causal model: an application of maximum-likelihood analysis of structural equations. Psychological Bulletin, 87 (3), 502-512.
- 188.- McCaffrey, D.P.; Andersen, D.F.; McCold, P. y Kim, D.H. (1985). Modeling complexity: using dinamic simulation to link regression and case studies. Journal of Policy Analysis and Management, 4 (2), 196-216.
- 189.- McCallum, R. (1983). A comparison of factor analysis programs in - SPSS, BMDP & SAS. Psychometrika, 48 (2), 223-231.

- 190.- McCullagh, P. y Nelder, J.A. (1983). Generalized Linear Models. New York: Chapman and Hall.
- 191.- McKinley, R.L. y Mills, C.N. (1985). A comparison of several Goodness of fit statistics. Applied Psychological Measurement, 9 (1), 49-57.
- 192.- McPherson, J.M.; Welch, S. y Clark, C. (1985). The stability and reliability of political efficacy: using path analysis to test alternative models. En H.M. Blalock Jr. (Ed.), Causal Models in panel and experimental designs, (pp. 185-204). New York: Aldine Pub. Co.
- 193.- Morgan, T.M.; Aneshensel, C.S. y Clark, V.A. (1983). Parameter estimation for Mover-Stayer models. Sociological Methods & Research, 11 (3), 345-366.
- 194.- Moskowitz, H.; Weiss, D.L.; Cheng, K.K. y Reibstein, D.J. (1982). Robustness of linear models in dynamic multivariate prediction. The International Journal of Management Science, 10 (6), 647-661.
- 195.- Mulaik, S.A. (1986). Factor Analysis and Psychometrika: Major developments. Psychometrika, 51 (1), 23-33.
- 196.- Mulaik, S.A. y McDonald, R.P. (1978). The effect of additional variables on factor indeterminacy in models with a single common factor. Psychometrika, 43 (2), 177-192.
- 197.- Muthen, B. (1978). Contributions to factor analysis of dichotomous variables. Psychometrika, 43 (4), 551-560.
- 198.- Muthen, B. (1983). Latent variable structural equation modeling with categorical data. Journal of Econometrics, 22, 43-65.
- 199.- Namboodiri, N.K.; Carter, L.E. y Blalock, H.M. (1975). Applied Multivariate Analysis and Experimental Designs. New York: McGraw - Hill.
- 200.- Nerlove, M. y Schultz, T.P. (1973). Love and life between the censures. En A.S. Goldberger y O.D. Duncan (Eds.), Structural equation models in the social sciences, (pp. 317-328). New York: Seminar Press Inc.
- 201.- Nesselroade, J.R. y Ford, D.H. (1985). P-Technique comes age, multivariate, replicated, single-subject designs for research on older adults. Research on aging, 7 (1), 46-80.
- 202.- Ohtani, K. (1985). Bounds of the F-ratio incorporating the ordinary ridge regression estimator. Economics Letters, 18, 161-164.
- 203.- Ohtani, K. y Toyoda, T. (1980). Estimation of regression coefficient after a preliminary test for homoscedasticity. Journal of Econometrics, 12, 151-159.
- 204.- Ohtani, K. y Toyoda, T. (1985). Testing linear hypothesis on regression coefficients after a pre-test for disturbance variance. Economic Letters, 17, 111-114.
- 205.- Olsson, V. (1979). Maximum likelihood estimation of the polychoric correlations coefficient. Psychometrika, 44 (4), 443-460.
- 206.- Palmer, A. (1985). Sistema LISREL: Programación e interpretación (Documentos del Laboratorio de Psicología Matemática). Barcelona: Universitat Autònoma de Barcelona.

- 207.- Park, S. (1982). Some sampling properties of minimum expected loss (MELO) estimators of structural coefficients. Journal of Econometrics, 18, 295-311.
- 208.- Pedhazur, E.J. (1982). Multiple regression in behavioral research. New York: Holt, Rinehart & Winston.
- 209.- Pollock, D.S.G. (1984). Two reduced-form approaches to the derivation of the maximum-likelihood estimators for simultaneous equations systems. Journal of Econometrics, 24, 331-347.
- 210.- Quera, V. (1986). Micro-análisis de la conducta interactiva: Una aplicación a la interacción materno-filial en chimpancés. Tesis Doctoral no publicada, Universidad de Barcelona.
- 211.- Quera, V. y Estany, E. (1984). ANSEC: A basic package for lag sequential analysis of observational data. Behavior Research Methods, Instruments & Computers, 16 (3), 303-306.
- 212.- Raju, N.S. y Normand, J. (1985). The regression bias method: a unified approach for detecting item bias and selection bias. Educational and Psychological Measurement, 45, 37-54.
- 213.- Ramsay, J.O. (1977). Maximum likelihood estimation in multidimensional scaling. Psychometrika, 42 (2), 241-266.
- 214.- Reddy, S.K. y LaBarbera, P.A. (1985). Hierarchical models of attitude. Multivariate Behavioral Research, 20, 451-471.
