

Capítulo 3

Teorías de degradación y predicción del tiempo de vida

3.1. Introducción

Tal como se comentó en el capítulo precedente, históricamente el caso más estudiado de degradación del material bajo cargas cíclicas ha sido el de los metales. En ellos la evolución de la fatiga consiste en la generación localizada de micro grietas (nucleación de grietas) que pueden crecer (etapa de crecimiento) hasta producir el fallo de la pieza (ruptura catastrófica *estática* final). Existen modelos aplicados de predicción de vida para los materiales metálicos que tratan de medir el tiempo de vida de las dos primeras etapas, que normalmente son tratadas de manera independiente. Los modelos usados en la fase de nucleación se basan esencialmente en la teoría de las deformaciones plásticas locales, mientras que los aplicados durante la fase de propagación lo hacen mediante conceptos de mecánica de la fractura.

En cambio, el mecanismo de degradación a fatiga de los materiales compuestos se muestra más complicado y no suele coincidir casi nunca con el de nucleación y posterior progresión de una grieta dominante. La complejidad de los sucesos de fatiga en laminados ha llevado al desarrollo de innumerables modelos de degradación, aunque desafortunadamente no existe ninguno que sea universalmente aceptado. Por lo tanto, debido a la complejidad del problema, no existe un modelo que englobe a todos los materiales y factores que intervienen en la fatiga; como por ejemplo la dependencia del nivel de la carga, los múltiples estados de degradación, la evolución no lineal del daño, de los efectos de la secuencia de carga, de los ciclos de pequeña amplitud inferiores al límite de fatiga y de los efectos de la tensión media. Muchos modelos de degradación tan sólo consideran unos pocos factores fenomenológicos y su aplicabilidad varía caso a caso.

El objetivo último de las teorías y modelos de degradación de los materiales sometidos a cargas cíclicas es obtener una aproximación racional de la vida de un elemento estructural. Es decir, obtener un valor esperado del tiempo durante el cual este elemento cumplirá con la función para el que ha sido concebido. Habitualmente para estimar la vida útil de un componente estructural es suficiente con la predicción de la disminución de su resistencia o bien de su rigidez (Reifsnider, 1991). Por lo tanto, la vida estructural puede ser definida

prácticamente en términos de una pérdida de estas dos características a lo largo del tiempo. Cuando, a lo largo del servicio del componente, cualquiera de ellas disminuya colocándose por debajo de unos valores admisibles se habrá llegado al fin de su vida útil. De todas formas, el estudio de la degradación de un material podría generalizarse al seguimiento de la evolución de cualquier otra característica, sea o no estructural, aunque ésta no es una práctica demasiado habitual.

Por ejemplo tal y como se muestra en la figura 3-1, el objetivo de una teoría de degradación a fatiga puede ser prever a lo largo de la aplicación de los ciclos de carga la reducción de la resistencia en cada punto del material desde el estado inicial del material (A) hasta donde la resistencia se iguala al nivel de carga aplicado (C). Llegar al punto C del diagrama significaría haber llegado al momento de la rotura y, en consecuencia, al final de su vida útil. Para obtener la evolución de la resistencia del material (curva ABC en la figura 3-1) es necesario conocer el modelo de degradación del material en función del estado de tensiones que ha seguido el material durante toda la historia anterior de cargas cíclicas. Si esta historia de cargas cíclicas ha mantenido unas características constantes, el punto C coincide con un punto de la curva de tensión-vida del material, denominada curva S-N.

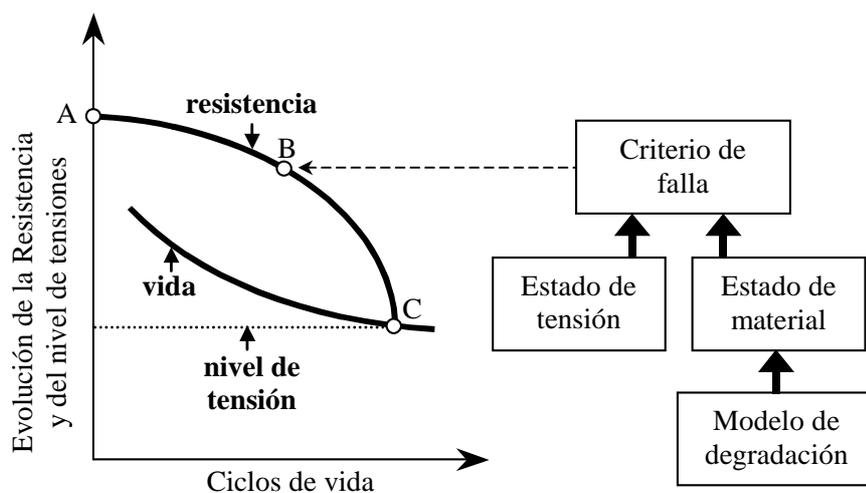


Figura 3-1. Visión esquematizada de la previsión de vida a fatiga de un material. El material rompe cuando la curva de resistencia residual se encuentra con el nivel de carga actual. Si el nivel de carga actual se ha mantenido constante, esto ocurre en un punto de la curva tensión – vida del material (curva S-N)

En general se podría afirmar que todo método de predicción de vida para un material engloba: *i)* una observación experimental del proceso de acumulación de la degradación y la definición de una métrica del daño, *ii)* la formulación de un modelo de acumulación de daño en términos de la métrica de daño y la caracterización experimental de los parámetros del modelo utilizando experimentos simples, *iii)* el desarrollo de un procedimiento de

adición de degradación basado en la métrica de daño para predecir la vida bajo cargas de fatiga generales y *iv*) la verificación experimental de las predicciones de vida.

Por ejemplo, el tamaño de la grieta que produce la fatiga es una apropiada métrica de daño para un metal. Utilizando una teoría de crecimiento de grieta adecuada y su parametrización mediante experimentos puede elaborarse el modelo de degradación. Estas ecuaciones integradas ciclo a ciclo permiten predecir la vida del material. En contraste, para un polímero reforzado con fibras no es posible obtener el mismo tipo de métrica, ya que el proceso de acumulación de daño es mucho más complejo siendo una combinación de agrietamiento de la matriz, deslizamiento fibra-matriz, deslaminación y rotura de fibras. Como consecuencia de esta complejidad han aparecido numerosos métodos de predicción de vida con enfoques muy diversos.

Como ya se apuntaba en el capítulo 1 los modelos dirigidos a estimar la esperanza de vida de un compuesto en condiciones de servicio pueden dividirse en dos grandes categorías según a qué nivel estructural se estudien los sucesos de daño y degradación. Así, existe una gran diferencia de enfoque entre los modelos macroscópicos, que se apoyan en un estudio empírico del comportamiento del laminado, y los modelos mecanicistas, basados estos últimos en los sucesos micromecánicos entre las distintas fases del compuesto. Los modelos mecanicistas, a pesar de su gran complejidad, pueden proveer una visión más clara de las causas finales de fallo en los polímeros reforzados con fibra y, por tanto, permitir su análisis y su optimización. Existen otras posibilidades intermedias, como los modelos que estudian la degradación lámina a lámina, los cuales toman a la lámina (y no todo el laminado) como unidad de comportamiento homogéneo y permiten además distinguir los modos de fallo entre láminas (la *deslaminación*), o bien los modelos basados en *teorías de homogenización*, también conocidos como modelos a doble escala.

En la actualidad los modelos fenomenológicos macromecánicos son, con mucho, los más utilizados a pesar de requerir un volumen importante de datos experimentales. Esta preponderancia es debida a la complejidad de los modelos mecanicistas. Estos últimos requieren un profundo conocimiento de la interacción de los mecanismos del daño que progresa durante la vida a fatiga del material y de su dependencia con el nivel de carga y las demás condiciones de servicio, conocimiento que hoy aún no se tiene de forma generalizada.

3.2. Modelos de fatiga macromecánicos

A lo largo de estos últimos años se han desarrollado numerosas aproximaciones al fenómeno de la fatiga desde enfoques muy diversos a través de aproximaciones macromecánicas. Para una introducción a este tema, puede ser de utilidad consultar los artículos de revisión de Talreja (1987, 1999), Reifsnider (1991), Sendekyj (1990), o

Andersons (1994). Estos enfoques macromecánicos engloban desde los sencillos métodos de seguimiento de la evolución de las curvas S-N para elaborar un criterio de fractura válido para la fatiga hasta las aproximaciones basadas en el daño en la mecánica de medios continuos (CDM). La mayoría de modelos se basan en el estudio experimental o analítico de la evolución de alguna métrica de daño macroscópica desde sus respectivos valores estáticos ya sea la disminución monótonica de la resistencia residual, la evolución de la rigidez, el crecimiento o densidad de grietas, etc.

En el caso particular de los compuestos laminados es posible identificar claramente dos principales tipos de aproximaciones en función del nivel de homogenización elegido: *(i)* uno a nivel de laminado donde se asimila el comportamiento del compuesto como el de un único material anisótropo homogéneo equivalente y *(ii)* otro a nivel de cada lámina donde se intenta estudiar la degradación del laminado a través de lo que ocurre en cada una de las láminas que lo constituyen. Los modelos a nivel de lámina permiten un paso intermedio entre los modelos totalmente empíricos que consideran el laminado como un material homogéneo y los modelos mecanicistas basados en la micromecánica al nivel de constituyente.

En el estudio al nivel de laminado se persigue obtener las propiedades a fatiga efectivas de un compuesto concreto para cualquier estado de carga a través de la interpolación (y a veces de la extrapolación) de los datos experimentales en unos estados de carga sencillos. Dado que el comportamiento a fatiga se deduce de los resultados empíricos es necesario disponer de ensayos de exactamente el mismo laminado (constituyentes, secuencia de apilamiento de las láminas, orientación de las mismas, fracción de refuerzo en cada lámina, etc.) del que se quiera conocer el comportamiento en condiciones más generales. Por lo tanto, este tipo de estudio es difícilmente generalizable debido a que para cada compuesto particular es necesario disponer de una campaña de ensayos. Aún así con este enfoque es posible abordar un amplio abanico de problemas como, por ejemplo, la estimación de la esperanza de vida con elevado número de ciclos a partir de los resultados experimentales logrados en ensayos breves, o bien la estimación de la progresión de la resistencia residual y de la rigidez residual.

