

No hace mucho que conocí a un hombre que, según me dijo, a tal grado no creía en la raíz cuadrada de menos uno, que ni siquiera creía en menos uno. Por lo menos su actitud era consecuente.

E.C. TITCHMARSH.

I

INTRODUCCION

CAPITULO I

INTRODUCCION

I.1 GENERALIDADES

La introducción de las modernas técnicas de análisis numérico, en conjunción con la generalización del uso de ordenadores digitales, originó una primera revolución en las técnicas de diseño al posibilitar la realización de cálculos inabordables con anterioridad.

La introducción del diseño asistido por ordenador está generando en la actualidad una segunda revolución al facilitar de forma extraordinaria las tareas más tediosas del diseño.

Una tercera revolución, la introducción del diseño óptimo, no se ha materializado hasta el momento de forma tan notable como las anteriores, a pesar del gran esfuerzo invertido en su investigación y desarrollo y al interés despertado por sus expectativas de aplicación; ello se debe fundamentalmente a la dispersión actual de sus técnicas y a la carencia de un cuerpo de doctrina firmemente establecido.

En este estudio se analiza el diseño asistido óptimo de estructuras a partir de una perspectiva metodológica general, desarrollando un sistema genérico, modular, unificador y de

amplio rango de aplicación. Bajo este punto de vista, los diversos módulos que componen un sistema de diseño asistido óptimo son analizados separadamente y en su conjunto, detallando sus interrelaciones mutuas.

A lo largo del desarrollo se pone especial énfasis en los aspectos relativos al cálculo estructural y al Método de Elementos Finitos, sin causar con ello una pérdida importante de generalidad en las exposiciones.

I.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Diseñar es una actividad sumamente compleja y difícil. No solo requiere un amplio bagaje de conocimientos teóricos, sino también creatividad, intuición, experiencia y grandes dosis de sentido común.

Un diseño se realiza por un motivo; en general, con el fin de satisfacer una necesidad, una aspiración material, estética, económica, social, etc. El reconocimiento de la necesidad para cuya satisfacción el diseño será creado, lleva implícita la imposición de un conjunto de requisitos que debe cumplir para ser admisible, así como la formulación de un criterio que permita discernir hasta que punto es satisfactorio.

Desde un punto de vista operativo, diseñar implica una serie de aspectos que solo un ser humano puede desarrollar, como definir el objetivo y crear algo nuevo. Pero también implica una serie de aspectos tediosos y complejos, y son precisamente éstos los que impiden realizar diseños mejores por falta de medios materiales y tiempo y por la capacidad limitada de trabajo de los

seres humanos.

Si estos aspectos en gran medida rutinarios, como analizar el diseño, representarlo en planos y explicitar sus especificaciones técnicas, decidir las modificaciones que deben efectuarse para mejorarlo, etc., se pudiesen obviar o si se pudiese reducir cuanto menos su enorme coste, el diseñador podría dedicar toda su capacidad a las labores más creativas.

El cálculo numérico ha permitido automatizar notablemente los procesos de análisis y abordar problemas de complejidad creciente.

El diseño geométrico asistido por ordenador está permitiendo ya automatizar la representación. El diseño óptimo deberá automatizar, al menos parcialmente, la toma de decisiones, que es el eslabón siguiente de la cadena.

En términos matemáticos se formula el problema del diseño óptimo como la selección de un conjunto de variables de diseño, de forma que se minimice una función de coste generalizado, o función objetivo, (opuesta de una función de satisfacción que debe maximizarse), y se verifiquen unas restricciones que se expresan en general mediante ecuaciones e inecuaciones.

El problema así descrito se conoce con el nombre de "problema general de minimización condicionada", y al conjunto de técnicas que permiten obtener su solución, así como la de otros problemas análogos, se las denomina con el nombre genérico de "programación matemática".

La programación matemática es ya un área del conocimiento que envuelve una gran complejidad. Además, en su aplicación al diseño óptimo -así como a muchas otras disciplinas- nos encontraremos con otras dificultades de al menos el mismo orden de magnitud.

