



**ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS Y EFECTOS DE LOS HUECOS DE
TENSIÓN EN LA MÁQUINA DE INDUCCIÓN TRIFÁSICA**
Adolfo Andrés Jaramillo Matta

ISBN: 978-84-694-0291-7
Dipòsit Legal: T-192-2011

ADVERTIMENT. La consulta d'aquesta tesi queda condicionada a l'acceptació de les següents condicions d'ús: La difusió d'aquesta tesi per mitjà del servei TDX (www.tesisenxarxa.net) ha estat autoritzada pels titulars dels drets de propietat intel·lectual únicament per a usos privats emmarcats en activitats d'investigació i docència. No s'autoritza la seva reproducció amb finalitats de lucre ni la seva difusió i posada a disposició des d'un lloc aliè al servei TDX. No s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant al resum de presentació de la tesi com als seus continguts. En la utilització o cita de parts de la tesi és obligat indicar el nom de la persona autora.

ADVERTENCIA. La consulta de esta tesis queda condicionada a la aceptación de las siguientes condiciones de uso: La difusión de esta tesis por medio del servicio TDR (www.tesisenred.net) ha sido autorizada por los titulares de los derechos de propiedad intelectual únicamente para usos privados enmarcados en actividades de investigación y docencia. No se autoriza su reproducción con finalidades de lucro ni su difusión y puesta a disposición desde un sitio ajeno al servicio TDR. No se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al resumen de presentación de la tesis como a sus contenidos. En la utilización o cita de partes de la tesis es obligado indicar el nombre de la persona autora.

WARNING. On having consulted this thesis you're accepting the following use conditions: Spreading this thesis by the TDX (www.tesisenxarxa.net) service has been authorized by the titular of the intellectual property rights only for private uses placed in investigation and teaching activities. Reproduction with lucrative aims is not authorized neither its spreading and availability from a site foreign to the TDX service. Introducing its content in a window or frame foreign to the TDX service is not authorized (framing). This rights affect to the presentation summary of the thesis as well as to its contents. In the using or citation of parts of the thesis it's obliged to indicate the name of the author.

ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS Y EFECTOS DE LOS HUECOS DE TENSIÓN EN LA MÁQUINA DE INDUCCIÓN TRIFÁSICA

TESIS DOCTORAL

Adolfo Andrés Jaramillo Matta



Universitat Rovira i Virgili

Adolfo Andrés Jaramillo Matta

ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS Y EFECTOS DE
LOS HUECOS DE TENSION EN LA MÁQUINA DE
INDUCCIÓN TRIFÁSICA

TESIS DOCTORAL

dirigida por el Dr. Luis Guasch Pesquer

Departamento de Ingeniería Electrónica, Eléctrica y Automática
DEEEA

Grupo de Automática y Electrónica Industrial
GAEI



UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI

Tarragona
2010



Departament d'Enginyeria Electrònica, Elèctrica i Automàtica

Escola Tècnica Superior d'Enginyeria

Edifici L-1, 3a planta despatx 331

Avda. Pasos Catalans, 26

Campus Sescelades

43007 Tarragona SPAIN

Tel.: + 34 977 559 610

Fax: + 34 977 559 605

Luis Guasch Pesquer, profesor titular del Departamento de Ingeniería Electrónica, Eléctrica y Automática de la Universidad Rovira i Virgili.

HAGO CONSTAR:

Que el presente trabajo titulado “Estimación de Parámetros y Efectos de los Huecos de Tensión en la Máquina de Inducción Trifásica”, presentado por Adolfo Andrés Jaramillo Matta para la obtención del título de Doctor, ha sido realizado bajo mi dirección en el Departamento de Ingeniería Electrónica, Eléctrica y Automática de esta Universidad y que cumple los requisitos para poder optar a dicho título.

Tarragona, 30 de Septiembre de 2010.

El director de la tesis doctoral

.....
Luis Guasch Pesquer, Ph.D.

A mi Madre, mi Padre, mis Hermanos, mi Abuela, mi Tía y a mi novia Cynthia.

Agradecimientos

Agradezco a Dios por mostrarme siempre el mejor camino a tomar y por acompañarme en su travesía.

A mi familia, por estar siempre a mi lado, de alma y corazón. A mi madre, María del Socorro, por darme su fuerza, su oración y su fé. A mi padre, Yecid, por su apoyo y firmeza. A mis hermanos, Alejandro y Yurany, por su optimismo y energía. A mi Abuela Fidelina por su entereza y valor, a mi Tía Elsy por estar siempre conmigo y servirme de soporte incondicional y a Cynthia por vivir esto conmigo, por estar siempre a mi lado y por darme la estabilidad para no desfallecer en los momentos más difíciles.

A Luis Guasch, mi director de tesis, que más que eso fue mi tutor, mi amigo y mi apoyo en esta dura travesía lejos de mi hogar. A su familia, mi segunda familia, Maite, Marta, Luis y Carlos, quienes me dieron tantos momentos felices y me mostraron siempre su mejor sonrisa. Muchas Gracias.

A mis compañeros de doctorado, Carlos Andrés Ramos, Carlos Eduardo Carrejo y Julián Peláez, quienes me brindaron su apoyo, compañía, conocimiento personal y tantas vivencias en este espectacular lugar. A Mauricio Muñoz y Sandra Castaño, amigos y compañeros de despacho, por compartir sus experiencias personales y su tiempo. Gracias particularmente a Carlos Andrés y a Carlos Eduardo por ser mis amigos incondicionales y estar siempre en los momentos más difíciles. A Carlos Andrés, gracias por sus consejos y su amistad fortalecida por muchos años de invaluable experiencias.

En el campo profesional quiero agradecer a Luis Guasch, mi director, por enseñarme tantas cosas, por su guía y sus invaluable tiempo, conocimiento y paciencia, su inmedible disposición para hacer las cosas bien y su entereza ética y profesional, sin los cuales este trabajo no hubiera sido posible. Gracias Luis.

Al profesor Luis Martínez por su atención, su guía y apoyo, a José Antonio Barrado, Francisco González, Roberto Giral y Javier Calvente por su ayuda y experiencia; a los demás profesores del departamento por su conocimiento, tiempo y disposición para enseñar, y a todo el personal del departamento que de una u otra forma colaboraron en el proceso de la obtención de este título.

En todos los casos, mis agradecimientos se quedan cortos. Muchas gracias a todos.

Resumen

Esta tesis analiza los dos modelos matemáticos más utilizados para representar el comportamiento de la máquina de inducción trifásica: modelo de jaula sencilla y de doble jaula, sin pérdidas en el hierro; posteriormente se estudian diferentes técnicas de estimación de los parámetros constantes de dichos modelos, que parten únicamente de los datos del fabricante. A partir de estas técnicas se diseña la técnica de referencia (TR), con la cual se identifican los errores más relevantes del comportamiento obtenido, en un conjunto de 54 máquinas de inducción trifásicas de diferentes potencias. Posteriormente se diseña la técnica *Torque-Speed-Tracking* (TST), que estima los parámetros constantes de los modelos mencionados a partir de los puntos proporcionados por el fabricante; esta técnica se prueba con los datos experimentales de una máquina de inducción trifásica y corrige considerablemente los errores identificados con a técnica TR. También se diseña una técnica de estimación de parámetros variables (PP) para el modelo de jaula sencilla, que parte de puntos experimentales, obteniendo un comportamiento muy similar al obtenido con el modelo de doble jaula de parámetros constantes. Esta técnica modela el comportamiento de los parámetros por medio de funciones polinómicas de coeficientes constantes, lo cual permite analizar la evolución de los parámetros respecto a la velocidad de la máquina. Con esta técnica se realiza un estudio para obtener las coordenadas y la cantidad mínima de puntos experimentales necesarios para obtener un error de comportamiento ajustado al menos en 0.1 pu, reduciendo así el número de puntos requeridos a seis, incluyendo los cuatro puntos proporcionados por el fabricante.

Una vez obtenidos los parámetros constantes para los modelos de jaula sencilla y doble jaula, se analizan con ellos los efectos de los huecos de tensión sobre una máquina de inducción trifásica y la diferencia de los mismos cuando se utilizan los dos modelos mencionados. Las variables analizadas en este caso son los picos de: intensidad, par y deslizamiento (pérdida de velocidad). Finalmente se obtiene una clasificación de la severidad de los huecos de tensión, cuando se utiliza tanto para el modelo de jaula sencilla como el modelo de doble jaula, por medio de las componentes de tensión sin transformar y por medio de la componente de tensión directa.

Listado de Símbolos Principales

Γ	Par motor
Γ'	Par simulado
Γ_T	Par teórico
n	Velocidad del motor
s	Deslizamiento
Γ_{JS}	Función simulada de par para el modelo de jaula sencilla, JS
Γ_{DJ}	Función simulada de par para el modelo de doble jaula, DJ
Γ_M	Par máximo suministrado por el fabricante
n_M	Velocidad a la cual ocurre Γ_M
$\Gamma'_{M'}$	Par máximo simulado
$n_{M'}$	Velocidad a la cual ocurre $\Gamma'_{M'}$
Γ_N	Par nominal suministrado por el fabricante
r_s	Resistencia de estátor por fase
r_r	Resistencia de rotor por fase
r_1	Resistencia de la jaula interna, por fase
r_2	Resistencia de la jaula externa, por fase
X_{sd}	Reactancia de dispersión de estátor, por fase
X_{rd}	Reactancia de dispersión de rotor, por fase
X_m	Reactancia magnetizante, por fase
X_1	Reactancia de dispersión de la jaula interna del rotor, por fase
X_2	Reactancia de dispersión de la jaula externa del rotor, por fase
O	Punto de operación de arranque
Γ_O	Par de arranque (en el punto de operación O)
M	Punto de operación de par máximo
M'	Punto de operación de par máximo simulado
N	Punto de operación en condiciones nominales
Γ_N	Par nominal proporcionado por el fabricante (en el punto de operación N)
S	Punto de operación en condiciones de sincronismo
Γ_S	Par en el punto de operación S
ω_s	Frecuencia de sincronismo
f_1	Función de aproximación de comportamiento entre los puntos O y M
f_2	Función de aproximación de comportamiento en el punto M
f_3	Función de aproximación de comportamiento entre los puntos N y S
k	Cantidad de medidas experimentales
TST	<i>Torque-Speed Tracking</i>
TSTL	<i>Torque-Speed Tracking</i> Lineal
TSTH	<i>Torque-Speed Tracking</i> Hiperbólico
PC	Parámetros Constantes
PP	Parámetros Polinomiales

Índice de Figuras

<i>Fig. 2.1 Esquema de una máquina de inducción trifásica con rotor de jaula sencilla o bobinado en cortocircuito.</i>	6
<i>Fig. 2.2 Representación de las ecuaciones de régimen transitorio de la máquina de inducción trifásica.</i>	16
<i>Fig. 2.3 Circuito eléctrico equivalente, por fase, del modelo en régimen permanente de una máquina de inducción trifásica, para el modelo de jaula sencilla.</i>	18
<i>Fig. 2.4 Esquema de una máquina de inducción trifásica con rotor de doble jaula o bobinado en cortocircuito</i>	21
<i>Fig. 2.5 Representación eléctrica de las ecuaciones de régimen transitorio de la máquina de inducción trifásica con rotor de doble jaula de ardilla.</i>	29
<i>Fig. 2.6 Circuito eléctrico equivalente, por fase, del modelo en régimen permanente de una máquina de inducción trifásica, para el modelo de doble jaula de ardilla.</i>	31
<i>Fig. 3.1 Diagrama del accionamiento de una máquina de inducción con carga y acoplamiento.</i>	34
<i>Fig. 3.2 Datos experimentales para una máquina de 75 kW, normalizados respecto a sus valores nominales.</i>	36
<i>Fig. 3.3 Representación de los puntos de operación típicos facilitados por el fabricante (O, M, N y S) y par de Pull-up en una máquina de inducción de 75 kW.</i>	38
<i>Fig. 3.4 Circuito equivalente del modelo de jaula sencilla de la máquina de inducción y circuitos reducidos para (a) el ensayo de rotor libre y (b) el ensayo de rotor bloqueado.</i>	39
<i>Fig. 3.5 Algoritmo general para la estimación del valor de los parámetros constantes a partir de datos experimentales.</i>	41
<i>Fig. 3.6 Diagrama de flujo de un algoritmo para la estimación de parámetros variables.</i>	44
<i>Fig. 4.1 Medidas longitudinales para la estimación del momento de inercia de la máquina de inducción.</i>	49
<i>Fig. 4.2 Momento de inercia para 952 máquinas de inducción.</i>	50
<i>Fig. 4.3 Momento de inercia para máquinas con 1 par de polos.</i>	51
<i>Fig. 4.4 Momento de inercia para máquinas con 2 pares de polos.</i>	51
<i>Fig. 4.5 Momento de inercia para máquinas con 3 pares de polos.</i>	51
<i>Fig. 4.6 Momento de inercia para máquinas con 4 pares de polos.</i>	52
<i>Fig. 4.7 Momento de inercia para máquinas con $n_s = 3000$ r/min.</i>	52
<i>Fig. 4.8 Momento de inercia para máquinas con $n_s = 1500$ r/min.</i>	53
<i>Fig. 4.9 Momento de inercia para máquinas con $n_s = 1000$ r/min.</i>	53
<i>Fig. 4.10 Momento de inercia para máquinas con $n_s = 750$ r/min.</i>	54
<i>Fig. 4.11 Momento de inercia para máquinas con $n_s = 3600$ r/min.</i>	54
<i>Fig. 4.12 Momento de inercia para máquinas con $n_s = 1800$ r/min.</i>	55
<i>Fig. 4.13 Momento de inercia para máquinas con $n_s = 1200$ r/min.</i>	55
<i>Fig. 4.14 Momento de inercia para máquinas con $n_s = 900$ r/min.</i>	55
<i>Fig. 4.15 Momento de inercia para máquinas con $f = 50$ Hz.</i>	56
<i>Fig. 4.16 Momento de inercia para máquinas con $f = 60$ Hz.</i>	57
<i>Fig. 5.1 Representación del par, intensidad y potencia activa, en pu, respecto a la velocidad, en pu, para la máquina de 75 kW, en los 25 puntos experimentales de funcionamiento.</i>	60
<i>Fig. 5.2 Diagrama de flujo del algoritmo de estimación de parámetros para el modelo de jaula sencilla.</i>	62
<i>Fig. 5.3 Circuitos equivalentes aproximados para ensayos con (a) rotor bloqueado y (b) rotor libre.</i>	63
<i>Fig. 5.4 Puntos experimentales de funcionamiento y par simulado con el conjunto de parámetros iniciales del modelo de jaula sencilla, para la máquina de 75 kW.</i>	66
<i>Fig. 5.5 Puntos de funcionamiento facilitados por el fabricante, experimentales y par simulado con los valores iniciales de los parámetros y con el conjunto de parámetros que determinan el error mínimo para el modelo de JS de la máquina de 75 kW.</i>	68
<i>Fig. 5.6 Diagrama de flujo del algoritmo de estimación de parámetros para el modelo de doble jaula.</i>	70
<i>Fig. 5.7 Puntos de funcionamiento facilitados por el fabricante, experimentales y par simulado con los valores iniciales de los parámetros del modelo de DJ para la máquina de 75 kW.</i>	71
<i>Fig. 5.8 Puntos de funcionamiento facilitados por el fabricante, experimentales y par simulado con los parámetros iniciales y con los parámetros calculados con los k puntos experimentales de funcionamiento, para el modelo de DJ de la máquina de 75 kW.</i>	73
<i>Fig. 5.9 Puntos de funcionamiento facilitados por el fabricante, experimentales y par simulado a partir de los parámetros calculados con los k puntos experimentales de funcionamiento para los modelos de JS y DJ de la máquina de 75 kW.</i>	74
<i>Fig. 5.10 Datos proporcionados por el fabricante para la máquina de 75 kW.</i>	75

Fig. 5.11 Algoritmo para la estimación de parámetros constantes para el modelo de jaula sencilla partiendo de los datos proporcionados por el fabricante.	76
Fig. 5.12 Puntos de funcionamiento facilitados por el fabricante y par simulado a partir de los parámetros iniciales y con los parámetros constantes estimados a partir de 4 datos del fabricante, para el modelo de JS....	79
Fig. 5.13 Diagrama de flujo del algoritmo de estimación de parámetros constantes a partir de datos del fabricante (DF) para el modelo de DJ.	81
Fig. 5.14 Curvas par-velocidad obtenidas con parámetros constantes estimados a partir de 4 datos del fabricante, para el modelo de doble jaula. Máquina de 75 kW.....	83
Fig. 6.1 Simulaciones de par con los modelos de jaula sencilla (JS) y doble jaula (DJ), para máquinas de (a) 5.5 kW, (b) 30 kW y (c) 75 kW.	88
Fig. 6.2 Simulación de la curva par-velocidad con el modelo de jaula sencilla (JS) y datos del fabricante (DF) para una máquina de inducción de 5.5 kW.	92
Fig. 6.3 Simulación con modelo de jaula sencilla (JS) y datos del fabricante (DF) para la máquina de 30 kW.	93
Fig. 6.4 Aproximación lineal de comportamiento para una máquina de inducción trifásica de 5.5 kW.....	94
Fig. 6.5 Diagrama de flujo del algoritmo que implementa la técnica Torque-Speed Tracking lineal	95
Fig. 6.6 Datos del fabricante (DF), simulaciones con técnicas de referencia (JS TR) y con la técnica TST_L (JS TSTL) para una máquina de inducción de 5.5 kW, con el modelo de JS.	97
Fig. 6.7 Datos del fabricante (DF), Simulaciones con técnicas de referencia (JS TR) y con la técnica TST_L (JS TSTL) para una máquina de inducción de 30 kW, con el modelo de JS.	98
Fig. 6.8 Datos del fabricante (DF), simulaciones con técnicas de referencia (JS TR) y con la técnica TST_L (JS TSTL) para una máquina de inducción de 75 kW, con el modelo de JS.	99
Fig. 6.9 Datos del fabricante (DF), Simulaciones con técnicas de referencia (JS TR) y con la técnica TST_L (JS TSTL) para una máquina de inducción de 5.5 kW, con el modelo de DJ.....	100
Fig. 6.10 Datos del fabricante (DF), simulaciones con técnicas de referencia (JS TR) y con la técnica TST_L (JS TSTL) para una máquina de inducción de 30 kW, con el modelo de DJ.....	101
Fig. 6.11 Datos del fabricante (DF), simulaciones con técnicas de referencia (JS TR) y con la técnica TST_L (JS TSTL) para una máquina de inducción de 75 kW, con el modelo de DJ.....	102
Fig. 6.12 Diagrama de flujo del algoritmo implementado con Torque-Speed-Tracking Hiperbólica	104
Fig. 6.13 Datos proporcionados por el fabricante y comportamiento teórico para la máquina de inducción trifásica de 75 kW generados por la técnica TST_H	105
Fig. 6.14 Datos del fabricante (DF), par simulado con las técnicas de referencia (JS TR), TST_H (JS TSTH) y el comportamiento teórico (CT), para una máquina de inducción de 5.5 kW, con el modelo de JS.....	109
Fig. 6.15 Datos del fabricante (DF), simulaciones de par con las técnicas de referencia (JS TR) y TST_H (JS TSTH) y el comportamiento teórico (CT) generado por la técnica TST_H , para una máquina de inducción de 30 kW, con el modelo de JS.....	110
Fig. 6.16 Datos del fabricante (DF), simulaciones con técnicas de referencia (JS TR), con la técnica TST_H (JS TSTH) y el comportamiento teórico (CT), para una máquina de inducción de 75 kW, con el modelo de JS.....	111
Fig. 6.17 Datos del fabricante (DF), Simulaciones con las técnicas de referencia (DJ TR) y TST_H (DJ TSTH) y comportamiento teórico (CT) para una máquina de inducción de 5.5 kW, con el modelo de DJ	112
Fig. 6.18 Datos del fabricante (DF), Simulaciones con técnicas de referencia (DJ TR) y con la técnica TST_H (DJ TSTH) y comportamiento teórico (CT) para una máquina de inducción de 30 kW, con el modelo de DJ.....	113
Fig. 6.19 Datos del fabricante (DF), Simulaciones con las técnicas de referencia (DJ TR) y TST_H (DJ TSTH) y comportamiento teórico (CT) para una máquina de inducción de 75 kW con el modelo de DJ	114
Fig. 6.20 Datos del fabricante (DF), comportamiento teórico generado por la técnica TST_H (CT) y medidas experimentales (ME), para la máquina de 75 kW.	115
Fig. 6.21 Simulaciones de comportamiento con los modelos de jaula sencilla (JS) para máquinas de (a) 5.5 kW, (b) 30 kW y (c) 75 kW, con las técnicas TR, TSTL y TSTH.....	117
Fig. 6.22 Simulaciones de comportamiento con los modelos de doble jaula (DJ) para máquinas de (a) 5.5 kW, (b) 30 kW y (c) 75 kW, con las técnicas TR, TSTL y TSTH.....	119
Fig. 6.23 Simulaciones de comportamiento con los modelos de (a) jaula sencilla y (b) doble jaula para la máquina de 75 kW, con las técnicas TR y TSTH.	122
Fig. 7.1 Diagrama de flujo del algoritmo de estimación de parámetros polinómicos.	127
Fig. 7.2 Modelo de jaula sencilla con parámetros polinómicos (PP), por fase, para la máquina de inducción. .	128
Fig. 7.3 Diagrama de flujo de la función de estimación de parámetros constantes.	129
Fig. 7.4 Simulaciones obtenidas con parámetros estimados a partir de diferentes cantidades de medidas experimentales (ME).....	134

Fig. 7.5 Medidas experimentales (ME) y curvas par-velocidad de la máquina de 75 kW, representadas con el modelo de JS de parámetros polinomiales PP y de parámetros constantes PC, estimados con k medidas experimentales.	137
Fig. 7.6 Medidas experimentales y curvas par-velocidad de la máquina de 75 kW, representada con el modelo de JS de parámetros polinomiales PP y de parámetros constantes PC, estimados con los 4 puntos del fabricante.	138
Fig. 7.7 Medidas experimentales y curvas par-velocidad de la máquina de 75 kW, representada con el modelo de JS de parámetros polinomiales PP y de parámetros constantes PC, estimados con 6 medidas experimentales.	140
Fig. 7.8 Medidas experimentales y curvas par-velocidad de la máquina de 75 kW, representadas con el modelo de jaula sencilla de parámetros polinomiales PP estimados con 6 puntos y de parámetros constantes PC estimados con k medidas experimentales.	141
Fig. 7.9 Medidas experimentales y curvas par-velocidad de la máquina de 75 kW, representadas con el modelo de JS de parámetros polinomiales PP y con el modelo de DJ de parámetros constantes PC, estimados con 6 medidas experimentales.	143
Fig. 7.10 Evolución de los parámetros polinomiales respecto a la velocidad, para la máquina de 75 kW, estimados a partir de $k = 24$ medidas experimentales.	144
Fig. 7.11 Parámetros polinomiales del modelo de jaula sencilla, para la máquina de 75 kW, estimados con $k = 24$ medidas experimentales.	145
Fig. 7.12 Evolución de los parámetros polinomiales respecto a la velocidad, para la máquina de 75 kW, estimados a partir de los 4 puntos del fabricante.	146
Fig. 7.13 Parámetros polinomiales del modelo de JS, para la máquina de 75 kW, estimados con los 4 puntos proporcionados por el fabricante.	146
Fig. 7.14 Evolución de los parámetros polinomiales respecto a la velocidad, para la máquina de 75 kW, estimados a partir de los 6 puntos propuestos por el criterio de mínima cantidad de datos experimentales. ...	147
Fig. 7.15 Parámetros polinomiales del modelo de jaula sencilla, para la máquina de 75 kW, estimados con los 6 puntos propuestos por el criterio de mínima cantidad de datos experimentales.	148
Fig. 8.1 Componentes simétricas de un sistema trifásico desequilibrado.	152
Fig. 8.2 Componentes equilibradas homopolar (0), de secuencia directa (1) y de secuencia inversa(2), utilizadas para descomponer las componentes desequilibradas originales.	153
Fig. 8.3 Elemento trifásico activo de tres terminales con conexión a tierra sin impedancia de neutro.	154
Fig. 8.4 Circuito equivalente de un elemento trifásico activo de tres terminales con conexión a tierra sin impedancia de neutro.	155
Fig. 8.5 Circuitos equivalentes de secuencia de un elemento trifásico activo de tres terminales.	157
Fig. 8.6 Circuito equivalente de un elemento trifásico activo de tres terminales con impedancia Z_n de conexión a tierra.	158
Fig. 8.7 Elemento trifásico activo de seis terminales con conexión a tierra.	159
Fig. 8.8 Circuitos de secuencia 012 en T de un elemento trifásico pasivo de seis terminales.	161
Fig. 8.9 Circuitos de secuencia 012 en π de un elemento trifásico pasivo de seis terminales.	163
Fig. 8.10 Circuitos de secuencia 012 en π de una línea de transporte.	164
Fig. 8.11 Conexión de un elemento trifásico activo de tres terminales con un elemento trifásico pasivo de seis terminales.	165
Fig. 8.12 Circuito equivalente de la conexión entre un elemento trifásico activo de tres terminales y un elemento trifásico pasivo de seis terminales.	166
Fig. 8.13 Circuitos exacto de secuencia 012 para la conexión de un elemento trifásico activo de tres terminales con una línea de transporte.	167
Fig. 8.14 Circuitos aproximado de secuencia 012 para la conexión de un elemento trifásico activo de tres terminales con una línea de transporte.	167
Fig. 8.15 Tensiones de fase y h , durante un hueco de tensión simétrico (a) y asimétrico (b).	169
Fig. 8.16 Modelo del hueco de tensión, por medio de un divisor de tensión.	169
Fig. 8.17 Representación de una falta simétrica trifásica aislada de tierra en el punto pf de un sistema trifásico.	170
Fig. 8.18 Circuitos equivalentes de secuencia 012 para una falta trifásica aislada de tierra.	171
Fig. 8.19 Representación de una falta simétrica trifásica conectada a tierra en el punto pf de un sistema trifásico.	173
Fig. 8.20 Circuitos equivalentes de secuencia 012 para una falta trifásica conectada tierra.	174
Fig. 8.21 Representación de una falta asimétrica en la fase a, conectada a tierra, en el punto pf de un sistema trifásico.	176

Fig. 8.22 Circuitos equivalentes desacoplados para una falta asimétrica monofásica conectada a tierra.	177
Fig. 8.23 Representación de una falta asimétrica entre las fases b y c, aislada de tierra, en el punto pf de un sistema trifásico.....	179
Fig. 8.24 Circuitos equivalentes desacoplados para una falta asimétrica fase-fase aislada de tierra, entre las fases b y c.....	180
Fig. 8.25 Representación de una falta asimétrica entre las fases b, c y tierra, en el punto pf de un sistema trifásico.....	182
Fig. 8.26 Circuitos equivalentes desacoplados para una falta asimétrica fase-fase conectada a tierra, entre las fases b y c.....	183
Fig. 8.27 Carga trifásica conectada en triángulo en el punto de conexión común pcc de un sistema trifásico....	185
Fig. 8.28 Modelo del hueco de tensión a partir de un divisor de tensión cuando la carga, o el punto de medida, se encuentra en el secundario de un transformador	189
Fig. 8.29 Transformador tipo I, conexión YNyn0 y $r_t = 1$	190
Fig. 8.30 Transformador tipo II, conexión YNy0 y $r_t = 1$	191
Fig. 8.31 Transformador tipo II, conexión Dd0 y $r_t = 1$	192
Fig. 8.32 Esquema de un transformador tipo III, conexión Dyn3 y $r_t = \sqrt{3}$	193
Fig. 8.33 Transmisión de una falta hacia tres posibles puntos de conexión común: pcc_1 , pcc_2 y pcc_3 cuando existen transformadores tipo III en los niveles intermedios.....	199
Fig. 8.34 Caracterización de un hueco de tensión con $t_i = 0$ s, $h = 0.25$, $\Delta t = 5.5$ cycles y $\psi_i = 0^\circ$	204
Fig. 9.1 Intensidad pico (pu), calculada con 41 huecos de tensión para cada tipología q = A, B, C, D, E, F y G, cada hueco con diferente punto de onda inicial ($0 \leq \psi_i \leq 180^\circ$), profundidad h = 0.1 y duración, $\Delta t = 5.5$ ciclos, en las zonas de funcionamiento Dh y Fh, utilizando el modelo de doble jaula.....	209
Fig. 9.2 Intensidad pico (pu), calculada con 41 huecos de tensión para cada tipología q = A, B, C, D, E, F y G, cada hueco con diferente punto de onda inicial ($0 \leq \psi_i \leq 180^\circ$), profundidad h = 0.1 y duración, $\Delta t = 5.5$ ciclos, en las zonas de funcionamiento Dh y Fh, utilizando el modelo de jaula sencilla.....	210
Fig. 9.3 Par pico (pu), calculado con el modelo de doble jaula para 41 huecos de tensión con tipologías q = A, B, C, D, E, F y G, profundidad h = 0.1, duración $\Delta t = 5.5$ ciclos y diferente punto de onda inicial ($0 \leq \psi_i \leq 180^\circ$), en las zonas de funcionamiento Dh y Fh.....	212
Fig. 9.4 Par pico (pu), calculado con el modelo de jaula sencilla para 41 huecos de tensión con tipologías q = A, B, C, D, E, F y G, profundidad h = 0.1, duración $\Delta t = 5.5$ ciclos y diferente punto de onda inicial ($0 \leq \psi_i \leq 180^\circ$), en las zonas de funcionamiento Dh y Fh.....	213
Fig. 9.5 Picos mínimos de velocidad (pu), calculados con el modelo de doble jaula para 41 huecos de tensión con tipologías q = A, B, C, D, E, F y G, profundidad h = 0.1, duración $\Delta t = 5.5$ ciclos y diferente punto de onda inicial ($0 \leq \psi_i \leq 180^\circ$), en las zonas de funcionamiento Dh y Fh.....	215
Fig. 9.6 Picos de intensidad (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con d = 1 (línea punteada), d = 10 (línea negra) y d = 100 (línea roja), para q = A y modelo de doble jaula.	218
Fig. 9.7 Picos de intensidad (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con d = 1 (línea punteada), d = 10 (línea negra), d = 100 (línea azul), para q = A y modelo de jaula sencilla.....	218
Fig. 9.8 Picos de intensidad (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con d = 1 (línea punteada), d = 10 (línea negra), d = 100 (línea roja), y q = B. Modelo de doble jaula.	220
Fig. 9.9 Picos de intensidad (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con d = 1 (línea punteada), d = 10 (línea negra), d = 100 (línea azul) y q = B. Modelo de jaula sencilla.....	220
Fig. 9.10 Picos de intensidad (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con d = 1 (línea punteada), d = 10 (línea negra), d = 100 (línea roja), para q = C y modelo de doble jaula.	221
Fig. 9.11 Picos de intensidad (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con d = 1 (línea punteada), d = 10 (línea negra), d = 100 (línea azul), para q = C y modelo de jaula sencilla.....	221
Fig. 9.12 Picos de intensidad (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas con d = 1 (línea punteada), d = 10 (línea negra), d = 100 (línea roja), para q = D y modelo de doble jaula.....	222
Fig. 9.13 Picos de intensidad (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con d = 1 (línea punteada), d = 10 (línea negra), d = 100 (línea azul), para q = D y modelo de jaula sencilla.	222
Fig. 9.14 Picos de intensidad (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con d = 1 (línea punteada), d = 10 (línea negra), d = 100 (línea roja), para q = E y modelo de doble jaula.	223
Fig. 9.15 Picos de intensidad (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con d = 1 (línea punteada), d = 10 (línea negra), d = 100 (línea azul), para q = E y modelo de jaula sencilla.	223
Fig. 9.16 Picos de intensidad (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; rangos de duración: d = 1 (línea punteada), desde 1 hasta 2 ciclos, d = 10 (línea negra), desde 10 hasta 11 ciclos, d = 100 (línea roja), desde 100 hasta 101 ciclos, para q = F. Modelo de doble jaula.	224

Fig. 9.17 Picos de intensidad (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; rangos de duración: $d = 1$ (línea punteada), desde 1 hasta 2 ciclos, $d = 10$ (línea negra), desde 10 hasta 11 ciclos, $d = 100$ (línea azul), desde 100 hasta 101 ciclos, para $q = F$. Modelo de jaula sencilla.....	224
Fig. 9.18 Picos de par (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea roja), para $q = A$ y utilizando el modelo de doble jaula.....	229
Fig. 9.19 Picos de par (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea roja), para $q = A$ y utilizando el modelo de jaula sencilla.....	229
Fig. 9.20 Picos de par (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea roja), para $q = B$, utilizando el modelo de doble jaula.....	231
Fig. 9.21 Picos de par (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas, con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea roja), para $q = B$, utilizando el modelo de jaula sencilla.....	231
Fig. 9.22 Picos de par (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea roja), para $q = C$, utilizando el modelo de doble jaula.....	232
Fig. 9.23 Picos de par (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea roja), para $q = C$, utilizando el modelo de jaula sencilla.....	232
Fig. 9.24 Picos de par (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea roja), para $q = D$, utilizando el modelo de doble jaula.	233
Fig. 9.25 Picos de par (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea roja), para $q = D$, utilizando el modelo de jaula sencilla.	233
Fig. 9.26 Picos de par (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea roja), para $q = E$, utilizando el modelo de doble jaula.....	234
Fig. 9.27 Picos de par (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea roja), para $q = E$, utilizando el modelo de jaula sencilla.....	234
Fig. 9.28 Picos de par (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea roja), para $q = F$, utilizando el modelo de doble jaula.	235
Fig. 9.29 Picos de par (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea roja), para $q = F$, utilizando el modelo de jaula sencilla.	235
Fig. 9.30 Superficies de los picos de intensidad (a) $I_{B,Dh}$, par (b) $\Gamma_{B,Dh}$ y deslizamiento (c) $S_{B,Dh}$, producidos por un hueco tipo B con $0\% \leq h \leq 97.5\%$, $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$, $\delta t = T/2$ y $\psi_i = 90^\circ$	240
Fig. 9.31 Curvas de sensibilidad de los picos de intensidad para todas las tipologías de huecos producidos con $0\% \leq h \leq 97.5\%$, $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$, $\delta t = T/2$, ψ_i más desfavorable y $m = DJ$	242
Fig. 9.32 Curvas de sensibilidad de los picos de intensidad para todas las tipologías de huecos producidos con $0\% \leq h \leq 97.5\%$, $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$, $\delta t = T/2$, ψ_i más desfavorable y $m = JS$	243
Fig. 9.33 Curvas de sensibilidad de los picos de par para todas las tipologías de huecos producidos con $0\% \leq h \leq 97.5\%$, $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$, $\delta t = T/2$, ψ_i más desfavorable y $m = DJ$	245
Fig. 9.34 Curvas de sensibilidad de los picos de par para todas las tipologías de huecos producidos con $0\% \leq h \leq 97.5\%$, $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$, $\delta t = T/2$, ψ_i más desfavorable y $m = JS$	246
Fig. 9.35 Curvas de sensibilidad de los picos de deslizamiento para todas las tipologías de huecos producidos con $0\% \leq h \leq 97.5\%$, $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$, $\delta t = T/2$, ψ_i más desfavorable y $m = DJ$	248
Fig. 9.36 Curvas de sensibilidad de los picos de deslizamiento para todas las tipologías de huecos producidos con $0\% \leq h \leq 97.5\%$, $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$, $\delta t = T/2$, ψ_i más desfavorable y $m = JS$	249
Fig. 9.37 Superficies en tres dimensiones de los picos de intensidad (a) $I_{B,mv}$, par (b) $\Gamma_{B,m}$ y deslizamiento (c) $S_{B,mv}$, con $0\% \leq h \leq 97.5\%$, $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$, $\delta t = T/2$ y $\psi_i = 90^\circ$, utilizando los modelos de doble jaula y jaula sencilla.....	258
Fig. 9.38 Zonas de picos de deslizamiento más severos mostrados por el modelo de doble jaula en las curvas de sensibilidad de los picos de deslizamiento calculadas con los modelos de doble jaula y jaula sencilla para los huecos tipos A y B.....	262
Fig. 9.39 Curvas de sensibilidad de los picos de intensidad para todas las tipologías de huecos con $0\% \leq h \leq 97.5\%$, $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$, $\delta t = T/2$, y ψ_i más desfavorable, utilizando la componente directa de la tensión y el modelo de doble jaula.	265
Fig. 9.40 Curvas de sensibilidad de los picos de intensidad para todas las tipologías de huecos con $0\% \leq h \leq 97.5\%$, $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$ coincidiendo con $\delta t = T/2$, y ψ_i más desfavorable, utilizando la componente directa de la tensión y el modelo de jaula sencilla.	266
Fig. 9.41 Curvas de sensibilidad de los picos de par para todas las tipologías de huecos con $0\% \leq h \leq 97.5\%$, $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$ coincidiendo con $\delta t = T/2$, y ψ_i más desfavorable, utilizando la componente directa de la tensión y el modelo de doble jaula.	267

- Fig. 9.42 Curvas de sensibilidad de los picos de par para todas las tipologías de huecos con $0\% \leq h \leq 97.5\%$, $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$ coincidiendo con $\delta t = T/2$, y ψ_i más desfavorable, utilizando la componente directa de la tensión y el modelo de jaula sencilla.....* 268
- Fig. 9.43 Curvas de sensibilidad de los picos de deslizamiento para todas las tipologías de huecos con $0\% \leq h \leq 97.5\%$, $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$ coincidiendo con $\delta t = T/2$, y ψ_i más desfavorable, utilizando la componente directa de la tensión y el modelo de doble jaula.....* 269
- Fig. 9.44 Curvas de sensibilidad de los picos de deslizamiento para todas las tipologías de huecos con $0\% \leq h \leq 97.5\%$, $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$ coincidiendo con $\delta t = T/2$, y ψ_i más desfavorable, utilizando la componente directa de la tensión y el modelo de jaula sencilla.....* 270

Índice de Tablas

Tabla 2.1 Relación entre el número de pares de polos y las ecuaciones de la máquina de inducción.	20
Tabla 4.1 Coeficiente de correlación para máquinas con igual número de polos.	52
Tabla 4.2 Coeficientes de correlación y regresión lineal para la estimación del momento de inercia en máquinas con igual velocidad de sincronismo.	56
Tabla 4.3 Coeficientes de correlación y regresión lineal para la estimación del momento de inercia en máquinas con igual potencia y velocidad de sincronismo.	57
Tabla 5.1 Valores experimentales, en pu, para la máquina de 75 kW.	61
Tabla 5.2 Valor de las reactancias según la relación R_{MO} o el tipo NEMA.	64
Tabla 5.3 Valor de los parámetros iniciales por unidad para el modelo de jaula sencilla.	66
Tabla 5.4 Parámetros hallados para el modelo de jaula sencilla con k puntos experimentales de funcionamiento (pu)	68
Tabla 5.5 Error normalizado e_N calculado con los valores iniciales y k puntos experimentales de funcionamiento, para el modelo de JS de la máquina de 75 kW.	69
Tabla 5.6 Valor de los parámetros iniciales para el modelo de doble jaula (pu).	71
Tabla 5.7 Parámetros hallados para el modelo de doble jaula con k datos experimentales (pu)	72
Tabla 5.8 Error normalizado e_N calculado con k puntos de funcionamiento, para el modelo de DJ.	73
Tabla 5.9 Error normalizado e_N calculado en k puntos de funcionamiento, para los modelos de JS y DJ.	74
Tabla 5.10 Puntos de funcionamiento proporcionados por el fabricante, en pu.	77
Tabla 5.11 Parámetros (pu) para el modelo de jaula sencilla, estimados a partir de los 4 datos del fabricante.	78
Tabla 5.12 Error calculado con los parámetros estimados a partir de 4 datos del fabricante, para el modelo de jaula sencilla.	79
Tabla 5.13 Error visto por el algoritmo, calculado en los 4 puntos del fabricante, con el modelo de JS.	80
Tabla 5.14 Error real calculado en los k puntos experimentales, con el modelo de JS.	80
Tabla 5.15 Parámetros en pu, estimados a partir de datos del fabricante para el modelo de DJ.	83
Tabla 5.16 Errores calculados con los parámetros estimados a partir de 4 datos del fabricante, para el modelo de DJ.	84
Tabla 5.17 Error relativo visto por el algoritmo, calculado en los 4 datos del fabricante con el modelo de DJ.	84
Tabla 5.18 Error calculado en los k datos experimentales con el modelo de DJ.	84
Tabla 6.1 Par máximo del fabricante, par máximo simulado con JS y DJ y error de par máximo para las máquinas analizadas.	90
Tabla 6.2 Velocidad de par máximo del fabricante, simulada con JS y DJ y error de velocidad en M, para las máquinas analizadas.	90
Tabla 6.3 Datos del fabricante (pu) de las máquinas seleccionadas para el análisis.	97
Tabla 6.4 Parámetros (pu) estimados con las técnicas de referencia, TR, y con la técnica TST_L , para el modelo de JS.	97
Tabla 6.5 Errores de par, velocidad y de comportamiento teórico para la máquina de 5.5 kW, para una estimación de parámetros del modelo de JS con las técnicas de referencia y TST_L	98
Tabla 6.6 Errores de Par, velocidad y de comportamiento teórico para la máquina de 30 kW, con el modelo de JS, respecto a los datos del fabricante.	98
Tabla 6.7 Errores de Par, velocidad y de comportamiento teórico para la máquina de 75 kW, con el modelo de JS, respecto a los datos del fabricante.	99
Tabla 6.8 Parámetros (pu) estimados con la técnica de referencia, TR, y con la técnica TST_L , en el modelo de DJ.	100
Tabla 6.9 Errores de par y velocidad en el punto M y error de comportamiento teórico CT para la máquina de 5.5 kW, con el modelo de DJ y a la técnica TST_L	101
Tabla 6.10 Errores de par y velocidad en el punto M y error de comportamiento teórico para la máquina de 30 kW, con el modelo de DJ.	101
Tabla 6.11 Errores de par y velocidad en el punto M y error de comportamiento teórico para la máquina de 75 kW, con el modelo de DJ.	102
Tabla 6.12 Deslizamiento y magnitud teóricos del par de Pull-up.	107
Tabla 6.13 Parámetros estimados (pu) con las técnicas de referencia, TR, y con la técnica TST_H , para el modelo de JS.	109
Tabla 6.14 Errores de par y velocidad en el punto M y error de comportamiento teórico para la máquina de 5.5 kW, con el modelo de JS.	110

Tabla 6.15 Errores de par y velocidad en el punto M y error de comportamiento teórico para la máquina de 30 kW, con el modelo de JS.....	110
Tabla 6.16 Errores de par y velocidad en el punto M y error de comportamiento teórico para la máquina de 75 kW, con el modelo de JS.....	111
Tabla 6.17 Parámetros en pu estimados con las técnicas de referencia, TR, y con la técnica TST _H , para el modelo de DJ.....	112
Tabla 6.18 Errores de par y velocidad en el punto M y error de comportamiento teórico para la máquina de 5.5 kW, con el modelo de DJ.....	113
Tabla 6.19 Errores de par y velocidad en el punto M y error de comportamiento teórico para la máquina de 30 kW, con el modelo de DJ.....	113
Tabla 6.20 Errores de par y velocidad en el punto M y error de comportamiento teórico para la máquina de 75 W, con el modelo de DJ.....	114
Tabla 6.21 Errores de par, velocidad y compuesto, para las máquinas de 5.5 kW, 30 kW y 75 kW, con el modelo de JS.....	118
Tabla 6.22 Errores de par, velocidad y compuesto, para las 3 máquinas seleccionadas, con el modelo DJ.....	118
Tabla 6.23 Configuraciones de aplicación para la técnica TST.....	120
Tabla 6.24 Error entre los puntos de medición experimental y las técnicas diseñadas, para la máquina de 75 kW.....	121
Tabla 7.1 Deslizamiento aproximado para medición experimental de los puntos U y C.....	135
Tabla 7.2 Criterio de cantidad mínima de puntos experimentales suficientes para obtener una simulación ajustada de comportamiento (CMPE).....	136
Tabla 7.3 Coeficientes de los parámetros polinomiales para la máquina de inducción de 75 kW, estimados con k medidas experimentales.....	136
Tabla 7.4 Errores normalizados en k medidas experimentales y en 4 puntos del fabricante, con parámetros contantes y polinomiales estimados a partir de k medidas experimentales, para el modelo de JS de la máquina de 75 kW.....	137
Tabla 7.5 Coeficientes de los parámetros polinomiales para la máquina de inducción de 75 kW, estimados con 4 puntos del fabricante.....	138
Tabla 7.6 Errores normalizados en las k medidas experimentales y en los 4 puntos del fabricante, con parámetros contantes y polinomiales estimados a partir de los 4 puntos del fabricante, para el modelo de jaula sencilla de la máquina de 75 kW.....	138
Tabla 7.7 Puntos de funcionamiento (pu), propuestos por el criterio de CMPE.....	139
Tabla 7.8 Valor de los parámetros constantes (pu), estimados con la técnica TR, para el modelo de JS, a partir de los 6 puntos propuestos por el criterio de CMPE.....	139
Tabla 7.9 Coeficientes de los parámetros polinomiales (Ω) para la máquina de inducción de 75 kW, estimados con los 6 puntos propuestos por el criterio de CMPE.....	139
Tabla 7.10 Errores normalizados en las k medidas experimentales y en los 4 puntos del fabricante de la máquina de 75 kW, con parámetros contantes y polinomiales, estimados a partir de los 6 puntos propuestos por el criterio de CMPE.....	140
Tabla 7.11 Errores normalizados en las k medidas experimentales y en los 4 puntos del fabricante de la máquina de 75 kW, con PC estimados a partir de los k datos experimentales y PP a partir de los 6 datos propuestos por el criterio de CMPE.....	142
Tabla 7.12 Parámetros constantes (pu), para el modelo de doble jaula, estimados con TR a partir los 6 puntos propuestos por el criterio de CMPE.....	142
Tabla 7.13 Errores normalizados en las k medidas experimentales y en los 4 puntos del fabricante de la máquina de 75 kW, con el modelo de DJ con PC, y con el modelo de JS con PP, estimados a partir de los 6 puntos propuestos por el criterio de CMPE.....	143
Tabla 8.1 Relación R/X en función de la sección de los conductores y del tipo de línea.....	175
Tabla 8.2 Clasificación de los transformadores en función de su influencia en la transmisión de huecos de tensión.....	189
Tabla 8.3 Tipo de hueco en el secundario del transformador en función del tipo de transformador y del hueco que presenta en el primario.....	199
Tabla 8.4 Tipo de hueco en función del tipo de falta y del punto de conexión común para un sistema trifásico con dos transformadores tipo III en cascada.....	200
Tabla 8.5 Huecos de tensión en función del tipo de falta y conexión de la carga.....	200
Tabla 8.6 Tensión durante el hueco, en componentes simétricas, en función de su tipología.....	201
Tabla 8.7 Tensión durante el hueco en variables de fase y diagrama fasorial, en función de su tipología.....	202

<i>Tabla 8.8 Representación temporal y diagrama temporal de los huecos de tensión, en función de su tipología.</i>	203
<i>Tabla 9.1 Parámetros (pu) estimados con la técnica TST para los modelos de doble jaula y jaula sencilla de la máquina de 75 kW.</i>	207
<i>Tabla 9.2 Punto de onda inicial más desfavorable para los modelos de doble jaula y jaula sencilla</i>	216
<i>Tabla 9.3 Promedio de la diferencia entre los picos de intensidad del modelo de doble jaula y los picos de intensidad del modelo de jaula sencilla.</i>	226
<i>Tabla 9.4 Promedio (pu) de la diferencia entre los picos de par del modelo de doble jaula y los picos de par del modelo de jaula sencilla para todos los tipos de huecos.</i>	236
<i>Tabla 9.5 Punto de onda inicial y duración del hueco más desfavorables para los picos de intensidad y par</i>	237
<i>Tabla 9.6 Distancia normalizada entre las superficies de picos de intensidad utilizando el modelo de doble jaula</i>	252
<i>Tabla 9.7 Distancia normalizada entre las superficies de picos de par, utilizando el modelo de doble jaula</i>	253
<i>Tabla 9.8 Distancia normalizada entre las superficies de picos de deslizamiento, utilizando el modelo de doble jaula.</i>	253
<i>Tabla 9.9 Distancia normalizada entre las superficies de picos de intensidad, utilizando el modelo de jaula sencilla</i>	254
<i>Tabla 9.10 Distancia normalizada entre las superficies de picos de par, utilizando el modelo de jaula sencilla</i>	254
<i>Tabla 9.11 Distancia normalizada entre las superficies de picos de deslizamiento, utilizando el modelo de jaula sencilla</i>	255
<i>Tabla 9.12 Severidad de los huecos de tensión en función de la variable de interés.</i>	256
<i>Tabla 9.13 Clasificación de los huecos por grupo de severidad.</i>	256
<i>Tabla 9.14 Distancias normalizadas entre las superficies de picos de intensidad calculadas con los modelos de doble jaula y jaula sencilla.</i>	259
<i>Tabla 9.15 Distancias normalizadas entre las superficies de picos de par calculadas con los modelos de doble jaula y jaula sencilla</i>	260
<i>Tabla 9.16 Distancias entre las superficies de picos de deslizamiento calculadas con los modelos de doble jaula y jaula sencilla, normalizadas respecto al modelo de doble jaula.</i>	261
<i>Tabla 9.17 Componente directa de tensión.</i>	264
<i>Tabla 9.18 Valor mínimo de la componente directa de tensión para cada tipo de hueco</i>	264
<i>Tabla 9.19 Clasificación por severidad utilizando la componente directa de tensión</i>	271

Contenido

CAPÍTULO 1	1
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 JUSTIFICACIÓN Y ANTECEDENTES	1
1.2 OBJETIVOS	2
1.3 ESTRUCTURA DE LA TESIS	2
CAPÍTULO 2	5
2. MODELOS MATEMÁTICOS DE LA MÁQUINA DE INDUCCIÓN TRIFÁSICA	5
2.1 INTRODUCCIÓN	5
2.2 MODELO DE JAULA SENCILLA	6
2.2.1 Modelo dinámico	6
2.2.2 Solución de las ecuaciones de la máquina de inducción por métodos de transformación	9
2.2.3 Ecuaciones transformadas de Ku	11
2.2.4 Modelo de régimen permanente	16
2.2.5 Ecuaciones para máquinas de inducción con p pares de polos	19
2.3 MODELO DE DOBLE JAULA	21
2.3.1 Modelo dinámico	21
2.3.2 Solución de las ecuaciones de la máquina de inducción por métodos de transformación	24
2.3.3 Ecuaciones transformadas de Ku	25
2.3.4 Modelo de régimen permanente	28
2.3.5 Ecuaciones para máquinas de inducción con p pares de polos	31
CAPÍTULO 3	33
3. ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS PARA LA MÁQUINA DE INDUCCIÓN TRIFÁSICA	33
3.1 INTRODUCCIÓN	33
3.2 PARÁMETROS DE LA MÁQUINA DE INDUCCIÓN TRIFÁSICA	34
3.2.1 Parámetro mecánico: momento de inercia	34
3.2.2 Parámetros eléctricos: constantes o variables	35
3.3 DATOS DE PARTIDA PARA LA ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS ELÉCTRICOS	35
3.3.1 Datos experimentales	36
3.3.2 Datos proporcionados por el fabricante	37
3.4 TÉCNICAS DE ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS ELÉCTRICOS CONSTANTES	38
3.4.1 Algoritmos que parten de medidas experimentales	41
3.4.2 Algoritmos que parten de datos del fabricante	42
3.4.3 Función de minimización de error	43
3.5 TÉCNICAS DE ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS ELÉCTRICOS VARIABLES: CARACTERÍSTICAS GENERALES	43
3.5.1 Cantidad de parámetros variables	44
CAPÍTULO 4	47
4. ESTIMACIÓN DEL MOMENTO DE INERCIA A PARTIR DE LA ALTURA DEL EJE, EL PESO Y LA POTENCIA DE LA MÁQUINA	47
4.1 INTRODUCCIÓN	47

4.2	APROXIMACIONES MECÁNICAS Y CONSIDERACIONES	48
4.3	INFLUENCIA DE LA ALTURA DEL EJE Y DEL PESO DE LA MÁQUINA EN EL MOMENTO DE INERCIA	49
4.3.1	Efecto del número de polos sobre el momento de inercia.	50
4.3.2	Efecto de la velocidad de sincronismo sobre el momento de inercia	53
4.4	RESULTADOS	56
4.5	CONCLUSIONES	58

CAPÍTULO 5 **59**

5.	ALGORITMOS DISEÑADOS PARA LA ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS ELÉCTRICOS CONSTANTES A PARTIR DE DATOS EXPERIMENTALES Y DE CATÁLOGO	59
5.1	INTRODUCCIÓN	59
5.2	ALGORITMO PARA LA ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS CONSTANTES A PARTIR DE PUNTOS EXPERIMENTALES	59
5.2.1	Puntos experimentales	60
5.2.2	Modelo de jaula sencilla	61
5.2.3	Modelo de doble jaula	69
5.3	ALGORITMO PARA LA ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS CONSTANTES A PARTIR DE DATOS DEL FABRICANTE	74
5.3.1	Datos proporcionados por el fabricante	75
5.3.2	Modelo de jaula sencilla	75
5.3.3	Modelo de doble jaula	81
5.4	CONCLUSIONES	85

CAPÍTULO 6 **87**

6.	ALGORITMOS DISEÑADOS PARA LA ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS ELÉCTRICOS CONSTANTES A PARTIR DE TRAYECTORIAS DE COMPORTAMIENTO	87
6.1	INTRODUCCIÓN	87
6.2	IDENTIFICACIÓN DE PROBLEMAS EN LOS ALGORITMOS DE ESTIMACIÓN QUE PARTEN DE PUNTOS DEL FABRICANTE	89
6.3	SOLUCIONES PROPUESTAS	91
6.4	ERROR COMPUESTO	91
6.5	<i>TORQUE-SPEED-TRACKING</i> : TRAYECTORIAS LINEALES ENTRE LOS PUNTOS FACILITADOS POR EL FABRICANTE (TST_L).	94
6.5.1	Algoritmo implementado	95
6.5.2	Aplicación del TST_L al modelo de jaula sencilla	96
6.5.3	Aplicación del TST_L al modelo de doble jaula	99
6.6	<i>TORQUE-SPEED TRACKING</i> : TRAYECTORIA HIPERBÓLICA ENTRE LOS PUNTOS DE ARRANQUE Y PAR MÁXIMO, TST_H	103
6.6.1	Algoritmo implementado	104
6.6.2	Aplicación del TST_H al modelo de jaula sencilla	108
6.6.3	Aplicación del TST_H al modelo de doble jaula	111
6.7	IMPLEMENTACIÓN DE LA TÉCNICA <i>TORQUE-SPEED-TRACKING</i>	116
6.8	ERROR ENTRE MEDIDAS EXPERIMENTALES Y LA TÉCNICA <i>TORQUE-SPEED-TRACKING</i>	120
6.9	CONCLUSIONES	121

CAPÍTULO 7 **125**

7.	ALGORITMOS DISEÑADOS PARA LA ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS ELÉCTRICOS VARIABLES CON EL MODELO DE JAULA SENCILLA	125
7.1	INTRODUCCIÓN	125
7.2	ALGORITMO PARA LA ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS POLINÓMICOS	127

7.2.1	Modelo utilizado	128
7.2.2	Datos de entrada	128
7.2.3	Función de estimación de parámetros constantes	128
7.2.4	Función de aproximación polinómica	131
7.3	IMPLEMENTACIÓN DE LA TÉCNICA DE PARÁMETROS POLINÓMICOS	132
7.3.1	Criterio de simulación ajustada	132
7.3.2	Criterio de cantidad mínima de puntos experimentales suficientes para obtener una <i>simulación ajustada</i> de comportamiento (CMPE)	133
7.3.3	Parámetros obtenidos	136
7.4	ANÁLISIS DE LA EVOLUCIÓN DE LOS PARÁMETROS RESPECTO A LA VELOCIDAD	144
7.5	CONCLUSIONES	148

CAPÍTULO 8 **151**

8.	COMPONENTES SIMÉTRICAS Y HUECOS DE TENSIÓN	151
8.1	COMPONENTES SIMÉTRICAS	151
8.1.1	Elemento trifásico activo de tres terminales	154
8.1.1.1	Matriz circulante	154
8.1.1.2	Elemento trifásico activo de tres terminales con impedancia de neutro	157
8.1.1.3	Transformación de Fortescue con sistemas simétricos equilibrados	158
8.1.2	Elemento trifásico pasivo de seis terminales	159
8.1.2.1	Análisis por equivalente Thévenin	160
8.1.2.2	Análisis por equivalente Norton	161
8.1.2.3	Líneas de transporte	163
8.1.3	Interconexión de dos elementos trifásicos	165
8.1.3.1	Líneas de transporte	166
8.2	HUECOS DE TENSIÓN	167
8.3	MODELO DEL HUECO DE TENSIÓN	168
8.4	CLASIFICACIÓN DE LOS HUECOS DE TENSIÓN	170
8.4.1	Huecos simétricos con cargas conectadas en estrella	170
8.4.1.1	Falta trifásica aislada de tierra	170
8.4.1.2	Falta trifásica conectada a tierra	172
8.4.1.3	Salto de ángulo de fase	174
8.4.2	Huecos asimétricos con cargas conectadas en estrella	175
8.4.2.1	Falta monofásica conectada a tierra	175
8.4.2.2	Falta fase-fase aislada de tierra	178
8.4.2.3	Falta fase-fase con conexión a tierra	181
8.4.3	Huecos asimétricos con cargas conectadas en triángulo	184
8.4.3.1	Cargas conectadas en triángulo	185
8.4.3.2	Huecos tipos B	186
8.4.3.3	Huecos tipos C	186
8.4.3.4	Huecos tipos E	188
8.4.4	Transferencia de los huecos de tensión a otros niveles de tensión por medio de un transformador	188
8.4.4.1	Tipos de transformadores	189
8.4.4.2	Transferencia de huecos tipo B	193
8.4.4.3	Transferencia de huecos tipo C	194
8.4.4.4	Transferencia de huecos tipo E	195
8.4.5	Transferencia de huecos a otros niveles de tensión por medio de dos transformadores	196
8.4.5.1	Transferencia de huecos tipo D	196
8.4.5.2	Transferencia de huecos tipo F	197
8.4.5.3	Transferencia de huecos tipo G	197

8.4.5.4	Ejemplo de transferencia de huecos	199
8.4.6	Resumen	200
8.5	CARACTERIZACIÓN DE LOS HUECOS	201

CAPÍTULO 9 **205**

9.	EFFECTO DE LOS HUECOS DE TENSIÓN EN LOS MOTORES DE INDUCCIÓN	205
9.1	INTRODUCCIÓN	205
9.2	INFLUENCIA DEL PUNTO DE ONDA INICIAL DEL HUECO	208
9.2.1	Picos de intensidad	208
9.2.2	Picos de par	211
9.2.3	Pérdida de velocidad	214
9.2.4	Resumen	214
9.3	INFLUENCIA DE LA DURACIÓN DEL HUECO	216
9.3.1	Picos de intensidad	217
9.3.2	Picos de par	227
9.4	INFLUENCIA DE LA PROFUNDIDAD DEL HUECO UTILIZANDO RANGOS EXTENSIVOS	237
9.4.1	Picos de intensidad	241
9.4.2	Picos de par	244
9.4.3	Pérdida de velocidad	247
9.4.4	Comparación de tipologías	250
9.4.5	Clasificación de los huecos por grupos de severidad	256
9.4.6	Diferencias entre las superficies calculadas con los modelos de doble jaula y jaula sencilla	256
9.5	CLASIFICACIÓN DE LOS HUECOS UTILIZANDO LA COMPONENTE DIRECTA DE TENSIÓN	264
9.6	CONCLUSIONES	271

CAPÍTULO 10 **273**

10.	CONCLUSIONES, APORTACIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN	273
10.1	CONCLUSIONES Y APORTACIONES DE LA TESIS	273
10.2	FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN	275
11.	REFERENCIAS	277

Capítulo 1

1. Introducción

Los accionamientos eléctricos más utilizados actualmente son aquellos compuestos por máquinas de inducción [1, 2], en particular las de rotor en jaula de ardilla. Las aplicaciones de las máquinas de inducción pueden ir desde sistemas de acondicionamiento de aire, bombas centrífugas de impulsión o compresores, hasta generación y suministro de energía eléctrica en parques eólicos y aplicaciones en vehículos híbridos o eléctricos, entre otros.

Dicha versatilidad requiere cada vez modelos más estrictos que representen bien el comportamiento de la máquina tanto en la zona de funcionamiento estable como inestable. Para dicho modelamiento existe una cantidad limitada de modelos, sin embargo, existe una gran variedad de técnicas de estimación de parámetros de dichos modelos; esto es debido a que no existe una técnica única que permita determinar los parámetros que ajusten adecuadamente el comportamiento simulado a todos los puntos de funcionamiento de la máquina de inducción.

En esta tesis se diseña y aplica una técnica que permite estimar el valor de los parámetros constantes para los modelos de doble jaula y de jaula sencilla de la máquina de inducción trifásica, partiendo únicamente de los puntos de funcionamiento proporcionados por el fabricante. También se diseña una técnica de estimación de parámetros polinomiales para el modelo de jaula sencilla, que parte de puntos experimentales de funcionamiento.

Una de las aplicaciones del modelado de la máquina de inducción es el análisis de los efectos de los huecos de tensión cuando la máquina es sometida a ellos.

En esta tesis se comparan los efectos producidos por los huecos de tensión sobre una máquina de inducción trifásica, particularmente sobre los picos de: intensidad, par y deslizamiento, cuando se utilizan los modelos de jaula sencilla y doble jaula.

1.1 Justificación y Antecedentes

La estimación de un apropiado conjunto de parámetros para los modelos de la máquina de inducción ha sido un tema de alto interés para los investigadores de máquinas rotativas.

Dicho conjunto es esencial para realizar el análisis del comportamiento del motor de inducción trifásico en las diferentes situaciones de funcionamiento en las que puede trabajar. Un ejemplo de ello es el análisis del efecto de los huecos de tensión cuando la máquina de inducción trabaja como motor en condiciones nominales.

Sin embargo, en muchos casos, el valor de los parámetros suele asumirse constante y conocido, en otros, este valor se calcula por medio de técnicas que no pueden garantizar el correcto modelado del comportamiento debido a la falta de medidas experimentales, o simplemente estos parámetros son asumidos de otra fuente (como parámetros de máquinas similares o programas diseñados para tal fin) y tomados como válidos.

El problema radica en que no existe una técnica de estimación de parámetros ni un modelo únicos que representen perfectamente el comportamiento de la máquina.

Tanto el modelo como la técnica utilizada para estimar sus parámetros, en muchas ocasiones son función de la aplicación requerida (cantidad de datos experimentales, zona de funcionamiento de la máquina, etc.). Para aplicaciones determinadas existen técnicas que modelan el comportamiento de la máquina de inducción de manera adecuada; sin embargo, dichas técnicas son diseñadas para dicha aplicación.

En esta Tesis se diseñan técnicas que se ajustan al comportamiento esperado de la máquina y que pueden utilizarse tanto en los casos donde se cuenta con medidas experimentales de la máquina como en aquellos donde solamente se cuenta con los datos proporcionados por el fabricante. Dichas técnicas se implementan con los modelos de jaula sencilla y doble jaula, con el fin de obtener las diferencias de su utilización y poder realizar la selección del modelo adecuadamente.

Por otro lado, muchas aplicaciones se han realizado con el modelo de jaula sencilla y otras con el modelo de doble jaula. El análisis de las diferencias de implementar uno u otro modelo es una tarea que puede mejorar o complementar los análisis existentes. Una de estas aplicaciones se refiere al estudio de los efectos de los huecos de tensión sobre las variables: intensidad, par y pérdida de velocidad en una máquina de inducción trifásica. En esta Tesis se eligió esta aplicación para implementar los parámetros estimados con las técnicas diseñadas y analizar las diferencias de los dos modelos, tanto en las curvas de sensibilidad como en la clasificación de la severidad de los huecos de tensión sobre las variables: intensidad, par y pérdida de velocidad, en una máquina de inducción trifásica.

1.2 Objetivos

Los objetivos principales de esta tesis son:

- Diseñar una técnica de estimación de parámetros para los modelos de jaula sencilla y doble jaula de la máquina de inducción trifásica que permita obtener una representación del comportamiento par-velocidad con unas condiciones mínimas de ajuste en los puntos de funcionamiento suministrados.
- Analizar los efectos de los huecos de tensión sobre una máquina de inducción trifásicas, utilizando los parámetros estimados con la técnica diseñada.

1.3 Estructura de la Tesis

Para llevar a cabo los objetivos planteados en esta tesis, se realizó un procedimiento sistemático que se describe de forma breve en cada capítulo:

En el Capítulo 2 se estudian los modelos de jaula sencilla y doble jaula de la máquina de inducción, en régimen dinámico y régimen permanente. Aquí se identifica el conjunto de ecuaciones eléctricas y mecánicas, necesarias para la estimación de los parámetros de dichos modelos.

En el Capítulo 3 se estudian los conceptos de diferentes metodologías para la estimación de los parámetros que parten tanto de medidas experimentales como de los datos proporcionados por el fabricante para estimar los parámetros mecánicos y eléctricos de los modelos de la máquina de inducción.

En el Capítulo 4 se propone un método para la estimación del momento de inercia de la máquina de inducción a partir de la altura del eje y el peso de la máquina. Dicho método se obtiene mediante el estudio de 952 máquinas de inducción con momento de inercia conocido. El momento de inercia es necesario para analizar una máquina de inducción en régimen transitorio; en esta tesis en particular se analizaron los picos de: intensidad, par y deslizamiento producidos en una máquina de inducción sometida a diferentes huecos de tensión.

En el Capítulo 5 se estudian algunas técnicas referenciadas, diseñadas para la estimación de los parámetros eléctricos de los modelos de jaula sencilla y doble jaula de la máquina de inducción, y sus resultados se evalúan con los datos experimentales de una máquina de inducción, obteniendo los puntos de mayor error presentados por dichas técnicas. Además, se propone un método para determinar los valores iniciales de los parámetros, los cuales tienen un comportamiento resultante muy ajustado en la zona de funcionamiento estable. Posteriormente se diseña una técnica de estimación de parámetros constantes que puede utilizarse tanto con los datos experimentales como con los 4 datos proporcionados por el fabricante, la cual presenta igual o mejor resultado que las técnicas referenciadas, por lo cual se toma como la técnica de referencia TR.

En el Capítulo 6 se analiza el comportamiento de 54 máquinas de inducción obtenidos con las técnicas de estimación de parámetros referenciadas, que parten únicamente de los datos proporcionados por el fabricante, con el objetivo de identificar los errores más comunes presentados por dichas técnicas. Posteriormente se diseña la técnica *Torque-Speed Tracking* que estima los parámetros constantes de los modelos de jaula sencilla y doble jaula, partiendo de los puntos de funcionamiento facilitados por el fabricante y generando trayectorias de comportamiento teórico entre ellos. Dicha técnica disminuye sustancialmente los errores producidos por las técnicas referenciadas y presenta resultados similares a los casos cuando se tiene un número considerable de medidas experimentales.

En el Capítulo 7 se diseña una técnica de estimación de parámetros polinomiales, que varían en función de la velocidad de la máquina. En este capítulo se propone también el criterio de mínima cantidad de puntos experimentales suficientes para una simulación ajustada. Esta técnica es implementada en el modelo de jaula sencilla y se compara con el modelo de doble jaula de parámetros constantes, obteniendo resultados satisfactorios. Adicionalmente, con la técnica de parámetros polinomiales se pudo realizar el análisis de la evolución de los parámetros en función de la velocidad de la máquina.

En el Capítulo 8 se estudian las componentes simétricas y las tipologías de los huecos de tensión en sistemas trifásicos propuestas en [3], caracterizadas por el tipo de faltas que los originan, el tipo de conexión de cargas y su transmisión a otros niveles de tensión por medio de transformadores.

Esta caracterización es utilizada para el análisis de la severidad de los huecos de tensión del Capítulo 9.

En el Capítulo 9 se aplican los parámetros estimados con la técnica *Torque–Speed Tracking* para los modelos de doble jaula y jaula sencilla, con el objetivo de analizar la severidad de todas las tipologías de los huecos de tensión sobre los picos de: intensidad, par y deslizamiento en una máquina de inducción. Se obtienen las curvas de sensibilidad de las superficies tridimensionales para dichas variables, y se clasifican en función de la severidad de cada variable. Dicha clasificación se realiza de dos formas, con la componente temporal y con la componente directa de la tensión. Adicionalmente, se comparan todos los resultados con los obtenidos cuando se utiliza el modelo de jaula sencilla, obteniendo conclusiones relevantes.

Finalmente, en el Capítulo 10 se resumen las aportaciones y los posibles trabajos futuros generados por esta tesis.

Capítulo 2

2. Modelos Matemáticos de la Máquina de Inducción Trifásica

En este capítulo se analizan los modelos matemáticos de jaula sencilla y doble jaula elegidos para representar el comportamiento de la máquina y para la estimación de los parámetros que los componen.

2.1 Introducción

Los modelos de la máquina de inducción trifásica pueden representarse por medio de circuitos eléctricos cuyos elementos determinan los parámetros de los modelos. En estos circuitos se diferencian las tres partes principales de la máquina (estátor, rotor y el circuito magnético que atraviesa el entrehierro). Las potencias activas vienen representadas por las potencias que disipan las resistencias, y los flujos: útil del campo magnético y de dispersión, vienen representados por los flujos generados por las inductancias.

La Fig. 2.1 muestra un esquema de la máquina de inducción trifásica, con rotor en jaula de ardilla o bobinado en cortocircuito. Para referenciar las partes de la máquina de inducción dentro del circuito eléctrico que la representa, se utilizarán las notaciones: s para estátor, r para rotor y a , b y c como el orden de las fases de la tensión de alimentación de la máquina, respectivamente.

Las ecuaciones utilizadas para los cálculos matemáticos están referidas a uno de los devanados, en esta máquina los elementos que modelan el rotor se reducen al devanado del estátor. En ambos modelos se desprecian las pérdidas mecánicas de la máquina, por tanto no existe ningún elemento resistivo asociado a ellas.

Las siguientes hipótesis han sido utilizadas para simplificar las ecuaciones de los modelos:

- Estátor y rotor lisos (entrehierro constante). Se desprecian los efectos producidos por el ranurado del estátor y del rotor en el valor de las inductancias propias y mutuas de los bobinados.
- Máquina con topología simétrica (bobinas del estátor iguales entre sí y bobinas del rotor iguales entre si)
- Comportamiento magnético del entrehierro lineal, es decir, no se consideran los efectos de saturación e histéresis.
- Permeabilidad magnética del entrehierro elevada (reluctancia magnética despreciable frente a la del entrehierro)
- El número de fases y el número de pares de polos del rotor siempre coincide con los del estátor. Esta coincidencia no es necesaria, pero simplifica los modelos.
- Distribución sinusoidal del campo magnético en el entrehierro. Las fuerzas magnetomotrices debidas a los bobinados del estátor siguen una distribución sinusoidal espacial a lo largo del entrehierro, despreciándose las armónicas espaciales.

2.2 Modelo de Jaula Sencilla

2.2.1 Modelo dinámico

Tomando las hipótesis mencionadas anteriormente, se asume que las inductancias del estátor: $l_{sa} = l_{sb} = l_{sc} = l_s$ y del rotor: $l_{ra} = l_{rb} = l_{rc} = l_r$, tienen igual valor; también se asumen idénticas las pérdidas por fase, tanto en el circuito del estátor: $r_{sa} = r_{sb} = r_{sc} = r_s$, como en el circuito del rotor: $r_{ra} = r_{rb} = r_{rc} = r_r$.

Utilizando la ley de Faraday, la notación matricial del sistema de la Fig. 2.1 es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} v_{sa} \\ v_{sb} \\ v_{sc} \\ v_{ra} \\ v_{rb} \\ v_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} + (d/dt) \begin{bmatrix} \phi_{sa} \\ \phi_{sb} \\ \phi_{sc} \\ \phi_{ra} \\ \phi_{rb} \\ \phi_{rc} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

O de manera simplificada:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_s \\ \mathbf{v}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \mathbf{i}_r \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\phi}_s \\ \boldsymbol{\phi}_r \end{bmatrix} \Rightarrow [\mathbf{v}] = [\mathbf{R}][\mathbf{i}] + \frac{d}{dt}[\boldsymbol{\phi}] \quad (2.2)$$

Donde la variación del flujo ($d\phi/dt$) respecto al tiempo es la tensión inducida.

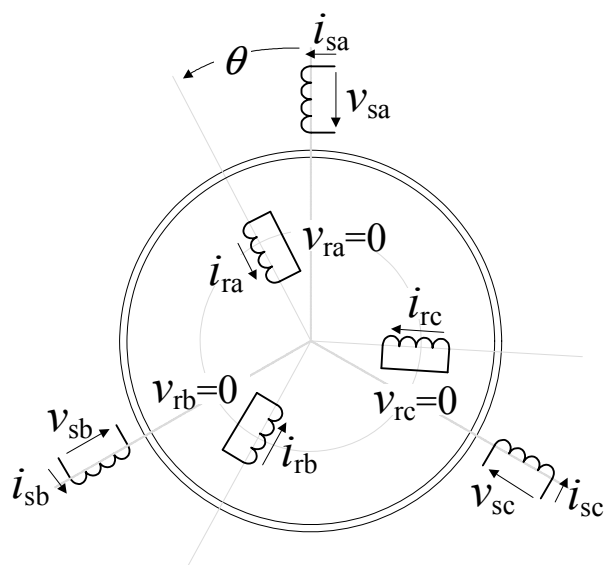


Fig. 2.1 Esquema de una máquina de inducción trifásica con rotor de jaula sencilla o bobinado en cortocircuito.

Los flujos electromagnéticos del estátor y del rotor se encuentran relacionados entre sí por medio de sus intensidades, de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \phi_s \\ \phi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ss} & \mathbf{M}_{sr}(\theta) \\ \mathbf{M}_{rs}(\theta) & \mathbf{M}_{rr} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \mathbf{i}_r \end{bmatrix} \Rightarrow [\phi] = [\mathbf{M}(\theta)] \cdot [\mathbf{i}] \quad (2.3)$$

De acuerdo a esta notación, se puede ver el sistema (2.2) como:

$$[\mathbf{v}] = [\mathbf{R}][\mathbf{i}] + \frac{d}{dt}([\mathbf{M}(\theta)] \cdot [\mathbf{i}]) \quad (2.4)$$

Donde $[\mathbf{M}(\theta)]$ es la matriz de acoplamientos formada por:

- $[\mathbf{M}_{ss}]$: matriz de acoplamientos entre las bobinas del estátor (matriz constante).

$$[\mathbf{M}_{ss}] = \begin{bmatrix} l_s & m_s \cdot \cos(2\pi/3) & m_s \cdot \cos(-2\pi/3) \\ m_s \cdot \cos(-2\pi/3) & l_s & m_s \cdot \cos(2\pi/3) \\ m_s \cdot \cos(2\pi/3) & m_s \cdot \cos(-2\pi/3) & l_s \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

- $[\mathbf{M}_{rr}]$: matriz de acoplamientos entre las bobinas del rotor (matriz constante).

$$[\mathbf{M}_{rr}] = \begin{bmatrix} l_r & m_r \cdot \cos(2\pi/3) & m_r \cdot \cos(-2\pi/3) \\ m_r \cdot \cos(-2\pi/3) & l_r & m_r \cdot \cos(2\pi/3) \\ m_r \cdot \cos(2\pi/3) & m_r \cdot \cos(-2\pi/3) & l_r \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

- $[\mathbf{M}_{sr}(\theta)]$: matriz de acoplamientos entre las bobinas del estátor y del rotor (matriz dependiente de θ).

$$[\mathbf{M}_{sr}(\theta)] = [\mathbf{M}_{rs}(\theta)]^t = m \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) \\ \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Operando se llega a:

$$[\mathbf{v}] = \left([\mathbf{R}] + \omega \cdot \frac{d}{d\theta} [\mathbf{M}(\theta)] \right) \cdot [\mathbf{i}] + [\mathbf{M}(\theta)] \cdot \frac{d}{dt} [\mathbf{i}] \quad (2.8)$$

Donde:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (2.9)$$

La expresión del par electromagnético se puede calcular a través de la energía:

$$\Gamma(t) = - \left. \frac{\partial W_{\text{mag}}([\Phi], \theta)}{\partial \theta} \right|_{[\Phi]=\text{cte}} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{2} \cdot [\mathbf{i}]^t \cdot [\mathbf{M}(\theta)] \cdot [\mathbf{i}] \right) \quad (2.10)$$

O de la co-energía:

$$\Gamma(t) = \left. \frac{\partial W'_{\text{mag}}([\mathbf{i}], \theta)}{\partial \theta} \right|_{[\mathbf{i}]=\text{cte}} = \frac{1}{2} \cdot [\mathbf{i}]^t \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \theta} [\mathbf{M}(\theta)] \right) \cdot [\mathbf{i}] \quad (2.11)$$

El resultado será el mismo, ya que se trata de un sistema lineal. Como se puede apreciar, las matrices \mathbf{M}_{ss} , \mathbf{M}_{rr} , y $\mathbf{M}_{sr} = \mathbf{M}_{rs}^t$ son constantes. Con lo cual se obtiene:

$$\Gamma(t) = \frac{1}{2} \cdot [\mathbf{i}_s]^t \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \theta} [\mathbf{M}_{sr}(\theta)] \right) \cdot [\mathbf{i}_r] + \frac{1}{2} \cdot [\mathbf{i}_r]^t \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \theta} [\mathbf{M}_{rs}(\theta)] \right) \cdot [\mathbf{i}_s] \quad (2.12)$$

Operando se llega a:

$$\Gamma(t) = [\mathbf{i}_s]^t \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \theta} [\mathbf{M}_{sr}(\theta)] \right) \cdot [\mathbf{i}_r] \quad (2.13)$$

La ecuación mecánica que relaciona el par acelerador y el par resistente Γ_{res} con la aceleración angular de la máquina es:

$$\Gamma(t) - \Gamma_{res} = J \cdot \frac{d\omega}{dt} \quad (2.14)$$

Las 6 ecuaciones eléctricas de (2.8) y las dos ecuaciones mecánicas (2.9) y (2.14), definen el modelo matemático de la máquina de inducción (en estas ecuaciones se asume que la máquina tiene un sólo par de polos):

$$\left. \begin{aligned} [\mathbf{v}] &= \left([\mathbf{R}] + \omega \cdot \frac{d}{d\theta} [\mathbf{M}(\theta)] \right) \cdot [\mathbf{i}] + [\mathbf{M}(\theta)] \cdot \frac{d}{dt} [\mathbf{i}] \\ \omega &= \frac{d\theta}{dt} \\ \Gamma(t) - \Gamma_{res} &= J \cdot \frac{d\omega}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (2.15)$$

2.2.2 Solución de las ecuaciones de la máquina de inducción por métodos de transformación

La solución del sistema de ecuaciones (2.15) tiene un costo en tiempo de cálculo bastante significativo. La complejidad de la solución radica en la dependencia de la matriz de acoplamiento \mathbf{M} con el ángulo de rotación θ .

Suponiendo un comportamiento magnético lineal de la máquina (l_i y m_{ij} constantes) y la velocidad mecánica constante, se obtiene un sistema lineal de ecuaciones diferenciales con coeficientes periódicos. Este problema se resuelve transformando el sistema de ecuaciones (2.15) en otro sistema de ecuaciones diferenciales que tenga coeficientes constantes, permitiendo operar matemáticamente hasta hallar a la solución en las coordenadas del nuevo sistema transformado. Posteriormente se obtiene la respuesta en las coordenadas originales transformando inversamente la solución hallada.

Los dos métodos más utilizados para realizar dicha transformación son los de Park y Ku. La transformada de Park convierte las componentes 'abc' del sistema de tensiones trifásico a otro sistema de referencia 'dq0'. Los valores trifásicos 'abc', que varían en el tiempo de manera sinusoidal son transformados a valores constantes 'dq0', en régimen permanente. El nuevo vector se obtiene multiplicando el vector de coordenadas trifásicas 'abc' por la matriz de transformación $\mathbf{P}(\Psi)$, que en el caso de la transformada de Park, es:

$$\mathbf{P}(\Psi) = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ \cos(\Psi) & \cos(\Psi - 2\pi/3) & \cos(\Psi + 2\pi/3) \\ -\text{sen}(\Psi) & -\text{sen}(\Psi - 2\pi/3) & -\text{sen}(\Psi + 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Y su matriz de transformación inversa:

$$\mathbf{P}^{-1}(\Psi) = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & \cos(\Psi) & -\text{sen}(\Psi) \\ 1/\sqrt{2} & \cos(\Psi - 2\pi/3) & -\text{sen}(\Psi - 2\pi/3) \\ 1/\sqrt{2} & \cos(\Psi + 2\pi/3) & -\text{sen}(\Psi + 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Donde Ψ es el ángulo de referencia rotativa en el eje D-Q y para este caso $\mathbf{P}^{-1}(\Psi) = \mathbf{P}^t(\Psi)$.

La transformación de Ku diagonaliza matrices circulantes, ya que tiene incorporada la transformación de Fortescue o de componentes simétricas.

La matriz de transformación para la transformada de Ku, $[\mathbf{K}]$ es:

$$\mathbf{K}(\Psi) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ e^{-j\Psi} & a \cdot e^{-j\Psi} & a^2 \cdot e^{-j\Psi} \\ e^{j\Psi} & a^2 \cdot e^{j\Psi} & a \cdot e^{j\Psi} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Y su matriz de transformación inversa:

$$\mathbf{K}^{-1}(\Psi) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & e^{j\Psi} & e^{-j\Psi} \\ 1 & a^2 \cdot e^{j\Psi} & a \cdot e^{-j\Psi} \\ 1 & a \cdot e^{j\Psi} & a^2 \cdot e^{-j\Psi} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Donde $a = e^{j2\pi/3}$.

Para este caso: $\mathbf{K}^{-1}(\Psi) = (\mathbf{K}^t(\Psi))^*$.

Para el caso del modelo de jaula sencilla, las ecuaciones eléctricas que se deben transformar se muestran en (2.8). Debido a que este sistema consta de 6 ecuaciones, se hace necesaria una matriz de transformación de la forma:

$$\mathbf{K}(\Psi_s, \Psi_r) = \begin{bmatrix} \mathbf{K}(\Psi_s) & 0 \\ 0 & \mathbf{K}(\Psi_r) \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Siendo Ψ_s y Ψ_r dos ángulos arbitrarios que deben cumplir $\Psi_s = \theta + \Psi_r$, para eliminar la dependencia de \mathbf{M} con la posición angular del rotor, θ . De esta manera la matriz de transformación compuesta se puede escribir como:

$$\mathbf{K}(\Psi, \theta) = \begin{bmatrix} \mathbf{K}(\Psi) & 0 \\ 0 & \mathbf{K}(\Psi - \theta) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Y su matriz de transformación inversa:

$$\mathbf{K}^{-1}(\Psi, \theta) = \begin{bmatrix} \mathbf{K}^{-1}(\Psi) & 0 \\ 0 & \mathbf{K}^{-1}(\Psi - \theta) \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Las tres referencias más utilizadas para el ángulo Ψ son:

- $\Psi = 0$ (referencia fija al estátor)
- $\Psi - \theta = 0 \Rightarrow \Psi = \theta$ (referencia fija al rotor)
- $\Psi = \omega_s \cdot t$ (referencia en sincronismo o fija al campo)

En general: $\Psi = \int \omega_s(t) dt$, donde ω_s es la frecuencia de pulsación de las tensiones del estátor.