Los modelos a nivel de lámina permiten distinguir el fallo en cada lámina e incluso la deslaminación, el fallo entre láminas. La rotura total a fatiga sobreviene, en este caso, como resultado del fallo sucesivo de cada una de las láminas con distinta orientación del refuerzo. En la gran mayoría de estos modelos se utilizan generalizaciones de los criterios de rotura fenomenológicos utilizados para cargas estáticas (ver Apéndice D). Se asume la hipótesis de que las propiedades resistentes de la lámina unidireccional no dependen del apilamiento del laminado. Por otro lado, la degradación del compuesto debida a la deslaminación puede ser tenida en cuenta mediante el análisis de los esfuerzos interlaminares en los bordes del

material y de los momentos flectores en el grosor de la lámina (que pueden ser particularmente importantes en laminados gruesos).

En general, estos modelos dependen de la observación de alguna métrica de daño macroscópica durante su experimentación y suelen estar formulados como una teoría de amplitud constante; es decir, que se realizan la mayoría de ensayos aplicando variaciones cíclicas de tensión o deformación de amplitud constante. A partir de estos datos se caracteriza la métrica de daño y su evolución bajo estas condiciones estacionarias de carga cíclica. Idealmente estas teorías pueden ser generalizadas mediante métodos de acumulación de daño con condiciones de carga cíclica variable, que permiten extender su aplicación a sollicitaciones a dos o varios niveles de carga y a cargas de fatiga espectrales.

3.2.1. Teorías de fatiga fundamentalmente empíricas

Para materiales de nueva concepción, las aplicaciones normalmente preceden y conducen el desarrollo de los métodos de predicción. Si existe analogía entre el comportamiento del material emergente con el de los materiales convencionales, las teorías desarrolladas para los primeros son aplicadas a los segundos. En cambio, si estas analogías no existen el desarrollo de una teoría racional del comportamiento del material debe ser retrasado hasta que los mecanismos de daño sean documentados y modelados. Cuando este conocimiento no está disponible o el seguimiento del proceso de acumulación de daño es complicado, tal como ha sido el caso de los compuestos de matriz polimérica, el desarrollo de las teorías de fatiga tienden a retrasarse mucho respecto al inicio de las aplicaciones del material.

Asimismo, el comportamiento a fatiga del material ha de ser caracterizado para ganar confiabilidad en la duración del material y para justificar su aplicación estructural. Para ello se utilizan los modelos de naturaleza empírica que permiten aproximaciones del comportamiento de un compuesto basándose en el análisis de resultados experimentales de compuestos sometidos a cargas cíclicas. Este tipo de enfoque permite su análisis sin la necesidad de conocer el fenómeno físico que provoca la degradación. Aparecen, pues, en la bibliografía, muchos enfoques clásicos derivados de la fatiga en los metales (seguimiento de las curvas S-N, propagación de una grieta dominante y concentración de esfuerzos o *point stress*) y otros enfoques más particulares y más específicos del proceso real de fractura por fatiga en los compuestos. Aún así la mayoría de estos modelos se basan en parámetros empíricos obtenidos en ensayos de piezas sencillas sometidas a tensiones uniaxiales⁸. Por lo

⁸ La experimentación para obtener la vida esperada se realiza comúnmente sobre piezas sometidas a ciclos de carga de amplitud constante. Aún así, dado que las sustancias componentes van degradándose a lo largo del ensayo, los esfuerzos sobre las distintas láminas y fases no son constantes.

tanto su capacidad de predicción de fallo por fatiga en situaciones reales sigue siendo muy limitada.

Las teorías de fatiga empíricas son usadas para caracterizar la fatiga a partir de las curvas de comportamiento del material en el plano S-N y generalizar su aplicación a estados de carga más complejos. La selección de una teoría empírica particular depende de la naturaleza de los datos de la curva S-N y de la experiencia del usuario. Como ya se ha comentado estos modelos parten, en general, de la determinación experimental de curvas S-N uniaxiales. A partir de los resultados obtenidos en estos experimentos con cargas de amplitud constante es posible trazar las curvas S-N de los valores medios de vida de material para cada nivel de carga. Para la regresión de los valores medios existen diferentes expresiones características: lineales en el plano logarítmico ($\log S - \log N$), lineales en el plano semilogarítmico ($S - \log N$), bilineales en el plano semilogarítmico, funciones de regresión exponenciales, etc. La formulación de algunos de estos tipos de expresiones se presenta en el Apéndice A y en el capítulo 4. Por ejemplo Mandell *et al.* (1981) utilizaron la sencilla regresión lineal en el plano semilogarítmico para caracterizar a laminados reforzados con fibra de vidrio. Otros trabajos intentaron generalizar estas expresiones para que tuvieran en cuenta el efecto de la tensión media (Sims-Brogdon, 1997) (Reifsnider-Jen, 1982).

(a) Generalización de los criterios de fallo estáticos a fatiga

Las ecuaciones que proporcionan la evolución de las curvas S-N están limitadas a cargas cíclicas uniaxiales, lo cual raramente ocurre en piezas en servicio. La extensión de estas teorías para el caso de cargas multiaxiales ha sido propuesta a lo largo de los últimos años por un gran número de autores. Estas formulaciones son prácticamente una generalización de los criterios de resistencia estática en el caso de que existan cargas cíclicas.

Existen algunos trabajos a nivel de laminado como el de Philippidis-Vassilopoulos (1999), en el cual los autores proponen un criterio de fractura para la fatiga para todo el laminado basado en el tensor polinomial de fractura en medios ortotrópicos, concretamente en este caso el criterio de fractura estática propuesto es el de Tsai-Hahn (1977). En este criterio las resistencias estáticas en las distintas direcciones se sustituyen directamente por los valores obtenidos para las curvas S-N del laminado en las mismas direcciones. De esta forma se consigue un criterio para la resistencia del laminado multiaxial dependiente del número de ciclos y del nivel de tensión cíclica aplicada. Fawaz-Ellyin (1994), a través del conocimiento de una sola curva S-N de referencia del laminado y de las resistencias estáticas en las direcciones principales, proponen un criterio de fallo similar.

Este mismo método se aplica al nivel de cada lámina mediante la teoría de laminados junto con las teorías de fatiga empíricas multiaxiales. De este modo es posible predecir la vida de un laminado, sujeto a cargas de fatiga de amplitud constante, a partir de los datos que se

obtengan para cada una de sus láminas (considerando la resistencia de cada una de las láminas, en las distintas direcciones y para un cierto nivel de esfuerzo cíclico, juntamente con el número de ciclos).

Sendeckyj (1990) propone un esquema general de aplicación de estos métodos que consiste en: *i)* calcular las tensiones de cada lámina correspondientes los valores mínimo y máximo de la carga cíclica aplicando la teoría de laminados; *ii)* aplicar un criterio empírico multiaxial de fatiga para cada lámina para determinar el número de ciclos hasta el fallo para cada una de ellas (N_i^f), la lámina con el menor valor de (N_i^f) es la que falla primero, al valor que le corresponda se le llamará (N_{\min}^f); *iii)* deducción del módulo elástico de cada lámina para determinar las tensiones en cada una de ellas que corresponden a la tensión efectiva cíclica aplicada, suponiendo que la lámina a la cual pertenece N_{\min}^f ya ha fallado; *iv)* comprobar si la nueva tensión en la lámina causa el fallo de alguna lámina más usando el criterio de fallo, si ocurre este fallo adicional de un lámina se debe repetir el paso *iii)* y el *iv)*, si falla el laminado entero N_{\min}^f es la vida del laminado; *v)* recalcular el N_{\min}^f según el punto *ii)* para la nueva distribución de tensiones y volver a aplicar el punto *iii)* y el *iv)* hasta determinar el fallo completo del laminado; y, finalmente, *vi)* determinar la vida del laminado como el último valor N_{\min}^f obtenido. La aplicación de este proceso de predicción requiere la disponibilidad de un criterio de fallo de láminas verificado para el material estudiado. Esta sencilla metodología tiene carencias muy importantes ya que realmente no tiene en cuenta cómo afectan a la vida final del laminado las sucesivas redistribuciones de esfuerzos.

Pueden ser incluidos en esta aproximación los modelos propuestos por Hashin *et al.* (1973, 1981) basados en los diferentes modos de fallo. De este modo, a medida que aumenta el número de ciclos de carga cíclica sobre cada una de las láminas disminuye la resistencia de las mismas. En este tipo de aproximación es necesario el estudio experimental de la evolución de la resistencia en cada una de sus direcciones principales o para cada tipo de esfuerzo en función del número de ciclos, es decir, la obtención experimental de las curvas S-N para cada lámina y en cada dirección que permiten definir un criterio de fractura de la lámina.

Estos métodos intentan determinar el comportamiento a fatiga de la lámina a partir de las características mecánicas de la misma, pero no permiten deducir el comportamiento real del laminado entero al no incluir los efectos de la interacción entre láminas en la fatiga. Estos efectos pueden estar relacionados con la aparición de deslaminaciones locales y la redistribución de esfuerzo entre láminas de rigidez cambiante a lo largo de la aplicación de ciclos de carga. Existen otros modelos que consideran este nuevo modo de daño y la posterior variación en la interacción entre láminas. Uno de estos criterios es el propuesto por Rotem (1976,1990) donde, partiendo del criterio a fatiga propuesto anteriormente por Hashin-Rotem (1973) para láminas, se incluye un nuevo modo de fractura ligado a la

deslaminación de las capas. De esta forma se contemplan a la vez la falla del laminado en alguna de sus láminas y la pérdida de transmisión de carga entre las láminas.

