

Capítulo 8

Conclusiones

El conocimiento del comportamiento de los sistemas con elementos flexibles es cada vez mas importante en la técnica moderna. La notable mejora de las prestaciones dinámicas que comporta la reducción de la masa de los elementos en movimiento, se encuentra compensada por la pérdida de precisión que aparece como consecuencia de la flexibilidad. Para comprender mejor los sistemas con elementos flexibles, en esta tesis se ha investigado el comportamiento particular de una viga flexible giratoria accionada mediante un servoactuador oleohidráulico, con la intención de obtener una metodología aplicable a casos similares.

A continuación, se sintetizan las conclusiones mas importantes de acuerdo con la siguiente estructura:

- a) estudio teórico,
- b) simulación,
- c) estudio experimental, y
- d) estrategias de control.

8.1 Estudio teórico

El estudio teórico se ha iniciado considerando, en una primera aproximación, que la viga elástica es un sólido rígido. Este estudio sirve de introducción a la segunda parte en la que se considera la flexibilidad de la viga.

Considerando la hipótesis simplificadora de que la viga se comporta como sólido rígido se han deducido las siguientes conclusiones, y/o resultados:

a) Se ha estudiado su cinemática cuando está accionada mediante un actuador lineal. Se han obtenido las expresiones de las velocidades angulares de la viga (Ec3.6) y del actuador (Ec. 3.7). Este desarrollo es totalmente clásico.

b) Se ha obtenido la ecuación del movimiento de una viga rígida accionada mediante un actuador lineal, aplicando la ecuación de Lagrange. El resultado se puede ver en la Figura 3.2. Como la expresión anterior es muy complicada, se ha optado por desarrollar otra expresión de la F_{cil} utilizando potencias virtuales y el principio de d'Alembert. El resultado, mucho más sencillo, aparece en la Figura 3.3. Estas 2 expresiones han sido comprobadas mediante un ejemplo numérico y se ha constatado que la discrepancia es inferior al 0.05%.

c) Se ha observado que la solución del problema dinámico inverso (obtener que fuerza se ha de aplicar en el actuador lineal para conseguir un determinado movimiento), es más fácil de obtener aplicando potencias virtuales y el principio de d'Alembert que aplicando la ecuación de Lagrange. Esto coincide con lo que afirma Fu (1988).

En una segunda etapa se ha considerado la viga flexible. Para abordar el tema en su complejidad se ha decidido comenzar su estudio de la manera más general posible, añadiéndose hipótesis simplificadoras progresivamente, solo cuando son necesarias. Siguiendo este planteamiento se han deducido las siguientes conclusiones, y/o resultados:

a) Se han planteado las ecuaciones diferenciales del movimiento considerando las hipótesis de Timoshenko, así como los efectos debidos a las fuerzas centrífugas y de Coriolis. Este planteamiento sigue el camino propuesto por Heppler (1998). Se han planteado las ecuaciones diferenciales del movimiento de la viga flexible utilizando la ecuación de Lagrange. La aplicación de la ecuación de Lagrange obliga a encontrar las expresiones de la energía cinética y de la energía potencial, así como del trabajo específico debido a las fuerzas centrífugas y de Coriolis. La hipótesis utilizada para calcular este trabajo específico considera la variación de longitud del eje neutro bajo la acción de estas dos fuerzas. Este planteamiento ha estado inspirado por el estudio realizado por Timoshenko (1947) de las vibraciones transversales de una viga elástica

con una fuerza aplicada longitudinalmente. En la literatura técnica reciente se encuentra un planteamiento similar realizado por Ouguamanam y Heppler (1996).