2.2.3 Ecuaciones transformadas de Ku

Utilizando la transformada de Ku para resolver el sistema de ecuaciones (2.4), se obtiene:

$$[\mathbf{K}] \cdot [\mathbf{v}] = [\mathbf{K}] \cdot \left([\mathbf{R}] \cdot [\mathbf{i}] + \frac{d}{dt} \left([\mathbf{M}(\theta)] \cdot [\mathbf{i}] \right) \right) \quad (2.23)$$

$$[\mathbf{K}] \cdot [\mathbf{v}] = [\mathbf{K}] \cdot [\mathbf{R}] \cdot [\mathbf{K}^{-1}] \cdot [\mathbf{K}] \cdot [\mathbf{i}] + [\mathbf{K}] \cdot \frac{d}{dt} \left([\mathbf{M}(\theta)] \cdot [\mathbf{K}^{-1}] \cdot [\mathbf{K}] \cdot [\mathbf{i}] \right) \quad (2.24)$$

Donde,
$$[\mathbf{K}] \cdot [\mathbf{R}] \cdot [\mathbf{K}^{-1}] = [\mathbf{R}] \quad (2.25)$$

$$[\mathbf{v}_k] = [\mathbf{R}] \cdot [\mathbf{i}_k] + [\mathbf{K}] \cdot \frac{d}{dt} \left([\mathbf{M}(\theta)] \cdot [\mathbf{K}^{-1}] \right) \cdot [\mathbf{i}_k] + [\mathbf{K}] \cdot [\mathbf{M}(\theta)] \cdot [\mathbf{K}^{-1}] \cdot \frac{d}{dt} \cdot [\mathbf{i}_k] \quad (2.26)$$

$$\mathbf{v}_k = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}_k + \mathbf{K} \cdot \frac{d}{dt} (\mathbf{M} \cdot \mathbf{K}^{-1}) \cdot \mathbf{i}_k + \mathbf{K} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{K}^{-1} \cdot \frac{d}{dt} (\mathbf{i}_k) \quad (2.27)$$

La expresión (2.27) es válida si el sistema es lineal (no hay saturación). La expresión (2.25; **Error! No se encuentra el origen de la referencia.**) se obtiene asumiendo iguales las 3 resistencias del estátor ($r_{sa} = r_{sb} = r_{sc} = r_s$) y las 3 resistencias del rotor ($r_{ra} = r_{rb} = r_{rc} = r_r$).

Las matrices \mathbf{v}_k , \mathbf{i}_k son las matrices transformadas de \mathbf{v} de \mathbf{i} , respectivamente.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{sk} \\ \mathbf{v}_{rk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}(\Psi) & 0 \\ 0 & \mathbf{K}(\Psi - \theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}_s \\ \mathbf{v}_r \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{v}_k = \mathbf{K}(\Psi, \theta) \cdot \mathbf{v} \quad (2.28)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}_{sk} \\ \mathbf{i}_{rk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}(\Psi) & 0 \\ 0 & \mathbf{K}(\Psi - \theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \mathbf{i}_r \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{i}_k = \mathbf{K}(\Psi, \theta) \cdot \mathbf{i}$$

La matriz de acoplamientos transformada se puede definir como.

$$\mathbf{M}_k = \mathbf{K} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{K}^{-1} \quad (2.29)$$

De esta manera, se elimina la dependencia de \mathbf{M} con θ , dando como resultado:

$$\mathbf{M}_k = \begin{bmatrix} l_s - m_s & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l_s + \frac{m_s}{2} & 0 & | & 0 & 3 \cdot \frac{m}{2} & 0 \\ 0 & 0 & l_s + \frac{m_s}{2} & | & 0 & 0 & 3 \cdot \frac{m}{2} \\ \hline 0 & 0 & 0 & | & l_r - m_r & 0 & 0 \\ 0 & 3 \cdot \frac{m}{2} & 0 & | & 0 & l_r + \frac{m_r}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 3 \cdot \frac{m}{2} & | & 0 & 0 & l_r + \frac{m_r}{2} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Realizando los cambios de notación:

$$\begin{aligned} L_{s0} &= l_s - m_s; & L_s &= l_s + \frac{m_s}{2} \\ L_{r0} &= l_r - m_r; & L_r &= l_r + \frac{m_r}{2} \\ M &= \frac{3 \cdot m}{2} \end{aligned} \quad (2.31)$$

se obtiene:

$$\mathbf{M}_k = \left[\begin{array}{ccc|ccc} L_{s0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 & 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & L_s & 0 & 0 & M \\ \hline 0 & 0 & 0 & L_{r0} & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 & 0 & L_r & 0 \\ 0 & 0 & M & 0 & 0 & L_r \end{array} \right] \quad (2.32)$$

Incluyendo convenientemente la matriz $(\mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{K})$, el sistema matricial (2.27) se convierte en:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_k &= \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}_k + \mathbf{K} \cdot \frac{d}{dt} (\mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{K}^{-1}) \cdot \mathbf{i}_k + \mathbf{K} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{K}^{-1} \cdot \frac{d}{dt} (\mathbf{i}_k) \\ &= \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}_k + \mathbf{K} \cdot \frac{d}{dt} (\mathbf{K}^{-1}) \cdot \mathbf{M}_k \cdot \mathbf{i}_k + \mathbf{M}_k \cdot \frac{d}{dt} (\mathbf{i}_k) \\ &= \left(\mathbf{R} + \mathbf{K} \cdot \frac{d}{dt} (\mathbf{K}^{-1}) \cdot \mathbf{M}_k \right) \cdot \mathbf{i}_k + \mathbf{M}_k \cdot \frac{d}{dt} (\mathbf{i}_k) \end{aligned} \quad (2.33)$$

Operando (2.33) se obtiene:

$$\mathbf{v}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{sk} \\ \mathbf{v}_{rk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{ss} & Z_{sr} \\ Z_{rs} & Z_{rr} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{sk} \\ \mathbf{i}_{rk} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{s0} \\ \mathbf{v}_{sf} \\ \mathbf{v}_{sb} \\ \mathbf{v}_{r0} \\ \mathbf{v}_{rf} \\ \mathbf{v}_{rb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{ss} & Z_{sr} \\ Z_{rs} & Z_{rr} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{s0} \\ \mathbf{i}_{sf} \\ \mathbf{i}_{sb} \\ \mathbf{i}_{r0} \\ \mathbf{i}_{rf} \\ \mathbf{i}_{rb} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{ss} &= \begin{bmatrix} r_s + L_{s0} \cdot \delta & 0 & 0 \\ 0 & r_s + L_s (\delta + j \cdot \omega_\Psi) & 0 \\ 0 & 0 & r_s + L_s (\delta - j \cdot \omega_\Psi) \end{bmatrix} \\ \mathbf{Z}_{sr} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & M (\delta + j \cdot \omega_\Psi) & 0 \\ 0 & 0 & M (\delta - j \cdot \omega_\Psi) \end{bmatrix} \\ \mathbf{Z}_{rs} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & M (\delta + j \cdot s \cdot \omega_\Psi) & 0 \\ 0 & 0 & M (\delta - j \cdot s \cdot \omega_\Psi) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\mathbf{Z}_{rr} = \begin{bmatrix} r_r + L_{r0} \cdot \delta & 0 & 0 \\ 0 & r_r + L_r (\delta + j \cdot s \cdot \omega_\Psi) & 0 \\ 0 & 0 & r_r + L_r (\delta - j \cdot s \cdot \omega_\Psi) \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Siendo:

$$\omega_\Psi = \frac{d\Psi}{dt}, \quad s = \frac{\omega_\Psi - \omega_m}{\omega_\Psi}, \quad \omega_m = \frac{d\theta}{dt} \text{ y representando la derivada por el operador } \delta$$

Las nuevas variables transformadas en (2.34), se llaman:

- *Homopolar* (Subíndice 0)
- *Forward* (Subíndice f)
- *Backward* (Subíndice b)

En las máquinas de inducción con rotor en jaula de ardilla las bobinas del rotor se encuentran cortocircuitadas, por tanto la intensidad homopolar del rotor en régimen transitorio y en régimen permanente será cero, ya que la tensión homopolar de excitación es cero (para condiciones iniciales cero: $i_{s0}(0) = 0$, o bien, $i_{ra}(0) + i_{rb}(0) + i_{rc}(0) = 0$).

Las tensiones *forward* y *backward* (tanto de estátor como de rotor) son complejas y conjugadas entre ellas.

$$x_f = x_b^* \quad (2.36)$$

Esto implica que en (2.34) sólo son necesarias las ecuaciones *forward* del rotor y el estátor o las ecuaciones *backward* correspondientes para la resolución del sistema.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{sf} \\ \mathbf{v}_{sb} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} e^{-j\Psi} & a \cdot e^{-j\Psi} & a^2 \cdot e^{-j\Psi} \\ e^{j\Psi} & a^2 \cdot e^{j\Psi} & a \cdot e^{j\Psi} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{sa} \\ \mathbf{v}_{sb} \\ \mathbf{v}_{sc} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

El par electromagnético, expresado en variables transformadas de Ku, es:

$$\begin{aligned}
 \Gamma(t) &= [\mathbf{i}_s]^t \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} [\mathbf{M}_{sr}(\theta)] \cdot [\mathbf{i}_r] \\
 &= [\mathbf{i}_{sk}]^t \cdot [\mathbf{K}^{-1}(\Psi)]^t \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} [\mathbf{M}_{sr}(\theta)] \cdot [\mathbf{K}^{-1}(\Psi - \theta)] \cdot [\mathbf{i}_{rk}] \\
 &= [\mathbf{i}_{sk}]^t \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -M \cdot j \\ 0 & M \cdot j & 0 \end{bmatrix} \cdot [\mathbf{i}_{rk}] \\
 &= j \cdot M \cdot (i_{sb} \cdot i_{rf} - i_{sf} \cdot i_{rb}) \\
 &= 2 \cdot M \cdot \text{Im}(i_{sf} \cdot i_{rf}^*)
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

Donde los ángulos de i_{sf} y i_{rf} es diferente. En resumen, para estudiar el comportamiento dinámico de la máquina de inducción trifásica, es necesario estudiar:

- la ecuación homopolar del estátor, que está desacoplada del resto de ecuaciones,
- la ecuación *forward* del estátor y del rotor (o las *backward* respectivas), que están acopladas entre ellas,
- las ecuaciones mecánicas.

$$\left. \begin{aligned}
 v_{s0} &= r_s \cdot i_{s0} + L_{s0} \cdot \frac{di_{s0}}{dt} \\
 \begin{bmatrix} v_{sf} \\ v_{rf} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} r_s & 0 \\ 0 & r_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sf} \\ i_{rf} \end{bmatrix} + j \cdot \omega_\Psi \cdot \begin{bmatrix} L_s & M \\ s \cdot M & s \cdot L_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sf} \\ i_{rf} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_s & M \\ M & L_r \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sf} \\ i_{rf} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \right\} \text{Elec.} \tag{2.39}$$

$$\left. \begin{aligned}
 \Gamma - \Gamma_{res} &= J \cdot \frac{d\omega}{dt} \\
 \omega &= \frac{d\theta}{dt}
 \end{aligned} \right\} \text{Mec.}$$

Cuando la máquina analizada se conecta en estrella con neutro es necesario tener en cuenta la ecuación homopolar del estátor. En los casos en que la conexión es en triángulo, o en estrella con neutro aislado, la ecuación homopolar del estátor no es necesaria.

Para representar las ecuaciones forward de (2.39) por medio de un circuito eléctrico, se deben tener en cuenta tres características:

- Las componentes *forward* de los flujos son:

$$\begin{bmatrix} \phi_{sf} \\ \phi_{rf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & M \\ M & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sf} \\ i_{rf} \end{bmatrix} \tag{2.40}$$

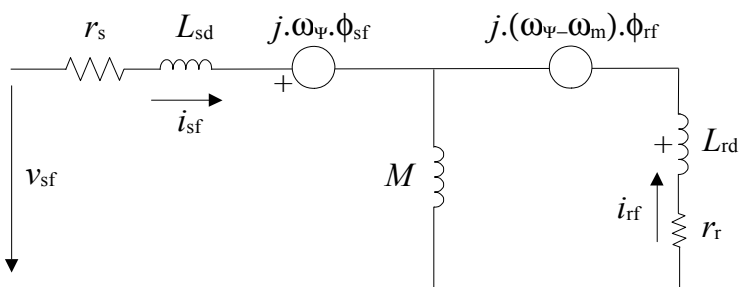


Fig. 2.2 Representación de las ecuaciones de régimen transitorio de la máquina de inducción trifásica.

- Debido a que las bobinas del rotor se encuentran cortocircuitadas, la tensión transformada del rotor se hace cero, $v_{rf} = 0$.
- Las inductancias de dispersión de estátor L_{sd} y rotor L_{rd} , se definen como:

$$\begin{aligned} L_{sd} &= L_s - M \\ L_{rd} &= L_r - M \end{aligned} \quad (2.41)$$

De esta manera, las ecuaciones forward del sistema (2.39) pueden representarse mediante el circuito eléctrico de la Fig. 2.2.

2.2.4 Modelo de régimen permanente

Una vez se igualan el par motor y el par resistente, el régimen transitorio se extingue y las variables eléctricas y mecánicas pasan a régimen permanente. Las ecuaciones que definen el comportamiento de la máquina en esta situación suponen una velocidad de régimen permanente constante.

Se utilizará la transformada de Ku para deducir las ecuaciones de régimen permanente de la máquina de inducción trifásica, suponiendo una alimentación mediante un sistema trifásico de tensiones simétrico y equilibrado:

$$\begin{aligned} v_{sa} &= \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \cos(\omega_s \cdot t + \varphi_s) \\ v_{sb} &= \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \cos(\omega_s \cdot t + \varphi_s - 2\pi/3) \\ v_{sc} &= \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \cos(\omega_s \cdot t + \varphi_s + 2\pi/3) \end{aligned} \quad (2.42)$$

Tomando tanto la velocidad mecánica ω_m como la pulsación ω_ψ constantes, se obtiene un sistema lineal de ecuaciones diferenciales.

La tensión *forward* del estátor, v_{sf} , será entonces:

$$[v_{sf}] = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} e^{-j\Psi} & a \cdot e^{-j\Psi} & a^2 \cdot e^{-j\Psi} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{sa} \\ v_{sb} \\ v_{sc} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Operando matemáticamente se obtiene:

$$v_{sf} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot V_s \cdot e^{j(\omega_s \cdot t + \varphi_s - \Psi)} \quad (2.44)$$

En la referencia en sincronismo ($\Psi = \omega_s \cdot t$, $\frac{d\Psi}{dt} = \omega_\Psi = \omega_s$), esta tensión es constante.

$$v_{sf} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot V_s \cdot e^{j \cdot \varphi_s} \quad (2.45)$$

Las excitaciones del sistema transformado de tensiones Ku son constantes o nulas:

- $v_{s0} = 0$ (alimentación es simétrica)
- $v_{sf}, v_{sb} = \text{constantes}$
- $v_{r0}, v_{rf}, v_{rb} = 0$ (tensiones del rotor = 0)

Como la máquina se encuentra en régimen permanente, la forma de las variables del sistema lineal de ecuaciones diferenciales es igual a la forma de las excitaciones, es decir, serán constantes o nulas:

$$\begin{aligned} i_{sf} &= \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot I_s \cdot e^{j \cdot \varphi_{is}}; & i_{sb} &= i_{sf}^* \\ i_{rf} &= \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot I_r \cdot e^{j \cdot \varphi_{ir}}; & i_{rb} &= i_{rf}^* \\ i_{s0} &= i_{r0} = 0 \end{aligned} \quad (2.46)$$

Teniendo en cuenta que las variables *forward* de (2.46) son constantes (y por tanto sus derivadas son nulas), y que la referencia es en sincronismo ($\omega_\Psi = \omega_s$), las ecuaciones *forward* de (2.34) y (2.39) quedan:

$$\begin{aligned} v_{sf} &= (r_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s) \cdot i_{sf} + (j \cdot \omega_s \cdot M) \cdot i_{rf} \\ 0 &= (j \cdot s \cdot \omega_s \cdot M) \cdot i_{sf} + (r_r + j \cdot s \cdot \omega_s \cdot L_r) \cdot i_{rf} \end{aligned} \quad (2.47)$$

Donde el deslizamiento s es:

$$s = \frac{\omega_s - \omega_m}{\omega_s} \quad (2.48)$$

Dividiendo la ecuación del rotor por el deslizamiento s , se obtienen las dos ecuaciones eléctricas forward de la máquina de inducción:

$$\begin{aligned} v_{sf} &= (r_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s) \cdot i_{sf} + (j \cdot \omega_s \cdot M) \cdot i_{rf} \\ 0 &= (j \cdot \omega_s \cdot M) \cdot i_{sf} + (r_r / s + j \omega_s \cdot L_r) \cdot i_{rf} \end{aligned} \quad (2.49)$$

Operando (2.49) como (2.50)

$$\begin{aligned} v_{sf} + (j \cdot \omega_s \cdot M) \cdot i_{sf} &= (r_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s) \cdot i_{sf} + (j \cdot \omega_s \cdot M) \cdot i_{rf} + (j \cdot \omega_s \cdot M) \cdot i_{sf} \\ 0 + (j \cdot \omega_s \cdot M) \cdot i_{rf} &= (j \cdot \omega_s \cdot M) \cdot i_{sf} + (r_r / s + j \omega_s \cdot L_r) \cdot i_{rf} + (j \cdot \omega_s \cdot M) \cdot i_{rf} \end{aligned} \quad (2.50)$$

Se obtiene:

$$\begin{aligned} v_{sf} &= r_s \cdot i_{sf} + j \cdot \omega_s \cdot (L_s - M) \cdot i_{sf} + j \cdot \omega_s \cdot M \cdot (i_{sf} + i_{rf}) \\ 0 &= j \cdot \omega_s \cdot M \cdot (i_{sf} + i_{rf}) + (r_r / s) \cdot i_{rf} + j \cdot \omega_s \cdot (L_r - M) \cdot i_{rf} \end{aligned} \quad (2.51)$$

El sistema de ecuaciones (2.51) representan la suma de voltajes del conocido esquema de la Fig. 2.3, donde sus fasores están relacionados con las variables de Ku mediante:

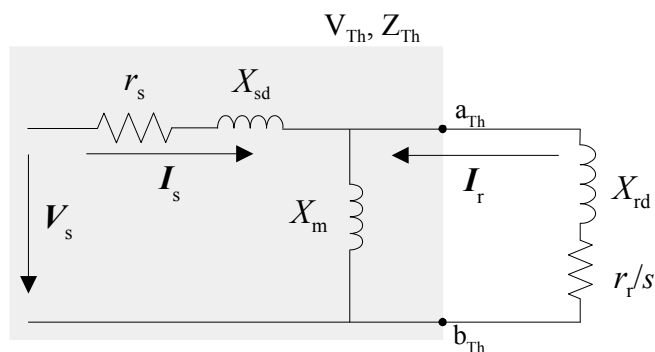


Fig. 2.3 Circuito eléctrico equivalente, por fase, del modelo en régimen permanente de una máquina de inducción trifásica, para el modelo de jaula sencilla.

$$\begin{aligned}\underline{V}_s &= V_s \cdot e^{j \cdot \varphi_s} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot v_{sf} \\ \underline{I}_s &= \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot i_{sf} \\ \underline{I}_r &= \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot i_{rf}\end{aligned}\tag{2.52}$$

y las reactancias de dispersión y magnetizante:

$$\begin{aligned}X_{sd} &= \omega_s \cdot L_{sd} = \omega_s \cdot (L_s - M) \\ X_{rd} &= \omega_s \cdot L_{rd} = \omega_s \cdot (L_r - M) \\ X_m &= \omega_s \cdot M\end{aligned}\tag{2.53}$$

La Fig. 2.3 muestra la representación eléctrica del modelo en régimen permanente, por fase y sin pérdidas en el entrehierro, de la máquina de inducción trifásica con rotor de jaula sencilla.

Par electromagnético en régimen permanente

Partiendo de la expresión para el par en régimen dinámico (2.38) y sustituyendo (2.52), se obtiene:

$$\Gamma(t) = 2 \cdot M \cdot \text{Im}(i_{sf} \cdot i_{rf}^*) = 3 \cdot M \cdot \text{Im}(\underline{I}_s \cdot \underline{I}_r^*)\tag{2.54}$$

Sustituyendo en (2.54) la segunda ecuación del sistema (2.49) se obtiene la expresión del par en función del término r_r/s .

$$\Gamma(t) = 3 \cdot M \cdot \text{Im}\left(\left(-\frac{r_r + j \cdot s \cdot \omega_\psi \cdot L_r}{j \cdot s \cdot \omega_\psi \cdot M} \cdot \underline{I}_r\right) \cdot \underline{I}_r^*\right) = 3 \cdot \frac{r_r \cdot I_r^2}{s \cdot \omega_\psi}\tag{2.55}$$

2.2.5 Ecuaciones para máquinas de inducción con p pares de polos

La velocidad del campo magnético giratorio de la máquina de inducción trifásica es directamente proporcional a la frecuencia de la red de alimentación e inversamente proporcional al número de pares de polos de la máquina p:

$$n_s = \frac{60 \cdot f}{p}\tag{2.56}$$

Debido a esto, a cada vuelta mecánica le corresponden p vueltas eléctricas y en consecuencia, la matriz de acoplamientos no depende del ángulo mecánico sino del ángulo eléctrico que es p veces mayor.

$$\mathbf{M}(\theta_e) = \mathbf{M}(p \cdot \theta) \quad (2.57)$$

De esta manera la ecuación (2.8) se puede expresar como:

$$[\mathbf{v}] = [\mathbf{R}] \cdot [\mathbf{i}] + \frac{d}{dt}([\mathbf{M}(\theta_e)] \cdot [\mathbf{i}]) \quad (2.58)$$

Sin embargo, las expresiones del par electromecánico (2.10) y (2.11) se ven afectados al depender de la derivada de la co-energía (o la energía) con respecto al ángulo mecánico:

$$\Gamma(t) = \left. \frac{\partial W'_{mag}([\mathbf{i}], \theta_e)}{\partial \theta} \right|_{[\mathbf{i}]=cte} = \left. \frac{\partial W'_{mag}([\mathbf{i}], \theta_e)}{\partial (\theta_e / p)} \right|_{[\mathbf{i}]=cte} \quad (2.59)$$

Dando como resultado:

$$\begin{aligned} \Gamma(t) &= [\mathbf{i}_s]^t \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \theta} [\mathbf{M}_{sr}(\theta_e)] \right) \cdot [\mathbf{i}_r] = [\mathbf{i}_s]^t \cdot \left(\frac{\partial}{\partial (\theta_e / p)} [\mathbf{M}_{sr}(\theta_e)] \right) \cdot [\mathbf{i}_r] \\ &= p \cdot [\mathbf{i}_s]^t \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \theta_e} [\mathbf{M}_{sr}(\theta_e)] \right) \cdot [\mathbf{i}_r] \end{aligned} \quad (2.60)$$

De esta manera se demuestra que una máquina de inducción con p pares de polos puede tratarse matemáticamente como una máquina de un sólo par de polos, multiplicando la expresión del par, el ángulo θ y la velocidad ω por el valor p , tal como lo muestra la Tabla 2.1.

Tabla 2.1 Relación entre el número de pares de polos y las ecuaciones de la máquina de inducción.

Número de pares de polos	
1	p
θ	$p \cdot \theta$
ω	$p \cdot \omega$
$\Gamma(t)$	$p \cdot \Gamma(t)$

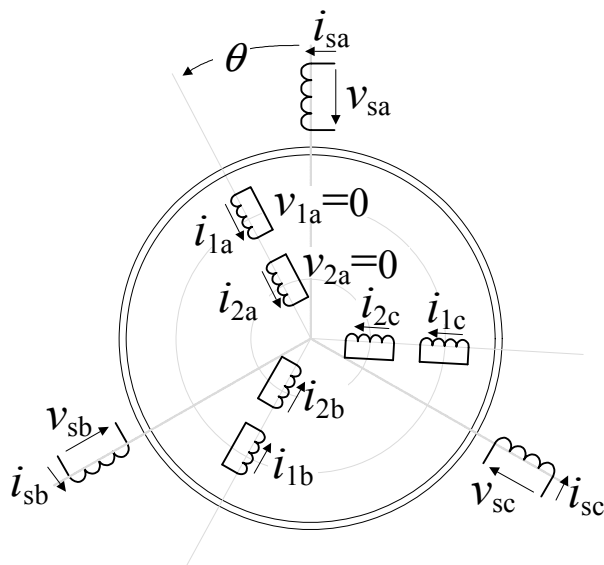


Fig. 2.4 Esquema de una máquina de inducción trifásica con rotor de doble jaula o bobinado en cortocircuito

2.3 Modelo de Doble Jaula

La Fig. 2.4 muestra un esquema de la máquina de inducción trifásica, con rotor de doble jaula de ardilla o bobinado en cortocircuito.

En este caso, los subíndices: s, 1 y 2 se utilizan para diferenciar los componentes del estátor, jaula externa del rotor y jaula interna del rotor, respectivamente.

2.3.1 Modelo dinámico

La notación matricial del sistema de la Fig. 2.4 es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} v_{sa} \\ v_{sb} \\ v_{sc} \\ v_{1a} \\ v_{1b} \\ v_{1c} \\ v_{2a} \\ v_{2b} \\ v_{2c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & r_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ i_{1a} \\ i_{1b} \\ i_{1c} \\ i_{2a} \\ i_{2b} \\ i_{2c} \end{bmatrix} + (d/dt) \begin{bmatrix} \phi_{sa} \\ \phi_{sb} \\ \phi_{sc} \\ \phi_{1a} \\ \phi_{1b} \\ \phi_{1c} \\ \phi_{2a} \\ \phi_{2b} \\ \phi_{2c} \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

O de manera simplificada:

$$\begin{bmatrix} \underline{v}_s \\ \underline{v}_1 \\ \underline{v}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_1 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{R}_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{i}_s \\ \underline{i}_1 \\ \underline{i}_2 \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \underline{\phi}_s \\ \underline{\phi}_1 \\ \underline{\phi}_2 \end{bmatrix} \Rightarrow [\mathbf{v}] = [\mathbf{R}][\mathbf{i}] + \frac{d}{dt}[\underline{\phi}] \quad (2.62)$$

Donde el cambio del flujo respecto al tiempo ($d\phi/dt$) es la tensión inducida.

Los flujos electromagnéticos del estátor y del rotor se encuentran relacionados entre sí por medio de sus intensidades, de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \underline{\phi}_s \\ \underline{\phi}_1 \\ \underline{\phi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ss} & \mathbf{M}_{s1}(\theta) & \mathbf{M}_{s2}(\theta) \\ \mathbf{M}_{1s}(\theta) & \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{2s}(\theta) & \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{i}_s \\ \underline{i}_1 \\ \underline{i}_2 \end{bmatrix} \Rightarrow [\underline{\phi}] = [\mathbf{M}(\theta)] \cdot [\mathbf{i}] \quad (2.63)$$

De acuerdo a esta notación, el sistema (2.62) se puede ver como:

$$[\mathbf{v}] = [\mathbf{R}][\mathbf{i}] + \frac{d}{dt}([\mathbf{M}(\theta)] \cdot [\mathbf{i}]) \quad (2.64)$$

Donde $[\mathbf{M}(\theta)]$ es la matriz de acoplamientos, conformada por:

- $[\mathbf{M}_{ss}]$: Matriz de acoplamientos entre las bobinas del estátor (Matriz Constante).

$$[\mathbf{M}_{ss}] = \begin{bmatrix} l_s & m_s \cdot \cos(2\pi/3) & m_s \cdot \cos(-2\pi/3) \\ m_s \cdot \cos(-2\pi/3) & l_s & m_s \cdot \cos(2\pi/3) \\ m_s \cdot \cos(2\pi/3) & m_s \cdot \cos(-2\pi/3) & l_s \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

- $[\mathbf{M}_{11}]$: Matriz de acoplamientos entre las bobinas de la jaula externa del rotor (Matriz Constante).

$$[\mathbf{M}_{11}] = \begin{bmatrix} l_1 & m_1 \cdot \cos(2\pi/3) & m_1 \cdot \cos(-2\pi/3) \\ m_1 \cdot \cos(-2\pi/3) & l_1 & m_1 \cdot \cos(2\pi/3) \\ m_1 \cdot \cos(2\pi/3) & m_1 \cdot \cos(-2\pi/3) & l_1 \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

- $[\mathbf{M}_{22}]$: Matriz de acoplamientos entre las bobinas de la jaula interna del rotor (Matriz Constante).

$$[\mathbf{M}_{22}] = \begin{bmatrix} l_2 & m_2 \cdot \cos(2\pi/3) & m_2 \cdot \cos(-2\pi/3) \\ m_2 \cdot \cos(-2\pi/3) & l_2 & m_2 \cdot \cos(2\pi/3) \\ m_2 \cdot \cos(2\pi/3) & m_2 \cdot \cos(-2\pi/3) & l_2 \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

- $[\mathbf{M}_{s1}(\theta)]$: Matriz de acoplamientos entre las bobinas del estátor y la jaula externa del rotor (Matriz dependiente de θ).

$$[\mathbf{M}_{s1}(\theta)] = [\mathbf{M}_{1s}(\theta)]^t = m_{s1} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) \\ \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

- $[\mathbf{M}_{s2}(\theta)]$: Matriz de acoplamientos entre las bobinas del estátor y la jaula interna del rotor (Matriz dependiente de θ).

$$[\mathbf{M}_{s2}(\theta)] = [\mathbf{M}_{2s}(\theta)]^t = m_{s2} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) \\ \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

- $[\mathbf{M}_{12}(\theta)]$: Matriz de acoplamientos entre las bobinas de las dos jaulas del rotor (Matriz independiente de θ).

$$\begin{aligned} [\mathbf{M}_{12}(\theta)] &= [\mathbf{M}_{21}(\theta)]^t = m_{12} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \cos(2\pi/3) & \cos(-2\pi/3) \\ \cos(-2\pi/3) & 1 & \cos(2\pi/3) \\ \cos(2\pi/3) & \cos(-2\pi/3) & 1 \end{bmatrix} \\ &= m_{12} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -0.5 & -0.5 \\ -0.5 & 1 & -0.5 \\ -0.5 & -0.5 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.70)$$

Operando (2.65) se llega a:

$$[\mathbf{v}] = \left([\mathbf{R}] + \omega \cdot \frac{d}{d\theta} [\mathbf{M}(\theta)] \right) \cdot [\mathbf{i}] + [\mathbf{M}(\theta)] \cdot \frac{d}{dt} [\mathbf{i}] \quad (2.71)$$

Par electromagnético en régimen dinámico

La expresión del par electromagnético se puede calcular a través de la energía o de la co-energía, resultando en un sistema lineal con \mathbf{M}_{ss} , \mathbf{M}_{11} , \mathbf{M}_{22} , \mathbf{M}_{12} , \mathbf{M}_{21} constantes:

$$\begin{aligned} \Gamma(t) = & \frac{1}{2} \cdot [\mathbf{i}_s]^t \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \theta} [\mathbf{M}_{s1}(\theta)] \right) \cdot [\mathbf{i}_1] + \frac{1}{2} \cdot [\mathbf{i}_1]^t \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \theta} [\mathbf{M}_{1s}(\theta)] \right) \cdot [\mathbf{i}_s] \\ & + \frac{1}{2} \cdot [\mathbf{i}_s]^t \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \theta} [\mathbf{M}_{s2}(\theta)] \right) \cdot [\mathbf{i}_2] + \frac{1}{2} \cdot [\mathbf{i}_2]^t \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \theta} [\mathbf{M}_{2s}(\theta)] \right) \cdot [\mathbf{i}_s] \end{aligned} \quad (2.72)$$

Operando con $\mathbf{M}_{s1} = \mathbf{M}_{1s}^t$ y $\mathbf{M}_{s2} = \mathbf{M}_{2s}^t$, se obtiene:

$$\Gamma(t) = [\mathbf{i}_s]^t \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \theta} [\mathbf{M}_{s1}(\theta)] \right) \cdot [\mathbf{i}_1] + [\mathbf{i}_s]^t \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \theta} [\mathbf{M}_{s2}(\theta)] \right) \cdot [\mathbf{i}_2] \quad (2.73)$$

La ecuación mecánica que relaciona el par acelerador con la aceleración angular de la máquina es igual a la expresión (2.14).

Las 9 ecuaciones eléctricas del sistema (2.64) y las dos ecuaciones mecánicas (2.9) y (2.14), definen el modelo matemático de la máquina de inducción:

Estas ecuaciones se realizan asumiendo que la máquina tiene un sólo par de polos.

$$\left. \begin{aligned} [\mathbf{v}] = & \left([\mathbf{R}] + \omega \cdot \frac{d}{d\theta} [\mathbf{M}(\theta)] \right) \cdot [\mathbf{i}] + [\mathbf{M}(\theta)] \cdot \frac{d}{dt} [\mathbf{i}] \quad \left. \vphantom{[\mathbf{v}]} \right\} Elec. \\ \omega = & \frac{d\theta}{dt} \quad \left. \vphantom{[\mathbf{v}]} \right\} Mec. \\ \Gamma(t) - \Gamma_{res} = & J \cdot \frac{d\omega}{dt} \quad \left. \vphantom{[\mathbf{v}]} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2.74)$$

2.3.2 Solución de las ecuaciones de la máquina de inducción por métodos de transformación

La solución del sistema de ecuaciones (2.73) tiene el mismo problema de dependencia de la matriz de acoplamientos \mathbf{M} con el ángulo de rotación θ , que para el caso de jaula sencilla.

Se procede entonces a resolver este sistema de ecuaciones por medio de la transformación de Ku. Para el caso del modelo de doble jaula, el sistema que se deben transformar consta de 9 ecuaciones eléctricas, por lo que se hace necesaria una matriz de transformación de Ku de la forma:

$$K(\Psi_s, \Psi_1, \Psi_2) = \begin{bmatrix} K(\Psi_s) & 0 & 0 \\ 0 & K(\Psi_1) & 0 \\ 0 & 0 & K(\Psi_2) \end{bmatrix} \quad (2.75)$$

Siendo $\Psi_s, \Psi_1 = \Psi_2$ tres ángulos arbitrarios que deben cumplir $\Psi_s = \theta + \Psi_1 = \theta + \Psi_2$, para eliminar la dependencia de \mathbf{M} con la posición angular del rotor, θ . Por simplicidad se hace $\Psi = \Psi_s$, de esta manera la matriz de transformación compuesta se puede escribir como:

$$K(\Psi, \theta) = \begin{bmatrix} K(\Psi) & 0 & 0 \\ 0 & K(\Psi - \theta) & 0 \\ 0 & 0 & K(\Psi - \theta) \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

Y su matriz de transformación inversa:

$$K^{-1}(\Psi, \theta) = \begin{bmatrix} K^{-1}(\Psi) & 0 & 0 \\ 0 & K^{-1}(\Psi - \theta) & 0 \\ 0 & 0 & K^{-1}(\Psi - \theta) \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

2.3.3 Ecuaciones transformadas de Ku

Utilizando la transformada de Ku para resolver las ecuaciones eléctricas del sistema (2.74), se obtiene:

$$\mathbf{v}_k = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}_k + \mathbf{K} \cdot \frac{d}{dt} (\mathbf{M} \cdot \mathbf{K}^{-1}) \cdot \mathbf{i}_k + \mathbf{K} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{K}^{-1} \cdot \frac{d}{dt} (\mathbf{i}_k) \quad (2.78)$$

Asumiendo iguales las 3 resistencias del estátor ($r_{sa} = r_{sb} = r_{sc} = r_s$), las 3 resistencias de la jaula externa del rotor ($r_{1a} = r_{1b} = r_{1c} = r_1$) y las 3 resistencias de la jaula interna del rotor ($r_{2a} = r_{2b} = r_{2c} = r_2$) se obtiene:

$$[\mathbf{K}] \cdot [\mathbf{R}] \cdot [\mathbf{K}^{-1}] = [\mathbf{R}] \quad (2.79)$$

Las matrices \mathbf{v}_k , \mathbf{i}_k son las matrices transformadas de \mathbf{v} de \mathbf{i} , respectivamente.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{sk} \\ \mathbf{v}_{1k} \\ \mathbf{v}_{2k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}(\Psi) & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{K}(\Psi - \theta) & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{K}(\Psi - \theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}_s \\ \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{v}_k = \mathbf{K}(\Psi, \theta) \cdot \mathbf{v} \quad (2.80)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}_{sk} \\ \mathbf{i}_{1k} \\ \mathbf{i}_{2k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}(\Psi) & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{K}(\Psi - \theta) & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{K}(\Psi - \theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \mathbf{i}_1 \\ \mathbf{i}_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{i}_k = \mathbf{K}(\Psi, \theta) \cdot \mathbf{i}$$

De esta manera, se elimina la dependencia de M con θ , y realizando los cambios de notación:

$$\begin{aligned} L_{s0} &= l_s - m_s; & L_s &= l_s + \frac{m_s}{2}; & M_{s1} &= \frac{3 \cdot m_{s1}}{2} \\ L_{10} &= l_1 - m_1; & L_1 &= l_1 + \frac{m_1}{2}; & M_{s2} &= \frac{3 \cdot m_{s2}}{2} \\ L_{20} &= l_2 - m_2; & L_2 &= l_2 + \frac{m_2}{2}; & M_{12} &= \frac{3 \cdot m_{12}}{2} \end{aligned} \quad (2.81)$$

Se obtiene:

$$\mathbf{M}_k = \mathbf{K} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{K}^{-1} = \begin{bmatrix} L_{s0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 & 0 & M_{s1} & 0 & 0 & M_{s2} & 0 \\ 0 & 0 & L_s & 0 & 0 & M_{s1} & 0 & 0 & M_{s2} \\ \hline 0 & 0 & 0 & L_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{s1} & 0 & 0 & L_1 & 0 & 0 & M_{12} & 0 \\ 0 & 0 & M_{s1} & 0 & 0 & L_1 & 0 & 0 & M_{12} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{20} & 0 & 0 \\ 0 & M_{s2} & 0 & 0 & M_{12} & 0 & 0 & L_2 & 0 \\ 0 & 0 & M_{s2} & 0 & 0 & M_{12} & 0 & 0 & L_2 \end{bmatrix} \quad (2.82)$$

Operando (2.78) y representando el operador derivada como δ , se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \underline{v}_{sk} \\ \underline{v}_{1k} \\ \underline{v}_{2k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{ss} & \underline{Z}_{s1} & \underline{Z}_{s2} \\ \underline{Z}_{1s} & \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{2s} & \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{i}_{sk} \\ \underline{i}_{1k} \\ \underline{i}_{2k} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \underline{v}_{s0} \\ \underline{v}_{sf} \\ \underline{v}_{sb} \\ \underline{v}_{10} \\ \underline{v}_{1f} \\ \underline{v}_{1b} \\ \underline{v}_{20} \\ \underline{v}_{2f} \\ \underline{v}_{2b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{ss} & \underline{Z}_{s1} & \underline{Z}_{s2} \\ \underline{Z}_{1s} & \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{2s} & \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{i}_{s0} \\ \underline{i}_{sf} \\ \underline{i}_{sb} \\ \underline{i}_{10} \\ \underline{i}_{1f} \\ \underline{i}_{1b} \\ \underline{i}_{20} \\ \underline{i}_{2f} \\ \underline{i}_{2b} \end{bmatrix} \quad (2.83)$$

Donde:

$$\underline{Z}_{ss} = \begin{bmatrix} r_s + L_{s0} \cdot \delta & 0 & 0 \\ 0 & r_s + L_s (\delta + j \cdot \omega_\psi) & 0 \\ 0 & 0 & r_s + L_s (\delta - j \cdot \omega_\psi) \end{bmatrix}$$

$$\underline{Z}_{s1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{s1} (\delta + j \cdot \omega_\psi) & 0 \\ 0 & 0 & M_{s1} (\delta - j \cdot \omega_\psi) \end{bmatrix}$$

$$\underline{Z}_{s2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{s2} (\delta + j \cdot \omega_\psi) & 0 \\ 0 & 0 & M_{s2} (\delta - j \cdot \omega_\psi) \end{bmatrix}$$

$$\underline{Z}_{1s} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{s1} (\delta + j \cdot s \cdot \omega_\psi) & 0 \\ 0 & 0 & M_{s1} (\delta - j \cdot s \cdot \omega_\psi) \end{bmatrix}$$

$$\underline{Z}_{11} = \begin{bmatrix} r_1 + L_{10} \cdot \delta & 0 & 0 \\ 0 & r_1 + L_1 (\delta + j \cdot s \cdot \omega_\psi) & 0 \\ 0 & 0 & r_1 + L_1 (\delta - j \cdot s \cdot \omega_\psi) \end{bmatrix}$$

$$\underline{Z}_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{12} (\delta + j \cdot s \cdot \omega_\psi) & 0 \\ 0 & 0 & M_{12} (\delta - j \cdot s \cdot \omega_\psi) \end{bmatrix}$$

$$\underline{Z}_{2s} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{s2} (\delta + j \cdot s \cdot \omega_\psi) & 0 \\ 0 & 0 & M_{s2} (\delta - j \cdot s \cdot \omega_\psi) \end{bmatrix}$$

$$\underline{Z}_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{12} (\delta + j \cdot s \cdot \omega_\psi) & 0 \\ 0 & 0 & M_{12} (\delta - j \cdot s \cdot \omega_\psi) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_{22} = \begin{bmatrix} r_2 + L_{20} \cdot \delta & 0 & 0 \\ 0 & r_2 + L_2 (\delta + j \cdot s \cdot \omega_\psi) & 0 \\ 0 & 0 & r_2 + L_2 (\delta - j \cdot s \cdot \omega_\psi) \end{bmatrix} \quad (2.84)$$

El par electromagnético, expresado en variables transformadas de Ku, se obtiene a partir de (2.73):

$$\begin{aligned} \Gamma(t) &= [\mathbf{i}_s]^t \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \theta} [\mathbf{M}_{s1}(\theta)] \right) \cdot [\mathbf{i}_1] + [\mathbf{i}_s]^t \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \theta} [\mathbf{M}_{s2}(\theta)] \right) [\mathbf{i}_2] \\ &= j \cdot M_{s1} \cdot (i_{sb} \cdot i_{1f} - i_{sf} \cdot i_{1b}) + j \cdot M_{s2} \cdot (i_{sb} \cdot i_{2f} - i_{sf} \cdot i_{2b}) \\ &= 2 \cdot \left(M_{s1} \cdot \text{Im}(i_{sf} \cdot i_{1f}^*) + M_{s2} \cdot \text{Im}(i_{sf} \cdot i_{2f}^*) \right) \end{aligned} \quad (2.85)$$

Para representar las ecuaciones forward de (2.78) por medio de un circuito eléctrico, se deben tener en cuenta tres características:

- Suponiendo $M = M_{s1} = M_{s2}$, las componentes *forward* de los flujos son:

$$\begin{bmatrix} \phi_{sf} \\ \phi_{1f} \\ \phi_{2f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & M & M \\ M & L_1 & M_{12} \\ M & M_{12} & L_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sf} \\ i_{1f} \\ i_{2f} \end{bmatrix} \quad (2.86)$$

- Tensión transformada de las bobinas del rotor iguales a cero, $v_{1f}, v_{2f} = 0$, debido a que se encuentran cortocircuitadas.
- Las inductancias de dispersión de estátor, L_{sd} , y rotor, L_{1d}, L_{2d} , se definen como:

$$\begin{aligned} L_{sd} &= L_s - M \\ L_{1d} &= L_1 - M \\ L_{2d} &= L_2 - M \end{aligned} \quad (2.87)$$

El circuito eléctrico que puede representar el sistema (2.78) se muestra en la Fig. 2.5.

2.3.4 Modelo de régimen permanente

Tomando el sistema de tensiones de (2.42) para alimentar la máquina de inducción y la velocidad mecánica ω_m y la pulsación ω_ψ constantes, se obtiene un sistema lineal de ecuaciones diferenciales.

Las tensiones transformadas *forward* serán entonces:

$$\begin{bmatrix} v_{sf} \\ v_{1f} \\ v_{2f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 \\ 0 & r_1 & 0 \\ 0 & 0 & r_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sf} \\ i_{1f} \\ i_{2f} \end{bmatrix} + j \cdot \omega_\psi \cdot \begin{bmatrix} L_s & M & M \\ s \cdot M & s \cdot L_1 & s \cdot M_{12} \\ s \cdot M & s \cdot M_{12} & s \cdot L_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sf} \\ i_{1f} \\ i_{2f} \end{bmatrix} \quad (2.88)$$

Donde v_{1f} y v_{2f} son nulas por debido a que los bobinados del rotor se encuentran cortocircuitados.

Debido que la máquina se encuentra en régimen permanente, la forma de las variables del sistema lineal de ecuaciones diferenciales es igual a la forma de las excitaciones, es decir, serán constantes o nulas:

$$\begin{aligned} i_{sf} &= \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot I_s \cdot e^{j \cdot \phi_{is}}; & i_{sb} &= i_{sf}^* \\ i_{1f} &= \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot I_1 \cdot e^{j \cdot \phi_{i1}}; & i_{1b} &= i_{1f}^* \\ i_{2f} &= \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot I_2 \cdot e^{j \cdot \phi_{i2}}; & i_{2b} &= i_{2f}^* \\ i_{s0} &= i_{10} = i_{20} = 0 \end{aligned} \quad (2.89)$$

Teniendo en cuenta que las variables *forward* son constantes (y por tanto sus derivadas son nulas), y que la referencia es en sincronismo ($\omega_\psi = \omega_s$), las ecuaciones *forward* de (2.88) quedan:

$$\begin{aligned} v_{sf} &= (r_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s) \cdot i_{sf} + (j \cdot \omega_s \cdot M) \cdot i_{1f} + (j \cdot \omega_s \cdot M) \cdot i_{2f} \\ 0 &= (j \cdot s \cdot \omega_s \cdot M) \cdot i_{sf} + (r_1 + j \cdot s \cdot \omega_s \cdot L_1) \cdot i_{1f} + (j \cdot s \cdot \omega_s \cdot M_{12}) \cdot i_{2f} \\ 0 &= (j \cdot s \cdot \omega_s \cdot M) \cdot i_{sf} + (j \cdot s \cdot \omega_s \cdot M_{12}) \cdot i_{1f} + (r_2 + j \cdot s \cdot \omega_s \cdot L_2) \cdot i_{2f} \end{aligned} \quad (2.90)$$

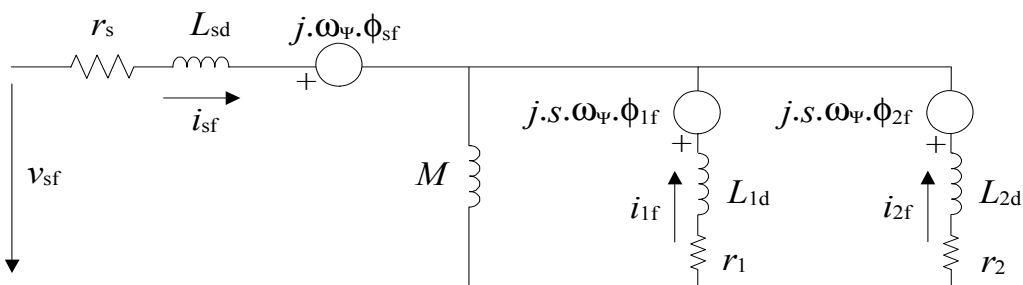


Fig. 2.5 Representación eléctrica de las ecuaciones de régimen transitorio de la máquina de inducción trifásica con rotor de doble jaula de ardilla.

Dividiendo la ecuación del rotor por el deslizamiento s y operando (2.90) como (2.91)

$$\begin{aligned}
 v_{sf} + (j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{1f}) = & \\
 (r_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s) \cdot i_{sf} + (j \cdot \omega_s \cdot M) \cdot i_{1f} + (j \cdot \omega_s \cdot M) \cdot i_{2f} + (j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{sf}) & \\
 0 + (j \cdot \omega_s \cdot M \cdot (i_{1f} + i_{2f})) + (j \cdot \omega_s \cdot M_{12} \cdot i_{1f}) = & \\
 (j \cdot \omega_s \cdot M) \cdot i_{sf} + (r_1 / s + j \cdot \omega_s \cdot L_1) \cdot i_{1f} + (j \cdot \omega_s \cdot M) \cdot i_{2f} + (j \cdot \omega_s \cdot M \cdot (i_{1f} + i_{2f})) & \\
 + (j \cdot \omega_s \cdot M_{12} \cdot i_{1f}) & \quad (2.91)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 0 + (j \cdot \omega_s \cdot M \cdot (i_{1f} + i_{2f})) + (j \cdot \omega_s \cdot M_{12} \cdot i_{2f}) = & \\
 (j \cdot \omega_s \cdot M) \cdot i_{sf} + (j \cdot \omega_s \cdot M) \cdot i_{1f} + (r_2 / s + j \cdot \omega_s \cdot L_2) \cdot i_{2f} + (j \cdot \omega_s \cdot M \cdot (i_{1f} + i_{2f})) & \\
 + (j \cdot \omega_s \cdot M_{12} \cdot i_{2f}) &
 \end{aligned}$$

Se obtienen las tres ecuaciones eléctricas forward de la máquina de inducción:

$$\left. \begin{aligned}
 v_{sf} = (r_s + j \cdot \omega_s (L_s - M)) \cdot i_{sf} + j \cdot \omega_s \cdot M \cdot (i_{sf} + i_{1f} + i_{2f}) & \\
 0 = j \cdot \omega_s \cdot M \cdot (i_{sf} + i_{1f} + i_{2f}) + ((r_1 / s) + j \cdot \omega_s \cdot (L_1 - M_{12})) \cdot i_{1f} & \\
 + j \cdot \omega_s \cdot (M_{12} - M) \cdot (i_{1f} + i_{2f}) & \\
 0 = j \cdot \omega_s \cdot M \cdot (i_{sf} + i_{1f} + i_{2f}) & \\
 + j \cdot \omega_s \cdot (M_{12} - M) \cdot (i_{1f} + i_{2f}) + ((r_2 / s) + j \cdot \omega_s \cdot (L_2 - M_{12})) \cdot i_{2f} &
 \end{aligned} \right\} \quad (2.92)$$

La Fig. 2.6 muestra la representación eléctrica del modelo en régimen permanente, por fase y sin pérdidas en el entrehierro, de la máquina de inducción trifásica con rotor de doble jaula, dado en el conjunto (2.92), donde sus fasores están relacionados con las variables de K_u mediante:

$$\begin{aligned}
 \underline{V}_s = V_s \cdot e^{j \cdot \phi_s} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot v_{sf} ; \quad \underline{L}_s = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot i_{sf} & \\
 \underline{L}_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot i_{1f} ; \quad \underline{L}_2 = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot i_{2f} & \quad (2.93)
 \end{aligned}$$

y las reactancias de dispersión y magnetizante:

$$\begin{aligned}
 X_{sd} &= \omega_s \cdot L_{sd} = \omega_s \cdot (L_s - M) \\
 X_{1d} &= \omega_s \cdot L_{1d} = \omega_s \cdot (L_1 - M_{12}) \\
 X_{2d} &= \omega_s \cdot L_{2d} = \omega_s \cdot (L_2 - M_{12}) \\
 X_m &= \omega_s \cdot M
 \end{aligned}
 \tag{2.94}$$

Par electromagnético en régimen permanente

Partiendo de la expresión para el par en régimen dinámico (2.85) y sustituyendo (2.94) se obtiene:

$$\begin{aligned}
 \Gamma(t) &= 2 \cdot M_{s1} \cdot \text{Im}(i_{sf} \cdot i_{1f}^*) + 2 \cdot M_{s2} \cdot \text{Im}(i_{sf} \cdot i_{2f}^*) \\
 &= 3 \cdot M_{s1} \cdot \text{Im}(\underline{I}_s \cdot \underline{I}_1^*) + 3 \cdot M_{s2} \cdot \text{Im}(\underline{I}_s \cdot \underline{I}_2^*)
 \end{aligned}
 \tag{2.95}$$

2.3.5 Ecuaciones para máquinas de inducción con p pares de polos

En el modelo de doble jaula se puede aplicar el mismo razonamiento hecho para el modelo de jaula sencilla. La variación del ángulo θ , la velocidad ω y el par electromagnético $\Gamma(t)$, respecto al número de polos de la máquina de inducción se puede consultar en la Tabla 2.1.

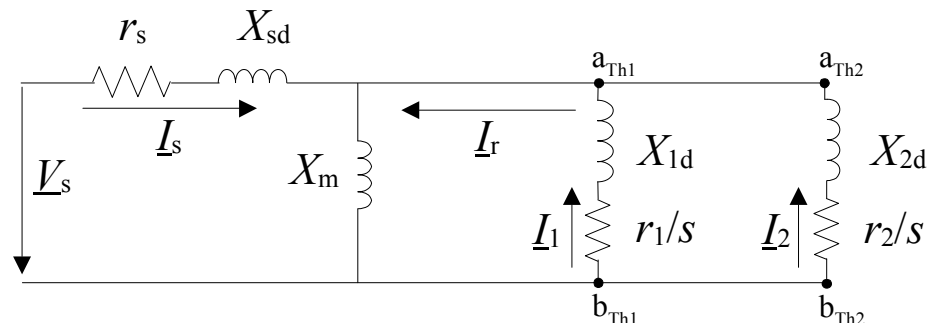


Fig. 2.6 Circuito eléctrico equivalente, por fase, del modelo en régimen permanente de una máquina de inducción trifásica, para el modelo de doble jaula de ardilla.

UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI

ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS Y EFECTOS DE LOS HUECOS DE TENSIÓN EN LA MÁQUINA DE INDUCCIÓN TRIFÁSICA

Adolfo Andrés Jaramillo Matta

ISBN: 978-84-694-0291-7/DL:T-192-2011

Capítulo 3

3. Estimación de Parámetros para la Máquina de Inducción Trifásica

3.1 Introducción

En los sistemas de ecuaciones (2.39) y (2.74), definidos para el modelo de jaula sencilla y doble jaula, respectivamente, aparece el parámetro mecánico: momento de inercia J . Dicho parámetro es necesario para el análisis de la máquina de inducción en régimen dinámico, ya que relaciona la aceleración de la máquina con la diferencia entre el par motor y el par resistente, como se muestra en (2.39) y (2.74). Cuando este parámetro no es proporcionado por el fabricante, se recurre a su estimación por diferentes métodos.

Los parámetros eléctricos se relacionan con las resistencias e inductancias de los circuitos en las Fig. 2.3 (modelo de jaula sencilla) y Fig. 2.6 (modelo de doble jaula). Estos parámetros pueden asociarse a aspectos físicos de la máquina como puede ser el balance de potencias y los flujos que circulan por el circuito magnético.

El valor de estos parámetros varía en función del punto de operación de la máquina, temperatura de funcionamiento, envejecimiento, frecuencia, saturación, entre otras, todas difícilmente cuantificables [4, 5]. Sin embargo, en muchas aplicaciones se suele modelar el comportamiento del motor de inducción asumiendo la naturaleza de dichos parámetros como constante.

Los fabricantes de las máquinas de inducción no proporcionan el modelo de comportamiento, y por tanto tampoco el valor de los parámetros; excepto en algunas ocasiones donde se facilita el valor de la resistencia de estátor en reposo o el momento de inercia de la máquina. Los datos proporcionados por los fabricantes provienen de ensayos realizados bajo estrictas medidas de calidad, por lo que se asumen altamente confiables; estos datos corresponden a los puntos de arranque, par máximo, condiciones nominales y sincronismo.

Hasta el momento no existe una formulación única para determinar el valor de los parámetros eléctricos. Los circuitos eléctricos de las Fig. 2.3 y Fig. 2.6, junto a las especificaciones dadas por el fabricante y las medidas experimentales de las máquinas, no proporcionan la cantidad de ecuaciones suficiente para determinar con ellas un valor único para cada parámetro eléctrico. Como consecuencia de esto, los valores de los parámetros eléctricos no son calculados sino estimados. Para dicha estimación se deben realizar hipótesis determinadas, con el objetivo de adaptar el número de ecuaciones al número de parámetros.

Esto se muestra en [6], donde se analiza la impedancia de entrada del circuito equivalente en régimen permanente y se plantea la imposibilidad de estimar todos los parámetros si se tienen solamente medidas de tensión, intensidad, velocidad y par, debido a que se pueden conocer las relaciones entre los parámetros, no el valor puntual de cada uno de ellos.

Los modelos matemáticos seleccionados en esta tesis para representar el comportamiento de la máquina de inducción son: el modelo de jaula sencilla y el modelo de doble jaula, los cuales fueron analizados en el Capítulo 2.

La principal diferencia entre estos modelos es la cantidad de parámetros eléctricos que los componen. El modelo de jaula sencilla sin pérdidas en el entrehierro, representado en la Fig. 2.3, tiene 5 parámetros, lo que simplifica su complejidad respecto al modelo de doble jaula sin pérdidas en el hierro representado en la Fig. 2.6, compuesto por 7 parámetros. Estos últimos presentan menor error en el comportamiento modelado en la zona de funcionamiento inestable, motivo por el cual algunos autores prefieren su utilización, como en [7].

En este capítulo se analizan el tipo (eléctrico o mecánico) y la naturaleza (constante o variable) de los parámetros de los modelos utilizados, la estructura de algunas técnicas de estimación de parámetros y los diferentes datos de partida (datos experimentales o datos proporcionados por el fabricante) de los algoritmos que las implementan.

3.2 Parámetros de la Máquina de Inducción Trifásica

3.2.1 Parámetro mecánico: momento de inercia

El momento de inercia, J , es un parámetro determinante en el comportamiento en régimen transitorio de la máquina de inducción [8].

Cuando la máquina es sometida a procesos como arranque, frenado, inversión de giro o faltas en la red de distribución, se generan transitorios cuyo análisis requiere el conocimiento del momento de inercia del accionamiento completo, es decir, momento de inercia de la máquina, del acoplamiento y de la carga ($J = J_{\text{Motor}} + J_{\text{Acop}} + J_{\text{Carga}}$), como lo muestra la Fig. 3.1.

Por lo general, el momento de inercia no es proporcionado por el fabricante, particularmente en máquinas de baja potencia, sin embargo, este valor puede ser determinado por diferentes métodos. Un primer método es por medio de cálculo analítico, para lo cual es necesario conocer la densidad y distribución espacial de cada uno de los elementos que componen el rotor, información que no facilita el fabricante.

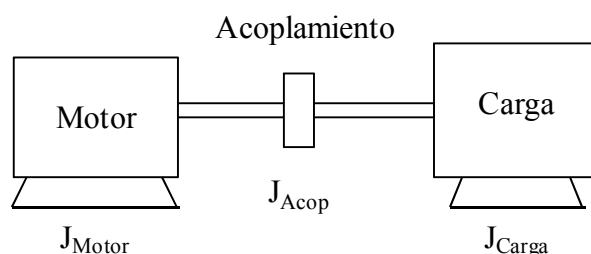


Fig. 3.1 Diagrama del accionamiento de una máquina de inducción con carga y acoplamiento.

Un segundo método consiste en realizar el cálculo a partir de un ensayo experimental o “prueba de parada por inercia”, consistente en llevar el accionamiento a condiciones de régimen permanente, e interrumpir la alimentación, midiendo el tiempo que tarda el eje en detenerse [9]. Este método presenta la ventaja de que el momento de inercia calculado corresponde a todo el accionamiento, es decir, el conjunto de la máquina de inducción y la carga mecánica.

Otro método para la estimación del momento de inercia de la máquina es el propuesto en esta tesis mediante interpolación de valores. La implementación de este método se realiza en el Capítulo 4, donde se toman los datos constructivos y el valor del momento de inercia de 952 máquinas de inducción, y se establecen dependencias entre el momento de inercia y algunas características propias de cada máquina, en este caso, la altura del eje y el peso de la máquina.

3.2.2 Parámetros eléctricos: constantes o variables

Como se mencionó anteriormente, los parámetros eléctricos se pueden diferenciar de acuerdo a su naturaleza: constantes o variables. Ambos tipos de parámetros pueden ser utilizados tanto en el modelo de jaula sencilla como en el modelo de doble jaula.

La complejidad que implican los parámetros variables ha decantado la mayoría de aplicaciones hacia la utilización de los parámetros constantes, sin embargo, las técnicas de control moderno, que buscan mejorar la respuesta dinámica de la máquina, requieren sistemas de modelado más preciso tanto con parámetros constantes en aplicaciones off-line [10-12], como con parámetros variables para aplicaciones de funcionamiento on-line [4, 13].

El modelo de jaula sencilla con parámetros constantes tiene una mayor simplicidad de cálculo, y por este motivo ha sido seleccionado por mucho tiempo para el diseño de sistemas de control y análisis matemático de la máquina de inducción, tanto en régimen dinámico como en régimen permanente, [12, 14-19]. No obstante, trabajos como [20-22] han estudiado los errores de par que presenta este modelo, reportando que es poco indicado para representar el comportamiento de la máquina con rotor de jaula de ardilla, particularmente en la zona de funcionamiento inestable.

Una gran cantidad de trabajos de investigación se han esforzado en diseñar metodologías para estimar el mejor conjunto de valores para los parámetros de los modelos, que permitan un comportamiento simulado más ajustado al comportamiento real de la máquina.

En la mayoría de los casos, los algoritmos que implementan estas metodologías se alimentan con una serie de mediciones experimentales, estos datos de partida sirven como base y punto de referencia, para estimar y evaluar el comportamiento resultante. Es por esto que cuanto mayor sea el número de datos de partida, mejor será el ajuste del comportamiento obtenido al comportamiento real de la máquina.

3.3 Datos de Partida para la Estimación de los Parámetros Eléctricos

Los datos de partida pueden ser:

- Experimentales [4, 14, 23, 24], cuya cantidad depende del equipo de medida disponible.
- Proporcionados por el fabricante [7, 15, 20, 22, 25], cuya cantidad se limita a los puntos de funcionamiento en arranque, par máximo, condiciones nominales y sincronismo. Aunque en algunas ocasiones también se puede proporcionar el punto de *Pull-up* (par mínimo en un motor de AC cuando acelera desde estado de reposo hasta el punto de par máximo al aplicar tensión nominal).

3.3.1 Datos experimentales

Estos datos requieren de un banco de pruebas adecuado con dispositivos que permitan llevar a la máquina a puntos de operación diferentes al nominal, esto se logra modificando el valor de la carga, es decir, forzándola con un sistema de carga controlada. Esta carga es por lo general una máquina síncrona, o un generador de intensidad continua, de por lo menos 2.5 veces el valor de la potencia de la máquina analizada ya que se requieren tomar puntos de funcionamiento en todo el rango de velocidad. Adicionalmente se requiere de la instrumentación necesaria para tomar las medidas de las señales trifásicas de potencia, intensidad y tensión y las medidas de par y velocidad del eje de la máquina.

Para que estas medidas tengan un peso importante en la estimación de los parámetros se deben distribuir entre las zonas estable e inestable (deslizamiento, s , mayor que el valor de deslizamiento de par máximo s_M) de funcionamiento. Una vez la máquina es llevada al punto de funcionamiento deseado, en ambas zonas, las medidas deben ser tomadas justo cuando la máquina se estabiliza.

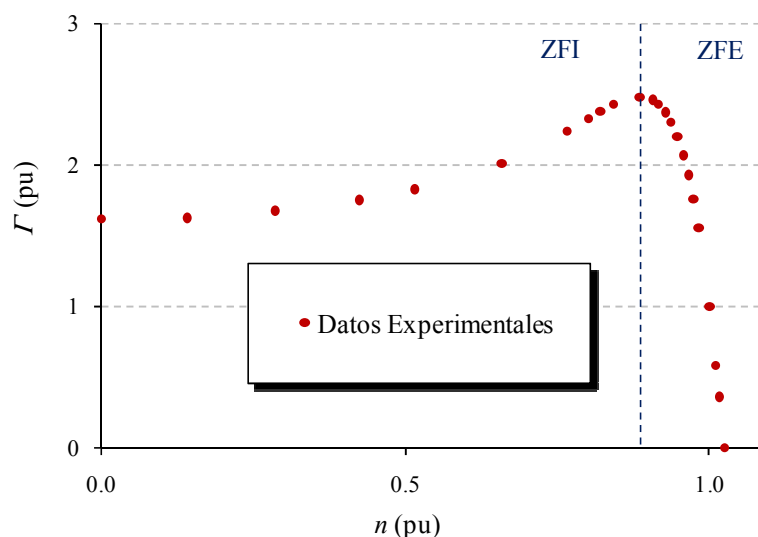


Fig. 3.2 Datos experimentales para una máquina de 75 kW, normalizados respecto a sus valores nominales

Tanto las condiciones forzadas de funcionamiento como el tiempo de estabilización en cada punto de medición conllevan al sobrecalentamiento instantáneo del devanado del estátor que puede deteriorar o causar daños a la máquina, por lo cual se requiere una preparación previa de la máquina antes de cada medida siguiendo las consideraciones de temperatura establecidas en el estándar 112–1996 de la IEEE [26] respecto a funcionamientos extremos.

A manera de ejemplo, en la Fig. 3.2 se muestran 24 medidas experimentales de puntos operación distribuidos entre las zonas de funcionamiento estable (ZFE) e inestable (ZFI), cuando la máquina se encuentra en régimen permanente. Este tipo de mediciones son utilizados para la estimación de parámetros off-line.

Una de las aplicaciones de la identificación de parámetros on–line se presenta cuando la máquina de inducción se encuentra embebida en sistemas cerrados con etapas de adecuación de potencia, como es el caso de los generadores de inducción [27] (por lo general cuando los convertidores y las máquinas son de diferentes fabricantes).

Otra posible metodología que involucra la medición experimental de puntos de funcionamiento corresponde a la estimación de parámetros a partir de los datos obtenidos en un ensayo en régimen transitorio, por ejemplo, un arranque directo con la máquina acoplada a una carga con par de arrastre igual al par nominal. Este es un campo que requiere investigación a un nivel más profundo.

3.3.2 Datos proporcionados por el fabricante

Los fabricantes de las máquinas de inducción, proporcionan diferentes datos de cada máquina a través de su catálogo, placa de características y manuales de diseño. Dichos datos pueden diferenciarse principalmente como:

- Datos de construcción: tipo de diseño, altura del eje, peso del rotor, peso de la máquina, tipo de aislamiento y otros aspectos constructivos.
- Datos eléctricos: tensión, intensidad, potencia, factor de potencia, par y velocidad en cuatro puntos de funcionamiento: condiciones de arranque (O), punto de par máximo (M), condiciones nominales (N) y sincronismo (S).

Los puntos O, M, N y S mostrados en la Fig. 3.3 serán llamados en adelante puntos proporcionados por el fabricante, ya que son los puntos de funcionamiento típicos facilitados en la documentación que se entrega con la máquina.

Algunos fabricantes facilitan el punto de par de *Pull-up*, que es donde se produce el par mínimo desarrollado por la máquina durante el período de aceleración, entre el punto de arranque O hasta el punto de velocidad en la cual el par es máximo, M.

Por otro lado, utilizando los datos proporcionados por el fabricante, se puede obtener un conjunto complementario de datos de partida que permita modelar el comportamiento de la máquina de manera más confiable con los parámetros obtenidos.

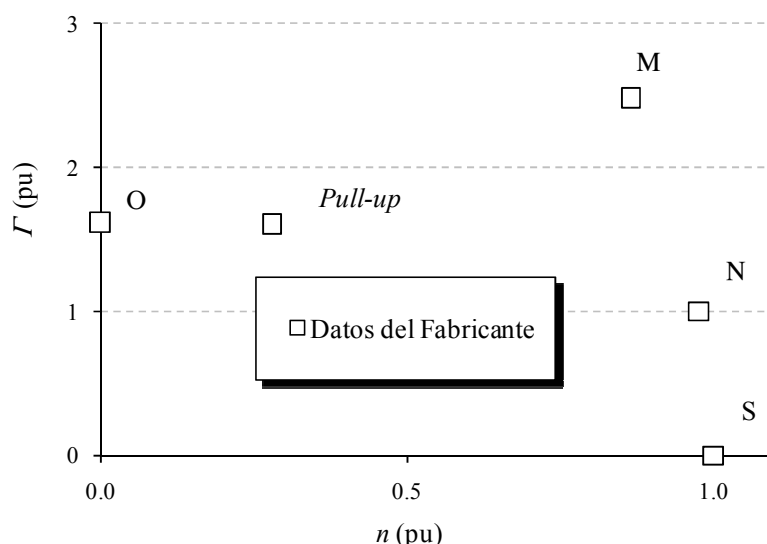


Fig. 3.3 Representación de los puntos de operación típicos facilitados por el fabricante (O, M, N y S) y par de *Pull-up* en una máquina de inducción de 75 kW.

Este conjunto de datos representan el comportamiento aproximado de la máquina, y pueden implicar la unión de los puntos proporcionados por el fabricante, O, M, N y S, por medio de trayectorias lineales o por medio de puntos de comportamiento teórico, de acuerdo a las características de construcción y diseño propias de cada máquina.

Estas aproximaciones permiten obtener una mayor cantidad de datos de entrada para la convergencia del algoritmo de estimación, sin embargo, la precisión del resultado obtenido depende de la metodología de aproximación utilizada.

El concepto de aproximación de comportamiento es desarrollado en profundidad en el Capítulo 6.

3.4 Técnicas de Estimación de Parámetros Eléctricos Constantes

Los parámetros constantes, debido a sus características de simplicidad y rapidez de cálculo, han sido preferidos para analizar el comportamiento dinámico de la máquina de inducción y desarrollar aplicaciones en sistemas de control, simuladores y emuladores industriales, entre otras.

Los métodos más comunes de estimación de parámetros constantes parten de los datos experimentales de las pruebas de rotor libre y rotor bloqueado, y han sido ampliamente utilizados para determinar los parámetros del circuito equivalente de la máquina de inducción. La descripción de estos métodos se puede encontrar en bibliografía de máquinas eléctricas [8, 28]. Esta metodología es adecuada cuando la implementación de la máquina permite realizar dichas pruebas y los análisis a realizar son en estado estacionario dentro de la zona de funcionamiento estable.

La prueba de rotor libre corresponde al punto de funcionamiento S, facilitado por el fabricante. En esta prueba se analizan las pérdidas rotacionales de la máquina y se obtiene información de la rama de magnetización.

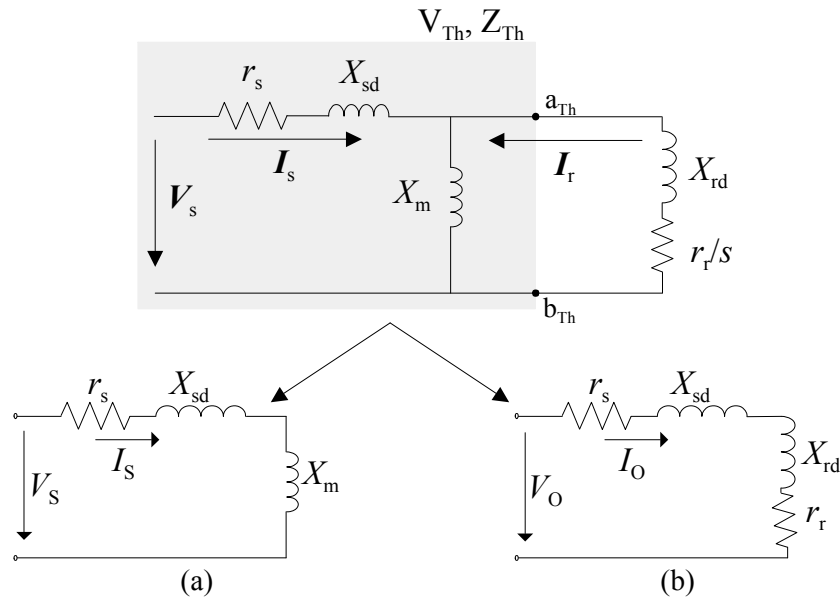


Fig. 3.4 Circuito equivalente del modelo de jaula sencilla de la máquina de inducción y circuitos reducidos para (a) el ensayo de rotor libre y (b) el ensayo de rotor bloqueado

Esta prueba se realiza con el rotor libre, su única carga son las pérdidas por fricción y ventilación; la tensión de alimentación es la nominal, y se requieren elementos sensores de intensidad en cada línea, tensión línea-línea y potencia en las fases de la máquina. El circuito reducido para este ensayo se muestra en la Fig. 3.4(a). En este caso, la tensión del entrehierro se puede aproximar a la tensión de alimentación con lo cual se deduce la ecuación (3.1).

$$X_m \approx \frac{V_s^2}{Q_s} \quad (3.1)$$

En esta ecuación, Q_s es la potencia reactiva del ensayo de rotor libre.

La prueba de rotor bloqueado corresponde al punto de operación O, proporcionado por el fabricante. En esta prueba se bloquea el rotor, obteniendo un deslizamiento $s = 1$, y se aplica una tensión de alimentación tal que determine una intensidad de valor nominal. El circuito equivalente reducido para esta prueba se muestra en la Fig. 3.4(b), donde se desprecia la rama de magnetización obteniendo las ecuaciones (3.2) y (3.3):

$$R_T \approx r_s + r_r = \frac{P_O}{3 \cdot I_O^2} \quad (3.2)$$

$$X_T \approx X_{sd} + X_{rd} = \frac{Q_O}{3 \cdot I_O^2} \quad (3.3)$$

Donde P_O , Q_O y I_O son la potencia activa, reactiva y la intensidad por fase en el ensayo de rotor bloqueado, respectivamente.

Este método requiere adicionalmente la medición directa de la resistencia del estátor por medio de una prueba diferente, como la prueba de CC (consistente en aplicar tensión directa a los terminales del estátor), y de las potencias en cada ensayo, además de las hipótesis que permitan hallar el valor individual de r_s , X_{sd} , X_{rd} y r_r .

Otros métodos toman los valores de los parámetros anteriores y a partir de ellos generan variaciones de origen aleatorio para determinar un nuevo conjunto de parámetros que se ajuste mejor a la curva par-velocidad modelada, como en [29].

Otros esfuerzos para determinar estos parámetros implican asumir relaciones entre los parámetro. En [30] se toma el modelo de jaula sencilla con pérdidas en el entrehierro y se propone una relación constante entre las reactancias de dispersión X_{sd} y X_{rd} , además de asumir los parámetros r_s , X_{sd} y R_{fe} como valores constantes en cualquier punto de funcionamiento.

Los parámetros restantes son estimados aplicando las relaciones (3.4) y (3.5):

$$R_{eq} \approx r_s + \frac{A(r_r, X_{rd}, X_m)}{B(r_r, X_{rd}, X_m)} = \frac{U_1}{I_1} \cdot \cos \varphi \quad (3.4)$$

$$X_{eq} \approx X_{sd} + \frac{C(r_r, X_{rd}, X_m)}{D(r_r, X_{rd}, X_m)} = \frac{U_1}{I_1} \cdot \sin \varphi \quad (3.5)$$

Donde U_1 , es la tensión de alimentación por fase, I_1 , es la intensidad de línea y φ es el ángulo de desfase entre la tensión y la intensidad de alimentación. Dichos valores son valores medidos experimentalmente.

En [31] se realiza una adaptación a la técnica utilizada en [32], utilizando el modelo exacto del circuito equivalente de la máquina de inducción; partiendo de los datos de arranque, eficiencia y factor de potencia de la máquina al 50%, 75% y 100% de carga nominal.

Para esta técnica se necesita la medición de la eficiencia y el factor de potencia a media carga y carga completa, además de una relación fija entre el par de arranque y el par nominal para cada máquina.

Existen otros métodos como el propuesto en [33], con la misma metodología o estudios que los presentados en [34], donde se demuestra la existencia de infinitos valores para los parámetros, que satisfacen matemáticamente las ecuaciones del circuito equivalente en régimen permanente.

Los métodos presentados en [4, 23, 35-37] utilizan técnicas de procesamiento con redes neuronales (RNA) y lógica Fuzzy que, además de medidas experimentales, requieren un equipo de procesamiento potente y una cantidad de tiempo considerable para entrenar el sistema neuronal.

Algunas de las técnicas referenciadas, utilizadas para estimar los parámetros eléctricos constantes de los modelos de la máquina de inducción, requieren una gran cantidad de medidas experimentales para que los valores de los parámetros representen un comportamiento modelado aceptable. Otras, que parten únicamente de los datos del fabricante, implementan estrategias para determinar un error pequeño en el comportamiento modelado. Sin embargo, se concluye, como es lógico, que aquellas que parten de un mayor número de medidas experimentales presentarán mejores resultados.

Para conceptualizar las diferencias de las técnicas, cuando los datos de partida son mediciones experimentales o cuando únicamente se utilizan los datos facilitados por el fabricante, las secciones siguientes muestran la estructura general de los algoritmos que las implementan.

3.4.1 Algoritmos que parten de medidas experimentales

La mayoría de estos algoritmos coinciden en una estructura común: inicialmente se parte de una cantidad de puntos experimentales en todo el rango de funcionamiento de la máquina, desde deslizamiento 1 hasta deslizamiento 0 ($1 \geq s \geq 0$), teniendo en cuenta que cuanto mayor sea el número de puntos experimentales mayor será el grado de exactitud del algoritmo.

Posteriormente estos datos son procesados por el algoritmo, el cual determina un primer conjunto de parámetros, llamados parámetros iniciales. El valor de los parámetros puede ser acotado a ciertas restricciones con el fin de estimar valores con características realistas, como por ejemplo: valores positivos o enmarcados en un rango determinado, valores iniciales predeterminados o aleatorios, entre otros.

El conjunto de parámetros iniciales es procesado por una función que disminuye el error, el cual se determina mediante la diferencia, por ejemplo, de los valores de pares simulado, $F'(s)$, y medido, $I(s)$, cambiando el valor inicial de los parámetros.

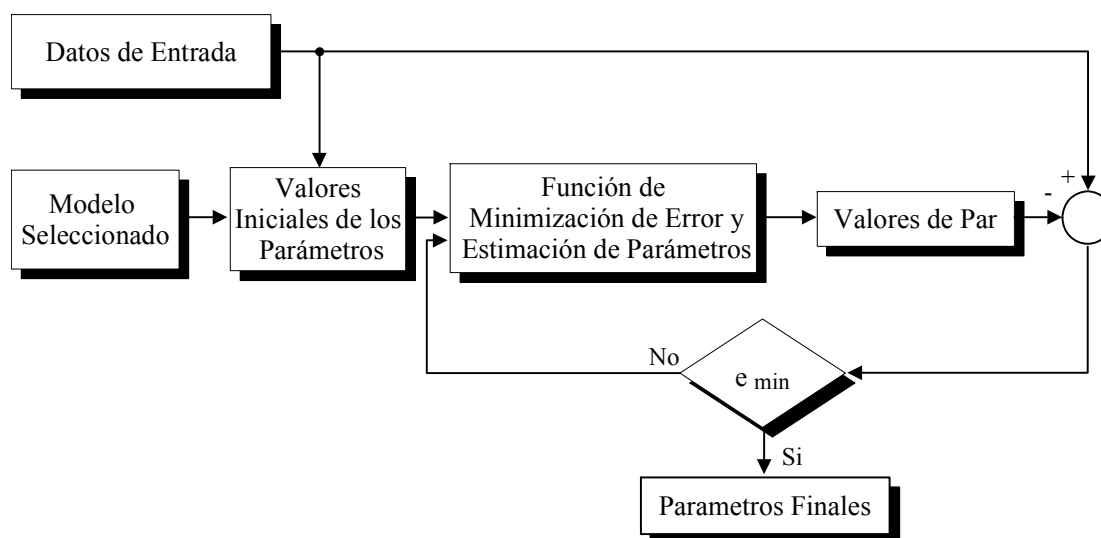


Fig. 3.5 Algoritmo general para la estimación del valor de los parámetros constantes a partir de datos experimentales

De aquí que el par simulado se debe calcular por medio de una fórmula matemática que involucre el valor de los parámetros estimados. Esta función itera hasta cumplir determinado valor de error, denominado error mínimo, o hasta que un tiempo determinado se haya cumplido. Por lo general, el error es disminuido, o minimizado, por medio de técnicas de mínimos cuadrados (LMS), o Levenberg–Marquardt.

De esta manera el algoritmo selecciona el valor de los parámetros que cumplen con la condición de error mínimo. La Fig. 3.5 muestra el diagrama de bloques general de los algoritmos que implementan esta metodología.

En esta técnica, la precisión de la simulación resultante depende de la cantidad de puntos de funcionamiento medidos, así como también de la técnica implementada en el algoritmo para estimar los parámetros de los modelos. Como es de esperar, el algoritmo toma los datos de entrada como la referencia para generar el comportamiento simulado, por tanto es necesario que las medidas experimentales sean correctas.

Asumiendo estos datos como válidos, los algoritmos de estimación de parámetros que parten de medidas experimentales, normalmente requieren una gran cantidad de datos para su correcta convergencia [14].

Las mediciones en la zona inestable pueden resultar perjudiciales para la máquina, debido al sobrecalentamiento por esfuerzos excesivos (sobre todo para valores de deslizamiento superiores a 0.5); por este motivo la cantidad de mediciones en esta zona suele ser menor y con separaciones en velocidad de mayor tamaño que en la zona de funcionamiento estable.

3.4.2 Algoritmos que parten de datos del fabricante

Las técnicas de estimación de parámetros que parten únicamente de los datos del fabricante [7, 15, 22, 25], por ejemplo, datos de catálogo, placa de características y aspectos constructivos de la máquina, presentan grandes ventajas sobre las técnicas que parten de datos experimentales, como no requerir medidas experimentales (ni equipo de medición) y requerir un tiempo de cálculo relativamente pequeño (adecuados para la estimación de parámetros tanto off-line como on-line).

El inconveniente principal que presenta este método es el desconocimiento del comportamiento de la máquina en las dos zonas de funcionamiento, particularmente en la zona de régimen dinámico, debido a la reducida cantidad de puntos de referencia (4 ó 5).

En este caso, los puntos de referencia que utiliza el algoritmo son solamente aquellos proporcionados por el fabricante: arranque (O), par máximo (M), nominal (N) y sincronismo (S) y, cuando se dispone, un quinto valor, correspondiente al par mínimo en la zona de funcionamiento inestable comprendida entre los puntos O y M (par de *Pull-up*).

Algunos estudios de los algoritmos que parten de datos de catálogo [7, 15, 22, 38, 39] muestran que las simulaciones resultantes utilizando esta metodología contienen grandes errores respecto al comportamiento real, particularmente cuando se aplica sobre el modelo de jaula sencilla.

En este caso, los métodos de estimación de parámetros basados en minimización de error por mínimos cuadrados [20, 25, 34, 40-43], como Gauss-Newton o Levenberg-Marquardt, por lo general siguen el mismo esquema que los algoritmos de estimación que parten de datos experimentales. El diagrama de bloques general se muestra en la Fig. 3.6.

En este caso, la técnica implementada en el algoritmo para la estimación de los parámetros tiene mayor importancia sobre la precisión de la simulación resultante, que la cantidad de puntos de funcionamiento registrados.

3.4.3 Función de minimización de error

Como se mencionó anteriormente, el error minimizado se calcula, por ejemplo, como la diferencia entre los valores de par simulado $\Gamma'(s)$ y los valores de par medido experimentalmente, $\Gamma(s)$ y dicha minimización es realizada por métodos de mínimos cuadrados (LMS), por Gauss-Newton o Levenberg-Marquardt, como en [20, 25, 34, 40-43]. El error total es calculado como el error medio cuadrático de los errores en cada punto de operación de los datos de partida, esto quiere decir que el error será para todo el conjunto de datos.

Para determinar el error en un sólo punto de operación, se evalúan las funciones $\Gamma'(s)$ y $\Gamma(s)$ en un mismo valor de deslizamiento s ; esto implica que los algoritmos que parten de datos experimentales calculan este error para k puntos de funcionamiento, por lo cual es recomendable tomar medidas tanto en la región estable como en la inestable.

Para el caso de los algoritmos que parten de los datos del fabricante, el error puede ser calculado y reducido únicamente en los puntos de funcionamiento O, M, N y S, con lo cual pueden existir valores de par impredecibles en la simulación resultante e indetectables para el algoritmo en el resto de puntos de funcionamiento. Esta observación es particularmente útil tanto para estudiar los valores de la simulación en la zona de funcionamiento inestable de la máquina, como para analizar el valor de par máximo simulado, arrojado por las simulaciones resultantes.

3.5 Técnicas de Estimación de Parámetros Eléctricos Variables: Características Generales

Aunque las ecuaciones de los modelos de la máquina de inducción contienen parámetros que varían en dependencia de otras variables, encontrar con precisión el grado de influencia que tienen estas variables sobre el valor de los parámetros no es tarea sencilla.

Estas variables pueden ser temperatura, zona de operación, envejecimiento, entre otras, y las diferentes dependencias o co-dependencias de los parámetros con estas variables pueden ser impuestas por la técnica implementada para su estimación.

En [22] se plantea la posibilidad de utilizar el modelo de jaula sencilla reducido con dos parámetros dependientes del deslizamiento, sin embargo, se encuentran incongruencias en las ecuaciones deducidas del circuito equivalente en régimen permanente, por lo cual dichas ecuaciones son modificadas para adaptar los resultados a los valores dados por el fabricante.