- 215.- Regal, R.R. y Larntz, K. (1978). Likelihood methods for testing group problem solving models with censored data. Psychometrika, 43 (3), 353-366.
- 216.- Rindskopf, D. (1983). Parameterizing inequality constraints on unique variances in linear structural models. Psychometrika, 48 (1), 73-83.
- 217.- Rindskopf, D. (1984). Using phantom and imaginary latent variables to parameterize constraints in linear structural models. Psychometrika, 49 (1), 37-47.
- 218.- Rogosa, D. (1979). Causal models in longitudinal research: rationale, formulation and interpretation. En J.R. Nesselroede y P.B. Baltes (Eds.), Longitudinal research in the study of behavior and development, (pp. 263-301). New York: Academic Press.
- 219.- Rogosa, D. (1980). A critique of cross-lagged correlation. Psychological Bulletin, 88 (2), 245-258.
- 220.- Rubin, D.B. y Thayer, D.T. (1982). EM Algorithms for ML factor analysis. Psychometrika, 47 (1), 69-76.
- 221.- Rubin, D.B. y Thayer, D.T. (1983). More on EM for ML factor analysis. Psychometrika, 48 (2), 253-257.
- 222.- Saris, W.E. (1984). Tres enfoques diferentes para resolver el problema del error aleatorio de medida en los modelos de ecuaciones lineales estructurales. En J.J. Sánchez Carrión (Ed.), Introducción a las técnicas de análisis multivariable aplicadas a las ciencias sociales, (pp. 247-265). Madrid: C.I.S.
- 223.- Saris, W. y Stronkhorst, H. (1984). Causal modeling in nonexperimental research. An introduction to the LISREL approach. Amsterdam: The Netherlands, Sociometric Research Foundation.

- 224.- Sarrià, A. (1985). Apuntes sobre regresión lineal. Universitat de Barcelona, Departamento de Psicología Experimental, manuscrito no publicado.
- 225.- Satorra, A. y Saris, W.E. (1985). Power of the likelihood ratio test in covariance structure analysis. Psychometrika, 50 (1), 83-90.
- 226.- Satorra, A. y Stronkhorst, L.H. (1984). Introducción a los modelos de causalidad. En J.J. Sánchez Carrión (Ed.), Introducción a las técnicas de análisis multivariadas aplicadas a las ciencias sociales, (pp. 217-246). Madrid: C.I.S.
- 227.- Schmitt, N. (1982). The use of analysis of covariance structures to assess beta and gamma change. Multivariate Behavioral Research, 17, 343-358.
- 228.- Schmitt, N. y Bedeian, A.G. (1982). A comparison of Lisrel and two-stage least squares analysis of a hypothesized life-job satisfaction reciprocal relationship. Journal of Applied Psychology, 67 (6), 806-817.
- 229.- Schönemann, P.H. (1965). On the formal differentiation of traces and determinants. Chapel Hill, North Carolina: The Psychometric Laboratory.
- 230.- Schönemann, P.H. (1984). An exact algebraic solution for the recursive path model with manifest variables. Bulletin of the Psychonomic Society, 22 (5), 455-458.
- 231.- Schuessler, K. (1973). Ratio variables and path models. En A.S. Goldberger y O.D. Duncan (Eds.), Structural equation models in the social sciences, (pp. 201-228). New York: Seminar Press Inc.
- 232.- Schwartz, G. (1978). Estimating the dimension of a model. Annals of Statistics, 6, 461-464.
- 233.- Scott, J. (1983a). Confirmatory factor analysis. A preface to LISREL. Beverly Hills: Sage.
- 234.- Scott, J. (1983b). Covariance structure models. An introduction to LISREL. Beverly Hills, California: Sage.
- 235.- Shenton, L.R. y Bowman, K.O. (1977). Maximum likelihood estimation in small samples. New York: McMillan.
- 236.- Shingles, R.D. (1985). Causal inference in cross-lagged panel analysis. En H.M. Blalock Jr. (Ed.), Causal models in panel and experimental designs, (pp. 219-249). New York: Aldine Pub. Co.
- 237.- Sörbom, D. (1974). A general method for studying differences in factor means and factor structure between groups. British Journal of Mathematical and Statistical Psychology, 27, 229-239.
- 238.- Sörbom, D. (1975). Detection of correlated error in longitudinal data. British Journal of Mathematical and Statistical Psychology, 28, 138-151.
- 239.- Sörbom, D. (1978). An alternative to the methodology for analysis of covariance. Psychometrika, 43 (3), 381-396.
- 240.- Steiger, J.H. (1980). Test for comparing elements of a correlation matrix. Psychological Bulletin, 87, 245-251.

- 241.- Takeuchi, B.K. y Morimune, K. (1985). Third-order efficiency of the extended maximum likelihood estimators in a simultaneous equation system. Econometrica, 53 (1), 177-200.
- 242.- Tatsuoaka, M.M. (1971). Multivariate analysis: techniques for educational and psychological research. New York: Wiley.
- 243.- Theil, H. (1973). A single modification of the two-stage least squares procedure for undersized samples. En A.S. Goldberger y O.D. Duncan (Eds.), Structural equation models in the social sciences, (pp. 113-130). New York: Seminar Press Inc.