(b) Point stress

Este método permite determinar la vida o resistencia residual de un laminado a partir de la comparación del esfuerzo en los distintos puntos del material con una función de fallo por fatiga. El esfuerzo en un determinado punto se obtiene a partir de un análisis lineal de tensiones, por ejemplo, mediante el método de los elementos finitos. La función de fallo, suele obtenerse a partir del ajuste de una curva S-N a los datos experimentales (Wang, 1983). Esta experimentación no es genérica y suele estar relacionada a un determinado tipo de discontinuidad en el material: entalla, agujero, cambio de grosor, etc.

Esta metodología también es aplicable al nivel de cada lámina, después de la deducción de la tensión aplicada en cada lámina. Por ejemplo, mediante la teoría de laminados, el fallo por fatiga de cada una de ellas puede ser estudiado mediante el método del *point-stress* (Halpin *et al.*, 1973). Generalmente, se considera en estos modelos que el fallo del laminado se produce con el fallo del conjunto de todas las láminas. Sin embargo, en algunos casos se puede considerar que éste se produce por la rotura de una o varias láminas que provocan la pérdida de la función estructural del material. Claramente, este tipo de aproximación responde a un modelo fenomenológico y no tiene en cuenta la redistribución de tensiones entre las distintas láminas.

3.2.2. Teorías de fatiga de degradación de la resistencia residual

Dado que la degradación progresiva que aparece en una pieza sometida a fatiga afecta a sus propiedades mecánicas desde un punto de vista estructural, es importante conocer la evolución de la rigidez y de la resistencia residual a lo largo de la vida de la pieza. Esta información no queda reflejada en las curvas de vida S-N. Cada carga cíclica genera para cada material una distinta evolución de estas dos características. Su evolución a lo largo de la aplicación de carga es siempre decreciente. Sólo se puede observar un incremento en circunstancias muy determinadas. Por ejemplo, con la reorientación que pueden sufrir fibras a 0° (en la misma dirección de la carga) mal alineadas sometidas a tracción en matrices de comportamiento visco-elástico.

Los métodos de predicción de vida más aceptados para los polímeros reforzados con fibras son los basados en el uso de la resistencia residual como la métrica de degradación. La *resistencia residual* (S_R) indica la capacidad de absorber cargas estáticas que tiene el material en un determinado estado de degradación. En cuanto a su evolución en función del número de ciclos es generalmente decreciente y continua. En tensiones de amplitud constante

presenta valores superiores a la curva S-N y se cruza con ella en el número de ciclos esperados de vida del material (N_F) (ver figura 3-2).

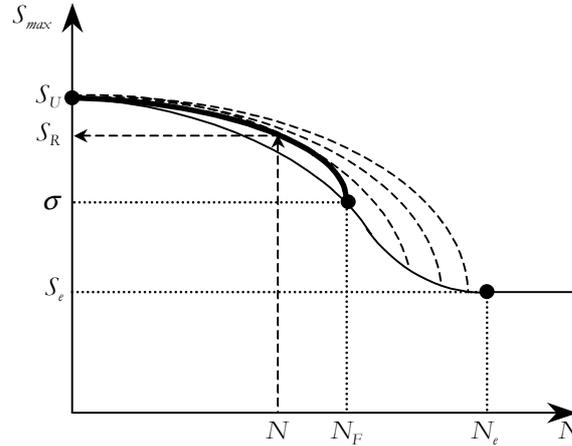


Figura 3-2. Funciones S_R para tensiones de características estacionarias σ .

Dado que la resistencia residual es monótonicamente decreciente su derivada se puede escribir de forma general como una función que toma valores siempre negativos:

$$\frac{dS_R}{dN} = -f(\sigma, R, S_R, N) \tag{3-1}$$

donde σ es la tensión aplicada en un instante dado, R el índice de reversión de esta tensión cíclica y $f(\sigma, R, S_R, N)$ es una función a determinar según la evolución de la degradación en el material que se esté estudiando. Esta expresión debe ser integrada tomando en consideración que $S_R|_{N=0} = S_U$, donde S_U es la resistencia estática. Con ello se obtiene una expresión de la forma

$$S_R = S_U - g(\sigma, R, S_R, N) \tag{3-2}$$

Sabiendo, por las curvas S-N que la condición de fallo es $S_R|_{N=N_F} = \sigma$, donde N_F es el número de ciclos a la rotura se obtiene una expresión del límite de resistencia de la forma

$$S_R = \sigma = S_U - g(\sigma, R, S_R, N_F) \quad \sigma - [S_U - g(\sigma, R, S_R, N_F)] = 0 \tag{3-3}$$

Por lo tanto, la evolución de la resistencia residual, en general, es una función que como máximo alcanza el valor de la resistencia estática y que puede llegar a decrecer hasta el valor de la tensión máxima actual, lo que produce la rotura del material. Si se conoce su ley de evolución es posible predecir la vida a fatiga del compuesto. Existen algunos casos

particulares, como por ejemplo los laminados unidireccionales a 0° , en los cuales la resistencia a fatiga está dominada por la fibra de refuerzo, donde se observa que casi no existe variación de la resistencia residual hasta el instante del fallo. Este comportamiento, calificado de *muerte súbita* (ver figura 3-3), muchas veces no puede ser correctamente descrita por las expresiones anteriores, ya que éstas representan una evolución monótona-suave de la resistencia residual (Ma *et al.*, 1995).

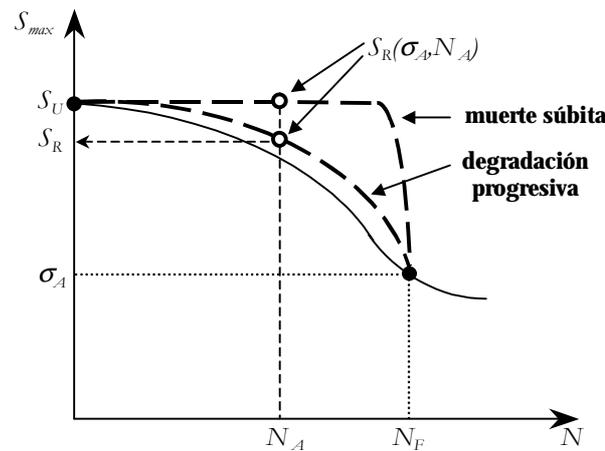


Figura 3-3. Evolución de la resistencia residual con el número de ciclos. Modelo de degradación progresiva y modelo de *muerte súbita* más propio de las láminas a 0° .

La primera teoría de degradación por resistencia residual en laminados fue propuesta por Halpin *et al.* (1972) y por Wolff *et al.* (1972). Estos autores utilizaron los métodos de predicción desarrollados para metales como patrón. Asumieron que el proceso de acumulación de daño podía modelarse como el crecimiento de una grieta dominante, como es el caso de los metales. Mediante la integración de una ecuación de crecimiento de grieta definieron la expresión de la función de decrecimiento de la resistencia residual. El fallo se asume en el momento en que la resistencia residual decrece por debajo de la tensión cíclica. Esta teoría de fatiga fue completada mediante el uso de una distribución estadística de la resistencia estática representada por una distribución de Weibul de dos parámetros. A causa de las objeciones a la aceptación de una única grieta dominante esta teoría ha sido reformulada por numerosos autores Yang *et al.* (1983), Chou *et al.* (1979), Sendekyj (1990) y Whitney (1983). De estos trabajos se ha deducido que las teorías de fatiga basadas en la degradación de la resistencia residual requieren de una gran cantidad de datos experimentales para cada laminado bajo consideración lo que limita su aplicación.

Sin embargo, los modelos a fatiga basados en la degradación de resistencia residual pueden ser generalizados para poder predecir la vida a fatiga del laminado de una forma teórica.

Esto es posible mediante el uso de conceptos introducidos por Rotem *et al.* (1976) a través de las teorías de fatiga empíricas para laminados multidireccionales partiendo de los datos experimentales de laminados a 90° , $+45^\circ$ y 0° . Estos modelos de degradación de la resistencia residual pueden extenderse para que incluyan la predicción de vida de piezas sometidas a distintos niveles de carga, ya que permiten una fácil incorporación de una teoría de acumulación de daño (estas teorías se muestran en el apartado 3.4 en este mismo capítulo).

3.2.3. Teorías de fatiga basadas en la degradación de la rigidez

Las teorías de degradación a fatiga basadas en el seguimiento de la evolución de la resistencia residual tienen dos debilidades. La primera es que para la obtención de la resistencia se necesita un ensayo destructivo, lo que obliga a realizar una gran cantidad de experimentos para obtener su evolución. La segunda problemática es que la resistencia residual cambia muy lentamente hasta que el laminado se encuentra cerca del punto de rotura, donde su variación se acelera rápidamente (como se ha indicado en el apartado anterior a, este fenómeno se le denomina *muerte súbita* del material), lo que hace difícil observar la degradación a fatiga para ciertas configuraciones de material a partir de esta métrica.

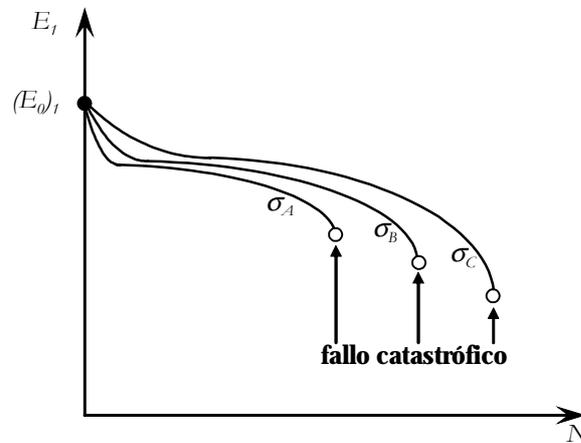


Figura 3-4. Evolución de la rigidez desde su valor inicial $(E_0)_t$ hasta la rotura catastrófica del laminado para distintos niveles de tensión cíclica ($\sigma_A > \sigma_B > \sigma_C$)

Se han desarrollado diversas tentativas para superar las carencias de las teorías basadas en la degradación de la resistencia residual. Estas tentativas necesitan de una formulación basada en una métrica de daño a fatiga alternativa que, por una parte se pueda obtener a través de medidas obtenidas de ensayos no destructivos (NDE) y que, por otra parte, presente

grandes variaciones en su valor a lo largo de la vida a fatiga. Una de las métricas de daño más estudiadas es la rigidez. Tal y como se observa en la figura 3-4, la rigidez decrece monótonicamente en carga cíclica siendo una medida directa de la degradación del laminado. Estos cambios que presenta la rigidez son mucho mayores en algunas fases de la vida del laminado que los cambios en la resistencia residual. En algunos laminados este daño es evidente desde los primeros ciclos de carga, por ejemplo con los laminados *cross-ply* (láminas a 0° y 90°), aunque en otros es casi imperceptible hasta que se produce el fallo catastrófico de la pieza, por ejemplo en laminados UD de CFRP. Su evolución puede presentar pendientes muy cambiantes a causa de los distintos sucesos de daño en que va entrando la pieza sometida a la degradación a fatiga.