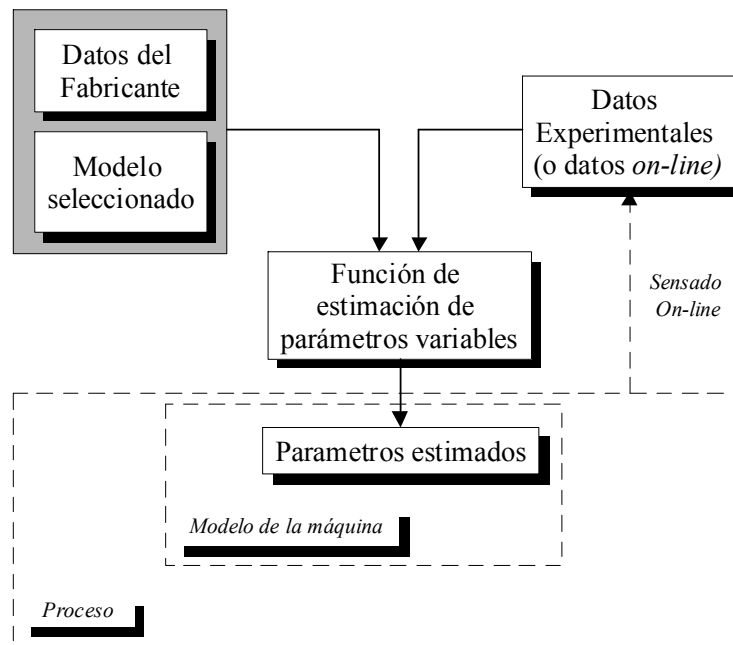


Fig. 3.6 Diagrama de flujo de un algoritmo para la estimación de parámetros variables

Todos los algoritmos de estimación de parámetros variables requieren diferentes puntos de funcionamiento de la máquina medidos experimentalmente o mediciones on-line, especialmente en la zona de funcionamiento inestable. Adicionalmente, la simulación del comportamiento resultante es más sensible a errores en las medidas, ya que esta metodología asegura un error muy pequeño en cada uno de los puntos suministrados y no en el conjunto de ellos.

La Fig. 3.6 muestra la estructura básica de los algoritmos de estimación de parámetros variables para los modelos de la máquina de inducción, cuyos datos de partida son un banco de datos experimentales o un sistema de sensado on-line que mide continuamente las variables necesarias para la estimación de los parámetros.

En resumen, aunque la técnica se puede implementar para cualquier tipo de datos de partida, no es recomendable utilizar esta metodología cuando se cuenta únicamente con los datos proporcionados por el fabricante

3.5.1 Cantidad de parámetros variables

La variabilidad y sensibilidad de los parámetros han direccionado muchas investigaciones hacia el análisis de la evolución de los parámetros y su dependencia con otras variables o características de funcionamiento.

Algunos ejemplos de estas metodologías se muestran a continuación: en [30] fueron probadas técnicas para estimar la evolución de los parámetros r_r , X_{dr} y X_m en función del deslizamiento s , dejando los demás parámetros del modelo de jaula sencilla con valores fijos.

La técnica fue probada en un motor de 100 hp y combina procedimientos heurísticos con aproximaciones de interdependencia entre los mismos parámetros, como por ejemplo $(X_{ds} / X_{dr}) = 1.5$; en [4] y [37] se utilizan redes neuronales artificiales (RNA) para estimar el valor de los parámetros online por medio de sistemas de realimentación de estados y redes recurrentes en cada punto de funcionamiento en régimen transitorio. En [44] se estudia la variabilidad de todos los parámetros de la máquina de inducción y su evolución respecto a la velocidad, con modelos de jaula sencilla. En [22] se realiza una estimación de los parámetros del rotor en dependencia del deslizamiento para motores con diseño NEMA tipos A y B (National Electrical Manufacturers Association, *Asociación Nacional de Fabricantes Eléctricos*). En [45] se estudia una técnica para estimar los valores de r_r y X_m on-line en función del peso de la máquina y de los flujos electromagnéticos del campo de inducción. En [15] se determina de manera heurística el valor de los parámetros del rotor del modelo de jaula sencilla en función del deslizamiento.

En principio, todos los parámetros varían de acuerdo a diferentes características, sin embargo, diferentes estudios, prácticos y analíticos [13, 30, 44, 45], muestran que no todos los parámetros varían de manera significativa, por tanto, es importante determinar cuáles de los parámetros pueden tomarse constantes, para así conseguir un mejor rendimiento en los sistemas que los implementan, estimando únicamente los parámetros variables necesarios.

Es importante tener en cuenta que la mayoría de técnicas de estimación de parámetros variables se aplican en la estimación y ajuste de parámetros on-line para sistemas conectados a redes cuya desconexión eléctrica implica altos costos económicos.

UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI

ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS Y EFECTOS DE LOS HUECOS DE TENSIÓN EN LA MÁQUINA DE INDUCCIÓN TRIFÁSICA

Adolfo Andrés Jaramillo Matta

ISBN: 978-84-694-0291-7/DL:T-192-2011

Capítulo 4

4. Estimación del Momento de Inercia a Partir de la Altura del Eje, el Peso y la Potencia de la Máquina

En el estudio de las variables transitorias y del comportamiento de la máquina de inducción cuando funciona en la zona inestable (como los efectos de los huecos de tensión estudiados en el Capítulo 9) se requiere conocer, además de los parámetros de los modelos utilizados y la curva par-velocidad, el momento de inercia de la máquina y de la carga. El momento de inercia es una característica propia de un cuerpo referido a su eje de giro, su valor es la suma (integral) de todas las partículas de un cuerpo, multiplicada cada una por el cuadrado de su distancia al eje de giro.

El momento de inercia de la carga puede ser facilitado por el fabricante de la misma, sin embargo, en muchas ocasiones, particularmente en máquinas de inducción de baja potencia, el momento de inercia no suele ser proporcionado.

Cuando el elemento del que se necesita conocer su momento de inercia está formado por diferentes materiales y la distribución espacial de los mismos no es cilíndrica, como es el caso de un accionamiento eléctrico, el momento de inercia del mismo puede determinarse mediante una prueba llamada: parada por inercia.

En este capítulo se propone un método para estimar el momento de inercia de la máquina de inducción trifásica a partir del peso total de la misma, M , y de la altura del eje, h , sin la necesidad de realizar ensayos experimentales.

4.1 Introducción

El método utilizado para estimar el momento de inercia aproximado de una máquina de inducción sin la necesidad de ensayos experimentales, parte del análisis de la relación entre las características constructivas de 952 máquinas de inducción trifásicas con rotor de jaula de ardilla. De este análisis se pudo obtener la existencia de una relación prácticamente lineal entre el momento de inercia, J , y el producto $M \cdot h^2$. Esta relación presenta la ventaja que tanto la masa como la altura del eje se pueden medir con relativa facilidad (para los casos en que no aparecen en el catálogo del fabricante).

La ecuación mecánica para este tipo de accionamientos, de acuerdo con [9, 46], es:

$$\Gamma = \Gamma_L + \frac{d}{dt}([J + J_L] \cdot \omega) + B \cdot \omega \quad (4.1)$$

Donde:

- Γ par motor,
- Γ_L par resistente de la carga mecánica,
- J momento de inercia de la máquina de inducción,
- J_L momento de inercia de la carga mecánica,
- B coeficiente de rozamiento,
- ω velocidad angular del eje.

4.2 Aproximaciones mecánicas y consideraciones

En (4.1) el par motor Γ es el par que desarrolla la máquina, necesario para superar el par resultante de la suma de tres pares resistentes: el par de la carga mecánica, el par de inercia (la propia del rotor de la máquina de inducción y la de la carga mecánica) y finalmente, el par correspondiente al rozamiento. Si se toma como J_T a la inercia correspondiente al conjunto del accionamiento y se toman las hipótesis: J invariante con el tiempo y rozamiento despreciable ($B = 0$), la ecuación mecánica (4.1) se puede expresar como:

$$\Gamma - \Gamma_L = J_T \cdot \frac{d\omega}{dt} \quad (4.2)$$

En los accionamientos eléctricos que incluyen máquinas de inducción con rotor de jaula de ardilla, se suele despreciar el término B , correspondiente al rozamiento, debido a la inexistencia de escobillas.

La solución de la ecuación mecánica (4.2) requiere el conocimiento del momento de inercia de la máquina de inducción, J , y de la carga mecánica, J_L . Debido a que J no siempre es proporcionado por el fabricante se ha realizado un estudio para determinar un método que permita obtener el momento de inercia para máquinas en un rango de potencias entre 0.75 kW y 800 kW, de manera rápida y sencilla.

Para esto se realizó el análisis de las características físicas y eléctricas de 952 máquinas de inducción, de diferentes potencias y con momento de inercia conocido; para realizar este análisis fue necesario utilizar algunas consideraciones y aproximaciones en las ecuaciones mecánicas del accionamiento:

- Rotor macizo, homogéneo y cilíndrico con radio r
- Masa del rotor = M_r
- Eje de simetría coincidente con el eje de rotación

El cálculo del momento de inercia del rotor, J_r , vendría determinado entonces por la expresión:

$$J_r = 0.5 \cdot M_r \cdot r^2 \quad (4.3)$$

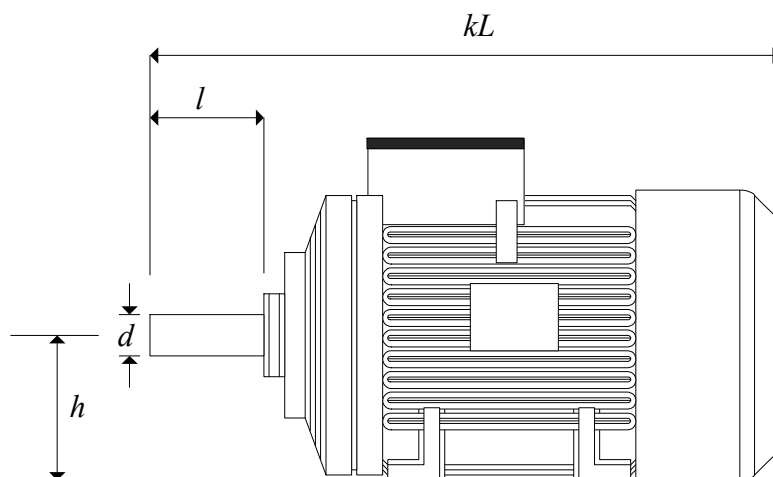


Fig. 4.1 Medidas longitudinales para la estimación del momento de inercia de la máquina de inducción.

En las especificaciones del fabricante de las máquinas de inducción no es frecuente encontrar la masa, m_r , o el radio del rotor, particularmente en máquinas de baja potencia. Sin embargo, la masa total de la máquina, M , y las características de la carcasa, o *frame*, como altura del eje (h en la Fig. 4.1) son datos que suelen aparecer en los catálogos o que se pueden medir con relativa facilidad

Por tanto, se utilizarán estas dos características, M y h , para estimar el momento de inercia de la máquina, J .

En la ecuación (4.4) se suponen dos relaciones lineales respecto a (4.3), la primera entre el radio del rotor y la altura de la máquina ($r = \alpha \cdot h$) y la segunda entre la masa del rotor y la masa total de la máquina ($M_r = \alpha' \cdot M$):

$$J = a \cdot M \cdot h^2 \quad (4.4)$$

Donde $a = 0.5 \cdot \alpha^2 \cdot \alpha'$.

4.3 Influencia de la altura del eje y del peso de la máquina en el momento de inercia

Con el objetivo de evaluar si la aproximación (4.4) puede utilizarse, se ha recopilado el momento de inercia, la masa total y la altura del eje de un conjunto de 952 máquinas de inducción con rotor en jaula de ardilla de diferentes fabricantes (Siemens, ABB, Leroy Somer, Oswald, WEG), con potencias comprendidas entre 0.75 kW y 800 kW, masa total entre 21 kg y 4800 kg, pares de polos comprendidos entre 1 y 4; y frecuencias de 50 Hz y 60 Hz (664 y 288 máquinas respectivamente).

Inicialmente se muestra la relación entre $M \cdot h^2$ y el momento de inercia real J , para todas las máquinas analizadas vienen representados por puntos en la Fig. 4.2. Posteriormente se estimó el valor del momento de inercia a partir de $M \cdot h^2$ por medio de una regresión lineal, representada por la línea recta de la Fig. 4.2. Esta aproximación arrojó un coeficiente de correlación de 0.9322, lo cual implica una tendencia lineal de todo el conjunto analizado.

El valor máximo del factor $M \cdot h^2$ obtenido en las 288 máquinas de 60 Hz es de $250.6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, esto implica que todos los puntos, correspondientes a los momentos de inercia de estas máquinas, se encuentran cercanos al origen de coordenadas en la Fig. 4.2, comparados con los valores de las máquinas de 50 Hz, cuyo valor máximo del factor $M \cdot h^2$ es de $972.0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

En la Fig. 4.2 se observa que el grado de dispersión de los puntos, frente a la recta estimada, es mayor a medida que se alejan del origen de coordenadas, dando lugar a una forma de abanico con vértice en el origen de coordenadas.

Dicho abanico está formado por agrupaciones de puntos que presentan un menor grado de dispersión entre ellos, debido a esto, se identifican las razones de dichas agrupaciones, analizando los valores del momento de inercia correspondientes a máquinas con el mismo número de pares de polos y máquinas con la misma velocidad de sincronismo.

4.3.1 Efecto del número de polos sobre el momento de inercia.

Al clasificar las máquinas de acuerdo al número de pares de polos, p , se obtuvo una tendencia lineal claramente identificable entre el momento de inercia y el producto $M \cdot h^2$. La Fig. 4.3 muestra el valor del momento de inercia, representados por medio de puntos, de las máquinas con $p = 1$. De igual manera lo hacen las Fig. 4.4 ($p = 2$), Fig. 4.5 ($p = 3$) y Fig. 4.6 ($p = 4$).

También se ha estimado el momento de inercia mediante una regresión lineal para todos los casos, mostrados con una línea recta en cada figura. El coeficiente de correlación obtenido se muestra en la Tabla 4.1. Para todos los casos, este coeficiente fue mayor al obtenido cuando se grafica el momento de inercia de todas las máquinas (0.9322), lo cual corrobora un grado de dispersión mucho menor.

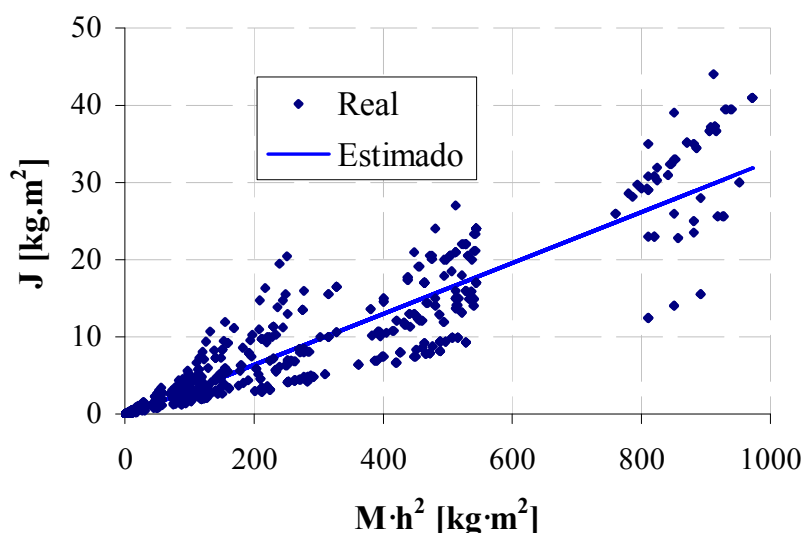


Fig. 4.2 Momento de inercia para 952 máquinas de inducción

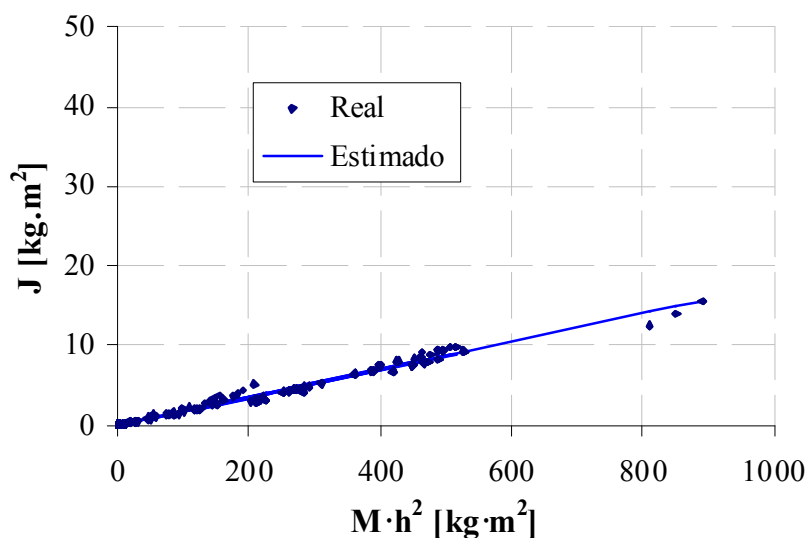


Fig. 4.3 Momento de inercia para máquinas con 1 par de polos.

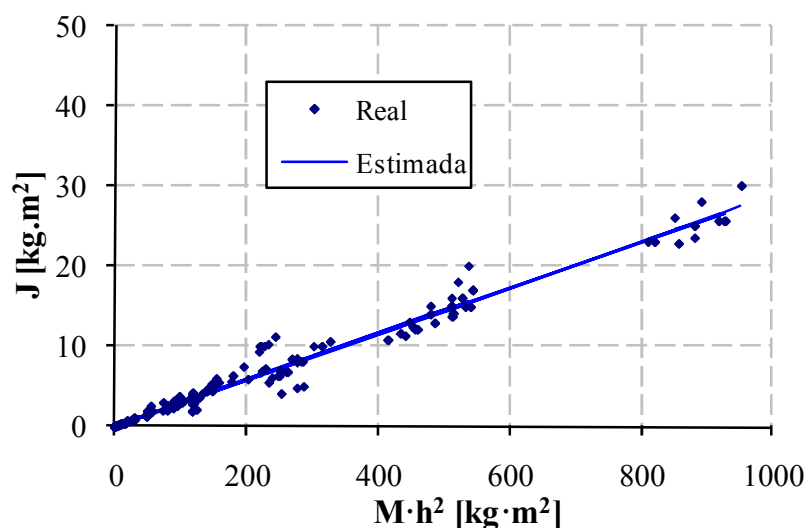


Fig. 4.4 Momento de inercia para máquinas con 2 pares de polos.

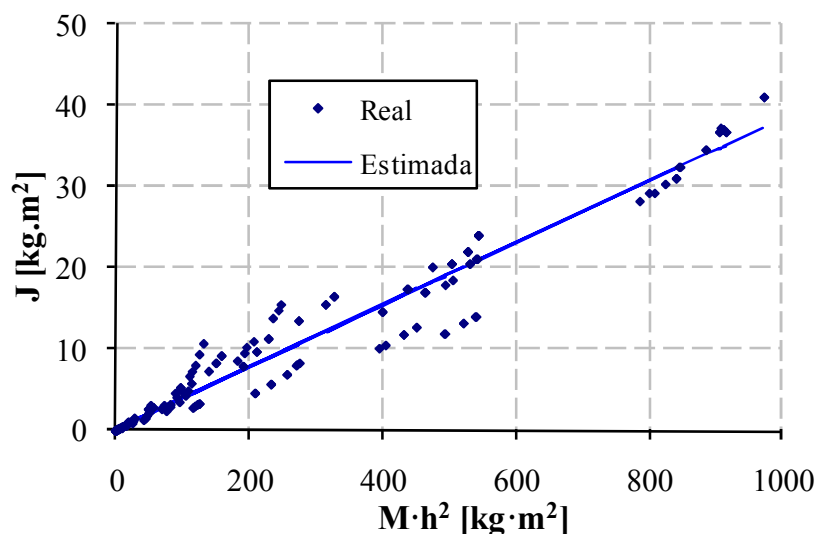


Fig. 4.5 Momento de inercia para máquinas con 3 pares de polos.

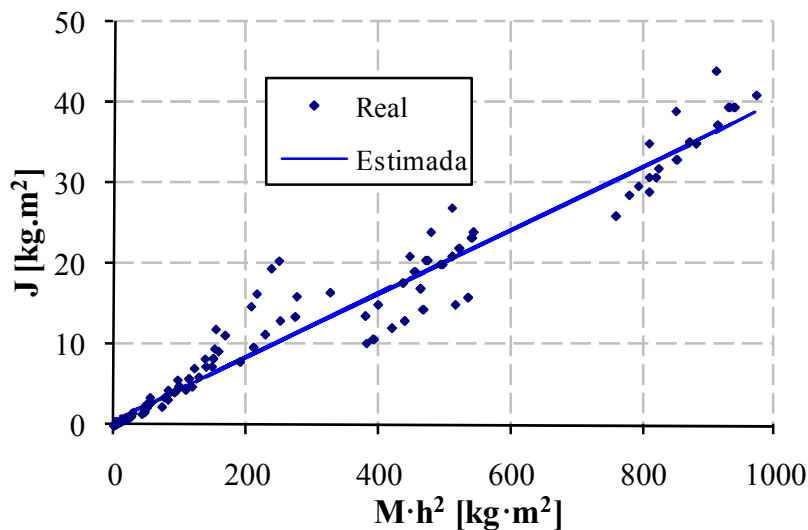


Fig. 4.6 Momento de inercia para máquinas con 4 pares de polos.

Tabla 4.1 Coeficiente de correlación para máquinas con igual número de polos.

Pares de polos, p	Coefficiente de Correlación
1	0.9935
2	0.9910
3	0.9794
4	0.9785

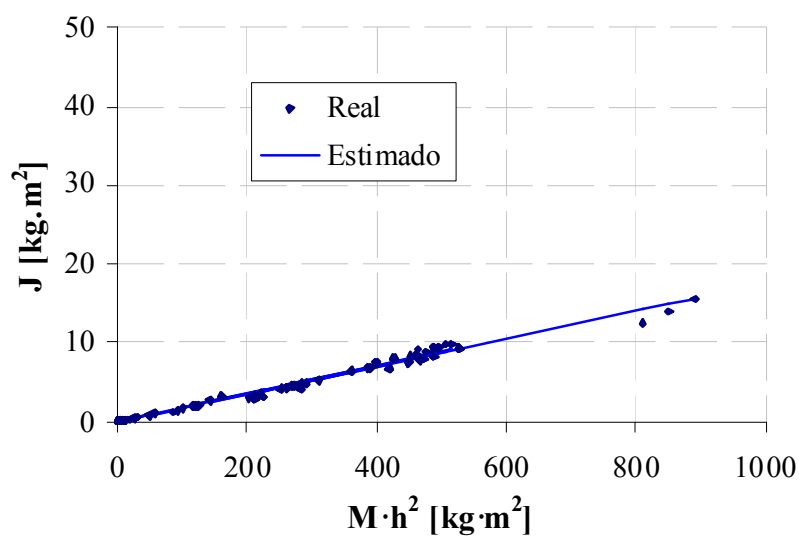


Fig. 4.7 Momento de inercia para máquinas con $n_s = 3000$ r/min.

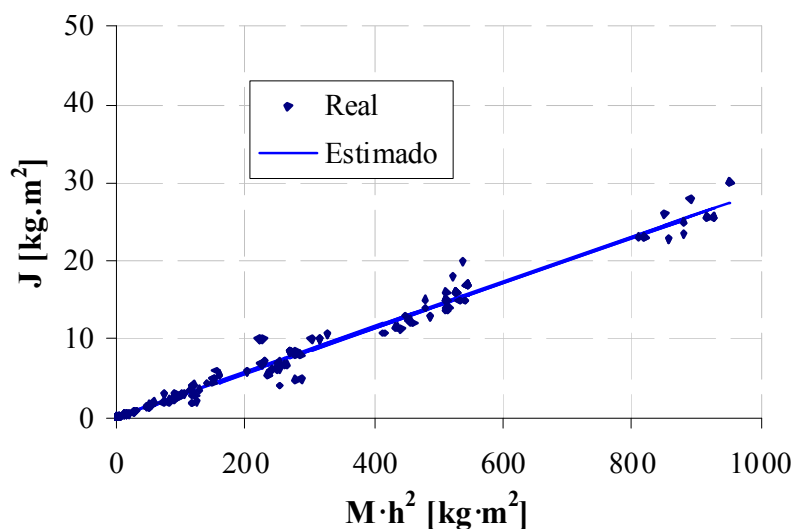


Fig. 4.8 Momento de inercia para máquinas con $n_s = 1500$ r/min.

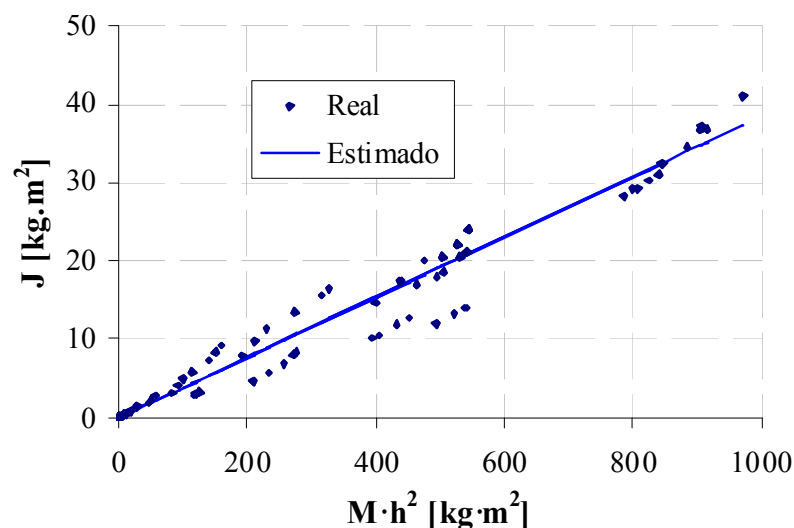


Fig. 4.9 Momento de inercia para máquinas con $n_s = 1000$ r/min.

También se observó que existe mayor dispersión del momento de inercia para las máquinas con mayor número de pares de polos.

Realizando un análisis más detallado, se observa que las rectas obtenidas para diferentes valores de pares de polos presentan diferencias cuando las máquinas son alimentadas a 50 Hz o a 60 Hz.

4.3.2 Efecto de la velocidad de sincronismo sobre el momento de inercia

Para este análisis se han diferenciado las máquinas en grupos de 50 Hz y 60 Hz. Las Fig. 4.7, Fig. 4.8, Fig. 4.9 y Fig. 4.10 muestran el momento de inercia de las máquinas alimentadas a 50 Hz en función de su velocidad de sincronismo, n_s : 3000 ($p = 1$), 1500 ($p = 2$), 1000 ($p = 3$) y 750 rpm ($p = 4$), respectivamente.

Las Fig. 4.11, Fig. 4.12, Fig. 4.13, y Fig. 4.14, muestran el momento de inercia para las máquinas de 60 Hz, con velocidades de sincronismo n_s de 3600 ($p = 1$), 1800 ($p = 2$), 1200 ($p = 3$) y 900 r/min ($p = 4$), respectivamente.

Es estas figuras se muestra también el momento de inercia estimado mediante una regresión lineal, obteniendo los valores de la Tabla 4.2, donde además se registran los coeficientes de la regresión lineal a y b , coeficiente de correlación r , coeficiente de determinación r^2 y el número de máquinas analizadas N , diferenciadas por velocidad de sincronismo.

A partir de estas figuras anteriores y de los valores de la Tabla 4.2, se observa que a menor velocidad de sincronismo existe mayor dispersión y la pendiente del modelo lineal se incrementa.

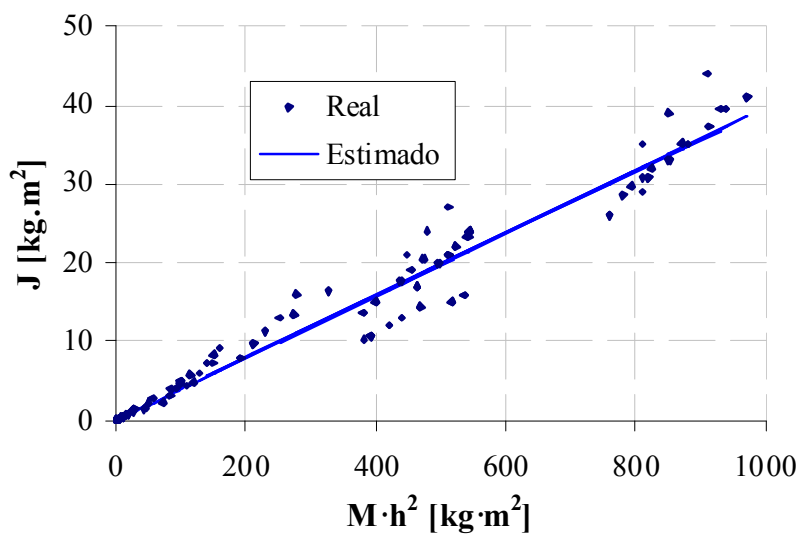


Fig. 4.10 Momento de inercia para máquinas con $n_s = 750$ r/min.

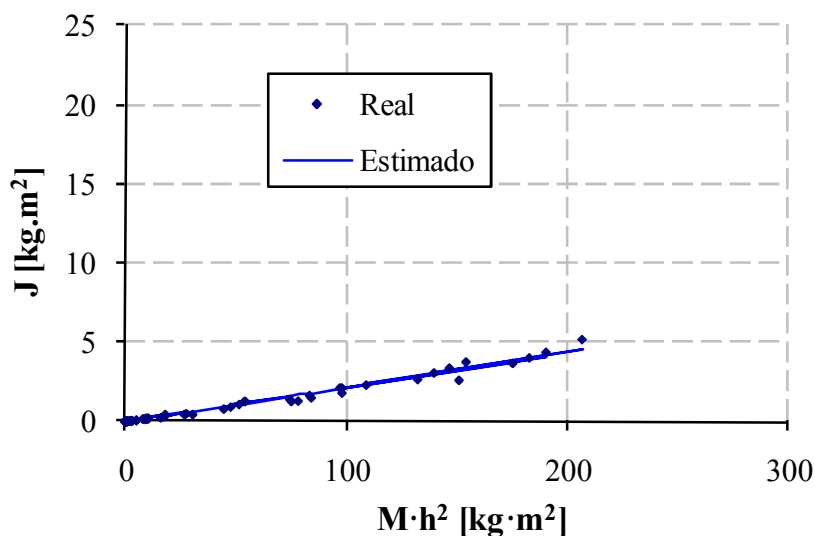


Fig. 4.11 Momento de inercia para máquinas con $n_s = 3600$ r/min.

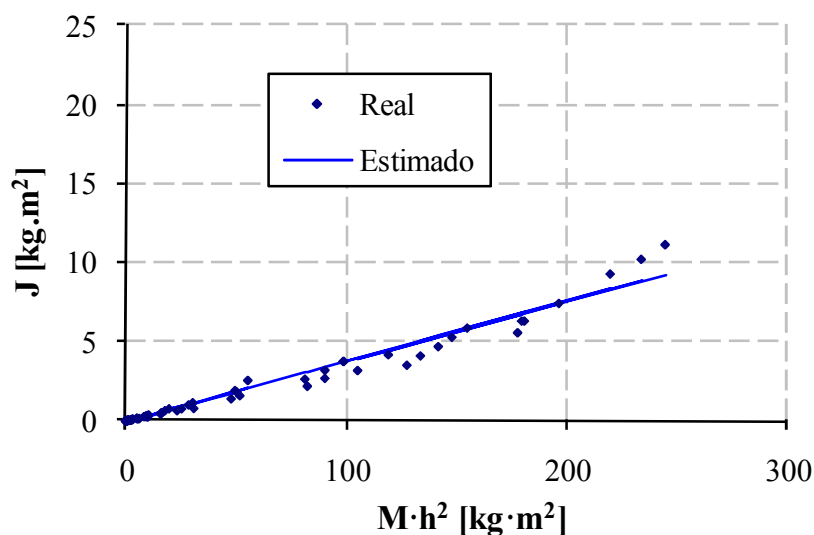


Fig. 4.12 Momento de inercia para máquinas con $n_s = 1800$ r/min.

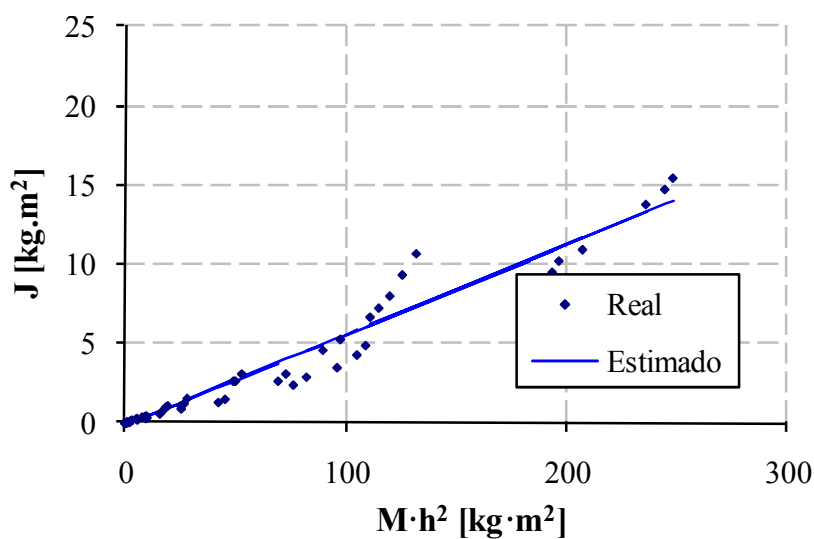


Fig. 4.13 Momento de inercia para máquinas con $n_s = 1200$ r/min.

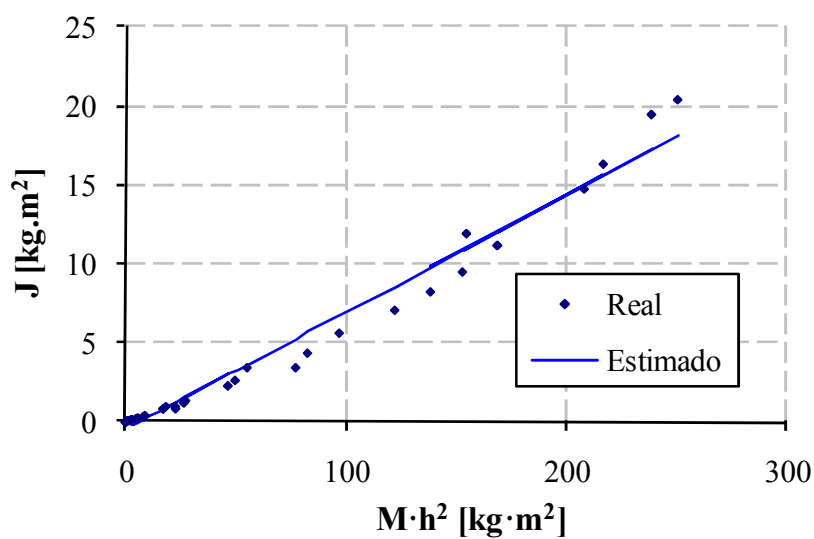


Fig. 4.14 Momento de inercia para máquinas con $n_s = 900$ r/min.

Tabla 4.2 Coeficientes de correlación y regresión lineal para la estimación del momento de inercia en máquinas con igual velocidad de sincronismo.

f [Hz]	n _s	N	a	b	r	r ²
50	3000	174	0.018	-0.065	0.993	0.985
	1500	196	0.029	0.020	0.991	0.982
	1000	144	0.038	-0.118	0.979	0.958
	750	150	0.040	0.191	0.983	0.965
60	3600	82	0.022	-0.035	0.992	0.984
	1800	88	0.038	-0.090	0.987	0.973
	1200	74	0.057	-0.178	0.979	0.958
	900	44	0.074	-0.470	0.989	0.978

4.4 Resultados

Los análisis anteriores permiten obtener estimaciones lineales para el momento de inercia J, respecto a la relación $M \cdot h^2$, diferenciadas por la velocidad de sincronismo n_s de la máquina. Los resultados muestran que existen diferencias significativas para máquinas con igual número de polos pero con frecuencia de alimentación diferente.

A partir de estos datos se ha obtenido una relación afín entre el momento de inercia, J, y el producto de la masa total por el cuadrado de la altura del eje, $M \cdot h^2$:

$$J = a \cdot (M \cdot h^2) + b \tag{4.5}$$

De esta manera se puede aplicar la expresión afín (4.5) para estimar el momento de inercia aproximado de la máquina de inducción.

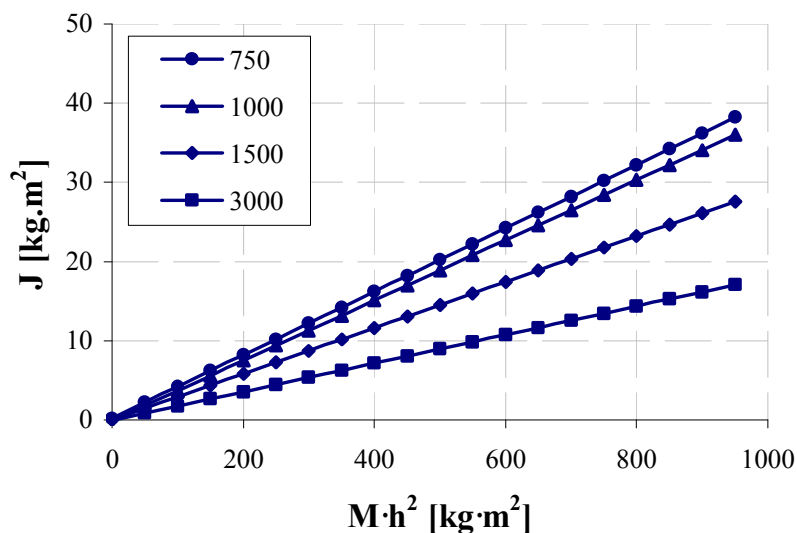


Fig. 4.15 Momento de inercia para máquinas con f = 50 Hz.

Tabla 4.3 Coeficientes de correlación y regresión lineal para la estimación del momento de inercia en máquinas con igual potencia y velocidad de sincronismo.

f [Hz]	n _s [r/min]	P [kW]	a	b	r ²
50	3000	0-10	0.014	-0.001	0.994
	3000	11-100	0.018	-0.008	0.986
	3000	101-1000	0.018	-0.179	0.972
	1500	0-10	0.027	-0.001	0.992
	1500	11-100	0.028	0.010	0.988
	1500	101-1000	0.029	0.054	0.970
	1000	0-10	0.032	0.001	0.969
	1000	11-100	0.043	-0.002	0.982
	1000	101-1000	0.039	-0.533	0.924
	750	0-10	0.039	-0.012	0.918
	750	11-100	0.045	-0.037	0.962
	750	101-1000	0.039	0.420	0.922
60	3600	0-10	0.020	-0.001	0.975
	3600	11-100	0.020	-0.018	0.962
	3600	101-1000	0.025	-0.451	0.953
	1800	0-10	0.031	0.001	0.865
	1800	11-100	0.035	-0.032	0.966
	1800	101-1000	0.045	-1.196	0.932
	1200	0-10	0.045	-0.004	0.962
	1200	11-100	0.042	0.051	0.892
	1200	101-1000	0.061	-0.769	0.854
	900	0-10	0.041	0.012	0.947
	900	11-100	0.052	-0.078	0.970
	900	101-1000	0.099	-4.869	0.973

Esta aproximación es válida si se utiliza sobre máquinas con igual velocidad de sincronismo y requiere únicamente el conocimiento del peso total y la altura del eje de dicha máquina.

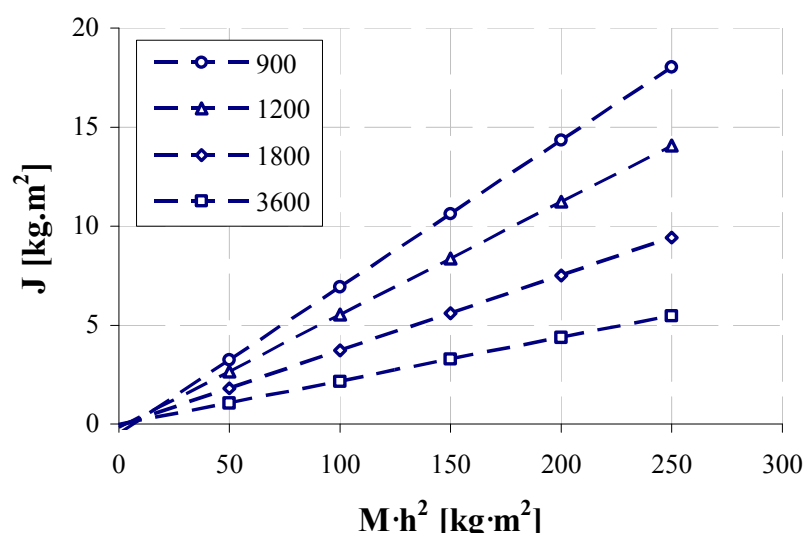


Fig. 4.16 Momento de inercia para máquinas con f = 60 Hz.

Los coeficientes encontrados para la ecuación (4.5) se muestran en la Tabla 4.2, donde los coeficientes de correlación obtenidos demuestran una fuerte dependencia lineal entre el momento de inercia y el producto $M \cdot h^2$.

Los resultados de la Tabla 4.2 se muestran en las Fig. 4.15 (50 Hz) y Fig. 4.16 (60 Hz), donde se puede diferenciar la tendencia lineal del momento de inercia para máquinas que tienen igual número de polos pero que se alimentan con frecuencias diferentes.

Un análisis más profundo permite obtener valores más pequeños en los coeficientes de correlación, diferenciando las máquinas tanto por su velocidad de sincronismo como por su potencia eléctrica. Estos resultados se muestran en la Tabla 4.3.

4.5 Conclusiones

Para el análisis en régimen dinámico de la máquina de inducción es necesario conocer parámetros eléctricos y mecánicos de la misma; entre los parámetros mecánicos se encuentra el momento de inercia, el cual no siempre es proporcionado en los datos del fabricante, particularmente para máquinas de baja potencia. Para los casos en los que este valor no se obtenga de los catálogos de la máquina se suele medir de manera experimental.

En este capítulo se presenta una forma sencilla de estimar el momento de inercia J de una máquina de inducción trifásica, conociendo el peso total, la altura del eje, la potencia y la velocidad de sincronismo de dicha máquina, como alternativa para los casos en los que este valor no sea proporcionado por el fabricante.

Para realizar un cálculo más preciso se pueden clasificar las máquinas en tres rangos de potencia: 0–10 kW, 11–100 kW, 101–1000 kW.

La ventaja principal de este método es que no requiere otros valores que el peso total y la altura del eje de la máquina.

Capítulo 5

5. Algoritmos Diseñados para la Estimación de Parámetros Eléctricos Constantes a Partir de Datos Experimentales y de Catálogo

5.1 Introducción

En este capítulo se diseñan e implementan diferentes técnicas para estimar los parámetros constantes de los modelos de jaula sencilla y doble jaula de la máquina de inducción, estudiados en el Capítulo 2. Estos parámetros son estimados tanto para condiciones donde se tienen disponibles datos experimentales, como en aquellas en las que solamente se cuenta con los datos de fabricante (o de catálogo).

También se comparan las ventajas, desventajas y nivel de complejidad entre la implementación de técnicas que parten de datos experimentales y aquellas que parten de datos del fabricante, para ambos modelos.

Los algoritmos diseñados en este capítulo han sido validados con los datos experimentales de una máquina de inducción con rotor de jaula de ardilla de 75 kW, 3300 V de alimentación a 50 Hz, velocidad nominal 1455 r/min, 2 pares de polos y $R_{MO} = \Gamma_M / \Gamma_O = 1.54$.

5.2 Algoritmo para la estimación de parámetros constantes a partir de puntos experimentales

Existen diferentes técnicas para estimar los parámetros de los modelos, las cuales se implementan en algoritmos que no siempre siguen patrones definidos en diseño o estructura. Como algunos ejemplos de este tipo de algoritmos están las técnicas presentadas en [29-31].

La técnica desarrollada en este apartado toma como datos de partida una cantidad determinada de puntos experimentales, k , incluyendo los ensayos clásicos de rotor bloqueado y de rotor libre, con los cuales genera un conjunto inicial de valores de los parámetros del modelo (este conjunto se llamará en adelante: valores iniciales de los parámetros, V_{10}). Con estos valores iniciales se calcula el par en cada uno de los puntos de funcionamiento, correspondientes a las coordenadas de velocidad en las que se realizaron las pruebas experimentales.

Los pares calculados con los valores iniciales se almacenan en un vector de datos y su diferencia, uno a uno, con el vector de valores experimentales de par da lugar a un error total: e . Este error es minimizado posteriormente, cambiando el valor inicial de cada parámetro con el fin de encontrar un nuevo conjunto de parámetros con el cual se obtenga el mínimo valor de e .

Con este procedimiento se obtiene el conjunto de parámetros constantes del modelo que permiten simular el comportamiento de la máquina en todo el rango de funcionamiento, con el mínimo error.

A continuación se detallan los datos experimentales utilizados, los algoritmos diseñados para la estimación de los parámetros y los resultados obtenidos a través de ellos.

5.2.1 Puntos experimentales

En este trabajo se ha aplicado el algoritmo diseñado para la estimación de parámetros a una máquina con 75 kW de potencia, con relación $R_{MO} = \Gamma_M / \Gamma_O = 1.54$. Los datos experimentales obtenidos también servirán para validar las técnicas diseñadas que toman como punto de partida los datos experimentales (en las zonas de funcionamiento inestable y estable), además de aquellas que parten de los datos proporcionados por el fabricante.

Máquina de 75 kW.

Esta máquina tiene $R_{MO} = 1.54$, tensión de alimentación 3300 V a 50 Hz, velocidad nominal 1455 r/min y 2 pares de polos. Los 24 puntos de funcionamiento obtenidos experimentalmente, expresados en pu respecto a su valor nominal, se muestran en la Tabla 5.1. La Fig. 5.1 muestra la curva experimental que resulta de las mediciones de par, intensidad y potencia.

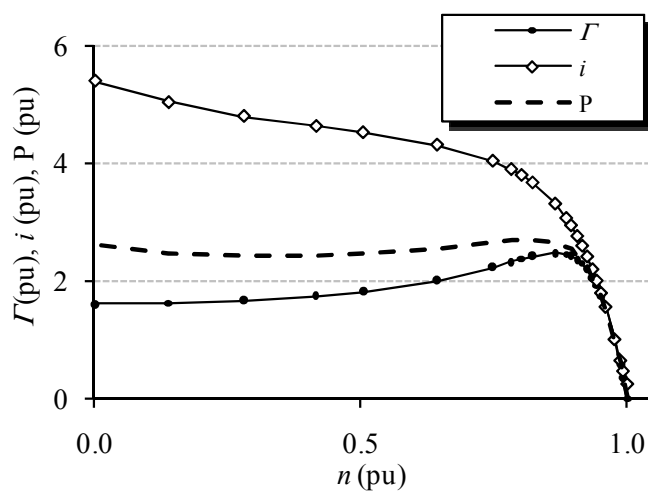


Fig. 5.1 Representación del par, intensidad y potencia activa, en pu, respecto a la velocidad, en pu, para la máquina de 75 kW, en los 25 puntos experimentales de funcionamiento.

Tabla 5.1 Valores experimentales, en pu, para la máquina de 75 kW.

n (pu)	Γ (pu)	V (pu)	i (pu)	P (pu)
1.025	0.000	1.000	0.237	0.032
1.016	0.364	1.000	0.459	0.417
1.011	0.586	1.000	0.637	0.618
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.983	1.554	1.000	1.554	1.535
0.974	1.762	1.000	1.791	1.746
0.966	1.929	1.000	2.001	1.921
0.958	2.067	1.000	2.195	2.072
0.947	2.204	1.000	2.414	2.229
0.938	2.300	1.000	2.597	2.347
0.928	2.371	1.000	2.762	2.442
0.916	2.431	1.000	2.945	2.533
0.907	2.459	1.000	3.070	2.586
0.886	2.483	1.000	3.314	2.666
0.842	2.428	1.000	3.676	2.713
0.821	2.380	1.000	3.804	2.707
0.801	2.330	1.000	3.904	2.693
0.766	2.241	1.000	4.047	2.659
0.658	2.016	1.000	4.321	2.550
0.516	1.829	1.000	4.532	2.459
0.426	1.755	1.000	4.640	2.431
0.286	1.676	1.000	4.811	2.426
0.141	1.625	1.000	5.045	2.471
0.000	1.617	1.000	5.413	2.615

5.2.2 Modelo de jaula sencilla

La representación del modelo de jaula sencilla utilizado para la estimación de parámetros es el mostrado en la Fig. 2.3. Como se mencionó en el Capítulo 3, el modelo de jaula sencilla presenta un comportamiento aceptable para máquinas de inducción con rotor de jaula de ardilla en la región estable (entre los puntos de funcionamiento M y S), sin embargo en [22, 25, 34, 39] se muestra que el grado de precisión de este modelo es muy bajo respecto al comportamiento real, particularmente cuando la máquina funciona en la zona inestable (entre los puntos de funcionamiento O y M).

El algoritmo de estimación de parámetros diseñado para el modelo de jaula sencilla, sigue la estructura del diagrama de bloques de la Fig. 5.2

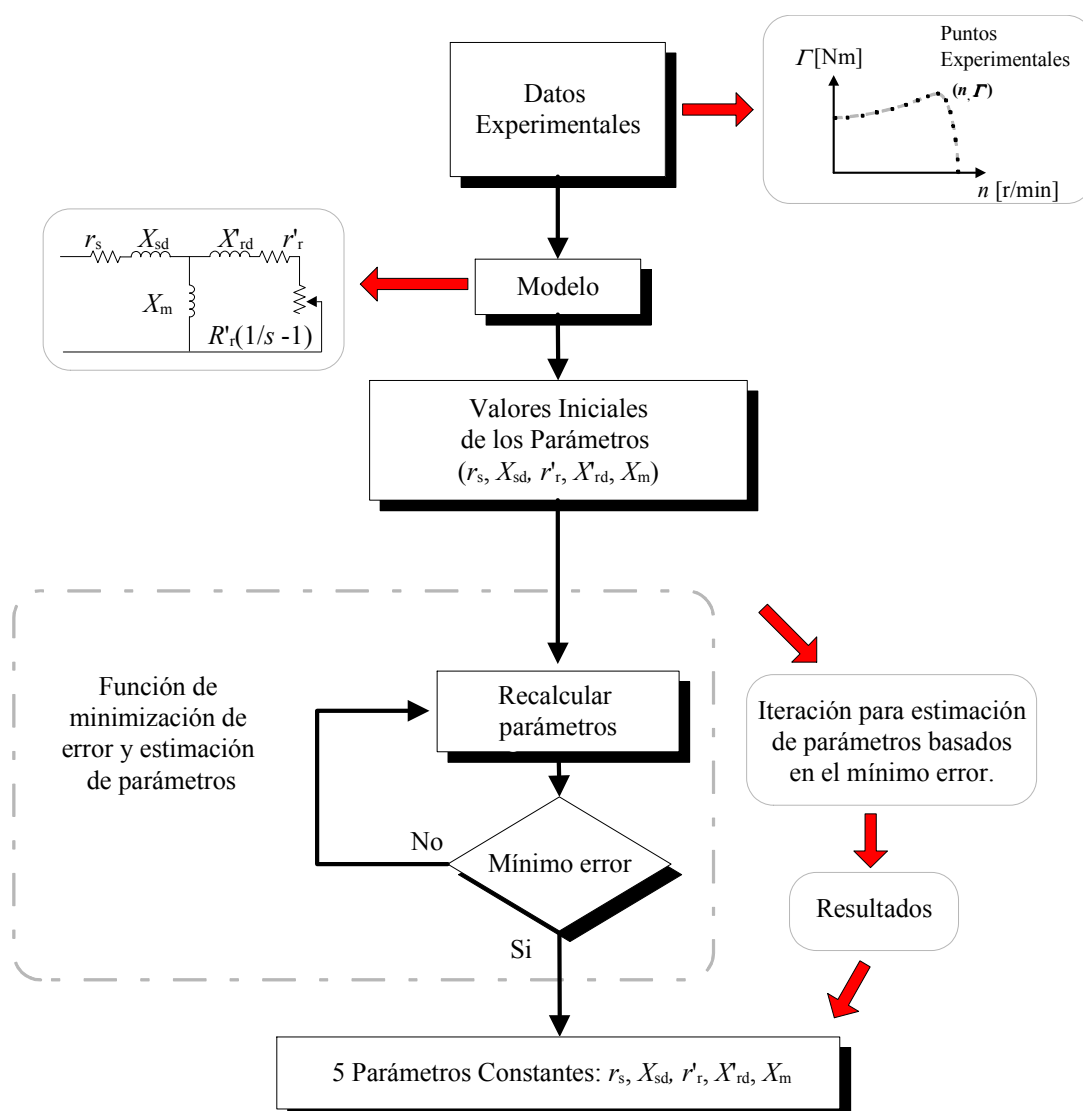


Fig. 5.2 Diagrama de flujo del algoritmo de estimación de parámetros para el modelo de jaula sencilla

La medición de los *Datos Experimentales* y la elección del *Modelo* constituyen los dos primeros bloques del algoritmo de la Fig. 5.2. El tercer bloque corresponde al conjunto de *Valores Iniciales* V_{10} de los parámetros, estos valores son el punto de partida de la *Función de minimización de error*, donde el algoritmo itera, asignando nuevos valores a los parámetros, hasta que el comportamiento simulado con estos valores cumple la condición de mínimo error.

El error a minimizar resulta de la diferencia entre el par motor medido experimentalmente (Γ_{ME}) y el par motor calculado (Γ_{JS}). El Γ_{JS} se relaciona con los parámetros del modelo por medio de la ecuación (5.1), deducida del equivalente Thévenin entre los puntos a_{Th} y b_{Th} del circuito de la Fig. 2.3.

$$\Gamma_{JS}(s) = \Gamma'(s) = 3 \cdot \frac{r_r}{s \cdot \omega_s} \cdot \frac{|\mathbf{V}_{Th}|^2}{\left(R_{Th} + \frac{r_r}{s}\right)^2 + (X_{Th} + X_{rd})^2} \quad (5.1)$$

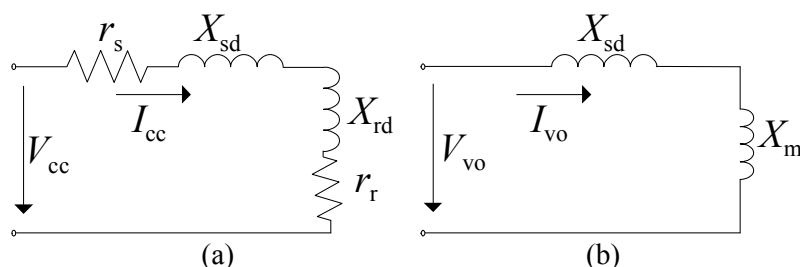


Fig. 5.3 Circuitos equivalentes aproximados para ensayos con (a) rotor bloqueado y (b) rotor libre.

A continuación se detallan los bloques del algoritmo de estimación de parámetros de este modelo, Fig. 5.2, que parte de datos experimentales.

Datos Experimentales y Modelo Matemático

Los datos experimentales son la velocidad, par, tensión e intensidad para el conjunto de k puntos operativos de funcionamiento experimental. En el caso de la máquina de 75 kW se han obtenido estas variables en 25 puntos operativos. Estos datos se muestran en la Tabla 5.1. El modelo seleccionado es el de jaula sencilla estudiado en el capítulo 2, representado por el circuito eléctrico de la Fig. 2.3.

Valores Iniciales de los Parámetros V_{10}

El proceso iterativo utilizado por el algoritmo diseñado para determinar el conjunto final de parámetros del modelo, requiere una correcta determinación del conjunto de valores iniciales de los parámetros, V_{10} . Dicha determinación depende del modelo seleccionado (jaula sencilla o doble jaula) y de los datos correspondientes a los puntos de funcionamiento O, N y S, facilitados por el fabricante.

Para determinar el conjunto V_{10} se realiza el siguiente procedimiento: en el punto O ($n_O = 0$, $s_O = 1$), se puede utilizar el circuito equivalente aproximado de la Fig. 5.3(a); cuando la intensidad I_{CC} (por fase), alcanza el valor de intensidad nominal, I_N , se miden la tensión de fase V_{CC} y la potencia total P_{CC} en ese instante [47], obteniendo el factor de potencia de rotor

$$\text{bloqueado, } \cos \varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{\sqrt{3} \cdot V_{cc} \cdot I_N}.$$

Para los casos donde no se proporcione la intensidad de arranque, I_O , ésta puede ser calculada a través de su coeficiente de aislamiento, el cual se obtiene de la placa de características, por medio de (5.2), donde P_N es la potencia nominal expresada en hp, C_{iso} es el coeficiente de aislamiento expresado en kVA/hp y V_T el voltaje aplicado.

$$I_O = \frac{P_N \cdot C_{iso}}{\sqrt{3} \cdot V_T} \quad (5.2)$$

La reactancia equivalente en el circuito de la Fig. 5.3(a) relaciona los valores de X_{sd} y X_{rd} como en (5.3).

Tabla 5.2 Valor de las reactancias según la relación R_{MO} o el tipo NEMA

Tipo NEMA	R_{MO}	k_{sd}	k_{rd}
A	$R_{MO} > 1.2$	0.5	0.5
B	$1.1 < R_{MO} < 1.2$	0.4	0.6
C	$R_{MO} < 1$	0.3	0.7
D	$R_{MO} < 1$	0.5	0.5

$$X_{eq,cc} = Z_{eq,cc} \cdot \text{sen}(\varphi_{cc}) \approx X_{sd} + X_{rd} = \frac{V_{cc}}{I_N} \cdot \text{sen}(\varphi_{cc}) \quad (5.3)$$

Los valores de X_{sd} y X_{rd} se obtienen de manera aproximada multiplicando $X_{eq,cc}$ con su factor correspondiente, de acuerdo a la Tabla 5.2, como lo propone la referencia [8]. En esta tabla se ha hecho una equivalencia entre la relación R_{MO} y el tipo de diseño NEMA. El caso estudiado corresponde a máquinas con $R_{MO} > 1.2$. En este caso las reactancias toman los siguientes valores:

- $R_{MO} > 1.2$: $X_{sd} = k_{sd} \cdot X_{eq,cc} = 0.5 \cdot X_{eq,cc}$; $X_{rd} = k_{rd} \cdot X_{eq,cc} = 0.5 \cdot X_{eq,cc}$

La prueba de rotor libre proporciona el valor inicial del parámetro del entrehierro: X_m . En este punto de funcionamiento la velocidad del rotor tiene un valor muy similar a la velocidad de sincronismo ($n \approx n_s$, $s \approx 0$). Debido a que el par de carga es tan pequeño y el valor de r_r/s se hace muy grande, la intensidad que circula por el devanado del rotor es despreciable, resultando el circuito equivalente de la Fig. 5.3(b).

Partiendo de la impedancia equivalente de este circuito se llega a la aproximación (5.4), de donde se obtiene el valor inicial de X_m .

$$\frac{V_{vo}}{I_{vo}} = |Z_{eqvo}| \approx X_{sd} + X_m \quad (5.4)$$

La resistencia del rotor r_r es uno de los parámetros más importantes para el modelo de la máquina de inducción debido a su fuerte influencia en el comportamiento de variables como la potencia de entrehierro P_{AG} , el par inducido Γ_{ind} y el par máximo Γ_M [28, 47], entre otros. El valor de este parámetro puede cambiar hasta 1.5 veces por encima de su valor nominal, según el rango de temperatura de funcionamiento del rotor [4, 12, 38].

Existen muchos métodos para estimar el parámetro r_r , por ejemplo: realizando pruebas en CC [28, 47], para determinar primero r_s y así aproximar el circuito de la Fig. 5.3(a); estimando la temperatura del rotor como en [48]; por medio de redes neuronales como en [4] o aplicando relaciones numéricas, del tipo $r_s/r_r = 0.5$ como se realiza en [21]. Sin embargo, en [7] se muestra la importancia de relacionar la estimación de los parámetros del modelo, y particularmente r_r , con el valor de par máximo Γ_M de la máquina.

El algoritmo diseñado en este capítulo gestiona simultáneamente dos métodos para la estimación del parámetro r_r generando seis posibles resultados que se ajustan a los puntos de funcionamiento experimental. Finalmente, se elige el valor de r_r que presente el comportamiento más ajustado al real y se encuentre dentro del marco de los criterios de restricción de funcionamiento.

El primer método de estimación numérica para r_r parte de los datos correspondiente al punto de funcionamiento nominal (N) proporcionados por el fabricante. A partir de la impedancia nominal Z_N , se deducen r_s y r_r como en (5.5) y (5.6), respectivamente.

$$r_s = \frac{2 \cdot r_r \cdot X_m \cdot (X_{rd} \cdot (s_N - 2) - 2X_m)}{s_N (r_r^2 + 4 \cdot X_{rt}^2)} + R_{eqN} \quad (5.5)$$

$$r_r = \pm 2 \cdot \sqrt{\frac{s_N \cdot X_{rt} (X_{sd} \cdot X_{rt} + X_{rd} \cdot X_{m_eq} - X_m \cdot X_{eqN})}{X_{sd} \cdot s_N + 2X_m - X_{eqN} \cdot s_N}} \quad (5.6)$$

Donde: $X_{rt} = (X_{rd} + X_m)$ y $X_{m_eq} = (X_m - X_{eqN})$.

El segundo método relaciona el valor de Γ_M en la estimación de r_r utilizando los equivalentes Thévenin en el punto M, de donde pueden obtenerse los valores iniciales de r_s y r_r por medio de (5.7), donde $r_s \ll X_m$, y (5.8) respectivamente ($s = 1$, ya que corresponde al par en el punto de arranque O).

$$R_{Th} \cong r_s \cdot \left(\frac{X_m}{X_{sd} + X_m} \right)^2 \quad (5.7)$$

$$\Gamma_O = \frac{3 \cdot V_{Th}^2 \cdot r_r}{\omega_s \cdot \left[(R_{Th} + r_r)^2 + (X_{Th} + X_{rd})^2 \right]} \quad (5.8)$$

A partir de estas dos metodologías, el algoritmo compila seis posibles valores estimados de r_r y elige aquel que genera las mejores curvas de comportamiento del par simulado $\Gamma'(s)$, cumpliendo con las condiciones de restricción. De esta manera queda determinado el conjunto de valores iniciales V_{10} , en dependencia del modelo seleccionado; para este caso $V_{10} = (r_s, X_{sd}, X_m, X_{rd}, r_r)$.

Condiciones de restricción

Con el fin de que los parámetros hallados cumplan determinados valores de error, tengan valores físicamente posibles y que el algoritmo siempre converja, dichos parámetros son calculados de acuerdo a las siguientes restricciones:

Tabla 5.3 Valor de los parámetros iniciales por unidad para el modelo de jaula sencilla

Máquina	r_s	X_{sd}	X_m	X_{rd}	r_r
75 kW	0.093	0.155	7.148	0.155	0.043

- $\Gamma_O - \Gamma'(s=1) \leq 10^{-9}$
- $\Gamma_M - \Gamma'(s_M) \leq 10^{-9}$
- $\Gamma_N - \Gamma'(s_N) \leq 10^{-9}$
- $\Gamma'(s) \leq \Gamma_M$
- $\{X_{sd}, X_{rd}, X_m, r_s, r_r\} > 0$
- $t_{conv} \leq t_{max}$

Donde t_{max} es el tiempo máximo de convergencia (t_{conv}) del algoritmo, suficiente para alcanzar un mínimo error sin realizar iteraciones innecesarias. Γ_O es el par de arranque suministrado por el fabricante, $\Gamma'(s=1)$ es el par simulado, evaluado en el punto de deslizamiento $s=1$, Γ_M es el par máximo proporcionado por el fabricante, $\Gamma'(s_M)$ es el par simulado evaluado en el punto de deslizamiento máximo dado por el fabricante. Γ_N es el par nominal y $\Gamma'(s_N)$ es el par simulado evaluado en el punto de deslizamiento nominal dado por el fabricante.

La Tabla 5.3 muestra los parámetros iniciales calculados (por unidad) con el método propuesto y la Fig. 5.4 muestra el comportamiento resultante con dichos parámetros (línea continua) y los datos experimentales (puntos).

Como se puede observar, el comportamiento representado con los parámetros iniciales presenta mal ajuste en la zona de funcionamiento inestable, aunque puede ajustarse correctamente en los puntos (n_M, Γ_M) , (n_N, Γ_N) , y (n_S, Γ_S) . Sin embargo, el valor de par de arranque simulado, Γ'_O , no cumple con las especificaciones proporcionadas por el fabricante.

Pruebas realizadas con este algoritmo muestran que dar prioridad al cumplimiento de Γ_O no permite la correcta convergencia de comportamiento obtenido para los puntos de funcionamiento Γ_N y Γ_M .

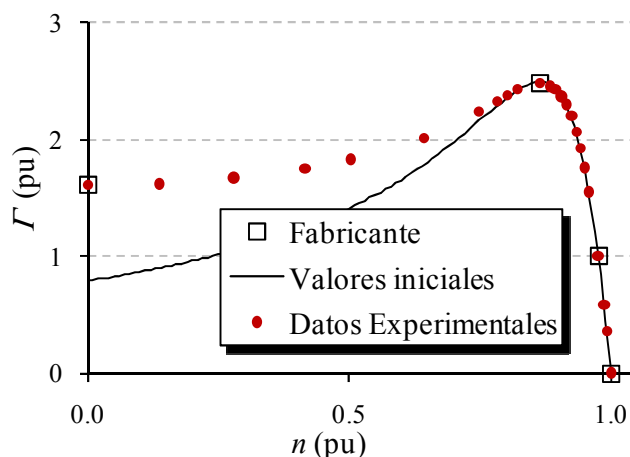


Fig. 5.4 Puntos experimentales de funcionamiento y par simulado con el conjunto de parámetros iniciales del modelo de jaula sencilla, para la máquina de 75 kW.

Las ecuaciones no lineales utilizadas en el proceso de cálculo de los parámetros iniciales V_{10} pueden escribirse de forma reducida como en (5.9).

$$\begin{aligned} f_1(V_{10}) &= P_{cc} - P(s=1) = 0 \\ f_2(V_{10}) &= P_O - P(s=0) = 0 \\ f_3(V_{10}) &= P_N - P(s_N) = 0 \\ f_4(V_{10}) &= \Gamma_M - \Gamma(s_M) = 0 \\ f_5(V_{10}) &= \Gamma_O - \Gamma(1) = 0 \end{aligned} \tag{5.9}$$

Donde P_{cc} , P_O , P_N , Γ_M y Γ_O , se toman del catálogo del fabricante y $V_{10} = \{r_s, X_{sd}, X_m, X_{rd}, r_r\}$.

Función de minimización de error y estimación de parámetros

El algoritmo itera en este bloque, variando el valor de los parámetros hasta que el comportamiento obtenido con ellos presente un valor mínimo de error o hasta que se cumpla el tiempo t_{max} .

El error a minimizar en cada iteración, e_{min} , se calcula por medio de la expresión (5.10) para cada conjunto de valores.

$$e_{min} = \sqrt{\frac{\sum_{b=1}^k (e_b)^2}{k}} \tag{5.10}$$

El error e_b (5.11), para $1 \leq b \leq k$, resulta de la diferencia entre el par medido experimentalmente y el par simulado en cada uno de los k puntos experimentales de funcionamiento.

$$e_b = \Gamma_{ME}(s_b) - \Gamma_{JS}(s_b) \tag{5.11}$$

Para calcular e_{min} en la primera iteración, la función de minimización de error toma los valores de la curva par-velocidad generada con los valores iniciales de los parámetros.

La minimización del error e_{min} se realiza por medio de la función *fmincon* del toolbox de optimización de Matlab, diseñada para minimizar el valor de una función multivariable no-lineal con restricciones. En este caso, la función multivariable a minimizar corresponde al error e_{min} , que depende del error e_b (entre el par experimental y el par simulado). El par simulado es calculado con la ecuación (5.1), por lo tanto, las variables de la función a minimizar son los parámetros del modelo seleccionado (excepto r_s). De esta manera se minimiza el error de par por medio de la variación del valor de los parámetros del modelo.

En cada iteración la función de minimización de error *fmincon* cambia el valor de los parámetros siguiendo las condiciones de restricción de los parámetros iniciales y adicionando:

Tabla 5.4 Parámetros hallados para el modelo de jaula sencilla con k puntos experimentales de funcionamiento (pu)

Máquina	r_s	X_{sd}	X_m	X_{rd}	r_r
75 kW	0.068	0.155	4.127	0.155	0.052

- $e_{\min} > 0$
- $e_{\min} < e_{\min}(i - 1)$; donde i es la iteración actual

La forma como la función $fmincon$ realiza la variación de los parámetros depende del método de optimización con restricciones utilizado. En este caso el método es *programación cuadrática secuencial* (SQP, debido a su abreviatura inglesa Sequential Quadratic Programming) o método de *Lagrange-Newton*. Este método parte del error e_{\min} obtenido con los valores iniciales de los parámetros y verifica si se cumplen las condiciones de restricción, si no se cumplen utiliza repetidamente descenso de gradiente e información de los multiplicadores de Lagrange para sacar un índice de la estimación actual y adiciona un nuevo índice variando el conjunto entero de parámetros. El método SQP se explica con mayor profundidad en [49-51].

Cuando el ciclo de iteraciones termina, la función de minimización arroja como resultado el conjunto de valores de los parámetros que proporcionan el comportamiento simulado con menor error respecto al conjunto de k puntos de funcionamiento experimental proporcionados.

Con esta técnica, la exactitud del modelo depende directamente del número de puntos suministrados, a mayor número de puntos se consigue menor error.

Parámetros Obtenidos

Los parámetros hallados por medio de esta metodología, partiendo de k puntos experimentales de funcionamiento, se muestran en la Tabla 5.4.

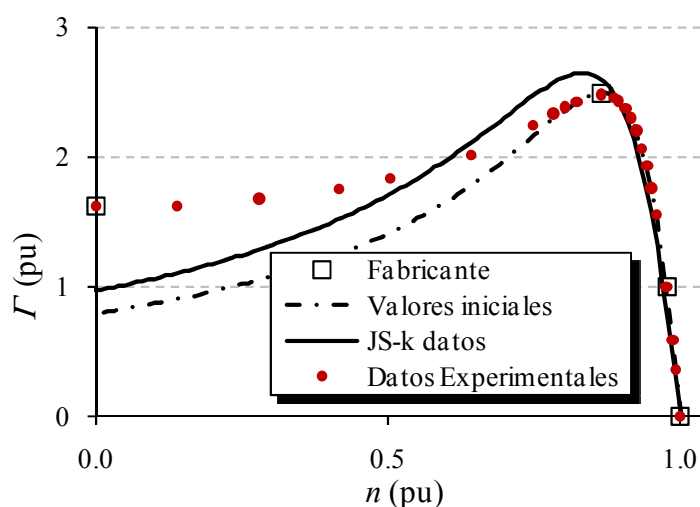


Fig. 5.5 Puntos de funcionamiento facilitados por el fabricante, experimentales y par simulado con los valores iniciales de los parámetros y con el conjunto de parámetros que determinan el error mínimo para el modelo de JS de la máquina de 75 kW.

Tabla 5.5 Error normalizado e_N calculado con los valores iniciales y k puntos experimentales de funcionamiento, para el modelo de JS de la máquina de 75 kW

Puntos	e_N
Valores iniciales	18.04%
k Puntos experimentales	15.16%

En la Fig. 5.5 se muestra el comportamiento obtenido con estos parámetros (línea continua), también se muestran los datos proporcionados por el fabricante (cuadros), la simulación con los valores iniciales (línea punteada) y los puntos de funcionamiento obtenidos experimentalmente (puntos).

La Tabla 5.5 muestra el análisis del error normalizado en cada punto de funcionamiento, e_N , para el comportamiento obtenido con los valores iniciales de los parámetros y con el algoritmo alimentado con k puntos experimentales. El error e_N se calcula como en la expresión (5.12).

$$e_N = \frac{e_b}{\Gamma_{ME}(s_b)} = \frac{\Gamma_{ME}(s_b) - \Gamma_{JS}(s_b)}{\Gamma_{ME}(s_b)} \quad (5.12)$$

En la Tabla 5.5 se puede comprobar que la técnica de estimación propuesta (k puntos experimentales) disminuye el error de los *Valores iniciales* en 2.89%.

5.2.3 Modelo de doble jaula

El modelo de doble jaula se ha utilizado con frecuencia en algunas de las investigaciones más recientes [7, 11, 22], debido a que presenta buen ajuste de comportamiento en la zona de funcionamiento inestable del motor.

La Fig. 5.6 muestra el diagrama de bloques del algoritmo diseñado para la estimación de los parámetros del modelo de doble jaula.

Los datos experimentales utilizados para realizar este diseño son aquellos obtenidos en el apartado 5.2.1 de este capítulo. El circuito que representa el modelo de doble jaula utilizado se encuentra en la Fig. 2.6, y es estudiado en detalle en el Capítulo 2.

Los otros bloques principales de la Fig. 5.6 se detallan a continuación.

Valores iniciales de los parámetros, V_{10}

El conjunto de valores iniciales V_{10} de este modelo son extraídos de las ecuaciones no lineales expresadas en (5.13), donde P_{cc} , P_O , P_N , Γ_M y Γ_O , se toman del catálogo del fabricante y $V_{10} = \{X_{sd}, r_s, X_m, X_{1d}, r_1, X_{2d}, r_2\}$, siendo X_{1d} y r_1 los valores de reactancia y resistencia de la jaula externa, y X_{2d} y r_2 los valores de reactancia y resistencia de la jaula interna del rotor respectivamente (ver Fig. 2.6).

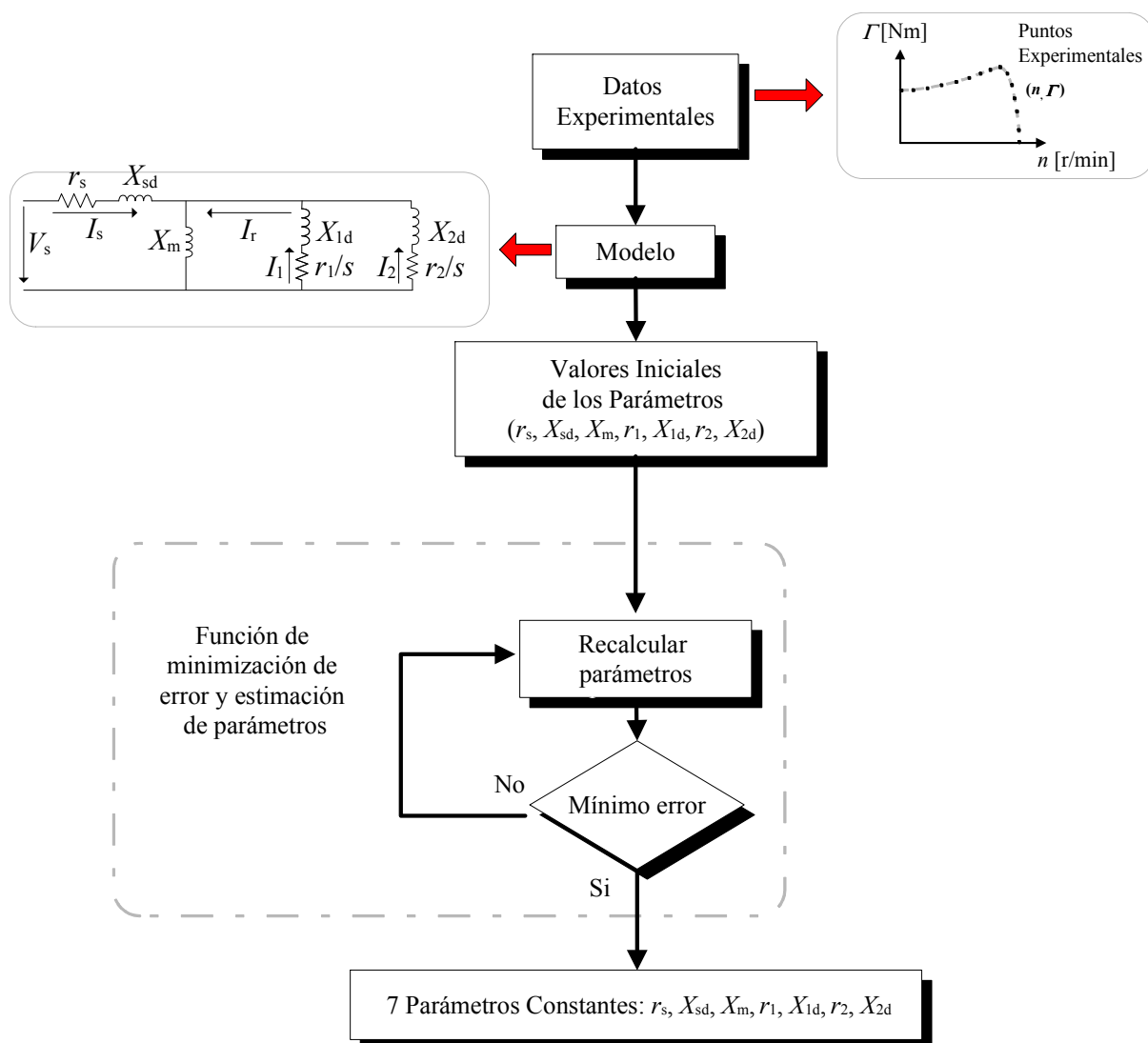


Fig. 5.6 Diagrama de flujo del algoritmo de estimación de parámetros para el modelo de doble jaula

$$\begin{aligned}
 f_1(\mathbf{V}_{10}) &= P_{cc} - P(s=1) = 0 \\
 f_2(\mathbf{V}_{10}) &= P_O - P(s=0) = 0 \\
 f_3(\mathbf{V}_{10}) &= P_N - P(s_N) = 0 \\
 f_4(\mathbf{V}_{10}) &= \Gamma_M - \Gamma(s_M) = 0 \\
 f_5(\mathbf{V}_{10}) &= \Gamma_O - \Gamma(s=1) = 0 \\
 f_6(\mathbf{V}_{10}) &= X_{1d} = X_{rd} \\
 f_7(\mathbf{V}_{10}) &= X_{2d} = (2/3) \cdot X_{1d} \\
 f_8(\mathbf{V}_{10}) &= r_1 = r_r \\
 f_9(\mathbf{V}_{10}) &= r_2 = 1.5 \cdot r_1
 \end{aligned} \tag{5.13}$$

Tabla 5.6 Valor de los parámetros iniciales para el modelo de doble jaula (pu).

Máquina	r_s	X_{ds}	X_m	X_{1d}	r_1	X_{2d}	r_2
75 kW	0.093	0.155	7.148	0.124	0.052	0.186	0.035

Condiciones de restricción

Las condiciones que restringen el valor de los parámetros en este caso son:

- $\Gamma_O - \Gamma'(s=1) \leq 10^{-9}$
- $\Gamma_M - \Gamma'(s_M) \leq 10^{-9}$
- $\Gamma_N - \Gamma'(s_N) \leq 10^{-9}$
- $\Gamma(s)' \leq \Gamma_M$
- $\{R_s, X_{sd}, X_m, R_1, X_{1d}, R_2, X_{2d}\} > 0$
- $t_{conv} \leq t_{max}$

Estas restricciones han sido tomadas convenientemente, con el fin de hacer que los valores de los parámetros estimados converjan hacia valores físicamente realizables, cumpliendo las condiciones de error mínimo respecto a las potencias manejadas.

La Tabla 5.6 muestra los parámetros iniciales calculados (en pu); el comportamiento simulado con estos parámetros, $\Gamma'(s)$, se muestran en la Fig. 5.7. En esta figura se aprecia que en el caso del modelo de doble jaula, los parámetros iniciales obtenidos además de presentar errores considerables en la zona de funcionamiento inestable, no se ajusta bien en los puntos proporcionados por el fabricante ni en la zona de funcionamiento estable.

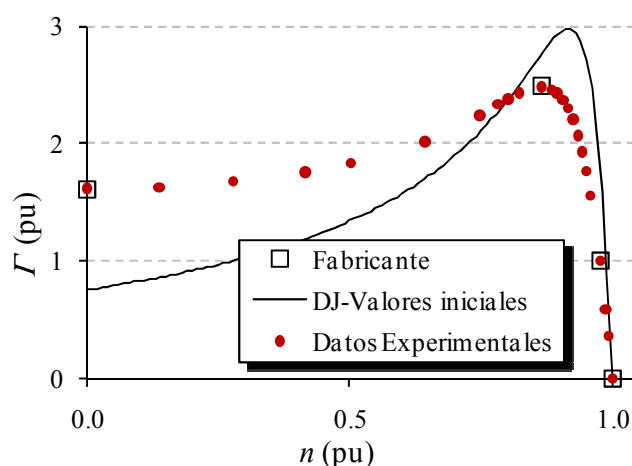


Fig. 5.7 Puntos de funcionamiento facilitados por el fabricante, experimentales y par simulado con los valores iniciales de los parámetros del modelo de DJ para la máquina de 75 kW.

Tabla 5.7 Parámetros hallados para el modelo de doble jaula con k datos experimentales (pu)

Máquina	r_s	X_{sd}	X_m	X_{1d}	r_1	X_{2d}	r_2
75 kW	0.088	0.196	7.148	0.057	0.201	0.192	0.054

Función de minimización de error y estimación de parámetros

El error e_b ($1 \leq b \leq k$) resulta de la diferencia entre el par experimental y el par calculado para doble jaula Γ_{DJ} . El par calculado se obtiene reemplazando el deslizamiento s_b y conjunto de parámetros hallado en la expresión (5.14).

$$\Gamma_{DJ}(s) = [\Gamma_{J1}(s) + \Gamma_{J2}(s)] \quad (5.14)$$

Donde Γ_{J1} y Γ_{J2} representan los pares producidos por las jaulas externa e interna del rotor, respectivamente y son calculados como:

$$\Gamma_{J1}(s) = \frac{3 \cdot r_1}{s \cdot \omega_s} \cdot \frac{|\mathbf{V}_{Th1}|^2}{\left(R_{Th1} + \frac{r_1}{s}\right)^2 + (X_{Th1} + X_1)^2} \quad (5.15)$$

$$\Gamma_{J2}(s) = \frac{3 \cdot r_2}{s \cdot \omega_s} \cdot \frac{|\mathbf{V}_{Th2}|^2}{\left(R_{Th2} + \frac{r_2}{s}\right)^2 + (X_{Th2} + X_2)^2} \quad (5.16)$$

donde \mathbf{V}_{Th1} es calculado entre los puntos a_{Th1} y b_{Th1} , y \mathbf{V}_{Th2} es calculado entre los puntos a_{Th2} y b_{Th2} , de la Fig. 2.6.

El error a minimizar, e_{min} , para cada conjunto de valores, se calcula por medio de la expresión (5.10). La función de minimización utilizada es *fmincon* del toolbox de optimización de Matlab, explicada anteriormente.

Parámetros Obtenidos

El conjunto de valores iniciales de los parámetros, V_{10} se tomará como referencia para cuantificar la disminución del error en los resultados presentados.

Los parámetros constantes hallados por el algoritmo, para el modelo de doble jaula, partiendo de k puntos experimentales, se muestran en la Tabla 5.7.

Tabla 5.8 Error normalizado e_N calculado con k puntos de funcionamiento, para el modelo de DJ

Máquina de 75 kW	
Modelo	e_N
Valores Iniciales	45.53%
k Puntos experimentales	0.57%

En la Fig. 5.8 se muestran el par simulado con estos parámetros (DJ- k datos), $\Gamma'(s)$, los datos del fabricante, la simulación obtenida con los valores iniciales, V_{10} , y los datos experimentales. Como se puede observar, este modelo (DJ) presenta un mejor ajuste de comportamiento respecto a los resultados obtenidos con los valores iniciales, V_{10} .

En la Tabla 5.8, se muestran los errores de las simulaciones.

En este caso, la técnica implementada con el modelo de doble jaula, con k puntos de funcionamiento, disminuye el error de los valores iniciales en 44.96%.

Análisis posteriores realizados a diferentes máquinas, muestran que tanto los modelos de jaula sencilla como los de doble jaula presentan mayor dificultad en el modelado de las máquinas con R_{MO} entre 1.0 y 1.2.

Un análisis comparativo entre las simulaciones resultantes con k puntos de funcionamiento experimentales, para los modelos de jaula sencilla (JS) y doble jaula (DJ), se muestran en la Fig. 5.9. Los errores respectivos se registran en la Tabla 5.9, donde se observa el error del modelo de JS en el punto de arranque de la máquina y el mejor ajuste del modelo de DJ en la zona de funcionamiento inestable.