- 244.- Thurstone, L.L. (1947). Multiple factor analysis. Chicago: Chicago University Press.
- 245.- Thurstone, L.L. (1986). Psychology as a quantitative rational science (Excerpts). Psychometrika, 51 (1), 7-10.
- 246.- Tous, J.M. (1985). Procesos cognitivos: una introducción a la Psicología Informacional. Estudios de Psicología, (23/24), 153-163.
- 247.- Tucker, L.R. y Lewis, C.A. (1973). A reliability coefficient for maximum likelihood factor analysis. Psychometrika, 38, 1-10.
- 248.- Ullah, A.; Srivastava, V.K.; Magee, L. y Srivastava, A. (1983). Estimation of linear regression model with autocorrelated disturbances. Journal of Time Series Analysis, 4 (2), 127-135.
- 249.- Van Driel, O.P. (1978). On various causes of improper solutions in maximum likelihood factor analysis. Psychometrika, 43 (2), 225-243.
- 250.- Viladrich, M.C. (1985). Models d'equacions estructurals en recerca no experimental (Documents del Laboratori de Psicologia Matemàtica). Barcelona: Universitat Autònoma de Barcelona.
- 251.- Vincent, P. (1984). Statistical inference: the use of the likelihood function. Area, 16 (2), 131-146.
- 252.- Vinod, H.D. (1976). Application of new ridge regression methods to a study of Bell system scale economics. Journal of the American Statistics, 71, 835-841.
- 253.- Vinod, H.D. (1978). A study of ridge regression and related techniques for improvements over ordinary least squares. Review of Economics and Statistics, 60, 121-131.
- 254.- Visauta, B. (1986). Modelos Causales. Barcelona: Hispanoeuropea.
- 255.- Wallace, C.J. y Elder, J.P. (1980). Statistics to evaluate measurement accuracy and treatment effects in single-subject research designs. Progress in behavior Modification, 10, 39-78.
- 256.- Watson, M.W. y Engle, R.F. (1983). Alternative algorithms for the estimation of dynamic factor, mimic and varying coefficient regression models. Journal of Econometrics, 23, 385-400.
- 257.- Werts, CH.E. y Linn, R.L. (1971). Considerations when making inferences within the analysis of covariance model. Educational and Psychological Measurement, 31, 407-416.
- 258.- Werts, CH.E. y Linn, R.L. (1971a). Analyzing school effects: ANCOVA with a fallible covariate. Educational and Psychological Measurement, 31, 95-104.

- 259.- Werts, CH.E. y Linn, R.L. (1972). Corrections for attenuation. Educational and Psychological Measurement, 32, 117-127.
- 260.- Werts, CH.E.; Jöreskog, K.G. y Linn, R.L. (1976). Analyzing ratings with correlated intrajudge measurement error. Educational and Psychological Measurement, 36, 319-328.
- 261.- Werts, CH.E.; Jöreskog, K.G. y Linn, R.L. (1985). Comment on "the estimation of measurement error in panel data". En H.M. Blalock Jr. (Ed.), Causal models in panel and experimental designs, (pp. 145-150). New York: Aldine Pub. Co.
- 262.- Werts, CH.E.; Linn, R.L. y Jöreskog, K.G. (1977). A simplex model for analyzing academic growth. Educational and Psychological Measurement, 37, 745-756.
- 263.- Werts, CH.E.; Linn, R.L. y Jöreskog, K.G. (1978). Reliability of college grades from longitudinal data. Educational and Psychological Measurement, 38, 89-95.
- 264.- Werts, CH.E.; Rock, D.A. y Linn, R.L. (1979). Estimation and testing of partial covariances, correlations, and regression weights using maximum likelihood factor analysis. Educational and Psychological Measurement, 39, 29-37.
- 265.- Werts, CH.E.; Breland, H.M.; Grandy, J. y Rock, D.R. (1980). Using longitudinal data to estimate reliability in the presence of correlated measurement errors. Educational and Psychological Measurement, 40, 19-29.
- 266.- Werts, CH.E.; Rock, D.R.; Linn, R.L. y Jöreskog, K.G. (1978). A general method of estimating the reliability of a composite. Educational and Psychological Measurement, 38, 933-938.
- 267.- White, K.J. (1978). SHAZAM, an econometrics computer program, version 2.5. Vancouver: University of British Columbia, Department of Economics.
- 268.- Wiley, D.E. y Wiley, J.A. (1985). The estimation of measurement error in panel data. En H.M. Blalock Jr. (Ed.), Causal models in panel and experimental designs, (pp. 133-143). New York: Aldine Pub.
- 269.- Wilson, G.A. y Martin, S.A. (1983). An empirical comparison of two methods for testing the significance of a correlation matrix. Educational and Psychological Measurement, 43, 11-14.
- 270.- Winne, P.H. (1983). Distorsions of construct validity in multiple regression analysis. Journal of Behavior and Science, 15 (3), 187-202.