En efecto, las variables de diseño serán un conjunto discreto de parámetros en cuyos términos se describa el objeto a diseñar mediante un modelo de diseño, y cuyo valor óptimo debe hallarse. La creación de un modelo de diseño no es una labor sencilla ni obvia.

Además, la función objetivo y las restricciones no suelen expresarse directamente en función de los parámetros seleccionados, sino en función de un conjunto de variables intermedias que miden el comportamiento del diseño frente al ambiente que lo rodea, diversas propiedades físicas y otros factores. Para obtener estos factores es preciso realizar un análisis. Pero no solo eso, puesto que además es preciso evaluar en qué forma se modifican estos factores al modificar las variables de diseño para poder realizar una toma de decisiones coherente, es decir, analizar la sensibilidad de las variables intermedias respecto a las variables de diseño.

I.3 OBJETIVOS PLANTEADOS

Las técnicas de optimización no han experimentado una gran difusión en nuestro país hasta el momento presente al menos en cuanto a la Ingeniería se refiere. Si bien es cierto que se está produciendo un fuerte cambio en esta tendencia, tan solo forman

parte integrante de los planes de estudio de un número no muy nutrido de Centros, y la oferta de cursos para postgraduados tampoco es muy abundante. Tal vez por este motivo la optimización estructural no goza de la popularidad de que disfruta en otros países, y el primer objetivo de esta tesis ha sido recopilar información y confeccionar un estado del arte relativamente completo y, esperamos, racionalizado y clarificador, que pueda ayudar a otros investigadores a seleccionar los temas de su interés y sus correspondientes fuentes de información entre el gran abanico de posibilidades que ofrece la optimización estructural.

Pese a la creciente aceptación que despiertan las técnicas de diseño óptimo a nivel internacional, su relativamente corto tiempo de vida no ha permitido aún la aparición de textos clásicos, estructurados y didácticos. La información se encuentra dispersa en numerosos artículos y con frecuencia es difícil ligar unos planteamientos con otros.

Por este motivo, el segundo objetivo de esta tesis ha sido realizar una descripción, necesariamente concisa pero esperamos bien estructurada, de las técnicas de programación matemática aplicables a los problemas de diseño óptimo, en particular al diseño estructural, y su relación con planteamientos más intuitivos que se han venido aplicando durante décadas (como el diseño a máxima tensión).

El tercer objetivo ha sido el desarrollo de una metodología de tipo general, aplicable directamente a un amplio espectro de problemas de diseño óptimo y la presentación de una forma

coherente de un esquema modular y completo, en el que cada parte realice una función bien definida, y en lo posible independiente de las demás.

El comportamiento de muchos sistemas físicos puede describirse mediante sistemas de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. La integración de tales ecuaciones no es un problema trivial, ni tampoco su análisis de sensibilidad. Un método de gran potencia para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales es el Método de Elementos Finitos. Su aplicación se extiende a numerosas disciplinas científicas, pero nació y se desarrolló en el ámbito del cálculo estructural. Por su gran generalidad y capacidad de resolución de problemas, su inclusión en un sistema de diseño asistido estructural óptimo le conferiría un gran rango de aplicabilidad, y de ahí nuestro interés en él.

El cuarto objetivo de esta tesis ha sido la particularización de los planteamientos metodológicos generales para el caso concreto de la optimización estructural basada en el Método de Elementos Finitos.

Centrándonos en la optimización estructural, es importante considerar que hay una diferencia de un orden de magnitud en la dificultad que plantea el cálculo de una estructura formada por elementos discretos (cerchas, pórticos, emparrillados, etc.) y el cálculo de una estructura de tipo continuo mediante el MEF. En optimización estructural hay también una diferencia de un orden de magnitud en la dificultad que representa la optimización de dimensiones de componentes estructurales (secciones de barras,

etc.) y la optimización de la propia forma de la estructura. Se han efectuado desde hace décadas grandes aportaciones a la optimización de dimensiones de componentes de estructuras, que se han plasmado a su vez en realizaciones prácticas importantes, pero no ha sucedido así con la optimización de formas en estructuras discretas y continuas.