Se desea resaltar que la utilización de la ecuación de Lagrange y del principio de D'Alembert en vigas elásticas conducen a niveles de complejidad similares. La elección del método aplicado viene dada por la valoración de los siguiente criterios:

- La facilidad de automatizar el desarrollo de las ecuaciones utilizando programas comerciales (Maple).
- El método de Lagrange garantiza la inclusión de todos los términos en la ecuación diferencial si se definen correctamente las energías cinética y potencial. El método clásico obliga a un análisis muy riguroso de todas las fuerzas y pares presentes.
- Conocimiento y experiencia personal en el método.

b) Una vez desarrollado el método anterior aparecen 3 ecuaciones de 2 tipos, (véanse las páginas 3:16 a 3:20):

- Dos ecuaciones locales que se pueden interpretar de la siguiente manera:
 - * la suma de fuerzas en dirección transversal ha de ser nula en todas las rebanadas;
 - * la suma de momentos ha de ser nula en todas las rebanadas.
- Una ecuación global que se puede interpretar como:
 - * la suma de momentos en la articulación de la viga con el bastidor ha de ser nula.

Las ecuaciones obtenidas están en notación expandida y coinciden aproximadamente con los presentados por Heppler (1998) en notación matricial. Como no explica las hipótesis simplificadoras utilizadas al compactar sus resultados, no es posible garantizar la coincidencia exacta.

Las ecuaciones diferenciales del movimiento son integro diferenciales en derivadas parciales. Se ha intentado su resolución simbólica con Maple versión 7. También se han buscado programas alternativos capaces de computar una solución numérica. De todos ellos, la mejor alternativa disponible era Matlab release 12. Sin embargo, este programa está limitado a ecuaciones con dos variables independientes.

Téngase en cuenta que el estudio completo de la viga de Timoshenko/actuador implica 5 ecuaciones diferenciales con 5 variables independientes.

Para soslayar estas limitaciones se han propuesto dos soluciones alternativas:

- Sustituir la viga de Timoshenko por una viga de Euler-Bernoulli.
- Simplificar las ecuaciones eliminando aquellos términos de menor peso específico.

c) La primera alternativa permite obtener ecuaciones diferenciales mas sencillas, pues solo quedan dos ecuaciones con dos incógnitas, pero no es posible obtener una solución simbólica o numérica con los programas anteriores. Téngase en cuenta que al considerar los dos tramos de la viga aparecen 3 ecuaciones con 3 variables independientes.

d) La segunda alternativa ha permitido encontrar un camino para calcular los modos propios utilizando la ecuación 3.28:

$$pde3 := A \rho \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} Wln1(x, t) \right) + A \rho \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} \theta(t) \right) x - A \rho \left(\frac{\partial}{\partial t} \theta(t) \right)^2 Wln1(x, t) - E J \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} Wln1(x, t) \right) = 0 \quad (3.28)$$

En la cual se ha justificado que el término $A \rho \left(\frac{\partial}{\partial t} \theta(t) \right)^2 Wln1(x, t)$ puede ser

despreciado, lo que permite deducir las siguientes soluciones:

$Wln1(x,t) = \sin(\omega t) W1(x)$ y $Wln2(x,t) = \sin(\omega t) W2(x)$ en las que:

$$W1(x) := c1 \cosh(Kwx) + c2 \sinh(Kwx) + c3 \cos(Kwx) + c4 \sin(Kwx) + \frac{Ktx}{A \rho \omega^2}$$

$$W2(x) := c5 \cosh(Kwx) + c6 \sinh(Kwx) + c7 \cos(Kwx) + c8 \sin(Kwx) + \frac{Ktx}{A \rho \omega^2}$$

Las dos ecuaciones son debidas a que el actuador lineal divide la viga en dos regiones con ecuaciones similares, pero sus coeficientes son diferentes.

Llegados a este punto se pueden interpretar las ecuaciones anteriores de la siguiente manera: la vibración transversal de una viga flexible giratoria es la suma de las vibraciones transversales de una viga no giratoria mas una oscilación giratoria como sólido rígido alrededor de la articulación viga-bastidor. Hay que insistir que esta interpretación solo es válida para sistemas viga/actuador lineal.