- 271.- Winne, P.H. y Belfry, M.J. (1982). Interpretative problems when correcting for attenuation. Journal of Educational Measurement, 19 (2), 125-134.
- 272.- Winship, CH. y Mare, R.D. (1983). Structural equations and path analysis for discrete data. American Journal of Sociology, 88, 54-110.
- 273.- Wonnacott, T.H. y Wonnacott, R.J. (1979). Fundamentos de estadística para Administración y Economía. México: Limusa.
- 274.- Wright, S. (1934). The method of path coefficients. Annals of Mathematical Statistics, 5, 161-215.

- 275.- Young, F.W.; De Leeuw, J. y Takane, Y. (1986). Regression with Qualitative and Quantitative variables: an alternative least squares methods with optimal scaling features. Psychometrika, 41 (4) , 505-529.
- 276.- Young, F.W.; Takane, Y. y De Leeuw, J. (1978). The principal components of mixed measurement level multivariate data: An alternative least squares method with optimal scaling features. Psychometrika, 43 (2), 279-281.
- 277.- Zellner, A. (1978). Estimation of functions of population means and regression coefficients including structural coefficients: a minimum expected loss (MELo) approach. Journal of Econometrics, 8, 127-158.
- 278.- Zellner, A. y Moulton, B.R. (1985). Bayesian regression diagnostics with applications to international consumption and income data. Journal of Econometrics, 29, 187-211.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS SEGUNDA PARTE

- 1.- Ansorena, A.; Cobo, J. y Romero, I. (1983). El constructo ansiedad - en Psicología: una revisión. Estudios de Psicología, 16, 31-45.
- 2.- Bados, A. y Guardia, J. (1983). Eliminación de varias fobias a anima les mediante modelado participante, utilizando un diseño de -- línea de base múltiple. Revista Española de Terapia del Compor tamiento, 1 (2), 143-152.
- 3.- Beck, A.T. (1976). Cognitive therapy and the emotional disorders. New York: International Universities Press.
- 4.- Bellack, A.S. (1979). Behavioral assessment of social skills. En A.S. Bellack y M. Hersen (Eds.).
- 5.- Bellack, A.S. (1983). Recurrent problems in the behavioral Assess- - ment of social skill. Behaviour Research and Therapy, 21, 29 - 42.
- 6.- Berndt, D.J.; Schwartz, S. y Kaiser, C.F. (1983). Readability of -- self-report depression inventories. Journal of Consulting and Clinical Psychology, 51 (4), 627-628.
- 7.- Bernstein, D.A. (1973). Situational factors in behavioral fear assess ment: a progress report. Behavior Therapy, 4, 41-48
- 8.- Blanco, A. (1981). Evaluación de las habilidades sociales. En R. Fer nández y J.A. Carrobles (Eds.), Evaluación Conductual (pp.567- 605). Madrid: Piramide.
- 9.- Borkovec, T.D. y Craighead, W.E. (1971). The comparison of two me- - thods of assessing fear and avoidance behavior. Research and - Therapy, 9, 285-291.
- 10.- Bricker, P.D. y Pruzansky, S. (1980). The validation of automatic me thods for measuring conversational speech activity. Behavior - Research, Methods and Instrumentacion, 12 (5), 499-508.
- 11.- Burnett, K. F.; Taylor, C. B.; Thoresen, C. E.; Rosekind, M. R.; Mi les, L. E. y DeBusk, R. F. (1985). Toward computerized scoring of sleep using ambulatory recordings of heart rate and physical activity. Behavioral Assessment, 7, 261-271.
- 12.- Cacioppo, J. T. y Petty, R. E. (1981). Inductive techniques for cog nitive assessment: The thought listing procedures. En T. V. - Merluzzi; C. R. Glass y M. Genest (Eds.). Cognitive Assess- - ment. New York: Guilford Press.
- 13.- Carrasco, I.; Clemente, M. y Llavona, L. (1984). La evaluación de - la aserción a través de los inventarios de Rathus y de Gam- - brill y Richey. Revista Española de Terapia del Comportamien to, 2 (2), 121-134.
- 14.- Carrasco, I. (1985). Tratamientos de los problemas de la aserción - por medio de técnicas cognitivo-conductuales. Revista Español a de Terapia del Comportamiento, 3 (1), 29-50.
- 15.- Ciminero, A. R.; Calhoun, K. S. y Adams, H. E. (Eds.) (1977). Hand- book of behavioral assessment. New York: Wiley.
- 16.- Cone, J. D. (1976). Psychometric considerations in behavioral assess ment. En M. Hersen y A. S. Bellack (Eds.). Behavioral Assess- - ment: A practical Handbook. New York: Pergamon Press.
- 17.- Cone, J. D. (1977). The relevance of reliability and validity for behavioral Assessment. Behavior Therapy, 8, 411-426.

- 18.- Cone, J. D. y Hawkins, R. P. (Eds.) (1977). Behavioral assessment: - New directions in clinical psychology. New York: Brunner/Mazel.