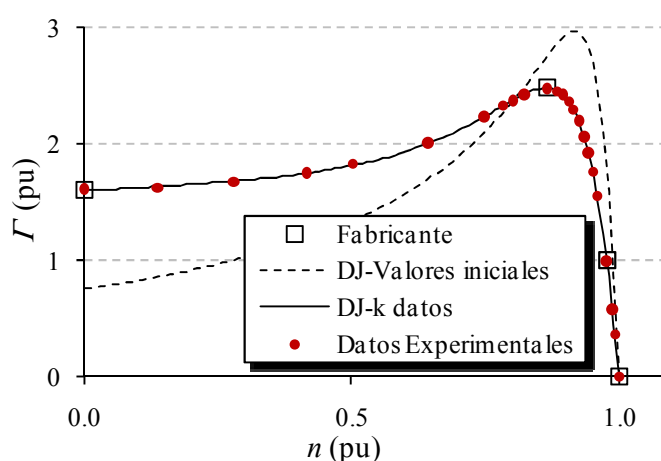


Fig. 5.8 Puntos de funcionamiento facilitados por el fabricante, experimentales y par simulado con los parámetros iniciales y con los parámetros calculados con los k puntos experimentales de funcionamiento, para el modelo de DJ de la máquina de 75 kW.

Tabla 5.9 Error normalizado e_N calculado en k puntos de funcionamiento, para los modelos de JS y DJ.

Máquina de 75 kW	
Modelo	e_N
Jaula sencilla	15.16%
Doble jaula	0.57%

Los resultados de este análisis, registrados en la Tabla 5.9, muestran que el modelo de doble jaula disminuye en 14.58% el error obtenido con el modelo de jaula sencilla para la máquina analizada ($R_{MO} = 1.54$).

5.3 Algoritmo para la estimación de parámetros constantes a partir de datos del fabricante

Las medidas experimentales son la mejor fuente de información para los algoritmos de estimación de parámetros, sin embargo, los datos experimentales conllevan un alto grado de dificultad y un tiempo de medición considerable, adicionalmente, en muchas ocasiones estos datos no pueden ser tomados debido a causas como ausencia de equipo de medición adecuado, imposibilidad de hacer trabajar el motor en puntos de funcionamiento inestables, etc.

Debido a esto, muchos investigadores han enfocado sus esfuerzos a determinar, de la manera más aproximada posible, el valor de los parámetros de los modelos partiendo únicamente de los datos proporcionados por el fabricante y la información contenida en la placa de características de la máquina; algunos de ellos son [7, 15, 22, 25, 31, 52], explicados anteriormente.

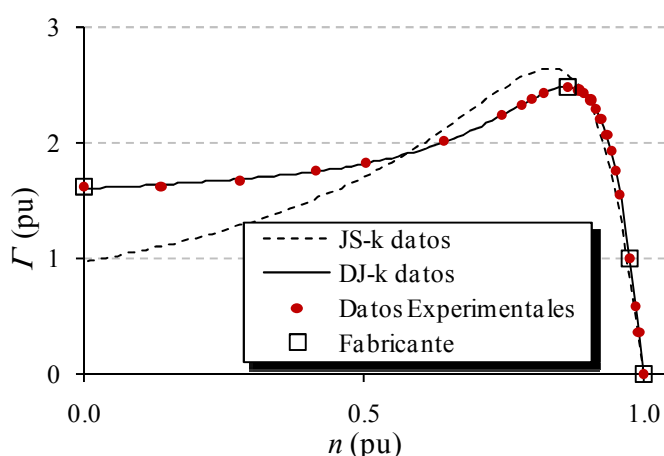


Fig. 5.9 Puntos de funcionamiento facilitados por el fabricante, experimentales y par simulado a partir de los parámetros calculados con los k puntos experimentales de funcionamiento para los modelos de JS y DJ de la máquina de 75 kW.

Este tipo de metodología tiene la ventaja de no requerir medidas experimentales, sin embargo esto conlleva al desconocimiento del comportamiento real de la máquina en los puntos de funcionamiento diferentes a los proporcionados por el fabricante.

En este apartado se diseña e implementa un algoritmo con una técnica de estimación de parámetros que parte únicamente de los datos suministrados por el fabricante y de las características constructivas de la máquina analizada, determinando una metodología para representar el comportamiento de la máquina de inducción para los casos en que no se cuenta con medidas experimentales de la misma.

5.3.1 Datos proporcionados por el fabricante

Como se mencionó en el Capítulo 3, los fabricantes de motores generalmente proporcionan los datos de dos pruebas realizadas al motor: el ensayo de rotor bloqueado (o corto-circuito) y ensayo de rotor libre (o en vacío). Adicionalmente, también proporcionan el valor de par máximo, tensión, intensidad y par en condiciones nominales, además de las características de alimentación de la máquina. De esta manera se obtienen los puntos de arranque (O), par máximo (M), condiciones nominales (N) y sincronismo (S). En la Fig. 5.10 se muestran los datos del fabricante para la máquina de 75 kW.

A continuación se detallan los algoritmos para estimar los parámetros constantes de los modelos de jaula sencilla y doble jaula, a partir de los datos del fabricante.

5.3.2 Modelo de jaula sencilla

El algoritmo de estimación de parámetros constantes para el modelo de jaula sencilla, partiendo de los datos proporcionados por el fabricante, se muestra en la Fig. 5.11. El funcionamiento de cada uno de los bloques de este algoritmo se describe a continuación.

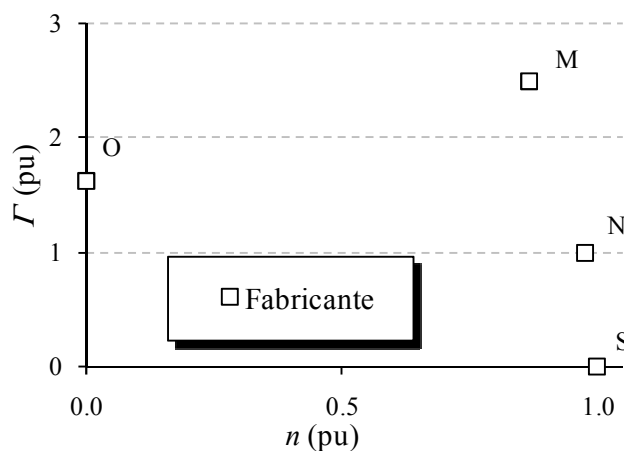


Fig. 5.10 Datos proporcionados por el fabricante para la máquina de 75 kW.

Datos del fabricante

Los datos requeridos por el algoritmo de estimación de parámetros se encuentran en el catálogo y la placa de características de la máquina. Estos datos son:

- Tensión de alimentación
- Número de polos de la máquina
- Velocidad, intensidad, tensión de alimentación, potencia y par, en los ensayos de rotor bloqueado y rotor libre.
- Velocidad, intensidad, par y factor de potencia en condiciones nominales.
- Par máximo

La Tabla 5.10 presenta, de manera reducida, los datos de velocidad y par suministrados por el fabricante, por unidad, en los puntos O, M, N y S para la máquina de 75 kW.

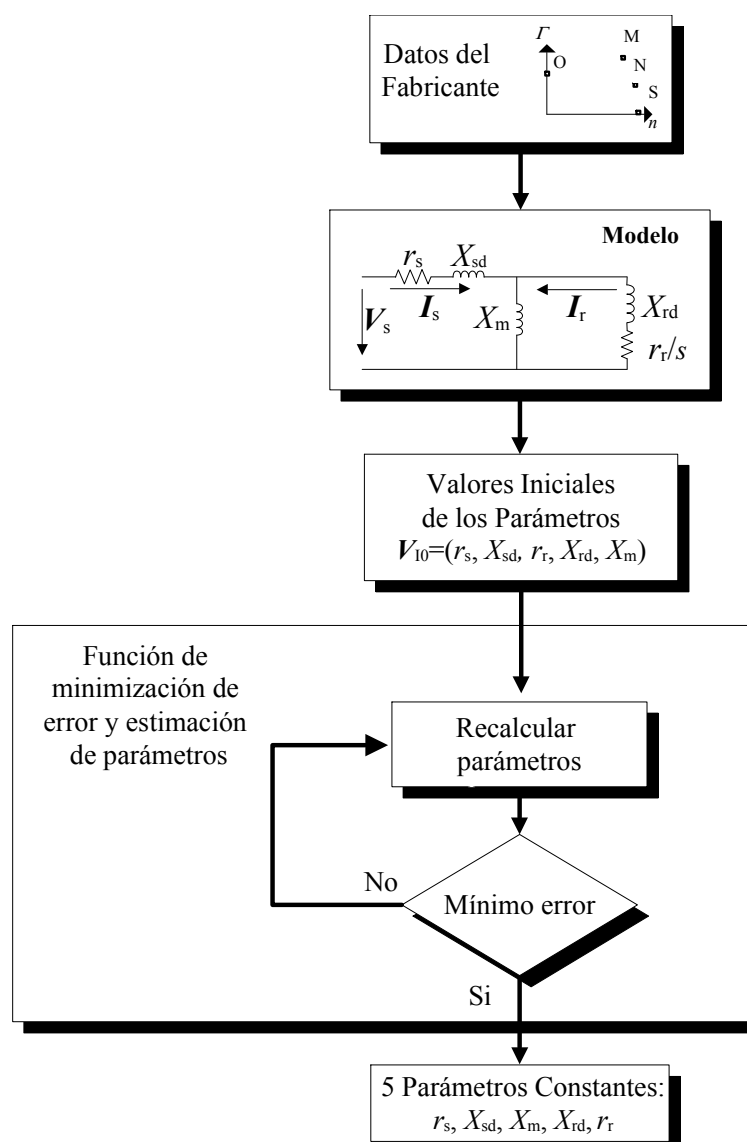


Fig. 5.11 Algoritmo para la estimación de parámetros constantes para el modelo de jaula sencilla partiendo de los datos proporcionados por el fabricante.

Tabla 5.10 Puntos de funcionamiento proporcionados por el fabricante, en pu.

Puntos de funcionamiento	Máquina de 75 kW	
	n	Γ
S	1.00	0.00
N	0.98	1.00
M	0.87	2.48
O	0.00	1.62

Modelo utilizado

El modelo al cual se le estimarán los parámetros es el representado por el circuito de la Fig. 2.3, estudiado en el Capítulo 2.

Valores iniciales de los parámetros, V_{10}

La metodología para hallar los parámetros iniciales se estudia en la sección 5.2.2. Por tanto, el conjunto de parámetros iniciales hallado, V_{10} , se muestra en la Tabla 5.3 y el par resultante de evaluar este conjunto de parámetros en la ecuación (5.1), se encuentra en la Fig. 5.4.

Función de Minimización de Error y Estimación de Parámetros

La *Función de Minimización de Error* recibe como datos de entrada el conjunto de parámetros iniciales, V_{10} , y ejecuta con los siguientes pasos:

Paso 1: con el conjunto de datos recibido, el algoritmo calcula los valores de la curva par-velocidad resultante por medio de la ecuación (5.17).

$$\Gamma_{JS}(s) = \Gamma'(s) = \frac{P_{AG}}{\omega_s} = 3 \cdot \frac{r_r}{s \cdot \omega_s} \cdot \frac{|\mathbf{V}_{Th}|^2}{\left(R_{Th} + \frac{r_r}{s}\right)^2 + (X_{Th} + X_{rd})^2} \quad (5.17)$$

Paso 2: calcula el error e_{\min} resultante entre los valores dados por el fabricante y los valores de par, Γ_{JS} , calculados en los cuatro puntos de funcionamiento O, M, N y S. Este error es calculado por medio de la expresión (5.10).

Paso 3: minimiza el error calculado por medio de la función *fmincon* del toolbox de optimización de Matlab, explicada anteriormente. Dicha función asigna nuevos valores a cada parámetro partiendo de los valores dados por el conjunto de parámetros anterior y siguiendo las condiciones de restricción:

- $\Gamma_O - \Gamma'(s=1) \leq 10^{-9}$
- $\Gamma_M - \Gamma'(s_M) \leq 10^{-9}$
- $\Gamma_N - \Gamma'(s_N) \leq 10^{-9}$
- $\Gamma'(s) \leq \Gamma_M$
- $\{X_{sd}, r_s, X_m, X_{rd}, r_r\} > 0$

- $t_{\text{conv}} \leq t_{\text{max}}$
- $e_{\text{min}} > 0$
- $e_{\text{min}} < e_{\text{min}}(i - 1)$; donde i es la iteración actual

La manera de variación de los parámetros depende del método de optimización con restricciones utilizado por la función *fmincon*: *programación cuadrática secuencial* (SQP).

El algoritmo repite los pasos 1, 2 y 3 con cada nuevo conjunto de valores, comparando el error actual con el error anterior. Si el error actual es menor, el nuevo conjunto de parámetros es almacenado y reemplaza al anterior, si no lo es, el nuevo conjunto de parámetros es desechado. En cualquier caso se repiten los pasos 1, 2 y 3. Si luego de un número determinado de iteraciones (o un tiempo predefinido llamado t_{max}) no se puede hallar un conjunto de parámetros que arroje un valor de error más pequeño, el resultado será el último conjunto de valores de los parámetros almacenado.

Parámetros Obtenidos

Los parámetros constantes para el modelo de jaula sencilla, partiendo únicamente de los datos suministrados por el fabricante, se muestran en la Tabla 5.11. La curva par-velocidad obtenida con estos parámetros se grafica en la Fig. 5.12. El comportamiento obtenido concuerda con los análisis realizados de forma práctica y teórica de algunos autores [11, 20, 22]; este comportamiento muestra dos problemas principales: tanto el valor del par máximo simulado como el comportamiento simulado en la zona de funcionamiento inestable (entre los puntos de funcionamiento O y M) no se corresponden con los puntos experimentales conocidos.

La estimación de estos parámetros se realizó bajo el supuesto de tener únicamente los datos

Tabla 5.11 Parámetros (pu) para el modelo de jaula sencilla, estimados a partir de los 4 datos del fabricante.

Máquina	r_s	X_{sd}	X_m	X_{rd}	r_r
75 kW	0.020	0.155	4.127	0.155	0.078

del fabricante en los puntos: O, M, N y S; sin embargo, en el caso estudiado también se tienen disponibles los datos experimentales en las zonas de comportamiento estable e inestable, con los cuales se pueden determinar tanto el error en los 4 puntos suministrados por el fabricante como el error en los k puntos de funcionamiento experimental.

Un análisis interesante consiste en calcular el error del comportamiento simulado visto por el algoritmo (en los cuatro puntos dados por el fabricante) y compararlo con el error calculado en todo el rango de funcionamiento (en los k puntos de funcionamiento experimental).

Para ello, se llamará e_{4D} al error visto por el algoritmo (entre el par en los 4 puntos dados por el fabricante y el par simulado) y e_{kD} al error entre el par en los k puntos de funcionamiento experimentales y el par simulado. Estos dos errores son calculados por medio de la expresión (5.10) normalizada.

Tabla 5.12 Error calculado con los parámetros estimados a partir de 4 datos del fabricante, para el modelo de jaula sencilla

Error	Máquina de 75 kW
e_{4D}	23.50%
e_{kD}	28.23%

El error e_{4D} se calcula en los puntos O, M, N y S y el error e_{kD} se calcula con $k = 24$ datos experimentales, para la máquina de 75 kW. Dichos errores se muestran en la Tabla 5.12.

La Tabla 5.12 muestra que para la máquina analizada, el algoritmo calcula un error e_{4D} de 23.50%, mientras que el error real, e_{kD} , tiene un valor de 28.23%, es decir que el algoritmo ve un error más pequeño que el error real (4.73% mayor que el error visto por el algoritmo). Para este caso el error real es calculado con los k valores experimentales obtenidos en la Tabla 5.1.

Es decir que el error calculado por los algoritmos de estimación de parámetros que parten de los datos del fabricante es más pequeño que el error real (el error en todo el rango de funcionamiento). Esto implica que el algoritmo disminuye bien el error en los cuatro puntos de funcionamiento proporcionados por el fabricante, sin embargo, el error en los demás puntos de funcionamiento de la máquina resulta imperceptible para el algoritmo y puede aumentar.

Para conocer por qué el error real es mayor que el error minimizado por el algoritmo, se ha analizado el error inicial que dicho algoritmo busca minimizar, e_{V10} (error del conjunto de valores iniciales de los parámetros, V_{10}). El análisis se realiza teniendo en cuenta que los errores vistos por el algoritmo, e_{4D} y e_{V10} , únicamente se calculan en 4 puntos de funcionamiento (O, M, N y S).

La Tabla 5.13 muestra los errores e_{V10} y e_{4D} vistos por el algoritmo (solamente en los 4 datos proporcionados por el fabricante). La Tabla 5.14, muestran los errores e_{V10} y e_{kD} , calculados para todas las medidas experimentales (k datos).

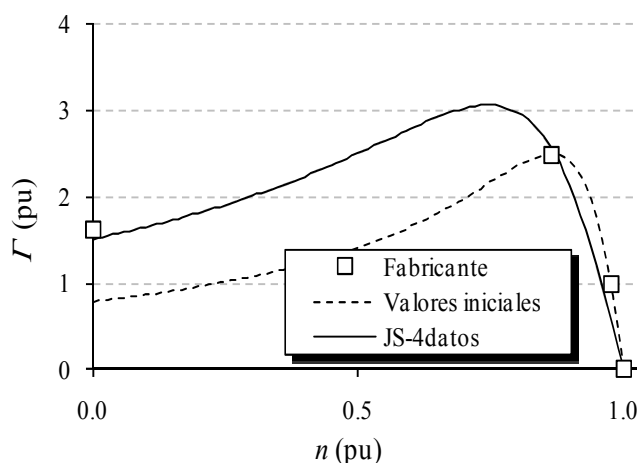


Fig. 5.12 Puntos de funcionamiento facilitados por el fabricante y par simulado a partir de los parámetros iniciales y con los parámetros constantes estimados a partir de 4 datos del fabricante, para el modelo de JS.

Tabla 5.13 Error visto por el algoritmo, calculado en los 4 puntos del fabricante, con el modelo de JS

Máquina de 75 kW	
e_{V10} (4 Datos)	29.54%
e_{4D} (4 Datos)	23.50%

Tabla 5.14 Error real calculado en los k puntos experimentales, con el modelo de JS.

Máquina de 75 kW	
e_{V10} (k Datos)	18.04%
e_{kD} (k Datos)	28.23%

El análisis de los resultados de la Tabla 5.13 muestra que el error inicial visto por el algoritmo, e_{V10} (4 Datos), es disminuido exitosamente en 6.04%. Por tanto el algoritmo ha encontrado un conjunto de parámetros que disminuye el error inicial en un buen porcentaje.

Sin embargo, la Tabla 5.14 muestra que al evaluar el comportamiento simulado en los k puntos de funcionamiento experimental (obtenidos en la Tabla 5.1) el error inicial real es mayor, pero esto es imperceptible para el algoritmo. En este caso el error aumenta en 10.19%.

Cabe anotar que aunque este fenómeno existe, es imperceptible para las técnicas de estimación de parámetros constantes que parten únicamente de los datos proporcionados por el fabricante, independientemente del modelo utilizado. Para hacer evidente dicho fenómeno es necesario contar con medidas experimentales, lo cual no se contempla en el objetivo de este tipo de técnicas.

La comparación del error calculado por el algoritmo con el error real, permite deducir la existencia de un primer problema a solucionar: la técnica actualmente utilizada para calcular el error genera resultados erróneos, ya que el error real difiere del error calculado.

Conclusiones

Los análisis de los errores de la Tabla 5.13 con 4 datos del fabricante y de la Tabla 5.14 con k datos experimentales ($k = 24$ para la máquina de 75 kW), indican que los algoritmos de estimación de parámetros constantes, para el modelo de jaula sencilla, que parten únicamente de los datos del fabricante, pueden estimar parámetros cuyo comportamiento generado se ajusta a los puntos de funcionamiento O, M, N y S, pero no en los demás puntos de funcionamiento de la máquina, particularmente en la zona de funcionamiento inestable.

Esto se debe a que este tipo de algoritmos se ven forzados a evaluar el error únicamente en los puntos conocidos, es decir, en los 4 puntos proporcionados por el fabricante, como se realiza en la Tabla 5.13; lo cual permite que existan valores erróneos de comportamiento en los demás puntos de operación de la máquina, sin que el algoritmo de estimación pueda percibirlos.

Otro error identificado es la diferencia entre la magnitud del par máximo simulado, Γ'_M , respecto al par máximo suministrado por el fabricante Γ_M . Este error se analiza en detalle en el siguiente capítulo.

5.3.3 Modelo de doble jaula

El diagrama de flujo del algoritmo diseñado en esta sección para estimar los parámetros constantes, a partir de los datos del fabricante, se muestra en la Fig. 5.13.

Para realizar este diseño se han tomado los *Datos del Fabricante* de los puntos O, M, N y S para la máquina analizada, mostrados en la Tabla 5.10. El *Modelo* seleccionado es de doble jaula, Fig. 2.6. Los demás bloques que componen el diagrama se detallan a continuación.

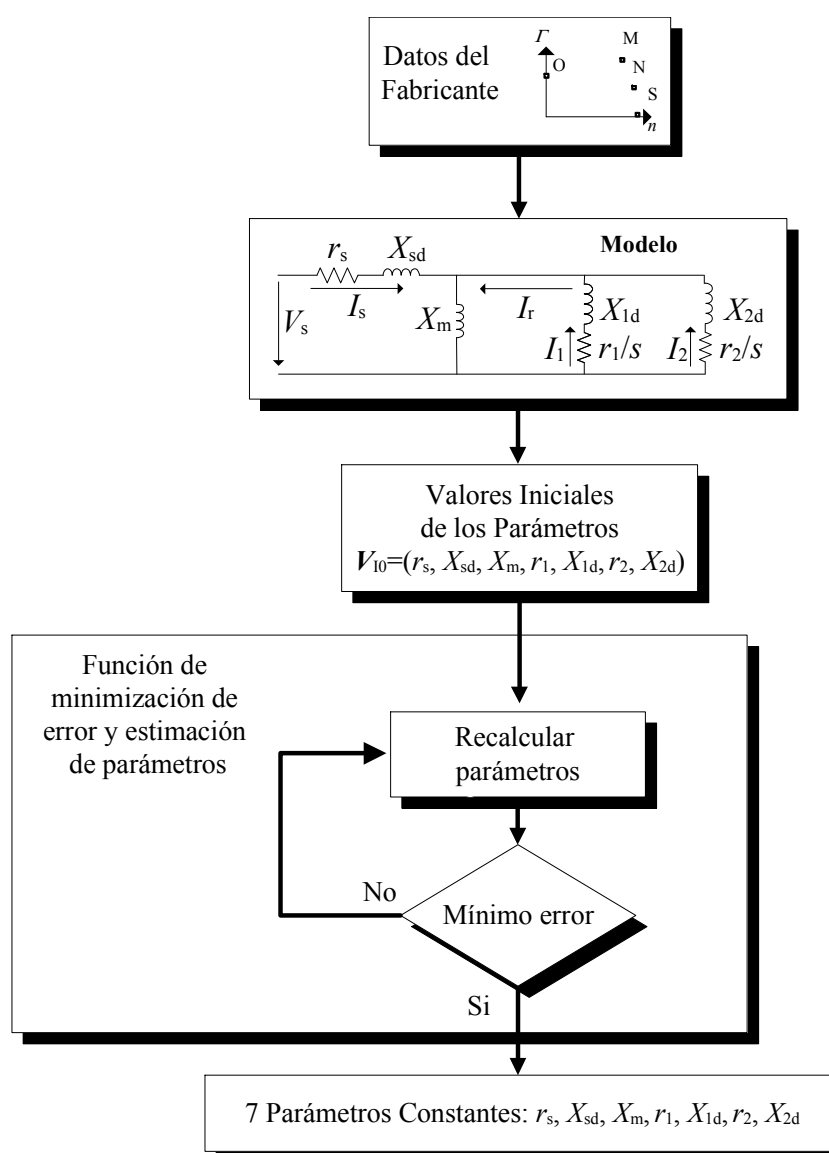


Fig. 5.13 Diagrama de flujo del algoritmo de estimación de parámetros constantes a partir de datos del fabricante (DF) para el modelo de DJ.

Valores iniciales de los parámetros, VI0

La metodología para hallar los parámetros iniciales se estudia en la sección 5.2.2. Por lo tanto, el conjunto de parámetros iniciales hallado, V_{10} , se muestra en la Tabla 5.6, y el par simulado, resultante de evaluar el conjunto de parámetros iniciales en la ecuación (5.1), se encuentra en la Fig. 5.7.

Función de minimización de error y estimación de parámetros

Los datos de entrada a la función de minimización de error son el conjunto de parámetros iniciales, V_{10} , de la Tabla 5.6. Esta función ejecuta los siguientes pasos:

Paso 1: calcula los valores de la curva par-velocidad resultante por medio de la ecuación (5.18), reemplazando en ella los cuatro puntos de deslizamiento (s) proporcionados por el fabricante y el conjunto de datos de entrada.

$$\Gamma_{DJ}(s) = \Gamma'(s) = \frac{3}{s \cdot \omega_s} \cdot \left[r_1 \cdot \frac{|\mathbf{V}_{Th1}|^2}{\left(R_{Th} + \frac{r_1}{s}\right)^2 + (X_{Th} + X_1)^2} + r_2 \cdot \frac{|\mathbf{V}_{Th2}|^2}{\left(R_{Th} + \frac{r_2}{s}\right)^2 + (X_{Th} + X_2)^2} \right] \quad (5.18)$$

Paso 2: calcula el error resultante entre los valores proporcionados por el fabricante en los cuatro puntos de funcionamiento O, M, N y S y los valores de par calculados, Γ_{DJ} . Este error es calculado por medio de la ecuación (5.10).

Paso 3: asigna un nuevo valor a cada parámetro (por medio de la función *fmincon* del toolbox de Matlab, mencionada anteriormente), partiendo de los valores dados por el conjunto de parámetros de entrada. En la primera iteración el conjunto de valores de partida es V_{10} .

La metodología de asignación de nuevos valores a los parámetros depende del método de optimización con restricciones utilizado por la función *fmincon*: *programación cuadrática secuencial* (SQP). El nuevo conjunto de parámetros debe cumplir con las condiciones de restricción:

- $\Gamma_O - \Gamma'(s=1) \leq 10^{-9}$
- $\Gamma_M - \Gamma'(s_M) \leq 10^{-9}$
- $\Gamma_N - \Gamma'(s_N) \leq 10^{-9}$
- $\Gamma'(s) \leq \Gamma_M$
- $\{X_{sd}, r_s, X_m, X_{1d}, r_1, X_{2d}, r_2\} > 0$
- $N_i \leq N_{i_max}$
- $t_{conv} \leq t_{max}$
- $e_{min} > 0$
- $e_{min} < e_{min}(i-1)$; donde i es la iteración actual

Tabla 5.15 Parámetros en pu, estimados a partir de datos del fabricante para el modelo de DJ

Máquina	r_s	X_{sd}	X_m	X_{1d}	r_1	X_{2d}	r_2
75 kW	0.139	0.134	7.148	0.082	0.139	0.212	0.060

Paso 4: calcula de nuevo el error como en el Paso 2 y lo compara con el error calculado en la iteración anterior. Si el error actual es menor, el nuevo conjunto de parámetros es almacenado y reemplaza al anterior, si no lo es, el nuevo conjunto de parámetros es desechado.

El algoritmo itera realizando los pasos del 1 al 4 hasta hallar un conjunto de parámetros adecuado. Si luego de un número determinado de iteraciones (N_i), o un tiempo predefinido (t_{max}), no puede hallarse un conjunto de parámetros que arroje un valor de error más pequeño que el anterior, la salida de la función será el último conjunto de valores de los parámetros almacenado.

Parámetros Obtenidos

Los parámetros constantes hallados con este algoritmo, para el modelo de doble jaula, se muestran en la Tabla 5.15. En la Fig. 5.14 se grafica la curva par-velocidad obtenida con estos parámetros.

Como en el apartado anterior, se realiza el análisis comparativo entre el error visto por el algoritmo (e_{4D} = error entre los 4 puntos dados por el fabricante y el comportamiento simulado) y el error real, existente en todos los puntos experimentales de funcionamiento (e_{kD} = error entre los k datos experimentales y el comportamiento simulado).

Los errores e_{4D} y e_{kD} se calculan utilizando la expresión (5.10) normalizada y se muestran en la Tabla 5.16.

En este caso, el error visto por el algoritmo es muy pequeño, comparado con el error real. En este caso, el error e_{4D} es 5.15% menor que el error e_{kD} .

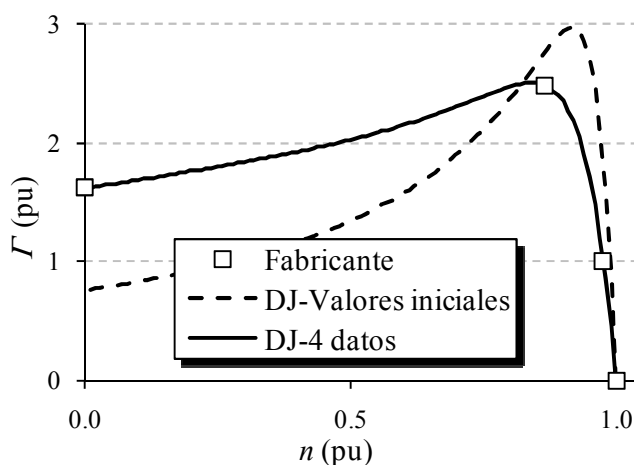


Fig. 5.14 Curvas par-velocidad obtenidas con parámetros constantes estimados a partir de 4 datos del fabricante, para el modelo de doble jaula. Máquina de 75 kW.

Tabla 5.16 Errores calculados con los parámetros estimados a partir de 4 datos del fabricante, para el modelo de DJ.

Error	Máquina de 75 kW
e_{4D}	0.03%
e_{kD}	5.18%

La explicación de estos resultados se realiza con el análisis de los errores en las Tabla 5.17 y Tabla 5.18.

La Tabla 5.16 muestra los errores normalizados e_{4D} y e_{kD} , con el modelo de doble jaula. El análisis de estos errores arroja iguales conclusiones que el análisis realizado con el modelo de jaula sencilla, es decir, que el error visto por el algoritmo es mucho más pequeño que el error real, calculado en los k puntos de funcionamiento experimental.

Las Tabla 5.17 y Tabla 5.18 muestran los resultados del análisis de los errores relativos: e_{4D} (visto por el algoritmo en los 4 datos del fabricante) y e_{kD} (real, en k datos experimentales), respectivamente.

En la Tabla 5.17 se registra que el algoritmo disminuye exitosamente el error visto inicialmente, e_{V10} ; en este caso e_{V10} disminuye en 56.78%. Por tanto, el algoritmo ha encontrado un conjunto de parámetros, para el modelo de doble jaula, que minimizan el error inicial en gran medida.

La Tabla 5.18 muestra que, a diferencia de lo ocurrido con los parámetros estimados para el modelo de jaula sencilla, cuando se utiliza el modelo de doble jaula el error real, e_{kD} , también es minimizado por el algoritmo. Para el caso analizado este error disminuye en 40.35%.

La técnica de estimación de parámetros constantes diseñada en este capítulo presenta igual o mejor comportamiento simulado que aquellas referenciadas en [6, 7, 15, 22, 25, 30, 31, 34], tanto para el modelo de jaula sencilla como para el modelo de doble jaula. Debido a esto, en adelante dicha técnica será utilizada como la técnica de referencia TR, para evaluar el comportamiento de las técnicas diseñadas en el Capítulo 6 y el Capítulo 7.

Tabla 5.17 Error relativo visto por el algoritmo, calculado en los 4 datos del fabricante con el modelo de DJ.

Máquina de 75 kW	
e_{V10} (4 Datos)	56.82%
e_{4D} (4 Datos)	0.03%

Tabla 5.18 Error calculado en los k datos experimentales con el modelo de DJ.

Máquina de 75 kW	
e_{V10} (k Datos)	45.53%
e_{kD} (k Datos)	5.18%

5.4 Conclusiones

Los algoritmos de estimación de parámetros que parten únicamente de los datos del fabricante, pueden estimar parámetros para el modelo de doble jaula cuyo comportamiento generado se ajusta mejor que los parámetros del modelo de jaula sencilla en los puntos O, M, N y S así como también a los puntos de funcionamiento experimental de la máquina, particularmente en la zona de funcionamiento inestable.

A pesar de esto, el modelo de doble jaula aún presenta errores considerables respecto al comportamiento experimental de la máquina en la zona de funcionamiento inestable, particularmente con aquellas máquinas con relación R_{MO} se encuentra entre 1.0 y 1.2.

Independientemente del modelo utilizado, la técnicas de estimación de parámetros que parten únicamente de los datos proporcionados por el fabricante presentan errores imperceptibles para el algoritmo que las implementa, debido a que este tipo de algoritmos son forzados a evaluar el error únicamente en los puntos de funcionamiento conocidos, es decir, en aquellos proporcionados por el fabricante (O, M, N y S).

Los principales errores, identificados con las técnicas diseñadas en este capítulo son:

- comportamiento imperceptible por el algoritmo entre los puntos de funcionamiento O y M (algoritmos de estimación de parámetros constantes que parten de los datos proporcionados por el fabricante)
- error considerable entre el comportamiento experimental $\Gamma(s)$ y el comportamiento simulado $\Gamma'(s)$, en la zona de funcionamiento inestable de la máquina
- magnitud y posicionamiento de par máximo simulado Γ'_M muy diferente de los valores de par máximo proporcionado por el fabricante Γ_M .

UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI

ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS Y EFECTOS DE LOS HUECOS DE TENSIÓN EN LA MÁQUINA DE INDUCCIÓN TRIFÁSICA

Adolfo Andrés Jaramillo Matta

ISBN: 978-84-694-0291-7/DL:T-192-2011

Capítulo 6

6. Algoritmos Diseñados para la Estimación de Parámetros Eléctricos Constantes a Partir de Trayectorias de Comportamiento

6.1 Introducción

Como se mencionó en el apartado 3 del Capítulo 3, otra manera de obtener los datos de partida para los algoritmos de estimación de parámetros es a través de la generación de datos de comportamiento aproximado de la máquina.

Estas aproximaciones son trayectorias predefinidas que generan una mayor cantidad de datos de entrada, que contribuyen a una mejor convergencia del algoritmo de estimación. Sin embargo, la precisión de la simulación obtenida con los parámetros estimados depende del tipo de trayectoria predefinida implementada y de la cantidad de puntos de alimentación.

El objetivo de diseñar e implementar estas trayectorias predefinidas en los algoritmos de estimación de parámetros, proviene de la necesidad de mejorar el comportamiento simulado que se obtiene cuando se utilizan técnicas que parten únicamente de los datos proporcionados por el fabricante (O, M, N y S), con el fin de aprovechar las ventajas que ofrecen dichas técnicas: principalmente la obtención de los parámetros sin necesidad de medidas experimentales.

En este capítulo se identifican algunos problemas que presentan las simulaciones realizadas con algoritmos de estimación que parten únicamente de los *datos del fabricante*, posteriormente se analiza la *Función de Minimización de Error* utilizada en las técnicas tradicionales de estimación de parámetros y se implementa una modificación a esta función (error compuesto) para mejorar el comportamiento obtenido en la simulación resultante. Por último se diseñan e implementan dos formas de aproximación de comportamiento para aumentar el número de datos de partida de los algoritmos que parten únicamente de los datos del fabricante, con el fin de aumentar el número de puntos de referencia en la estimación de parámetros, sin adicionar medidas experimentales, y así mejorar la simulación de comportamiento de la máquina.

Los resultados de las técnicas de estimación de parámetros diseñadas e implementadas en el Capítulo 5 se toman como referencia para evaluar el comportamiento simulado resultante aplicando las técnicas de trayectorias predefinidas, diseñadas en este capítulo.

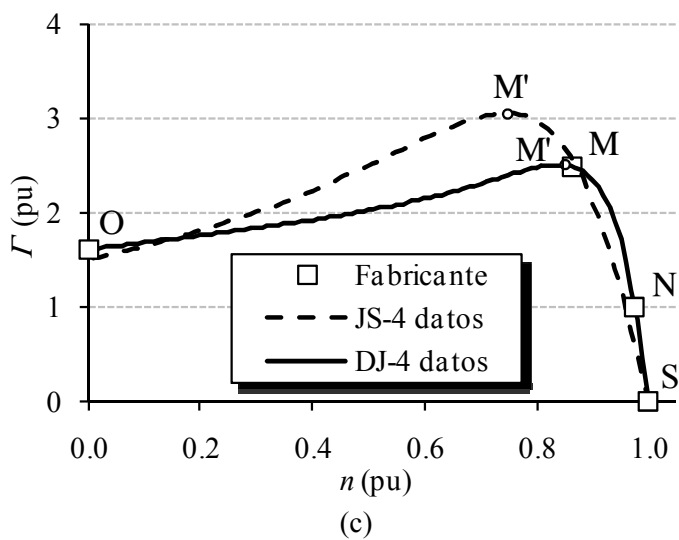
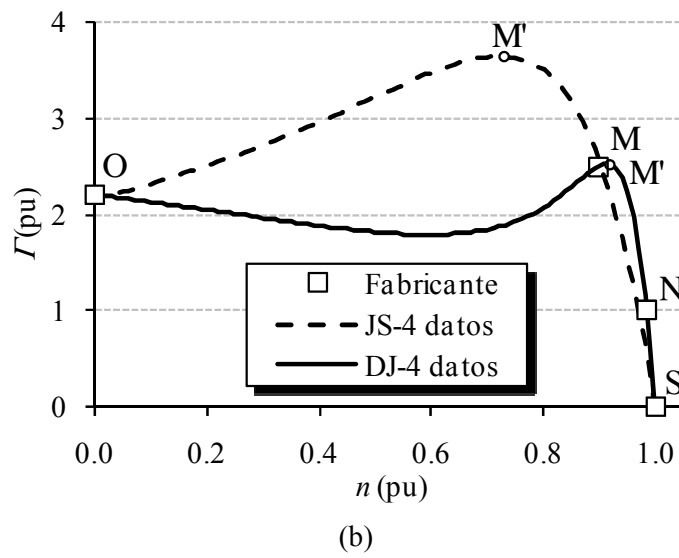
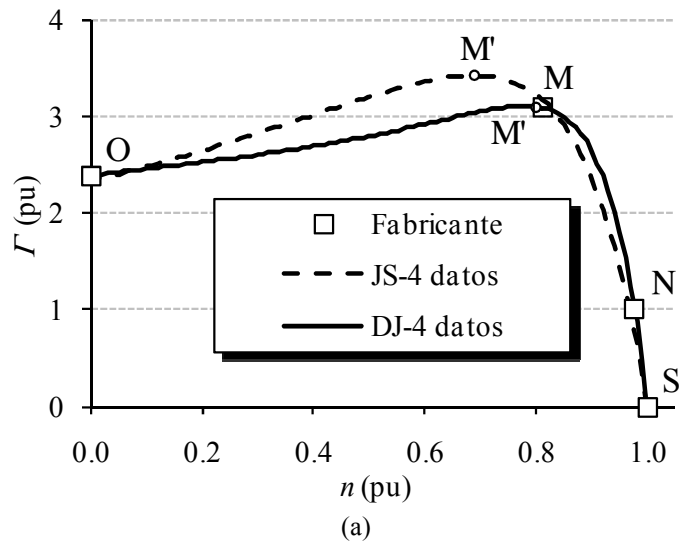


Fig. 6.1 Simulaciones de par con los modelos de jaula sencilla (JS) y doble jaula (DJ), para máquinas de (a) 5.5 kW, (b) 30 kW y (c) 75 kW.

6.2 Identificación de problemas en los algoritmos de estimación que parten de puntos del fabricante

Para identificar con detalle, los problemas presentados por las técnicas de estimación de parámetros que parten de datos del fabricante (mencionados en el capítulo anterior), se han analizado 54 máquinas de inducción trifásicas con rotor en jaula de ardilla, con potencias comprendidas entre 5.5 kW y 630 kW y con relación $1.2 \leq R_{MO}$ y $1.0 < R_{MO} < 1.2$. Estas máquinas se analizan con las técnicas diseñadas e implementadas en el Capítulo 5.

El conjunto de 54 máquinas analizadas se ha dividido en 3 grupos de potencia. Grupo 1, máquinas con potencias entre 5.5 kW y 22 kW; Grupo 2, máquinas entre 26 kW y 55 kW y Grupo 3 para las máquinas con potencias comprendidas entre 75 kW y 630 kW. Estos grupos representan el total de las máquinas analizadas y las máquinas de 5.5 kW ($R_{MO} = 1.29$), 30 kW ($R_{MO} = 1.14$) y 75 kW ($R_{MO} = 1.54$) de la Fig. 6.1, representan cada uno de estos grupos, respectivamente.

En la Fig. 6.1 se muestra el par simulado, Γ' , con los modelos de jaula sencilla (JS) y doble jaula (DJ) de las 4 máquinas mencionadas. Las técnicas utilizadas para la estimación de los parámetros parten únicamente de datos del fabricante (Sección 5.3).

En esta figura se muestran también los puntos proporcionados por el fabricante (O, M, N y S) y los puntos de par máximo simulado M' para cada modelo. El punto M' representa las coordenadas donde el par máximo simulado ocurre ($n_{M'}$, $\Gamma'_{M'}$). El valor de par simulado, en cualquier coordenada de velocidad, esta dado por la expresión. $\Gamma'(n)$.

El análisis de las simulaciones obtenidas en las 54 máquinas, representadas por las máquinas de la Fig. 6.1, muestra que la gran mayoría de máquinas analizadas presentan un mismo patrón de errores. Dichos errores podrían clasificarse de acuerdo al modelo utilizado, sin embargo, los errores más relevantes son comunes a los dos modelos. Estos errores son:

- El valor de par máximo simulado, $\Gamma'_{M'}$, presenta una diferencia relevante respecto al par máximo proporcionado por el fabricante, Γ_M . Para los casos implementados con el modelo de jaula sencilla el valor se incrementó drásticamente, mientras que para el modelo de doble jaula, el cambio fue mucho menos pronunciado. El análisis cuantitativo de éstos errores se han registrado en la Tabla 6.1 (los valores negativos significan que el valor de la simulación es mayor que el valor dado por el fabricante).
- El modelo de JS genera una velocidad a la cual ocurre el par máximo simulado ($n_{M'}$) mucho menor que la velocidad de par máximo (n_M) proporcionada por el fabricante, como lo muestra la Tabla 6.2.
- El modelo de JS genera un comportamiento simulado muy poco ajustado al real en la zona de funcionamiento inestable (entre los puntos O y M), sin embargo este modelo se ajusta bien en la zona de funcionamiento estable (entre los puntos M y S).
- En la zona de comportamiento inestable, el modelo de DJ presenta un comportamiento simulado más ajustado que el modelo de JS, particularmente para las máquinas con $R_{MO} \geq 1.2$.

Tabla 6.1 Par máximo del fabricante, par máximo simulado con JS y DJ y error de par máximo para las máquinas analizadas.

P (kW)	R_{MO}	Γ_M (pu)	JS		DJ	
			$\Gamma'_{M'}$ (pu)	$e_{\Gamma M}$ (%)	$\Gamma'_{M'}$ (pu)	$e_{\Gamma M}$ (%)
5.5	1.29	3.09	3.43	-11.00	3.11	-0.64
30	1.14	2.51	3.64	-45.35	2.51	-0.14
75	1.54	2.48	3.08	-23.85	2.49	-0.22

- Las simulaciones obtenidas con ambos modelos se ajustan bien a las coordenadas (n, Γ) de los puntos de funcionamiento proporcionados por el fabricante (O, M, N, S); sin embargo, todos los puntos restantes de comportamiento simulado pueden presentar grandes errores, los cuales son imperceptibles para el algoritmo.
- El tipo de diseño de una máquina, o su relación R_{MO} , no tienen relación directa con la magnitud del error de par máximo, independientemente del modelo o de la técnica de estimación de parámetros utilizada.
- Tanto el modelo de JS como el de DJ presentan mayor dificultad para representar el comportamiento cuando la máquina analizada tiene $1.0 \leq R_{MO} < 1.2$.

A partir de los errores identificados y de los análisis obtenidos del capítulo 5, se concluye que las técnicas de estimación de parámetros que parten de los datos del fabricante se ajustan bien a los 4 puntos de partida, independientemente del modelo. Sin embargo, las simulaciones del comportamiento resultante, evaluadas en los demás puntos de funcionamiento, pueden presentar un comportamiento diferente al comportamiento real, sin que estos errores puedan ser detectados por el algoritmo de estimación.

El comportamiento resultante genera valores de par máximo simulado $\Gamma'_{M'}$ elevados, respecto al par máximo proporcionado por el fabricante Γ_M , y gran error de par en la región de funcionamiento inestable.

Los mayores errores identificados del comportamiento simulado se deben principalmente a dos problemas: la forma de calcular el error en la *Función de Minimización de Error* y la falta de puntos experimentales para permitir un mejor ajuste en la zona de funcionamiento inestable).

Tabla 6.2 Velocidad de par máximo del fabricante, simulada con JS y DJ y error de velocidad en M, para las máquinas analizadas.

P (kW)	R_{MO}	n_M (pu)	JS		DJ	
			$n_{M'}$ (pu)	e_{nM} (%)	$n_{M'}$ (pu)	e_{nM} (%)
5.5	1.29	0.83	0.71	14.86	0.80	3.75
30	1.14	0.91	0.73	19.76	0.92	-0.30
75	1.54	0.89	0.77	13.62	0.88	0.95

6.3 Soluciones Propuestas

En los algoritmos estudiados y en los diseñados hasta el momento, se detectó que la *Función de Minimización de Error* actúa únicamente calculando la diferencia de magnitudes entre los pares (error lineal), para cada punto de funcionamiento. Lo cual implica que no se tiene en cuenta la coordenada de velocidad de dichos pares.

La solución propuesta para este error es modificar la *Función de Minimización de Error*, de tal manera que el error minimizado no sea lineal sino compuesto.

Respecto a la falta de puntos de funcionamiento experimental, la solución propuesta es la generación de puntos teóricos de funcionamiento, para utilizarlos como entrada al algoritmo; esto se realiza a través de la función *Torque-Speed Tracking* (TST), explicada con detalle más adelante, la cual genera estos puntos teóricos de funcionamiento siguiendo una ruta descrita por una función de aproximación de comportamiento.

De esta manera, el algoritmo utiliza como puntos de partida, los cuatro puntos proporcionados por el fabricante (O, M, N y S) más los puntos teóricos de funcionamiento generados por la función TST. Esto permite que el error calculado sea más confiable, ya que no sólo se calcula en los cuatro puntos de operación del fabricante sino en una serie de puntos (mayor que 4) definidos por la técnica TST.

6.4 Error Compuesto

Tanto los algoritmos de estimación de parámetros referenciados, como los diseñados en el capítulo anterior, implementan en su estructura una *Función de Minimización de Error* para poder estimar los parámetros que aseguran un error mínimo entre las simulaciones resultantes y los datos de partida del algoritmo.

Cada punto de operación dado por el fabricante (O, M, N y S) está conformado por dos coordenadas: velocidad y par (n, Γ), como lo muestra la Fig. 6.2, donde se muestran también los datos del fabricante (DF) y la simulación realizada con el modelo de jaula sencilla (JS), $\Gamma'(n)$, por medio de la metodología descrita en el capítulo 5.

La *función de minimización de error* utilizada en los algoritmos mencionados, está diseñada para minimizar el error únicamente en la coordenada de par. Debido a esto, se dice que el error es de naturaleza lineal. El *error lineal de par* existente entre los pares de los datos de entrada $\Gamma(n)$ y la simulación resultante $\Gamma'(n)$ se llamará e_{Γ} . De esta manera, $e_{\Gamma}(n) = \Gamma(n) - \Gamma'(n)$.

Como se aprecia en las Fig. 6.1 y Fig. 6.2, el *error lineal de par* en todos los puntos proporcionados por el fabricante (n_O, n_M, n_N y n_S) tiene un valor muy pequeño, cercano a cero. No obstante, este valor de error solamente garantiza que el par simulado pasa por ese punto de coordenadas y no que ese valor corresponda al punto evaluado.

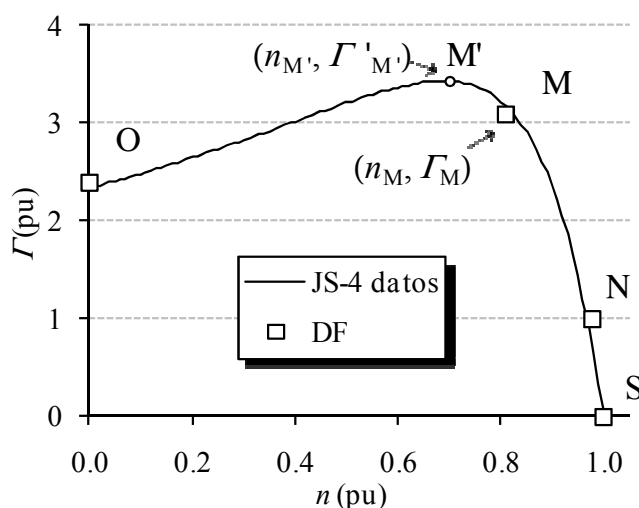


Fig. 6.2 Simulación de la curva par-velocidad con el modelo de jaula sencilla (JS) y datos del fabricante (DF) para una máquina de inducción de 5.5 kW.

Por ejemplo, el punto de par máximo simulado $(n_{M'}, \Gamma'_{M'})$ no es el punto máximo proporcionado por el fabricante (n_M, Γ_M) , etc. Si se evalúa e_Γ en el punto de par máximo M, $e_\Gamma(n_M)$, para cualquier caso, se obtiene un valor muy pequeño, sin embargo el par máximo real, Γ_M , y el par máximo simulado, $\Gamma'_{M'}$, tienen magnitud y coordenadas de velocidad muy diferentes (como en la Fig. 6.2).

Para el caso de la Fig. 6.1(a), JS, $\Gamma'_{M'}$ excede a Γ_M en 11.00% y para el caso de la Fig. 6.1(b) el exceso es de 45.35% (Tabla 6.1).

La diferencia entre las coordenadas de velocidad para estos valores de par también es relevante, para el caso de las Fig. 6.1(a) y Fig. 6.1(b), $n_{M'}$ se encuentra 14.86% y 19.76%, respectivamente, por debajo de n_M , como se muestra en la Tabla 6.2. Por lo general este último error no es tomado en cuenta. Este error será nombrado en esta tesis como *error lineal de velocidad*, $e_n(n) = n - n'$.

Los errores de comportamiento más relevantes presentados por todo el conjunto de máquinas simuladas con el modelo de jaula sencilla, se produjeron en la zona de funcionamiento inestable (entre los puntos O y M) y en el punto de par máximo simulado ($\Gamma'_{M'}$). Las simulaciones realizadas con el modelo de doble jaula, presentaron los errores más significativos en la zona de funcionamiento inestable y se ajustaron mejor en el punto de par máximo simulado. Ambos modelos presentan mayor dificultad y errores más relevantes en la representación del comportamiento de las máquinas con $1.0 \leq R_{MO} < 1.2$.

Para corregir este error, se propone que la *Función de Minimización de Error* actúe sobre un *error compuesto* que tenga en cuenta tanto el error de par en todos los puntos de funcionamiento, como el error vectorial en el punto M, llamado: e_M , el cual considera no sólo el error lineal de par en el punto M, $e_{\Gamma,M}$, sino también el error lineal de velocidad, $e_{n,M}$.

El error compuesto calculado en M, e_M , es definido en coordenadas de velocidad y par (n, Γ) , de la siguiente manera:

$$e_M = \sqrt{e_{n,M}^2 + e_{\Gamma,M}^2} \quad (6.1)$$

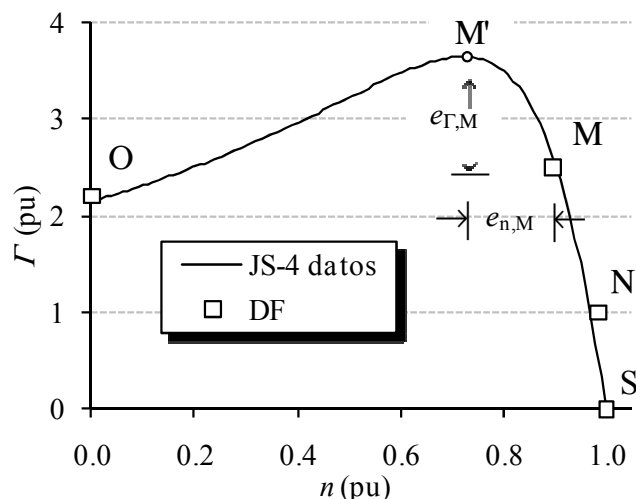


Fig. 6.3 Simulación con modelo de jaula sencilla (JS) y datos del fabricante (DF) para la máquina de 30 kW.

Donde $e_{n, M}$ es el error lineal de velocidad en M, definido como: $e_{n, M} = n_M - n_{M'}$ y $e_{\Gamma, M}$ es el error de par en M, definido como: $e_{\Gamma, M} = \Gamma_M - \Gamma'_{M'}$. En la Fig. 6.3 se muestran los errores que constituyen el error compuesto: $e_{n, M}$ y $e_{\Gamma, M}$.

El error compuesto, e_{comp} , o error a minimizar, se define entonces como:

$$e_{comp} = \sqrt{\frac{\sum_{b=1}^k (e_b)^2}{k}} + e_M \quad (6.2)$$

Donde $e_b = \Gamma(n_b) - \Gamma'(n_b)$.

Los resultados de implementar el *error compuesto* en la *Función de Minimización de Error* se presentaron en [39, 53] y se muestran en la Sección 6.6 de este capítulo, donde se registra que para todos los casos estudiados, el comportamiento simulado obtenido se ajustó más al comportamiento real de la máquina. Teniendo en cuenta estos resultados, en adelante se utilizará la técnica del *error compuesto* en todos los algoritmos que utilicen la *Función de Minimización de Error*.

Por otro lado, los algoritmos de estimación de parámetros que parten de datos del fabricante calculan el error únicamente en los datos proporcionados por el fabricante (O, M, N y S), esto conlleva a comportamientos indeseados debido a que la simulación resultante puede generar valores de par correctos en dichos puntos (motivo por el cual los errores pasarán inadvertidos para el algoritmo) y valores erróneos en todas las coordenadas de velocidad distintas a las proporcionadas por el fabricante (n_O, n_M, n_N y n_S).

La técnica *Torque-Speed-Tracking*, diseñada e implementada en la siguiente sección, corrige este error por medio de la generación de puntos de comportamiento teórico, mejorando los resultados de las técnicas de estimación de parámetros que parten únicamente de datos del fabricante.

Para facilitar su presentación y análisis, la técnica *Torque-Speed-Tracking* se ha dividido en dos partes: Sección 6.5, *Torque-Speed-Tracking*: Trayectorias Lineales entre los Puntos Facilitados por el Fabricante y Sección 6.6, *Torque-Speed Tracking*: Trayectoria Hiperbólica entre los Puntos de Arranque y Par Máximo, TST_H .
Torque-Speed Tracking: Trayectoria Hiperbólica entre los Puntos de Arranque y Par Máximo

6.5 *Torque-Speed-Tracking*: Trayectorias Lineales entre los Puntos Facilitados por el Fabricante (TST_L).

La técnica *Torque-Speed-Tracking* Lineal (TST_L) propone un método que introduce el concepto de *aproximación de comportamiento*, para disminuir los errores en las simulaciones obtenidos con las técnicas tradicionales de estimación de parámetros que parten de datos del fabricante, tales como [7, 22, 25].

Los objetivos principales de esta técnica son disminuir el error de par máximo simulado y disminuir el error de comportamiento simulado en todo el rango de velocidad de funcionamiento de la máquina, particularmente en la zona de funcionamiento inestable, sin necesidad de tomar pruebas experimentales adicionales. Como premisa se tiene que estos resultados de la técnica TST_L pueden incrementar el error en los demás puntos de partida (O, M, N y S), pero el resultado será un decremento del error en todo el rango de funcionamiento.

Para cumplir este objetivo, se desarrolló una técnica de aproximación de comportamiento por medio de trayectorias lineales. Esto se logra generando una serie de puntos que unen los puntos de funcionamiento proporcionados por el fabricante en línea recta, con el fin de incrementar los puntos de funcionamiento de la máquina.

La trayectoria lineal y los datos generados (puntos negros) son mostrados en la Fig. 6.5, además de los datos del fabricante (DF).

Los resultados de implementar esta aproximación de comportamiento muestran una reducción del error de par máximo, es decir el error entre el par máximo proporcionado por el fabricante, T_M , y el par máximo simulado, T'_M .

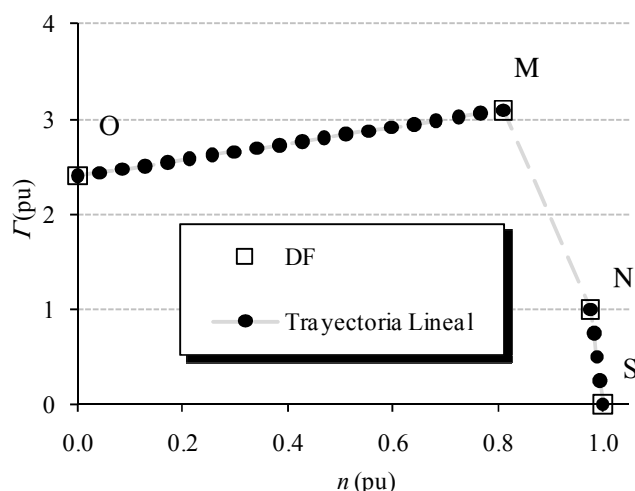


Fig. 6.4 Aproximación lineal de comportamiento para una máquina de inducción trifásica de 5.5 kW.

La técnica TST con aproximación lineal fue validada con los datos del fabricante de 54 máquinas de inducción trifásicas; este conjunto es representado por las máquinas de 5.5 kW, 30 kW y 75 kW de la Fig. 6.1. Para todos los casos se obtuvo una disminución significativa del error compuesto evaluado en el punto M (e_M) y del error en la zona de funcionamiento inestable, presentado por las técnicas de referencia, TR.

Aunque el modelo de doble jaula se ajusta mejor al comportamiento esperado de la máquina de inducción, es frecuente encontrar muchas aplicaciones diseñadas e implementadas con el modelo de jaula sencilla. Por este motivo se utilizaron ambos modelos para representar el comportamiento de las máquinas analizadas.

6.5.1 Algoritmo implementado

La Fig. 6.5 muestra el diagrama de bloques del algoritmo en el cual se ha implementado la técnica de *Torque-Speed-Tracking* Lineal (TST_L). Los bloques: Datos del Fabricante, Modelo de la máquina de inducción, Valores iniciales de los parámetros y *Función de Minimización de Error*, se implementan de igual manera que en la sección 5.2.1, adicionando la modificación de *error compuesto* dentro de la *Función de Minimización de Error*, planteada en la sección 6.4.

La Función *Torque-Speed-Tracking* Lineal toma los datos de entrada proporcionados por el fabricante (O, M, N y S) y genera una cantidad configurable de puntos, sobre trayectorias lineales trazadas entre cada par de puntos proporcionados.

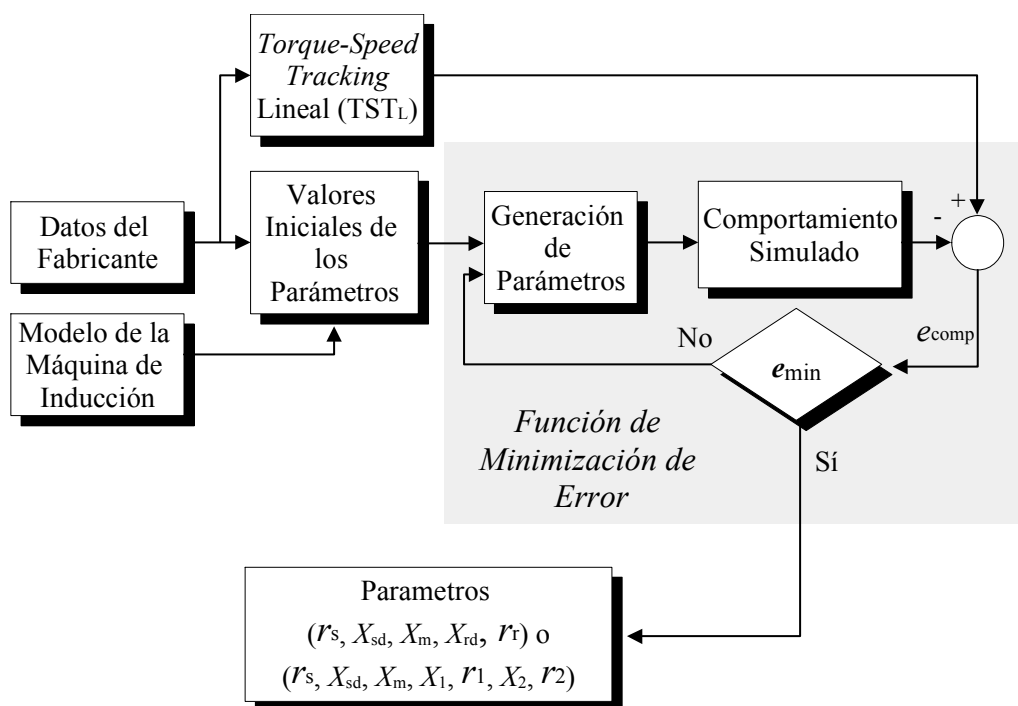


Fig. 6.5 Diagrama de flujo del algoritmo que implementa la técnica *Torque-Speed Tracking* lineal

Estrictamente, el algoritmo es diseñado para generar datos lineales en dos zonas de funcionamiento: diecinueve datos para la región entre O y M y tres datos para la región entre los puntos de operación N y S. Los valores tomados en dichas zonas de linealización son equidistantes en el eje de la velocidad. Pruebas realizadas a estos algoritmos mostraron que una mayor cantidad de puntos generados no mejoran los resultados, por el contrario en algunos casos generaron menor exactitud y extendieron el tiempo de compilación. En la zona comprendida entre los puntos de funcionamiento M y N no se realiza aproximación de comportamiento lineal ya que dicha aproximación se aleja de la realidad y no permite una correcta convergencia del algoritmo en el punto de par máximo simulado.

De esta manera, el algoritmo se alimenta de 25 datos (21 puntos generados por el TST_L y 4 datos del fabricante) en lugar de los 4 datos del fabricante únicamente.

La salida de la función *Torque-Speed-Tracking* Lineal es una aproximación de comportamiento conseguida a partir de los datos del fabricante, y es la serie de puntos de comparación para la *Función de Minimización de Error*.

Consecuentemente, la *Función de Minimización de Error* genera los parámetros que garantizan el error compuesto e_{comp} más pequeño entre los 25 puntos de referencia arrojados por la técnica TST_L y el comportamiento simulado.

6.5.2 Aplicación del TST_L al modelo de jaula sencilla

El modelo de jaula sencilla de la Fig. 2.3 es utilizado frecuentemente para representar el comportamiento de la máquina de inducción debido a su simplicidad y a su buena representación del comportamiento de la máquina en la zona de funcionamiento estable. No obstante, el análisis de múltiples simulaciones realizadas con este modelo muestra la existencia de errores imperceptibles para el algoritmo debido a que se encuentran en puntos de operación diferentes a los puntos de alimentación del algoritmo (datos del fabricante).

Para este modelo, el error más grande aparece en el punto de par máximo simulado, M' . Como se explicó anteriormente, el error de par es muy pequeño si es calculado en la coordenada de velocidad del par máximo dado por el fabricante, n_M . Sin embargo, el valor del par máximo simulado, $\Gamma'_{M'}$, no se presenta en esta coordenada de velocidad sino en $n_{M'}$, además su valor tiene una magnitud diferente del valor Γ_M . Debido a esto, el comportamiento en la zona de funcionamiento inestable difiere mucho respecto al esperado, generando errores considerables (Fig. 6.1).

Parámetros obtenidos

Para comparar el comportamiento simulado, obtenido de implementar la técnica TST_L en los algoritmos de estimación de parámetros que parten de datos del fabricante, se tomarán como técnicas de referencia aquellas implementadas en la sección 5.2.2, con modelos de jaula sencilla, TR.

Los datos proporcionados por el fabricante, para las máquinas analizadas de 5.5 kW, 30 kW y 75 kW, se muestran en la Tabla 6.3. Una vez se alimenta el algoritmo de TST_L con estos datos, se obtienen los parámetros mostrados en la Tabla 6.4.

Tabla 6.3 Datos del fabricante (pu) de las máquinas seleccionadas para el análisis.

Punto	5.5 kW		30 kW		75 kW	
	n	Γ	n	Γ	n	Γ
S	1.02	0.00	1.02	0.00	1.02	0.00
N	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
M	0.83	3.09	0.91	2.51	0.89	2.48
O	0.00	2.40	0.00	2.21	0.00	1.62

Tabla 6.4 Parámetros (pu) estimados con las técnicas de referencia, TR, y con la técnica TST_L, para el modelo de JS

	P (kW)	r_s	X_{sd}	X_m	X_{rd}	r_r
		TR	5.5	0.120	0.079	25.750
	30	0.075	0.104	137.00	0.104	0.061
	75	0.020	0.155	4.127	0.155	0.078
TST _L	5.5	0.136	0.079	3.638	0.079	0.069
	30	0.145	0.104	137.00	0.104	0.080
	75	0.082	0.155	4.127	0.155	0.086

El comportamiento simulado resultante con estos parámetros y los datos proporcionados por el fabricante (DF) se muestran en las Fig. 6.6, Fig. 6.7 y Fig. 6.8 para las máquinas de 5.5 kW, 30 kW y 75 kW, respectivamente. Todos los valores se expresan en pu, normalizados respecto al valor nominal correspondiente.

El análisis de los resultados presentados por la técnica TST_L se realiza por medio del cálculo de los errores de par ($e_{\Gamma,M}$) y velocidad ($e_{n,M}$) en el punto de par máximo, definidos en el apartado 6.4.

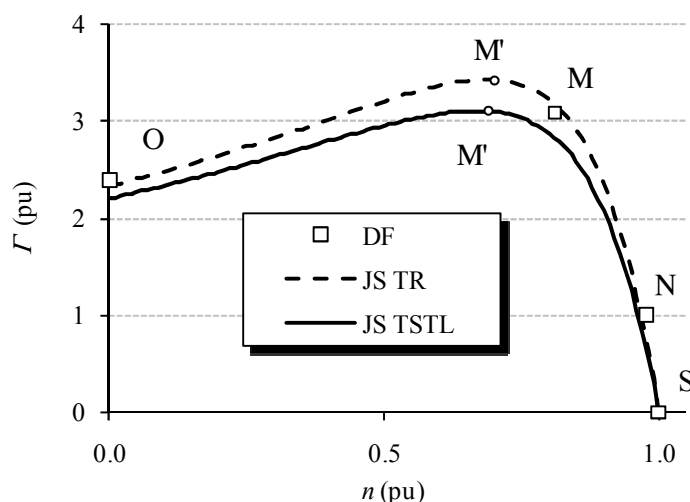


Fig. 6.6 Datos del fabricante (DF), simulaciones con técnicas de referencia (JS TR) y con la técnica TST_L (JS TSTL) para una máquina de inducción de 5.5 kW, con el modelo de JS.

Tabla 6.5 Errores de par, velocidad y de comportamiento teórico para la máquina de 5.5 kW, para una estimación de parámetros del modelo de JS con las técnicas de referencia y TST_L.

	$e_{\Gamma,M}$ [%]	$e_{n,M}$ [%]	e_{CT}
JS TR	-11.00	14.86	9.41
JS TSTL	-0.61	17.33	5.35

El análisis también es realizado por medio del error e_{CT} , que es el error en todo el rango de funcionamiento de la máquina y se calcula por medio de la expresión (5.10), en los 25 puntos de funcionamiento teórico, CT ($k = 25$), generados por el TST_L. Estos errores son comparados con la técnica de referencia TR.

En la Tabla 6.5 se observan dichos errores calculados para la máquina de 5.5 kW. El error $e_{\Gamma,M}$ simulado con la técnica TST_L ha disminuido 94.45%, respecto a la técnica de referencia TR, mientras que el error de velocidad $e_{n,M}$ aumentó 16.61%, El error e_{CT} , calculado en los 25 puntos de comportamiento teórico CT, disminuyó 43.12%, respecto a la técnica TR.

La máquina de 30 kW muestra una disminución de 81.77% en el error e_{Γ} , un aumento en e_n de 22.56% y una disminución del error e_{CT} de 58.90%, cuando se implementó la técnica TST_L, como se observa en la Tabla 6.6.

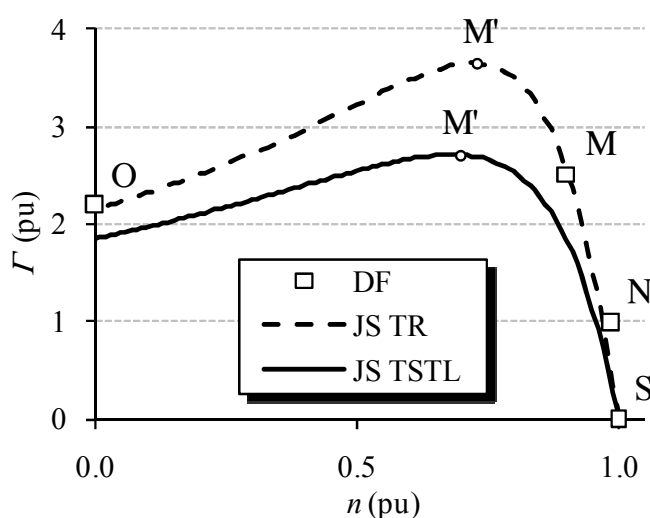


Fig. 6.7 Datos del fabricante (DF), Simulaciones con técnicas de referencia (JS TR) y con la técnica TST_L (JS TSTL) para una máquina de inducción de 30 kW, con el modelo de JS.

Tabla 6.6 Errores de Par, velocidad y de comportamiento teórico para la máquina de 30 kW, con el modelo de JS, respecto a los datos del fabricante.

	$e_{\Gamma,M}$ [%]	$e_{n,M}$ [%]	e_{CT}
JS TR	-45.58	19.76	128.79
JS TSTL	-8.31	24.22	52.93

Tabla 6.7 Errores de Par, velocidad y de comportamiento teórico para la máquina de 75 kW, con el modelo de JS, respecto a los datos del fabricante.

	$e_{\Gamma,M}$ [%]	$e_{n,M}$ [%]	e_{CT}
JS TR	-23.11	13.34	143.46
JS TSTL	-1.82	15.65	77.88

En el caso de la máquina de 75 kW de la Fig. 6.8, el error de par, $e_{\Gamma,M}$, disminuye 92.11%, el error e_n , aumenta 17.32% y el error e_{CT} disminuye 45.71%, cuando se aplica la técnica TST_L , como lo muestra la Tabla 6.7.

La implementación de la técnica TST_L , en el conjunto de máquinas estudiadas, presenta tres efectos: el error de par $e_{\Gamma,M}$ disminuye, el error de velocidad $e_{n,M}$ aumenta (aunque muy poco, en proporción a la disminución de $e_{\Gamma,M}$), y el error en los 25 puntos de funcionamiento e_{CT} disminuye. Estos resultados son una constante en la gran mayoría de los casos estudiados, por lo cual se concluye que la técnica de TST_L con error compuesto, exige un aumento muy pequeño del error en velocidad $e_{n,M}$ a cambio de una gran disminución en los errores de par máximo $e_{\Gamma,M}$ y en todo el rango de comportamiento teórico e_{CT} .

Aunque se ha obtenido un método para reducir, de manera considerable, el error de par máximo para las técnicas de estimación de parámetros que parten de datos del fabricante con el modelo de jaula sencilla, es importante notar que cuando se analiza el comportamiento en la zona de funcionamiento inestable (entre los puntos O y M) aún existen grandes errores.

6.5.3 Aplicación del TST_L al modelo de doble jaula

El modelo de doble jaula de la Fig. 2.4 es utilizado para todo tipo de máquinas de inducción, en especial para aquellas de alta potencia, debido a que presenta un comportamiento simulado más ajustado al comportamiento real de la máquina (particularmente en la zona de funcionamiento transitoria) que el modelo de jaula sencilla.

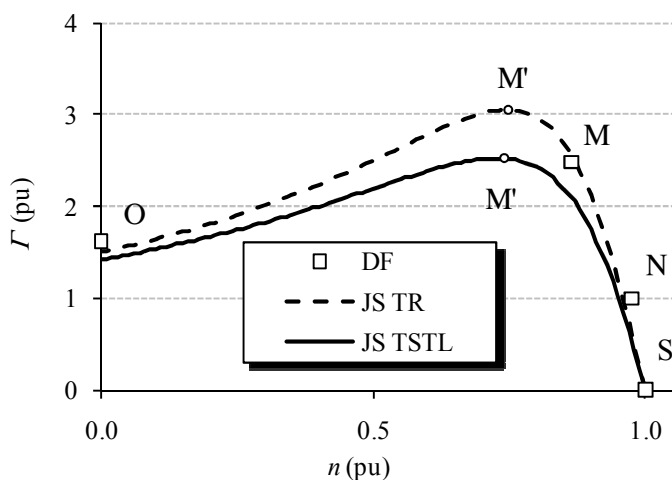


Fig. 6.8 Datos del fabricante (DF), simulaciones con técnicas de referencia (JS TR) y con la técnica TST_L (JS TSTL) para una máquina de inducción de 75 kW, con el modelo de JS.

Tabla 6.8 Parámetros (pu) estimados con la técnica de referencia, TR, y con la técnica TSTL, en el modelo de DJ.

	P (kW)	r_s	X_{sd}	X_m	X_{1d}	r_1	X_{2d}	r_2
TR	5.5	0.141	0.061	3.638	0.059	0.151	0.162	0.059
	30	0.011	0.219	5.188	0.000	0.210	0.238	0.037
	75	0.139	0.134	7.148	0.082	0.139	0.212	0.060
TSTL	5.5	0.059	0.144	3.637	0.078	0.131	0.294	0.067
	30	0.172	0.037	5.255	0.059	0.131	0.250	0.040
	75	0.023	0.195	7.148	0.133	0.150	0.407	0.067

La necesidad de mejorar el comportamiento simulado resultante con este modelo se debe a que el modelo de DJ presenta un valor ajustado de par máximo simulado de la máquina, respecto al valor proporcionado por el fabricante ($n_{M'} \approx n_M$, $\Gamma'_{M'} \approx \Gamma_M$), sin embargo, presenta errores de comportamiento en la zona de funcionamiento inestable (entre los puntos O y M).

Además, en las secciones anteriores se ha demostrado que el modelo de DJ presenta errores que se deben considerar cuando es utilizado para modelar máquinas con $1.0 \leq R_{MO} \leq 1.2$.

Parámetros obtenidos

El diagrama de flujo del algoritmo de estimación de parámetros con TSTL para este modelo es el mostrado en la Fig. 6.5. En los bloques de este diagrama, los *Datos del Fabricante* para las máquinas analizadas de 5.5 kW, 30 kW y 75 kW se muestran en la Tabla 6.3, el *Modelo* de doble jaula utilizado se estudia en la sección 2.3, los *Valores Iniciales* de los parámetros y la *Función de Minimización de Error*, se implementan de igual manera que en la sección 5.2.1, aplicando el error compuesto e_{comp} planteado en la sección 6.4.

Los parámetros estimados con la técnica TSTL para el modelo de doble jaula se muestran en la Tabla 6.8.

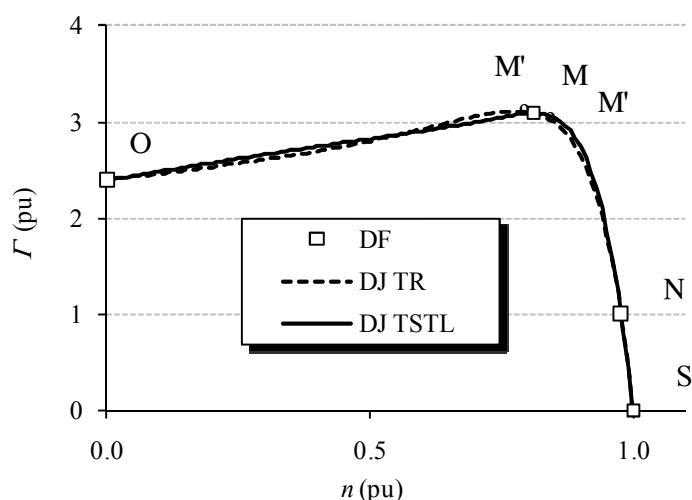


Fig. 6.9 Datos del fabricante (DF), Simulaciones con técnicas de referencia (JS TR) y con la técnica TSTL (JS TSTL) para una máquina de inducción de 5.5 kW, con el modelo de DJ.

Tabla 6.9 Errores de par y velocidad en el punto M y error de comportamiento teórico CT para la máquina de 5.5 kW, con el modelo de DJ y a la técnica TST_L.

	$e_{\Gamma,M}$ [%]	$e_{n,M}$ [%]	e_{CT}
DJ TR	-0.64	3.75	1.25
DJ TSTL	0.22	0.05	0.27

Las Fig. 6.9, Fig. 6.10 y Fig. 6.11 muestran los datos del fabricante (DF) y las simulaciones obtenidas con la técnica de referencia (DJ TR) y con la técnica TST_L (DJ TSTL) para las máquinas de inducción de 5.5 kW, 30 kW y 75 kW, respectivamente, con el modelo de doble jaula.

Para el caso de la máquina de 5.5 kW los parámetros estimados muestran un comportamiento simulado que disminuye los errores de par y velocidad en el punto M, y de comportamiento teórico (Fig. 6.9). El error $e_{\Gamma,M}$ disminuye 66.24%, $e_{n,M}$ disminuye 98.66% y e_{CT} disminuye en 78.52%. Estos datos son mostrados en la Tabla 6.9.

En el caso de la máquina de 30 kW (Fig. 6.10) el error en los 25 puntos de comportamiento teórico disminuye considerablemente, respecto a la técnica de referencia TR. El error $e_{\Gamma,M}$ disminuye en 24.97%, $e_{n,M}$ aumenta en 193.11% y e_{CT} disminuye en 94.97%, como lo muestra la Tabla 6.10.

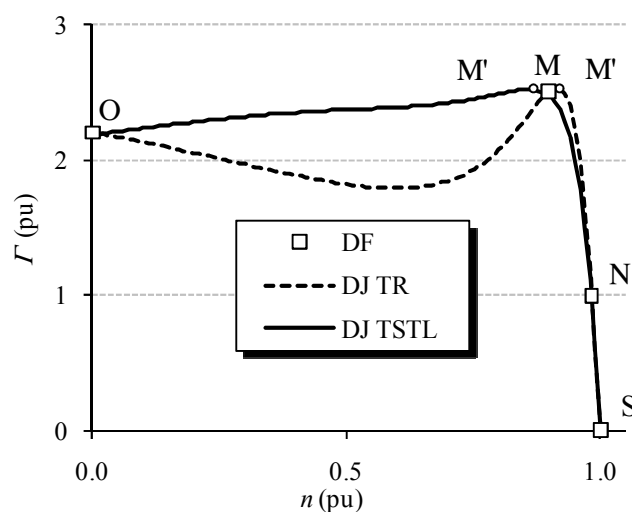


Fig. 6.10 Datos del fabricante (DF), simulaciones con técnicas de referencia (JS TR) y con la técnica TST_L (JS TSTL) para una máquina de inducción de 30 kW, con el modelo de DJ

Tabla 6.10 Errores de par y velocidad en el punto M y error de comportamiento teórico para la máquina de 30 kW, con el modelo de DJ.

	$e_{\Gamma,M}$ [%]	$e_{n,M}$ [%]	e_{CT}
DJ TR	-1.12	-1.42	70.69
DJ TSTL	-0.84	4.15	3.56

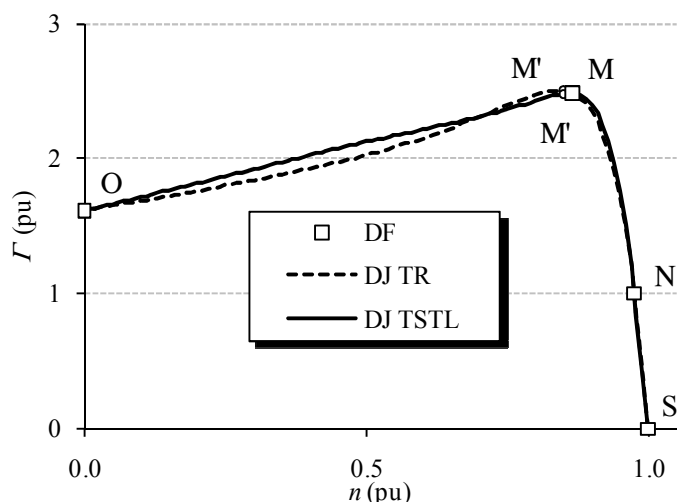


Fig. 6.11 Datos del fabricante (DF), simulaciones con técnicas de referencia (JS TR) y con la técnica TST_L (JS TSTL) para una máquina de inducción de 75 kW, con el modelo de DJ

Tabla 6.11 Errores de par y velocidad en el punto M y error de comportamiento teórico para la máquina de 75 kW, con el modelo de DJ.

	$e_{\Gamma,M}$ [%]	$e_{n,M}$ [%]	e_{CT}
DJ TR	-0.87	2.94	22.83
DJ TSTL	0.13	0.63	2.97

Para el caso de la máquina de inducción de 75 kW (Fig. 6.11), los errores de par máximo se muestran así: el error $e_{\Gamma,M}$ disminuye en 85.56%, $e_{n,M}$ disminuye 78.55% y el error e_{CT} disminuye 87.01%, respecto a la técnica TR, como lo muestra la Tabla 6.11.

En general, la técnica de TST_L , aplicada al modelo de doble jaula, genera un comportamiento con tendencia lineal entre los puntos de funcionamiento O y M, como en el caso de la Fig. 6.11, lo cual no siempre se ajusta al comportamiento real de la máquina.

Estos resultados representan, de manera general, todos los casos estudiados; de donde se concluye que la técnica TST_L con la aplicación del *error compuesto*, aplicada al modelo de doble jaula, disminuye el error de par máximo en la mayoría de los casos, particularmente aquellos donde el modelado es más estricto, es decir, en máquinas con $1.0 \leq R_{MO} \leq 1.2$; además de mejorar notablemente su comportamiento en la zona de funcionamiento inestable, como se puede apreciar en la Fig. 6.10.

En las máquinas con $R_{MO} > 1.2$, ésta técnica reduce el error de par máximo simulado, como el caso de las Fig. 6.9 y Fig. 6.11, no obstante, el comportamiento simulado en la zona transitoria es visiblemente lineal. Debido a esto, la aplicación de esta técnica con el modelo de DJ sobre máquinas con $R_{MO} > 1.2$ no es recomendable, ya que este modelo permite un seguimiento muy ajustado al comportamiento lineal generado por la técnica TST_L en la zona de funcionamiento inestable, generando grandes errores en la simulación de comportamiento en dicha zona.

La técnica TST_L es recomendada para todos los casos donde se utilice el modelo de jaula sencilla, ya que reduce considerablemente los errores de par y velocidad en el punto de funcionamiento M y reduce también el error evaluado en los 25 puntos de comportamiento teórico, particularmente en la zona de funcionamiento transitoria. Si se quiere aplicar esta técnica con modelo de doble jaula, se debe tener en cuenta que la máquina a modelar tenga $1.0 \leq R_{MO} \leq 1.2$, donde dicha técnica proporciona mejores resultados. Si la máquina tiene $R_{MO} > 1.2$ los resultados serán mejores en la zona estable ($n_M \leq n \leq n_S$) pero tendrá deficiencias en el comportamiento simulado en la zona de funcionamiento inestable ($n_O \leq n < n_M$).

Aunque los resultados obtenidos muestran una corrección significativa del error en el punto de par máximo simulado para todos los casos analizados, hasta el momento no muestran una mejora notable en la zona de funcionamiento inestable (entre los puntos O y M). Para máquinas con $1.0 \leq R_{MO} \leq 1.2$, el comportamiento resultante se ajusta bien al esperado y para máquinas con $R_{MO} > 1.2$ el comportamiento resultante muestra claros errores. En la siguiente sección se realiza una modificación de diseño que mejora la técnica TST_L , corrigiendo este error en gran medida.

6.6 *Torque-Speed Tracking*: Trayectoria Hiperbólica entre los Puntos de Arranque y Par Máximo, TST_H

En esta sección se diseña e implementa un algoritmo que estima los parámetros del modelo de la máquina de inducción trifásica a partir de datos del fabricante, utilizando la técnica de modelado del comportamiento llamada *Torque-Speed Tracking* Hiperbólica (TST_H). Esta técnica resuelve algunos problemas causados por la falta de puntos de funcionamiento experimental para la correcta convergencia del algoritmo hacia valores de los parámetros que disminuyan tanto los errores en la zona de funcionamiento inestable como el error de par máximo simulado, sin necesidad de medidas experimentales adicionales. Esto se logra generando una referencia de comportamiento teórico, extraída de las especificaciones del fabricante y del valor de la relación R_{MO} de la máquina analizada.