Basándose en estas observaciones experimentales, un gran número de estudios incluyendo los de O'Brien (1985), Reifsnider *et al.* (1986) y Highsmith-Reifsnider (1982) han permitido mostrar que los cambios de rigidez están directamente relacionados con la acumulación de daño del laminado. Asimismo, los cambios en la rigidez proporcionan una excelente medida de la redistribución de esfuerzos interna dentro de los laminados ya que de hecho los mecanismos de daño producen en la misma proporción cambios en la rigidez y redistribución de esfuerzos. Las medidas de la rigidez de un laminado pueden ser obtenidas mediante monitoreo continuo de la propia rigidez o a través de modelos, como lo propuestos por Talreja (1997) y por O'Brien (1985) entre otros, los cuales relacionan alguna magnitud obtenida a través de pruebas no destructivas, como la densidad de grietas en la matriz y el tamaño de la deslaminación, con los cambios en la rigidez de los laminados. Existen también teorías más desarrolladas que permiten relacionar la variación de la rigidez con la acumulación del daño (Beaumont *et al.* (1987).

Un modelo relativamente simple que trata las variaciones de la rigidez es el desarrollado por Hwang *et al.* (1986), en el cual se introduce el concepto de módulo a fatiga. Esta variable evoluciona en función del número de ciclos de carga y se define como la pendiente entre el esfuerzo aplicado y la deformación inducida en el laminado para un número determinado de ciclos. Se considera el fallo del laminado cuando la deformación inducida alcanza un cierto porcentaje de la deformación estática última.

Existen varios modelos que tratan la degradación progresiva de la rigidez de un laminado *cross-ply*, con láminas a 0 i 90° (Garrett 1977, Hashin 1985, Highsmith *et al.* 1982, Tan 1991, Lee 1990) bajo cargas estáticas. Con aproximaciones similares se puede tratar la degradación bajo cargas cíclicas determinando la evolución de las grietas y la acumulación de daño que experimenta el laminado (Poursartip *et al.* 1986a y 1986b).

A continuación se muestra un tipo de aproximación muy estudiada aplicable a *cross-ply*, introducida inicialmente por Reifsnider-Stinchcomb (1986), que se basa en el hecho de que el comportamiento a fatiga del laminado se puede modelizar a través del reparto del

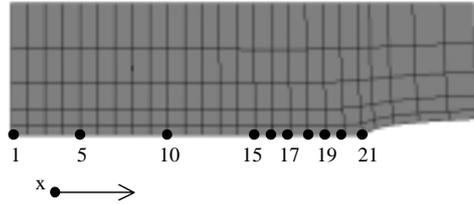
laminado en dos tipos de láminas: las láminas o elementos críticos y las láminas o elementos subcríticos. La distinción entre los dos grupos radica en el hecho que el fallo por fatiga de las primeras implica el fallo de todo el laminado, mientras que el fallo de los elementos subcríticos sólo provoca una redistribución de esfuerzos.

(a) *Teoría de los elementos críticos*

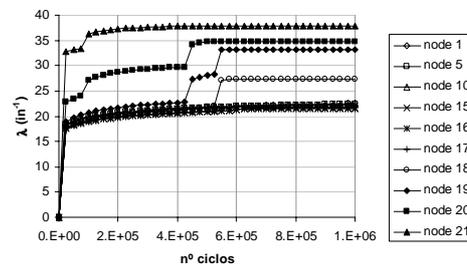
Esta teoría (Reifsnider, 1986 y 1991) considera que, durante el proceso de fatiga a tracción en el laminado, se puede distinguir la evolución de las propiedades de las láminas con las fibras más orientadas en la dirección de la carga de la de las láminas en las que el comportamiento de la matriz predomina sobre el de la fibra. Las primeras, designadas como láminas críticas, soportan la mayor parte del esfuerzo y su fallo implica la fractura del laminado al completo. De acuerdo con las evidencias experimentales, se considera que estas láminas no sufren pérdida de rigidez, siendo su resistencia residual la que evoluciona con el número de ciclos. En cambio, las láminas subcríticas, donde predomina el comportamiento de la matriz, sufren una degradación considerable de la rigidez (asociada a la aparición de grietas paralelas a las fibras en la matriz), lo cual implica una redistribución interna de esfuerzos entre las láminas. La densidad de grietas aumenta paulatinamente con el número de ciclos y con la carga aplicada hasta la saturación. Este estado de saturación se conoce como *Characteristic Damage State* (CDS) y no depende de la historia de carga del material, coincidiendo para carga estática o a fatiga.

A consecuencia de la pérdida paulatina de rigidez de las láminas subcríticas, éstas pierden capacidad de absorción de esfuerzo alterno, el cual pasa a ser absorbido por las láminas críticas bajo la hipótesis de la compatibilidad de deformaciones en el laminado. Así, el esfuerzo soportado por las láminas críticas aumenta continuamente mientras su resistencia disminuye, hasta que se igualan esfuerzo y resistencia. Es en este momento cuando se produce el fallo de las láminas críticas, y en consecuencia, de todo el laminado.

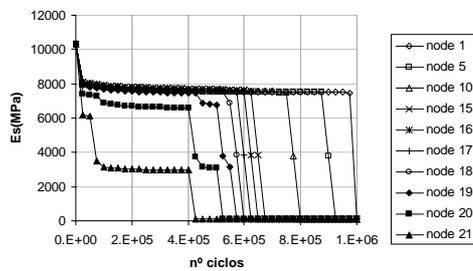
En definitiva, mediante una ley de degradación de la resistencia de las láminas críticas en la dirección del esfuerzo y una ley de degradación de la rigidez de las láminas subcríticas en la misma dirección con el número de ciclos, se puede llegar a predecir el comportamiento del laminado y su vida a fatiga. Por lo tanto, sólo es necesaria una caracterización de cada tipo de lámina, en crítica o subcrítica, independientemente de la secuencia de apilado no siendo necesario experimentar con el laminado entero. En esta línea se pueden incluir los trabajos desarrollados por autores como el mismo Reifsnider (1986), Jamison *et al.* (1984), Diao *et al.* (1996), Gao (1994) y Blanco *et al.* (2001). En la figura 3-5 se puede observar un ejemplo de la modelización del comportamiento de un *cross-ply* utilizando esta técnica



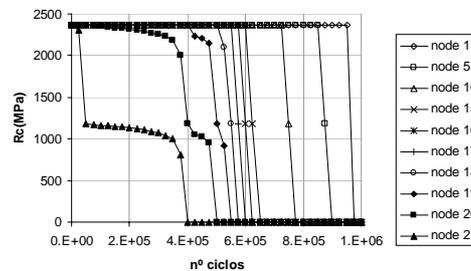
a) Situación nodos considerados



b) Densidad grietas matriz



c) Rigidez subcrítica



d) Resistencia crítica

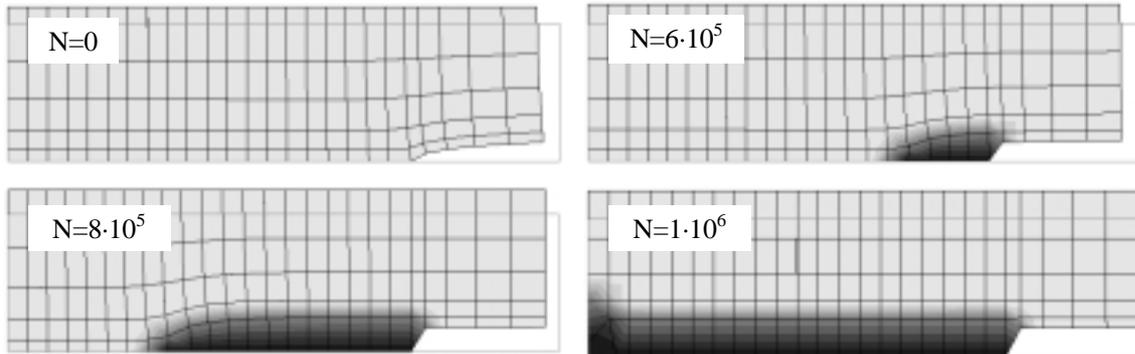


Figura 3-5. Simulación del crecimiento de una entalla en un material compuesto mediante el modelo de láminas críticas y subcríticas (Blanco *et al.*, 2001)

(b) Otras métricas de degradación obtenidas con ensayos no destructivos

Paralelamente al estudio de la degradación de la rigidez se han estudiado otro tipo de aproximaciones que permiten relacionar la degradación con una métrica de daño macroscópica que se pueda obtener mediante técnicas de ensayo no destructivas. De este

modo se han desarrollado métodos formulados a partir de la variación de la conductividad eléctrica, de la dispersión de la luz, de la absorción de rayos X, de la atenuación ultrasónica, etc. Aun así, la mayoría de ellos no han pasado de ser modelos desarrollados para tipologías de laminados muy concretos difícilmente generalizables.