- 19.- Deffenbacher, J. L. y Shelton, J. L. (1978). Comparison of anxiety - management training and desensitization in reducing test and - other anxieties. Journal of Counseling Psychology, 25 (4), 277-282.
- 20.- Dow, M. G.; Biglan, A. y Glaser, S. R. (1985). Multimethod assessment of socially anxious and socially nonanxious woman. Behavioral Assessment, 7, 273-282.
- 21.- Eisler, R. (1976). The behavioral assessment of social skills. En M. Hersen y S. S. Bellack (Eds.). Behavioral assessment: A practical handbook. New York: Pergamon Press.
- 22.- Eisler, R.; Miller, P. y Hersen, M. (1973). Components of asertive - behavior. Journal of Clinical Psychology, 29, 295-299.
- 23.- Ellis, A. (1962). Reason and emotion in psychoterapy. New York: Lyle Stuart, Inc.
- 24.- Emmelkamp, P. M. g. (1974). Self-observtion versus flooding in the - treatment of agoraphobia. Behaviour Research and Therapy, 12, 229-238.
- 25.- Emmelkamp, P. M. G. y Mersch, P. P. (1982). Cognition and exposure in vivo in the treatment of agoraphobia: short-term and delayed effects. Cognitive Therapy and Research, 6 (1), 77-88.
- 26.- Endler, N. S. y Hunt, J. (1968). S-R inventories of hostility and - comparison of the proportion of variance from person, responses and situations for hostility and anxiousness. Journal of Personality, 37, 1-24.
- 27.- Endler, N. S. y Okada, M. A. (1975). A multidimensional measure of - trait anxiety: the S-R inventory of general trait anxiousness. Journal of Counseling and Clinical Psychology, 43, 319-329.
- 28.- Endler, N. S.; Hunt, J. McV. y Rosenstein, A. J. (1962). An S-R inventory of anxiousness. Psychologica Monographs, 76 (17), 1-33.
- 29.- Evans, I. M. (1985). Building systems models as estrategy for target behavior selection in clinical assessment. Behavioral Assessment, 7, 21-32.
- 30.- Fenigstein, A.; Scheller, M. F. y Buss, A. H. (1975). Public an private self-consciousness: assessment and theory. Journal of Consulting and Clinical Psychology, 43, 522-527.
- 31.- Fernández, R. y Carrobles, J. A. (1981). Evaluación Conductual. Madrid: Pirámide.
- 32.- Ferrer, R.; Malapeira, J. M. y Honrubia M. L. (1984, Septiembre). - Autoinforme y registro psicofisiológico en la evaluación de la ansieda. Comunicación presentada en el priemer Congreso de Evaluación Psicológica, Madrid.
- 33.- Foa, E. B. y Emmelkamp, P. M. G. (Eds.) (1983). Failures in behavior therapy. New York: Wiley.
- 34.- Fordyce, W. E. (1982). A behaviural perspective on chronic pain. British Journal of Clinical Psychology, 21, 313-320.

- 35.- Forrest, M. y Kroth, J. A. (1972). Psychometric and psychological indices of anxiety. Journal of Clinical Psychology, 27, 40-42.
- 36.- Fremouw, W. J. y Harmatz, M. G. (1975). A Helper model for behavioral treatment of speech anxiety. Journal of Consulting and Clinical Psychology, 43 (5), 652-660.
- 37.- Fremouw, W. J. y Zitter, R. E. (1978). A comparison of skills training and cognitive restructuring-relaxation for the treatment of speech anxiety. Behavior Therapy, 9, 248-259.
- 38.- Galassi, M. y Galassi, j. (1978). Assertion: A critical review. Psychotherapy theory, research and practice, 15, 16-28.
- 39.- Gambrill, E. D. y Richey, C. A. (1975). An assertion inventory for use in assessment and research. Behavior Therapy, 6, 550-561.
- 40.- Garfield, S. L. (1978). Research problems in clinical diagnosis. Journal of Consulting and Clinical Psychology, 46 (4), 596-607.
- 41.- Gervasio, A. H.; Pepinsky, H. B. y Schwebel, A. I. (1983). Stylistic complexity and verb usage in assertive and passive speech. Journal of Counseling Psychology, 30 (4), 546-556.
- 42.- Gil, F. (1983). Dificultad en las relaciones interpersonales, eficacia de distintos procedimientos aplicados a la dificultad experimentada al hablar en público. Revisión de estudios. Revista Española de Terapia del Comportamiento, 1 (2), 199-216.
- 43.- Gil, F. (1984). Entrenamientos en habilidades sociales. En J. Mayor y F. J. Labrador. Manual de modificación de conducta. Madrid: Alhambra.
- 44.- Glass, C. R. y Arnkoff, D. B. (1983). Cognitive set and level of anxiety: Effects of thinking processes in problematic situations. Cognitive Therapy and Research, 7 (6), 529-542.
- 45.- Glass, C. R.; Merluzzi, T. V.; Biever, J. L. y Larsen, K. H. (1982). Cognitive assessment of social anxiety: Development and validation of a self-statement questionnaire. Cognitive Therapy and Research, 6 (1), 37-55.