Esta técnica es implementada para los modelos de rotor de jaula sencilla y doble jaula y los resultados obtenidos son comparados con aquellos obtenidos con las técnicas referenciadas, mostrando un mejor comportamiento simulado para los casos analizados.

El algoritmo es validado con los datos de catálogo de 54 máquinas de inducción trifásicas de fabricación europea, con $1.0 \leq R_{MO} \leq 1.2$ y $R_{MO} > 1.2$ y con potencias entre 5.5 kW y 630 kW.

También se valida con las pruebas experimentales de una máquina de inducción de 75 kW, con $R_{MO} = 1.54$ (Sección 5.2.1).

Esta técnica tiene como objetivo disminuir el error de par máximo y de comportamiento simulado en todo el rango de funcionamiento de la máquina, particularmente en la zona de funcionamiento inestable, sin necesidad de tener que realizar pruebas experimentales. Para ello, la técnica TST_H genera una serie de puntos teóricos de funcionamiento, que definen una trayectoria ideal. La trayectoria ideal se genera a partir del valor de la relación R_{MO} de cada máquina y de los datos del fabricante.

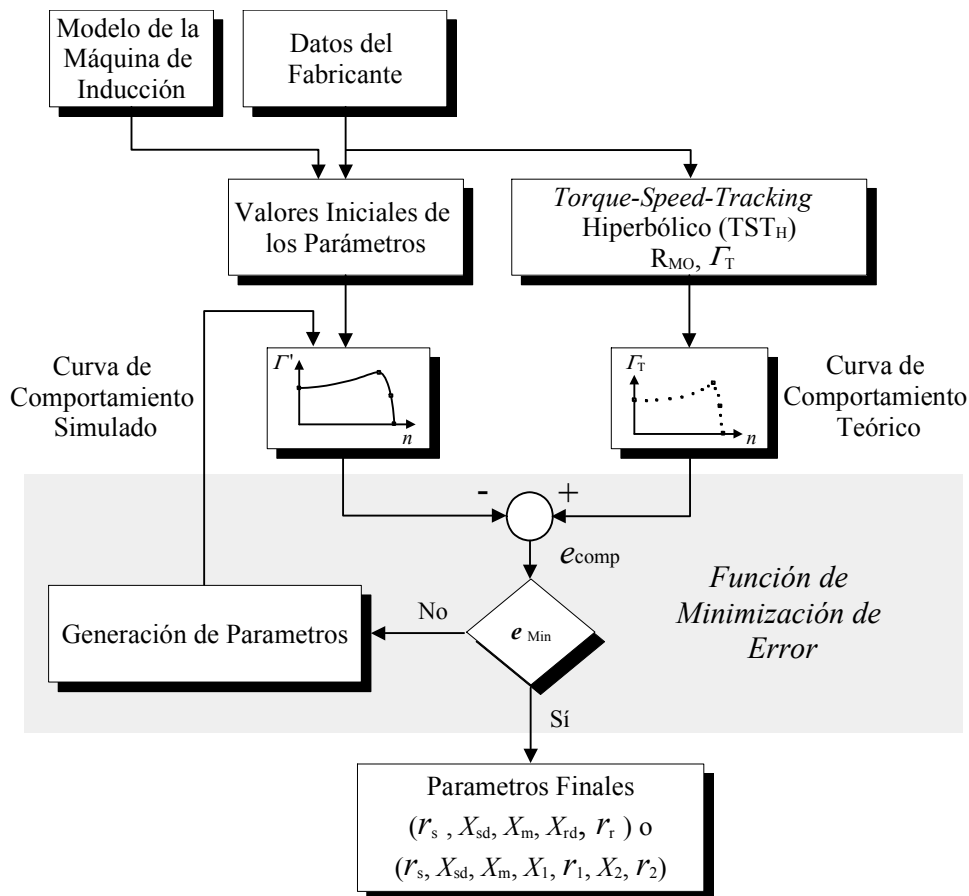


Fig. 6.12 Diagrama de flujo del algoritmo implementado con *Torque-Speed-Tracking Hiperbólica*

El diseño de esta técnica obedece a la necesidad de mejorar las técnicas actuales que utilizan los modelos de jaula sencilla y doble jaula y que parten únicamente de los datos del fabricante para estimar los parámetros de los modelos, ya que se ha demostrado que ambos modelos presentan errores en el comportamiento simulado resultante con las máquinas de inducción, particularmente cuando su valor R_{MO} se encuentra entre los valores 1.0 y 1.2.

6.6.1 Algoritmo implementado

El diagrama de bloques del algoritmo implementado para la técnica de *Torque-Speed-Tracking Hiperbólica (TST_H)*, se muestra en la Fig. 6.12. Los bloques: *Datos del Fabricante*, *Modelo de la Máquina de Inducción*, *Valores Iniciales de los Parámetros* y *Función de Minimización de Error*, se implementan de igual manera que en la sección 6.5.1.

Inicialmente el algoritmo requiere los datos del fabricante (catalogo y placa de características) y del modelo seleccionado para calcular los valores iniciales para los parámetros y con ellos generar la curva de comportamiento simulado Γ' .

Seguidamente, la técnica TST_H genera la curva de comportamiento teórico aproximado de la máquina: Γ_T , a partir de los datos del fabricante y la relación R_{MO} de la máquina analizada.

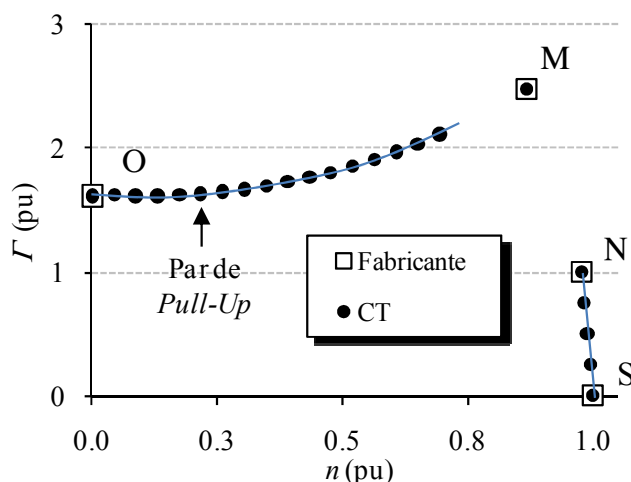


Fig. 6.13 Datos proporcionados por el fabricante y comportamiento teórico para la máquina de inducción trifásica de 75 kW generados por la técnica TST_H

La *Función de Minimización de Error* es alimentada con los datos y las curvas generadas por las tareas anteriores y calcula el error compuesto, e_{comp} , existente entre los puntos teóricos de funcionamiento, CT, generados por la técnica TST_H (n_T , Γ_T), y los puntos de funcionamiento de la curva simulada, (n_T , Γ').

El error e_{comp} es minimizado por medio de la función *fmincon* del toolbox de Matlab, explicada anteriormente. El algoritmo itera en esta función, dando nuevos valores a los parámetros en cada iteración, hasta alcanzar el valor de error mínimo o hasta que se cumpla t_{max} (tiempo máximo de convergencia del algoritmo para alcanzar un mínimo error). En cualquier condición, el error final de par será menor o igual al error inicial. Como salida de esta función se obtiene el conjunto de parámetros finales del modelo seleccionado (Fig. 6.12).

De esta manera el conjunto de parámetros finales cumple la condición de error mínimo entre el resultado simulado y los datos de entrada al algoritmo.

Función Torque-Speed-Tracking Hiperbólica (TST_H)

La función *Torque-Speed Tracking Hiperbólica* (TST_H) genera una serie de puntos de comportamiento teórico CT, como los mostrados en la Fig. 6.13. El objetivo principal de esta función es obtener suficientes puntos teóricos de operación que sirvan como referencia para los algoritmos de estimación de parámetros que parten únicamente de los datos del fabricante. De esta manera el algoritmo converge hacia los valores de los parámetros que presentan errores de comportamiento simulado muy pequeños. Este conjunto de puntos teóricos es generado de acuerdo a los datos proporcionados por el fabricante y al valor de la relación R_{MO} de la máquina analizada. Esta curva de comportamiento, además tiene la característica de contener todos los puntos de funcionamiento proporcionados por el fabricante (O, M, N y S).

Esta función fue configurada para generar en total 23 puntos de funcionamiento teórico de la siguiente manera: 17 puntos entre O y M (incluyendo ambos), 1 punto correspondiente al punto de par máximo M y 5 puntos entre N y S (incluyendo ambos).

Para las regiones entre los puntos de funcionamiento O y M y entre N y S, la distancia entre los puntos es equidistante en velocidad.

Analizando de manera más profunda las simulaciones obtenidas para las 54 máquinas, con los modelos de JS y DJ, se observó que el modelo de JS puede representar el comportamiento de la máquina de inducción de manera muy ajustada entre los puntos M y S (zona de funcionamiento estable), mientras que el modelo de DJ representa mejor el comportamiento entre los puntos O y M (zona de funcionamiento inestable), como se observa en la Fig. 6.1. Esto ya ha sido mostrado por otros trabajos de investigación como en [7, 22], entre otros.

Debido a esto, la función TST_H ha sido diseñada para generar el comportamiento teórico en todo el rango de funcionamiento por medio de la unión de tres funciones en distintas zonas de funcionamiento: f_1 , f_2 y f_3 .

Función f_1 : Los valores de par para el modelo de jaula sencilla se calculan mediante la expresión (6.3), si ésta función es analizada entre el punto de operación O, donde el valor del deslizamiento es muy cercano a 1, y el punto de operación M ($s_M < s \leq 1$), resulta una función que depende de s^{-1} cuando la amplitud y frecuencia de la tensión permanecen constantes, tornándose en un comportamiento hiperbólico.

$$\Gamma_{SC}(s/s_M) = \frac{3 \cdot r_r}{(s/s_M) \cdot \omega_s} \cdot \frac{|V_{TH}|^2}{\left(R_{TH} + \frac{r_r}{(s/s_M)}\right)^2 + (X_{TH} + X_{rd})^2} \quad (6.3)$$

Debido a esto, la técnica TST_H se diseña para representar el comportamiento de la máquina entre los puntos O y M por medio de la función f_1 . Esta función es una aproximación hiperbólica del comportamiento de la máquina en la zona de funcionamiento inestable; los datos necesarios para generar la función f_1 son: puntos de operación O y M, valor de la relación R_{MO} y/o el valor de par de *Pull-up*.

Si la expresión (6.3) se analiza en función de la velocidad, $\Gamma_{SC}(n/n_M)$, la aproximación de comportamiento puede representarse en forma parabólica en lugar de la aproximación hiperbólica resultante con $\Gamma_{SC}(s/s_M)$.

El análisis del conjunto de 54 máquinas de inducción, incluyendo los valores experimentales de la máquina de 75 kW, arrojó un rango de deslizamiento en el cual se presenta el par de *Pull-up* en dependencia del valor de R_{MO} de la máquina analizada. La magnitud del par de *Pull-up* es relativa a los puntos O, M y N, por lo cual se estimó un rango de magnitud tomado entre los puntos O y M, referenciado respecto al par nominal Γ_N . Estos rangos se muestran en la Tabla 6.12.

Si la máquina presenta $R_{MO} > 1.2$, el par de *Pull-up* estará ubicado en la coordenada de velocidad correspondiente al deslizamiento de la Tabla 6.12, la magnitud de dicho par se encuentra entre el 18% y 22% del valor de par nominal de la máquina. Para efectos de cálculo, en el algoritmo diseñado se ha tomado el valor de 0.72 para s y 20% para la magnitud del par de *Pull-up*.

Si la máquina analizada presenta $1.0 \leq R_{MO} \leq 1.2$, el valor de deslizamiento del par de *Pull-up* se encuentra entre 0.70 y 0.85 y su magnitud varía entre el 8% y el 12% del par nominal. Para efectos de cálculo, estos valores se tomarán en 0.80 y $0.1 \cdot \Gamma_N$, respectivamente, en el algoritmo implementado.

Tabla 6.12 Deslizamiento y magnitud teóricos del par de Pull-up

R_{MO}	$s(\Gamma_{Pull-up})$	$ \Gamma_{Pull-up} /\Gamma_N$ (%)
$1.0 \leq R_{MO} \leq 1.2$	0.70-0.85	8-12
$R_{MO} > 1.2$	0.65-0.85	18-22

Cuando el valor del par de *Pull-up* no es proporcionado por el fabricante, la función f_1 lo calcula de manera teórica con los valores de la Tabla 6.12.

El valor de R_{MO} puede relacionarse con los tipos de diseño NEMA, como en la Tabla 5.2. Cuando el tipo de diseño de la máquina no es proporcionado por el fabricante, puede deducirse como en [22, 54, 55].

La dureza de la concavidad de f_1 depende del valor de R_{MO} [54] y se determina de la siguiente manera: los puntos de funcionamiento obtenidos O, *Pull-Up* y M, son relacionados por medio de la ecuación general de la hipérbola. Para ello se encuentra el valor óptimo de la excentricidad, que ajusta la ecuación hiperbólica (6.4) a las entradas dadas, cumpliendo la relación $c^2 = v^2 + b^2$. En donde v es el punto de corte con el eje de velocidad, b el punto de corte con el eje de par y c el valor de los focos de la función. De ésta función se elige la parte de concavidad en el semiplano positivo, definiendo la función f_1 como en (6.5).

$$\frac{n^2}{v^2} - \frac{\Gamma^2}{b^2} = 1 \quad (6.4)$$

$$f_1(n) = \Gamma'_1 = + \sqrt{b^2 \cdot \left(\frac{n^2}{v^2} - 1 \right)} \quad (6.5)$$

Cuando la máquina opera cerca del punto de funcionamiento M ($s \rightarrow s_M$), la expresión (6.3) se ajusta de manera inexacta al comportamiento esperado. Debido a esto, la función f_1 solamente generará diecisiete puntos de funcionamiento teórico en la zona ($0 \leq s < 0.75 \cdot s_M$), con puntos equidistantes en velocidad e incluyendo el punto de funcionamiento O.

Función f_2 : está comprendida por un único valor, el punto de funcionamiento M.

$$f_2(n_M) = \Gamma'_2 = \Gamma_M \quad (6.6)$$

Función f_3 : Cuando la expresión (6.3) es analizada en la zona de operación estable, entre los puntos N y S ($s_N \leq s < s_S$, con $s \rightarrow 1$), el resultado es una función lineal. Por lo tanto la técnica TST_H define la función f_3 como una función lineal que determina el comportamiento teórico en la zona de funcionamiento estable comprendida entre los puntos N y S. Esta función lineal está comprendida por cinco puntos equidistantes en velocidad, que incluyen los puntos de funcionamiento N y S.

$$f_3(n) = \Gamma'_3 = \frac{\Gamma_S - \Gamma_N}{n_S - n_N}(n - n_N) + \Gamma_N \quad (6.7)$$

La unión de las tres funciones f_1 , f_2 y f_3 permite generar 23 puntos de funcionamiento teórico ideal en todo el rango de funcionamiento de la máquina, donde se incluyen los cuatro puntos de funcionamiento proporcionados por el fabricante.

El porcentaje de la zona de funcionamiento donde no se generan puntos de teóricos (Fig. 6.13) permite que el algoritmo tenga los grados de libertad necesarios para ajustar la curva de comportamiento cerca del punto de par máximo M.

Para los casos en los cuales el fabricante no proporciona el valor de velocidad donde se produce el par máximo, n_M , las expresiones (6.8) y (6.9) se pueden utilizar para determinar dicho valor.

$$s_M = \frac{r_T}{\sqrt{R_{TH}^2 + (X_{TH} + X_{rd})^2}} \quad (6.8)$$

$$n_M = (1 - s_M) \cdot n_s \quad (6.9)$$

Finalmente, la curva de comportamiento teórico, Γ_T , es determinada por la unión de los puntos dados por f_1 (que contiene 17 puntos entre O y M), f_2 (conformada por el punto M) y f_3 (que contiene 5 puntos entre N y S), como lo muestra la expresión (6.10).

$$\Gamma_T = \begin{cases} f_1(n) & 0 \leq n \leq 0.75 \cdot n_M \\ f_2(n) & n_M \\ f_3(n) & n_N \leq n \leq n_S \end{cases} \quad (6.10)$$

De esta manera, la *Función de Minimización de Error*, de la Fig. 6.12, calculará el error compuesto en 23 puntos de referencia, en lugar de solamente los 4 puntos proporcionados por el fabricante, obteniendo los parámetros que presentan el mínimo error de comportamiento entre los puntos de funcionamiento O y S.

6.6.2 Aplicación del TST_H al modelo de jaula sencilla

Se procede entonces a realizar la aplicación de la técnica TST_H en el modelo de jaula sencilla de la Fig. 2.3, por ser ampliamente utilizado para representar el comportamiento de la máquina de inducción, como se mencionó anteriormente.

Tabla 6.13 Parámetros estimados (pu) con las técnicas de referencia, TR, y con la técnica TST_H para el modelo de JS

	P (kW)	r_s	X_{sd}	X_m	X_{rd}	r_r
TR	5.5	0.120	0.079	25.750	0.079	0.062
	30	0.075	0.104	137.00	0.104	0.061
	75	0.020	0.155	4.127	0.155	0.078
TST _H	5.5	0.145	0.079	3.638	0.079	0.067
	30	0.153	0.104	137.000	0.104	0.083
	75	0.098	0.155	4.127	0.155	0.077

Aunque la técnica de TST_L corrigió en gran medida el error de par máximo de las técnicas convencionales referenciadas [6, 7, 15, 22, 25, 30, 31, 34], el comportamiento en la zona de funcionamiento inestable aún presenta errores considerables. La técnica TST_H corrige estos errores y complementa la técnica TST_L.

Parámetros obtenidos

Los datos proporcionados por el fabricante, para las máquinas analizadas de 5.5 kW, 30 kW y 75 kW, se muestran en la Tabla 6.3 y los parámetros obtenidos a partir de ellos con el modelo de jaula sencilla (JS) se muestran en la Tabla 6.13.

El comportamiento simulado resultante con los parámetros obtenidos con la técnica TST_H, partiendo de los datos del fabricante únicamente, se comparan con las técnica de referencia TR y con aquellas implementadas en la sección 5.2.2, para modelos de jaula sencilla.

El comportamiento obtenido con los parámetros de jaula sencilla se muestra en las Fig. 6.14, Fig. 6.15 y Fig. 6.16 para las máquinas de 5.5 kW, 30 kW y 75 kW, respectivamente; además se muestran los datos proporcionados por el fabricante (DF), y los datos del comportamiento teórico (CT) generados por la función TST_H, todo en valores por unidad, pu, (respecto al valor nominal correspondiente).

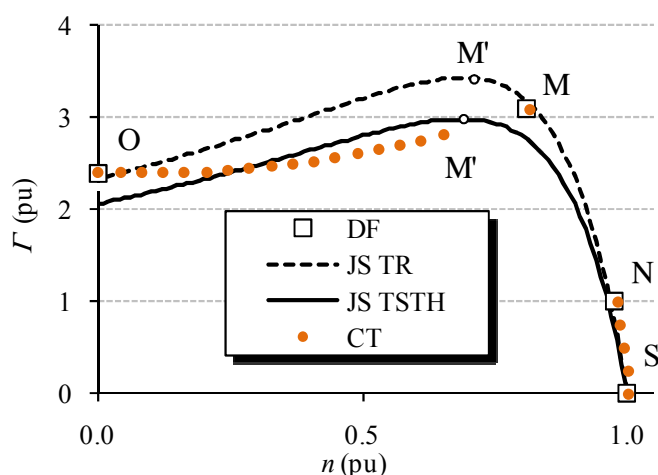


Fig. 6.14 Datos del fabricante (DF), par simulado con las técnicas de referencia (JS TR), TST_H (JS TSTH) y el comportamiento teórico (CT), para una máquina de inducción de 5.5 kW, con el modelo de JS

Tabla 6.14 Errores de par y velocidad en el punto M y error de comportamiento teórico para la máquina de 5.5 kW, con el modelo de JS.

	$e_{\Gamma,M}$ [%]	$e_{n,M}$ [%]	e_{CT}
JS TR	-11.00	14.86	13.45
JS TSTH	3.51	16.09	6.88

En la Tabla 6.14 se observan los errores de par ($e_{\Gamma,M}$) y velocidad ($e_{n,M}$) en el punto M, y el error en los 23 puntos de comportamiento teórico generados por el TST_H (e_{CT}), para la máquina de 5.5 kW. Para este caso el error de par ha disminuido 68.10%, mientras que el error de velocidad aumenta en 8.31%; sin embargo, el aumento en el error $e_{n,M}$ es el costo matemático para disminuir el error en los 23 puntos teóricos, e_{CT} . En este caso e_{CT} disminuyó en 48.82% respecto al mismo error obtenido con las técnicas TR.

La máquina de 30 kW muestra una disminución de 89.42% en el error $e_{\Gamma,M}$, un aumento en $e_{n,M}$, de 22.56% y una disminución del error e_{CT} de 56.45%, respecto a la técnica de referencia TR, como se observa en la Tabla 6.15.

En el caso de la máquina de 75 kW de la Fig. 6.16, todos los errores con el TST_H disminuyen respecto a la técnica TR. El error de par, $e_{\Gamma,M}$, disminuye 87.35%, el error $e_{n,M}$, disminuye 8.66% y el error e_{CT} disminuye 52.18%, como lo muestra la Tabla 6.16. Estos resultados ilustran el efecto de implementar la técnica de TST_H en un modelo de jaula sencilla.

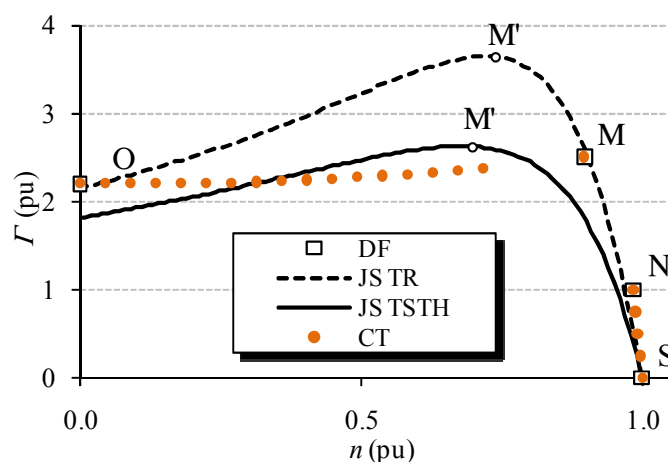


Fig. 6.15 Datos del fabricante (DF), simulaciones de par con las técnicas de referencia (JS TR) y TST_H (JS TSTH) y el comportamiento teórico (CT) generado por la técnica TST_H, para una máquina de inducción de 30 kW, con el modelo de JS

Tabla 6.15 Errores de par y velocidad en el punto M y error de comportamiento teórico para la máquina de 30 kW, con el modelo de JS.

	$e_{\Gamma,M}$ [%]	$e_{n,M}$ [%]	e_{CT}
JS TR	-45.58	19.76	131.00
JS TSTH	-4.82	24.22	57.05

Tabla 6.16 Errores de par y velocidad en el punto M y error de comportamiento teórico para la máquina de 75 kW, con el modelo de JS

	$e_{\Gamma,M}$ [%]	$e_{n,M}$ [%]	e_{CT}
JS TR	-23.11	13.34	187.54
JS TSTH	2.92	12.19	89.68

Para la gran mayoría de los casos estudiados el error de par en el punto M ($e_{\Gamma,M}$) disminuye, en algunos pocos casos el error de velocidad ($e_{n,M}$) aumenta, aunque en menor proporción a la disminución de $e_{\Gamma,M}$, y el error en los 23 puntos de funcionamiento (e_{CT}) disminuye en un alto porcentaje respecto a la técnica TR.

También puede concluirse que la técnica de TST_H con implementación de *error compuesto*, presenta mejores resultados que la técnica TST_L cuando se implementa para máquinas con la relación R_{MO} mayor que 1.2.

Los análisis realizados muestran que, aún implementando las técnicas de TST_L o TST_H, el modelo de jaula sencilla no logra representar el comportamiento de la máquina de manera confiable en la zona de funcionamiento inestable (entre los puntos O y M), aunque sí reduce en gran medida el error de par máximo simulado que presentan las técnicas de referencia TR.

6.6.3 Aplicación del TST_H al modelo de doble jaula

Aplicando la técnica de TST_H al modelo de doble jaula de la Fig. 2.4, se mejora el comportamiento presentado por las técnicas de estimación de parámetros que parten de datos del fabricante, tanto en el error de par máximo como en el comportamiento general en la zona de funcionamiento inestable. Particularmente, se mejora el comportamiento simulado de las máquinas con $1.0 \leq R_{MO} \leq 1.2$, cuyos comportamientos simulados tienen mayor error que aquellas con $R_{MO} > 1.2$.

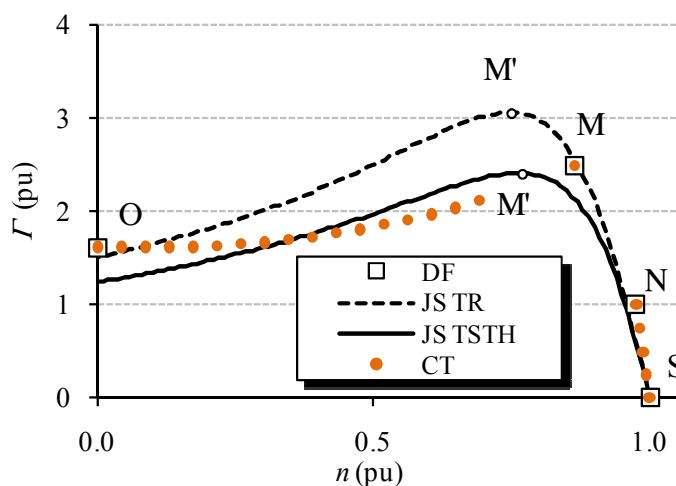


Fig. 6.16 Datos del fabricante (DF), simulaciones con técnicas de referencia (JS TR), con la técnica TST_H (JS TSTH) y el comportamiento teórico (CT), para una máquina de inducción de 75 kW, con el modelo de JS

Tabla 6.17 Parámetros en pu estimados con las técnicas de referencia, TR, y con la técnica TST_H , para el modelo de DJ

	P (kW)	r_s	X_{sd}	X_m	X_{1d}	r_1	X_{2d}	r_2
TR	5.5	0.141	0.061	3.638	0.059	0.151	0.162	0.059
	30	0.011	0.219	5.188	0.000	0.210	0.238	0.037
	75	0.139	0.134	7.148	0.082	0.139	0.212	0.060
TST_H	5.5	0.092	0.155	3.638	0.000	0.147	0.153	0.061
	30	0.187	0.035	5.838	0.002	0.122	0.178	0.040
	75	0.101	0.201	7.148	0.020	0.201	0.162	0.056

Parámetros obtenidos

El algoritmo implementado para estimar los parámetros con la técnica TST_H es el mostrado por el diagrama de flujo de la Fig. 6.12. El bloque *Datos del Fabricante* para las máquinas analizadas (5.5 kW, 30 kW y 75 kW) contiene los datos mostrados en la Tabla 6.3, el *Modelo* de doble jaula utilizado se estudia en la sección 2.3, los *Valores iniciales* de los parámetros y la *Función de Minimización de Error*, se implementan de igual manera que en la sección 5.2.1, aplicando el error compuesto e_{comp} planteado en la sección 6.4.

La Tabla 6.17 muestra los parámetros estimados implementando la técnica TST_H al modelo de doble jaula de la máquina de inducción.

Las simulaciones obtenidas con: los parámetros de la Tabla 6.17, la técnica de referencia (DJ TR), la técnica de TST_H (DJ TST_H), los datos del fabricante (DF) y comportamiento teórico (CT) se muestran en las Fig. 6.17, Fig. 6.18 y Fig. 6.19, para las máquinas de inducción de 5.5 kW, 30 kW y 75 kW, respectivamente.

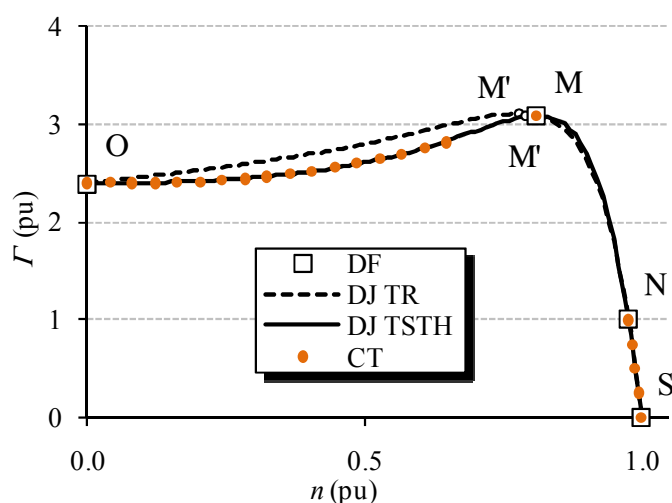


Fig. 6.17 Datos del fabricante (DF), Simulaciones con las técnicas de referencia (DJ TR) y TST_H (DJ TST_H) y comportamiento teórico (CT) para una máquina de inducción de 5.5 kW, con el modelo de DJ

Tabla 6.18 Errores de par y velocidad en el punto M y error de comportamiento teórico para la máquina de 5.5 kW, con el modelo de DJ

	$e_{\Gamma,M}$ [%]	$e_{n,M}$ [%]	e_{CT}
DJ TR	-0.64	3.75	4.52
DJ TSTH	0.07	0.05	0.38

Para el caso de la máquina de 5.5 kW, mostrada en la Fig. 6.17, la aplicación de la técnica TST_H muestra mejor ajuste en la zona de funcionamiento transitorio (seguimiento adecuado del comportamiento teórico) y disminución en los errores de par máximo estudiados, respecto a la técnica de referencia TR. El error $e_{\Gamma,M}$ disminuye 88.83%, $e_{n,M}$ disminuye 98.66% y el error en los 23 datos de funcionamiento teórico, e_{CT} , disminuye en 91.67%, como se muestra en la Tabla 6.18.

La máquina de 30 kW, mostrada en la Fig. 6.18, muestra también un comportamiento simulado mucho mejor ajustado al comportamiento teórico esperado, cuando se utiliza la técnica de TST_H, particularmente en la zona de funcionamiento inestable. No obstante, los errores de par y velocidad en el punto M aumentan en un pequeño porcentaje respecto a las técnicas de referencia TR.

La Tabla 6.19 registra un aumento de 112.52% para $e_{\Gamma,M}$, 193.11% para $e_{n,M}$ (debido a que los errores iniciales son de orden 1%) y una disminución de 94.69% el error en todos los puntos de funcionamiento teórico e_{CT} .

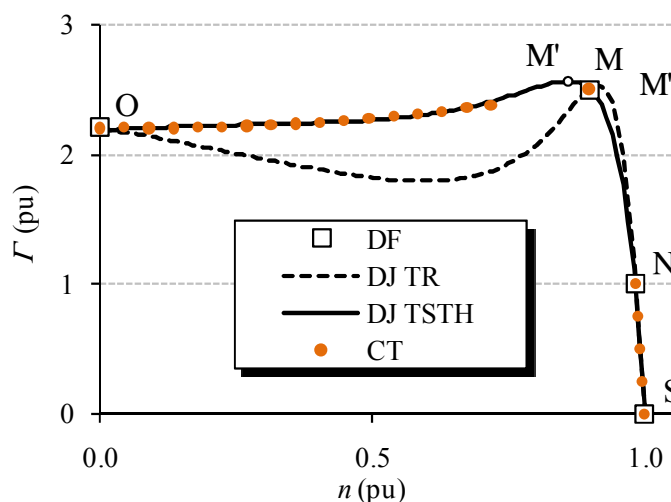


Fig. 6.18 Datos del fabricante (DF), Simulaciones con técnicas de referencia (DJ TR) y con la técnica TST_H (DJ TSTH) y comportamiento teórico (CT) para una máquina de inducción de 30 kW, con el modelo de DJ

Tabla 6.19 Errores de par y velocidad en el punto M y error de comportamiento teórico para la máquina de 30 kW, con el modelo de DJ.

	$e_{\Gamma,M}$ [%]	$e_{n,M}$ [%]	e_{CT}
DJ TR	-1.12	-1.42	59.29
DJ TSTH	-2.39	4.15	3.15

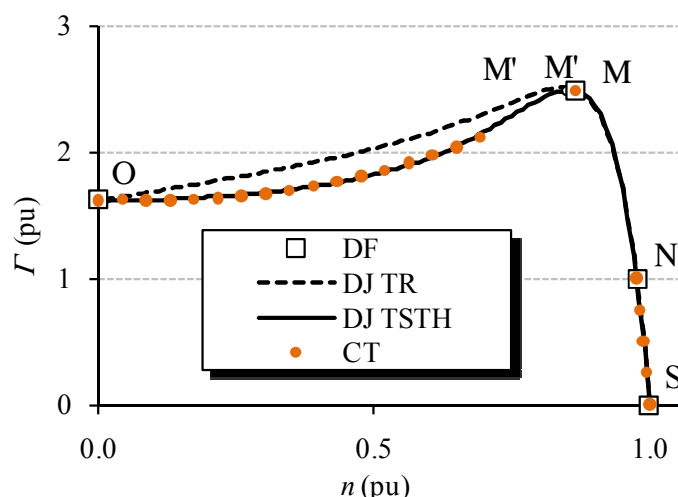


Fig. 6.19 Datos del fabricante (DF), Simulaciones con las técnicas de referencia (DJ TR) y TST_H (DJ TSTH) y comportamiento teórico (CT) para una máquina de inducción de 75 kW con el modelo de DJ

Tabla 6.20 Errores de par y velocidad en el punto M y error de comportamiento teórico para la máquina de 75 W, con el modelo de DJ.

	$e_{\Gamma,M}$ [%]	$e_{n,M}$ [%]	e_{CT}
DJ TR	-0.87	2.94	54.17
DJ TSTH	-0.13	1.79	5.41

En el caso de la máquina de 30 kW, la disminución significativa del error en los 23 puntos de funcionamiento teórico requiere un leve aumento del error en el punto de par máximo (n_M, Γ_M) como se observa en la Fig. 6.18.

Las simulaciones sobre la máquina de inducción de 75 kW muestran también reducción en los errores estudiados y un mejor ajuste al comportamiento teórico esperado en la zona de funcionamiento inestable. El error $e_{\Gamma,M}$ disminuye en 85.31%, $e_{n,M}$ disminuye en 39.27% y e_{CT} disminuye 90.01% respecto a la técnica de referencia TR, como lo muestra la Tabla 6.20.

Los resultados de implementar la técnica de TST_H en el modelo de doble jaula mostraron una disminución importante en los errores de par máximo, respecto a la técnica TR para el conjunto de máquinas analizado. Sin embargo, en algunas máquinas con $1.0 \leq R_{MO} \leq 1.2$, el error lineal de velocidad en el punto de funcionamiento M ($e_{n,M}$), aumentó en un porcentaje muy pequeño al mismo tiempo que se producía una disminución significativa del error lineal de par en el mismo punto de funcionamiento ($e_{\Gamma,M}$).

El comportamiento simulado con la técnica TST_H se ajusta muy bien, tanto en la coordenada de velocidad como de par, al comportamiento teórico generado por la técnica de TST_H cuando esta técnica es implementada con el modelo de doble jaula. De esta manera se mejoran los resultados obtenidos con las técnicas de referencia, que solamente utilizan los datos proporcionados por el fabricante para estimar los parámetros de los modelos de la máquina de inducción. Además, se mejora el comportamiento simulado para máquinas con $1.0 \leq R_{MO} \leq 1.2$, las cuales resultan más difíciles de ser modeladas que las máquinas con $R_{MO} > 1.2$, como se demostró en el Capítulo 5.

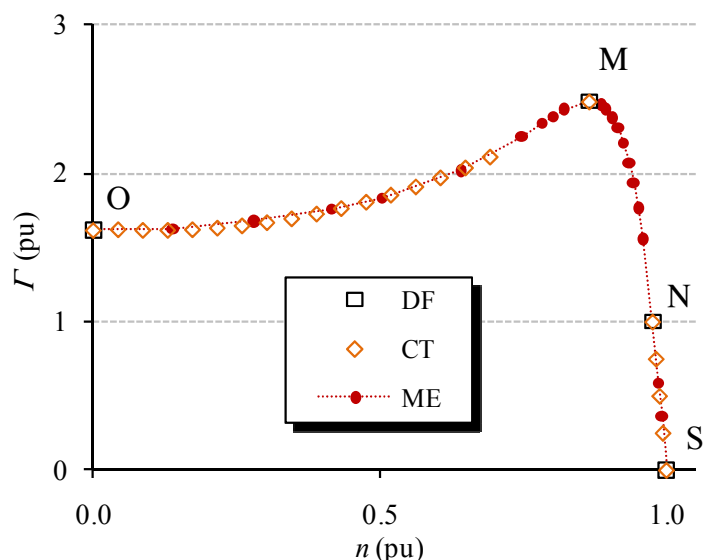


Fig. 6.20 Datos del fabricante (DF), comportamiento teórico generado por la técnica TST_H (CT) y medidas experimentales (ME), para la máquina de 75 kW.

Los resultados obtenidos al analizar el conjunto de 54 máquinas de inducción, implementando la técnica de referencia TR y la técnica TST lineal e hiperbólica (TST_L y TST_H) con los modelos de jaula sencilla y doble jaula, muestran que el procedimiento de implementar la técnica TST_H con el modelo de doble jaula de la máquina de inducción proporciona una metodología confiable para estimar los parámetros de las máquinas de inducción con $1.0 \leq R_{MO} \leq 1.2$ y $R_{MO} > 1.2$, ya que se obtienen comportamientos simulados con errores muy pequeños en la zona de funcionamiento estable e inestable de la máquina y un error compuesto mínimo en el punto de funcionamiento M.

Comparación entre Comportamiento Teórico y Comportamiento Real

Se ha comprobado que la técnica de TST_H implementada con el modelo de doble jaula proporciona errores muy pequeños de comportamiento simulado, tanto en la zona de funcionamiento inestable como en el punto de funcionamiento M, respecto al comportamiento teórico generado por la misma técnica. Sin embargo, la técnica de TST_H genera un comportamiento teórico ideal, tomado de las especificaciones del fabricante y de la relación R_{MO} de la máquina analizada.

Evidentemente, si la referencia es generada por la misma función el error final será muy pequeño, por tanto es necesario corroborar que el comportamiento teórico generado se ajusta al comportamiento real de la máquina. Para ello se compararon los 23 puntos generados por la técnica TST_H con los 25 datos experimentales obtenidos para la máquina de 75 kW, registrados en la Tabla 5.1.

La Fig. 6.20 muestra que la trayectoria trazada por la técnica de TST_H se ajusta en toda la región en la que actúa: $(n_O \leq n \leq 0.75 \cdot n_M) \cup (n_M) \cup (n_N \leq n \leq n_S)$, de manera muy aproximada a las medidas de comportamiento real (medidas experimentales) tomadas en la Sección 5.2.1, para la máquina analizada.

6.7 Implementación de la Técnica *Torque-Speed-Tracking*

Hasta el momento se ha diseñado una técnica de estimación de parámetros constantes para los modelos de jaula sencilla y doble jaula de la máquina de inducción, que parten únicamente de datos del fabricante (presentada en el Capítulo 5, Sección 5.3). Debido a que ésta técnica presentó mejores resultados que las técnicas [6, 7, 15, 22, 25, 30, 31, 34], fue nombrada técnica de referencia, TR.

Posteriormente se diseñaron dos modificaciones a ésta técnica de estimación de parámetros, que permitieron obtener mejores resultados en el comportamiento simulado de la máquina, sin necesidad de medidas experimentales adicionales a los datos del fabricante. Estas técnicas se implementaron tanto con el modelo de jaula sencilla como con el de doble jaula y son: *Torque-Speed-Tracking* Lineal, TST_L , y *Torque-Speed-Tracking* Hiperbólica, TST_H , diseñadas en éste Capítulo.

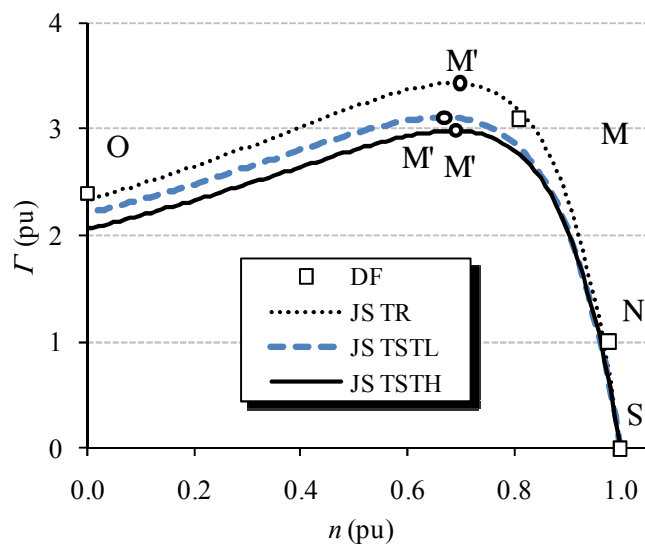
La Fig. 6.21 muestra las simulaciones de las tres técnicas mencionadas (TR, TST_L y TST_H) implementadas para el modelo de jaula sencilla, sobre las máquinas de (a) 5.5 kW, (b) 30 kW y (c) 75 kW. Los resultados mostrados en la Tabla 6.21 son comunes a las 54 máquinas analizadas, independientemente del tipo de diseño al cual pertenezcan. Tanto el error de par en el punto M ($e_{\Gamma,M}$) como el error en los puntos teóricos de funcionamiento (e_{CT}) disminuyen siempre que se utilizan las técnicas TST_L y TST_H , respecto a la técnica TR. Sin embargo, para máquinas con $R_{MO} > 1.2$, la técnica TST_L presenta menor error $e_{\Gamma,M}$, para máquinas con $1.0 \leq R_{MO} \leq 1.2$, el menor error $e_{\Gamma,M}$, es presentado por la técnica TST_H .

Cuando la técnica TST_H es implementada con el modelo de jaula sencilla aparece un incremento en el error de par de arranque Γ_O , respecto a la técnica TST_L . Los datos de los errores con la técnica de referencia TR, *Torque-Speed-Tracking* Lineal, TST_L , y *Torque-Speed-Tracking* Hiperbólica, TST_H , se registran en la Tabla 6.21, para las máquinas mencionadas.

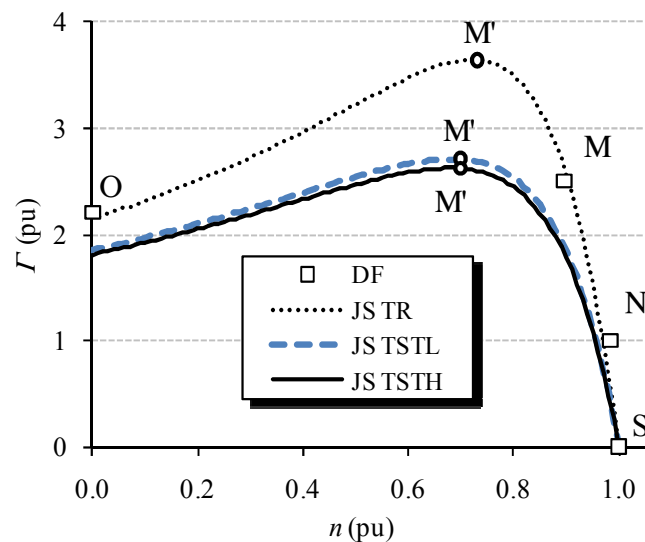
Cuando uno de los errores de las tablas de resultados contiene un signo negativo, significa que la técnica comparada tiene un valor mayor que los datos del fabricante. Por ejemplo, para la máquina de 5.5 kW de la Tabla 6.21, el error de par en el punto M ($e_{\Gamma,M}$) es -11.00% con la técnica de referencia (JS TR), es decir que el valor simulado de par máximo se encuentra 11.00% por encima del valor de Γ_M , proporcionado por el fabricante.

Los resultados obtenidos, muestran que el porcentaje de disminución de error e_{CT} en las máquinas con $R_{MO} > 1.2$ (5.5 kW y 75 kW) es mayor con la técnica TST_H . Para el caso de la máquina de 5.5 kW el error e_{CT} disminuye 43.12% utilizando la técnica TST_L y 48.82% con la técnica TST_H . Para la máquina de 75 kW el error e_{CT} disminuye 45.71% con la técnica TST_L y 52.18% con la técnica TST_H .

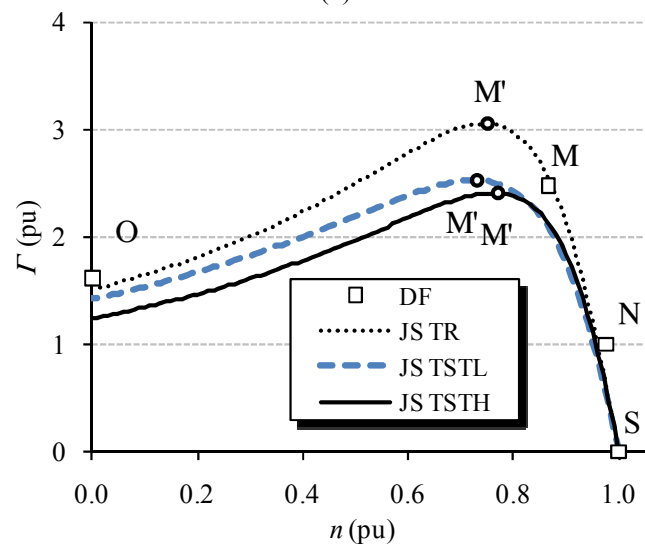
Para las máquinas con $1.0 \leq R_{MO} \leq 1.2$, los resultados de la técnica TST fueron mucho mejores que los de la técnica de referencia TR, presentando errores pequeños. Sin embargo, no se pudo concluir cuál de las dos técnicas de TST es mejor para las máquinas de este tipo, cuando se implementa el modelo de jaula sencilla, ya que no en todos los casos la técnica TST_H fue mejor.



(a)



(b)



(c)

Fig. 6.21 Simulaciones de comportamiento con los modelos de jaula sencilla (JS) para

Tabla 6.21 Errores de par, velocidad y compuesto, para las máquinas de 5.5 kW, 30 kW y 75 kW, con el modelo de JS.

P (kW)	Modelo	$e_{T,M}$ (%)	$e_{n,M}$ (%)	e_{CT-L}	e_{CT-H}
5.5	JS TR	-11.00	14.86	9.41	13.45
	JS TSTL	-0.61	17.33	5.35	
	JS TSTH	3.51	16.09		6.88
30	JS TR	-45.58	19.76	128.79	131.00
	JS TSTL	-8.31	24.22	52.93	
	JS TSTH	-4.82	24.22		57.05
75	JS TR	-23.11	13.34	143.46	187.54
	JS TSTL	-1.82	15.65	77.88	
	JS TSTH	2.92	12.19		89.68

La Fig. 6.22 muestra los valores de par simulado con las técnicas de referencia (DJ TR), *Torque-Speed-Tracking* Lineal (DJ TSTL) y *Torque-Speed-Tracking* Hiperbólico (DJ TSTH) implementadas para el modelo de doble jaula, para las máquinas (a) 5.5 kW, (b) 30 kW y (c) 75 kW.

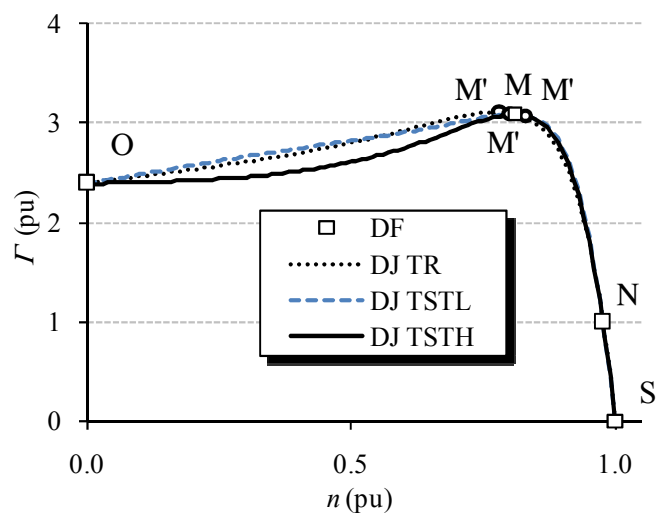
Los resultados obtenidos son comunes a la mayoría de las 54 máquinas analizadas, independientemente del tipo de diseño o su valor R_{MO} . El error e_{CT} se reduce en todos los casos que se utiliza la técnica de TST (respecto a la técnica de referencia, TR). No obstante, Cuando se aplica la técnica de TST_H el porcentaje de reducción de error en todos los puntos de comportamiento teórico es mucho mayor que para la técnica TST_L para máquinas con diseño $R_{MO} > 1.2$. Estos resultados pueden observarse en la Tabla 6.22.

Cuando se implementa la técnica TST_H con el modelo de doble jaula, el error en la zona de comportamiento inestable disminuye en gran medida, respecto a las técnicas de TST_L y TR.

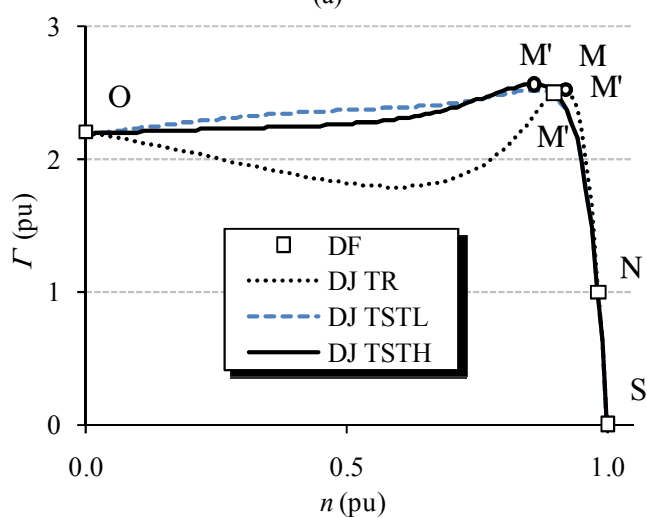
Para los casos más severos encontrados por la técnica TR, es decir, cuando las máquinas de inducción tienen $1.0 \leq R_{MO} \leq 1.2$, ambas técnicas (TST_L y TST_H) presentan un comportamiento simulado muy ajustado al comportamiento teórico esperado. Sin embargo, para las máquinas con $R_{MO} > 1.2$, aunque ambas técnicas mejoran el error en el punto de par máximo y el comportamiento en la zona de funcionamiento inestable, la técnica de TST_L presenta errores más grandes en dicha zona si se compara con la técnica TST_H.

Tabla 6.22 Errores de par, velocidad y compuesto, para las 3 máquinas seleccionadas, con el modelo DJ.

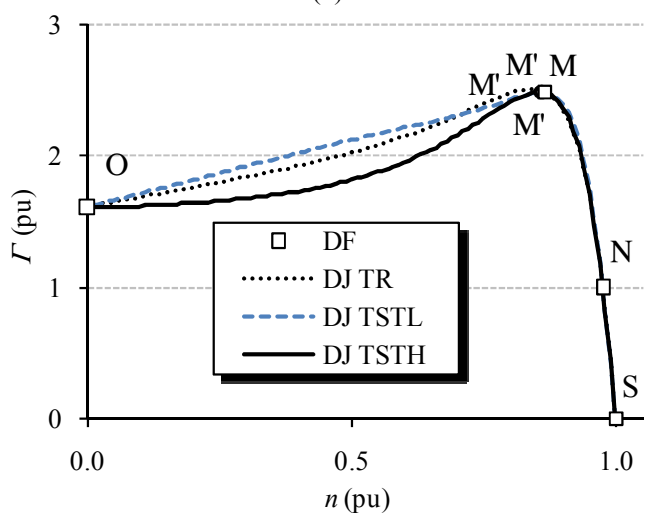
P (kW)	Modelo	$e_{T,M}$ (%)	$e_{n,M}$ (%)	e_{CT-L}	e_{CT-H}
5.5	DJ TR	-0.64	3.75	1.25	4.52
	DJ TSTL	0.22	0.05	0.27	
	DJ TSTH	0.07	0.05		0.38
30	DJ TR	-1.12	-1.42	70.69	59.29
	DJ TSTL	-0.84	4.15	3.56	
	DJ TSTH	-2.39	4.15		3.15
75	DJ TR	-0.87	2.94	22.83	54.17
	DJ TSTL	0.13	0.63	2.97	
	DJ TSTH	-0.13	1.79		5.41



(a)



(b)



(c)

Fig. 6.22 Simulaciones de comportamiento con los modelos de doble jaula (DJ) para máquinas de (a) 5.5 kW, (b) 30 kW y (c) 75 kW, con las técnicas TR, TSTL y TSTH.

Tabla 6.23 Configuraciones de aplicación para la técnica TST.

Modelo	R_{MO}	
	$R_{MO} > 1.2$	$1.0 \leq R_{MO} \leq 1.2$
JS	TST _H	TST _L , TST _H
DJ	TST _H	TST _L , TST _H

Los resultados de implementar las técnicas TST_L y TST_H con el modelo de doble jaula muestran que si las máquinas a modelar tiene $1.0 \leq R_{MO} \leq 1.2$, las diferencias de los resultados obtenidos con dichas técnicas son muy pequeñas, es decir, ambas técnicas son recomendables.

Si la máquina a modelar tiene $R_{MO} > 1.2$, aunque ambas técnicas de TST mejoran los resultados de la técnica TR, es recomendable utilizar la técnica TST_H debido a que éste modelo permite hacer un seguimiento más ajustado a la trayectoria trazada por la técnica de aproximación de comportamiento implementada, lo cual genera errores cuando dicha trayectoria de referencia es lineal (TST_L).

La Tabla 6.23 muestra de manera resumida las configuraciones de aplicación de las técnicas diseñadas, según el modelo seleccionado y el tipo de máquina a modelar.

6.8 Error entre Medidas Experimentales y la Técnica *Torque-Speed-Tracking*

La técnica *Torque-Speed Tracking* ha presentado mejores resultados que la técnica TR, cuando ambas técnicas parten únicamente de los 4 datos del fabricante. Sin embargo, el error se ha calculado en los datos de comportamiento teórico CT generados por la técnica TST, que para el caso de TST_L son 25 y para el caso de TST_H son 23 datos.

Para evaluar de manera más confiable el error de las técnicas de estimación de parámetros es necesario contar con las medidas experimentales tanto en la zona de funcionamiento estable como en la zona de funcionamiento inestable de la máquina, lo cual no es posible en muchos casos. Los valores de funcionamiento experimental consignados en la Tabla 5.1, para la máquina de 75 kW proporcionan los datos necesarios para calcular dicho error en la máquina mencionada. Por tanto el error cuadrático medio, existente entre medidas experimentales (ME) y la simulación de comportamiento obtenida se llamará e_{ME} y se calcula con la expresión (5.10).

La Tabla 6.24 muestra el error e_{ME} calculado en los 24 puntos de medición experimental en la máquina de 75 kW, para los modelos de jaula sencilla y doble jaula. Este error se calcula implementando la técnica de referencia, TR, *Torque-Speed Tracking* Lineal (TST_L) y *Torque-Speed Tracking* Hiperbólica (TST_H).

En este caso, la técnica de TST_L aumenta el error presentado por la técnica TR con ambos modelos, mientras que la técnica TST_H presenta menor error que la técnica de referencia TR para los modelos de JS y DJ implementados.

Con el modelo de JS la técnica TST_L aumenta el error de TR en 1.60%, mientras que la técnica TST_H lo disminuye en 11.75%.

Tabla 6.24 Error entre los puntos de medición experimental y las técnicas diseñadas, para la máquina de 75 kW.

		TR	TST _L	TST _H
e_{ME}	JS	191.51	194.58	169.00
	DJ	39.16	46.04	15.34

Para el modelo de DJ, la técnica TST_L aumenta el error de TR en 17.56%, mientras que la técnica TST_H lo disminuye en 60.84%.

Estos resultados muestran que la técnica TST_H es la adecuada para representar el comportamiento de las máquinas con $R_{MO} > 1.2$, tanto con el modelo de jaula sencilla como con el modelo de doble jaula.

La Fig. 6.23 muestra los datos del fabricante (DF), la técnica de referencia TR, la técnica seleccionada TST y las medidas experimentales (ME), para cada modelo implementado en la máquina de 75 kW.

La comparación entre las medidas experimentales y el comportamiento simulado con las técnicas TST genera resultados que comprueban la eficacia de dichas técnicas, tanto para máquinas con $R_{MO} > 1.2$ como con $1.0 \leq R_{MO} \leq 1.2$, independientemente del modelo seleccionado. Estos resultados corroboran la clasificación de la técnica a utilizar dependiendo del modelo seleccionado, realizada en la Tabla 6.23.

El algoritmo diseñado implementa la Tabla 6.23 para seleccionar el comportamiento teórico requerido por el tipo de máquina analizada (lineal o hiperbólica) de manera automática.

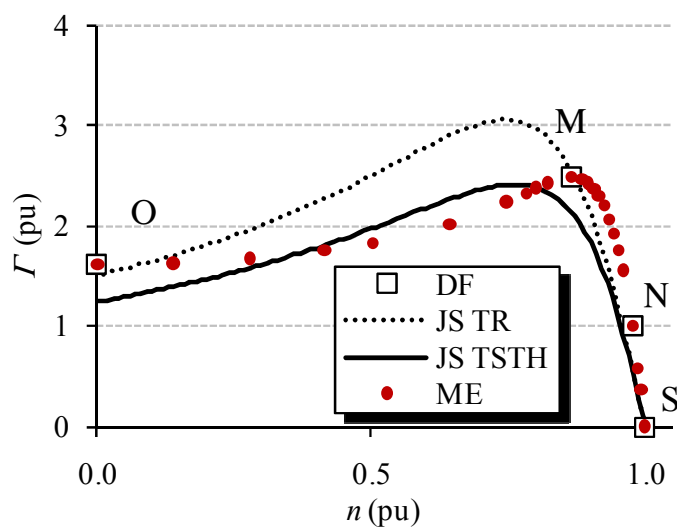
Aunque las técnicas TST son diseñadas para ser implementadas con cualquier modelo, los resultados obtenidos muestran que el modelo de doble jaula de parámetros constantes presenta mejor comportamiento que el modelo de jaula sencilla para las máquinas analizadas.

6.9 Conclusiones

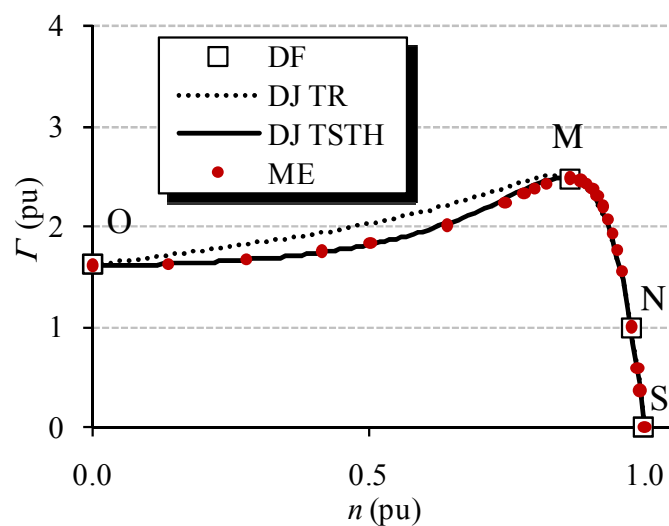
Las máquinas seleccionadas de 5.5 kW, 30 kW y 75 kW representan, de manera general, todos los casos de las 54 máquinas estudiados con $R_{MO} > 1.2$ y $1.0 \leq R_{MO} \leq 1.2$. De lo cual se puede concluir que tanto el modelo de jaula sencilla como el modelo de doble jaula, presentan errores en la representación del comportamiento de la máquina tanto en la región inestable como en el punto de par máximo simulado. No obstante, el modelo de doble jaula presenta un comportamiento simulado con errores más pequeños que el modelo de jaula sencilla.

Las técnicas que parten únicamente de datos del fabricante para estimar los parámetros de los modelos, no proporcionan un comportamiento simulado de la máquina muy ajustado al comportamiento real. Esto se debe en parte a la cantidad de puntos de funcionamiento, que son las únicas referencias que utiliza dicho algoritmo para minimizar el error.

Debido a esto, se hace necesario el diseño de las técnicas TST_L y TST_H que minimizan los errores presentados por la técnica de referencia TR.



(a)



(b)

Fig. 6.23 Simulaciones de comportamiento con los modelos de (a) jaula sencilla y (b) doble jaula para la máquina de 75 kW, con las técnicas TR y TSTH.

En este capítulo se diseñan las técnicas de estimación de parámetros *Torque-Speed Tracking* Lineal, TST_L , y *Torque-Speed-Tracking* Hiperbólica, TST_H , que parten únicamente de los datos del fabricante y proporcionan un mayor número de puntos de funcionamiento teórico para la correcta convergencia del algoritmo hacia valores de los parámetros que proporcionen un comportamiento simulado con error mínimo, tanto en las zonas de funcionamiento estable e inestable como en el punto de par máximo.

Estas funciones se han implementado para modelos de jaula sencilla y doble jaula. Su validación se realizó con los datos de catálogo de 54 máquinas de inducción de diferentes fabricantes europeos, con potencias entre 5.5 kW y 630 kW y con los datos experimentales de una máquina de inducción de 75 kW.

La técnica TST_L con *error compuesto*, aplicada a los modelos de jaula sencilla y doble jaula, disminuye el error de par máximo en la mayoría de los casos, particularmente aquellos donde el modelado es más estricto, es decir, con máquinas con $1.0 \leq R_{MO} \leq 1.2$ (Fig. 6.10), además mejora notablemente su comportamiento en la zona transitoria.

Sin embargo, en las máquinas con $R_{MO} > 1.2$ los resultados pueden mejorar respecto al valor de par máximo simulado, como el caso de las Fig. 6.9 y Fig. 6.11, no obstante el comportamiento simulado en la zona transitoria es visiblemente lineal. Debido a esto, la aplicación de la técnica TST_L con el modelo de DJ sobre máquinas con $R_{MO} > 1.2$ no es recomendable, ya que este modelo permite un seguimiento muy ajustado al comportamiento lineal generado por la técnica TST_L en la zona transitoria, generando grandes errores en la simulación de comportamiento en dicha zona.

La técnica TST_L es recomendada para los casos donde la máquina a modelar tenga $1.0 \leq R_{MO} \leq 1.2$, independientemente del modelo implementado, ya que reduce considerablemente los errores de par y velocidad en el punto de funcionamiento M y reduce también el error general en los puntos de funcionamiento de la zona inestable. Si la máquina tiene $R_{MO} > 1.2$ los resultados serán mejores en la zona estable ($n_M \leq n \leq n_S$) pero tendrá deficiencias en la zona inestable ($n_O \leq n < n_M$).

La implementación de la técnica TST_H con el modelo de jaula sencilla, para máquinas con $1.0 \leq R_{MO} \leq 1.2$ no produce resultados de comportamiento significativamente mejores que la técnica TST_L , debido a que dicho modelo genera mayores errores en la zona de funcionamiento inestable a medida que se corrige el error compuesto de par máximo. No obstante, la técnica TST_H resulta ser la técnica más eficaz (sobre las técnicas TR y TST_L) cuando se implementa con el modelo de doble jaula, mostrando una corrección importante en el comportamiento simulado en la zona de funcionamiento inestable, además de mejorar el *error compuesto* de par máximo de las máquinas de inducción con $R_{MO} > 1.2$ y $1.0 \leq R_{MO} \leq 1.2$.

Por tanto la técnica TST_L se hace la más indicada cuando la máquina analizada tiene relación R_{MO} con valores entre 1.0 y 1.2 y el modelo utilizado es el de jaula sencilla.

La técnica TST_H se hace la más indicada para aplicaciones sobre máquinas con $R_{MO} > 1.2$ y que utilizan el modelo de doble jaula.

UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI

ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS Y EFECTOS DE LOS HUECOS DE TENSIÓN EN LA MÁQUINA DE INDUCCIÓN TRIFÁSICA

Adolfo Andrés Jaramillo Matta

ISBN: 978-84-694-0291-7/DL:T-192-2011

Capítulo 7

7. Algoritmos Diseñados para la Estimación de Parámetros Eléctricos Variables con el Modelo de Jaula Sencilla

En el Capítulo 5 y el Capítulo 6 se han diseñado técnicas de estimación de parámetros para los modelos de jaula sencilla y doble jaula, para los casos donde no se cuenta con medidas experimentales y la estimación de parámetros se realiza partiendo únicamente de los datos proporcionados por el fabricante.

En este capítulo se diseña una técnica de estimación de parámetros para los casos en los cuales sí se cuenta con medidas experimentales de la máquina analizada; ésta técnica se implementa para el modelo de jaula sencilla de la máquina de inducción con cinco parámetros puesto que es el modelo más utilizado, pero sin embargo, no presenta un buen ajuste del comportamiento cuando se estiman los parámetros constantes. La técnica diseñada supone que los parámetros presentan un comportamiento variable, que puede representarse en forma de funciones polinómicas dependientes de la velocidad de la máquina, por lo cual se le da el nombre de técnica de *Parámetros Polinómicas* (PP). La técnica de *Parámetros Polinómicas* mejora considerablemente los resultados obtenidos con el modelo de jaula sencilla de parámetros constantes (PC), el cual se implementó tanto con la técnica de referencia, TR, diseñada en el Capítulo 5, como con las técnicas de TST_L y TST_H , diseñadas en el Capítulo 6, y consigue resultados similares a los obtenidos con el modelo de doble jaula de parámetros constantes cuando parte de k puntos experimentales.

Esta técnica fue probada con los datos experimentales mostrados en la Sección 5.2.1, correspondientes a la máquina de inducción trifásica de 75 kW. Los resultados obtenidos fueron satisfactorios, tal como se comprobará a lo largo de este capítulo.

También se realizó un análisis de la cantidad de puntos de funcionamiento necesaria para una estimación de parámetros que permitan un correcto comportamiento simulado, de donde se pudo deducir que a partir de los datos facilitados por el fabricante y tan sólo dos medidas experimentales, en puntos de funcionamiento determinados, se obtienen resultados satisfactorios.

De esta manera se puede optimizar el proceso de medición, necesario para obtener un correcto modelado de la máquina de inducción, aplicando tanto la técnica de PP como la técnica TST.

7.1 Introducción

Los modelos matemáticos más utilizados para representar el comportamiento de la máquina de inducción son aquellos de jaula sencilla (JS) y doble jaula (DJ) estudiados en el Capítulo 2. Cuando en ambos modelos se supone que los parámetros son constantes, el modelo de jaula sencilla aporta mayor simplicidad matemática y un comportamiento simulado bastante aproximado al comportamiento real de la máquina en la zona de funcionamiento estable.

Esta simplicidad se traduce en menor tiempo de cálculo tanto para los algoritmos de estimación de parámetros como para las implementaciones de análisis y control de la máquina de inducción. Por otro lado, el modelo de doble jaula consigue mejor ajuste de comportamiento en la zona de funcionamiento inestable, pero implica mayor complejidad del modelo.

El modelo de jaula sencilla con parámetros constantes (PC) ha sido utilizado durante mucho tiempo para analizar y controlar la máquina de inducción [12, 14-19], por lo que muchas implementaciones están diseñadas sobre este modelo. No obstante, en la Sección 6.2 se identifican algunos errores importantes que presenta este modelo, tanto para algoritmos que parten de k puntos experimentales, sección 5.2.2, como para algoritmos que parten de datos del fabricante, como en la Sección 5.3.2. Los errores identificados se presentan básicamente en el punto de par máximo simulado Γ'_M y en la zona de funcionamiento inestable de funcionamiento (entre los puntos O y M).

Una manera de mejorar el comportamiento simulado de este modelo se consigue considerando la naturaleza variable de los parámetros que lo constituyen, en función de otras variables.

En este capítulo se diseña un algoritmo que permite determinar y modelar la variación de los parámetros del modelo de jaula sencilla en función de la velocidad de la máquina, obteniendo así un modelo de parámetros variables. El comportamiento simulado de este modelo se obtiene con los valores de cada parámetro en el punto de funcionamiento evaluado, es decir, con la evolución de los parámetros en función de la velocidad de la máquina. Esta evolución es modelada con funciones polinómicas de coeficientes constantes cuyo grado depende de la severidad en la curvatura del comportamiento de cada parámetro variable.

El algoritmo de parámetros polinomiales (PP) se alimenta con una serie de puntos de funcionamiento que pueden ser: k puntos experimentales, como en [4, 14, 23, 24], o los 4 datos proporcionados por el fabricante: arranque (O), par máximo (M), nominal (N) y sincronismo (S), como se realiza en [7, 15, 20, 22, 25]. La técnica propuesta en este capítulo no se basa en un reconocimiento previo de la dependencia de los parámetros respecto a otras variables, como en [15], sino que realiza una aproximación de comportamiento polinómico de cada uno de los parámetros respecto a la velocidad n .

Los resultados obtenidos han sido analizados para dos casos en cada máquina: primero, cuando el algoritmo es alimentado con k puntos experimentales y segundo cuando se alimenta con 4 datos proporcionados por el fabricante (O, M, N y S). El resultado de éste análisis permitió determinar el menor número de datos experimentales necesario para obtener una *simulación ajustada* de comportamiento (donde el concepto de *simulación ajustada* se define más adelante). Este número varía en dependencia del valor de la relación R_{MO} de la máquina a modelar y está compuesto por los cuatro datos del fabricante (O, M, N y S) más dos puntos experimentales específicos. La ubicación de estos dos puntos depende de las características de la máquina analizada y se determina detalladamente más adelante en este capítulo.

Posteriormente se realiza un análisis comparativo entre el modelo propuesto de jaula sencilla con parámetros polinomiales (JS PP) y los modelos de jaula sencilla y doble jaula de parámetros constantes (JS PC y DJ PC, respectivamente).

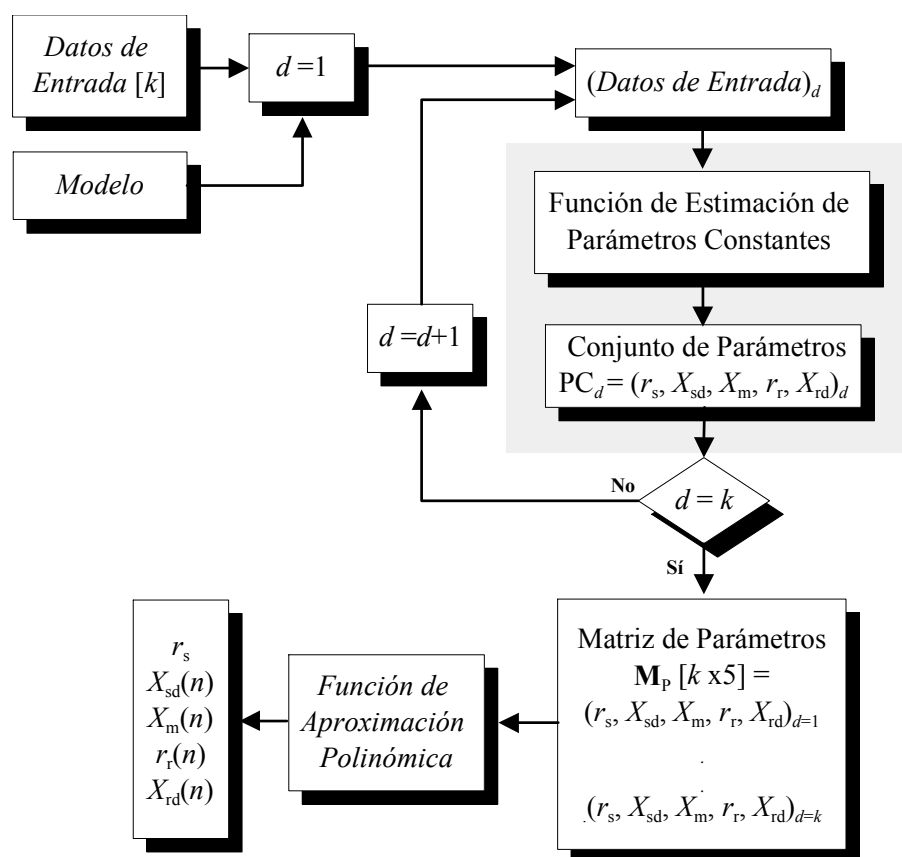


Fig. 7.1 Diagrama de flujo del algoritmo de estimación de parámetros polinómicos.

Esta metodología permitió también analizar la evolución de los parámetros en función de la velocidad n , mostrando resultados interesantes, como la variación de algunos parámetros respecto a la cantidad de datos de entrada al algoritmo.

7.2 Algoritmo para la Estimación de Parámetros Polinómicos

El algoritmo de estimación de parámetros polinómicos, PP, está compuesto por los bloques funcionales presentados en el diagrama de la Fig. 7.1. El funcionamiento de estos bloques se detalla en las siguientes secciones.

Inicialmente el algoritmo es alimentado con k puntos experimentales. Una vez seleccionado el modelo, la *Función de Estimación de Parámetros Constantes* obtiene un conjunto de cinco parámetros constantes para cada uno de los k puntos experimentales de entrada; los cuales proporcionan el valor de par en cada punto de funcionamiento de la máquina. De esta manera se obtiene la matriz de parámetros \mathbf{M}_p de dimensiones $[k \times 5]$ que almacena los valores de los parámetros que determinan el valor de par en cada uno de los k puntos experimentales de funcionamiento de la máquina.

La *Función de Aproximación Polinómica* toma la matriz \mathbf{M}_p y extrae de ella el valor de cada parámetro en cada punto de funcionamiento. Estos valores son almacenados en vectores, desde los cuales se genera una función polinómica de coeficientes constantes que modela este comportamiento en función de la velocidad n .

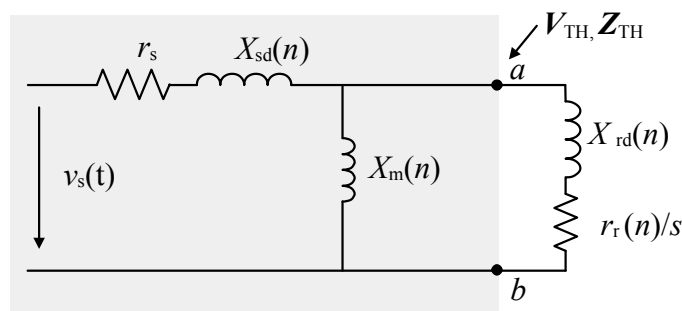


Fig. 7.2 Modelo de jaula sencilla con parámetros polinómicos (PP), por fase, para la máquina de inducción.

Con esto se obtiene un conjunto de parámetros variables, polinómicos, en función de la velocidad n , para el modelo de jaula sencilla de la máquina de inducción. La descripción detallada del funcionamiento de cada bloque se realiza a continuación.

7.2.1 Modelo utilizado

Para la implementación de la técnica de parámetros polinómicos (PP) se ha elegido el modelo de jaula sencilla (JS) con cinco parámetros, con el objetivo de mejorar el comportamiento simulado que proporciona el mismo modelo cuando se toma con parámetros constantes, a la vez que se aprovechan las ventajas de simplicidad y rapidez que brinda dicho modelo.

En este caso, se ha tomado el parámetro r_s como constante y los cuatro restantes: X_{sd} , X_m , X_{rd} y r_r , se han considerado como parámetros variables, modelados con funciones polinómicas de coeficientes constantes, dependientes de la velocidad n , como lo muestra la Fig. 7.2. Dichos parámetros han sido seleccionados de esta manera debido a que haciendo r_s constante el número de relaciones entre los parámetros disminuye a tres [56] (para el modelo de jaula sencilla de cinco parámetros), disminuyendo así el tiempo de cálculo de $\Gamma(s)$.

7.2.2 Datos de entrada

Debido a que esta técnica es diseñada para los casos en los cuales se dispone de medidas experimentales, inicialmente el algoritmo se alimenta con los k puntos experimentales de la máquina de 75 kW mostrados en la Tabla 5.1. Posteriormente se comparan los resultados obtenidos (con k puntos) con aquellos arrojados por el mismo algoritmo cuando se alimenta con los datos del fabricante (4 puntos).

7.2.3 Función de estimación de parámetros constantes

El bloque *función de estimación de parámetros constantes* estima un conjunto de cinco parámetros constantes para el modelo de jaula sencilla en cada uno de los k puntos experimentales de entrada, por medio del algoritmo de estimación de parámetros de la Fig. 7.3. Por tanto, este bloque se ejecuta k veces.

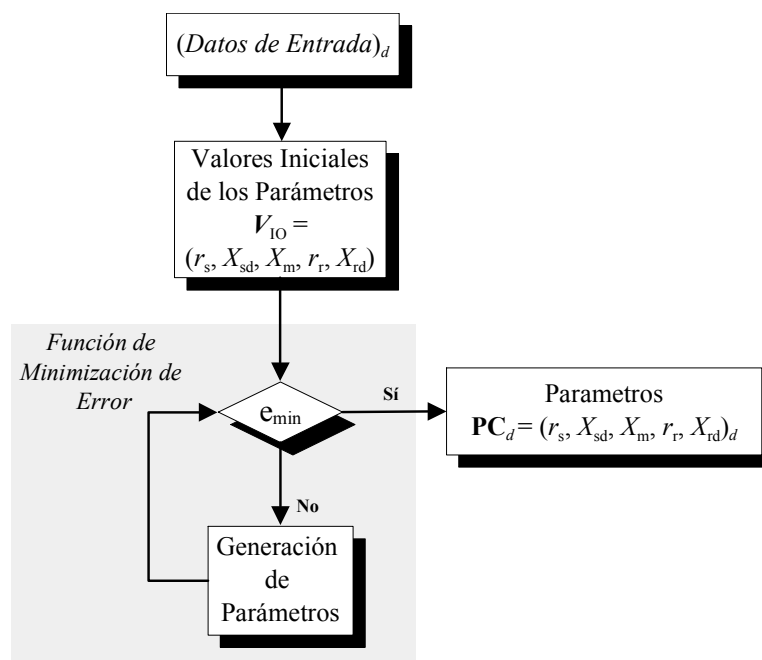


Fig. 7.3 Diagrama de flujo de la función de estimación de parámetros constantes.

Su funcionamiento está basado en el *algoritmo de estimación de parámetros constantes* diseñado en la Sección 5.2.2. La diferencia radica en la cantidad de datos de entrada. En el algoritmo para estimación de parámetros constantes PC de la Sección 5.2.2, dicha función se ejecuta una sola vez con k puntos de entrada, correspondientes a las medidas experimentales de la máquina a modelar. En el algoritmo de PP, dicha función se ejecuta k veces con un dato de entrada diferente cada vez.

Cada punto de operación de entrada al algoritmo se identifica con un valor de la variable d de la siguiente manera: $(\text{Datos de Entrada})_d$, para $d = 1 \dots k$. Una vez procesados todos los datos de entrada, la salida de la *Función de Estimación de Parámetros Constantes* proporciona el conjunto de parámetros PC_d , el cual garantiza el mínimo error de par en cada punto de operación.

Valores Iniciales

En esta función, se determina el conjunto de parámetros iniciales necesario para la estimación de parámetros constantes dependiendo del número de la iteración en que se encuentre el algoritmo de PP, así:

Cuando $d = 1$ (primera iteración) el conjunto de valores iniciales de los parámetros, $V_{10,1}$, se obtiene como en la sección 5.2.2, ya que la determinación de un adecuado conjunto de valores iniciales de los parámetros permite una correcta y rápida convergencia del algoritmo. La determinación de este primer conjunto $V_{10,1}$ se obtiene a partir de los datos proporcionados por el fabricante (O, M, N y S) y con las siguiente restricciones de operación:

- $\Gamma(n) - \Gamma'(n) \leq 10^{-6}$
- $\{r_s, X_{sd}, X_m, X_{rd}, r_r\} > 0$
- $t_{\text{conv}} \leq t_{\text{max}}$

Cuando d es diferente de 1, el conjunto de parámetros iniciales $V_{10,d}$ toma el valor del último conjunto de parámetros constantes, hallado por la *Función de Estimación de Parámetros Constantes*: $V_{10,d} = \mathbf{PC}_{(d-1)}$.

Función de Minimización de Error

Esta función recibe los *Valores Iniciales* $V_{10,d}$ y genera como salida el conjunto final de parámetros constantes \mathbf{PC}_d que presentan el mínimo error entre los datos de entrada (*Datos de Entrada*) $_d$ y la simulación resultante con los parámetros obtenidos.

Para conseguir la reducción del error, esta función itera asignando nuevos valores a los parámetros en cada iteración, hasta hallar el conjunto de 5 parámetros constantes cuya simulación de comportamiento se ajuste mejor (y cumpla la condición de e_{\min}) al conjunto de datos experimentales de entrada d .

La asignación de nuevos valores de los parámetros, en cada iteración, se realiza variando el valor de cada parámetro en la iteración anterior en $\pm 2\%$. El error de par (e_r) es reducido con métodos de Gaussian-Newton y Levenberg-Marquardt con técnicas de mínimos cuadrados (LSM), como se muestra en (7.1).

$$e_r = \Gamma(s_d) - \Gamma'(s_d) \quad (7.1)$$

Para efectos de simplificación, en algunos casos se utiliza la velocidad n o el deslizamiento s , los cuales se relacionan mutuamente por medio de la ecuación (7.2)

$$s = \frac{n_s - n}{n_s}, \quad n = n_s(1 - s) \quad (7.2)$$

Dónde n_s es la velocidad de sincronismo calculada como en (7.3), para una frecuencia de red f y p pares de polos de la máquina.

$$n_s = \frac{60 \cdot f}{p} \quad (7.3)$$

El valor del par simulado en cada punto de funcionamiento d , se calcula en función de los parámetros hallados en dichos puntos, el deslizamiento de la máquina (s) y de los equivalentes Thévenin del circuito de la Fig. 7.2, como se muestra en (7.4).

$$\Gamma'(s) = 3 \cdot \frac{r_r}{s \cdot \omega_s} \cdot \frac{|V_{TH}|^2}{\left(R_{TH} + \frac{r_r}{s}\right)^2 + (X_{TH} + X_{rd})^2} \quad (7.4)$$

La solución del sistema de ecuaciones no lineales (7.5) permite estimar el conjunto de parámetros finales: r_s , X_{sd} , X_m , X_{rd} y r_r , en cada punto de operación.

$$\begin{aligned}
 f_1(\mathbf{PC}_d) &= P_O - P'_O = 0 \\
 f_2(\mathbf{PC}_d) &= P_S - P'_S = 0 \\
 f_3(\mathbf{PC}_d) &= P_N - P'_N = 0 \\
 f_4(\mathbf{PC}_d) &= \Gamma_M - \Gamma'_M = 0 \\
 f_5(\mathbf{PC}_d) &= \Gamma_O - \Gamma'_O = 0
 \end{aligned} \tag{7.5}$$

Los valores de potencia en: arranque (P_O), vacío (P_S) y nominal (P_N) y los valores de par: máximo (Γ_M) y de arranque (Γ_O), son tomados de los datos del fabricante.

7.2.4 Función de aproximación polinómica

Una vez finaliza la última iteración de la *Función de Estimación de Parámetros Constantes* ($d = k$), se obtienen los k conjuntos de parámetros constantes \mathbf{PC} que proporcionan el mínimo error de comportamiento en cada punto de operación proporcionado. Estos k valores de \mathbf{PC} se almacenan en la matriz \mathbf{M}_P de dimensiones ($k \times 5$).

En el modelo seleccionado, cada parámetro variable es definido como una función polinómica, cuyo valor depende de la velocidad de la máquina n . Para conseguir esto, se extraen los valores de cada parámetro en cada punto de funcionamiento d desde la matriz \mathbf{M}_P , y se almacenan en un vector para cada parámetro, a manera de “lookup table”.

$$\begin{aligned}
 Vr_s &= [n_d, \mathbf{M}_P(d,1)], & \text{con } \mathbf{M}_P(d,1) &= r_s \\
 VX_{sd} &= [n_d, \mathbf{M}_P(d,2)] \\
 VX_m &= [n_d, \mathbf{M}_P(d,3)] \\
 VX_{rd} &= [n_d, \mathbf{M}_P(d,4)] \\
 Vr_r &= [n_d, \mathbf{M}_P(d,5)], & \text{para } d &= 1 \dots k.
 \end{aligned}$$

Para cada uno de estos vectores se genera una función polinómica de coeficientes constantes y cuyo orden depende de la severidad en las curvaturas de comportamiento de cada parámetro en función de la velocidad.