3.2.4. Teorías de fatiga basadas en la mecánica de la fractura

Existen estudios de fatiga basados en la mecánica de fractura donde se trata el fenómeno como un problema de crecimiento de grieta. De este modo aparecieron los trabajos de Irwin (1957), que relacionan los fenómenos de fatiga en metales con la fractura a través de los factores de intensidad de tensiones. Estos trabajos fueron de los primeros en sugerir que el aumento de la longitud en la grieta dependía del rango de fluctuación del factor de intensidad de tensiones. Más tarde Paris (1961 y 1963) propone una relación matemática entre los ciclos y la longitud de la grieta, donde es necesario determinar experimentalmente los parámetros a través de los cuales se puede estimar el tamaño de la grieta. La expresión de crecimiento de la grieta para amplitud constante es

$$\frac{da}{dN} = A(\Delta K)^c \quad (3-4)$$

donde a es el tamaño de grieta, ΔK es el rango del factor de intensidad y A y c son constantes del material. En materiales heterogéneos muchas veces se utiliza el rango del factor de energía total ΔG en lugar de ΔK . Existen también aproximaciones más elaboradas que incluyen modelos de ralentización del crecimiento de la grieta. Estas teorías tienen un amplio grado de aceptación a partir del momento en el que crecimiento de grieta puede ser directamente relacionado con el proceso físico de daño. En la práctica estas teorías han resultado tan solo eficaces en problemas cíclicos con amplitudes de carga constante en materiales homogéneos.

Otros modelos estudian más concretamente la fatiga en compuestos a través de la mecánica de fractura (Spearing *et al.* 1998), aunque este camino representa una limitación muy grande en la aplicación a casos donde intervienen esfuerzos combinados. El uso más generalizado de estos modelos es para el estudio de degradación por deslaminación en fatiga.

3.3. Variable de daño o de degradación a fatiga

Muchos investigadores definen una variable de daño (D) como métrica de la progresión de la degradación a fatiga del material. La variable D es un indicativo de la degradación del material y decrece monótonicamente durante el tiempo de vida si la tensión es de amplitud constante. Esta variable de daño se suele identificar a través de alguna propiedad del compuesto siendo la resistencia residual y la rigidez residual las más frecuentes. Dado que

estas degradaciones pueden presentar distinto valor en las distintas direcciones del material debería expresarse como una magnitud tensorial. En la práctica muchos investigadores la toman como una magnitud escalar para simplificar al máximo su modelización.

En el caso de amplitud de esfuerzo constante en una formulación general, el ritmo al que crece esta variable de daño depende del nivel de esfuerzo (σ), del índice de reversibilidad (R), y del daño acumulado hasta ese instante:

$$\frac{dD}{dN} = f(\sigma, R) \quad (3-5)$$

La variable de daño asociada a un proceso de degradación por fatiga puede dar lugar a confusión ya que distintos autores en el estudio de la degradación de los materiales, asocian esta variable a distintos significados físicos. Por lo tanto a continuación se va a presentar una breve aclaración para evitar posibles confusiones al respecto en este trabajo.

(a) Variable de daño como índice de degradación a fatiga

Desde los trabajos iniciales en metales con un enfoque clásico, por ejemplo el de acumulación de daño lineal de Miner (1945), hasta otros mucho más recientes en materiales compuestos, como por ejemplo los de Reifsnider *et al.* (1991), se ha asociado la variable de degradación a fatiga (D) a la resistencia residual. En estos estudios D se puede definir como un *índice de degradación a fatiga* acotado entre 0 y 1. Cuando toma el valor cero indica que no existe degradación del material, es decir, que la resistencia residual equivale a la resistencia inicial ($S_R = S_U$). Un valor igual a la unidad indica que el fallo del material es inminente al actual nivel de tensiones cíclicas, dicho de otro modo, $D=1$ indica que el nivel de resistencia residual se iguala al valor de la tensión actual ($S_R = \sigma$). En la figura 3-6 se observa de forma gráfica esta definición de D relacionada con la resistencia residual.

El nivel de tensiones coincide con la curva S-N cuando $D=1$ sólo si el estado de tensiones sobre el material ha sido de características estacionarias durante toda la historia de cargas. De forma matemática puede expresarse este índice de degradación como el cociente entre la disminución de resistencia que ha sufrido el material (diferencia de la resistencia estática y la resistencia residual) y la diferencia entre la resistencia inicial y la tensión actual, tal como se muestra en la siguiente expresión

$$D = \frac{S_U - S_R}{S_U - S} \quad (3-6)$$

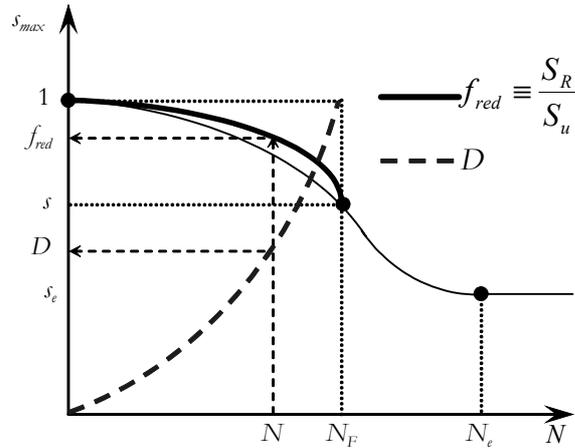


Figura 3-6. Relación entre la resistencia residual normalizada (f_{red}) y el índice de degradación D .

(b) Variable de daño como índice de degradación de la rigidez

Por otro lado, existen multitud de trabajos, sobretodo los relacionados con los modelos de daño formulados en mecánica de medios continuos, donde el significado de la variable de daño es muy distinta. En este tipo de investigaciones la variable de daño es indicativa del índice de degradación de la rigidez del material. De este modo este índice toma el valor cero cuando el material tiene la rigidez inicial y toma el valor unidad cuando este se ha degradado totalmente, es decir, cuando su rigidez es nula. Así puede expresarse matemáticamente en el caso unidimensional como el cociente entre la rigidez actual (E) y la rigidez inicial (E_0) del material en una determinada dirección. Para no confundir esta definición con la anterior, en este trabajo se representa a este concepto físico con la variable d utilizando la grafía en minúscula

$$d = \frac{E}{E_0} \tag{3-7}$$

Esta definición de la variable de daño fue inicialmente introducida por Kachanov (1958, 1986) como una magnitud de naturaleza escalar. Más adelante se generalizó este concepto describiendo el daño como una magnitud tensorial (Lemaitre-Caboche, 1990). En fatiga de compuestos también numerosos investigadores han utilizado esta definición de la degradación asociada a la resistencia residual. (Hwang-Han 1986 y Brondsted, *et al.* 1996). Aun así, la resistencia residual es la propiedad más frecuentemente asociada a la variable de daño, en parte por su sensibilidad al deterioro microestructural y en parte porque permite contemplar la variabilidad estocástica propia de las propiedades de resistencia a fatiga de los compuestos de un modo natural. Otros muchos trabajos han definido otras variables de

daño propias como, por ejemplo, asociándolo a la extensión de la zona deslaminada (Beaumont, 1987).

3.4. Modelos de degradación a fatiga para cargas no estacionarias

Los modelos anteriores suelen estar formulados para tensiones cíclicas de amplitud constante y tensión media constante, es decir, para una carga cíclica ideal de características estacionarias. En cambio, en las piezas en servicio es muy común que las tensiones sobre un punto tengan características variables. Estas variaciones en la tensión pueden aparecer por distintos motivos. Pueden ser debidas a que las cargas sean de características variables o aleatorias. También pueden deberse a que aparezca degradación de la rigidez en algún punto del material, por ejemplo de las láminas vecinas a las consideradas, lo que provoca que a lo largo de la vida del laminado aparezcan redistribuciones de tensiones.

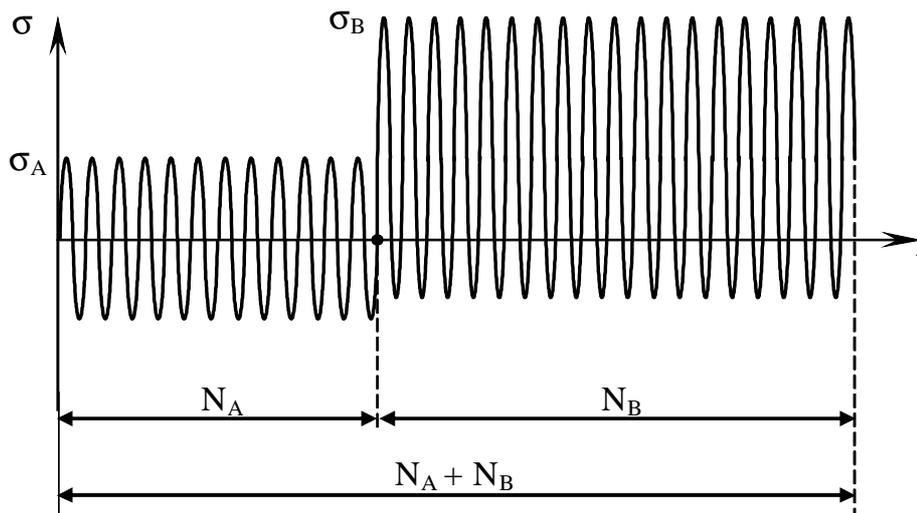


Figura 3-7. Representación esquemática de tensiones cambiantes. Entre σ_A y σ_B hay un cambio de características de la tensión, debido a un cambio de carga externa o a una redistribución de esfuerzos.

El efecto sobre la degradación de los distintos niveles de tensiones se caracteriza mediante el concepto de acumulación de daño o de degradación. El concepto subyacente a los modelos de daño acumulado consiste en que cuando el esfuerzo cambia de un nivel a otro, el estado de daño permanece momentáneamente constante, dado que el estado de daño define la situación del material en un momento de su vida a fatiga. De esta forma, la degradación por fatiga sólo se va incrementando con la aplicación de nuevas cargas cíclicas hasta llevar el material a su fractura final.