- 46.- Golfried, M. y Sobocinski, D. (1975). Effects of irrational beliefs on emotional arousal. Journal of Personality Assessment, 43, 633-637.
- 47.- Goldfried, M. R. y Sprafkin, J. N. (1976). Behavioral personality assessment. En J. T. Spence; R. C. Carson y J. W. Thibaut (Eds.) Behavioral approaches to Therapy. Morristown, N. J.: General Learning Press.
- 48.- Goldfried, M. R. y Trier, C. S. (1974). Effectiveness of relaxation as an active coping skill. Journal of Abnormal Psychology, 83 (4), 348-355.
- 49.- Green, S.; Burkhari, B. y Harrison, W. (1979). Personality correlates of self-report, role-playing and in vivo measurement assertiveness. Journal of Consulting and clinical Psychology, 47, 16-25.
- 50.- Gross, R. T. y Fremouw, W. J. (1982), Cognitive restructuring and progressive relaxation for treatment of empirical subtypes of speech-anxious subjects. Cognitive Therapy and Research, 6 (4), 429-436.

- 51.- Grossberg, J. M. y Wilson, H. K. (1965). A correlational comparison of the Wolpe lange fear survey schedule and Taylor manifest anxiety scale. Behaviour Research and Therapy, 3, 125-128.
- 52.- Guardia, J. (1984). Evaluación conductual: Construcción de una escala de ansiedad. Tesis de Licenciatura no publicada. Barcelona: Universidad de Barcelona.
- 53.- Guardia, J.; Malapeira, J. M. y Honrubia, M. L. (1984). Factorialización de una escala de ansiedad y registro fisiológico para el análisis de sus componentes. Comunicación presentada al primer Congreso de Evaluación Psicológica. Madrid.
- 54.- Haynes, S. N. (1978). Principles of behavioral assessment. New York: Gardner Press.
- 55.- Haynes, S. N. y Wilson, C. Ch. (1979). Behavioral assessment. Recent advances in methods, concepts and implications. San Francisco: Jossey-Bass.
- 56.- Hedlund, B. L. y Lindquist, C. U. (1984). The development of an inventory for dislinguishing among passive, aggressive and assertive behavior. Behavioral Assessment, 6, 379-390.
- 57.- Hersen, M. (1973). Self-assessment of fear. Behavior Therapy, 4, 241-257.
- 58.- Hersen, M. (1976). Historical perspectives in behavioral assessment. En M. Hersen y A. S. Bellack (Eds.) Behavioral assessment: A practical handbook. New York: Pergamon Press.
- 59.- Hersen, M. y Bellack, A. S. (Eds.) (1976). Behavioral assessment: A practical handbook. New York: Pergamon Press.
- 60.- Hersen, M. y Bellack, A. (1977). Assessment of social skills. En A. R. Ciminero; K. R. Calhoun y H. E. Adams (Eds.). Handbook of - behavioral assessment. New York: Wiley.
- 61.- Higa, W. R.; Tharp, R. G. y Calkins, R. P. (1978). Developmental verbal control of behavior: Implications for self-instructional - training. Journal of Experimental Child Psychology, 26, 489-497.
- 62.- Hillyard, S. A. y Kutas, M. (1983). Electrophysiology of cognitive - processing. Annual review of Psychology, 34, 33-61.
- 63.- Himle, D. P.; Thyer, B. A. y Papsdorf, J. D. (1982). Relationships - between rational beliefs and anxiety. Cognitive Therapy, and Research, 6 (2), 219-223.
- 64.- Hollon, S. D. y Bemis, K. M. (1976). Self-report and the assessment of cognitive functions. En M. Hersen y A. S. Bellack (Eds.) - Behavioral Assessment: A practical handbook. New York: Pergamon Press.
- 65.- Husek, T. R. y Alexander, S. (1963). The effectiveness of the anxiety differential in examination stress situations. Educational and Psychological measurement, 23, 309-318.
- 66.- Jacobs, M. K. y Cochran, S. D. (1982). The effects of cognitive restructuring on assertive behavior. Cognitive Therapy and Research, 6 (1), 63-76.
- 67.- Jones, R. A. (1986). A factored measure of Ellis irrational belief system with personality and maladjustment correlates. Tesis Doctoral no publicada. Texas: Technological College.

- 68.- Kameoka, V. A.; Newton, R. R.; Huelter, J. W. y Tanaka-Matsumi, J. - (1982). Maximum likelihood estimation of factor structure of anxiety measures: A multiple group comparison. Comunicación al Congreso de la Asociación Americana de Investigación Educativa. New York.
- 69.- Kanfer, F. H. y Saslow, G. (1969). Behavioral diagnosis. En C. M. -- Franks (Ed.) Behavior Therapy: Appraisal and status. New York: McGraw-Hill.
- 70.- Keane, T. M.; Wedding, D. y Kelly, J. A. (1983). Assessing subjective responses to assertive behavior. Behavior Modification, 7 (3), 317-330.