El orden y los coeficientes constantes de las funciones polinómicas pueden hallarse por medio de ajuste por mínimos cuadrados utilizando herramientas tales como las funciones de matlab *polyfit* y *polyval*, o por interpolación polinómica a trozos con la función *spline*, como se realizó en éste capítulo. Este tipo de aproximación polinómica fue elegida debido a que así el *error de interpolación* se puede reducir, incluso si se utilizan polinomios de bajo orden. Por tanto, la interpolación *spline* evita el problema del fenómeno de Runge [57], que ocurre cuando se utilizan polinomios de alto grado en las aproximaciones polinómicas.

La salida de la *Función de Aproximación Polinómica* son los parámetros polinómicos definidos por las funciones que arroja la interpolación *spline* para cada vector correspondiente: $X_{sd}(n)$, $X_m(n)$, $X_{rd}(n)$ y $r_r(n)$.

Finalmente, el valor de par simulado en cada punto de funcionamiento se calcula con la ecuación (7.6), donde cada parámetro variable es una función polinómica que depende de la velocidad n .

Los valores de Thévenin en (7.6) son calculados entre los puntos a y b de la Fig. 7.2.

$$\Gamma'(n) = \frac{\frac{30}{\pi(n_s - n)} 3 R_r(n) |V_{TH}(n)|^2}{\left(R_{TH}(n) + \frac{n_s R_r(n)}{n_s - n} \right)^2 + (X_{TH}(n) + X_{rl}(n))^2} \quad (7.6)$$

7.3 Implementación de la Técnica de Parámetros Polinómicos

Como se estudió en el Capítulo 3, algunas técnicas de estimación de parámetros parten únicamente de los 4 puntos proporcionados por el fabricante [4, 14, 23, 24], sin embargo estas técnicas carecen de fiabilidad frente al comportamiento real de la máquina. Debido a esto y aunque no siempre es posible determinar de forma experimental el comportamiento de la máquina en ciertos puntos de funcionamiento, algunos autores emplean técnicas que requieren gran cantidad de puntos experimentales, como [7, 15, 20, 22, 25], pero que mejoran la fiabilidad del modelo. En principio, cuanto mayor sea la cantidad de puntos experimentales que alimente al algoritmo de estimación de parámetros polinómicos, mayor será el grado de fiabilidad de los resultados.

Debido a la dificultad para obtener los puntos experimentales de las máquinas de inducción en algunas ocasiones (máquinas en funcionamiento, equipo de medición necesario, etc.), en esta sección se analiza la cantidad mínima de medidas experimentales, suficiente para obtener una *simulación ajustada*, dependiendo de las características de la máquina analizada.

Además se analizan las coordenadas de ubicación donde dichas medidas pueden ser tomadas, con el objetivo de optimizar el proceso de medición de dos formas: minimizando el tiempo de medición experimental y llevando la máquina únicamente a los puntos de funcionamiento requeridos, evitando así su excesivo esfuerzo y desgaste.

Posteriormente se implementa la técnica de parámetros polinómicos, PP, para tres casos particulares: primero cuando se toman k medidas experimentales como datos de entrada al algoritmo, tanto en la zona de funcionamiento estable como en la inestable; segundo, cuando únicamente se tienen los datos proporcionados por el fabricante (O, M, N y S) y tercero, cuando el algoritmo se alimenta con los 6 puntos, 4 puntos del fabricante y 2 experimentales, que sugiere el *criterio de cantidad mínima de puntos experimentales suficientes para una simulación ajustada*, establecido en esta sección.

7.3.1 Criterio de simulación ajustada

Con el fin de tener un punto de referencia para evaluar la técnica diseñada en este capítulo, en adelante se utilizará el criterio de *simulación ajustada* para denominar aquella simulación cuyo comportamiento resultante cumpla que tanto el error medio entre la simulación y los puntos experimentales (\bar{e}_{DE}) como el error medio entre la simulación y los datos del fabricante

(\bar{e}_{DF}) sean menores o iguales al 10% del valor de par nominal Γ_N ($\bar{e}_{DE}, \bar{e}_{DF} \leq 0.1 \Gamma_N$). Donde \bar{e}_{DE} y \bar{e}_{DF} se definen en (7.7) y en (7.8), respectivamente.

$$\bar{e}_{DE} = \sqrt{\frac{\sum_{d=1}^k |\Gamma(n_d) - \Gamma'(n_d)|^2}{k}} ; d = 1 \dots k \quad (7.7)$$

$$\bar{e}_{DF} = \sqrt{\frac{\sum_{d=0}^S |\Gamma(n_d) - \Gamma'(n_d)|^2}{4}} ; d = O, M, N, S \quad (7.8)$$

7.3.2 Criterio de cantidad mínima de puntos experimentales suficientes para obtener una *simulación ajustada* de comportamiento (CMPE)

Con este criterio se pretende optimizar el proceso de medición que está ligado a la precisión de los algoritmos de estimación de parámetros, sin disminuir de manera significativa la confiabilidad de los resultados. El objetivo principal es minimizar y determinar la ubicación de las medidas experimentales que alimentan al algoritmo de estimación de parámetros cuyos resultados cumplan con el criterio de *simulación ajustada*.

Para realizar este análisis se utilizó la técnica de TST_H, diseñada en la Sección 6.6. A partir de la simulación de todas las posibles combinaciones de las cantidades de puntos experimentales de entrada (desde 4 hasta k), con la máquina 75 kW, se pudo observar que para cumplir los criterios de *simulación ajustada* solamente son necesarios 2 puntos experimentales de funcionamiento, además de los 4 puntos del fabricante. Estos puntos son el punto de par de *Pull-up*, llamado en adelante: punto U y el punto C, correspondiente al punto de cambio de concavidad en la característica par-deslizamiento de la zona de funcionamiento inestable de la máquina.

La Fig. 7.4 muestra el comportamiento simulado con la técnica TST_H para la máquina de 75 kW con los parámetros estimados con diferentes cantidades de datos de entrada al algoritmo. En esta figura se muestra el comportamiento obtenido con 1, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16 y 18 puntos experimentales de entrada al algoritmo (DE), además de los 4 puntos del fabricante O, M, N y S (DF). También se muestra el comportamiento obtenido con el número total de medidas experimentales tomadas a esta máquina (ME, $k = 24$) y el comportamiento generado por la técnica TR con el modelo de doble jaula (TR DJ).

La simulación con 2 puntos experimentales (2 DE), es realizada con los parámetros estimados cuando el algoritmo se alimenta con los seis puntos O, U, C, M, N y S. Las demás simulaciones son obtenidas con un mayor número de puntos experimentales de entrada, las cuales contienen siempre los puntos de par de U y C.

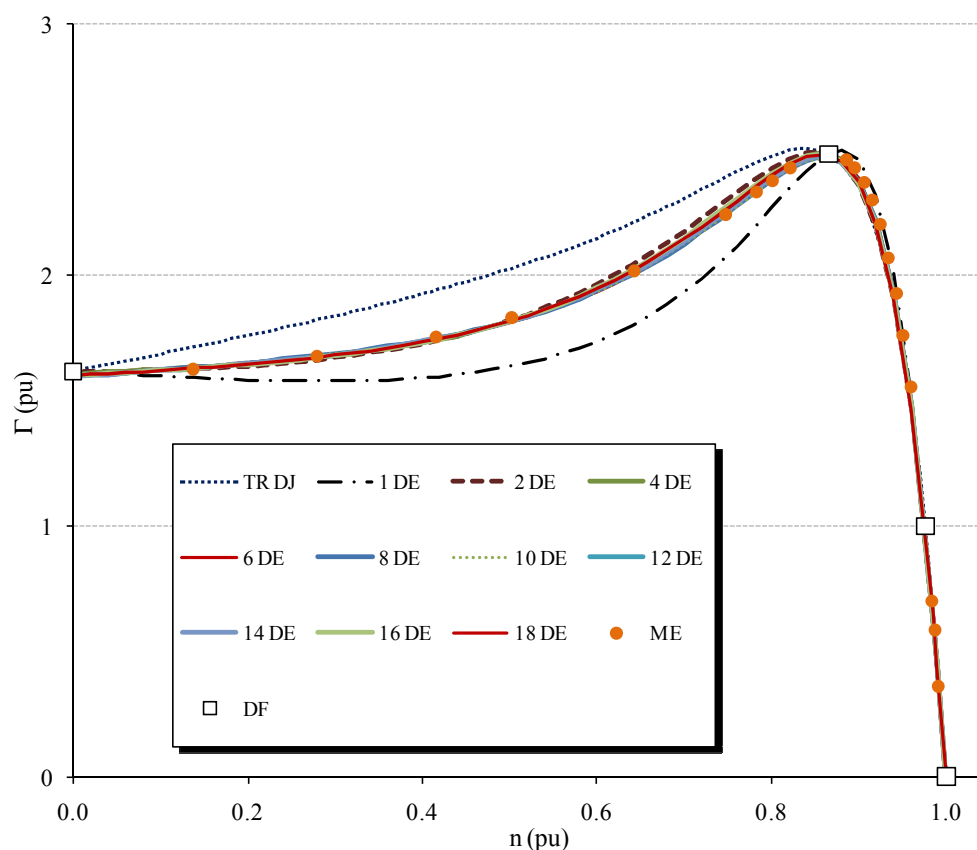


Fig. 7.4 Simulaciones obtenidas con parámetros estimados a partir de diferentes cantidades de medidas experimentales (ME)

En esta figura se aprecia que las simulaciones a partir de 2 puntos experimentales no tienen diferencias relevantes con aquellas donde se implementan solamente los dos puntos del criterio, demostrándose así que la utilización de los dos puntos U y C es suficiente para cumplir con el criterio de *Simulación ajustada*.

Las máquinas de inducción por lo general presentan 5 puntos básicos de operación que diferencian su tipo y forma de comportamiento [54]. Estos puntos de operación son dados por los pares de: arranque, *Pull-up*, máximo, nominal y sincronismo.

En algunos casos el par de *Pull-up* no es proporcionado por el fabricante y es el punto de la característica par-velocidad donde se observa un mínimo relativo en la zona de funcionamiento inestable. En dichos casos el valor del par de *Pull-up* puede ubicarse de manera muy aproximada utilizando la relación R_{MO} [54] y las características de comportamiento de cada tipo de máquina.

De acuerdo a esto, y según el análisis de las simulaciones obtenidas en los Capítulo 3, Capítulo 5 y Capítulo 6, para las máquinas con $R_{MO} > 1.2$ la magnitud del par de *Pull-up* es aproximadamente igual a la magnitud del par de arranque y se presenta para un deslizamiento en la zona de funcionamiento comprendida entre $0.65 \leq s \leq 0.85$. Para máquinas con $1.0 \leq R_{MO} \leq 1.2$, el par de *Pull-Up* se presenta para un deslizamiento en la zona de funcionamiento comprendida entre $0.70 \leq s \leq 0.85$.

Por otro lado, analizando la evolución de los parámetros respecto a la velocidad (obtenida con la metodología de parámetros polinómicos, PP) se observó una coordenada (n, Γ) en la cual el

Tabla 7.1 Deslizamiento aproximado para medición experimental de los puntos U y C.

R_{MO}	s_U	s_C
$1.0 \leq R_{MO} \leq 1.2$	0.70-0.85	0.35-0.70
$R_{MO} > 1.2$	0.65-0.85	0.20-0.55

comportamiento de los parámetros cambia de manera relevante. Este punto coincide con el punto de cambio de concavidad C (punto de inflexión), de la curva de comportamiento par–deslizamiento de la máquina de 75 kW analizada en el Capítulo 5.

Para realizar la medición experimental del punto C, se puede llevar la máquina al punto de velocidad teórica que se obtiene al despejar s de ecuación (7.9). La ecuación entre los paréntesis de la expresión (7.9) es utilizada para hallar el valor de par en la región comprendida entre $0.1 \leq s \leq 1$ [8].

$$\frac{d^2}{ds^2} \left(\Gamma(s) = 2 \cdot \Gamma_M \cdot \frac{s \cdot s_M}{s^2 + s_M^2} \right) = 0 \quad (7.9)$$

Resolviendo (7.9) se obtiene la expresión (7.10), la cual es la coordenada de velocidad teórica para medir el punto C.

$$n_C = n_s \left(1 - \sqrt{3} \cdot s_M \right) \quad (7.10)$$

Para los casos en los cuales el fabricante no proporciona el valor de velocidad en la cual se produce el par máximo, n_M , se pueden utilizar las expresiones (6.8) y (6.9) para determinar dicho valor y con éste el valor de s_M .

En los análisis realizados en los capítulos mencionados, se pudo observar que el punto C puede ubicarse de manera aproximada, dependiendo del valor de la relación R_{MO} de la máquina analizada. Para las máquinas con $R_{MO} > 1.2$ el punto C se ubica en la zona de deslizamiento comprendida entre $0.20 \leq s \leq 0.55$, para máquinas con $1.0 \leq R_{MO} \leq 1.2$, se ubica en la zona entre $0.35 \leq s \leq 0.70$.

Los puntos U y C, junto a sus respectivas regiones de ubicación: s_U y s_C , conforman el criterio de mínima cantidad de puntos experimentales suficientes para una *simulación ajustada*. Estos puntos se ubican de manera experimental en las zonas de deslizamiento resumidas en la Tabla 7.1.

Aplicando este criterio se optimiza el proceso de medición, ya que únicamente se requieren dos medidas experimentales para cumplir con los criterios para una *simulación ajustada*.

De esta manera, los seis puntos de funcionamiento suficientes para obtener una *simulación ajustada* con los algoritmos de estimación de parámetros polinomiales se muestran en la Tabla 7.2.

Tabla 7.2 Criterio de cantidad mínima de puntos experimentales suficientes para obtener una *simulación ajustada* de comportamiento (CMPE)

	Puntos de Funcionamiento					
	O	U	C	M	N	S
Coordenadas	$(0, \Gamma_O)$	(n_U, Γ_U)	(n_C, Γ_C)	(n_M, Γ_M)	(n_N, Γ_N)	(n_S, Γ_S)

Los resultados obtenidos con los algoritmos de estimación de parámetros constantes y de parámetros variables, permiten concluir que los seis puntos de operación de la Tabla 7.2 son suficientes para cumplir con el criterio de *simulación ajustada*, independientemente del tipo de parámetros a estimar y el modelo utilizado.

7.3.3 Parámetros obtenidos

k puntos experimentales

Inicialmente el algoritmo se alimenta con todos los puntos experimentales registrados en la Tabla 5.1 ($k = 24$), para la máquina de 75 kW. El parámetro r_s se ha considerado contante, $r_s = 5.18\Omega$.

Los coeficientes de los parámetros polinomiales obtenidos para k puntos experimentales se muestran en la Tabla 7.3 y el comportamiento simulado obtenido con ellos se muestra en la Fig. 7.5.

La Tabla 7.4 muestra el error calculado con todas las medidas experimentales (\bar{e}_{DE}) y el error calculado únicamente en los 4 puntos proporcionados por el fabricante (\bar{e}_{DF}) obtenidos con el modelo de jaula sencilla con parámetros constantes, PC, y parámetros polinomiales, PP. Los parámetros constantes fueron estimados con la técnica de referencia TR diseñada en la sección 5.2.2 y se registran en la Tabla 5.4.

Estos resultados muestran que con el modelo de jaula sencilla, partiendo de k medidas experimentales, la técnica de PP presenta errores mucho más pequeños que la técnica de PC, tanto en los 4 puntos facilitados por el fabricante como en los k puntos experimentales.

Tabla 7.3 Coeficientes de los parámetros polinomiales para la máquina de inducción de 75 kW, estimados con k medidas experimentales

	r_s	X_{sd}	X_m	X_{rd}	r_r
n^6		3.99E-16			5.88E-17
n^5		-1.77E-12			-2.60E-13
n^4		2.87E-09		-5.48E-11	3.75E-10
n^3		-2.04E-06	2.13E-11	1.38E-07	-1.64E-07
n^2		5.98E-04	-4.29E-08	-1.02E-04	-3.25E-05
n^1		-4.35E-02	1.76E-05	2.70E-02	1.79E-02
n^0	5.18	3.66E+01	1.73E+03	3.70E+01	1.88E+01

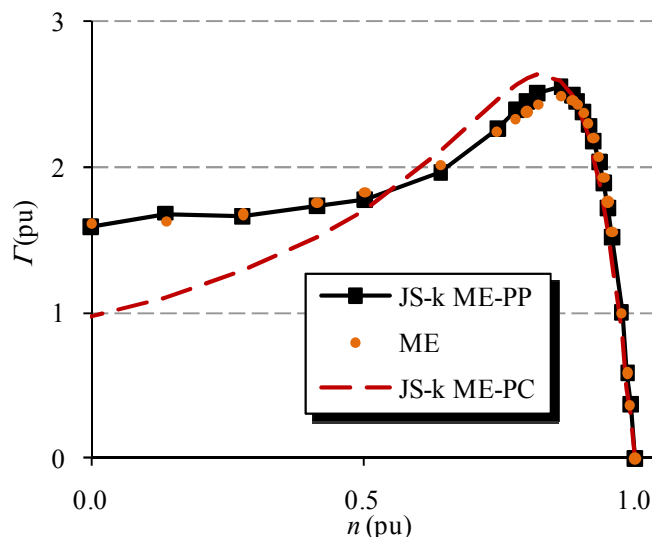


Fig. 7.5 Medidas experimentales (ME) y curvas par-velocidad de la máquina de 75 kW, representadas con el modelo de JS de parámetros polinomiales PP y de parámetros constantes PC, estimados con k medidas experimentales.

Tabla 7.4 Errores normalizados en k medidas experimentales y en 4 puntos del fabricante, con parámetros constantes y polinomiales estimados a partir de k medidas experimentales, para el modelo de JS de la máquina de 75 kW.

JS-PC		JS-PP	
\bar{e}_{DE} / Γ_N	\bar{e}_{DF} / Γ_N	\bar{e}_{DE} / Γ_N	\bar{e}_{DF} / Γ_N
0.24	0.34	0.04	0.04

Este mismo análisis se realiza estimando los parámetros constantes y polinomiales partiendo únicamente de los datos del fabricante, como ocurre en los casos en que no se cuenta con medidas experimentales.

Datos del fabricante

La Tabla 5.10 muestra los puntos proporcionados por el fabricante para la máquina de 75 kW. Los parámetros estimados con estos puntos para el modelo de jaula sencilla con parámetros constantes se muestran en la Tabla 5.11.

Los coeficientes de los parámetros polinomiales para la máquina de 75 kW, calculados con la técnica de PP, se muestran en la Tabla 7.5.

La Fig. 7.6 muestra el comportamiento de la máquina de 75 kW obtenido con los parámetros constantes y con los parámetros polinomiales de la Tabla 7.5. En esta figura se aprecia que los parámetros con los modelos de jaula sencilla que parten únicamente de los 4 puntos del fabricante presentan errores relevantes en la zona de funcionamiento inestable de la máquina y en el valor de par máximo simulado.

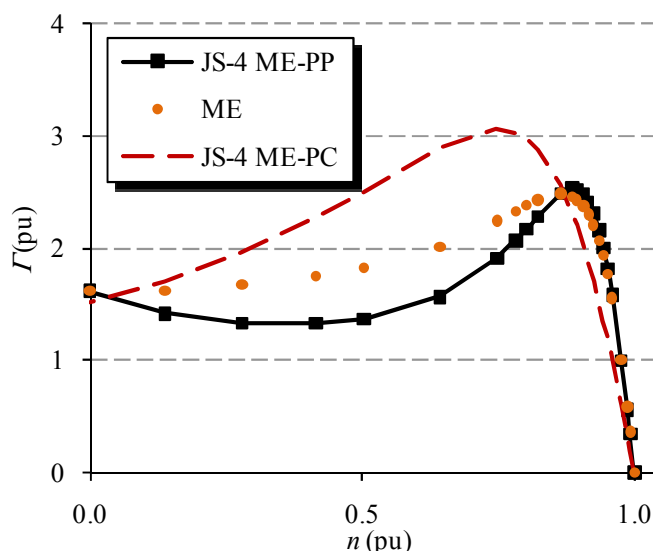


Fig. 7.6 Medidas experimentales y curvas par-velocidad de la máquina de 75 kW, representada con el modelo de JS de parámetros polinomiales PP y de parámetros constantes PC, estimados con los 4 puntos del fabricante.

Tabla 7.5 Coeficientes de los parámetros polinomiales para la máquina de inducción de 75 kW, estimados con 4 puntos del fabricante.

	r_s	X_{sd}	X_m	X_{rd}	r_r
n^4		-2.85E-11			3.16E-12
n^3		4.20E-08			-6.99E-09
n^2		0.00E+00	2.27E-08	-3.97E-05	0.00E+00
n^1		0.00E+00	-3.35E-05	5.97E-02	0.00E+00
n^0	5.18	3.65E+01	1.73E+03	3.65E+01	1.88E+01

Tabla 7.6 Errores normalizados en las k medidas experimentales y en los 4 puntos del fabricante, con parámetros contantes y polinomiales estimados a partir de los 4 puntos del fabricante, para el modelo de jaula sencilla de la máquina de 75 kW.

JS-PC		JS-PP	
\bar{e}_{DE}/Γ_N	\bar{e}_{DF}/Γ_N	\bar{e}_{DE}/Γ_N	\bar{e}_{DF}/Γ_N
0.48	0.21	0.21	0.00

La Tabla 7.6 muestra los errores normalizados en los k puntos experimentales y en los 4 puntos proporcionados por el fabricante, con los modelos de JS de parámetros constantes y JS de parámetros polinómicos, cuando los algoritmos se alimentan únicamente con los 4 puntos del fabricante.

En este caso la técnica de PP presenta errores menores que la técnica de PC, sin embargo, ninguna de las dos técnicas cumple el criterio de *simulación ajustada*.

Tabla 7.7 Puntos de funcionamiento (pu), propuestos por el criterio de CMPE.

Puntos de funcionamiento	Máquina de 75 kW	
	n	Γ
S	1.00	0.00
N	0.98	1.00
M	0.86	2.48
C	0.64	2.02
U	0.28	1.68
O	0.00	1.62

Estos resultados muestran que las técnicas de parámetros constantes y polinomiales para el modelo de jaula sencilla, partiendo únicamente de los 4 puntos del fabricante, presentan errores muy grandes respecto a los puntos experimentales, particularmente en la zona de funcionamiento inestable y en el punto de par máximo, aunque la técnica de PP se ajusta muy bien a los 4 puntos dados por el fabricante ($\bar{e}_{DF} = 0$).

6 puntos de funcionamiento propuestos por el criterio de CMPE

Una vez se ha comprobado que la técnica de parámetros polinomiales (PP) funciona muy bien cuando se implementa con los k puntos experimentales y que presenta problemas cuando únicamente se alimenta con los 4 puntos del fabricante (debido a que no existen medidas experimentales), se procede a la implementación de dicha técnica con los 6 puntos propuestos por el criterio de CMPE.

Para aplicar dicho criterio, se estiman los parámetros constantes con la técnica de referencia TR para el modelo de jaula sencilla, partiendo de los 6 puntos propuestos en la Tabla 7.2.

Los 6 puntos de partida propuestos por el criterio de CMPE se muestran en la Tabla 7.7. Los parámetros estimados con la técnica de referencia TR de parámetros constantes, se muestran en la Tabla 7.8.

Tabla 7.8 Valor de los parámetros constantes (pu), estimados con la técnica TR, para el modelo de JS, a partir de los 6 puntos propuestos por el criterio de CMPE.

	r_s	X_{sd}	X_m	X_{rd}	r_r
TR	0.072	0.155	4.127	0.155	0.067

Tabla 7.9 Coeficientes de los parámetros polinomiales (Ω) para la máquina de inducción de 75 kW, estimados con los 6 puntos propuestos por el criterio de CMPE.

	r_s	X_{sd}	X_m	X_{rd}	r_r
n^4		-1.19E-10	4.06E-14	2.02E-11	-2.26E-11
n^3		3.29E-07	-1.05E-10	-4.33E-08	6.96E-08
n^2		-2.77E-04	7.94E-08	2.87E-05	-6.40E-05
n^1		7.30E-02	-1.95E-05	0.00E+00	1.03E-02
n^0	5.18	3.65E+01	1.73E+03	3.65E+01	1.88E+01

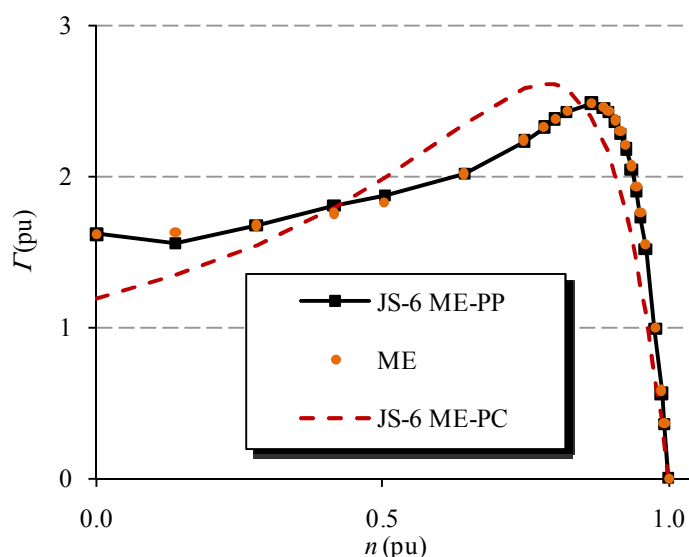


Fig. 7.7 Medidas experimentales y curvas par-velocidad de la máquina de 75 kW, representada con el modelo de JS de parámetros polinomiales PP y de parámetros constantes PC, estimados con 6 medidas experimentales.

Los parámetros estimados con la técnica de parámetros polinomiales se muestran en la Tabla 7.9. La Fig. 7.7 muestra la simulación de comportamiento de la máquina de 75 kW, con los parámetros constantes y polinómicos registrados en las tablas mencionadas.

La Tabla 7.10 muestra los errores en los k puntos experimentales (\bar{e}_{DE}) y en los 4 puntos proporcionados por el fabricante (\bar{e}_{DF}) para la máquina de 75 kW, con el modelo de jaula sencilla de parámetros constantes y parámetros polinómicos, cuando los algoritmos se alimentan únicamente con los 6 puntos propuestos por el criterio de CMPE.

Para este caso la técnica de parámetros polinomiales presenta resultados mucho mejores que la técnica de parámetros constantes para ambas máquinas, cumpliendo con el criterio de *simulación ajustada* en todos los casos.

Tomando los errores presentados por los modelos con PC como referencia, se puede observar que los errores \bar{e}_{DE} y \bar{e}_{DF} con la técnica de PP disminuyen los errores con la técnica de PC en 92.23% y en 97.74%, respectivamente.

Tabla 7.10 Errores normalizados en las k medidas experimentales y en los 4 puntos del fabricante de la máquina de 75 kW, con parámetros contantes y polinomiales, estimados a partir de los 6 puntos propuestos por el criterio de CMPE.

JS-PC		JS-PP	
\bar{e}_{DE} / I_N	\bar{e}_{DF} / I_N	\bar{e}_{DE} / I_N	\bar{e}_{DF} / I_N
0.32	0.27	0.02	0.01

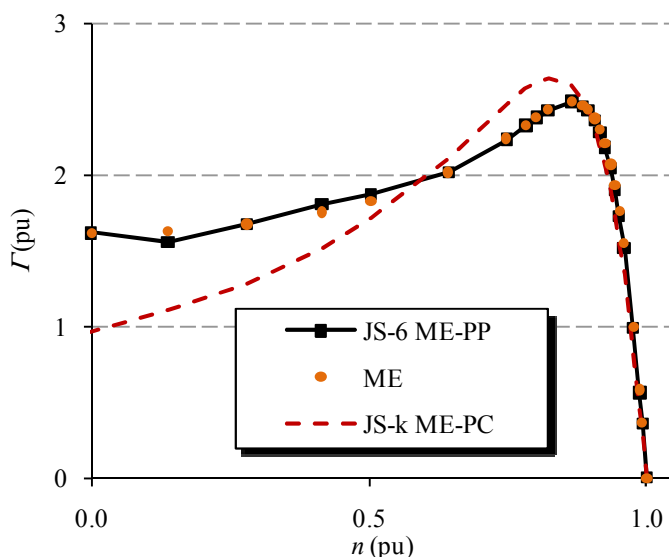


Fig. 7.8 Medidas experimentales y curvas par-velocidad de la máquina de 75 kW, representadas con el modelo de jaula sencilla de parámetros polinomiales PP estimados con 6 puntos y de parámetros constantes PC estimados con k medidas experimentales.

Adicionalmente, la Tabla 7.10 muestra que los modelos de jaula sencilla de parámetros constantes no cumplen con el criterio de *simulación ajustada*, mientras que la técnica de parámetros polinomiales cumple este criterio para todos los casos.

Estos resultados muestran que, en este caso, la técnica de parámetros polinomiales presenta errores mucho más pequeños que la técnica de parámetros constantes, cuando dichos errores son calculados tanto en los 4 puntos facilitados por el fabricante como en los k puntos experimentales de cada máquina.

Se puede concluir que la técnica de parámetros polinomiales aplicada al modelo de jaula sencilla y estimando los parámetros a partir de los 6 puntos propuestos por el criterio de CMPE, presenta un comportamiento simulado que cumple con el *criterio de simulación ajustada* en todos los casos, con resultados significativamente mejores que los presentados por la técnica de referencia TR de parámetros constantes, con el mismo modelo.

Comparación entre el Modelo de JS con Parámetros Polinomiales estimados con 6 puntos y el Modelo de JS de Parámetros Constantes estimados con k puntos experimentales ($k > 6$).

La Fig. 7.8 muestra la simulación obtenida con el modelo de jaula sencilla de parámetros polinómicos, cuando el algoritmo de estimación se alimenta únicamente con los 6 puntos propuestos por el criterio de CMPE. Esta figura también muestra la simulación obtenida con el modelo de jaula sencilla de parámetros constantes, cuando dicho algoritmo se alimenta con los k puntos experimentales, en este caso $k = 24$.

Los valores de la Tabla 7.11 muestran que todos los errores presentados por la técnica de PP con 6 puntos de entrada son sustancialmente menores que los errores presentados por la técnica de PC con k puntos experimentales de entrada ($k > 6$); además de cumplir siempre con el criterio de *simulación ajustada*. En este caso el error \bar{e}_{DE} disminuye 89.73% y el error \bar{e}_{DF} disminuye 98.17% cuando se utiliza la técnica de PP.

Tabla 7.11 Errores normalizados en las k medidas experimentales y en los 4 puntos del fabricante de la máquina de 75 kW, con PC estimados a partir de los k datos experimentales y PP a partir de los 6 datos propuestos por el criterio de CMPE.

JS-PC, k datos.		JS-PP, 6 datos.	
\bar{e}_{DE}/I_N	\bar{e}_{DF}/I_N	\bar{e}_{DE}/I_N	\bar{e}_{DF}/I_N
0.24	0.34	0.02	0.01

De esta manera se obtiene una técnica que permite aplicar el modelo de jaula sencilla de la máquina de inducción de manera confiable, ya que asegura el cumplimiento del criterio de *simulación ajustada*. Cabe anotar, que esta técnica es efectiva para los casos en que se cuenta con dos medidas experimentales (U y C) como mínimo, además de los cuatro puntos proporcionados por el fabricante. Para casos donde no se tienen medidas experimentales esta técnica no presenta diferencias relevantes con las técnicas de parámetros constantes.

Comparación entre el modelo de jaula sencilla de PP y el modelo de doble jaula de PC, cuando los parámetros son estimados a partir de 6 puntos

Los modelos de jaula sencilla y de doble jaula son utilizados en muchas aplicaciones de la máquina de inducción, razón por la cual se hace interesante conocer las diferencias entre el comportamiento simulado por el modelo de jaula sencilla con parámetros polinomiales propuesto y el comportamiento simulado con el modelo de doble jaula de parámetros constantes.

La Tabla 7.12 muestra el valor de los parámetros constantes, por unidad, del modelo de doble jaula, estimados con la técnica de referencia TR, a partir de los 6 puntos propuestos por el criterio de CMPE.

La Fig. 7.9 muestra los comportamientos simulados obtenidos con el modelo de jaula sencilla de parámetros polinomiales y con el modelo de doble jaula de parámetros constantes. Los parámetros de dichos modelos se han estimado a partir de los 6 puntos propuestos por el criterio de CMPE.

La Tabla 7.13 muestra los errores \bar{e}_{DE} y \bar{e}_{DF} calculados para el modelo de jaula sencilla de PP y para el modelo de doble jaula de PC, ambos comparados con los errores del modelo de jaula sencilla de PC. Los parámetros para todos los casos son estimados con los 6 puntos propuestos por el criterio de CMPE. El modelo de JS-PP disminuye el error \bar{e}_{DE} presentado por el modelo de JS-PC en 92.23%, mientras que el modelo de DJ-PC lo disminuye en 93.65%. El modelo de JS-PP disminuye el error \bar{e}_{DF} presentado por el modelo de JS-PC en 97.74%, mientras que el modelo de DJ-PC lo disminuye en 99.42%.

Tabla 7.12 Parámetros constantes (pu), para el modelo de doble jaula, estimados con TR a partir los 6 puntos propuestos por el criterio de CMPE.

Máquina	r_s	X_{sd}	X_m	X_{1d}	r_1	X_{2d}	r_2
75 kW	0.101	0.119	7.149	0.186	0.487	0.222	0.048

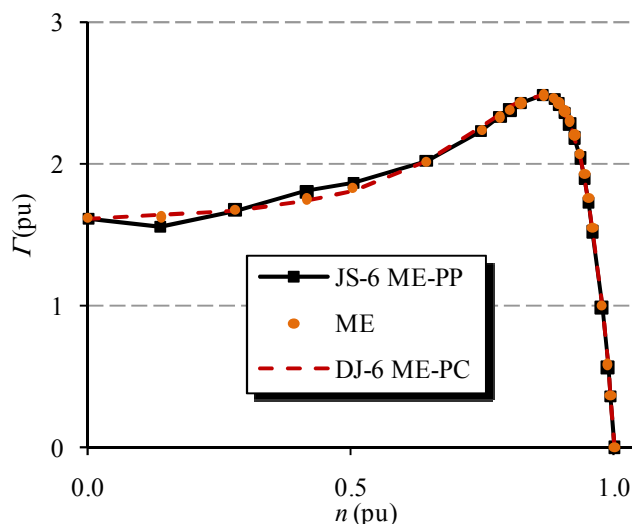


Fig. 7.9 Medidas experimentales y curvas par-velocidad de la máquina de 75 kW, representadas con el modelo de JS de parámetros polinomiales PP y con el modelo de DJ de parámetros constantes PC, estimados con 6 medidas experimentales.

Tabla 7.13 Errores normalizados en las k medidas experimentales y en los 4 puntos del fabricante de la máquina de 75 kW, con el modelo de DJ con PC, y con el modelo de JS con PP, estimados a partir de los 6 puntos propuestos por el criterio de CMPE.

DJ-PC		JS-PP		JS-PC	
\bar{e}_{DE} / Γ_N	\bar{e}_{DF} / Γ_N	\bar{e}_{DE} / Γ_N	\bar{e}_{DF} / Γ_N	\bar{e}_{DE} / Γ_N	\bar{e}_{DF} / Γ_N
0.02	0.00	0.02	0.01	0.32	0.27

Es decir, para este caso tanto el modelo el modelo de JS-PP como el de DJ-PC disminuyen sustancialmente (por encima del 92%) los errores presentados por el modelo de JS-PC. Pero el modelo de DJ-PC presenta resultados un poco mejores que el modelo de JS-PP.

Estos resultados muestran que los resultados de los modelos JS-PP y DJ-PC son comparables ya que ambas técnicas reducen el error del modelo de JS-PC en más del 92.00%. Además para todos los casos ambos modelos cumplen con el criterio de *simulación ajustada*.

En resumen, el método de parámetros polinomiales, aplicado al modelo de jaula sencilla y utilizando solamente los 6 puntos propuestos por el criterio de CMPE, presenta errores sustancialmente menores que el método de parámetros constantes con el mismo modelo.

Además los resultados presentados por el método de parámetros polinomiales con jaula sencilla son comparables con los obtenidos con el modelo de doble jaula de parámetros constantes, cuando sus parámetros son estimados con la misma cantidad de puntos.

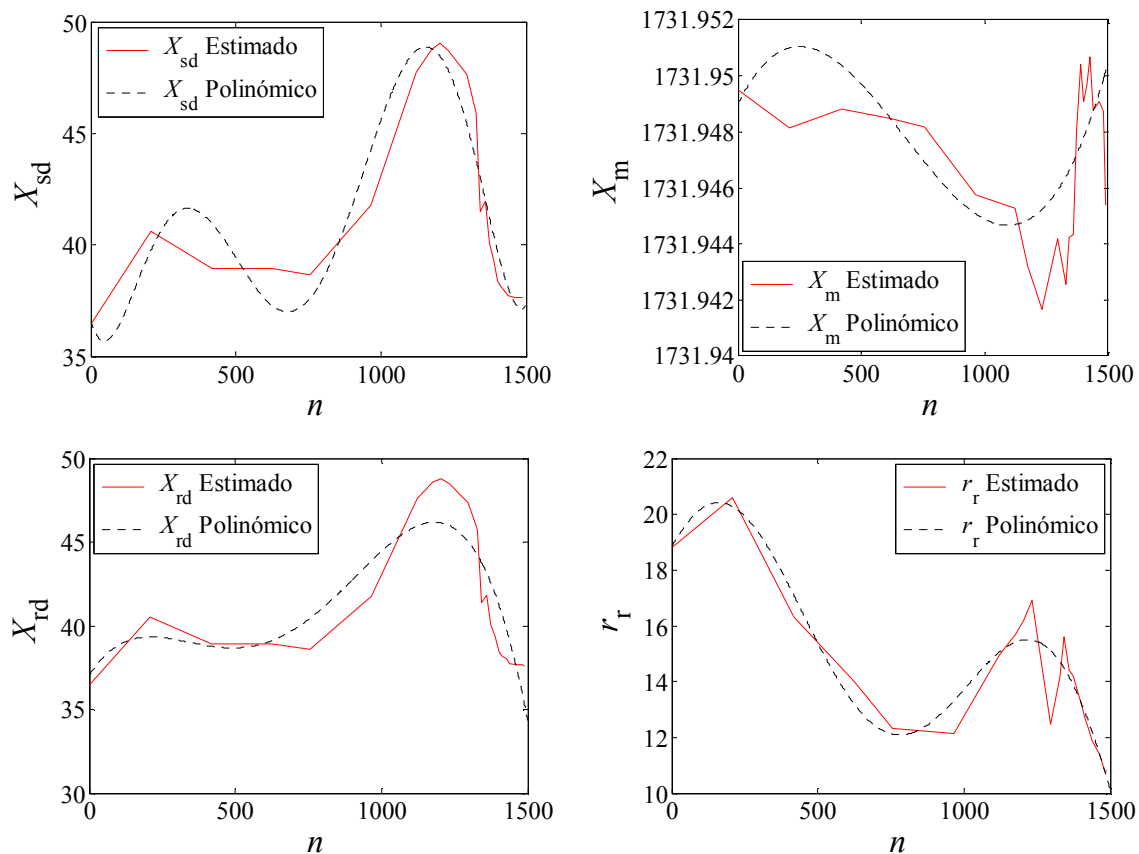


Fig. 7.10 Evolución de los parámetros polinomiales respecto a la velocidad, para la máquina de 75 kW, estimados a partir de $k = 24$ medidas experimentales.

7.4 Análisis de la Evolución de los Parámetros Respecto a la Velocidad

La técnica de parámetros polinomiales diseñada en la sección anterior permite realizar el seguimiento de los valores de los parámetros en cada punto de funcionamiento conocido.

Las funciones polinómicas que describen la evolución de los parámetros del modelo de jaula sencilla, dependen del número de puntos de entrada con que se han estimado dichos parámetros.

En este caso se han estimado tres conjuntos de parámetros polinomiales, para k puntos experimentales, 4 puntos proporcionados por el fabricante y los 6 puntos propuestos por el criterio de cantidad mínima de puntos experimentales CMPE necesaria para una simulación ajustada de comportamiento.

k puntos experimentales

La Fig. 7.10 muestra la evolución de los parámetros $X_{sd}(n)$, $X_m(n)$, $X_{rd}(n)$ y $r_r(n)$, propuestos en el modelo de la Fig. 7.2 para la máquina de 75 kW, cuando el algoritmo de estimación es alimentado con $k = 24$ puntos experimentales.

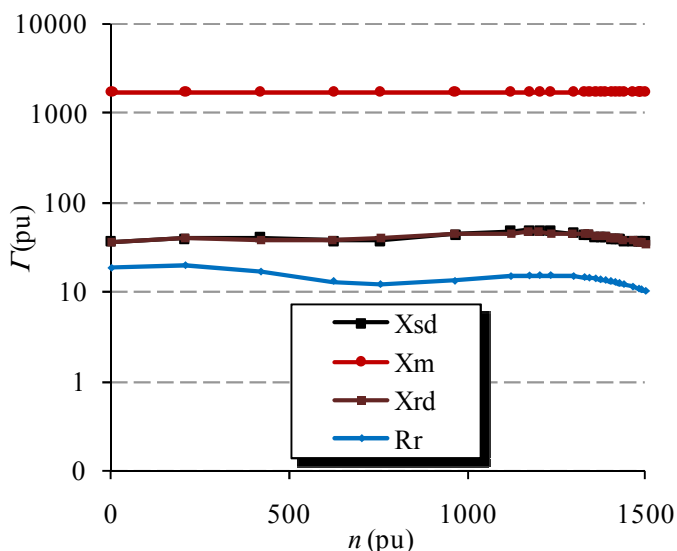


Fig. 7.11 Parámetros polinomiales del modelo de jaula sencilla, para la máquina de 75 kW, estimados con $k = 24$ medidas experimentales.

Cada gráfica dentro de esta figura muestra el valor del parámetro estimado en cada punto experimental (línea continua); muestra también el parámetro modelado con la función polinómica correspondiente (línea punteada), de acuerdo a los valores de los parámetros polinomiales estimados en la sección 7.3.3 y registrados en la Tabla 7.3.

El análisis de la evolución de los parámetros para esta máquina, permitió realizar las siguientes observaciones:

- Los parámetros X_{sd} y X_{rd} presentan valores muy similares en todo el rango de velocidades y su comportamiento tiene la misma tendencia.
- El valor de X_m tiene cambios poco significativos en relación a su valor medio, con variaciones máximas de $\pm 0.0002\%$
- El valor de X_m es, al menos, un orden de magnitud mayor que los demás parámetros.

La comparación del valor de X_m respecto a los demás parámetros se muestra en la Fig. 7.11, donde se ha graficado en escala logarítmica debido a la gran diferencia entre ellos. El valor medio de los parámetros X_{sd} , X_{rd} y r_r es 41.28Ω , 41.13Ω y 14.00Ω , respectivamente; mientras que el valor medio de X_m es 1731.95 , con muy poca variación máxima de $\pm 0.0002\%$, en todo el rango de velocidad.

4 puntos proporcionados por el fabricante

La evolución de los parámetros $X_{sd}(n)$, $X_m(n)$, $X_{rd}(n)$ y $r_r(n)$, propuestos en el modelo de la Fig. 7.2, cuando el algoritmo de estimación es alimentado con los puntos del fabricante (O, M, N y S), para la máquina de 75 kW, se muestran en la Fig. 7.12. Cada gráfica dentro de esta figura muestra tanto el valor del parámetro estimado en cada punto experimental (línea continua) como dicho parámetro modelado con la función polinómica correspondiente (línea punteada), de acuerdo a los parámetros polinomiales estimados en la sección 7.3.3 y registrados en la Tabla 7.5.

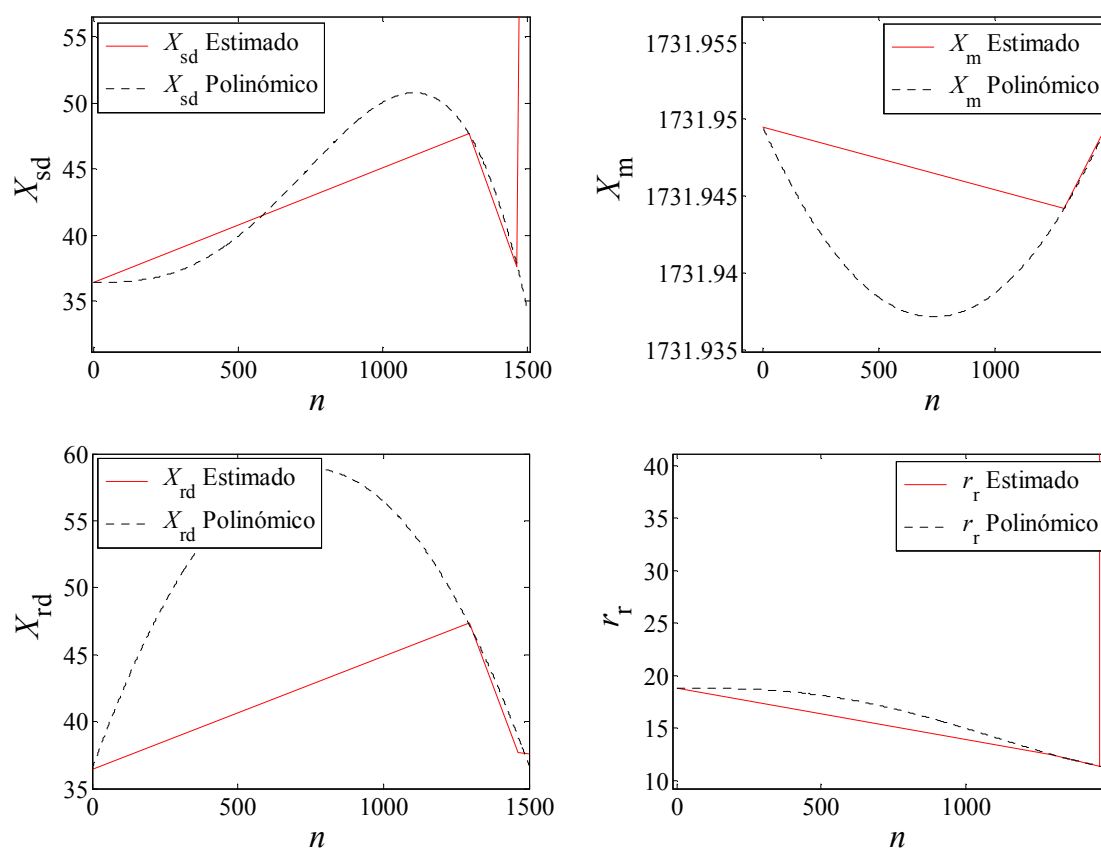


Fig. 7.12 Evolución de los parámetros polinomiales respecto a la velocidad, para la máquina de 75 kW, estimados a partir de los 4 puntos del fabricante.

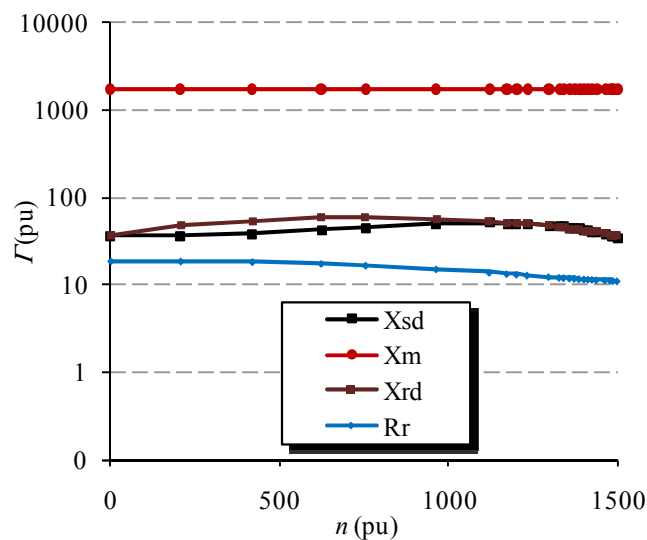


Fig. 7.13 Parámetros polinomiales del modelo de JS, para la máquina de 75 kW, estimados con los 4 puntos proporcionados por el fabricante.

Cuando el algoritmo se alimenta únicamente con los datos facilitados por el fabricante, las funciones polinómicas son más sencillas, puesto que sólo deben ajustarse a 4 puntos conocidos, como se observa en la Fig. 7.12.

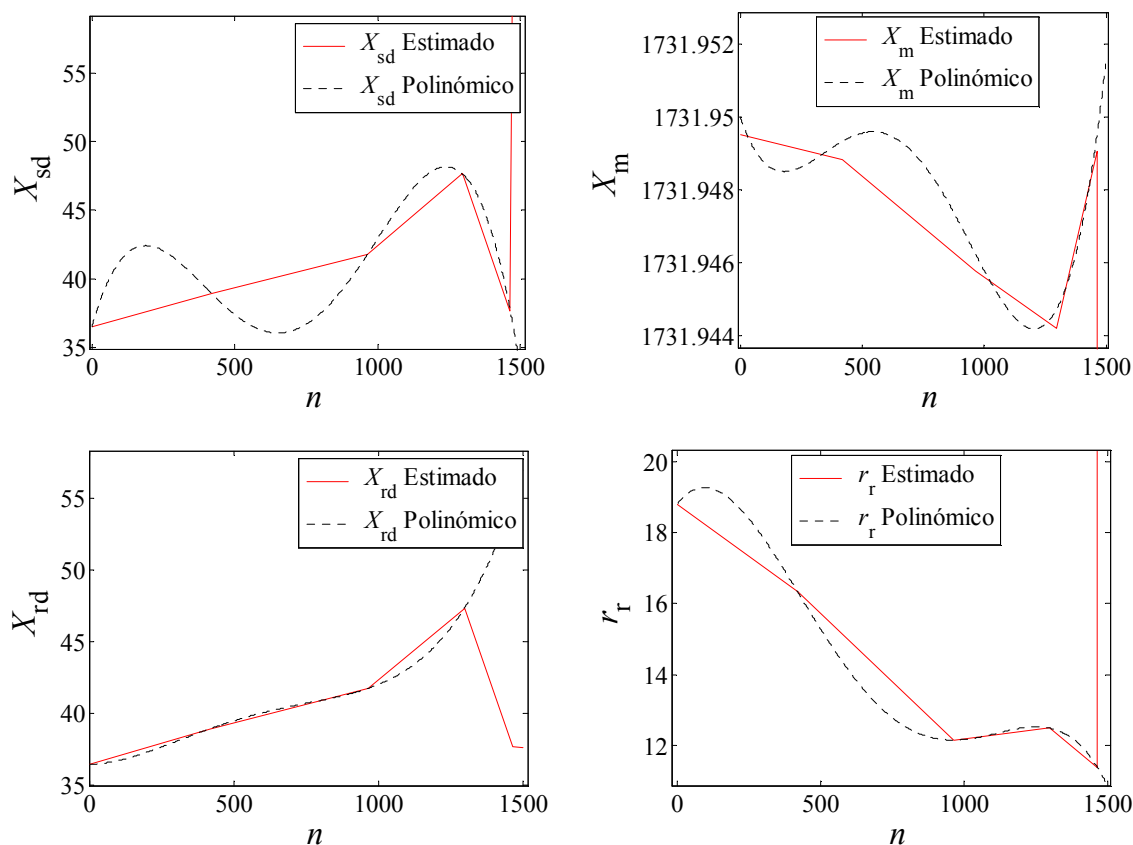


Fig. 7.14 Evolución de los parámetros polinomiales respecto a la velocidad, para la máquina de 75 kW, estimados a partir de los 6 puntos propuestos por el *criterio de mínima cantidad de datos experimentales*.

Sin embargo las semejanzas comunes en los análisis anteriores siguen cumpliéndose. Esto es, la tendencia y los valores de los parámetros X_{sd} y X_{rd} son muy similares en todo el rango de velocidades; el valor de X_m tiene cambios insignificantes en relación a su valor medio, con variaciones máximas de $\pm 0.0004\%$ y su valor medio es mucho mayor que el valor de los otros parámetros.

El parámetro X_m comparado con los demás parámetros polinomiales se muestra en la Fig. 7.13, donde el valor medio de los parámetros X_{sd} , X_{rd} y r_r es 42.92Ω , 45.95Ω y 13.49Ω , respectivamente; mientras que el valor medio de X_m es 1731.94, con variación despreciable en todo el rango de velocidad.

6 puntos propuestos por el criterio de mínima cantidad de puntos experimentales

Aplicando el criterio de la sección 7.3.2 a los algoritmos de estimación de parámetros polinomiales, se obtienen los parámetros registrados en la Tabla 7.9. La Fig. 7.14 muestra la representación de la evolución de estos parámetros polinomiales $X_{sd}(n)$, $X_m(n)$, $X_{rd}(n)$ y $r_r(n)$.

Cada gráfica dentro de esta figura representa tanto el valor del parámetro estimado en cada punto experimental (línea continua) como el parámetro modelado por su función polinómica correspondiente (línea punteada), de acuerdo a la Tabla 7.9.

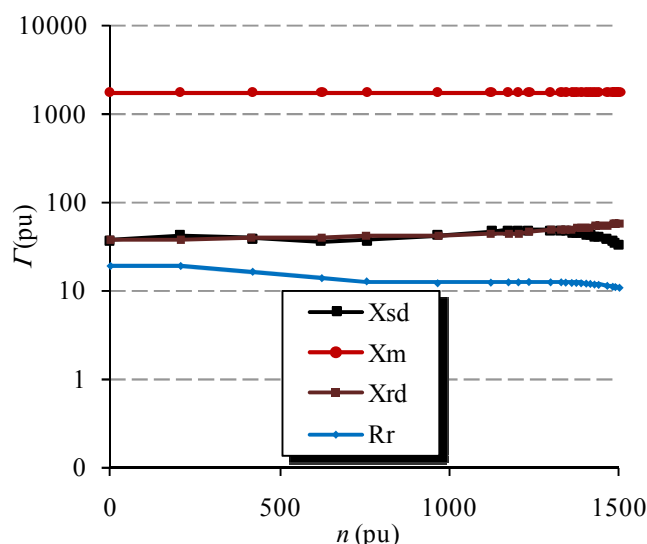


Fig. 7.15 Parámetros polinomiales del modelo de jaula sencilla, para la máquina de 75 kW, estimados con los 6 puntos propuestos por el *criterio de mínima cantidad de datos experimentales*.

La comparación entre el parámetro X_m y los demás parámetros polinomiales se muestra en la Fig. 7.15, donde el valor medio de los parámetros X_{sd} , X_{rd} y r_r es 41.94Ω , 47.60Ω y 12.85Ω , respectivamente; mientras que el valor medio de X_m es 1731.95, con variación despreciable en todo el rango de velocidad (variación máxima $\pm 0.0002\%$).

7.5 Conclusiones

En este capítulo se ha diseñado una técnica de estimación de parámetros variables para el modelo de jaula sencilla, cuyo comportamiento simulado mejora notablemente al obtenido cuando se implementan parámetros constantes en el mismo modelo; además los resultados de esta técnica se aproximan notablemente a los resultados obtenidos con modelo de doble jaula de parámetros constantes.

La técnica propuesta ha sido nombrada: técnica de parámetros polinomiales, PP, debido a que en esta técnica cada parámetro considerado variable se modela por medio de funciones polinómicas de coeficientes constantes, dependientes de la velocidad. Las funciones polinómicas son generadas a partir de vectores que contienen los valores de los parámetros en cada punto de operación conocido; dichos valores se han calculado por medio de la adaptación del algoritmo de estimación de parámetros constantes diseñados en el Capítulo 5.

Esta técnica está diseñada para los casos en que se cuenta con medidas experimentales, las cuales garantizan que los parámetros, generados por el algoritmo de implementación, produzcan un comportamiento simulado que se ajusta al comportamiento real de la máquina.

Los resultados obtenidos se analizaron con los puntos experimentales de una máquina de inducción de 75 kW, de la que se tienen $k = 24$ medidas experimentales.

En este capítulo se utiliza un criterio creado para evaluar los resultados de las técnicas diseñadas (PP y PC), llamado *criterio de simulación ajustada*, basado en el cálculo de los errores tanto en los puntos experimentales, como en los puntos proporcionados por el fabricante. Estos errores se relacionan con el valor de par nominal de cada máquina para normalizar los resultados de manera particular.

Un análisis más profundo de los resultados obtenidos tanto con la técnica de parámetros constantes como con la técnica de parámetros polinomiales, permitió proponer y aplicar el *criterio de cantidad mínima de puntos experimentales necesaria para una simulación ajustada*; el cual proporciona sólo seis puntos específicos en el rango de funcionamiento de la máquina, con los cuales se generan parámetros cuyo comportamiento simulado cumple el criterio de *simulación ajustada*. Los seis puntos incluyen los 4 puntos proporcionados por el fabricante y dos puntos experimentales de ubicación específica. De esta manera se optimiza el proceso de medición experimental, ya que sólo son necesarias dos medidas experimentales para obtener resultados que se ajusten al comportamiento real de la máquina en todo el rango de funcionamiento.

La técnica de parámetros polinomiales diseñada, permitió analizar las variaciones de los parámetros en dependencia del punto de operación de la máquina y por tanto, la evolución de los parámetros respecto a la velocidad de la máquina.

De esta manera se pudieron observar tres características comunes a dicha evolución:

- Los parámetros X_{sd} y X_{rd} , tienen un comportamiento con igual tendencia y su valor es muy similar en todo el rango de funcionamiento.
- El valor de X_m no tiene cambios significativos respecto a su valor medio
- El valor de X_m es al menos de un orden de magnitud mayor que el valor de los demás parámetros.

Estas características sugieren que los parámetros X_{sd} y X_{rd} pueden considerarse iguales ($X_{sd} = X_{rd}$) y que X_m puede considerarse constante, sin que exista un decremento sustancial en la exactitud de los resultados; de esta manera se podrían asumir únicamente dos parámetros variables, lo cual simplifica considerablemente el tiempo de cálculo y procesamiento de las aplicaciones que implementan modelos de parámetros variables (tanto on-line como off-line).

Los análisis y las aplicaciones que utilizan el modelo de jaula sencilla pueden embeber la técnica de parámetros polinomiales de manera rápida y sencilla, ya que no implica un cambio de modelo sino del valor de sus parámetros, manteniendo las ventajas de simplicidad y rapidez que conlleva el modelo de jaula sencilla pero mejorando el comportamiento simulado sustancialmente.

La técnica de estimación de parámetros polinomiales se implementó para el modelo de jaula sencilla con el fin de aprovechar las ventajas que éste modelo conlleva, sin embargo también puede implementarse para otros modelos, como el de doble jaula, teniendo en cuenta que:

- Esta técnica ha sido probada sólo para máquinas con $1.0 \leq R_{MO} \leq 1.2$ y $R_{MO} > 1.2$ y
- Para obtener los resultados esperados, ésta técnica requiere por lo menos dos medidas experimentales correspondientes a los puntos U y C.

UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI

ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS Y EFECTOS DE LOS HUECOS DE TENSIÓN EN LA MÁQUINA DE INDUCCIÓN TRIFÁSICA

Adolfo Andrés Jaramillo Matta

ISBN: 978-84-694-0291-7/DL:T-192-2011

Capítulo 8

8. Componentes Simétricas y Huecos de Tensión

En los capítulos 5, 6 y 7 se han diseñado técnicas para estimar los parámetros de la máquina de inducción para los modelos de jaula sencilla y doble jaula: técnica de referencia TR, *Torque-Speed Tracking* y *Parámetros Polinómicos*, respectivamente; estas técnicas reducen significativamente algunos errores identificados en el comportamiento obtenido con algunas técnicas de referencia.

Una vez obtenida una metodología confiable para la estimación de los parámetros, se busca analizar los efectos de los huecos de tensión cuando afectan a la máquina de inducción utilizando tanto el modelo de jaula sencilla como el de doble jaula.

Cuando se producen huecos de tensión en la red, las cargas conectadas a la misma se ven afectadas de diferente modo, dependiendo de su sensibilidad. Tres efectos típicos de los huecos de tensión sobre una máquina de inducción, son la aparición de picos de intensidad y picos de par, y la pérdida de velocidad en dos zonas: durante la existencia del hueco y tras la recuperación de la tensión.

En este capítulo se estudia el método de componentes simétricas aplicado a un sistema trifásico; posteriormente se caracterizan y modelan los huecos de tensión simétricos y asimétricos, con el fin de utilizarlos en el Capítulo 9 para analizar sus efectos sobre las máquinas de inducción trifásicas cuando se utilizan los modelos de jaula sencilla y doble jaula.

8.1 Componentes Simétricas

En su forma general el método de componentes simétricas, o teorema de Fortescue [58], permite descomponer un sistema desequilibrado de N fases como el sumatorio de N sistemas equilibrados, utilizando el principio de superposición. Es decir, si las componentes desequilibradas de un sistema trifásico son V_a , V_b y V_c , dicho sistema puede representarse por medio de sus respectivas componentes equilibradas: homopolar (0), directa (1) e inversa (2), como se muestra en la Fig. 8.1.

Debido a esto, el método de la transformación de Fortescue es ampliamente utilizado para analizar faltas en sistemas trifásicos de potencia.

En la representación de la Fig. 8.1 se debe cumplir que:

- las componentes homopolares sean iguales tanto en magnitud como en fase $V_{a,0} = V_{b,0} = V_{c,0}$.
- las componentes de secuencia directa, $V_{a,1}$, $V_{b,1}$ y $V_{c,1}$ estén desfasadas 120° entre sí y con la misma secuencia de fase que el sistema original.
- Las componentes de secuencia inversa, $V_{a,2}$, $V_{b,2}$ y $V_{c,2}$, tengan igual módulo y estén desfasadas 120° entre sí, con la secuencia de fase opuesta a la del sistema original.

La Fig. 8.2 muestra el sistema de componentes equilibradas (homopolar, secuencia directa y secuencia inversa) utilizado para descomponer el sistema de componentes desequilibradas original. Esta transformación puede escribirse en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{a,0} \\ V_{a,1} \\ V_{a,2} \end{bmatrix}, \quad V_{b,1} = a^2 \cdot V_{a,1}, \quad V_{c,1} = a \cdot V_{a,1} \quad (8.1)$$

Donde el valor correspondiente al desfase de 120° es $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$, y tiene las siguientes propiedades:

$$a^2 = a^* \quad ; \quad a^3 = 1 \quad ; \quad 1 + a + a^2 = 0 \quad (8.2)$$

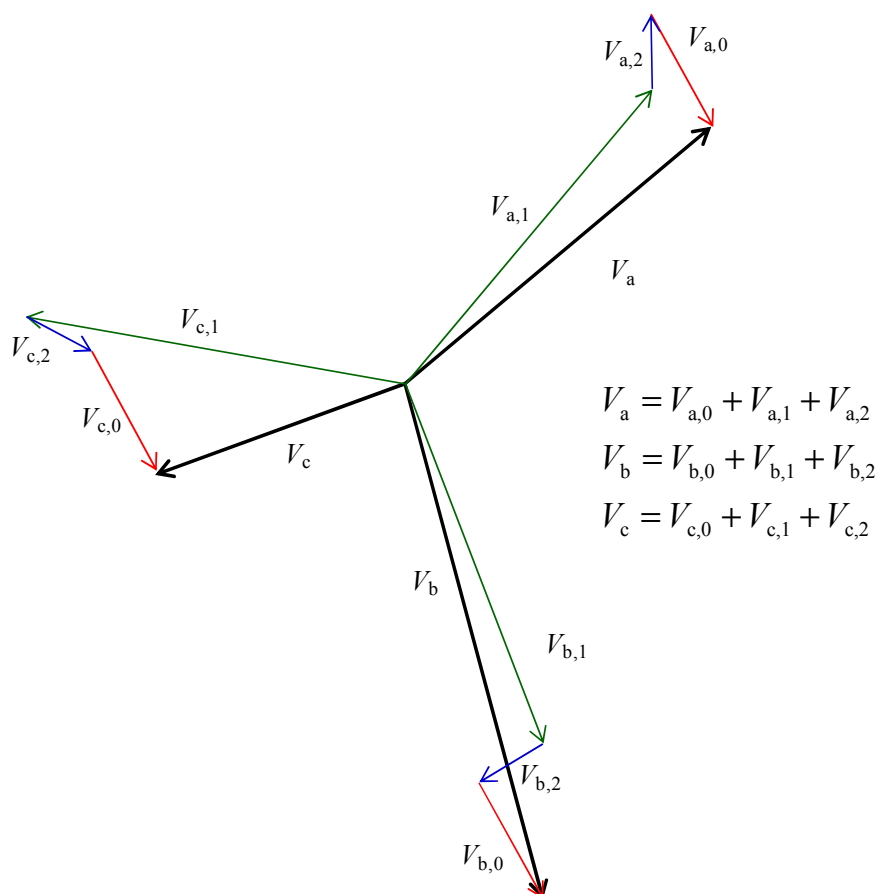


Fig. 8.1 Componentes simétricas de un sistema trifásico desequilibrado.

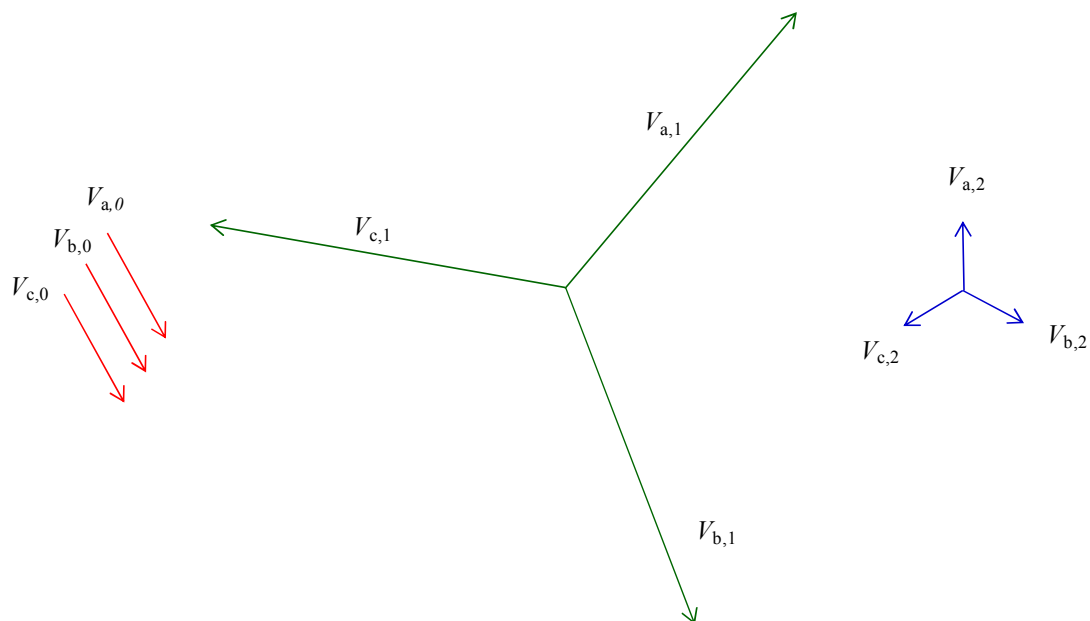


Fig. 8.2 Componentes equilibradas homopolar (0), de secuencia directa (1) y de secuencia inversa(2), utilizadas para descomponer las componentes desequilibradas originales

De manera particular, el teorema de Fortescue se utiliza para analizar máquinas de inducción trifásicas sometidas a tensiones desequilibradas, tales como las producidas por los huecos de tensión asimétricos.

Para este caso, la matriz de transformación de Fortescue \mathbf{F} y su inversa (debido a que es no singular), se definen como:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{F}^{-1} = 3 \cdot \mathbf{F}^* = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad (8.3)$$

Al aplicar la transformada de Fortescue a un sistema trifásico $\mathbf{X} = (x_A, x_B, x_C)$, (tensiones, intensidades, flujos, etc.), inicialmente en variables de fase ABC y con alimentación sinusoidal desequilibrada, se obtienen tres sistemas trifásicos equilibrados de secuencia homopolar, directa e inversa (012):

$$\mathbf{X}_{012} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{X}_{ABC} \Rightarrow \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_A \\ x_B \\ x_C \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{1}{3} \cdot (x_A + x_B + x_C) \\ x_1 = \frac{1}{3} \cdot (x_A + a \cdot x_B + a^2 \cdot x_C) \\ x_2 = \frac{1}{3} \cdot (x_A + a^2 \cdot x_B + a \cdot x_C) \end{cases} \quad (8.4)$$

8.1.1 Elemento trifásico activo de tres terminales

La máquina de inducción trifásica de rotor bobinado, de jaula sencilla, o de doble jaula son elementos activos de tres terminales cuya matriz de impedancias es circulante.

8.1.1.1 Matriz circulante

Una matriz \mathbf{C} es *circulante* cuando se cumple que los elementos de cada fila son idénticos a los de la fila anterior, pero desplazados una posición hacia la derecha, tal como:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ c_3 & c_1 & c_2 \\ c_2 & c_3 & c_1 \end{pmatrix}. \quad (8.5)$$

Dos propiedades de este tipo de matrices son:

- la suma de matrices circulantes es una nueva matriz circulante
- la multiplicación de una matriz circulante por un escalar es otra matriz circulante.

Haciendo $\mathbf{F} \mathbf{C} \mathbf{F}^{-1}$, se obtiene:

$$\mathbf{C}_F = \mathbf{F} \cdot \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ c_3 & c_1 & c_2 \\ c_2 & c_3 & c_1 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{F}^{-1} = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 + c_3 & 0 & 0 \\ 0 & c_1 + a^2 \cdot c_2 + a \cdot c_3 & 0 \\ 0 & 0 & c_1 + a \cdot c_2 + a^2 \cdot c_3 \end{bmatrix} \quad (8.6)$$

Por tanto, con la transformación de Fortescue diagonalizan las matrices circulantes, permitiendo que un sistema trifásico ABC con alimentación sinusoidal desequilibrada y matriz de impedancias circulante, se pueda descomponer en tres sistemas trifásicos equilibrados (012). En la Fig. 8.3 se ha representado un elemento trifásico activo de tres terminales con conexión a tierra, sin impedancia de neutro.

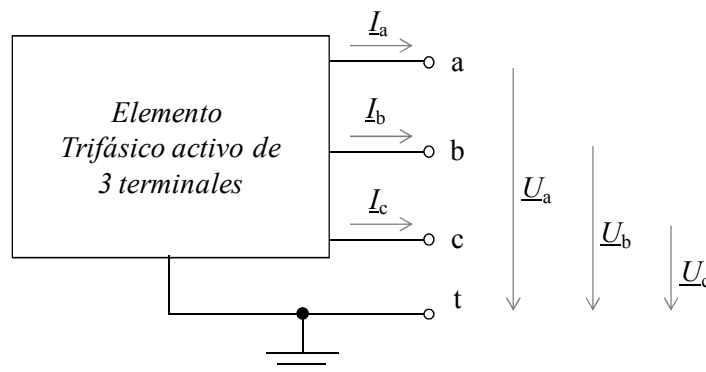


Fig. 8.3 Elemento trifásico activo de tres terminales con conexión a tierra sin impedancia

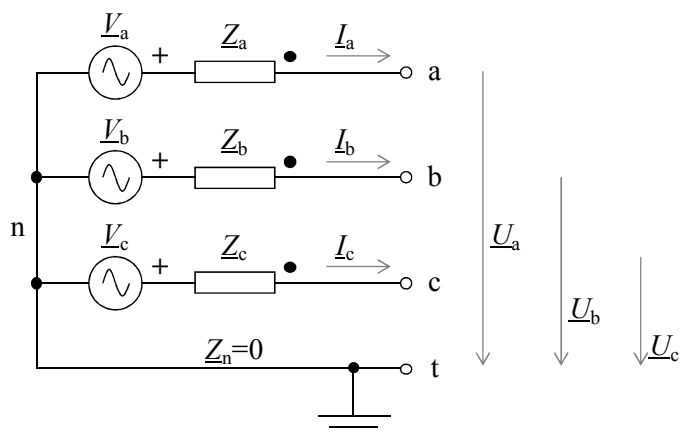


Fig. 8.4 Circuito equivalente de un elemento trifásico activo de tres terminales con conexión a tierra sin impedancia de neutro

El análisis de la red trifásica con alimentación sinusoidal de la Fig. 8.3, en régimen permanente, proporciona el sistema de ecuaciones:

$$\mathbf{U} = \mathbf{V} - \mathbf{Z} \cdot \mathbf{I} \quad ; \quad \begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{V}_a \\ \underline{V}_b \\ \underline{V}_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{Z}_a & \underline{Z}_{ab} & \underline{Z}_{ac} \\ \underline{Z}_{ba} & \underline{Z}_b & \underline{Z}_{bc} \\ \underline{Z}_{ca} & \underline{Z}_{cb} & \underline{Z}_c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_a \\ \underline{I}_b \\ \underline{I}_c \end{bmatrix} \quad (8.7)$$

El sistema de ecuaciones (8.7) puede representarse por medio del circuito equivalente de la Fig. 8.4. Este circuito está conectado en estrella y contiene una fuente de tensión trifásica e impedancias acopladas definidas por \mathbf{Z} .

Para el caso de una máquina de inducción trifásica de rotor de jaula sencilla la matriz de acoplamientos (8.8) está formada por cuatro cajas circulantes de 3x3, donde sólo las cajas de la diagonal principal son simétricas.

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} l_s & -\frac{m_s}{2} & -\frac{m_s}{2} & m \cdot \cos(\theta) & m \cdot \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & m \cdot \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\frac{m_s}{2} & l_s & -\frac{m_s}{2} & m \cdot \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & m \cdot \cos(\theta) & m \cdot \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\frac{m_s}{2} & -\frac{m_s}{2} & l_s & m \cdot \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & m \cdot \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & m \cdot \cos(\theta) \\ \hline m \cdot \cos(\theta) & m \cdot \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & m \cdot \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & l_r & -\frac{m_r}{2} & -\frac{m_r}{2} \\ m \cdot \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & m \cdot \cos(\theta) & m \cdot \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\frac{m_r}{2} & l_r & -\frac{m_r}{2} \\ m \cdot \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & m \cdot \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & m \cdot \cos(\theta) & -\frac{m_r}{2} & -\frac{m_r}{2} & l_r \end{array} \right] \quad (8.8)$$

Cuando la matriz \mathbf{Z} es circulante, se puede diagonalizar utilizando la transformación de Fortescue, es decir:

$$\mathbf{Z}_F = \mathbf{F} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{F}^{-1} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_1 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_a + \underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{ac} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_a + a^2 \cdot \underline{Z}_{ab} + a \cdot \underline{Z}_{ac} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_a + a \cdot \underline{Z}_{ab} + a^2 \cdot \underline{Z}_{ac} \end{bmatrix} \quad (8.9)$$

Aplicando la transformada de Fortescue al sistema de ecuaciones (8.7) se obtiene:

$$\mathbf{F} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} = \mathbf{F} \cdot \left\{ \begin{bmatrix} \underline{V}_a \\ \underline{V}_b \\ \underline{V}_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{Z}_a & \underline{Z}_{ab} & \underline{Z}_{ac} \\ \underline{Z}_{ba} & \underline{Z}_b & \underline{Z}_{bc} \\ \underline{Z}_{ca} & \underline{Z}_{cb} & \underline{Z}_c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_a \\ \underline{I}_b \\ \underline{I}_c \end{bmatrix} \right\} \Rightarrow \mathbf{F} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{F} \cdot \{\mathbf{V} - \mathbf{Z} \cdot \mathbf{I}\} \quad (8.10)$$

Operando se obtiene:

$$\begin{aligned} \mathbf{F} \cdot \mathbf{U} &= \mathbf{F} \cdot \mathbf{V} - \mathbf{F} \cdot \mathbf{Z} \cdot \{\mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{F}\} \cdot \mathbf{I} \\ &= \mathbf{F} \cdot \mathbf{V} - \{\mathbf{F} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{F}^{-1}\} \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{I} \end{aligned} \quad (8.11)$$

El sistema de ecuaciones (8.11) puede expresarse por medio de ecuaciones de secuencia:

$$\mathbf{U}_F = \mathbf{V}_F - \mathbf{Z}_F \cdot \mathbf{I}_F \Rightarrow \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{V}_0 \\ \underline{V}_1 \\ \underline{V}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{Z}_0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_1 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_0 \\ \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} \quad (8.12)$$

donde:

$$\mathbf{U}_F = \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{F} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_a + \underline{U}_b + \underline{U}_c \\ \underline{U}_a + a \cdot \underline{U}_b + a^2 \cdot \underline{U}_c \\ \underline{U}_a + a^2 \cdot \underline{U}_b + a \cdot \underline{U}_c \end{bmatrix} \quad (8.13)$$

$$\mathbf{V}_F = \begin{bmatrix} \underline{V}_0 \\ \underline{V}_1 \\ \underline{V}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{F} \cdot \begin{bmatrix} \underline{V}_a \\ \underline{V}_b \\ \underline{V}_c \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} \underline{V}_a + \underline{V}_b + \underline{V}_c \\ \underline{V}_a + a \cdot \underline{V}_b + a^2 \cdot \underline{V}_c \\ \underline{V}_a + a^2 \cdot \underline{V}_b + a \cdot \underline{V}_c \end{bmatrix} \quad (8.14)$$

$$\mathbf{Z}_F = \begin{bmatrix} \underline{Z}_0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_1 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_2 \end{bmatrix} \quad (8.15)$$

$$\mathbf{I}_F = \begin{bmatrix} \underline{I}_0 \\ \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{F} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_a \\ \underline{I}_b \\ \underline{I}_c \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c \\ \underline{I}_a + a \cdot \underline{I}_b + a^2 \cdot \underline{I}_c \\ \underline{I}_a + a^2 \cdot \underline{I}_b + a \cdot \underline{I}_c \end{bmatrix} \quad (8.16)$$

El sistema transformado (8.12) puede representarse entonces como un sistema de secuencia 012, con redes desacopladas. Los circuitos equivalentes de dichas redes se muestran en la Fig. 8.5.

Cuyas componentes simétricas, o de secuencia 012, están dadas por:

$$\underline{V}_{012} = \mathbf{F} \cdot \underline{V}_{abc} \Rightarrow \begin{bmatrix} \underline{V}_0 \\ \underline{V}_1 \\ \underline{V}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{V}_a \\ \underline{V}_b \\ \underline{V}_c \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \underline{V}_0 = \frac{1}{3} \cdot (\underline{V}_a + \underline{V}_b + \underline{V}_c) \\ \underline{V}_1 = \frac{1}{3} \cdot (\underline{V}_a + a \cdot \underline{V}_b + a^2 \cdot \underline{V}_c) \\ \underline{V}_2 = \frac{1}{3} \cdot (\underline{V}_a + a^2 \cdot \underline{V}_b + a \cdot \underline{V}_c) \end{cases} \quad (8.17)$$

8.1.1.2 Elemento trifásico activo de tres terminales con impedancia de neutro

Cuando la línea que conecta al elemento trifásico activo a neutro tiene impedancia \underline{Z}_n , la matriz de impedancias \mathbf{Z} se convierte en:

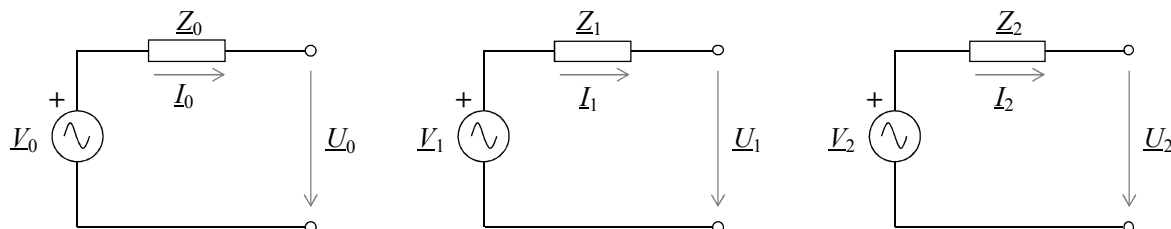


Fig. 8.5 Circuitos equivalentes de secuencia de un elemento trifásico activo de tres terminales.

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_a + \underline{Z}_n & \underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_n & \underline{Z}_{ac} + \underline{Z}_n \\ \underline{Z}_{ac} + \underline{Z}_n & \underline{Z}_a + \underline{Z}_n & \underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_n \\ \underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_n & \underline{Z}_{ac} + \underline{Z}_n & \underline{Z}_a + \underline{Z}_n \end{bmatrix} \quad (8.18)$$

Por tanto, las nuevas ecuaciones de secuencia son:

$$\mathbf{U}_F = \mathbf{V}_F - \mathbf{Z}_F \cdot \mathbf{I}_F \Rightarrow \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{V}_0 \\ \underline{V}_1 \\ \underline{V}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{Z}_0 + 3 \cdot \underline{Z}_n & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_1 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_0 \\ \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} \quad (8.19)$$

El circuito equivalente que representa al sistema (8.19) se muestra en la Fig. 8.6.

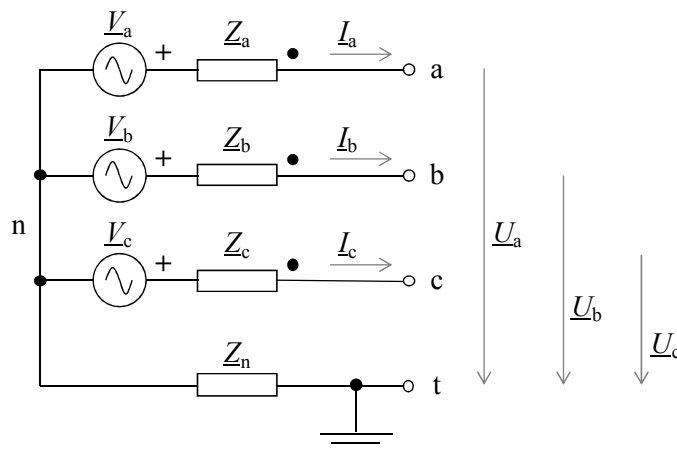


Fig. 8.6 Circuito equivalente de un elemento trifásico activo de tres terminales con impedancia \underline{Z}_n de conexión a tierra.

8.1.1.3 Transformación de Fortescue con sistemas simétricos equilibrados

Cuando la fuente de tensión, en un elemento trifásico, es simétrica y equilibrada se tiene un sistema:

$$\begin{aligned} \underline{V}_a &= \sqrt{2} \cdot V \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha) & \underline{V}_a &= \underline{V} \\ \underline{V}_b &= \sqrt{2} \cdot V \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \alpha - \frac{2\pi}{3}\right) & \Rightarrow \underline{V}_b &= a^2 \cdot \underline{V} \\ \underline{V}_c &= \sqrt{2} \cdot V \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \alpha + \frac{2\pi}{3}\right) & \underline{V}_c &= a \cdot \underline{V} \end{aligned} \quad (8.20)$$

Las ecuaciones de secuencia 012 son:

$$\mathbf{V}_{012} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{V}_{abc} \Rightarrow \begin{bmatrix} \underline{V}_0 \\ \underline{V}_1 \\ \underline{V}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{V}_a \\ \underline{V}_b \\ \underline{V}_c \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \underline{V}_0 = \frac{1}{3} \cdot \underline{V} (1 + a^2 + a) = 0 \\ \underline{V}_1 = \frac{1}{3} \cdot \underline{V} (1 + 2 \cdot a^3) = \underline{V} \\ \underline{V}_2 = \frac{1}{3} \cdot \underline{V} (1 + a^4 + a^2) = 0 \end{cases} \quad (8.21)$$

Con lo cual, para sistemas simétricos equilibrados las componentes de tensión homopolar e inversa son nulas.

8.1.2 Elemento trifásico pasivo de seis terminales

Los elementos trifásicos pasivos de seis terminales más significativos son las líneas de transporte y los transformadores.

En la Fig. 8.7 se representa un elemento trifásico pasivo de seis terminales conectado a tierra, cuya matriz de impedancias \mathbf{Z} está dada por:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{1,1} & \mathbf{Z}_{1,2} \\ \mathbf{Z}_{2,1} & \mathbf{Z}_{2,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_a & \underline{Z}_{ab} & \underline{Z}_{ac} & \underline{Z}_{aa'} & \underline{Z}_{ab'} & \underline{Z}_{ac'} \\ \underline{Z}_{ba} & \underline{Z}_b & \underline{Z}_{bc} & \underline{Z}_{ba'} & \underline{Z}_{bb'} & \underline{Z}_{bc'} \\ \underline{Z}_{ca} & \underline{Z}_{cb} & \underline{Z}_c & \underline{Z}_{ca'} & \underline{Z}_{cb'} & \underline{Z}_{cc'} \\ \hline \underline{Z}_{a'a} & \underline{Z}_{a'b} & \underline{Z}_{a'c} & \underline{Z}_{a'} & \underline{Z}_{a'b'} & \underline{Z}_{a'c'} \\ \underline{Z}_{b'a} & \underline{Z}_{b'b} & \underline{Z}_{b'c} & \underline{Z}_{b'a'} & \underline{Z}_{b'} & \underline{Z}_{b'c'} \\ \underline{Z}_{c'a} & \underline{Z}_{c'b} & \underline{Z}_{c'c} & \underline{Z}_{c'a'} & \underline{Z}_{c'b'} & \underline{Z}_{c'} \end{bmatrix} \quad (8.22)$$

El análisis de la red trifásica con alimentación sinusoidal, en régimen permanente, se realiza por medio de los equivalentes de Thévenin y Norton.