La explotación numérica de estas ecuaciones aplicadas a distintos ejemplos permite calcular:

- las formas modales;
- las frecuencias propias; y
- colegir las siguientes conclusiones:

a) el primer y segundo modo son similares a los de una viga no giratoria empotrada o articulada en un extremo, tal como cabía intuir a priori.

b) Si el servosistema oleohidráulico está correctamente diseñado (los valores de la K proporcional son razonables), no tienen casi ningún efecto en las frecuencias propias.

c) Las frecuencias propias tienden a bajar cuanto mas se acerca el actuador a la articulación viga-bastidor. Esto coincide con la intuición de que cuanto mas cerca está el actuador de la articulación, mas difícil ha de ser controlar el movimiento de la viga.

8.2 Simulación

La elección del método empleado para modelar un sistema real es una decisión compleja. Debido a que el sistema estudiado abarca varias disciplinas tecnológicas, se impone la necesidad de utilizar una escala jerárquica de submodelos encapsulables. Estos submodelos se definen explícitamente a partir de leyes físicas. De todas las alternativas contempladas (véase cap. 4) se ha decido utilizar Bond Graph porque cumple con los requisitos citados y, además, es conceptualmente didáctico.

La modelización de la viga flexible mediante Bond Graph seguirá un planteamiento nodal, pues no es posible garantizar a priori que las frecuencias propias de la viga flexible

sean independientes del resto del sistema. El modelo nodal desarrollado (véase Figura 4.2) es esencialmente una discretización en elementos finitos de la viga de Euler-Bernoulli. Karnopp (1990) manifiesta su preferencia por el planteamiento modal pero, en este caso, la obtención de las frecuencias propias es uno de los objetivos de la simulación.

El planteamiento nodal considera la viga como un conjunto de rebanadas conectadas entre sí. La masa de las rebanadas se considera concentrada en su centro de masas. Las rebanadas están articuladas entre sí y existe un muelle entre ellas que se opone al giro.

Para facilitar la construcción y la utilización práctica del modelo, se ha decidido:

- a) construir el modelo global agrupando los submodelos particulares. Así los 80 elementos de la viga flexible se han agrupado en 16 grupos de 5 elementos.
- b) definir dos nuevos elementos modulados, uno inercial (MI) y otro capacitivo (MC). Estos elementos **no** son variables en el modelo, pero son muy útiles porque permiten introducir, de una vez, los parámetros de todas las rebanadas de la viga.
- c) utilizar un sistema de unidades especial (cm, 10^4 kg, s) para reducir al mínimo los peligros de sobrepasamiento numérico.

La explotación sistemática de este modelo, con pequeñas variaciones, permite obtener las siguientes conclusiones:

- a) La presión de alimentación, dentro de los rangos de utilización del servoactuador, no afecta sensiblemente a las frecuencias propias.
- b) El área del actuador lineal afecta muy poco a las frecuencias propias. Sin embargo afecta notablemente a la respuesta temporal: al reducir el área del actuador aumenta la amortiguación de las vibraciones.
- c) El caudal nominal de la servoválvula, que define las prestaciones cinemáticas del actuador, no afecta prácticamente a las frecuencias propias.
- d) La modificación del conjunto servoválvula y actuador mantiene los resultados anteriores.
- e) El rozamiento mecánico afecta principalmente a la respuesta temporal: a mas rozamiento mas rápida es la amortiguación de las vibraciones. No afecta sensiblemente a la frecuencia del primer modo, pero sí a la del segundo modo.

f) El incremento de las fugas en el actuador incrementa la amortiguación, pero no afecta a las frecuencias propias.

El alejamiento del actuador de la articulación bastidor-viga incrementa las frecuencias propias. Las frecuencias propias obtenidas por simulación coinciden prácticamente con las obtenidas teóricamente, excepto la última.

<i>Posición Actuador</i>	<i>Modo 1 Teórico</i>	<i>Modo 1 Simulado</i>	<i>Modo 2 Teórico</i>	<i>Modo 2 Simulado</i>
L/8	6.03 Hz	5.5 Hz	38.28 Hz	37.5 Hz
L/4	7.38 Hz	7.5 Hz	48.38 Hz	47.5 Hz
L/2	13.03 Hz	13 Hz	66.98 Hz	No observable
3L/2	22.11 Hz	23 Hz	53.70 Hz	56 Hz
78L/80	14.91 Hz	22.5 Hz	59.65 Hz	67 Hz

Esta discrepancia es consecuencia de que ambos modelos han sido planteados para vigas con dos tramos. Colocar el actuador prácticamente en el extremo libre es llevar el modelo mas allá de sus límites.