Fatemi y Yang (1998) clasifican las teorías de daño acumulado a fatiga desarrolladas a lo largo de los últimos años en distintas categorías: *i)* evolución lineal del daño (LDR) y adición lineal de este; *ii)* curva de daño no lineal y aproximaciones por dos etapas lineales; y *iii)* modificaciones de la curva de vida para considerar la interacción del nivel de carga. También indican que existen otros métodos como las aproximaciones basadas en conceptos de crecimiento de grietas y los modelos basados en la mecánica de medios continuos (CDM) o modelos energéticos que permiten con su propia formulación la acumulación del daño. Asimismo, muchas veces los límites entre estas distintas aproximaciones no están claros.

(a) Acumulación lineal de la degradación

El ejemplo más sencillo y clásico de modelo de daño acumulado es el de degradación lineal conocido como regla de Palmgren-Miner. Hace ya más de 80 años que Palmgren (1924) sugirió este concepto y Miner (1945) fue el primero que expresó este concepto de forma matemática,

$$D = \sum_i D_i = \sum_i \frac{N_i}{N_i^F} \quad (3-8)$$

donde D es el daño acumulado y N_i y N_i^F son, respectivamente, los ciclos de aplicación de carga y los ciclos hasta el fallo en un nivel de cargas de amplitud constante. La rotura ocurrirá en el momento de que el daño acumulado exceda la unidad.

Este criterio clásico no permite tener en cuenta el efecto que produce sobre la degradación el orden en la aplicación de las cargas y, además, suele producir resultados demasiado optimistas. Es bien conocido, por ejemplo, que los materiales compuestos que son sometidos primero a estados de compresión y después de tensión, presentan un daño mayor que si la secuencia de carga siguiera un orden inverso. Por lo tanto, han sido propuestos numerosos modelos de acumulación de daño a fatiga desde que se fraguó el concepto de acumulación de daño de Palmgren y la regla de daño lineal de Miner.

(b) Curvas de daño no-lineal

Se han desarrollado multitud de formulaciones de acumulación no-lineal del daño a fatiga que tienen en cuenta el efecto de la secuencia u orden de aplicación de las cargas. Uno de los primeros modelos que permite tener en cuenta este efecto es el modelo recursivo de Marco-Starkey (1954), el cual puede expresarse como:

$$D_i = \left(\frac{N_i}{N_i^F} + D_{i-1}^{\gamma_i} \right)^{\gamma_i} \quad (3-9)$$

$$D = \sum_i D_i \quad (3-10)$$

donde γ_i es función de la amplitud del esfuerzo y, cuando $i = 0$, $D_0 = 0$ representa el estado inicial, sin daño. Este modelo, que puede considerarse un refinamiento del de Palmgren-Miner, contempla el efecto del daño causado durante la historia de carga sobre el cálculo del daño para el siguiente nivel de esfuerzo. Algunos autores utilizan una modificación de la regla de Miner que consiste en aplicar un exponente empírico a cada sumando de la relación de ciclos para que la acumulación no sea lineal y más acorde con la experimentación. A esta expresión se la llama regla de Miner modificada que suele formularse como

$$D = \sum_i \left(\frac{N_i}{N_i^F} \right)^C \quad (3-11)$$

o bien como

$$D = \sum_i A \cdot \left(\frac{N_i}{N_i^F} \right) + \sum_i B \cdot \left(\frac{N_i}{N_i^F} \right)^C \quad (3-12)$$

donde A , B y C son parámetros de ajuste experimental

Existen algunos artículos de revisión que presentan multitud de aproximaciones no lineales de acumulación del daño a fatiga (Hwang-Han, 1986) (Kaminski, 2002). Todas ellas ofrecen formulaciones donde aparecen constantes que se obtienen a partir de los resultados experimentales. Algunos de estos enfoques son aplicables a materiales compuestos y otros no. Por ejemplo las aproximaciones mediante dos etapas lineales no tienen aplicación directa en polímeros reforzados, ya que fueron desarrolladas para metales donde los procesos de daño pueden ser divididos en dos etapas bien diferenciadas, la de nucleación de las grietas y la de propagación de estas aplicando acumulación lineal de daño en cada una de las etapas.

Otros autores (Harris *et al.* 1997) (Kam *et al.* 1997 y 1998) han desarrollado también modelos de acumulación de daño en el compuesto para cargas cíclicas de amplitud variable. Todos estos casos se limitan a estudios sobre geometrías sencillas y laminados muy concretos.

(c) Modificación de la curva S-N

Las aproximaciones por modificación de la curva S-N son dependientes del nivel de carga y pueden, por lo tanto, considerar efectos de la secuencia de cargas. A través del estudio de las curvas de isodaño en el plano S-N se puede observar como la curva S-N va tomando distintas evoluciones según los distintos niveles de tensión. Entre los numerosos trabajos que tratan de este modo la degradación a fatiga hay que destacar el de Subramanyan (1976) y el de Hashin y Rotem (1978).

3.5. Modelos micromecánicos de naturaleza mecanicista

El principal problema de los modelos macromecánicos reside en que la métrica de daño escogida (normalmente una variable escalar) no representa fielmente el estado de degradación del compuesto. De hecho, para poder representar fielmente los distintos mecanismos de daño dominantes sería necesario todo un conjunto de variables o métricas de daño que estuvieran relacionadas, cada una de ellas, con un modo de degradación, con su propio ritmo de crecimiento o crecimiento y con un nivel umbral de activación adecuado, según su estado de carga. Por lo tanto, a pesar de que en un compuesto el número de sucesos elementales de fallo al nivel microscópico es reducido, un modelo completo que describa la acumulación, interacción y propagación del daño hasta la rotura del material, aparece como una tarea compleja en extremo y todavía lejos de alcanzar.

Un micro-modelo como el descrito debería basarse en la estadística de resistencia de las fibras y en la mecánica de la fractura en materiales heterogéneos. Si, finalmente, se consiguiera una modelización de este tipo; ésta presentaría ventajas importantes, como la reducción del número de ensayos y la posibilidad de optimización de la microestructura del compuesto con vistas a incrementar su durabilidad.

En particular, han aparecido diversos modelos micro-mecánicos que relacionan la distribución de resistencia de las fibras y los fenómenos de coalescencia de las roturas con las propiedades resistentes del compuesto. Sin embargo, hasta el momento, estos modelos han sido aplicados al comportamiento del material bajo cargas cuasi-estáticas (Bader, 1988) o cargas constantes, termofluencia o *creep*, (Phoenix, *et al.* 1988).

En un material que se degrada a fatiga debe estar activo algún mecanismo de daño que progrese con el número de ciclos. Tal mecanismo da lugar a una acumulación irreversible de daño. En un compuesto de matriz polimérica, el crecimiento de grietas en la matriz o en la interfase fibra/matriz seguirá probablemente una ley de crecimiento de tipo potencial (parecida a la ley de Paris). La integración de una ecuación de este tipo con el número de ciclos desde un tamaño de defecto inicial hasta la grieta actual, permite obtener una expresión explícita del daño en función del número de ciclos. Sin embargo, la coalescencia

del daño localmente distribuido y la interacción de los modos de daño (rotura de fibra con grietas en la matriz, o grietas en la matriz con deslaminaciones, etc.) requieren para su investigación del uso de métodos numéricos específicos, como por ejemplo las teorías de homogeneización.

3.6. Daño y fatiga en el contexto de la mecánica de los medios continuos

Merecen una mención aparte las aproximaciones de modelización del daño que se apoyan en la mecánica de medios continuos (CDM). Mediante estas formulaciones es posible modelar el proceso de daño o degradación de un material en un medio continuo. En estos modelos se considera que el daño responde a procesos irreversibles que suelen estar asociados a la aparición de microgrietas a lo largo del volumen del material. Los primeros estudios sobre mecánica del daño corresponden a Kachanov (1958) quien aplicó una variable continua de daño para elaborar un modelo de fallo por termofluencia en los metales. Estas teorías fueron extendidas a finales de los años 70, permitiendo unificar el daño o degradación causado por distintos fenómenos: ciclos térmicos, *creep* y fatiga por cargas cíclicas. Un modelo formulado dentro de la mecánica de medios continuos permite solucionar una serie de carencias que tienen los basados en mecánica de la fractura, como la combinación de comportamientos de fatiga, fractura, daño, plasticidad, viscoplasticidad, etc. La mecánica de medios continuos permite también tener en cuenta los efectos combinados de otros factores como la temperatura y los estados de tensiones multiaxiales complejos, como también permite englobar fenómenos de acumulación no lineal de daño, que aparecen cuando la pieza está sometida a distintos niveles de amplitud de carga. Por lo tanto, este enfoque permite integrar fácilmente al modelo constitutivo de un compuesto la degradación por la acción de las cargas fluctuantes.

Desarrollando modelos para fatiga de metales e interesado en buscar más generalidad a su formulación, Chaboche (1974 y 1987) presenta un interesante trabajo donde incorpora el fenómeno de la fatiga a la teoría de daño de la mecánica de los medios continuos. Con esta variable interna de daño se propone establecer una relación entre el daño y el número de ciclos. Este tipo de formulación da salida a problemas complicados donde aparecen efectos plásticos producidos por una elevada magnitud de la carga, combinados con efectos cíclicos que también producen plasticidad.

En el marco de la mecánica de los medios continuos se han desarrollado diversos acercamientos a la problemática del daño y la fatiga en materiales compuestos (ver, por ejemplo, el artículo de revisión de Dvorak, 2000). A continuación se presentan brevemente las ideas principales de dos de estos modelos que, en el marco de la mecánica de los medios continuos, han sido aplicados a la modelización del daño en materiales compuestos de matriz polimérica. El primero fue originalmente propuesto por Ladezève (1983 y 1992) y

puede calificarse de modelo cuasi-macromecánico puesto que considera que los componentes del compuesto son láminas homogéneas a las cuales asigna una variable de daño uniforme en su grosor. El segundo, propuesto por Talreja (1991), presenta la particularidad de introducir el daño como una magnitud vectorial para tener en cuenta, por ejemplo, que las grietas en la matriz tienen distinto comportamiento según la dirección de la fibra y que tienden a crecer en la dirección paralela a las fibras.