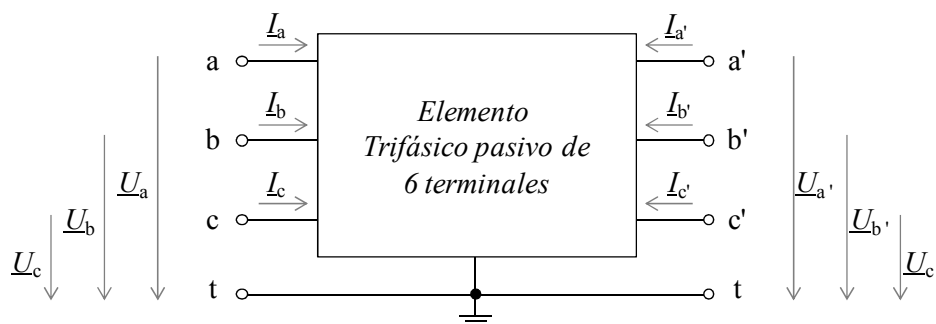


Fig. 8.7 Elemento trifásico activo de seis terminales con conexión a tierra

8.1.2.1 Análisis por equivalente Thévenin

Para el análisis por medio del equivalente Thévenin se asume que:

- las cuatro matrices de impedancias $\mathbf{Z}_{1,1}$, $\mathbf{Z}_{1,2}$, $\mathbf{Z}_{2,1}$ y $\mathbf{Z}_{2,2}$ son circulares y simétricas.
- la matriz $\mathbf{Z}_{1,2} = [\mathbf{Z}_{2,1}]^t$.
- el elemento trifásico no presenta elementos activos ($\mathbf{V}_g = \{\underline{V}_a, \underline{V}_b, \underline{V}_c, \underline{V}_{a'}, \underline{V}_{b'}, \underline{V}_{c'}\} = \mathbf{0}$).

De esta manera, el sistema de ecuaciones (8.23) proporcionado por este análisis y el elemento trifásico son recíprocos.

$$\mathbf{U} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{I} + \mathbf{V}_g \Rightarrow \begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \\ \underline{U}_{a'} \\ \underline{U}_{b'} \\ \underline{U}_{c'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_a & \underline{Z}_{ab} & \underline{Z}_{ac} & \underline{Z}_{aa'} & \underline{Z}_{ab'} & \underline{Z}_{ac'} \\ \underline{Z}_{ac} & \underline{Z}_a & \underline{Z}_{ab} & \underline{Z}_{ac'} & \underline{Z}_{aa'} & \underline{Z}_{ab'} \\ \underline{Z}_{ab} & \underline{Z}_{ac} & \underline{Z}_a & \underline{Z}_{ab'} & \underline{Z}_{ac'} & \underline{Z}_{aa'} \\ \underline{Z}_{aa'} & \underline{Z}_{ab'} & \underline{Z}_{ac'} & \underline{Z}_{a'} & \underline{Z}_{a'b'} & \underline{Z}_{a'c'} \\ \underline{Z}_{ac'} & \underline{Z}_{aa'} & \underline{Z}_{ab'} & \underline{Z}_{a'c'} & \underline{Z}_{a'} & \underline{Z}_{a'b'} \\ \underline{Z}_{ab'} & \underline{Z}_{ac'} & \underline{Z}_{aa'} & \underline{Z}_{a'b'} & \underline{Z}_{a'c'} & \underline{Z}_{a'} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_a \\ \underline{I}_b \\ \underline{I}_c \\ \underline{I}_{a'} \\ \underline{I}_{b'} \\ \underline{I}_{c'} \end{bmatrix}. \quad (8.23)$$

Realizando la transformación de Fortescue a (8.23), se obtiene el sistema de ecuaciones de secuencia 012:

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{F} \cdot (\mathbf{Z} \cdot \mathbf{I}) \Rightarrow \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \underline{U}_{0'} \\ \underline{U}_{1'} \\ \underline{U}_{2'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_0^I & 0 & 0 & \underline{Z}_0^{III} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_1^I & 0 & 0 & \underline{Z}_1^{III} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_2^I & 0 & 0 & \underline{Z}_2^{III} \\ \underline{Z}_0^{III} & 0 & 0 & \underline{Z}_0^{II} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_1^{III} & 0 & 0 & \underline{Z}_1^{II} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_2^{III} & 0 & 0 & \underline{Z}_2^{II} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_0 \\ \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \underline{I}_{0'} \\ \underline{I}_{1'} \\ \underline{I}_{2'} \end{bmatrix}. \quad (8.24)$$

Donde:

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}_0^I &= \underline{Z}_a + \underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{ac} \\ \underline{Z}_1^I &= \underline{Z}_a + a^2 \cdot \underline{Z}_{ab} + a \cdot \underline{Z}_{ac} \\ \underline{Z}_2^I &= \underline{Z}_a + a \cdot \underline{Z}_{ab} + a^2 \cdot \underline{Z}_{ac} \end{aligned} \right\} \quad (8.25)$$

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}_0^{II} &= \underline{Z}_{a'} + \underline{Z}_{a'b'} + \underline{Z}_{a'c'} \\ \underline{Z}_1^{II} &= \underline{Z}_{a'} + a^2 \cdot \underline{Z}_{a'b'} + a \cdot \underline{Z}_{a'c'} \\ \underline{Z}_2^{II} &= \underline{Z}_{a'} + a \cdot \underline{Z}_{a'b'} + a^2 \cdot \underline{Z}_{a'c'} \end{aligned} \right\} \quad (8.26)$$

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}_0^{\text{III}} &= \underline{Z}_{aa'} + \underline{Z}_{ab'} + \underline{Z}_{ac'} \\ \underline{Z}_1^{\text{III}} &= \underline{Z}_{aa'} + a^2 \cdot \underline{Z}_{ab'} + a \cdot \underline{Z}_{ac'} \\ \underline{Z}_2^{\text{III}} &= \underline{Z}_{aa'} + a \cdot \underline{Z}_{ab'} + a^2 \cdot \underline{Z}_{ac'} \end{aligned} \right\} \quad (8.27)$$

Los tres circuitos equivalentes desacoplados, en T, de la Fig. 8.8 son una representación del sistema de ecuaciones de secuencia obtenido desde el equivalente Thévenin para este elemento trifásico.

8.1.2.2 Análisis por equivalente Norton

Para el análisis por medio de equivalente Norton se asume que:

- las matrices de impedancias $\mathbf{Z}_{1,1}$, $\mathbf{Z}_{1,2}$, $\mathbf{Z}_{2,1}$ y $\mathbf{Z}_{2,2}$ son circulares y simétricas
- $\mathbf{Z}_{1,2} = [\mathbf{Z}_{2,1}]^t$
- el elemento trifásico sin elementos activos, $\mathbf{V}_g = \mathbf{0}$.
- $\mathbf{Y} = \mathbf{Z}^{-1}$
- $\mathbf{I}_g = \mathbf{Z}^{-1} \cdot \mathbf{V}_g = \mathbf{0}$.

De esta manera, tanto el sistema de ecuaciones (8.28), obtenido con el equivalente Norton, como el elemento trifásico son recíprocos.

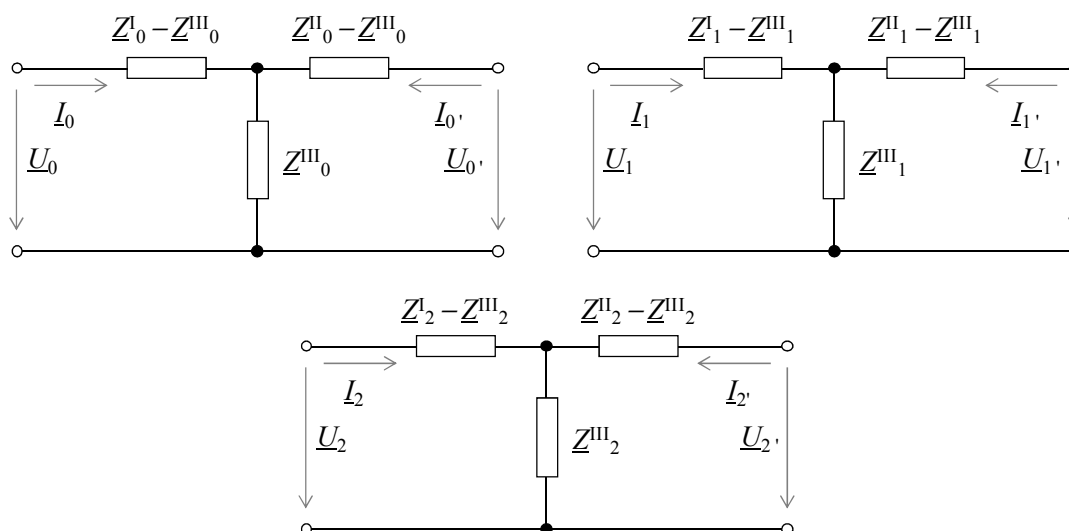


Fig. 8.8 Circuitos de secuencia 012 en T de un elemento trifásico pasivo de seis terminales

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{U} + \mathbf{I}_g \Rightarrow \begin{bmatrix} \underline{I}_a \\ \underline{I}_b \\ \underline{I}_c \\ \underline{I}_{a'} \\ \underline{I}_{b'} \\ \underline{I}_{c'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_a & \underline{Y}_{ab} & \underline{Y}_{ac} & \underline{Y}_{aa'} & \underline{Y}_{ab'} & \underline{Y}_{ac'} \\ \underline{Y}_{ac} & \underline{Y}_a & \underline{Y}_{ab} & \underline{Y}_{ac'} & \underline{Y}_{aa'} & \underline{Y}_{ab'} \\ \underline{Y}_{ab} & \underline{Y}_{ac} & \underline{Y}_a & \underline{Y}_{ab'} & \underline{Y}_{ac'} & \underline{Y}_{aa'} \\ \underline{Y}_{aa'} & \underline{Y}_{ab'} & \underline{Y}_{ac'} & \underline{Y}_{a'} & \underline{Y}_{a'b'} & \underline{Y}_{a'c'} \\ \underline{Y}_{ac'} & \underline{Y}_{aa'} & \underline{Y}_{ab'} & \underline{Y}_{a'c'} & \underline{Y}_{a'} & \underline{Y}_{a'b'} \\ \underline{Y}_{ab'} & \underline{Y}_{ac'} & \underline{Y}_{aa'} & \underline{Y}_{a'b'} & \underline{Y}_{a'c'} & \underline{Y}_{a'} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \\ \underline{U}_{a'} \\ \underline{U}_{b'} \\ \underline{U}_{c'} \end{bmatrix} \quad (8.28)$$

Realizando la transformación de Fortescue a este sistema, se obtiene el sistema de ecuaciones de secuencia 012 mostrado en (8.29).

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{F} \cdot (\mathbf{Y} \cdot \mathbf{U}) \Rightarrow \begin{bmatrix} \underline{I}_0 \\ \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \underline{I}_{0'} \\ \underline{I}_{1'} \\ \underline{I}_{2'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_0^I & 0 & 0 & \underline{Y}_0^{III} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Y}_1^I & 0 & 0 & \underline{Y}_1^{III} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Y}_2^I & 0 & 0 & \underline{Y}_2^{III} \\ \underline{Y}_0^{III} & 0 & 0 & \underline{Y}_0^{II} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Y}_1^{III} & 0 & 0 & \underline{Y}_1^{II} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Y}_2^{III} & 0 & 0 & \underline{Y}_2^{II} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \underline{U}_{0'} \\ \underline{U}_{1'} \\ \underline{U}_{2'} \end{bmatrix} \quad (8.29)$$

donde:

$$\left. \begin{aligned} \underline{Y}_0^I &= \underline{Y}_a + \underline{Y}_{ab} + \underline{Y}_{ac} \\ \underline{Y}_1^I &= \underline{Y}_a + a^2 \cdot \underline{Y}_{ab} + a \cdot \underline{Y}_{ac} \\ \underline{Y}_2^I &= \underline{Y}_a + a \cdot \underline{Y}_{ab} + a^2 \cdot \underline{Y}_{ac} \end{aligned} \right\} \quad (8.30)$$

$$\left. \begin{aligned} \underline{Y}_0^{II} &= \underline{Y}_{a'} + \underline{Y}_{a'b'} + \underline{Y}_{a'c'} \\ \underline{Y}_1^{II} &= \underline{Y}_{a'} + a^2 \cdot \underline{Y}_{a'b'} + a \cdot \underline{Y}_{a'c'} \\ \underline{Y}_2^{II} &= \underline{Y}_{a'} + a \cdot \underline{Y}_{a'b'} + a^2 \cdot \underline{Y}_{a'c'} \end{aligned} \right\} \quad (8.31)$$

$$\left. \begin{aligned} \underline{Y}_0^{III} &= \underline{Y}_{aa'} + \underline{Y}_{ab'} + \underline{Y}_{ac'} \\ \underline{Y}_1^{III} &= \underline{Y}_{aa'} + a^2 \cdot \underline{Y}_{ab'} + a \cdot \underline{Y}_{ac'} \\ \underline{Y}_2^{III} &= \underline{Y}_{aa'} + a \cdot \underline{Y}_{ab'} + a^2 \cdot \underline{Y}_{ac'} \end{aligned} \right\} \quad (8.32)$$

El sistema de ecuaciones de secuencia obtenido por medio del equivalente de Norton se puede representar por medio de los tres circuitos equivalentes desacoplados, en π , de la Fig. 8.9.

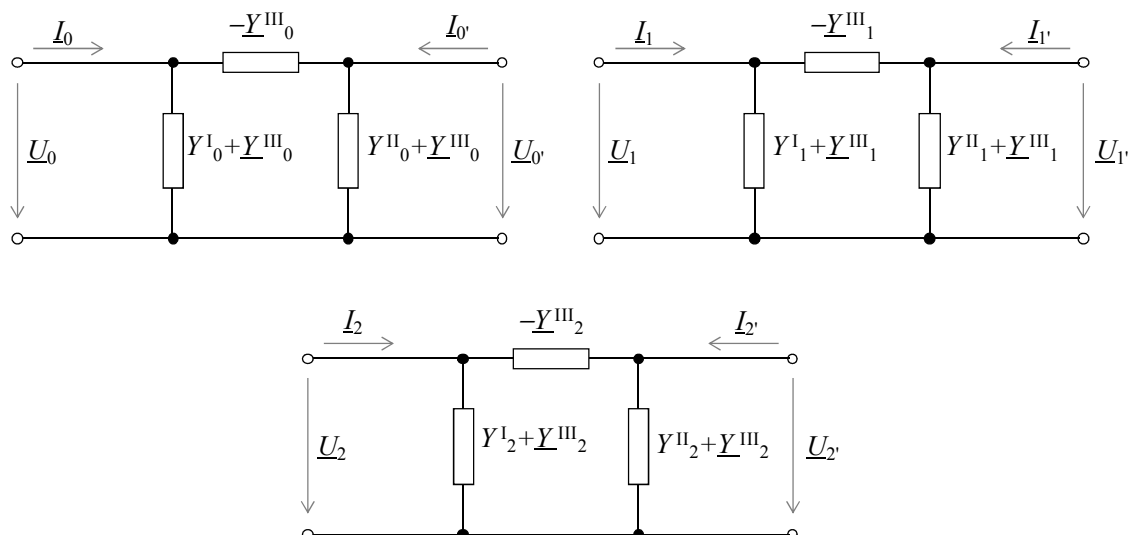


Fig. 8.9 Circuitos de secuencia 012 en π de un elemento trifásico pasivo de seis terminales

8.1.2.3 Líneas de transporte

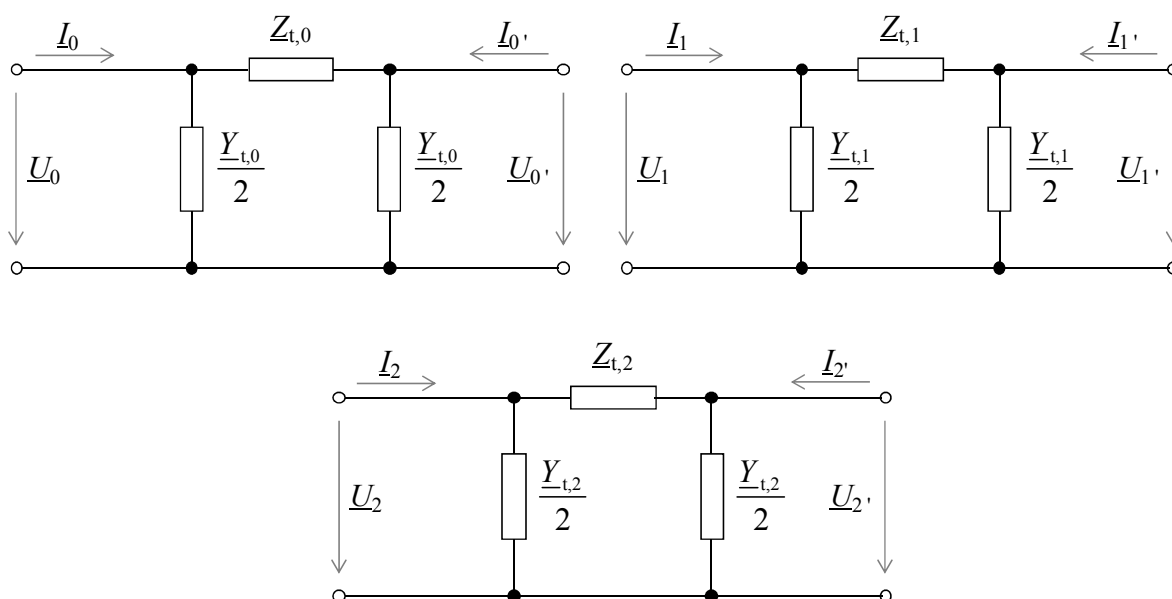
Cuando el elemento trifásico pasivo de seis terminales estudiado son las *líneas de transporte*, se suele trabajar con el esquema equivalente en π .

Es común considerar las *líneas de transporte* como geoméricamente simétricas, particularmente si la línea es traspuesta, con el fin de obtener matrices de admitancias circulantes y simétricas, como en (8.34):

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_a \\ \underline{I}_b \\ \underline{I}_c \\ \underline{I}_{a'} \\ \underline{I}_{b'} \\ \underline{I}_{c'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_a & \underline{Y}_{ab} & \underline{Y}_{ac} & \underline{Y}_{aa'} & \underline{Y}_{ab'} & \underline{Y}_{ac'} \\ \underline{Y}_{ac} & \underline{Y}_a & \underline{Y}_{ab} & \underline{Y}_{ac'} & \underline{Y}_{aa'} & \underline{Y}_{ab'} \\ \underline{Y}_{ab} & \underline{Y}_{ac} & \underline{Y}_a & \underline{Y}_{ab'} & \underline{Y}_{ac'} & \underline{Y}_{aa'} \\ \underline{Y}_{aa'} & \underline{Y}_{ab'} & \underline{Y}_{ac'} & \underline{Y}_{a'} & \underline{Y}_{a'b'} & \underline{Y}_{a'c'} \\ \underline{Y}_{ac'} & \underline{Y}_{aa'} & \underline{Y}_{ab'} & \underline{Y}_{a'c'} & \underline{Y}_{a'} & \underline{Y}_{a'b'} \\ \underline{Y}_{ab'} & \underline{Y}_{ac'} & \underline{Y}_{aa'} & \underline{Y}_{a'b'} & \underline{Y}_{a'c'} & \underline{Y}_{a'} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \\ \underline{U}_{a'} \\ \underline{U}_{b'} \\ \underline{U}_{c'} \end{bmatrix} \quad (8.33)$$

El sistema de ecuaciones de secuencia 012, obtenido con la transformación de Fortescue, es el mostrado en (8.34).

Los tres circuitos equivalentes de secuencia 012 para este sistema se muestran en la Fig. 8.10.

Fig. 8.10 Circuitos de secuencia 012 en π de una línea de transporte

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_0 \\ \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \underline{I}_{0'} \\ \underline{I}_{1'} \\ \underline{I}_{2'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_{t,0}}{2} + \frac{1}{Z_{t,0}} & 0 & 0 & -\frac{1}{Z_{t,0}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{Y_{t,1}}{2} + \frac{1}{Z_{t,1}} & 0 & 0 & -\frac{1}{Z_{t,1}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Y_{t,2}}{2} + \frac{1}{Z_{t,2}} & 0 & 0 & -\frac{1}{Z_{t,2}} \\ \frac{1}{Z_{t,0}} & 0 & 0 & \frac{Y_{t,0}}{2} + \frac{1}{Z_{t,0}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{Z_{t,1}} & 0 & 0 & \frac{Y_{t,1}}{2} + \frac{1}{Z_{t,1}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{Z_{t,2}} & 0 & 0 & \frac{Y_{t,2}}{2} + \frac{1}{Z_{t,2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \underline{U}_{0'} \\ \underline{U}_{1'} \\ \underline{U}_{2'} \end{bmatrix} \quad (8.34)$$

Cuando la longitud de la línea se considera *larga*, se debe trabajar con parámetros distribuidos. i.e., para cada componente de secuencias: homopolar, directa e inversa, los valores de \underline{Y}_t y \underline{Z}_t dependen de:

- Admitancia, \underline{y} , e impedancia, \underline{z} , por unidad de longitud
- Constante de propagación, $\underline{\gamma}$.
- Longitud de la línea, l .

Cuando la longitud de la línea se considera *corta*, se realizan las siguientes aproximaciones:

- $\underline{Z}_{t,0} \approx \underline{z}_0 \cdot l = \underline{Z}_0$
- $\frac{\underline{Y}_{t,0}}{2} \approx \underline{y}_0 \cdot \frac{l}{2} = \frac{\underline{Y}_0}{2}$
- $\underline{Z}_{t,1} = \underline{Z}_{t,2} \approx \underline{z} \cdot l = \underline{Z}$
- $\frac{\underline{Y}_{t,1}}{2} = \frac{\underline{Y}_{t,2}}{2} \approx \underline{y} \cdot \frac{l}{2} = \frac{\underline{Y}}{2}$

Cuando la longitud de la línea se considera *muy corta*, se realizan las siguientes aproximaciones:

- $\underline{Y}_{t,0} = \underline{Y}_{t,0} = \underline{Y}_{t,0} = 0$

Para los análisis de faltas, las admitancias en paralelo de los circuitos de secuencia 1 y 2 en los circuitos equivalentes de la Fig. 8.10, se consideran como nulas, es decir, $\underline{Y}_{t,1} = \underline{Y}_{t,2} = 0$.

Sin embargo, esta aproximación no se puede realizar en el circuito de secuencia homopolar cuando se trata de faltas a tierra en sistemas de neutro aislado.

8.1.3 Interconexión de dos elementos trifásicos

La interconexión entre un elemento trifásico activo de tres terminales y un elemento trifásico pasivo de seis terminales se muestra en la Fig. 8.11.

El sistema de ecuaciones obtenido, con alimentación sinusoidal y en régimen permanente, para el elemento trifásico activo de tres terminales cuya matriz de impedancias es \underline{Z}_s es (8.35), y para el elemento trifásico pasivo de seis terminales, cuya matriz de impedancias es \underline{Z}_f es (8.36).

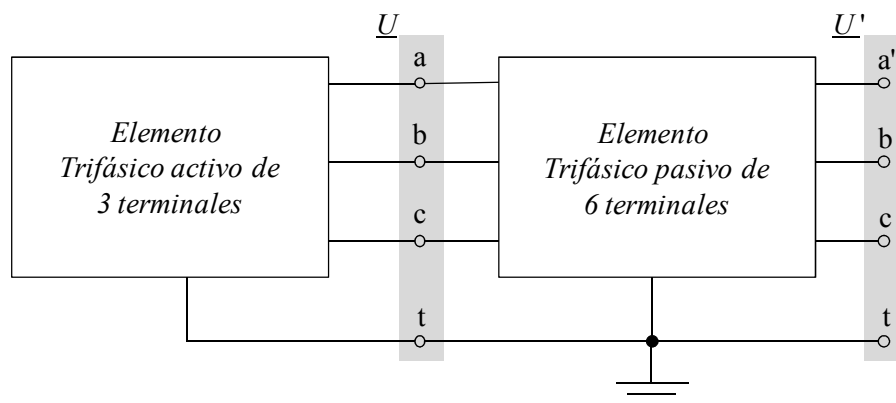


Fig. 8.11 Conexión de un elemento trifásico activo de tres terminales con un elemento trifásico pasivo de seis terminales

$$\underline{U} = \underline{V} - \underline{Z}_s \cdot \underline{I} \Rightarrow \begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{V}_a \\ \underline{V}_b \\ \underline{V}_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{Z}_{s,a} & \underline{Z}_{s,ab} & \underline{Z}_{s,ac} \\ \underline{Z}_{s,ba} & \underline{Z}_{s,b} & \underline{Z}_{s,bc} \\ \underline{Z}_{s,ca} & \underline{Z}_{s,cb} & \underline{Z}_{s,c} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_a \\ \underline{I}_b \\ \underline{I}_c \end{bmatrix} \quad (8.35)$$

$$\underline{U}' = \underline{U} - \underline{Z}_f \cdot \underline{I} \Rightarrow \begin{bmatrix} \underline{U}_{a'} \\ \underline{U}_{b'} \\ \underline{U}_{c'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{Z}_{f,a} & \underline{Z}_{f,ab} & \underline{Z}_{f,ac} \\ \underline{Z}_{f,ba} & \underline{Z}_{f,b} & \underline{Z}_{f,bc} \\ \underline{Z}_{f,ca} & \underline{Z}_{f,cb} & \underline{Z}_{f,c} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_a \\ \underline{I}_b \\ \underline{I}_c \end{bmatrix} \quad (8.36)$$

El circuito equivalente para el sistema de ecuaciones de la interconexión de estos dos elementos se muestra en la Fig. 8.12.

8.1.3.1 Líneas de transporte

Cuando se analizan las líneas de transporte, como el elemento interconectado trifásico pasivo de seis terminales, los tres circuitos de secuencia desacoplados generados por la transformación de Fortescue de los sistemas (8.35) y (8.36) se muestran en la Fig. 8.13.

Cuando se aproxima el circuito equivalente de la Fig. 8.13, despreciando las admitancias en paralelo de la línea de transporte, la conexión de los elementos trifásicos de tres y seis terminales puede representarse por los circuitos de secuencia de la Fig. 8.14.

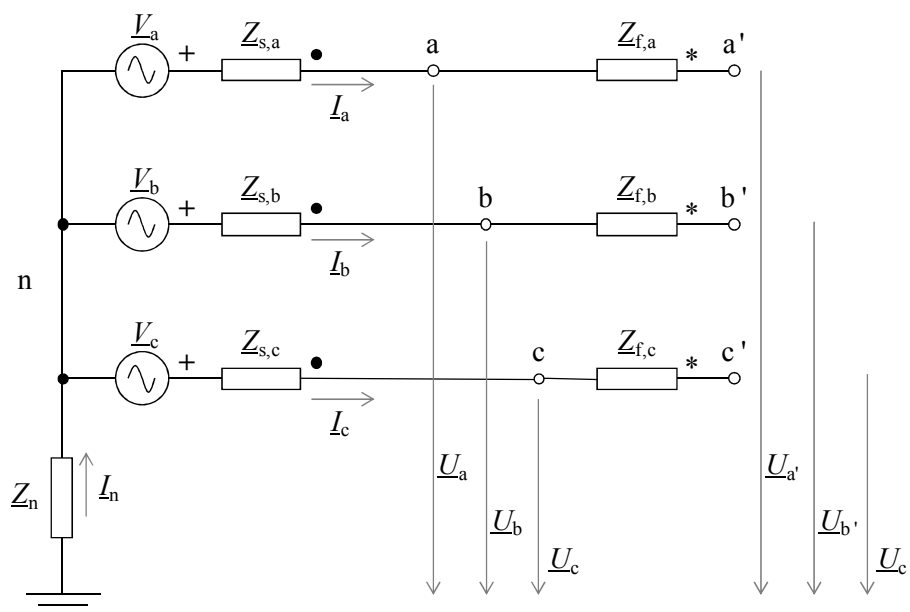


Fig. 8.12 Circuito equivalente de la conexión entre un elemento trifásico activo de tres terminales y un elemento trifásico pasivo de seis terminales

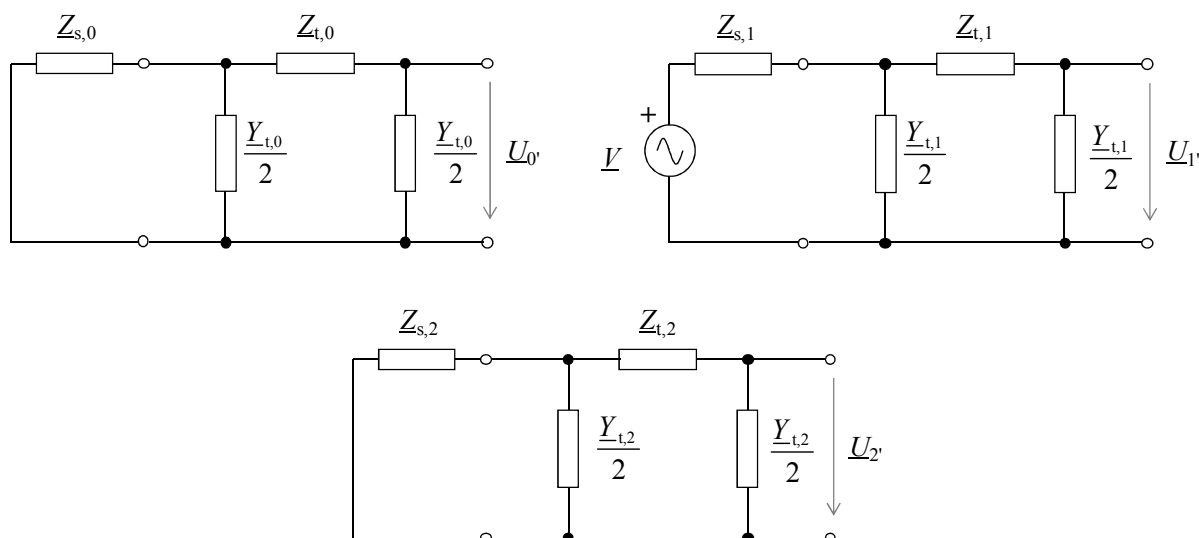


Fig. 8.13 Circuitos exacto de secuencia 012 para la conexión de un elemento trifásico activo de tres terminales con una línea de transporte.

8.2 Huecos de Tensión

Los huecos de tensión son uno de los mayores problemas en la calidad de suministro de energía eléctrica [59]. Estos fenómenos ocurren con la caída y posterior recuperación de la tensión de alimentación. La disminución del valor eficaz de la tensión genera grandes problemas en dispositivos como motores, transformadores, equipos de control de procesos y computadores [60], entre otros. Los huecos de tensión no pueden evitarse por completo y se registran en gran cantidad cada año, provocando fuertes daños económicos a la industria [61].

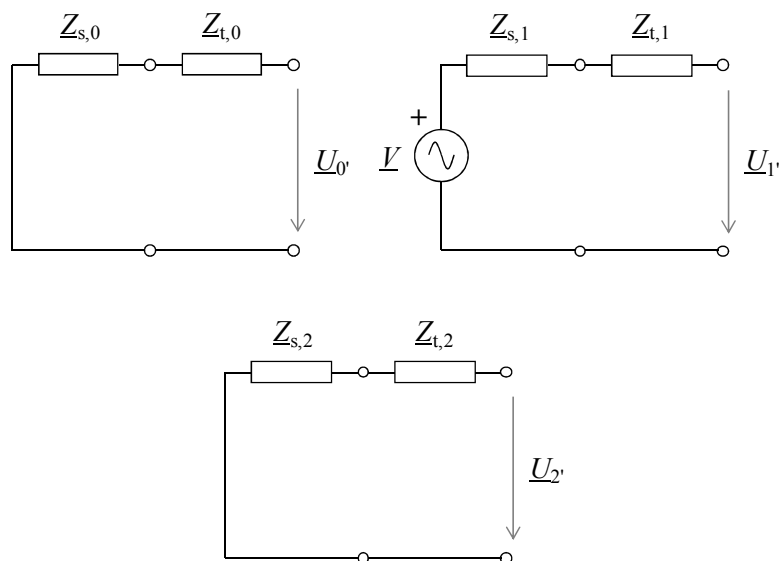


Fig. 8.14 Circuitos aproximado de secuencia 012 para la conexión de un elemento trifásico activo de tres terminales con una línea de transporte.

La duración de los huecos de tensión (Δt) es una definición controvertida. Según la IEEE 1159 [62] los huecos de tensión se diferencian en tres tipos básicos: instantáneos, con duración entre $0.5 \leq \Delta t \leq 30$ ciclos; momentáneos, con $30 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 3$ segundos y temporales, desde $3 \text{ segundos} \leq \Delta t \leq 1$ minuto, todos con profundidades entre 0.1 y 0.9 pu., aunque la norma UNE-EN 50160 [63, 64] define un rango de profundidades entre 0.01 y 0.9 pu.

La *profundidad* del hueco, h ($0 \leq h \leq 1$), es la tensión residual referida a la tensión inicial. De esta manera, la tensión del hueco puede estar representada por dos características:

$$v(h, \Delta t) \quad (8.37)$$

Esta notación también es útil cuando se quiere analizar los efectos de los huecos de tensión en una carga que es sometida a ellos, e.g. los picos de intensidad en un motor de inducción, sometido a un hueco de tensión de profundidad h y duración Δt , se representa como:

$$i_{\text{pico}}(h, \Delta t) \quad (8.38)$$

Las causas que originan los huecos pueden ser divididas en dos grandes grupos:

- faltas producidas en la red: que producen los huecos más severos, por ejemplo, tormentas, animales, fallos de aislamiento, falsas maniobras o mantenimiento deficiente
- sobrecargas: que provocan una caída de tensión, por ejemplo, energización de transformadores y arranque de grandes cargas en las redes eléctricas cercanas.

La *profundidad* del hueco, h , depende tanto de la potencia de la red como del punto donde se origina la falta o sobrecarga.

Dependiendo de la causa, los huecos de tensión pueden ser simétricos o asimétricos. Si la caída de tensión es igual en cada fase de un sistema trifásico equilibrado (el valor eficaz de la tensión de todas las fases disminuye en la misma proporción y el desfase de 120° se mantiene), el hueco es simétrico, de otra manera el hueco es asimétrico. Las faltas pueden producir huecos simétricos y asimétricos, mientras que las sobrecargas, por lo general producen huecos simétricos.

Como ejemplo, la Fig. 8.15 muestra las tensiones de fase en un sistema trifásico y la profundidad h para un hueco (a) simétrico y (b) asimétrico, con $h = 0.5$ y $\Delta t = 5$ ciclos.

8.3 Modelo del Hueco de Tensión

Cuando ocurre una falta en algún punto de la red eléctrica, los elementos conectados al mismo *punto de conexión* sufren los efectos del hueco de tensión resultante.

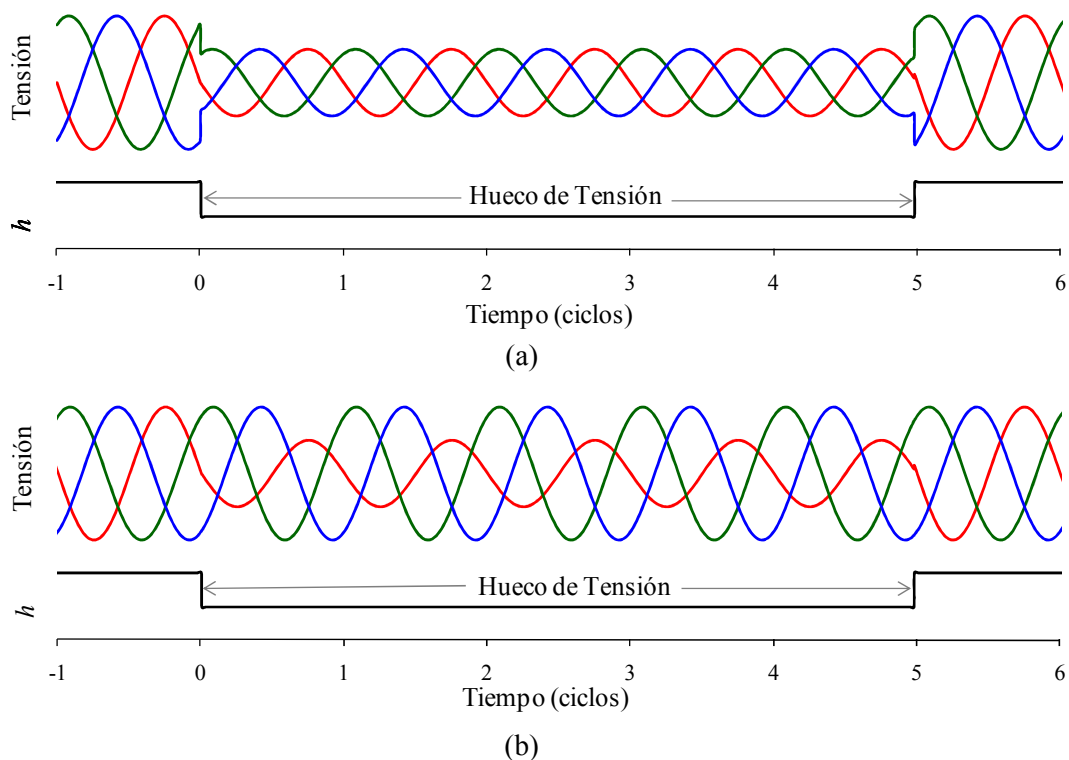


Fig. 8.15 Tensiones de fase y h , durante un hueco de tensión simétrico (a) y asimétrico (b).

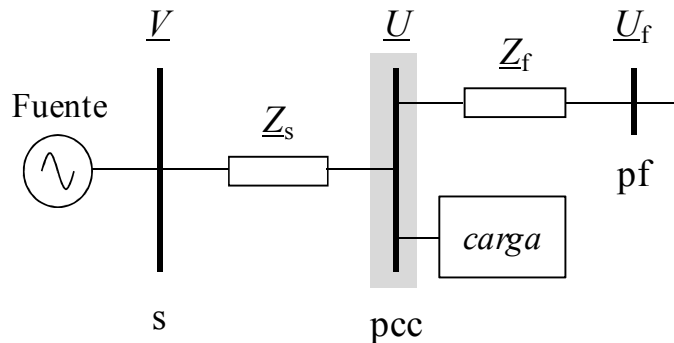


Fig. 8.16 Modelo del hueco de tensión, por medio de un divisor de tensión.

Por tanto, en un sistema trifásico como el mostrado en la Fig. 8.16, un hueco de tensión visto por una carga conectada al punto pcc y producido por una falta en el punto pf, puede modelarse calculando la tensión resultante en el *punto de conexión común*, pcc.

Este cálculo se realiza por medio del divisor de tensión entre Z_s , que es la impedancia de un elemento trifásico activo de tres terminales en el punto pcc, y Z_f , que es la impedancia de un elemento trifásico pasivo de seis terminales situado entre pcc y pf, [3].

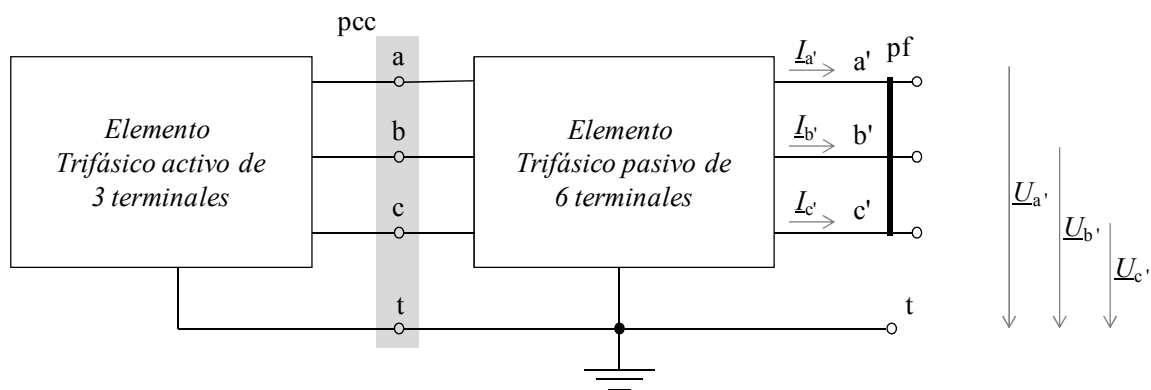


Fig. 8.17 Representación de una falta simétrica trifásica aislada de tierra en el punto pf de un sistema trifásico.

8.4 Clasificación de los Huecos de Tensión

Dentro de los huecos simétricos y asimétricos existen diferentes tipos de faltas que permiten clasificar los huecos de manera más detallada. En esta sección se clasifican los tipos de huecos de tensión teniendo en cuenta la conexión de los equipos en estrella y en triángulo, y las diferentes clases de faltas que los generan: trifásicas, fase-tierra y fase-fase.

8.4.1 Huecos simétricos con cargas conectadas en estrella

Este tipo de huecos se producen cuando ocurre una falta en las tres fases de las líneas de transmisión o distribución, o cuando se conecta una carga trifásica equilibrada de alta potencia en un punto pf, afectando los elementos conectados en el punto de conexión común pcc. Este tipo de huecos fueron clasificados como **huecos tipo A** en [3].

La Fig. 8.17, compuesta por un elemento activo de tres terminales y un elemento pasivo de seis terminales, muestra el punto de conexión común pcc en un sistema trifásico, cuando ocurre una falta simétrica en el punto de falta pf.

8.4.1.1 Falta trifásica aislada de tierra

De la Fig. 8.17 se observa que cuando ocurre este tipo de falta los tres terminales a', b' y c', se convierten en un sólo nodo. De este circuito se obtiene:

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_{a'b'} = \underline{U}_{b'c'} = \underline{U}_{c'a'} = 0 \\ \underline{U}_{a'} = \underline{U}_{b'} = \underline{U}_{c'} \\ \underline{I}_{a'} + \underline{I}_{b'} + \underline{I}_{c'} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (8.39)$$

La transformada de la tensión en el punto pf, proporciona las componentes simétricas $\underline{U}_{0'1'2'}$:

$$\underline{U}_{0'1'2'} = \mathbf{F} \cdot \underline{U}_{ab'c'} \Rightarrow \begin{bmatrix} \underline{U}_{0'} \\ \underline{U}_{1'} \\ \underline{U}_{2'} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_{a'} \\ \underline{U}_{b'} \\ \underline{U}_{c'} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \underline{U}_{0'} = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_{a'} + \underline{U}_{b'} + \underline{U}_{c'}) = \underline{U}_{a'} \\ \underline{U}_{1'} = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_{a'} + a \cdot \underline{U}_{b'} + a^2 \cdot \underline{U}_{c'}) = \frac{1}{3} \cdot \underline{U}_{a'} \cdot (1 + a + a^2) = 0 \\ \underline{U}_{2'} = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_{a'} + a^2 \cdot \underline{U}_{b'} + a \cdot \underline{U}_{c'}) = \frac{1}{3} \cdot \underline{U}_{a'} \cdot (1 + a^2 + a) = 0 \end{cases} \quad (8.40)$$

La transformada de la intensidad en el punto pf proporciona las componentes simétricas $\underline{I}_{0'1'2'}$:

$$\underline{I}_{0'1'2'} = \mathbf{F} \cdot \underline{I}_{ab'c'} \Rightarrow \begin{bmatrix} \underline{I}_{0'} \\ \underline{I}_{1'} \\ \underline{I}_{2'} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_{a'} \\ \underline{I}_{b'} \\ \underline{I}_{c'} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \underline{I}_{0'} = \frac{1}{3} \cdot (\underline{I}_{a'} + \underline{I}_{b'} + \underline{I}_{c'}) = 0 \\ \underline{I}_{1'} = \frac{1}{3} \cdot (\underline{I}_{a'} + a \cdot \underline{I}_{b'} + a^2 \cdot \underline{I}_{c'}) \\ \underline{I}_{2'} = \frac{1}{3} \cdot (\underline{I}_{a'} + a^2 \cdot \underline{I}_{b'} + a \cdot \underline{I}_{c'}) \end{cases} \quad (8.41)$$

Los circuitos equivalentes para los sistemas (8.40) y (8.41), se representan en la Fig. 8.18.

Aplicando el divisor de tensión en la Fig. 8.18, se obtienen las ecuaciones de secuencia \underline{U}_{012} en el punto pcc, como en (8.42), y por tanto los valores \underline{U}_{abc} obtenidos en (8.44) son las ecuaciones de fase para los **huecos tipo A**.

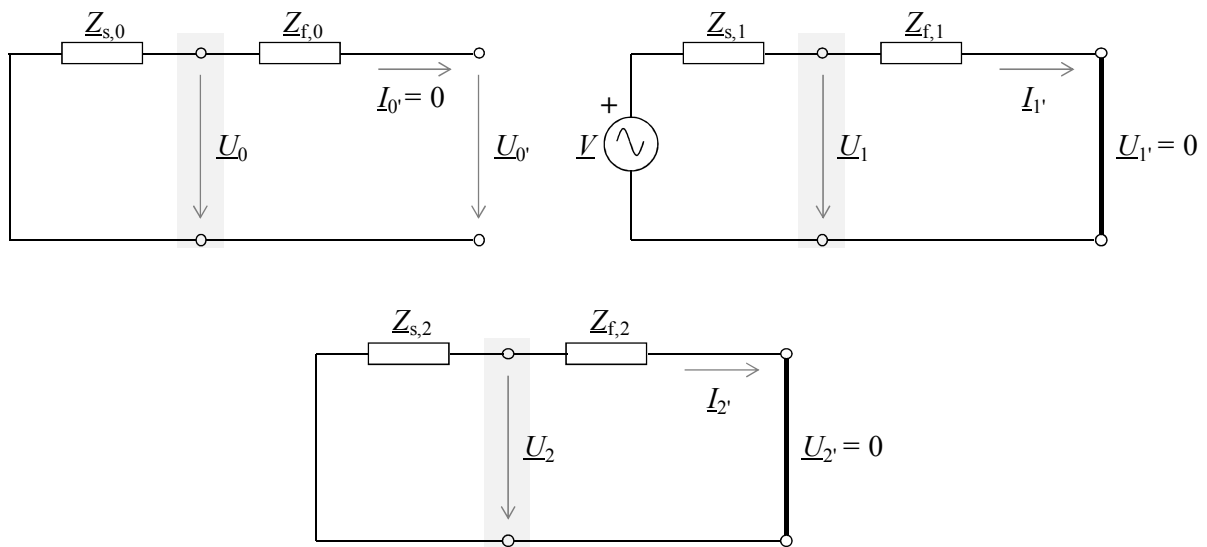


Fig. 8.18 Circuitos equivalentes de secuencia 012 para una falta trifásica aislada de tierra

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\underline{Z}_{f,1}}{\underline{Z}_{s,1} + \underline{Z}_{f,1}} \cdot \underline{V} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{h} \cdot \underline{V} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8.42)$$

Donde \underline{h} es el factor que determina la tensión residual de \underline{V} en el punto pcc durante el hueco, y por tanto la *profundidad* del hueco de tensión.

$$\underline{h} = h \left| \phi_{sf} \right| = \frac{\underline{Z}_{f,1}}{\underline{Z}_{s,1} + \underline{Z}_{f,1}} = \frac{(R_{f,1} + j \cdot X_{f,1})}{\underline{Z}_{s,1} + \underline{Z}_{f,1}} = \frac{Z_{f,1} \left| \operatorname{atan} \left(\frac{X_{f,1}}{R_{f,1}} \right) \right|}{(Z_{s,1} + Z_{f,1}) \left| \operatorname{atan} \left(\frac{X_{s,1} + X_{f,1}}{R_{s,1} + R_{f,1}} \right) \right|} \quad (8.43)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{h} \cdot \underline{V} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{h} \cdot \underline{V} \\ \underline{a}^2 \cdot \underline{h} \cdot \underline{V} \\ \underline{a} \cdot \underline{h} \cdot \underline{V} \end{bmatrix} \quad (8.44)$$

8.4.1.2 Falta trifásica conectada a tierra

De la Fig. 8.19 se observa que cuando ocurre este tipo de falta las tres terminales a', b', c' y t, se convierten en un sólo nodo. De este circuito se obtiene:

$$\left. \begin{array}{l} \underline{U}_{a'b'} = \underline{U}_{b'c'} = \underline{U}_{c'a'} = 0 \\ \underline{U}_{a'} = \underline{U}_{b'} = \underline{U}_{c'} = 0 \end{array} \right\} \quad (8.45)$$

La transformada de la tensión en el punto pf, proporciona las componentes simétricas $\underline{U}_{0'1'2'}$:

$$\underline{U}_{0'1'2'} = \mathbf{F} \cdot \underline{U}_{ab'c'} \Rightarrow \begin{bmatrix} \underline{U}_{0'} \\ \underline{U}_{1'} \\ \underline{U}_{2'} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_{a'} \\ \underline{U}_{b'} \\ \underline{U}_{c'} \end{bmatrix}$$

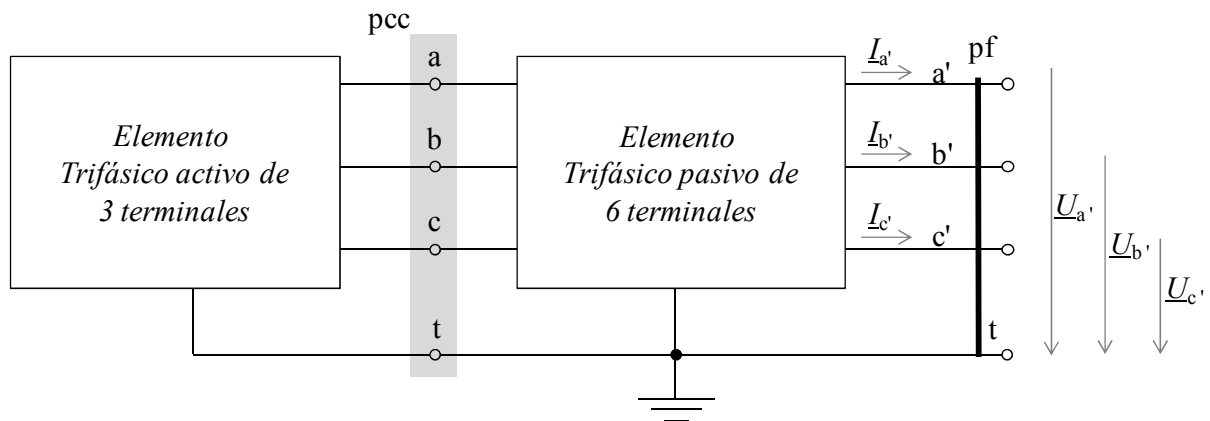


Fig. 8.19 Representación de una falta simétrica trifásica conectada a tierra en el punto pf de un sistema trifásico.

$$\underline{U}_{0'12'} = \mathbf{F} \cdot \underline{U}_{ab'c'} \Rightarrow \begin{cases} \underline{U}_{0'} = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_{a'} + \underline{U}_{b'} + \underline{U}_{c'}) = 0 \\ \underline{U}_{1'} = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_{a'} + a \cdot \underline{U}_{b'} + a^2 \cdot \underline{U}_{c'}) = \frac{1}{3} \cdot \underline{U}_{a'} \cdot (1 + a + a^2) = 0 \\ \underline{U}_{2'} = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_{a'} + a^2 \cdot \underline{U}_{b'} + a \cdot \underline{U}_{c'}) = \frac{1}{3} \cdot \underline{U}_{a'} \cdot (1 + a^2 + a) = 0 \end{cases} \quad (8.46)$$

La transformada de la intensidad en el punto pf es proporcional a las componentes simétricas $\underline{I}_{0'12'}$:

$$\underline{I}_{0'12'} = \mathbf{F} \cdot \underline{I}_{ab'c'} \Rightarrow \begin{bmatrix} \underline{I}_{0'} \\ \underline{I}_{1'} \\ \underline{I}_{2'} \end{bmatrix} \quad (8.47)$$

Los circuitos equivalentes para los sistemas (8.46) y (8.47), se representan en la Fig. 8.20.

Aplicando el divisor de tensión en la Fig. 8.20, se obtienen las ecuaciones de secuencia \underline{U}_{012} en el punto pcc, como en (8.48), y por tanto las ecuaciones de fase coinciden con los valores \underline{U}_{abc} obtenidos en (8.44). Donde h es la profundidad del hueco de tensión, definida en (8.43).

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\underline{Z}_{f,1}}{\underline{Z}_{s,1} + \underline{Z}_{f,1}} \cdot \underline{V} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ h \cdot \underline{V} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8.48)$$

Los **huecos tipo A** son originados tanto por las faltas trifásicas aisladas como por las faltas trifásicas con conexión a tierra. Ambas faltas presentan las mismas ecuaciones de secuencia 012 y por tanto generan las mismas ecuaciones de fase abc para las tensiones en el punto pcc.

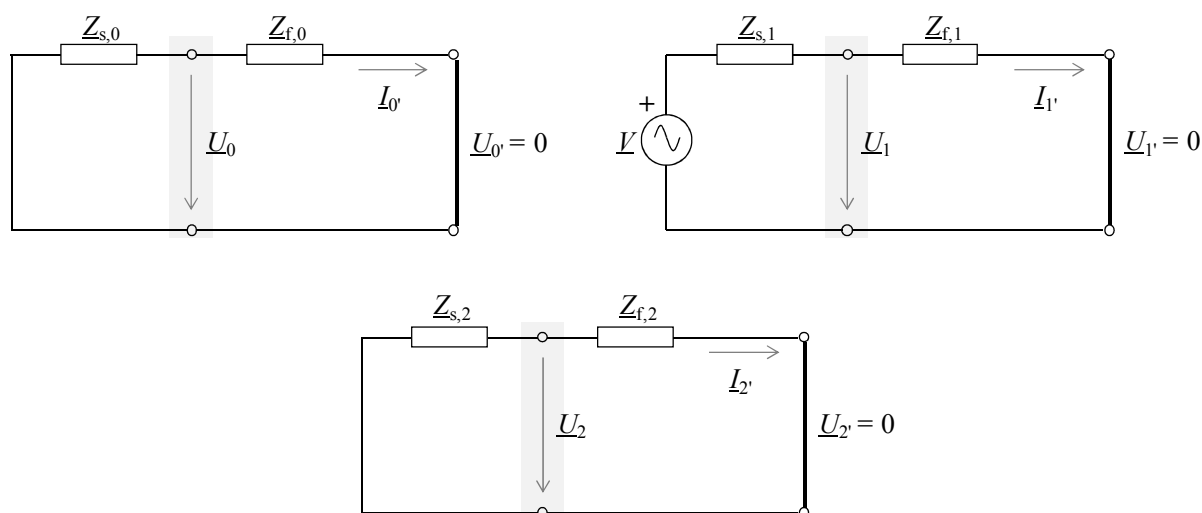


Fig. 8.20 Circuitos equivalentes de secuencia 012 para una falta trifásica conectada tierra

8.4.1.3 Salto de ángulo de fase

Uno de los efectos de los huecos de tensión es el cambio momentáneo en la magnitud rms de la tensión en un *punto de conexión común*, pcc (Fig. 8.16). Otro efecto es el cambio en el ángulo de fase de esta tensión, conocido como *salto de ángulo de fase*, el cual fue analizado en [65].

El nuevo ángulo de la tensión (ϕ_{sf}) durante el hueco, es el argumento del voltaje residual en el hueco de tensión, en (8.43), el cual es obtenido por medio del divisor de tensión entre \underline{Z}_s , y \underline{Z}_f .

$$\left| \phi_{sf} \right| = \left| \operatorname{atan} \left(\frac{X_{f,1}}{R_{f,1}} \right) - \operatorname{atan} \left(\frac{X_{s,1} + X_{f,1}}{R_{s,1} + R_{f,1}} \right) \right| \quad (8.49)$$

Cuando \underline{Z}_s y \underline{Z}_f presentan igual relación X/R ($\phi_s = \phi_f$) no se produce salto de fase en pcc durante el hueco de tensión ($\phi_{sf} = 0^\circ$):

$$h \left| \phi_{sf} \right| = \frac{Z_{f,1} \left| \phi_{f,1} \right|}{Z_{s,1} \left| \phi_{s,1} \right| + Z_{f,1} \left| \phi_{f,1} \right|} = \frac{Z_{f,1} \left| \operatorname{atan} \left(\frac{X_{f,1}}{R_{f,1}} \right) \right|}{(Z_{s,1} + Z_{f,1}) \left| \operatorname{atan} \left(\frac{X_{s,1}}{R_{s,1}} \right) \right|} = \frac{Z_{f,1}}{(Z_{s,1} + Z_{f,1})} \left| 0 \right| \quad (8.50)$$

Generalmente, las faltas en sistemas de transmisión presentan igual relación X/R en las impedancias \underline{Z}_s , y \underline{Z}_f , mientras que en las faltas en sistemas de distribución esta relación es diferente.

Tabla 8.1 Relación R/X en función de la sección de los conductores y del tipo de línea.

Sección [mm ²]	Aérea	Subterránea
50	1.034	4.241
150	0.371	1.639
300	0.205	0.908

Para el caso de líneas de transmisión, la relación R/X depende de su tipología: aéreas o subterráneas, por ejemplo, la Tabla 8.1, extraída de [3], muestra los valores de la relación R/X para líneas aéreas y subterráneas de 11 kV en función de la sección de los conductores. Cuando las líneas de transmisión son del mismo tipo y de la misma sección, se suele tomar la hipótesis que la relación R/X es igual para las impedancias Z_s , y Z_f .

Los saltos de ángulo de fase no se suelen reflejar en los trabajos referenciados, ni muchas de las medidas experimentales de huecos de tensión, por lo cual no serán considerados en este trabajo.

8.4.2 Huecos asimétricos con cargas conectadas en estrella

Esta clasificación incluye las faltas monofásicas conectadas a tierra, faltas fase-fase aisladas de tierra y las faltas fase-fase conectadas a tierra, todas ellas conocidas como faltas asimétricas.

8.4.2.1 Falta monofásica conectada a tierra

La falta de una fase conectada a tierra, en un sistema trifásico, da lugar al **hueco tipo B**, cuya clasificación se ha realizado en [3]. En un sistema trifásico existen tres posibilidades para este tipo de falta, que dan lugar a tres posibles variaciones en el tipo de hueco B conocidas como B_a , B_b y B_c , cuyo nombre corresponde al tipo de hueco y a la fase en la cual ocurre.

Cuando este tipo de falta ocurre en la fase a, dicha falta puede representarse con el esquema de la Fig. 8.21, donde la fase a del sistema trifásico es sometida a una falta conectada a tierra en el punto pf. De la Fig. 8.21 se obtiene:

$$\left. \begin{array}{l} \underline{U}_{a'} = 0 \\ \underline{I}_{b'} \cong \underline{I}_{c'} \cong 0 \end{array} \right\} \quad (8.51)$$

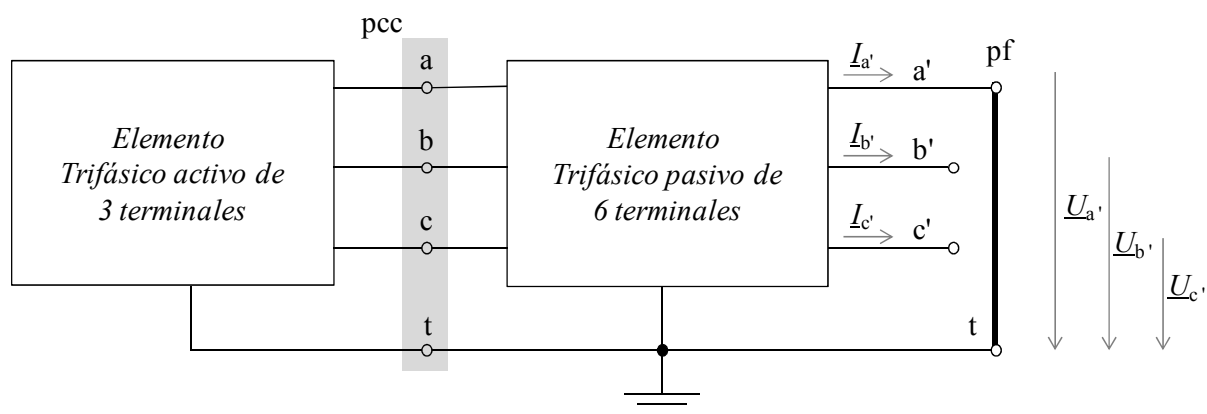


Fig. 8.21 Representación de una falta asimétrica en la fase a, conectada a tierra, en el punto pf de un sistema trifásico.

La transformada de la tensión en el punto pf, proporciona las componentes simétricas $\underline{U}_{0'1'2'}$:

$$\underline{U}_{0'1'2'} = \mathbf{F} \cdot \underline{U}_{a'b'c'} \Rightarrow \begin{cases} \underline{U}_{0'} = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_{a'} + \underline{U}_{b'} + \underline{U}_{c'}) = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_{b'} + \underline{U}_{c'}) \\ \underline{U}_{1'} = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_{a'} + a \cdot \underline{U}_{b'} + a^2 \cdot \underline{U}_{c'}) = \frac{1}{3} \cdot (a \cdot \underline{U}_{b'} + a^2 \cdot \underline{U}_{c'}) \\ \underline{U}_{2'} = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_{a'} + a^2 \cdot \underline{U}_{b'} + a \cdot \underline{U}_{c'}) = \frac{1}{3} \cdot (a^2 \cdot \underline{U}_{b'} + a \cdot \underline{U}_{c'}) \end{cases} \quad (8.52)$$

De (8.52) se obtiene que $\underline{U}_{0'} + \underline{U}_{1'} + \underline{U}_{2'} = 0$.

La transformada de la intensidad en el punto pf proporciona las componentes simétricas $\underline{I}_{0'1'2'}$:

$$\underline{I}_{0'1'2'} = \mathbf{F} \cdot \underline{I}_{a'b'c'} \Rightarrow \begin{cases} \underline{I}_{0'} = \frac{1}{3} \cdot (\underline{I}_{a'} + \underline{I}_{b'} + \underline{I}_{c'}) = \frac{1}{3} \cdot \underline{I}_{a'} \\ \underline{I}_{1'} = \frac{1}{3} \cdot (\underline{I}_{a'} + a \cdot \underline{I}_{b'} + a^2 \cdot \underline{I}_{c'}) = \frac{1}{3} \cdot \underline{I}_{a'} \\ \underline{I}_{2'} = \frac{1}{3} \cdot (\underline{I}_{a'} + a^2 \cdot \underline{I}_{b'} + a \cdot \underline{I}_{c'}) = \frac{1}{3} \cdot \underline{I}_{a'} \end{cases} \quad (8.53)$$

De (8.53) se obtiene que $\underline{I}_{0'} = \underline{I}_{1'} = \underline{I}_{2'}$.

Los circuitos equivalentes desacoplados que representan los sistemas (8.52) y (8.53), cuando las matrices de impedancias de los elementos trifásicos de la Fig. 8.21 son circulares, se muestran en la Fig. 8.22.

Aplicando el divisor de tensión en la Fig. 8.22, y asumiendo que $\underline{Z}_{s,0} = \underline{Z}_{s,1} = \underline{Z}_{s,2} = \underline{Z}_s$, se obtienen las ecuaciones de secuencia $\underline{U}_{0'1'2'}$ en el punto pcc, como en (8.54).

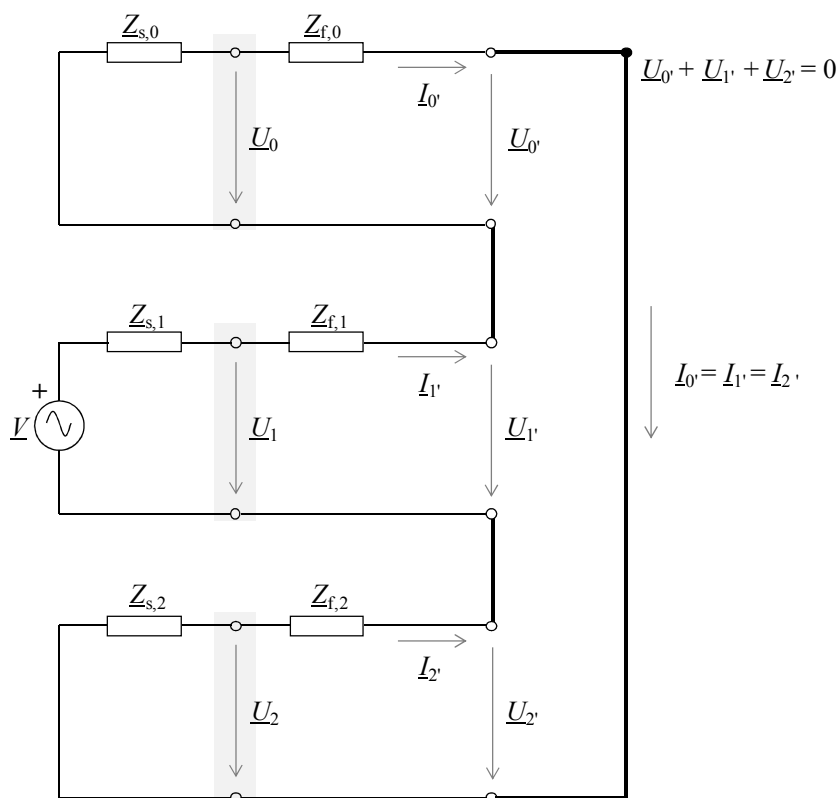


Fig. 8.22 Circuitos equivalentes desacoplados para una falta asimétrica monofásica conectada a tierra.

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} \cdot (1 - \underline{h}) \cdot \underline{V} \\ \frac{1}{3} \cdot (2 + \underline{h}) \cdot \underline{V} \\ -\frac{1}{3} \cdot (1 - \underline{h}) \cdot \underline{V} \end{bmatrix} \quad (8.54)$$

El nuevo valor de la tensión residual \underline{h} en el punto pcc está dado por:

$$\underline{h} = \underline{h} \Big|_{\phi_{sf}} = \frac{(Z_{f,0} + Z_{f,1} + Z_{f,2})}{3 \cdot Z_s + (Z_{f,0} + Z_{f,1} + Z_{f,2})} = \frac{(Z_{f,0} + Z_{f,1} + Z_{f,2}) \Big|_{\phi_f}}{3 \cdot Z_s \Big|_{\phi_s} + (Z_{f,0} + Z_{f,1} + Z_{f,2}) \Big|_{\phi_f}} \quad (8.55)$$

Si los ángulos de fase ϕ_s y ϕ_f son iguales, no existe salto del ángulo de fase en la tensión del punto pcc durante el hueco de tensión, y las ecuaciones de fase estarán dadas por los valores \underline{U}_{abc} obtenidos en (8.56).

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} \cdot (1-\underline{h}) \cdot \underline{V} \\ \frac{1}{3} \cdot (2+\underline{h}) \cdot \underline{V} \\ -\frac{1}{3} \cdot (1-\underline{h}) \cdot \underline{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{h} \cdot \underline{V} \\ \underline{a}^2 \cdot \underline{V} \\ \underline{a} \cdot \underline{V} \end{bmatrix} \quad (8.56)$$

Bajo las mismas hipótesis, cuando la falta asimétrica monofásica, se produce en la fase b o c, las ecuaciones de fase para las tensiones en el punto pcc están dadas por los sistemas (8.57) y (8.58), respectivamente:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} \cdot (1-\underline{h}) \cdot \underline{a}^2 \cdot \underline{V} \\ \frac{1}{3} \cdot (2+\underline{h}) \cdot \underline{V} \\ -\frac{1}{3} \cdot (1-\underline{h}) \cdot \underline{a} \cdot \underline{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{V} \\ (\underline{a}^2 \cdot \underline{h}) \cdot \underline{V} \\ \underline{a} \cdot \underline{V} \end{bmatrix} \quad (8.57)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} \cdot (1-\underline{h}) \cdot \underline{a}^2 \cdot \underline{V} \\ \frac{1}{3} \cdot (2+\underline{h}) \cdot \underline{a} \cdot \underline{V} \\ -\frac{1}{3} \cdot (1-\underline{h}) \cdot \underline{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{V} \\ \underline{a}^2 \cdot \underline{V} \\ (\underline{a} \cdot \underline{h}) \cdot \underline{V} \end{bmatrix} \quad (8.58)$$

8.4.2.2 Falta fase-fase aislada de tierra

La falta producida entre dos fases de un sistema trifásico aislada de tierra, da lugar al **hueco tipo C**, según la clasificación realizada en [3].

En un sistema trifásico existen tres posibilidades para este tipo de falta que dan lugar a tres variaciones del hueco tipo C, conocidas como C_a , C_b y C_c . Este nombre corresponde al tipo de hueco y a la fase en la cual no ocurre la falta; es decir, cuando la falta ocurre entre las fases b y c, da lugar al hueco tipo C_a .

La Fig. 8.23 muestra la representación de una falta fase-fase entre las fases b y c, ocurrida en el punto pf de un sistema trifásico, donde dicha falta se encuentra aislada de tierra. De esta figura se obtiene:

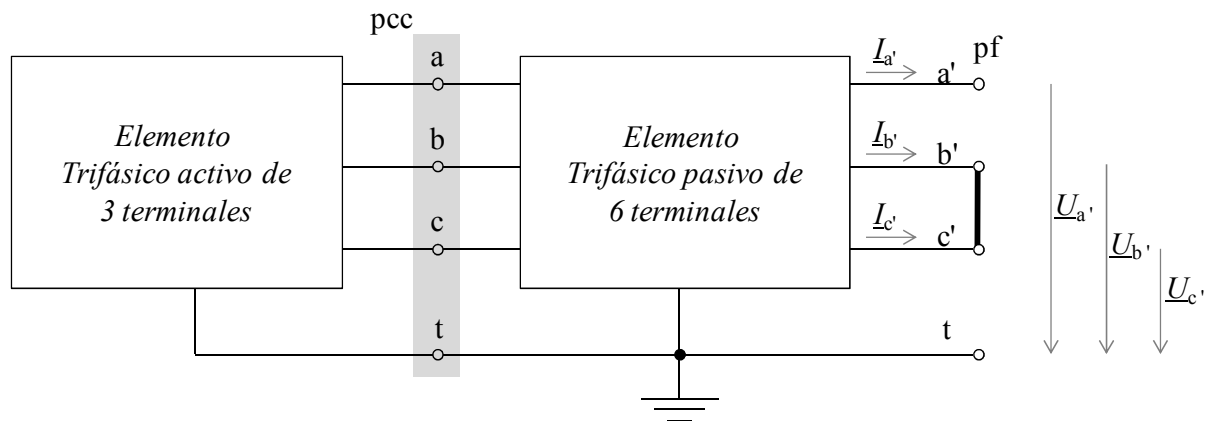


Fig. 8.23 Representación de una falta asimétrica entre las fases b y c, aislada de tierra, en el punto pf de un sistema trifásico.

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_{b'c'} &= 0 \\ \underline{U}_{b'} &= \underline{U}_{c'} \\ \underline{I}_{a'} &= 0 \\ \underline{I}_{b'} + \underline{I}_{c'} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8.59)$$

La transformada de la tensión en el punto pf de la Fig. 8.23, proporciona las componentes simétricas $\underline{U}_{0'1'2'}$:

$$\underline{U}_{0'1'2'} = \mathbf{F} \cdot \underline{U}_{a'b'c'} \Rightarrow \begin{cases} \underline{U}_{0'} = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_{a'} + \underline{U}_{b'} + \underline{U}_{c'}) = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_{a'} + 2\underline{U}_{b'}) \\ \underline{U}_{1'} = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_{a'} + a \cdot \underline{U}_{b'} + a^2 \cdot \underline{U}_{c'}) = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_{a'} - \underline{U}_{b'}) \\ \underline{U}_{2'} = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_{a'} + a^2 \cdot \underline{U}_{b'} + a \cdot \underline{U}_{c'}) = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_{a'} - \underline{U}_{b'}) \end{cases} \quad (8.60)$$

De donde se obtiene que las tensiones de secuencia directa e inversa son iguales ($\underline{U}_{1'} = \underline{U}_{2'}$).

La transformada de la intensidad en el punto pf proporciona las componentes simétricas $\underline{I}_{0'1'2'}$:

$$\underline{I}_{0'1'2'} = \mathbf{F} \cdot \underline{I}_{a'b'c'} \Rightarrow \begin{cases} \underline{I}_{0'} = \frac{1}{3} \cdot (\underline{I}_{a'} + \underline{I}_{b'} + \underline{I}_{c'}) = 0 \\ \underline{I}_{1'} = \frac{1}{3} \cdot (\underline{I}_{a'} + a \cdot \underline{I}_{b'} + a^2 \cdot \underline{I}_{c'}) = j \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \underline{I}_{b'} \right) \\ \underline{I}_{2'} = \frac{1}{3} \cdot (\underline{I}_{a'} + a^2 \cdot \underline{I}_{b'} + a \cdot \underline{I}_{c'}) = -j \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \underline{I}_{b'} \right) \end{cases} \quad (8.61)$$

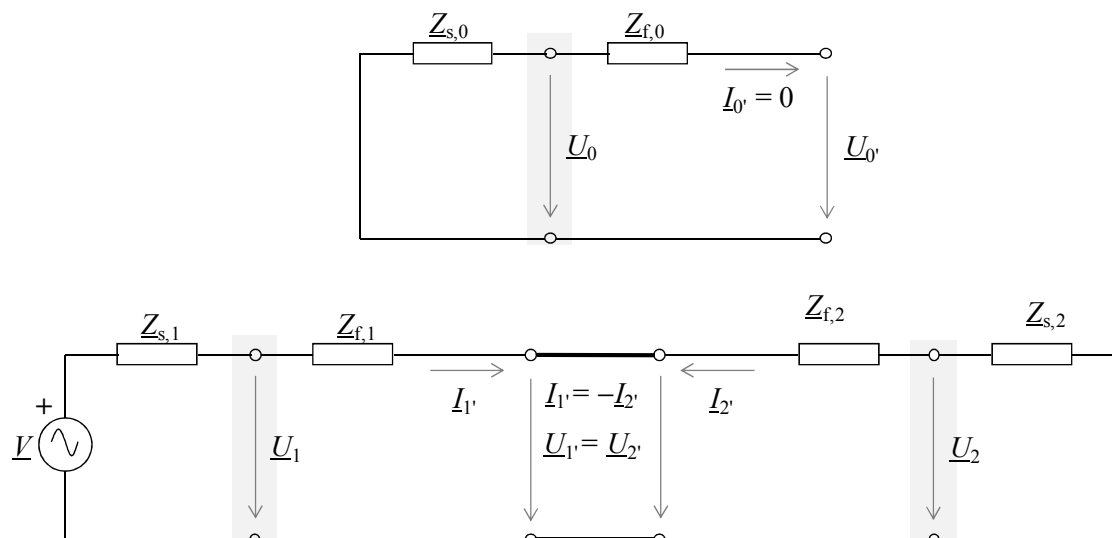


Fig. 8.24 Circuitos equivalentes desacoplados para una falta asimétrica fase-fase aislada de tierra, entre las fases b y c

De donde se obtiene que las intensidades de componente directa e inversa cumplen: $\underline{I}_1' = -\underline{I}_2'$.

La Fig. 8.24 muestra los circuitos equivalentes desacoplados que representan a los sistemas (8.60) y (8.61), cuando las matrices de impedancias de los elementos trifásicos de la Fig. 8.23 son circulares.

Asumiendo que $Z_{s,1} = Z_{s,2} = Z_s$ se puede aplicar el divisor de tensión en la Fig. 8.24, obteniendo las ecuaciones de secuencia \underline{U}_{012} en el punto pcc, mostradas en (8.62).

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{V}{2} \cdot (1 + \underline{h}) \\ \frac{V}{2} \cdot (1 - \underline{h}) \end{bmatrix} \quad (8.62)$$

Para este caso, el valor de la tensión residual \underline{h} en el punto pcc está dado por:

$$\underline{h} = h \Big|_{\phi_{sf}} = \frac{(Z_{f,1} + Z_{f,2})}{2 \cdot Z_s + (Z_{f,1} + Z_{f,2})} = \frac{(Z_{f,1} + Z_{f,2}) \Big|_{\phi_f}}{2 \cdot Z_s \Big|_{\phi_s} + (Z_{f,1} + Z_{f,2}) \Big|_{\phi_f}} \quad (8.63)$$

Cuando no existe salto del ángulo de fase en la tensión del punto pcc durante el hueco de tensión ($\phi_s = \phi_f \Rightarrow \phi_{sf} = 0$) las ecuaciones de fase abc estarán dadas por los valores \underline{U}_{abc} obtenidos en (8.64).

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \cdot (1 + \underline{h}) \cdot \underline{V} \\ \frac{1}{2} \cdot (1 - \underline{h}) \cdot \underline{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{V} \\ -\frac{\underline{V}}{2} \cdot (1 + j \cdot \underline{h} \cdot \sqrt{3}) \\ -\frac{\underline{V}}{2} \cdot (1 - j \cdot \underline{h} \cdot \sqrt{3}) \end{bmatrix} \quad (8.64)$$

Asumiendo las mismas hipótesis, cuando la falta asimétrica fase-fase se produce en las fases a y c (huecos tipo C_b) o entre las fases a y b (huecos tipo C_c), las ecuaciones de fase para las tensiones en el punto pcc estarán dadas por los sistemas (8.65) y (8.66), respectivamente

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \cdot (1 + \underline{h}) \cdot \underline{V} \\ \frac{1}{2} \cdot (1 - \underline{h}) \cdot a \cdot \underline{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\underline{V}}{4} \cdot [(1 + 3 \cdot \underline{h}) + j \cdot (1 - \underline{h}) \cdot \sqrt{3}] \\ a^2 \cdot \underline{V} \\ \frac{\underline{V}}{4} \cdot [(1 - 3 \cdot \underline{h}) + j \cdot (1 + \underline{h}) \cdot \sqrt{3}] \end{bmatrix} \quad (8.65)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \cdot (1 + \underline{h}) \cdot \underline{V} \\ \frac{1}{2} \cdot (1 - \underline{h}) \cdot a^2 \cdot \underline{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\underline{V}}{4} \cdot [(1 + 3 \cdot \underline{h}) - j \cdot (1 - \underline{h}) \cdot \sqrt{3}] \\ \frac{\underline{V}}{4} \cdot [(1 - 3 \cdot \underline{h}) - j \cdot (1 + \underline{h}) \cdot \sqrt{3}] \\ a \cdot \underline{V} \end{bmatrix} \quad (8.66)$$

8.4.2.3 Falta fase-fase con conexión a tierra

Este tipo de falta es producida entre dos fases de un sistema trifásico y tierra, dando lugar al **huevo tipo E** en la clasificación realizada en [3].

Debido a que en un sistema trifásico existen tres posibles combinaciones de este tipo de falta: fase b–fase c–tierra, fase a–fase c–tierra y fase a–fase b–tierra, pueden generarse tres tipos de huevo E, llamados E_a, E_b y E_c, respectivamente. Esta denominación corresponde al tipo de huevo y a la fase en la cual no ocurre la falta.

La representación de una falta fase-fase-tierra entre las fases b y c, que da origen al huevo tipo E_a, ocurrida en el punto pf de un sistema trifásico, se muestra en la Fig. 8.25, donde dicha falta se encuentra conectada a tierra. Observando esta representación se obtiene:

$$\left. \begin{array}{l} \underline{U}_{b'c'} = 0 \\ \underline{U}_{b'} = \underline{U}_{c'} = 0 \\ \underline{I}_{a'} = 0 \end{array} \right\} \quad (8.67)$$

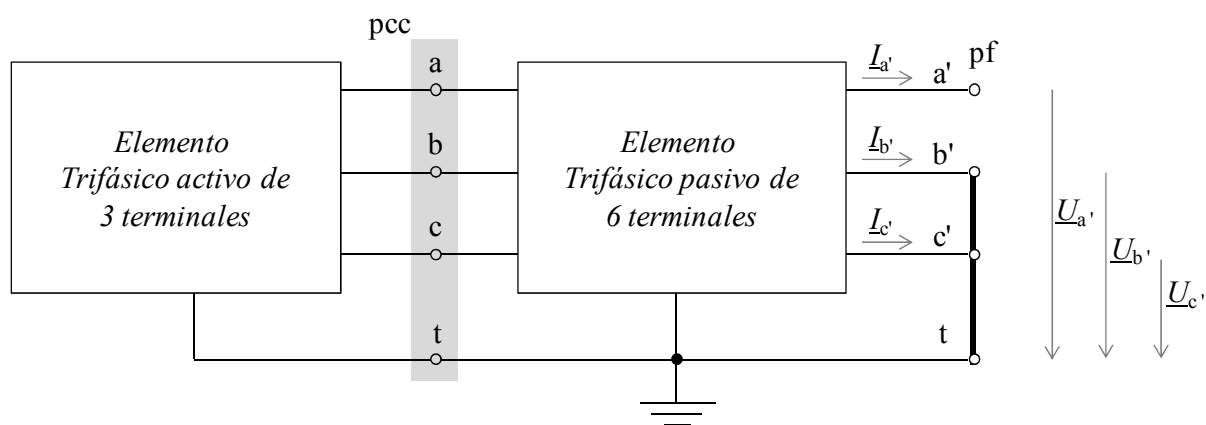


Fig. 8.25 Representación de una falta asimétrica entre las fases b, c y tierra, en el punto pf de un sistema trifásico.

La tensión transformada en el punto pf de la Fig. 8.25, proporciona las componentes simétricas $\underline{U}_{0'1'2'}$:

$$\underline{U}_{0'1'2'} = \mathbf{F} \cdot \underline{U}_{a'b'c'} \Rightarrow \begin{cases} \underline{U}_{0'} = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_{a'} + \underline{U}_{b'} + \underline{U}_{c'}) = \frac{1}{3} \cdot \underline{U}_{a'} \\ \underline{U}_{1'} = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_{a'} + a \cdot \underline{U}_{b'} + a^2 \cdot \underline{U}_{c'}) = \frac{1}{3} \cdot \underline{U}_{a'} \\ \underline{U}_{2'} = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_{a'} + a^2 \cdot \underline{U}_{b'} + a \cdot \underline{U}_{c'}) = \frac{1}{3} \cdot \underline{U}_{a'} \end{cases} \quad (8.68)$$

De donde se obtiene que las tres componentes de tensión cumplen: $\underline{U}_{0'} = \underline{U}_{1'} = \underline{U}_{2'}$.

La intensidad transformada en el punto pf proporciona las componentes simétricas $\underline{I}_{0'1'2'}$:

$$\underline{I}_{0'1'2'} = \mathbf{F} \cdot \underline{I}_{a'b'c'} \Rightarrow \begin{cases} \underline{I}_{0'} = \frac{1}{3} \cdot (\underline{I}_{a'} + \underline{I}_{b'} + \underline{I}_{c'}) = \frac{1}{3} \cdot (\underline{I}_{b'} + \underline{I}_{c'}) \\ \underline{I}_{1'} = \frac{1}{3} \cdot (\underline{I}_{a'} + a \cdot \underline{I}_{b'} + a^2 \cdot \underline{I}_{c'}) = \frac{1}{3} \cdot (a \cdot \underline{I}_{b'} + a^2 \cdot \underline{I}_{c'}) \\ \underline{I}_{2'} = \frac{1}{3} \cdot (\underline{I}_{a'} + a^2 \cdot \underline{I}_{b'} + a \cdot \underline{I}_{c'}) = \frac{1}{3} \cdot (a^2 \cdot \underline{I}_{b'} + a \cdot \underline{I}_{c'}) \end{cases} \quad (8.69)$$

Observando (8.69) se obtiene: $\underline{I}_{0'} + \underline{I}_{1'} + \underline{I}_{2'} = 0$.

Cuando las matrices de impedancias de los elementos trifásicos de la Fig. 8.25 son circulares, los circuitos equivalentes desacoplados de los sistemas (8.68) y (8.69) pueden representarse como en la Fig. 8.26.