8.3 Estudio experimental

Se ha diseñado, construido y puesto a punto un banco de ensayos que ha permitido validar experimentalmente los modelos teóricos y los modelos de simulación desarrollados en esta tesis.

En el aspecto práctico, los ensayos experimentales han aportado numerosas enseñanzas:

- a) La tarjeta de adquisición de datos ha de tener como mínimo una resolución de 16 bits.
- b) Conviene trabajar en modo diferencial para evitar interferencias.
- c) Es absolutamente necesario filtrar las señales de entrada teniendo en cuenta el teorema de Nyquist.

d) También es necesario filtrar las señales de salida, generadas digitalmente, si se utilizan para analizar el sistema utilizado en estas experiencias. Algunos equipos industriales son sensibles a los saltos escalonados de frecuencia que se producen en la síntesis digital, y suministran una información de fase errónea.

e) De entre todas las posibilidades que existen para analizar un sistema en el dominio frecuencial se aconseja utilizar “chirps”. Esta aproximación se ha impuesto por si misma ya que permite efectuar ensayos largos (60 segundos) para obtener una buena resolución frecuencial. La utilización de ruido blanco (o rosa) no es aconsejable de acuerdo con lo mencionado en el apartado anterior.

La utilización de 2 chirps de diferentes frecuencias viene justificada porque se miden aceleraciones y estas son aproximadamente proporcionales al cuadrado de la frecuencia en la región de bajas frecuencias (antes de llegar a los modos propios). Así es necesario introducir una gran señal para medir aceleraciones en baja frecuencia. En cambio al llegar a los modos propios la señal ha de ser pequeña o se puede poner en peligro la seguridad del equipo experimental.

Los ensayos experimentales realizados validan satisfactoriamente los modelos teóricos propuestos en esta tesis. El sistema queda caracterizado por las dos primeras frecuencias propias. Atendiendo a esta conclusión y al contenido de los capítulos 3 y 4, se puede concluir que el sistema estudiado admite un modelo modal (Karnopp) utilizando únicamente dos modos.

<i>Modo 1 Teórico</i>	<i>Modo 1 Simulado</i>	<i>Modo 1 Experimental</i>	<i>Modo 2 Teórico</i>	<i>Modo 2 Simulado</i>	<i>Modo 2 Experimental</i>
7.38 Hz	7.5 Hz	7.5 Hz	48.38 Hz	47.5 Hz	48.51 Hz

Los ensayos experimentales validan satisfactoriamente la estimación experimental de la función de transferencia. Los resultados obtenidos mediante la explotación del modelo realizado mediante Bond Graph demuestran que la amplitud de la respuesta temporal coincide notablemente bien con los resultados experimentales a pesar de que no se han considerado todos los amortiguamientos (especialmente el estructural).

8.4 Estrategias de control

El modelo de simulación propuesto en base al método de Bond Graph permite valorar distintas estrategias de control. De todas las estrategias analizadas, la mejor consigue eliminar las vibraciones del extremo libre de la viga en menos de un segundo.

Una de las estrategias de control ensayadas experimentalmente consiste en integrar dos veces la señal del acelerómetro para establecer un lazo de realimentación en posición. Esta estrategia no ha funcionado correctamente, pero ha aportado valiosos criterios prácticos:

- a) las estrategias de control que utilicen un acelerómetro no han de incorporar elementos derivativos pues el conjunto acelerómetro y tarjeta de captura de datos es muy ruidoso, especialmente con niveles bajos de señal;
- b) tampoco han de incorporar elementos integrativos pues el offset del acelerómetro cambia con la orientación de la viga.