(a) Modelo CDM de Ladevèze

El modelo de Ladevèze (1983 y 1986) está basado en el método de estado local expresado mediante variables de estado y sus parámetros termodinámicos asociados. Este método postula que el estado termodinámico de un medio material en un punto e instante dados está completamente definido mediante el conocimiento de un cierto número de variables de estado en ese instante, las cuales dependen solamente del punto considerado. Puesto que la definición del estado no involucra las derivadas temporales de estas variables, esta hipótesis implica que cualquier evolución debe ser considerada como una sucesión de estados de equilibrio (ver Lemaitre y Chaboche, 1990).

En el caso más general esta teoría contempla el material compuesto como un laminado donde distingue las capas del material de la interfase que las separa. La interfase es considerada como una superficie que conecta las dos capas adyacentes y se incluye en el modelo solamente cuando se pretende estudiar la deslaminación. Si no es así, el compuesto se entiende como un apilamiento de láminas homogéneas y anisótropas. Este modelo es cuasi-macromecánico, porque considera que el daño es uniforme en todo el grosor de cada lámina. La lámina por su parte, corresponde al grosor de capas con una misma fracción y orientación del refuerzo. Este modelo permite una variación de la variable de daño entre las distintas láminas.

Según esta teoría, la respuesta mecánica en un cierto instante de una lámina dañada, puede ser expresada según la degradación de su módulo de rigidez y según las deformaciones inelásticas producidas por daño y/o por plasticidad de la matriz. La degradación del módulo elástico se expresa en función de los parámetros de daño, los cuales dependen de una formulación termodinámica asociada. Esta teoría contempla el acoplamiento en la evolución del daño debida a estados multiaxiales de tensión, los cuales suelen estar presentes en laminados; así como las diferencias entre estados de tensión y compresión. Los mecanismos de daño a nivel micromecánico no están definidos explícitamente, por lo que la evolución del daño se basa en la observación experimental del comportamiento de láminas dañadas. Por ello, esta teoría puede calificarse de fenomenológica.

(b) Modelo CDM de Talreja

Por lo que respecta al modelo de Talreja (1991), éste parte de las dos observaciones sobre el daño en materiales compuestos: *i)* el daño sucede en una multiplicidad de modos, cada uno de los cuales consiste en una multitud de grietas distribuidas en el material (el autor deja deliberadamente a parte mecanismos locales como la deslaminación en vértices libres), y *ii)* cada mecanismo de daño tiene una propiedad de orientación inherente (el ejemplo más claro es el de la orientación de las grietas de la matriz en la dirección paralela a las fibras). La primera consideración sugiere que la caracterización del daño en un punto del material debe tomar en consideración la presencia de un número de grietas o microcavidades en un volumen representativo alrededor de ese punto. La segunda implica que también se debe considerar la orientación de las grietas en este volumen representativo con respecto a un sistema de coordenadas fijado en un punto genérico del material. Por este motivo este modelo contempla el daño como una magnitud vectorial.

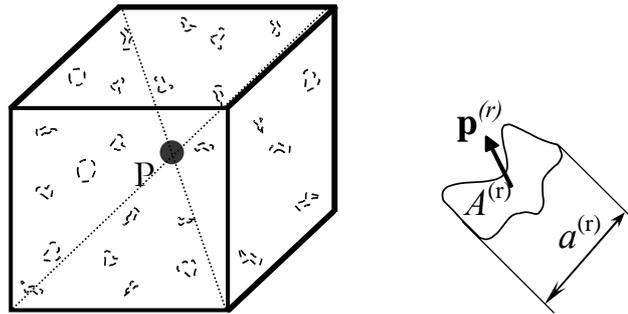


Figura 3-8. Representación vectorial del daño en un volumen representativo centrado en P (izquierda) y de una de las m grietas del volumen representativo

Tomando un volumen representativo del material compuesto ya dañado como el de la figura 3-8, centrado en un punto P, y suponiendo que contiene m grietas; se asigna un vector $\mathbf{p}^{(r)}$, $r = 1, 2, \dots, m$ a cada grieta cuyo módulo es función del área de la grieta ($A^{(r)}$) y de una dimensión característica de la grieta ($a^{(r)}$). La dirección del vector corresponde a la normal de la superficie de la grieta. Es decir:

$$\mathbf{p}^{(r)} = d^{(r)} \mathbf{n}^{(r)} \quad (3-13)$$

donde $d^{(r)} = f(A^{(r)}, a^{(r)})$ y $\mathbf{n}^{(r)}$ es el vector unitario perpendicular a la superficie de la grieta.

Suponiendo que existen α distintas orientaciones de superficie de grietas en el volumen dV , a cada orientación α se le puede asignar un vector continuo de daño, $V^{(\alpha)}$ que viene dado por

$$V^{(\alpha)} = D^{(\alpha)} \mathbf{n}^{(\alpha)} \quad (3-14)$$

donde $\mathbf{n}^{(\alpha)}$ es un vector unitario orientado perpendicularmente a la superficie de la grieta orientada según α , y $D^{(\alpha)}$ es un promedio convenientemente definido de todos los $d^{(\alpha)}$ que corresponden a $\mathbf{n}^{(r)} = \mathbf{n}^{(\alpha)}$.

En este modelo no se incluyen los ritmos de cambio del vector de daño, $V^{(\alpha)}$, puesto que no se pretende describir la evolución del daño sino la respuesta del material asociada a un cierto estado de daño.

A partir de estas definiciones de la variable de daño, de la formulación de las ecuaciones constitutivas con variables internas, de las restricciones dadas por la simetría del material y de la determinación de las constantes fenomenológicas dadas por medidas experimentales de pérdida de rigidez en diversos laminados, es posible construir el modelo (Talreja, 1991).

3.7. Conclusiones y perspectivas futuras

Todo modelo de predicción de vida precisa de un conocimiento del comportamiento del material que se obtiene de la aplicación de métodos de análisis experimental. Tanto los ensayos destructivos como los no-destructivos generan los datos que sirven de entrada al modelo teórico. Una aproximación razonable para determinar la respuesta de un material a una cierta situación de sollicitación consiste, en primero, alcanzar una buena comprensión de los mecanismos físicos que determinan su respuesta y, en segundo lugar, en incorporar estos conocimientos a un marco matemáticamente bien formulado. Esta formulación puede dar lugar a un modelo micromecánico en el que se analice en detalle un volumen representativo del material, teniendo en cuenta la geometría y las propiedades de los constituyentes y la interfase, y que permita reproducir fielmente los mecanismos de daño y degradación que se producen. Este planteamiento es especialmente indicado para su implementación en modelos de homogeneización. Sin embargo, la aplicación numérica de estos modelos implica un elevado coste computacional.

Como se ha visto en los apartados precedentes una alternativa de modelización consiste en caracterizar la degradación a partir de un conjunto de variables macroscópicas. En este caso el objetivo del modelo radica en establecer un conjunto de relaciones (generalmente fenomenológicas) entre estas variables de daño y las funciones de respuesta del material. En el caso particular de que se trate de un modelo integrado en la mecánica de medios continuos, la formulación se realiza a través de las ecuaciones constitutivas que relacionen las variables que definen los citados mecanismos con la respuesta del material. La dificultad de este procedimiento suele estar en relacionar correctamente la evolución de las variables de daño con la respuesta del material. Esta tarea es especialmente complicada en los

compuestos ya que, como ya se ha mostrado, su comportamiento está influenciado por multitud de parámetros.

Dado que los métodos analíticos no se encuentran completamente desarrollados el sencillo método de seguimiento de las curvas S-N junto a la regla de acumulación lineal de daño de Palmgrem-Miner (ver apartado 3.4) sigue siendo el método más utilizado en el diseño, a pesar de su imperfección. También es bastante usada en materiales homogéneos la mecánica de fractura lineal-elástica (LEFM), basada en la integración de la ley de Paris del crecimiento de grietas, con modificaciones para tener en cuenta el efecto de la tensión media y el efecto de la secuencia de cargas. Sin embargo, esta metodología no es directamente aplicable a los materiales compuestos debido a los complejos mecanismos de daño que en ellos aparecen. Es necesario, pues, un mayor esfuerzo en el estudio de la degradación y de su modelización para proveer a los diseñadores de un método de análisis del daño a fatiga y un modelo de estimación de vida general y realista.

En consecuencia, es de prever que la modelización de la fatiga y el daño va a ir cada vez más ligada a la comprensión de los procesos micromecánicos causantes de la degradación de las propiedades del material. Es difícil pensar que se pueda mejorar las actuales herramientas de simulación sin basarse en un mejor conocimiento de la dinámica de los mecanismos subyacentes.

También se adivina que en próximos estudios la comprensión de los procesos micromecánicos operativos en láminas unidireccionales, que son los elementos más estudiados hasta la actualidad, se extenderán a composites con refuerzo en la dirección transversal (tejidos 3D). Estos nuevos composites están adquiriendo un papel preponderante en la construcción de elementos estructurales.

Finalmente, es obvio pensar que la predicción de la esperanza de vida de los compuestos va a implicar, por una parte, una fuerte componente de técnicas estocásticas de simulación que recojan la distribución de imperfecciones en el material y, por otra, el acoplamiento del daño causado por otros factores ambientales a la degradación por fatiga del material compuesto.

3.8. Referencias

- Akshantala, N.V. y R. Talreja. (2000). A micromechanics based model for predicting fatigue life of composite laminates. *Materials Science & Engineering A (Structural Materials: Properties, Microstructure and Processing)* **285**, no. 1-2: 303-313.
- Akshantala, N.V. y R. Talreja. (1998). A mechanistic model for fatigue damage evolution in composite laminates. *Mechanics of Materials* **29**, no. 2: 123-140.
- Andersons, J. (1994). Methods of fatigue prediction for composite laminates. A review. *Mechanics of Composite Materials* **6**, 545-554.