- 71.- Keane, T. M.; Lawrence, J. S.; Himadi, W. G.; Graves, K. A. y Kelly, J. A. (1983). Blacks' perceptions of assertive behavior. An Empirical evaluation. Behavior Modification, 7 (1), 97-111.
- 72.- Keefe, F. J.; Kopel, S. A. y Gordon, S. B. (1978). A practical guide to behavioral assessment. New York: Springer Pub. Co.
- 73.- Kelly, M. B. (1977). A review of the observational data collection - and reliability procedures reported in the journal of applied behavior analysis. Journal of Applied Behavior Analysis, 10, 97-101.
- 74.- Kelly, D.; Brown, C. C. y Shaffer, J. W. (1970). A comparison of Physiological and Psychological measurements on anxious patients normal controls. Psychophysiology, 6 (4), 429-441.
- 75.- Klass, E. T. (1981). A cognitive analysis of guilt over assertion. - Cognitive Therapy and Research, 5 (3), 283-297.
- 76.- Klinger, E. (1978). Modes of normal conscious flow. En K. S. Pope y J. L. Singer (Eds.). The stream of consciousness: Scientific investigations into the flow of human experience. New York: Plenum.
- 77.- Klonoff, E. A.; Revis, E. S. y Tice, D. M. (1985). The effect of stimulus presentation order and observation method on ratings of performance anxiety. Behavioral Assessment, 7, 185-195.
- 78.- Kolotkin, R. A. (1980). Situation specificity in the assessment of - assertion: Considerations for the measurement of training and transfer. Behavior Therapy, 11, 651-661.
- 79.- Kolotkin, R. A. y Wielkiewicz, R. M. (1984). Effects of situational demand in the role-play assessment of assertive behavior. Journal of Behavioral Assessment, 6 (1), 59-70.
- 80.- Kolotkin, R. A.; Wielkiewicz, R. M.; Judd, B. y Weiser, S. (1983). - Behavioral components of assertion: Comparison of univariate - and multivariate assessment strategies. Behavioral Assessment, 6, 61-78.
- 81.- Labrador, F. J. (1984). La modificación de conducta en los años ochenta. Revista Española de Terapia del Comportamiento, 2 (3). 197-240.
- 82.- LaDou, J.; Ellman, G. L.; Callawai, E.; Edminster, I. F. y Christensen, R. L. (1962). Correlates of manifest anxiety. Journal of Psychosomatic Research, 6, 41-47.

- 83.- LaPointe, K. A. y Harrell, T. H. (1978). Thoughts and feelings: correlational relationship and cross-situational consistency. Cognitive Therapy and Research, 2, 311-322.
- 84.- Last, C. G.; Barlow, D. H. y O'Brien, G. T. (1985). Assessing cognitive aspects of anxiety. Behavior Modification, 9 (1), 72-93.
- 85.- Law, H.; Wilson, E. y Crassini, B. (1979). A principal components - analysis of the Rathus assertiveness schedule. Journal of Consulting and Clinical Psychology, 47, 631-633.
- 86.- Leary, M. R. (1983). Social anxiousness: The construct and its measurement. Journal of Personality Assessment, 47 (1), 66-75.
- 87.- Linton, S. J. (1982). A critical review of behavioral treatments for chronic benign pain other than headache. British Journal of Clinical Psychology, 21, 321-337.
- 88.- Lohr, J. M. y Bonge, D. (1982). The factorial validity of the irrational beliefs test: A psychometric investigation. Cognitive Therapy and Research, 6 (2), 225-230.
- 89.- Mahoney, M. J. (1974). Cognition and behavior modification. Cambridge, Mass.: Ballinger Pub. Co.
- 90.- Mandler, G.; Mandler, J. y Uviller, E. (1958). Automatic feedback: - The perception of automatic activity. Journal of Abnormal and Social Psychology, 56, 367-373.
- 91.- Marsh, H. W. y Hocevar, D. (1985). The application of confirmatory - factor analysis to the study of self-concept: First and higher order factor models and their invariance across groups. Psychological Bulletin, 97, 562-582.
- 92.- Marshall, W. L.; Stoian, M. y Andrews, W. R. (1976). Skills training and self-administered desensitization in the reduction of public speaking anxiety.
- 93.- Martínez Arias, M. R. (1981). Principios psicométricos de las técnicas en evaluación conductual. En R. Fernández y J. A. Carro - bles. Evaluación conductual. (pp. 157-197). Madrid: Pirámide.
- 94.- Mayor, J. y Labrador, F. J. (1984). Manual de modificación de conducta. Madrid: Alhambra.
- 95.- McCormick, I. A. (1984). A simple version of the Rathus assertive - schedule. Behavioral Assessment, 7, 95-99.
- 96.- McPherson, I. G. y Cocks, F. J. (1983). Attitudes towards mental illness: Influence of data collection procedures. Social Psychiatry, 18, 57-60.
- 97.- Meichenbaum, D. (1975). Enhancing creativity by modifying what subjects say to themselves. American Educational Research Journal, 12 (2), 129-145.
- 98.- Meichenbaum, D. (1977). Cognitive-behavior modification: An integrative approach. New York: Plenum Press.