En este estudio se ha abordado el problema más general, esto es, la optimización de dimensiones o formas en estructuras de tipo continuo, desde una perspectiva unificadora. Los objetivos concretos de esta labor de investigación han sido:

- desarrollar procedimientos numéricos eficientes para la realización del análisis de sensibilidad de orden superior en problemas de tipo general mediante procedimientos analíticamente exactos y bien fundamentados.
- desarrollar un algoritmo de programación matemática, coherente con el resto de los planteamientos y, en la medida de lo posible, eficiente y sencillo.

El quinto objetivo de esta tesis ha sido la concreción de los planteamientos desarrollados en la confección de un sistema de diseño asistido óptimo por ordenador, denominado DAO², que en la actualidad dispone de potencia de análisis para abordar problemas de optimización de dimensiones y formas de estructuras bidimensionales (en tensión y deformación plana, y simetría de revolución) y tridimensionales, en régimen lineal elástico y estático, basado en el Método de Elementos Finitos, y planificado de forma que en el futuro pueda extenderse su radio de alcance a

otros problemas de mayor complejidad (análisis no lineal, cálculo dinámico, etc.)

El sexto y último objetivo de esta tesis ha sido contrastar la validez de los planteamientos desarrollados a través de la formulación y la solución de distintos problemas de optimización de la forma estructural. Se han analizado estructuras sometidas simultáneamente a varias hipótesis de carga, y en uno de los casos incluso bajo teorías de cálculo diferentes, partiendo de diferentes diseños iniciales, y tratando de abarcar en lo posible las diferentes opciones que ofrece ya en la actualidad el sistema DAO².

I.4 DESCRIPCION DEL ESTUDIO

A continuación comentaremos brevemente el contenido del trabajo realizado en el estudio que se presenta:

Capítulo I

Se introducen las ideas generales que conducen al concepto de diseño óptimo, se describe el marco general de los objetivos planteados, y se justifica el interés de algunos aspectos que se desarrollarán en la tesis.

Capítulo II

Se expone el desarrollo histórico de la optimización estructural desde los primeros planteamientos hasta el estado actual. Se describen los primeros planteamientos en orden fundamentalmente cronológico, y los planteamientos modernos de una forma sistemática y estructurada.

Se ha considerado importante realizar un estado del arte clarificador, completo y con numerosas referencias, dado que las técnicas de optimización estructural no han experimentado aún una adecuada difusión en sus aplicaciones a los problemas de ingeniería.

Capítulo III

Se describen concisamente las numerosas técnicas de programación matemática aplicables a los problemas de diseño óptimo, en particular al diseño estructural, y su relación con planteamientos más intuitivos (diseño a máxima tensión, criterios de optimalidad, etc.). Se ha procurado realizar una labor de síntesis y clasificación que permita identificar las relaciones entre los diversos métodos partiendo de una fundamentación matemática somera pero no por ello falta de rigor.

Capítulo IV

Se desarrolla una metodología general para diseño óptimo en la que a partir de formulaciones enteramente genéricas se obtiene finalmente el planteamiento de un problema general de minimización condicionada con restricciones de tipo general.

Se introduce el análisis de sensibilidad de primer y segundo orden a partir de la formulación general, y se discute la aplicación de técnicas alternativas al método de diferenciación directa (estado adjunto) en optimización estructural.

El esquema metodológico general propuesto es enteramente modular. Se define cada una de sus partes, y sus respectivas interdependencias.

Capítulo V

Se aplican los planteamientos metodológicos generales a la optimización estructural basada en el análisis mediante el Método de Elementos Finitos. Los desarrollos se realizan específicamente para cálculo estructural en régimen estático y lineal, y se indican las implicaciones de su extensión a problemas no lineales.

Se resuelve el problema de la diferenciación n -ésima de los términos de las ecuaciones de estado (matriz de rigidez y vector de fuerzas) como un caso particular de la diferenciación de funciones definidas por integrales en dominios (volumenes, superficies y líneas) respecto a parámetros que afectan no solo a la función subintegrando sino también al dominio de integración. Ello permite unificar los problemas clásicamente diferenciados de optimización de dimensiones y formas.