Otra de las estrategias ensayadas, utiliza realimentación proporcional con el siguiente enfoque: el acelerómetro mide las aceleraciones y en función de estas se envía una corrección al servoactuador oleohidráulico, intentando anular la aceleración del punto en el que está instalado el acelerómetro. Aunque esta estrategia funciona correctamente, entendemos que no es satisfactoria desde un punto de vista conceptual, pues al actuar así se está perjudicando la rampa de aceleración del actuador lineal.

Como conclusión se propone una estrategia de control consistente en activar el bucle de realimentación anterior únicamente en las proximidades del punto de llegada del actuador. Esta estrategia es la que ha dado mejores resultados, consiguiendo experimentalmente la desaparición de las vibraciones en 0.5 s.

8.5 Recapitulación final

Como resumen de todo lo expuesto anteriormente sobre el comportamiento de una viga flexible giratoria accionada mediante un servoactuador oleohidráulico, podemos colegir:

1) Se han planteado las ecuaciones diferenciales del movimiento de la viga flexible giratoria y a partir de estas se ha encontrado un procedimiento para obtener las frecuencias propias. Aplicando este procedimiento en varios ejemplos numéricos se ha llegado a la conclusión de que las frecuencias propias solo dependen, fundamentalmente, de la configuración geométrica y de las propiedades elásticas de la viga y, a efectos prácticos, son independientes del servosistema oleohidráulico.

2) Se ha propuesto un modelo para simular el sistema mediante Bond Graph. Se ha utilizado este modelo para obtener la respuesta temporal y la respuesta frecuencial en numerosas variantes. De estas simulaciones se confirma la conclusión de que la configuración geométrica de la viga, así como sus características mecánicas son las que determinan las frecuencias propias, y el sistema oleohidráulico domina la amortiguación del sistema. Paralelamente, se afirma que el sistema queda completamente caracterizado por las dos primeras frecuencias propias, y se confirma la posibilidad de utilizar la simulación modal.

3) Habiendo estudiado el comportamiento de una viga flexible giratoria accionada mediante un servoactuador oleohidráulico, se ha comprobado mediante simulación y validado experimentalmente, que es posible anular las vibraciones de la viga después de cambiar su posición, mediante un sistema activo. Se ha planteado una estrategia de control en la que se realimenta la aceleración del extremo de la viga en la entrada del servoactuador oleohidráulico en el entorno del punto de destino.

8.6 Futuras ampliaciones

A continuación se proponen posibles ampliaciones de este estudio.

- A nivel general:

- a) Una línea de trabajo consistiría en estudiar el comportamiento de una viga flexible giratoria corta, de manera que fuese conveniente considerarla de Timoshenko.
- b) Otra línea de trabajo sería estudiar el comportamiento de una viga flexible giratoria con un servoactuador neumático.

- A nivel matemático:

- a) Una posible línea de mejora es desarrollar algoritmos matemáticos capaces de integrar simbólicamente ecuaciones en derivadas parciales integro-diferenciales.
- b) Otra línea de mejora es desarrollar algoritmos matemáticos capaces de integrar numéricamente ecuaciones en derivadas parciales integro-diferenciales.

- A nivel de simulación:

- a) Sería interesante poder incluir en el modelo Bond Graph la amortiguación estructural.
- b) También sería conveniente desarrollar y validar un modelo Bond Graph para vigas de Timoshenko.

- A nivel de estrategias de control:

- a) Se podría mejorar la estrategia de control propuesta, compensando el error debido a la inclinación del acelerómetro. Esto permitiría utilizar un controlador con término integral;
- b) la utilización de otros tipos de sensores podría permitir estrategias de control muy diferentes;

- A nivel de aplicación:

Los resultados obtenidos en esta tesis invitan a aplicarlos a diferentes aplicaciones:

- a) Robots flexibles.

- b) Sistemas de elevación autoportantes, como grúas o plataformas de mantenimiento.
- c) Antenas de radar y de comunicaciones situadas en vehículos.
- d) Puentes levadizos accionados hidráulicamente.