- 99.- Meichenbaum, D. y Cameron, R. (1980). Cognitive behavior modification: Current issues. En C. Franks y T. Wilson (Eds.) Handbook of Behavior Therapy. New York: Guildford Press.

- 100.- Meichenbaum, D. y Cameron, R. (1980). Cognitive Behavior modification: Current issues. En C. Franks y T. Wilson (Eds.). Handbook of - behavior therapy. New York: Guilford Press.
- 101.- Miller, R. C. y Berman, J. S. (1983). The efficacy of cognitive behavior therapies: A cuantitative review of the research evidence. Psychological Bulletin, 94 (1), 39-53.
- 102.- Nelson, R. O. (1983). Behavioral assessment: Pass, present and future. Behavioral assessment, 5, 195-206.
- 103.- Nisbett, R. E y Schachter, S. (1966). Cognitive manipulation of pain. Journal of Experimental Social Psychology, 2 (3), 227-236.
- 104.- Nurius, P. S. (1983). Methodological observations on applied behavioral science. The Journal of Applied Behavioral Science, 19 (2), 215-228.
- 105.- Párraga, J. (1984). Naturaleza y estado actual de la modificación de conducta cognitiva. Comunicación presentada en el Symposium de Terapias Conductual-Cognitivas en Patología Infanto-juvenil. - Málaga.
- 106.- Paul, G. L. (1966). Insight versus desensitization in psychotherapy: An experiment in anxiety reduction. Stanford University Press.
- 107.- Rathus, S. (1973). A 30-item schedule for assessing assertive behavior. Behavior Therapy, 4, 398-406.
- 108.- Reading, A. E.; Everitt, D. S. y Sledmere, C. M. (1982). The McGill Pain questionnaire: A replication of its construction. British Journal of Clinical Psychology, 21, 339-349.
- 109.- Schwartz, G. E.; Davison, R. J. y Golemen, D. J. (1978). Patterning of cognitive and somatic processes in the self-rregulation of anxiety: Effects of meditation versus exercise. Psychosomatic Medicine, 40, 321-328.
- 110.- Segura, M. (1985). La terapia de conducta hoy ¿Una Psicología científica?. Revista Española de Terapia del Comportamiento, 3 (2), 121-150.
- 111.- Spielberger, C. D.; Gorsuch, R. L. y Lushene, R. E. (1970). Manual - for the state-trait anxiety inventory. Consulting Psychologist.
- 112.- Suinn, R. M. (1969). The STABS, a measure of test anxiety for behavior therapy: Normative data. Behavior Research and Therapy, 7, 335-339.
- 113.- Tamaren, A. J.; Carney, R. M. y Allen, T. W. (1985). Assessment of - cognitive and somatic anxiety: A preliminary validation study. Behavioral Assessment, 7, 197-202.
- 114.- Taylor, J. A. (1953). A personality scale of manifest anxiety. Journal of Abnormal and Social Psychology, 48, 285-290.
- 115.- Torrubia, R. y Tobeña, A. (1984). A scale for the assessment of susceptibility to punishment as a measure of anxiety: Preliminary results. Personality Individual differences, 00, 1-5.
- 116.- Trexler, L. D. y Karst, T. O. (1972). Rational-emotive therapy, placebo and no-treatment effects on public speaking anxiety. Journal of Abnormal Psychology, 79 (1), 60-67.

- 117.- Trussell, R. P. (1978). Use of graduated behavior rehearsal, feedback and systematic desensitization for speech anxiety. Journal of Counseling Psychology, 25, 14-20.
- 118.- Tryon, W. W. (1984). Principles and methods of mechanically measuring motor activity. Behavioral Assessment, 6, 129-139.
- 119.- Watson, D. y Friend, R. (1969). Measurement of Social evaluative anxiety. Journal of Consulting and Clinical Psychology, 33, 448-457.
- 120.- Watson, J. P. y Marks, I, M. (1971). Relevant and irrelevant fear in flooding: A crossover study of phobic patients. Behavior Therapy, 2, 275-295.
- 121.- Weissberg, M. (1977). A comparison of direct and vicarious treatments of speech anxiety: Desensitization, with coping imagery and cognitive modification. Behavior Therapy, 8, 606-620.
- 122.- Whiteman, V. y Shorkey, C. (1978). Validation testing of the rational behavior inventory. Educational and Psychological Measurement, 38, 1143-1149.
- 123.- Woortman, P. M. (1983). Evaluation research: A methodological perspective. Annual Review of Psychology, 34, 223-260.
- 124.- Zuckerman, M. (19605. The development of an affect adjective check - list for the measurement of anxiety. Journal of Consulting Psychology, 24, 457-462.
- 125.- Zuckerman, M. (1977). Development of a situation-specific trait-state test for the prediction and measurement of affective responses. Journal of Consulting and Clinical Psychology, 45 (4), 513-533.
- 126.- Zuckerman, M.; Lubin, B. y Rinck, C. M. (1983). Construction of new scales for the multiple affect adjective check-list. Journal of Behavioral Assessment, 5 (2), 119-129.