Se desarrolla un algoritmo de programación matemática especialmente concebido para optimización estructural basada en el MEF, que requiere el cálculo del gradiente de la función objetivo y de las restricciones para la obtención de la dirección de modificación del diseño en el espacio de las variables de diseño, y posteriormente el cálculo de las derivadas segundas direccionales (en la dirección obtenida) para cuantificar la magnitud de la modificación.

Capítulo VI

Se describe el sistema de Diseño Asistido por Ordenador Optimo DAO², desarrollado a partir de los planteamientos

anteriores. DAO² es un sistema versátil capaz de abordar problemas de optimización de dimensiones y formas en estructuras bidimensionales (en tensión y deformación plana, y simetría de revolución) y tridimensionales, en régimen lineal elástico y estático. Está basado en el Método de Elementos Finitos, y planificado de forma modular y ampliable para que su capacidad de análisis pueda extenderse a otros problemas de mayor complejidad (análisis no lineal, cálculo dinámico, etc.) en el futuro.

Se presenta su estructura informática, su organización en librerías, y se describe brevemente la función e interrelaciones entre las rutinas del sistema. Se incide fundamentalmente en la filosofía del sistema, fundamentada en los planteamientos expuestos en los Capítulos IV y V.

Finalmente se presenta un patrón de propósito general de cara a la confección de programas de optimización estructural escritos para el sistema.

Capítulo VII

Se contrasta la validez de los planteamientos expuestos mediante la solución de diversos problemas de optimización de formas de estructuras.

Se comentan brevemente dos ejemplos realizados con anterioridad al desarrollo de cuerpo fundamental de este estudio. De ambos se extrajeron las ideas básicas que condujeron de forma natural a los planteamientos posteriores que aquí se exponen.

A continuación se describen tres familias de ejemplos resueltos mediante programas escritos de acuerdo con la filosofía

general de trabajo propuesta y en el sistema DAO².

Se analiza en primer lugar una presa de gravedad en deformación plana que se optimiza bajo una sola hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática, partiendo de tres diseños iniciales radicalmente diferentes y obteniendo la misma solución final.

Se analiza a continuación una ménsula que se optimiza sometida a varias hipótesis de carga, y bajo varias teorías de cálculo (tensión plana y simetría de revolución) simultáneamente, partiendo de dos diseños iniciales distintos y obteniendo la misma solución final. Este ejemplo sería, con evidentes salvedades, asimilable al proceso de optimización de la forma de la ménsula central de una presa bóveda.

En último lugar se analiza una cubierta de hormigón apoyada en los cuatro vértices de un cuadrado, optimizando la forma de la superficie media y la ley de espesores.

Se calcula mediante elementos tridimensionales, y se optimiza simultáneamente bajo dos hipótesis de carga (peso propio y peso propio con sobrecarga de nieve).

Por último se contrasta la exactitud del análisis de sensibilidad de segundo orden mediante el Método de Elementos Finitos realizándolo para una ménsula y comparándolo con las predicciones de la resistencia de materiales.

Capítulo VIII

Se presentan las conclusiones de esta tesis, así como las recomendaciones y posibles futuras líneas de investigación en el campo de la optimización estructural.

Anejo 1

Se presenta una deducción completa de las ecuaciones de derivación de primer orden de integrales de volumen, superficie y línea respecto a parámetros que afectan tanto a la función subintegrando como al dominio de integración.

Las ecuaciones se escriben íntegramente en términos de operadores intrínsecos en el espacio material en que se definen las integraciones.

Anejo 2

Se presenta una deducción completa de las ecuaciones de derivación de primer orden de integrales de volumen, superficie y línea respecto a parámetros que afectan tanto a la función subintegrando como al dominio de integración, cuando la dependencia de la forma de los dominios de integración con los parámetros puede expresarse a través de una transformación definida sobre un espacio de referencia.

Las ecuaciones se escriben íntegramente en términos del jacobiano de la transformación, y de las características de los dominios de integración en el espacio de referencia.

Se definen operadores de derivación que permiten generalizar las ecuaciones para orden n -ésimo con una notación compacta.

Anejo 3

Se resume una particularización de los planteamientos generales del MEF para los problemas de tensión plana, deformación plana, simetría de revolución y elasticidad tridimensional.