- Bader, M.G. (1988). Tensile strength of uniaxial composites. *Science and Engineering of Composite Materials* **1**, 1-11.
- Beaumont, P.W. (1987). The fatigue damage mechanics of composite laminates. En *Damage mechanics in composites*, editado por A.S.D. Wang y G.K. HaritosASME.
- Blanco, N., Martínez, V., Gascons, N. y Costa, J. (2001). Modelo de predicción de vida de laminados considerando la redistribución de esfuerzos durante la evolución del daño. En *Materiales Compuestos 01*, editado por A. Fernandez Canteli, F.J. Belzunce y F. París. Gijón: AEMAC.
- Brondsted, P., S.I. Andersen y H. Lilholt. (1996). Fatigue performance of glass/ polyester laminates and the monitoring of material degradation. *Mechanics of Composite Materials* **32**, no. 1: 32-41.
- Chaboche, J. (1987). Continuum damage mechanics and its application to structural lifetime prediction. *Rech. Aéropaciale* **4**, 37-54.
- Chaboche, J. (1974). Une loi différentielle d'endommagement de fatigue avec cumulation non linéaire. *Revue Française de Mécanique* 50-51.
- Chou, P.C. y Croman, R. (1979). Degradation and sudden-death models of fatigue of graphite/epoxy composites. En *Proc. 5th. Conf. on Composite Materials: Testing and Design*, editado por S.W. TsaiASTM.
- Diao, X., L. Ye y Y.-. Mai. (1996). Fatigue life prediction of composite laminates using a stress redistribution function. *Journal of Reinforced Plastic and Composites* **15**, no. 3: 249-266.
- Dvorak, G.J. (2000). Composite materials: Inelastic behavior, damage, fatigue and fracture. *International Journal of Solids and Structures* **37**, no. 1-2: 155-170.
- Fatemi, A. y L. Yang. (1998). Cumulative fatigue damage and life prediction theories: a survey of the state of the art for homogeneous materiales. *International Journal of Fatigue* **20**, no. 1: 9-34.
- Fawaz, Z. y F. Ellyin. (1995). New methodology for the prediction of fatigue failure in multidirectional fiber-reinforced laminates. *Composites Science and Technology* **53**, no. 1: 47-55.
- Gao, Z. (1994). Cumulative damage model for fatigue life of composite laminates. *Journal of Reinforced Plastic and Composites* **13**, no. 2: 128-141.
- Garrett, K.W. y J.E. Bailey. (1977). Multiple transverse fracture in 90° cross-ply laminates of a glass fibre-reinforced polyester. *Journal of Materials Science* **12**, 157-168.
- Halpin, J.C., Jerina, K.L. y Johnson, T.S. (1973). Characterisation of composites for the purpose of reliability evaluation. En *Analysis of Test Methods for High Modulus Fibers and Composites*, ASTM STP 521ASTM.
- Halpin, J.C., T.A. Johnson y M.E. Waddoups. (1972). *International Journal Fracture Mechanics* **8**, 465.
- Hashin, Z. (1981). Fatigue failure criteria for unidirectional fibre composites. *Journal of Applied Mechanics* **48**, 846-851.
- Hashin, Z. y A. Rotem. (1978). A cumulative damage theory of fatigue failure. *Materials Science and Engineering* **34**, no. 2: 147-160.
- Hashin, Z. y A. Rotem. (1973). A fatigue failure criterion for fibre reinforced materials. *Journal of Composite Materials* **7**, 448-464.
- Highsmith, A.L. y Reifsnider, K.L. (1982). Stiffness reduction mechanisms in composite laminates. En .

- Hwang, W. y K.S. Han. (1986). Cumulative damage models and multi-stress fatigue life prediction. *Journal of Composite Materials* **20**, 125-153.
- Hwang, W. y K.S. Han. (1986). Fatigue of composites - fatigue modulus concept and life prediction. *Journal of Composite Materials* **20**, 154-165.
- Irwin, G. (1957). Analysis of stresses and strains near to the end of crack traversing a plate. *Trans, ASME Journal of Applied Mechanics* **24**, 361-364.
- Jamison, R.D., Schulte, K., Reifsnider, K.L. y Stinchcomb, W.W. (1984). *Effects of Defects in Composite Materials*. Philadelphia: American Society for Testing and Materials, .
- Kachanov, L.M. (1986). *Introduction to continuum damage mechanics*. Dordrecht ; Boston: M. Nijhoff.
- Kachanov, L.M. (1958). On the creep fracture time. *Izv. Akad. Nauk USSR* **8**, 26-31.
- Kam, T.Y., K.H. Chu y S.Y. Tsai. (1998). Titol Fatigue reliability evaluation for composite laminates via a direct numerical integration technique. *International Journal of Solids and Structures* **35**, no. 13: 1411-1423.
- Kam, T.Y., S.Y. Tsai y K.H. Chu. (1997). Fatigue reliability analysis of composite laminates under spectrum stress. *International Journal of Solids and Structures* **34**, no. 12: 1441-1461.
- Kaminski, M. (2002). On probabilistic fatigue models for composite materials. *International Journal of Fatigue* **24**, 477-495.
- Ladezève, P. (1986). Sur la Mécanique de l'endommagement des composites. En *Compte-Rendus des JNC 5*, editado por C. Bathias y D. Menkès.
- Ladezève, P. y E. Dantec. (1992). Damage modelling of the elementary ply for laminated composites. *Composite Science and Technology* **43**, 257-267.
- Lee, J.W. y I.M. Daniel. (1990). Progressive transverse cracking of crossply composite laminates. *Journal of Composite Materials* **24**, 1225-1243.
- Lemaître, J. y Chaboche, J.L. (1990). *Mechanics of solid materials*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Ma, C.C.M. et al. (1995). Fatigue behaviour of quasi-isotropic carbon fiber/PEEK under tension-tension loading. *Polymer Composites* **16**, 215-223.
- Mandell, J.F., D.D. Huang y F.J. McGarry. (1981). *Composite Technology* **3**, no. 3: 96.
- Marco, S.M. y W.L. Starkey. (1954). A concept of fatigue damage. *ASME Transactions* **76**, 627.
- Miner, M.A. (1945). Cumulative damage in fatigue. *Journal of Applied Mechanics* **67**, A159-A164.
- O'Brien, T.K. (1985). Analysis of local delaminations and their influence on composite laminate behavior. En ASTM.
- Palmgren, A. (1924). Die Lebensdauer von Kugellagern. *Verfahrenstechnik* **68**, 339-341.
- Paris, P. y F. Erdogan. (1963). A critical analysis of crack propagation laws. *ASME J. Basic ENgrg.* **85**, 528-534.
- Paris, P., M. Gómez y W. Anderson. (1961). *Trend Eng.* **13**, 9-14.
- Philippidis, T.P. y A.P. Vassilopoulos. (1999). Fatigue strength prediction under multiaxial stress. *Journal of Composite Materials* **33**, no. 1: 1578-1599.
- Phoenix, S.L., P. Schwartz y H.H. Robinson. (1988). Statistics for the strength and lifetime in creep-rupture of model carbon/ epoxy composites. *Composites Science and Technology* **32**, 81-120.

- Poursartip, A., M.F. Ashby y P.W. Beaumont. (1986). The fatigue damage mechanics of a carbon fibre composite laminate: I Development of the model. *Composites Science and Technology* **25**, 193-218.
- Poursartip, A., M.F. Ashby y P.W. Beaumont. (1986). The fatigue damage mechanics of a carbon fibre composite laminate: II Life prediction. *Composites Science and Technology* **25**, 283-299.
- Reifsnider, K.L. (1991). *Fatigue of composite materials*. Amsterdam: Elsevier.
- Reifsnider, K.L. (1986). The critical element model: a modelling philosophy. *Engineering Fracture Mechanics* **25**, 739-749.
- Reifsnider, K.L. y Stinchcomb, W.W. (1986). A critical-element model of the residual strength and life of fatigue-loaded composite coupons. En .
- Sendeckyj, G.P. (1990). Life prediction for resin-matrix composite materials. En *Fatigue of composite materials*, editado por K.L. ReifsniderElsevier.
- Spearing, S.M. y P.W. Beaumont. (1998). Towards a predictive design methodology based on the physical modelling of the fracture of fibre composites. *Applied Composite Materials* **5**, 69-94.
- Subramanyan, S. (1976). A cumulative damage rule based on the knee point of the S-N curve. *ASME Journal of Engineering Materials and Technology* **98**, no. 4: 316-321.
- Talreja, R. (1999). Damage mechanics and fatigue life assessment of composite materials. *International Journal of Damage Mechanics* **vol.8, no.4**, 339-354.
- Talreja, R. (1997). A damage mechanics based approach to durability assessment of composite materials. *Composites and Functionally Graded Materials.1997 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*151-156.
- Talreja, R. (1987). *Fatigue of composite materials*. Lancaster, Pa.: Technomic.
- Tan, S.C. (1991). A progressive failure model for composite laminates containing openings. *Journal of Composite Materials* **25**, 556-577.
- Tsai, S.W., y Hahn, H.T. (1977). **Vol. AFML-TR-77-33**. Air Force Materials Laboratory.
- Wang, S.S. y E.S. Chim. (1983). Fatigue damage and degradation in random short-fibre SMC composite. *Journal of Composite Materials* **17**, 114-134.
- Whitney, J.M. (1983). Residual Strength Degradation Model for Competing failure modes. En *Long Term Behavior of Composites*, editado por T.K. O'BrienASTM.
- Wolff, R.V., y Lemon, G.H. (1972). *Reliability Prediction for Adhesive Bonds*. **Vol. AFML-TR-72-121**. Air Force Materials Laboratory.
- Yang, J.N. y S. Du. (1983). An exploratory study into the fatigue of composites under spectrum loading. *Journal of Composite Materials* **17**, 511-526.