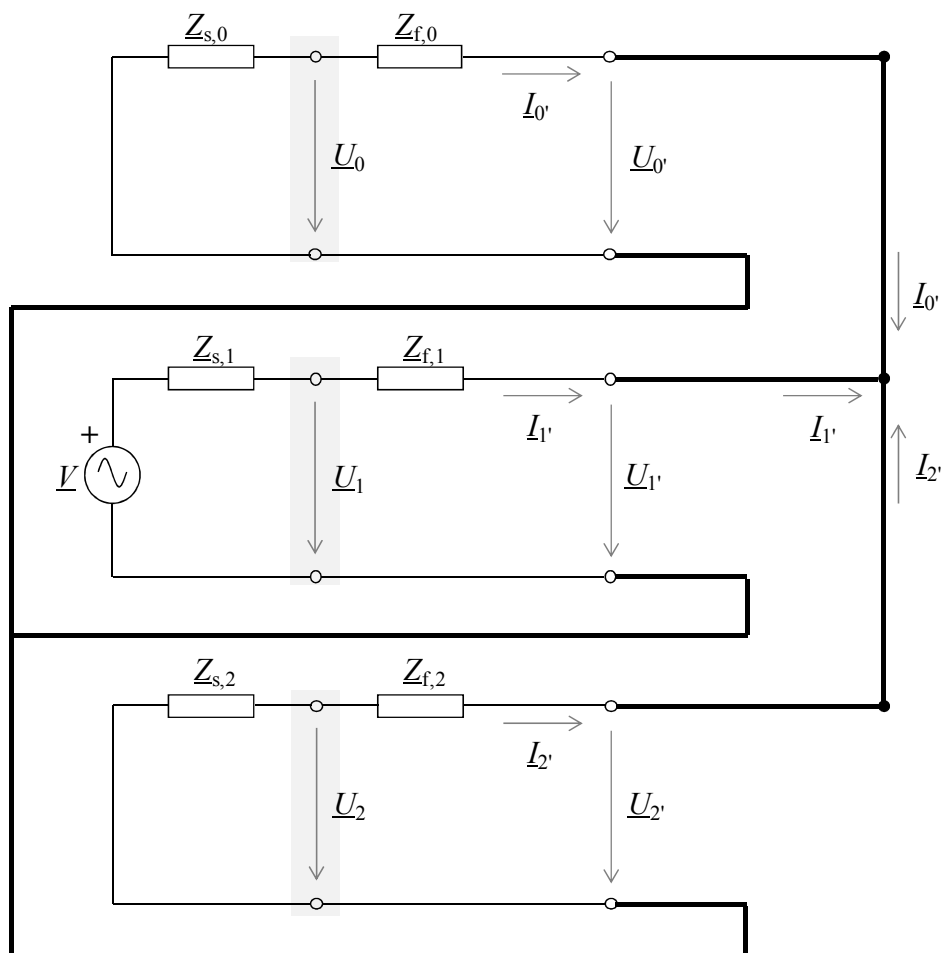


Fig. 8.26 Circuitos equivalentes desacoplados para una falta asimétrica fase-fase conectada a tierra, entre las fases b y c.

Las ecuaciones de tensión en componentes de secuencia 012, \underline{U}_{012} , en el punto pcc pueden hallarse asumiendo que $\underline{Z}_{s,0} = \underline{Z}_{s,1} = \underline{Z}_{s,2} = \underline{Z}_s$ y $\underline{Z}_{f,0} = \underline{Z}_{f,1} = \underline{Z}_{f,2} = \underline{Z}_f$ y aplicando divisor de tensión en la Fig. 8.26:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V}{3} \cdot (1 - \underline{h}) \\ \frac{V}{3} \cdot (1 + 2 \cdot \underline{h}) \\ \frac{V}{3} \cdot (1 - \underline{h}) \end{bmatrix} \quad (8.70)$$

Donde el valor de la tensión residual \underline{h} en el punto pcc está dado por:

$$\underline{h} = h \left| \underline{\phi}_{sf} \right| = \frac{\underline{Z}_f}{\underline{Z}_s + \underline{Z}_f} = \frac{Z_f \left| \underline{\phi}_f \right|}{Z_s \left| \underline{\phi}_s \right| + Z_f \left| \underline{\phi}_f \right|} \quad (8.71)$$

Cuando no existe salto del ángulo de fase en la tensión del punto pcc durante el hueco de tensión ($\phi_s = \phi_f \Rightarrow \phi_{sf} = 0$) las ecuaciones de fase abc estarán dadas por los valores \underline{U}_{abc} obtenidos en (8.72).

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \frac{V}{3} \cdot (1 - \underline{h}) \\ \frac{V}{3} \cdot (1 + 2 \cdot \underline{h}) \\ \frac{V}{3} \cdot (1 - \underline{h}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{V} \\ (a^2 \cdot \underline{h}) \cdot \underline{V} \\ (a \cdot \underline{h}) \cdot \underline{V} \end{bmatrix} \quad (8.72)$$

Cuando la falta asimétrica fase-fase se produce en las fases a, c y tierra (huecos tipo E_b) o entre las fases a, b y tierra (huecos tipo E_c), las ecuaciones de fase para las tensiones en el punto pcc estarán dadas por los sistemas (8.73) y (8.74), respectivamente.

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \frac{V}{3} \cdot a \cdot (1 - \underline{h}) \\ \frac{V}{3} \cdot a^2 \cdot (2 + \underline{h}) \\ \frac{V}{3} \cdot (1 - \underline{h}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V}{3} \cdot a^2 \cdot (1 + 2 \cdot \underline{h}) \\ \frac{V}{3} \cdot a \cdot (4 - \underline{h}) \\ \frac{V}{3} \cdot (1 + 2 \cdot \underline{h}) \end{bmatrix} \quad (8.73)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \frac{V}{3} \cdot a \cdot (1 - \underline{h}) \\ \frac{V}{3} \cdot (2 + \underline{h}) \\ \frac{V}{3} \cdot a^2 \cdot (1 - \underline{h}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V}{3} \cdot (1 + 2 \cdot \underline{h}) \\ \frac{V}{3} \cdot a^2 \cdot (1 + 2 \cdot \underline{h}) \\ \frac{V}{3} \cdot a \cdot (4 - \underline{h}) \end{bmatrix} \quad (8.74)$$

8.4.3 Huecos asimétricos con cargas conectadas en triángulo

En esta sección se estudian los tipos huecos que afectan las cargas conectadas en triángulo y se determinan las ecuaciones de triángulo equivalentes, en cargas conectadas en estrella con neutro aislado. La fase a es tomada como referencia para todos los tipos de huecos estudiados, es decir, cuando se hace referencia a los huecos tipos B, C y E se refiere particularmente a los huecos tipo B_a, C_a y E_a, respectivamente.

8.4.3.1 Cargas conectadas en triángulo

En un sistema trifásico como el presentado en la Fig. 8.27, las tensiones de fase \underline{U}_4 , \underline{U}_5 y \underline{U}_6 de una carga trifásica conectada en triángulo, pueden calcularse por medio de las tensiones de fase \underline{U}_a , \underline{U}_b y \underline{U}_c en el punto de conexión común pcc.

Las tensiones \underline{U}_4 , \underline{U}_5 y \underline{U}_6 se relacionan con las tensiones de fase $\underline{U}_b - \underline{U}_c$, $\underline{U}_c - \underline{U}_a$ y $\underline{U}_a - \underline{U}_b$, respectivamente. Esta relación conlleva un desfase y una diferencia en magnitud que se corrigen con el factor $j/\sqrt{3}$. La constante $1/\sqrt{3}$ sirve para igualar los módulos de las tensiones de fase en la carga y en la línea cuando la alimentación es simétrica.

Por tanto, la expresión (8.75) es utilizada para calcular las tensiones \underline{U}_4 , \underline{U}_5 y \underline{U}_6 a partir de las tensiones de fase \underline{U}_a , \underline{U}_b y \underline{U}_c .

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_4 \\ \underline{U}_5 \\ \underline{U}_6 \end{bmatrix} = \frac{j}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} \quad (8.75)$$

En el caso de trabajar con las ecuaciones de secuencia 012, se ha de tener en cuenta que la relación para cargas conectadas en triángulo, aplicando la transformación de Fortescue, es:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{0,\Delta} \\ \underline{U}_{1,\Delta} \\ \underline{U}_{2,\Delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{U}_1 \\ -\underline{U}_2 \end{bmatrix} \quad (8.76)$$

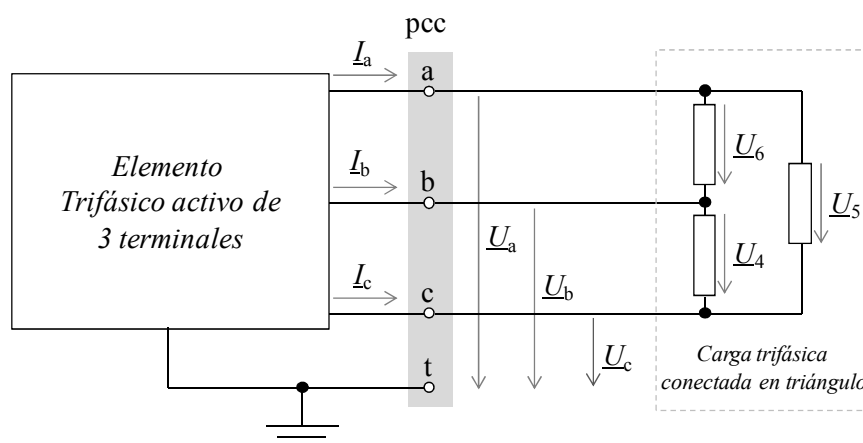


Fig. 8.27 Carga trifásica conectada en triángulo en el punto de conexión común pcc de un sistema trifásico.

En este sistema la componente homopolar de las tensiones de fase es nula, ya que cuando una carga está conectada en triángulo la suma de las tensiones de fase es nula.

8.4.3.2 Huecos tipos B

El sistema de ecuaciones (8.54) muestra el cálculo de los valores de tensión de secuencia \underline{U}_{012} cuando se produce una falta monofásica con tierra en una carga conectada en estrella con neutro (dando lugar al **huevo tipo B**). Transformando dicho sistema se obtienen las ecuaciones de secuencia 012 para la carga conectada en triángulo, cuando dicha carga se ve sometida al mismo tipo de falta:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{0,\Delta} \\ \underline{U}_{1,\Delta} \\ \underline{U}_{2,\Delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} \cdot (1-\underline{h}) \\ \frac{1}{3} \cdot (2+\underline{h}) \\ -\frac{1}{3} \cdot (1-\underline{h}) \end{bmatrix} \cdot \underline{V} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 2+\underline{h} \\ 1-\underline{h} \end{bmatrix} \cdot \underline{V} \quad (8.77)$$

Las ecuaciones de fase para la carga conectada en triángulo son:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_4 \\ \underline{U}_5 \\ \underline{U}_6 \end{bmatrix} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_{0,\Delta} \\ \underline{U}_{1,\Delta} \\ \underline{U}_{2,\Delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 2+\underline{h} \\ 1-\underline{h} \end{bmatrix} \cdot \underline{V} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \underline{h} \right) \cdot j \cdot \sqrt{3} \\ -\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \underline{h} \right) \cdot j \cdot \sqrt{3} \end{bmatrix} \cdot \underline{V} \quad (8.78)$$

La falta monofásica con conexión a tierra, cuando la carga se encuentra conectada en triángulo en el punto pcc, da lugar al **huevo Tipo C***, clasificado en [3]; ya que si se compara el sistema de ecuaciones (8.78) obtenido para una carga conectada en triángulo sometida a un huevo tipo B, con el sistema de ecuaciones (8.64) obtenido para una carga conectada en estrella sometida al huevo tipo C, se puede notar gran similitud, con la salvedad que cuando la carga está conectada en triángulo, y asumiendo que no se produce salto de fase ($\phi_s = \phi_f \Rightarrow \phi_{sf} = 0$), la profundidad del huevo se limita a $1/3 \leq h < 1$.

8.4.3.3 Huecos tipos C

El sistema de ecuaciones (8.62) muestra el cálculo de los valores de tensión de secuencia \underline{U}_{012} cuando una falta fase-fase, entre las fases b y c, aislada de tierra, afecta a una carga conectada en estrella con neutro (dando lugar al **huevo tipo Ca**). Transformando dicho sistema se obtienen las ecuaciones de secuencia 012 para una carga conectada en triángulo, cuando dicha carga se ve sometida al mismo tipo de falta:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{0,\Delta} \\ \underline{U}_{1,\Delta} \\ \underline{U}_{2,\Delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{V}{2} \cdot (1+\underline{h}) \\ \frac{V}{2} \cdot (1-\underline{h}) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1+\underline{h} \\ -(1-\underline{h}) \end{bmatrix} \cdot \underline{V} \quad (8.79)$$

Por lo tanto, las ecuaciones de fase para la carga conectada en triángulo son:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_4 \\ \underline{U}_5 \\ \underline{U}_6 \end{bmatrix} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_{0,\Delta} \\ \underline{U}_{1,\Delta} \\ \underline{U}_{2,\Delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1+\underline{h} \\ -(1-\underline{h}) \end{bmatrix} \cdot \underline{V} = \begin{bmatrix} \underline{h} \\ -\frac{1}{2} \cdot \underline{h} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} \cdot \underline{h} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \cdot \underline{V} \quad (8.80)$$

El sistema de ecuaciones (8.80), obtenido del análisis de una falta fase-fase aislada de tierra afectando a una carga conectada en triángulo, da lugar al **hueco Tipo D** clasificado en [3].

Cuando la falta asimétrica fase-fase se produce en las fases a y c (huecos tipo D_b) o entre las fases a y b (huecos tipo D_c), las ecuaciones de fase para las tensiones en el punto pcc estarán dadas por los sistemas (8.81) y (8.82), respectivamente.

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_4 \\ \underline{U}_5 \\ \underline{U}_6 \end{bmatrix} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_{0,\Delta} \\ \underline{U}_{1,\Delta} \\ \underline{U}_{2,\Delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1+\underline{h} \\ -a \cdot (1-\underline{h}) \end{bmatrix} \cdot \underline{V} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \cdot (\underline{h}+3) + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (\underline{h}-1) \\ -\frac{1}{2} \cdot \underline{h} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{h} \\ \frac{1}{4} \cdot (\underline{h}-3) + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (\underline{h}+1) \end{bmatrix} \cdot \underline{V} \quad (8.81)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_4 \\ \underline{U}_5 \\ \underline{U}_6 \end{bmatrix} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_{0,\Delta} \\ \underline{U}_{1,\Delta} \\ \underline{U}_{2,\Delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1+\underline{h} \\ -a^2 \cdot (1-\underline{h}) \end{bmatrix} \cdot \underline{V} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \cdot (\underline{h}+3) - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (\underline{h}-1) \\ \frac{1}{4} \cdot (\underline{h}-3) - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (\underline{h}+1) \\ -\frac{1}{2} \cdot \underline{h} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{h} \end{bmatrix} \cdot \underline{V} \quad (8.82)$$

8.4.3.4 Huecos tipos E

El sistema de ecuaciones (8.70) muestra el cálculo de los valores de tensión de secuencia \underline{U}_{012} cuando una falta fase-fase conectada a tierra, afecta a una carga conectada en estrella con neutro (dando lugar al **huevo tipo E**). Transformando dicho sistema se obtienen las ecuaciones de secuencia 012 para una carga conectada en triángulo, cuando dicha carga se ve sometida al mismo tipo de falta:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{0,\Delta} \\ \underline{U}_{1,\Delta} \\ \underline{U}_{2,\Delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{V}{3} \cdot (1-\underline{h}) \\ \frac{V}{3} \cdot (1+2 \cdot \underline{h}) \\ \frac{V}{3} \cdot (1-\underline{h}) \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1+2 \cdot \underline{h} \\ -(1-\underline{h}) \end{bmatrix} \cdot \underline{V} \quad (8.83)$$

Por lo tanto, las ecuaciones de fase para la carga conectada en triángulo son:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_4 \\ \underline{U}_5 \\ \underline{U}_6 \end{bmatrix} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_{0,\Delta} \\ \underline{U}_{1,\Delta} \\ \underline{U}_{2,\Delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1+2 \cdot \underline{h} \\ -(1-\underline{h}) \end{bmatrix} \cdot \underline{V} = \begin{bmatrix} \underline{h} \\ -\frac{1}{2} \cdot \underline{h} - j \cdot \frac{2+\underline{h}}{\sqrt{12}} \\ -\frac{1}{2} \cdot \underline{h} + j \cdot \frac{2+\underline{h}}{\sqrt{12}} \end{bmatrix} \cdot \underline{V} \quad (8.84)$$

El sistema de ecuaciones (8.84), obtenido del análisis de una falta fase-fase conectada a tierra afectando a una carga conectada en triángulo, da lugar al **huevo Tipo F** clasificado en [3].

8.4.4 Transferencia de los huecos de tensión a otros niveles de tensión por medio de un transformador

La existencia de transformadores entre la fuente y el punto de falta pf puede cambiar el tipo de huevo que perciben los elementos conectados en los *puntos de conexión común* de los niveles intermedios.

La Fig. 8.28 muestra el esquema de un sistema trifásico afectado por una falta en el punto pf, que se transmite a una carga conectada en el punto pcc2, conectado al punto de conexión pcc1 por medio de un transformador. El punto pcc1 es el punto de conexión común entre la fuente y la falta.

Por lo general el cambio en el tipo de huecos se puede determinar calculando el divisor de tensión tanto en el primario como en el secundario de dichos transformadores.

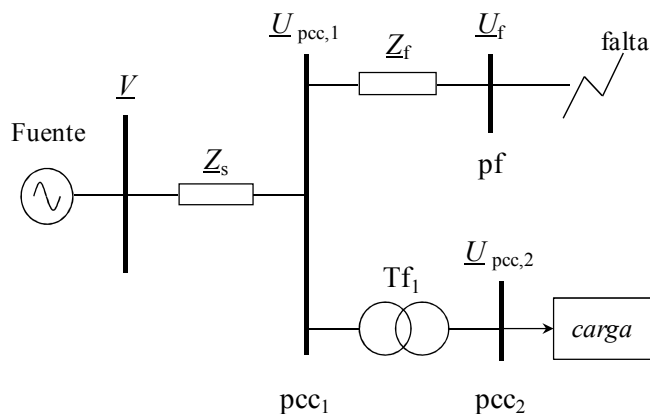


Fig. 8.28 Modelo del hueco de tensión a partir de un divisor de tensión cuando la carga, o el punto de medida, se encuentra en el secundario de un transformador

8.4.4.1 Tipos de transformadores

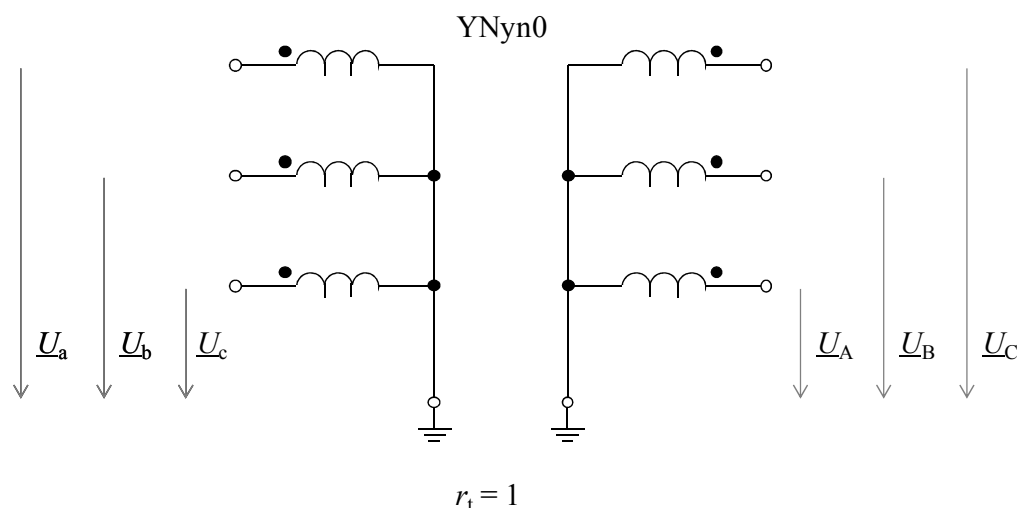
La Tabla 8.2 muestra la clasificación de los transformadores respecto a su influencia en la transmisión de huecos de tensión.

En cada uno de los tres grupos los índices horarios no influyen puesto que sólo suponen un giro de 120° entre las tensiones de primario y secundario (que equivale a renombrar las fases del secundario), o un giro de 180° (que equivale a invertir el sentido de referencia en las bobinas del secundario).

Por ejemplo, los índices 0, 4, 8 son idénticos entre sí pero girando las fases a, b, c 120° ; mientras que los índices 6, 10, 2 son idénticos a los anteriores pero invirtiendo el sentido de referencia de las tensiones del secundario (giro de 180°).

Tabla 8.2 Clasificación de los transformadores en función de su influencia en la transmisión de huecos de tensión

Grupo	Conexiones	Características	Índices horarios
I	YNyn	No se producen cambios entre primario y secundario. (comp. homopolar primario = comp. homopolar secundario).	0, 4, 8, 6, 10, 2
II	YNy Yyn Yy Dd Dz Dzn	Eliminación componente homopolar presente en el primario.	0, 4, 8, 6, 10, 2
III	Dyn Dy YNd Yd YNz Yzn Yz	Permutación de tensiones de línea y de fase.	1, 5, 9, 7, 11, 3

Fig. 8.29 Transformador tipo I, conexión YNyn0 y $r_t = 1$

Para determinar la tensión en el secundario de cada tipo de transformador se requieren las relaciones entre dicha tensión y la tensión del primario, que es quien recibe la influencia del hueco inicial. En las siguientes secciones se determinan dichas relaciones para cada tipo de transformador:

Transformador tipo I - YNyn

La representación de un transformador YNyn0 con relación de transformación unitaria ($r_t = 1$) se muestra en la Fig. 8.29. La relación matricial entre las tensiones del secundario y el primario es proporcionada por la matriz de transformación \mathbf{T}_1 :

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \\ \underline{U}_C \end{bmatrix} = \mathbf{T}_1 \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} \quad (8.85)$$

Transformador tipo II - Yy, Dd, Dz

La representación de un transformador YNy0 con relación de transformación unitaria ($r_t = 1$) se muestra en la Fig. 8.30. Para este tipo de transformador, la relación matricial entre las tensiones del secundario y el primario es proporcionada por la matriz de transformación \mathbf{T}_2 :

$$\mathbf{T}_2 = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (8.86)$$

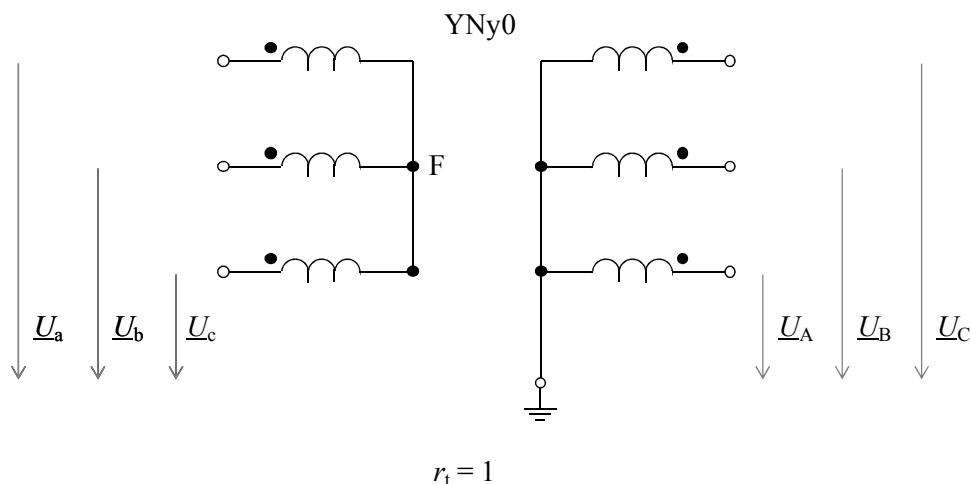


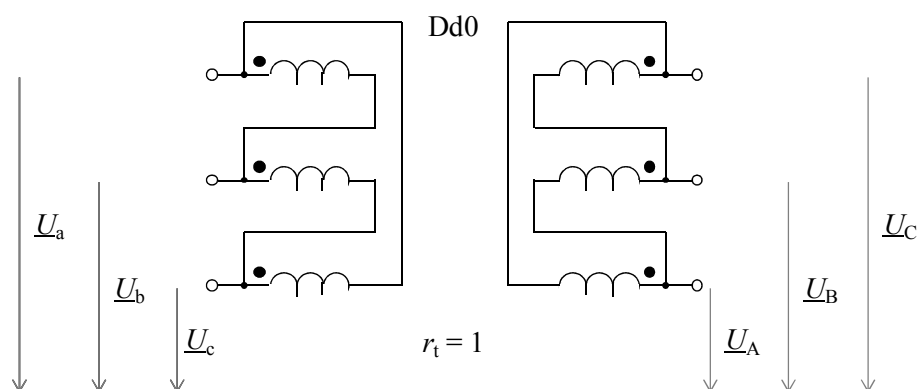
Fig. 8.30 Transformador tipo II, conexión YNy0 y $r_t = 1$.

$$\left. \begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \underline{U}_{aF} \\ \underline{U}_{bF} \\ \underline{U}_{cF} \end{bmatrix} &= \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \\ \underline{U}_C \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_{aF} \\ \underline{U}_{bF} \\ \underline{U}_{cF} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \\ \underline{U}_C \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \mathbf{T}_2 = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} \quad (8.87)$$

Para el caso de un transformador Dd0 (Fig. 8.31) con relación de transformación unitaria ($r_t = 1$), la relación matricial entre las tensiones del secundario y el primario es proporcionada también por la matriz de transformación \mathbf{T}_2 calculada en (8.86).

Esto se debe a que el triángulo está flotando respecto a tierra y por tanto las tensiones \underline{U}_A , \underline{U}_B y \underline{U}_C , son indeterminadas:

$$\left. \begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \underline{U}_{ab} \\ \underline{U}_{bc} \\ \underline{U}_{ca} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} \underline{U}_{AB} \\ \underline{U}_{BC} \\ \underline{U}_{CA} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_{ab} \\ \underline{U}_{bc} \\ \underline{U}_{ca} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \right\} \quad (8.88)$$

Fig. 8.31 Transformador tipo II, conexión Dd0 y $r_t = 1$.

Una vez se conoce el valor de \underline{U}_A se obtiene:

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_A &= \underline{U}_A \\ \underline{U}_B &= \underline{U}_{BC} + \underline{U}_C \\ &= \underline{U}_{BC} + \underline{U}_{CA} + \underline{U}_A \\ &= \underline{U}_b - \underline{U}_a + \underline{U}_A \\ \underline{U}_C &= \underline{U}_{CA} + \underline{U}_A = \underline{U}_c - \underline{U}_a + \underline{U}_A \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \\ \underline{U}_C \end{bmatrix} = \underline{U}_A + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} \quad (8.89)$$

Cuando $\underline{U}_A = (2 \cdot \underline{U}_a - \underline{U}_b - \underline{U}_c) / 3$ se obtiene (8.90).

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_A &= \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot \underline{U}_a - \underline{U}_b - \underline{U}_c) \\ \underline{U}_B &= \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot \underline{U}_a - \underline{U}_b - \underline{U}_c) - \underline{U}_a + \underline{U}_b \\ &= \frac{1}{3} \cdot (-\underline{U}_a + 2 \cdot \underline{U}_b - \underline{U}_c) \\ \underline{U}_C &= \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot \underline{U}_a - \underline{U}_b - \underline{U}_c) - \underline{U}_a + \underline{U}_b \\ &= \frac{1}{3} \cdot (-\underline{U}_a - \underline{U}_b + 2 \cdot \underline{U}_c) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \\ \underline{U}_C \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \mathbf{T}_2 = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} \quad (8.90)$$

Transformador tipo III – Yd, Dy, Yz

La representación de un transformador Dyn3 con relación de transformación $r_t = \sqrt{3}$ se muestra en la Fig. 8.32. Para este tipo de transformador, la relación matricial entre las tensiones del secundario y el primario es proporcionada por (8.91):

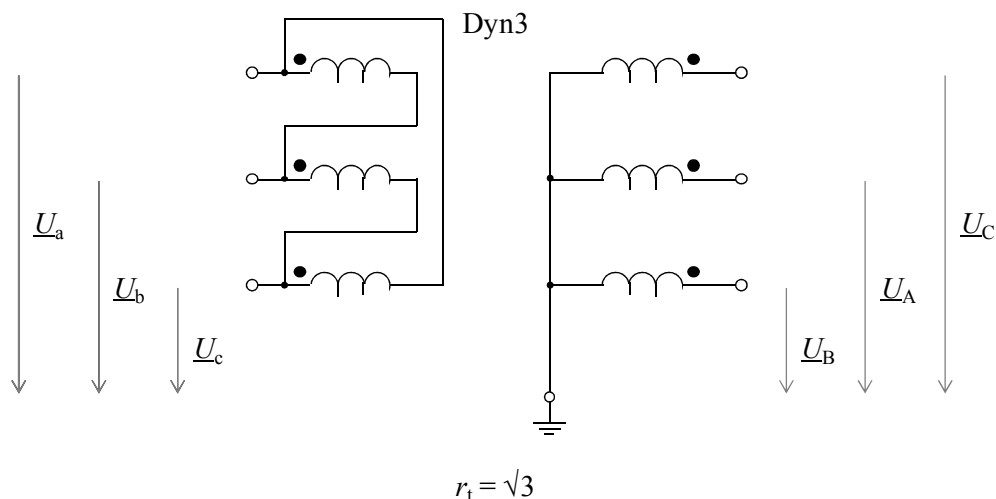


Fig. 8.32 Esquema de un transformador tipo III, conexión Dyn3 y $r_t = \sqrt{3}$.

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \\ \underline{U}_C \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} \quad (8.91)$$

La relación $r_t = \sqrt{3}$ fue elegida para que los módulos de \underline{U}_A , \underline{U}_B y \underline{U}_C sean iguales a los de \underline{U}_a , \underline{U}_b y \underline{U}_c cuando la alimentación sea simétrica. por la matriz de transformación \mathbf{T}_3

Como el índice horario del transformador es 3, las tensiones \underline{U}_A , \underline{U}_B y \underline{U}_C estarán retrasadas 90° con respecto a \underline{U}_a , \underline{U}_b y \underline{U}_c cuando la alimentación sea simétrica. Con el fin de seguir tomando la fase a como referencia se requiere que dichas tensiones estén en fase. Por ello el sistema (8.91) es multiplicado por j , obteniendo la matriz de transformación \mathbf{T}_3 .

$$\mathbf{T}_3 = \frac{j}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (8.92)$$

Analizando las matrices \mathbf{T}_2 y \mathbf{T}_3 se obtiene la relación $\mathbf{T}_2 = (\mathbf{T}_3)^2$, es decir que un transformador Dd es equivalente a dos transformadores Dy en cascada, o que un transformador Yy equivale a dos transformadores Yd.

8.4.4.2 Transferencia de huecos tipo B

En esta sección se analizan los posibles cambios de tipología del hueco tipo B cuando éste es transferido a otros niveles de tensión por medio de los tipos de transformadores referidos en la Tabla 8.2.

Transformador tipo I: Cuando un transformador de este tipo es afectado por un hueco tipo B en el primario, una carga conectada en estrella con neutro al secundario se verá sometida a un hueco de la misma tipología, es decir **Tipo B**.

Transformador tipo II: Cuando un transformador de este tipo es afectado por un hueco tipo B en el primario, el sistema de ecuaciones de transformación obtenido es:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \\ \underline{U}_C \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{h} \\ a^2 \\ a \end{bmatrix} \cdot \underline{V} \quad (8.93)$$

de donde:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \\ \underline{U}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot \underline{h} + 1) \\ \left(-\frac{1}{6} \cdot (2 \cdot \underline{h} + 1) - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ \left(-\frac{1}{6} \cdot (2 \cdot \underline{h} + 1) + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \end{bmatrix} \cdot \underline{V} \quad (8.94)$$

El sistema de ecuaciones (8.94) es muy similar a las ecuaciones obtenidas para huecos tipo D, por lo que se han clasificado como **huecos Tipo D*** en [3]. La diferencia radica en que en los huecos tipo D* se cumple que $1/3 \leq h < 1$, asumiendo que no hay salto de fase ($\phi_{sf}=0$).

Transformador tipo III: este tipo de transformador permuta tensiones de línea y tensiones fase-neutro. Cuando se produce un hueco tipo B en el primario, una carga conectada en estrella con neutro en el secundario se ve sometida a la misma transformación que el caso analizado de una carga conectada en triángulo cuando se ve sometida a un hueco tipo B. Por tanto, en este caso se tendría un hueco **Tipo C*** en el secundario del transformador.

8.4.4.3 Transferencia de huecos tipo C

Los posibles cambios de tipología del hueco tipo C cuando éste es transferido a otros niveles de tensión por medio de los tipos de transformadores I, II y III es:

Transformador tipo I: cuando un transformador de este tipo es afectado por un hueco tipo C en el primario, una carga conectada en estrella con neutro al secundario se verá sometida a un hueco de la misma tipología, es decir **Tipo C**.

Transformador tipo II: el sistema de ecuaciones de transformación obtenido es:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \\ \underline{U}_C \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{h} \\ -\frac{1}{2} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{h} \end{bmatrix} \cdot \underline{V} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{h} \\ -\frac{1}{2} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{h} \end{bmatrix} \cdot \underline{V} \quad (8.95)$$

Por tanto, en el secundario del transformador se tiene un hueco de igual topología: **Tipo C**.

Transformador tipo III: cuando se produce un hueco tipo C en el primario, una carga conectada en estrella con neutro en el secundario se ve sometida a la misma transformación que el caso analizado cuando una carga conectada en triángulo se ve sometida a un hueco tipo C. Por tanto, en este caso se tendría un hueco **Tipo D** en el secundario del transformador.

8.4.4.4 Transferencia de huecos tipo E

Los posibles cambios de tipología del hueco tipo E cuando éste es transferido a otros niveles de tensión por medio de los tipos de transformadores I, II y III es:

Transformador tipo I: cuando un transformador de este tipo es afectado por un hueco tipo E en el primario, una carga conectada en estrella con neutro al secundario se verá sometida a un hueco de la misma tipología, es decir **Tipo E**.

Transformador tipo II: el sistema de ecuaciones de transformación obtenido es:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \\ \underline{U}_C \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \cdot \underline{h} \\ a \cdot \underline{h} \end{bmatrix} \cdot \underline{V} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \cdot (2 + \underline{h}) \\ -\frac{1}{6} \cdot (2 + \underline{h}) - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{h} \\ -\frac{1}{6} \cdot (2 + \underline{h}) + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{h} \end{bmatrix} \cdot \underline{V} \quad (8.96)$$

El sistema de ecuaciones (8.96) corresponden a **huecos Tipo G**, según la clasificación realizada en [3].

El sistema de ecuaciones en componentes simétricas para la tensión de los huecos tipo G es:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{F} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \\ \underline{U}_C \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 + 2 \cdot \underline{h} \\ 1 - \underline{h} \end{bmatrix} \cdot \underline{V} \quad (8.97)$$

Transformador tipo III: cuando se produce un hueco tipo E en el primario, una carga conectada en estrella con neutro en el secundario se ve sometida a la misma transformación que el caso analizado cuando una carga conectada en triángulo se ve sometida a un hueco tipo E. Por tanto, en este caso se tendría un hueco **Tipo F** en el secundario del transformador.

8.4.5 Transferencia de huecos a otros niveles de tensión por medio de dos transformadores

Los resultados de la sección anterior mostraron que cuando en una red de distribución existen transformadores sometidos en el primario a huecos tipos A, B, C o E, pueden cambiar la tipología del hueco en el secundario, generando huecos tipos D, F o G.

Para el caso en que en dicha red existan dos transformadores en cascada desde el punto en que ocurre la falta, pf, hasta el punto de conexión común pcc, se debe analizar la transferencia de los posibles tipos de huecos D, F o G hacia otros niveles de tensión mediante transformadores.

8.4.5.1 Transferencia de huecos tipo D

Transformador tipo I: cuando un transformador de este tipo es afectado por un hueco tipo D en el primario, una carga conectada en estrella con neutro al secundario se verá sometida a un hueco de la misma tipología, es decir **Tipo D**.

Transformador tipo II: cuando un transformador de este tipo es afectado por un hueco tipo D en el primario, el sistema de ecuaciones de transformación obtenido para la tensión en el secundario es (8.98); debido a que este sistema no presenta componente homopolar, la tipología no cambia y en el secundario se tiene de nuevo un hueco **Tipo D**.

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \\ \underline{U}_C \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{h} \\ -\frac{1}{2} \cdot \underline{h} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} \cdot \underline{h} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \cdot \underline{V} = \begin{bmatrix} \underline{h} \\ -\frac{1}{2} \cdot \underline{h} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} \cdot \underline{h} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \cdot \underline{V} \quad (8.98)$$

Transformador tipo III: Por simetría, este caso corresponde al de una carga conectada en triángulo que se ve un hueco tipo D cuando es sometida a un hueco tipo C. Por tanto, en este caso se tendría un hueco **Tipo C** en el secundario del transformador.

8.4.5.2 Transferencia de huecos tipo F

Transformador tipo I: cuando el primario de un transformador de este tipo es afectado por un hueco tipo F, una carga en estrella, con neutro a tierra, conectada al secundario se verá sometida a un hueco de la misma tipología, es decir a un **hueco Tipo F**.

Transformador tipo II: cuando el primario de este tipo de transformador es afectado por un hueco tipo F, el sistema de ecuaciones de transformación obtenido para la tensión en el secundario es (8.99); debido a que éste no presenta componente homopolar, la tipología no cambia y en el secundario se tiene de nuevo un **hueco Tipo F**.

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \\ \underline{U}_C \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{h} \\ -\frac{1}{2} \cdot \underline{h} - j \cdot \frac{2+\underline{h}}{\sqrt{12}} \\ -\frac{1}{2} \cdot \underline{h} + j \cdot \frac{2+\underline{h}}{\sqrt{12}} \end{bmatrix} \cdot \underline{V} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} \underline{h} \\ -\frac{1}{2} \cdot \underline{h} - j \cdot \frac{2+\underline{h}}{\sqrt{12}} \\ -\frac{1}{2} \cdot \underline{h} + j \cdot \frac{2+\underline{h}}{\sqrt{12}} \end{bmatrix} \cdot \underline{V} \quad (8.99)$$

Transformador tipo III: este transformador permuta tensiones de línea y de fase. El caso cuando un hueco tipo F afecta el primario de este tipo de transformadores, es análogo al de una carga conectada en triángulo cuando que ve un hueco tipo F cuando es sometida a un hueco tipo E. La diferencia radica en que el hueco tipo E tiene componente homopolar, y por tanto no se puede generar. Aparece entonces un hueco tipo E sin homopolar, es decir, un hueco tipo G. Cuando un hueco tipo F afecta el primario de este tipo de transformadores se obtiene el sistema de ecuaciones para la tensión en el secundario (8.100), que pertenece a los **huecos tipo G**.

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \\ \underline{U}_C \end{bmatrix} = \frac{j}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{h} \\ -\frac{1}{2} \cdot \underline{h} - j \cdot \frac{2+\underline{h}}{\sqrt{12}} \\ -\frac{1}{2} \cdot \underline{h} + j \cdot \frac{2+\underline{h}}{\sqrt{12}} \end{bmatrix} \cdot \underline{V} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \cdot (2+\underline{h}) \\ -\frac{1}{6} \cdot (2+\underline{h}) - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{h} \\ -\frac{1}{6} \cdot (2+\underline{h}) + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{h} \end{bmatrix} \cdot \underline{V} \quad (8.100)$$

8.4.5.3 Transferencia de huecos tipo G

Transformador tipo I: cuando el primario de un transformador de este tipo es afectado por un hueco tipo G, una carga en estrella, con neutro a tierra, conectada al secundario se verá sometida a un hueco de la misma tipología, es decir a un **hueco Tipo G**.

Transformador tipo II: cuando el primario de este tipo de transformador es afectado por un hueco tipo G, el sistema de ecuaciones de transformación obtenido para la tensión en el secundario es (8.101).

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \\ \underline{U}_C \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \cdot (2+\underline{h}) \\ -\frac{1}{6} \cdot (2+\underline{h}) - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{h} \\ -\frac{1}{6} \cdot (2+\underline{h}) + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{h} \end{bmatrix} \cdot \underline{V} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \cdot (2+\underline{h}) \\ -\frac{1}{6} \cdot (2+\underline{h}) - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{h} \\ -\frac{1}{6} \cdot (2+\underline{h}) + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{h} \end{bmatrix} \cdot \underline{V} \quad (8.101)$$

Debido a que este sistema no presenta componente homopolar, la tipología no cambia y en el secundario se tiene de nuevo un **hueco Tipo G**.

Transformador tipo III: Cuando un hueco tipo G afecta el primario de este tipo de transformadores se obtiene el sistema de ecuaciones para la tensión en el secundario (8.102). Éste caso es el opuesto al de un hueco tipo F en el primario de un transformador tipo III, que determina un hueco tipo G en el secundario.

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \\ \underline{U}_C \end{bmatrix} = \frac{j}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \cdot (2+\underline{h}) \\ -\frac{1}{6} \cdot (2+\underline{h}) - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{h} \\ -\frac{1}{6} \cdot (2+\underline{h}) + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{h} \end{bmatrix} \cdot \underline{V} = \begin{bmatrix} \underline{h} \\ -\frac{1}{2} \cdot \underline{h} - j \cdot \frac{2+\underline{h}}{\sqrt{12}} \\ -\frac{1}{2} \cdot \underline{h} + j \cdot \frac{2+\underline{h}}{\sqrt{12}} \end{bmatrix} \cdot \underline{V} \quad (8.102)$$

Por tanto, en este caso, en el secundario se determina un **hueco Tipo F**.

Resumen

Los resultados obtenidos muestran que la existencia, y el tipo de conexión, de transformadores en una red trifásica puede modificar la clase de hueco que se transmite entre el primario y el secundario. Por lo tanto, para clasificar el tipo de huecos, dependiendo del tipo de falta que lo produce, se deben tener en cuenta los transformadores existentes desde el punto donde se produce la falta hasta el punto de conexión común analizado.

La Tabla 8.3 muestra el tipo hueco al cual estaría sometida una carga conectada en estrella a tierra, en el secundario de un transformador, según su tipo, cuando en el primario del transformador se producen los huecos con tipología del A al G.

El asterisco en la Tabla 8.3 indica que la magnitud del hueco no es igual a h sino a $1/3+2 \cdot h/3$, donde h es la *profundidad* del hueco.

Tabla 8.3 Tipo de hueco en el secundario del transformador en función del tipo de transformador y del hueco que presenta en el primario.

Transformador		Tipo de hueco en el primario del transformador						
Tipo	Conexiones	A	B	C	D	E	F	G
I	YNyn	A	B	C	D	E	F	G
II	Yy, Dd, Dz	A	D*	C	D	G	F	G
III	Dy, Yd, Yz	A	C*	D	C	F	G	F

8.4.5.4 Ejemplo de transferencia de huecos

La Fig. 8.33 muestra una red trifásica donde se produce una falta en el punto pf que se transmite hacia tres puntos de conexión común: pcc₁, pcc₂ y pcc₃, de manera directa, por medio de un transformador tipo III y por medio de dos transformadores tipo III dispuestos en cascada, respectivamente. Este ejemplo permite la posibilidad de originar todos los tipos huecos descritos en este capítulo (A, B, C, C*, D, D*, E, F y G).

La Tabla 8.4 indica el tipo de hueco de tensión, en función del tipo de falta, al que se vería sometida una carga en estrella, con neutro a tierra, conectada a cada uno de los puntos de conexión común de la Fig. 8.33.

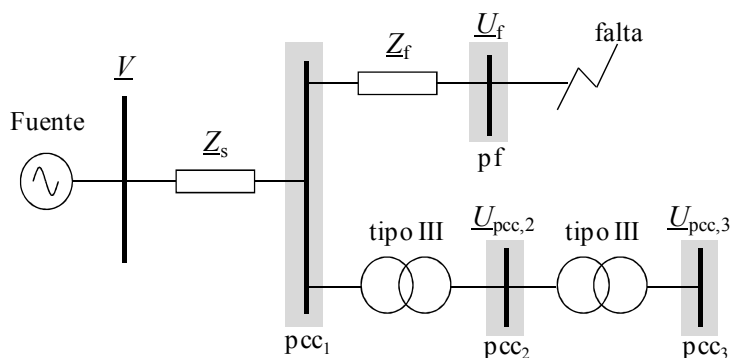


Fig. 8.33 Transmisión de una falta hacia tres posibles puntos de conexión común: pcc₁, pcc₂ y pcc₃ cuando existen transformadores tipo III en los niveles intermedios.

Tabla 8.4 Tipo de hueco en función del tipo de falta y del punto de conexión común para un sistema trifásico con dos transformadores tipo III en cascada.

Falta	pcc ₁	pcc ₂	pcc ₃
3 fases 3 fases a tierra	A	A	A
1fase	B	C*	D*
2 fases	C	D	C
2 fases a tierra	E	F	G

8.4.6 Resumen

La Tabla 8.5 muestra los tipos hueco de tensión, al que se vería sometida una carga conectada en estrella con neutro y en triángulo (o estrella sin neutro), en función del tipo de falta ocurrida; también muestra la hipótesis utilizada para no obtener salto en el ángulo de fase.

El análisis de los tipos de faltas sobre una carga conectada en un *punto de conexión común* pcc, el tipo de conexión de dicha carga y la transmisión de las faltas a otros niveles de tensión por medio de transformadores ha servido para clasificar los huecos de tensión en 7 tipologías: A, B, C, D, E, F y G.

La Tabla 8.6 muestra la tensión durante el hueco en componentes simétricas, para todas las tipologías, de donde se pueden extraer dos características:

- El hueco tipo A es el único que presenta componente directa únicamente, puesto que es simétrico.
- Sólo los huecos tipos B y E presentan componente homopolar.

Tabla 8.5 Huecos de tensión en función del tipo de falta y conexión de la carga

Tipo de Falta	Conexión de la carga		Hipótesis
	Estrella con neutro	Triángulo o Estrella sin neutro	
3 fases 3 fases a tierra	Tipo A	Tipo A	---
1 fase a tierra	Tipo B	Tipo C*	$\underline{Z}_{s,0} = \underline{Z}_{s,1} = \underline{Z}_{s,2}$
2 fases	Tipo C	Tipo D	$\underline{Z}_{s,1} = \underline{Z}_{s,2}$
2 fases a tierra	Tipo E	Tipo F	$\underline{Z}_{s,0} = \underline{Z}_{s,1} = \underline{Z}_{s,2}$ $\underline{Z}_{f,0} = \underline{Z}_{f,1} = \underline{Z}_{f,2}$

Tabla 8.6 Tensión durante el hueco, en componentes simétricas, en función de su tipología.

Tipo de hueco	Homopolar	Directa	Inversa
A	$\underline{V}_{0,A} = 0$	$\underline{V}_{1,A} = h \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_{2,A} = 0$
B	$\underline{V}_{0,B} = -\frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_{1,B} = \frac{2+h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_{2,B} = -\frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$
C	$\underline{V}_{0,C} = 0$	$\underline{V}_{1,C} = \frac{1+h}{2} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_{2,C} = \frac{1-h}{2} \cdot \underline{V}$
D	$\underline{V}_{0,D} = 0$	$\underline{V}_{1,D} = \frac{1+h}{2} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_{2,D} = -\frac{1-h}{2} \cdot \underline{V}$
E	$\underline{V}_{0,E} = \frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_{1,E} = \frac{1+2 \cdot h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_{2,E} = \frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$
F	$\underline{V}_{0,F} = 0$	$\underline{V}_{1,F} = \frac{1+2 \cdot h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_{2,F} = -\frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$
G	$\underline{V}_{0,G} = 0$	$\underline{V}_{1,G} = \frac{1+2 \cdot h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_{2,G} = \frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$

La Tabla 8.7 muestra las ecuaciones de tensión en variables de fase y su correspondiente diagrama fasorial, para todas las tipologías de huecos. En la Tabla 8.8 se muestran las ecuaciones y los diagramas correspondientes de tensión en función del tiempo, para cada tipología. Cada hueco tiene profundidad $h = 0.5$ y duración $\Delta t = 5$ ciclos.

8.5 Caracterización de los huecos

Por lo general, los huecos de tensión son caracterizados con dos de sus propiedades (como en el estándar IEC 61000-4-30): magnitud y duración.

La magnitud es la tensión residual durante el hueco, la cual se ha denominado previamente: h .

La duración del hueco, Δt , es determinada por la diferencia entre el tiempo final y el tiempo inicial ($t_f - t_i$), considerando un hueco con la caída y recuperación de la tensión instantáneas de forma rectangular.

Algunos elementos, como el transformador, pueden ser más sensibles a la variación de la periodicidad de dicha duración que al valor total de la misma.

Para tener en cuenta estos elementos se hará distinción de la duración como en (8.103).

$$\Delta t = \begin{cases} \Delta t & \text{cargas NO sensibles a periodicidad} \\ d \cdot T + \delta t & \text{cargas sensibles a periodicidad} \end{cases} \quad (8.103)$$

Donde T es el período, $d \in \mathbf{N}$ y δt es la parte fraccionaria de la duración.

Tabla 8.7 Tensión durante el hueco en variables de fase y diagrama fasorial, en función de su tipología

Tipo de hueco	Variables de fase	Diagrama fasorial
A	$\underline{V}_a = h \cdot V$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot V - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot V$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot V + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot V$	<p>Tipo A</p>
B	$\underline{V}_a = h \cdot V$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot V - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot V$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot V + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot V$	<p>Tipo B</p>
C	$\underline{V}_a = V$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot V - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot V$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot V + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot V$	<p>Tipo C</p>
D	$\underline{V}_a = h \cdot V$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot V - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot V$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot V + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot V$	<p>Tipo D</p>
E	$\underline{V}_a = V$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot V - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot V$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot V + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot V$	<p>Tipo E</p>
F	$\underline{V}_a = h \cdot V$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot V - j \cdot \frac{2+h}{\sqrt{12}} \cdot V$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot V + j \cdot \frac{2+h}{\sqrt{12}} \cdot V$	<p>Tipo F</p>
G	$\underline{V}_a = \frac{2+h}{3} \cdot V$ $\underline{V}_b = -\frac{2+h}{6} \cdot V - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot V$ $\underline{V}_c = -\frac{2+h}{6} \cdot V + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot V$	<p>Tipo G</p>

Tabla 8.8 Representación temporal y diagrama temporal de los huecos de tensión, en función de su tipología.

Tipo de hueco	Ecuaciones temporales	Tensión	Diagrama temporal
A	$v_a = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos(\omega_s \cdot t)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega_s \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega_s \cdot t + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right)$		
B	$v_a = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos(\omega_s \cdot t)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega_s \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega_s \cdot t + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right)$		
C	$v_a = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega_s \cdot t)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{1+3 \cdot h^2}}{2} \cdot V \cdot \cos(\omega_s \cdot t + \pi + \beta)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{1+3 \cdot h^2}}{2} \cdot V \cdot \cos(\omega_s \cdot t + \pi - \beta)$ $\beta = \tan^{-1}(\sqrt{3} \cdot h)$		
D	$v_a = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos(\omega_s \cdot t)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3+h^2}}{2} \cdot V \cdot \cos(\omega_s \cdot t + \pi + \beta)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3+h^2}}{2} \cdot V \cdot \cos(\omega_s \cdot t + \pi - \beta)$ $\beta = \tan^{-1}(\sqrt{3}/h)$		
E	$v_a = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega_s \cdot t)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega_s \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega_s \cdot t + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right)$		
F	$v_a = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos(\omega_s \cdot t + \alpha)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{h^2+h+1}{3}} \cdot V \cdot \cos(\omega_s \cdot t + \pi + \beta)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{h^2+h+1}{3}} \cdot V \cdot \cos(\omega_s \cdot t + \pi - \beta)$ $\beta = \tan^{-1}\left(\frac{(2+h)}{(\sqrt{3} \cdot h)}\right)$		
G	$v_a = \sqrt{2} \cdot \frac{2+h}{3} \cdot V \cdot \cos(\omega_s \cdot t)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{7 \cdot h^2+h+1}{3}} \cdot V \cdot \cos(\omega_s \cdot t + \pi + \beta)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{7 \cdot h^2+h+1}{3}} \cdot V \cdot \cos(\omega_s \cdot t + \pi - \beta)$ $\beta = \tan^{-1}\left(\frac{(3 \cdot \sqrt{3} \cdot h)}{(2+h)}\right)$		

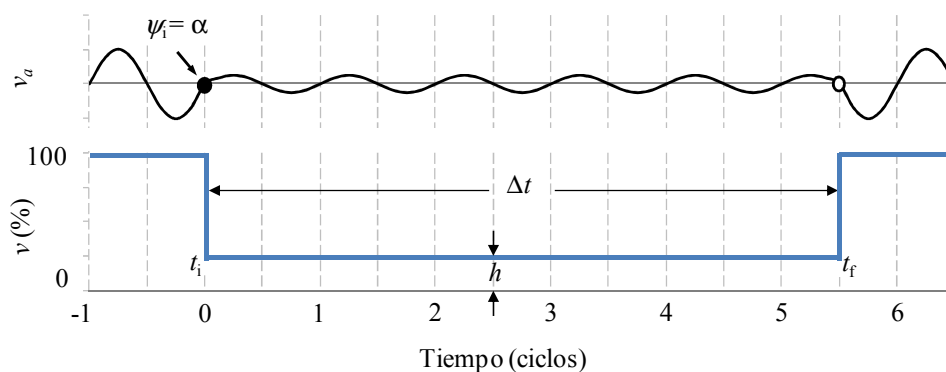


Fig. 8.34 Caracterización de un hueco de tensión con $t_i = 0$ s, $h = 0.25$, $\Delta t = 5.5$ cycles y $\psi_i = 0^\circ$.

Los resultados obtenidos en este capítulo muestran que la tipología del hueco es una característica importante para caracterizar el hueco analizado, por lo cual debe incluir, además de su profundidad y duración, su tipología $q = [A, B, C, D, E, F \text{ y } G]$.

Además de las tres características mencionadas, existe un factor importante para la caracterización de los tipos de huecos: el punto de onda inicial, ψ_i . Tomando la tensión en la fase a como:

$$v_a(t) = \sqrt{2} \cdot V \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha) \quad (8.104)$$

El punto de onda inicial es el ángulo de $v_a(t)$, ψ_i , correspondiente al instante inicial t_i :

$$\psi_i = \omega \cdot t_i + \alpha \quad (8.105)$$

Si el instante inicial del hueco t_i es igual a cero ($t_i = 0$ s), el *punto de onda inicial* será igual al ángulo de la tensión de la fase a, $\psi_i = \alpha$. Si $t_i \neq 0$ s, y $\alpha = 0^\circ$, el *punto de onda inicial* será igual al instante inicial: $\psi_i = \omega \cdot t_i$.

La importancia de ésta característica será analizada en el siguiente capítulo, donde se estudian los efectos de los huecos de tensión sobre una máquina de inducción, por lo cual ψ_i será incluida en la caracterización del hueco.

La notación de la tensión durante el hueco estará constituida entonces por cuatro características: magnitud, duración, punto de onda inicial y tipología, como se indica en (8.106). Esta caracterización fue utilizada también en [66].

$$v(h, \Delta t, \psi_i, q) \quad (8.106)$$

La Fig. 8.34 muestra un hueco en la fase a con $t_i = 0$ s, $h = 0.25$, $\Delta t = 5.5$ cycles, and $\psi_i = 0^\circ$. Para este caso coincide que $\alpha = 0$.

Capítulo 9

9. Efecto de los Huecos de Tensión en los Motores de Inducción

En el Capítulo 6 se diseñó la técnica de *Torque-Speed Tracking* (TST), que sirve para estimar los parámetros constantes para los modelos de doble jaula y jaula sencilla de una máquina de inducción. Las simulaciones obtenidas con dichos parámetros fueron contrastadas con los puntos experimentales de una máquina de inducción de 75 kW y se demostró que presentaban un comportamiento simulado muy ajustado a las medidas experimentales, mejorando sustancialmente las técnicas de referencia.

En este capítulo, a manera de aplicación, se utilizan los parámetros estimados con la técnica TST, para los modelos de doble jaula y jaula sencilla de la máquina de inducción de 75 kW, con el objetivo de analizar sobre dicha máquina los efectos de todas las tipologías de huecos de tensión obtenidas en el Capítulo 8.

Los resultados permitieron establecer algunas diferencias que presenta realizar este análisis con los modelos mencionados; también se obtuvo una clasificación de los huecos de acuerdo a la severidad de los efectos que producen.

9.1 Introducción

Los huecos de tensión afectan de manera diferente a los equipos que son sensibles a sus efectos. Por lo general, los equipos de baja potencia mayormente afectados son los equipos dedicados al control de sistemas industriales como ordenadores, PLCs, controladores de tensión, robótica, entre otros. Dentro de los equipos de alta potencia susceptibles a los huecos de tensión están los motores de inducción, motores síncronos, actuadores de tensión y transformadores.

La severidad de los efectos de los huecos de tensión sobre estos equipos depende principalmente de:

- las características del hueco (magnitud, duración, punto de onda inicial, tipo, forma...)
- las características de la red trifásica donde ocurre la falta
- el tipo de carga conectada y
- el tipo de conexión de la misma.

Concretamente, los efectos más severos y relevantes de los huecos de tensión en los motores de inducción se registran en tres variables:

- Picos de intensidad
- Picos de par
- Pérdida de velocidad

En este capítulo se estudian los efectos de los tipos de huecos vistos en el capítulo anterior (A, B, C, D, E, F y G) sobre las tres variables mencionadas, particularmente cuando dichos huecos varían en magnitud (h), duración (Δt), punto de onda inicial (ψ_i) y tipología de hueco (q). Por tanto, la nomenclatura utilizada para identificar cada variable es:

- $i(h, \Delta t, \psi_i, q)$: intensidad
- $\Gamma(h, \Delta t, \psi_i, q)$: par
- $\omega(h, \Delta t, \psi_i, q)$: velocidad

Estos valores se han normalizado respecto a su valor en el punto de funcionamiento nominal, con el fin de presentar los resultados en valores por unidad (pu):

$$i_{pu} = \frac{i}{\sqrt{2} \cdot I_N} \quad (9.1)$$

$$\Gamma_{pu} = \frac{\Gamma}{\Gamma_N} \quad (9.2)$$

$$\omega_{pu} = \frac{\omega}{\omega_N} \quad (9.3)$$

El *valor de pico* es definido como la magnitud del pico instantáneo más alto (en valor absoluto) de cada variable cuando se produce un hueco de tensión. Para el caso de la intensidad este valor corresponde al máximo valor de las tres fases; para el caso de la velocidad, este valor corresponde a la mínima velocidad instantánea observada:

$$i_{pico} = \max \{ |i_a(t)|, |i_b(t)|, |i_c(t)| \} \quad (9.4)$$

$$\Gamma_{pico} = \max \{ |\Gamma(t)| \} \quad (9.5)$$

$$\omega_{pico} = \min \{ |\omega(t)| \} \quad (9.6)$$

El *valor máximo* es el mayor *valor de pico* encontrado en una serie de huecos de tensión para las variables intensidad y par:

Tabla 9.1 Parámetros (pu) estimados con la técnica TST para los modelos de doble jaula y jaula sencilla de la máquina de 75 kW.

Modelo	r_s	X_{sd}	X_m	X_{1d} / X_{rd}	r_1 / r_r	X_{2d}	r_2
Doble jaula	0.101	0.201	7.148	0.020	0.201	0.162	0.056
Jaula sencilla	0.098	0.155	4.127	0.155	0.077	-	-

$$i_{MAX} = \max \{ i_{pico,1}, i_{pico,2}, i_{pico,3}, \dots \} \quad (9.7)$$

$$\Gamma_{MAX} = \max \{ \Gamma_{pico,1}, \Gamma_{pico,2}, \Gamma_{pico,3}, \dots \} \quad (9.8)$$

El *valor mínimo* de velocidad es el valor de pico más pequeño encontrado en una serie de huecos de tensión, para la variable velocidad:

$$\omega_{MIN} = \min \{ \omega_{pico,1}, \omega_{pico,2}, \omega_{pico,3}, \dots \} \quad (9.9)$$

Debido a que existen cambios bruscos de tensión tanto en el instante en que inicia el hueco como en el instante en que finaliza (recuperación de la tensión nominal), los efectos transitorios de las variables intensidad, par y velocidad fueron analizados en dos zonas de funcionamiento:

- Dh: Durante el hueco, que comprende la zona desde el instante t_i hasta t_f .
- Fh: Tras la recuperación del hueco, que comprende la zona desde el instante en que se recupera la tensión nominal hasta que se restablecen las condiciones de funcionamiento en régimen permanente.

Con el objetivo de clasificar los efectos de los huecos de tensión en función de su severidad, se procede a determinar inicialmente el punto de onda inicial más desfavorable para cada tipología; posteriormente, se determina el valor de duración con efectos más severos y finalmente, el efecto de la profundidad para cada tipo de hueco por medio del análisis de rangos extensivos. La máquina accionada mediante este motor es una bomba que impulsa agua y que presenta un par resistente cuadrático. En todos los casos, la máquina se encuentra en condiciones nominales cuando se produce el hueco.

Máquina seleccionada

Para realizar estos análisis se ha elegido la máquina de inducción de 75 kW, cuyas medidas experimentales se registran en la sección 5.2.1. En la Tabla 9.1 se registran los parámetros de esta máquina, para los modelos de doble jaula y jaula sencilla, los cuales se han estimado con la técnica TST y se registran previamente en la Tabla 6.17 y Tabla 6.13, respectivamente.

9.2 Influencia del Punto de Onda Inicial del hueco

En esta sección se estudia la influencia del punto de onda inicial del hueco de tensión sobre tres variables: picos de intensidad, picos de par y pérdida de velocidad de la máquina.

9.2.1 Picos de intensidad

La Fig. 9.1 muestra el valor de los picos de intensidad, i_{pico} , observados en la máquina de inducción de 75 kW cuando es sometida a 280 huecos de tensión con las siguientes características $i_{\text{pico}}(h = 0.1, \Delta t = 5.5 \text{ ciclos}, 0^\circ \leq \psi_i \leq 180^\circ, q = [A, B, C, D, E, F \text{ y } G])$:

- 40 huecos para cada tipología ($q = A, B, C, D, E, F \text{ y } G$)
- diferente punto de onda inicial, en el rango: $0 \leq \psi_i \leq 180^\circ$
- igual profundidad, $h = 10\%$
- igual duración $\Delta t = 5.5$ ciclos.

Los valores de la Fig. 9.1 han sido calculados utilizando el modelo de doble jaula. La línea continua representa los picos de intensidad obtenidos en la zona Dh y la línea punteada representa los picos de intensidad para cada hueco obtenidos en la zona Fh. La máquina analizada no está conectada a tierra, por lo cual los huecos tipo E tienen efectos idénticos que los huecos tipo G, como se muestra en la Fig. 9.1.

La Fig. 9.2 muestra los picos de intensidad obtenidos cuando la máquina es sometida a iguales condiciones: $i_{\text{pico}}(h = 0.1, \Delta t = 5.5 \text{ ciclos}, 0^\circ \leq \psi_i \leq 180^\circ, q = [A, B, C, D, E, F \text{ y } G])$.

La diferencia radica en que para este caso se ha utilizado el modelo de jaula sencilla para representar el comportamiento de la máquina de inducción analizada.

Los resultados generales, respecto a la variación del punto de onda inicial del hueco de tensión sobre los picos de intensidad, son comunes a ambos modelos. Esto es:

- Los huecos tipo A no presentan influencia significativa en los valores de los picos de intensidad.
- Los huecos tipos B, D y F presentan picos de intensidad más altos cuando el punto de onda inicial se encuentra en 90° o en proximidades a este valor. En contraste, los picos menos altos fueron observados en $\psi_i = 0^\circ$.
- Los huecos tipos C, E y G presentan los picos más altos de intensidad cuando el valor del punto de onda inicial se encuentra en 0° (o 180°). Los picos menos altos fueron observados en $\psi_i = 90^\circ$.

Los resultados particulares muestran que para todos los casos el modelo de doble jaula presenta valores más altos de picos de intensidad que el modelo de jaula sencilla.

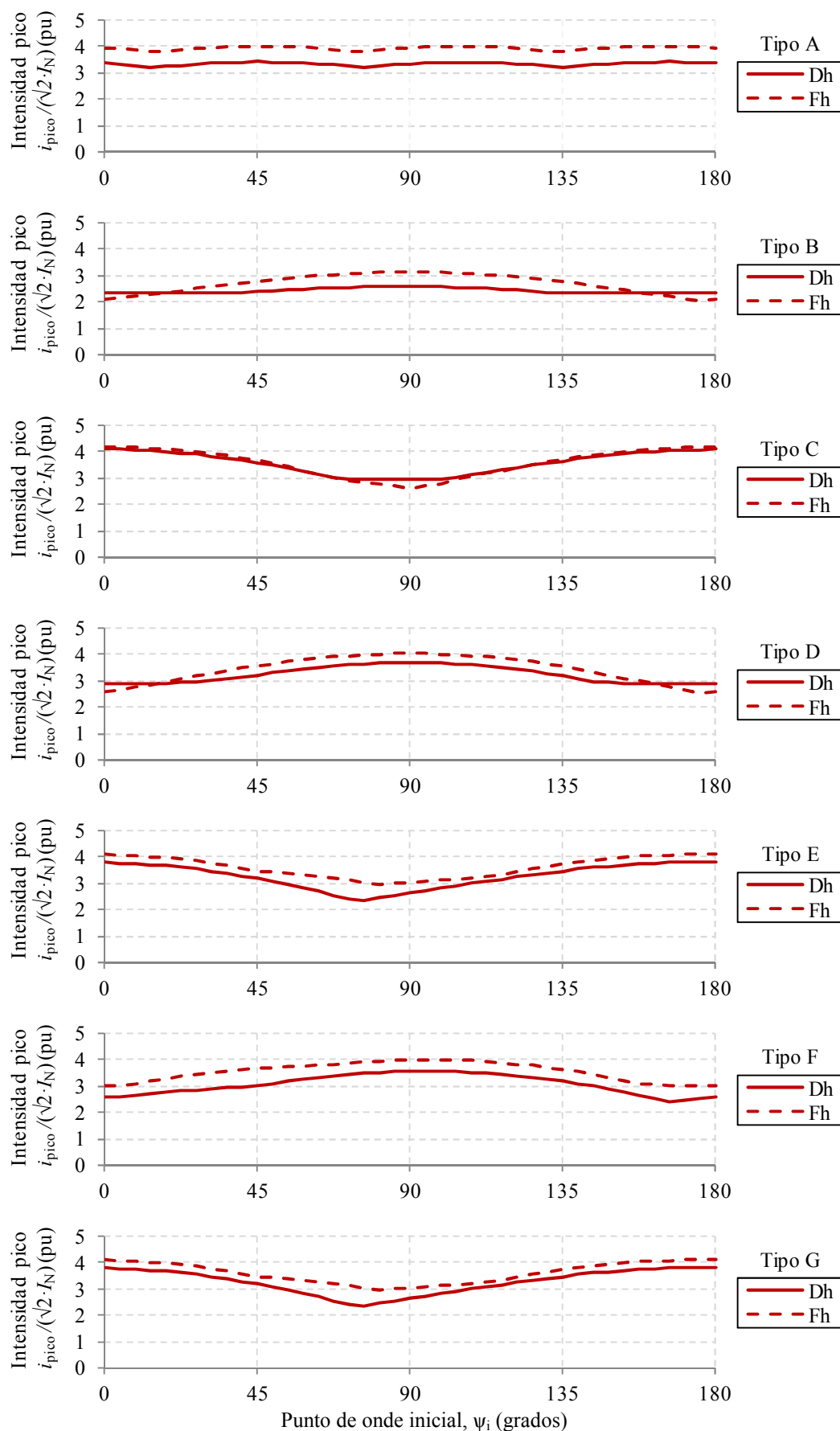


Fig. 9.1 Intensidad pico (pu), calculada con 41 huecos de tensión para cada tipología $q = A, B, C, D, E, F$ y G , cada hueco con diferente punto de onda inicial ($0 \leq \psi_i \leq 180^\circ$), profundidad $h = 0.1$ y duración, $\Delta t = 5.5$ ciclos, en las zonas de funcionamiento Dh y Fh, utilizando el modelo de doble jaula.

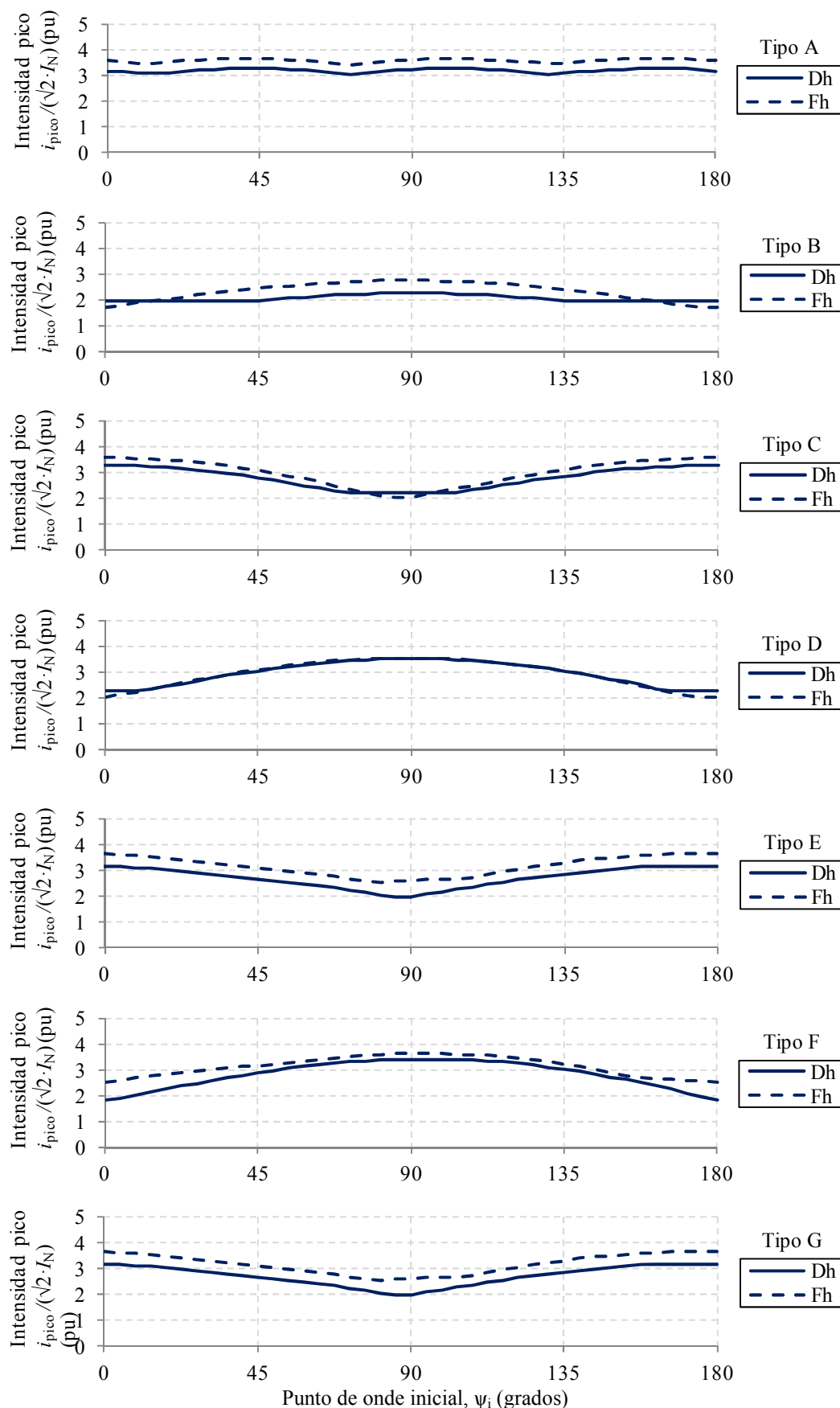


Fig. 9.2 Intensidad pico (pu), calculada con 41 huecos de tensión para cada tipología $q = A, B, C, D, E, F$ y G , cada hueco con diferente punto de onda inicial ($0 \leq \psi_i \leq 180^\circ$), profundidad $h = 0.1$ y duración, $\Delta t = 5.5$ ciclos, en las zonas de funcionamiento Dh y Fh, utilizando el modelo de jaula sencilla.

9.2.2 Picos de par

Los picos de par, Γ_{pico} , observados cuando la máquina analizada es sometida a las condiciones anteriores, son mostrados en la Fig. 9.3. En este caso dicho cálculo se ha realizado utilizando el modelo de doble jaula.

La Fig. 9.4 muestra los valores Γ_{pico} obtenidos cuando se utiliza el modelo de jaula sencilla para representar el comportamiento de la máquina.

Los picos de par, con las condiciones mencionadas, se representan como:

$$\Gamma_{\text{pico}}(h = 0.1, \Delta t = 5.5 \text{ ciclos}, 0^\circ \leq \psi_i \leq 180^\circ, q = [A, B, C, D, E, F \text{ y } G]).$$

En la Fig. 9.3 y Fig. 9.4, la línea continua representa los picos de par obtenidos en la zona Dh y la línea punteada representa los picos de par, para cada hueco, obtenidos en la zona Fh.

En este caso, la influencia del punto de onda inicial del hueco (ψ_i) sobre los picos de par presenta resultados que son comunes a los modelos de doble jaula y jaula sencilla. Los efectos observados son similares al efecto de ψ_i sobre los picos de intensidad.

Características comunes a ambos modelos:

- Los huecos tipo A (simétricos) no presentan diferencia significativa en los valores de los picos de par con la variación de ψ_i en ninguna de las zonas analizadas (Dh o Fh).
- En la zona Dh, los huecos tipos B, D y F (asimétricos) presentan picos de par más altos cuando el punto de onda inicial se encuentra en las proximidades del valor $\psi_i = 90^\circ$. Los picos menos altos fueron observados en $\psi_i = 0^\circ$.
- En la zona Dh, los huecos tipos C, E y G (asimétricos) presentan los picos más altos de intensidad cuando el valor de $\psi_i = 0^\circ$. Los picos menos altos fueron observados en $\psi_i = 90^\circ$.
- Para las tipologías A, B, C y D, los picos de par más elevados se presentaron en la zona transitoria Dh.
- Para las tipologías E, F y G, los picos de par más elevados se presentaron en ambas zonas (Dh y Fh), dependiendo del valor de ψ_i .
- En este caso, los valores de picos de par observados en la zona Fh no presentan influencia con la variación de ψ_i .
- Debido a que la máquina tiene conexión aislada de tierra, los efectos de los picos de par de los huecos tipo E son idénticos a los efectos de los huecos tipo G, sobre los picos de par (así como sobre los picos de intensidad).

Para todas las tipologías el modelo de doble jaula presenta valores muy similares de picos de par que el modelo de jaula sencilla.

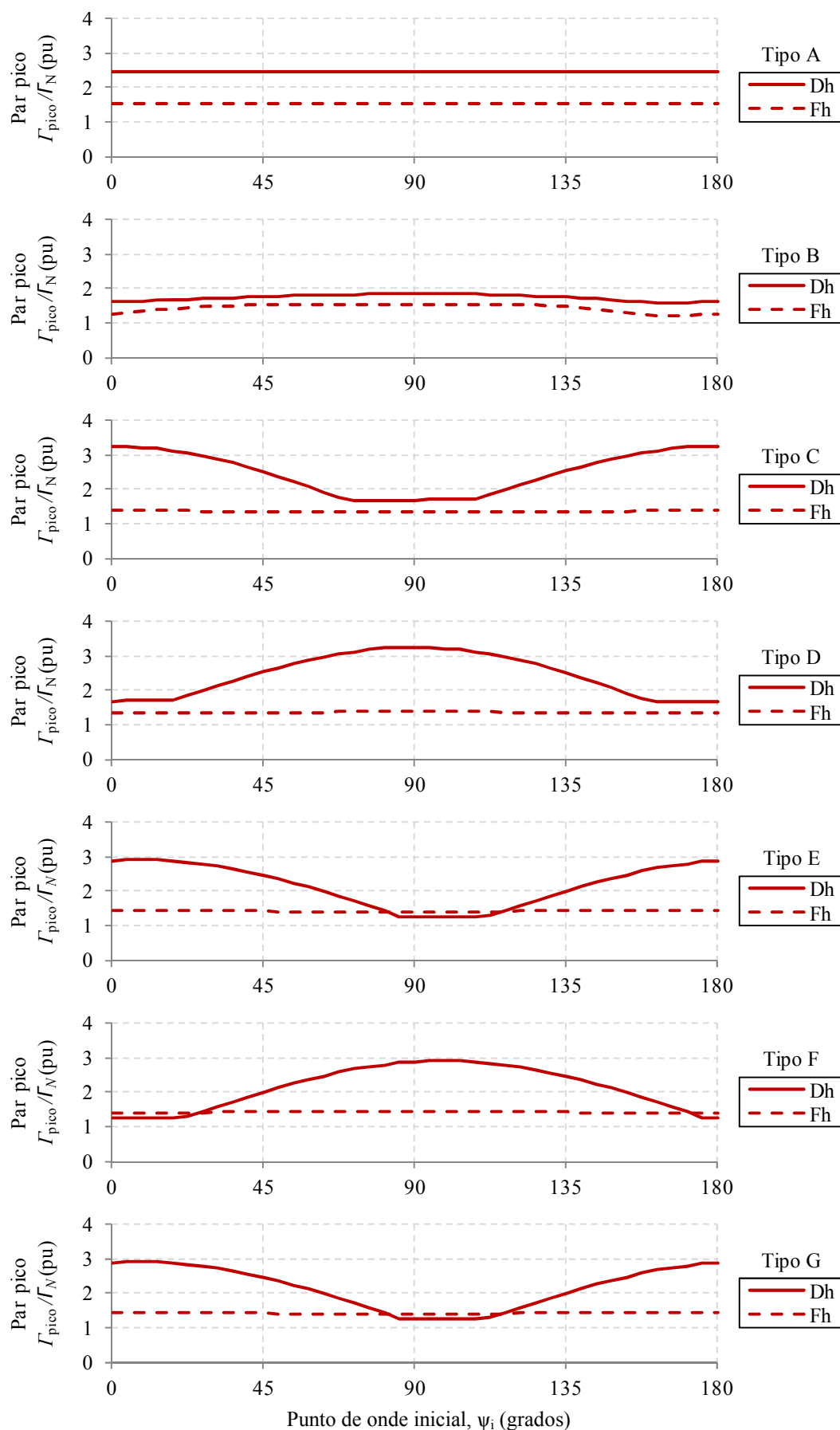


Fig. 9.3 Par pico (pu), calculado con el modelo de doble jaula para 41 huecos de tensión con tipologías $q = A, B, C, D, E, F$ y G , profundidad $h = 0.1$, duración $\Delta t = 5.5$ ciclos y diferente punto de onda inicial ($0 \leq \psi_i \leq 180^\circ$), en las zonas de funcionamiento Dh y Fh.

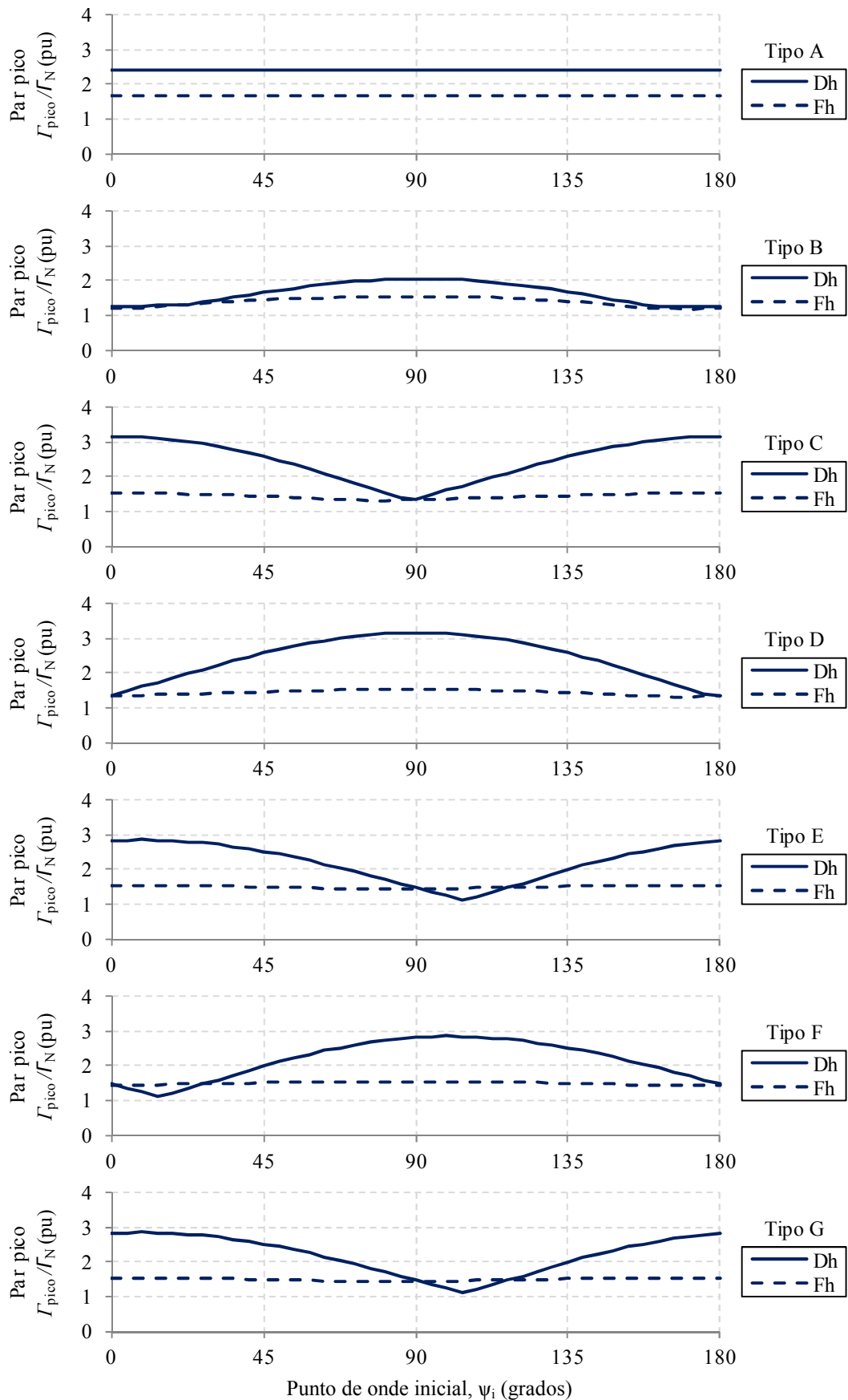


Fig. 9.4 Par pico (pu), calculado con el modelo de jaula sencilla para 41 huecos de tensión con tipologías $q = A, B, C, D, E, F$ y G , profundidad $h = 0.1$, duración $\Delta t = 5.5$ ciclos y diferente punto de onda inicial ($0 \leq \psi_i \leq 180^\circ$), en las zonas de funcionamiento Dh y Fh.

9.2.3 Pérdida de velocidad

En este caso se analiza la influencia del punto de onda inicial sobre la pérdida de velocidad de la máquina, por medio del registro de los picos mínimos de velocidad (9.6) en las mismas condiciones:

$$\omega_{\text{pico}} (h = 0.1, \Delta t = 5.5 \text{ ciclos}, 0^\circ \leq \psi_i \leq 180^\circ, q = [A, B, C, D, E, F \text{ y } G])$$

La Fig. 9.5 muestra los picos mínimos de velocidad obtenidos cuando se utiliza en modelo de doble jaula para representar el comportamiento de la máquina de inducción. La línea continua representa los picos mínimos de velocidad obtenidos en la zona Dh (durante el hueco) y la línea punteada representa los picos de mínimos de velocidad obtenidos en la zona Fh (tras la recuperación del hueco).

Para el caso de una duración $\Delta t = 5.5$ ciclos, no se obtiene una variación significativa en la velocidad de la máquina en función del punto de onda inicial. Para todas las tipologías y todos los valores de ψ_i , los picos mínimos de velocidad tuvieron valores aproximados de $0.10 \omega_N$.

Cuando se realizó el mismo cálculo utilizando el modelo de jaula sencilla, los valores de los picos de velocidad en función del punto de onda inicial del hueco fueron muy similares, mostrando variación poca o nula, independientemente del tipo de hueco.

Por otro lado, la magnitud de dichos picos mínimos de velocidad fue idéntica utilizando tanto el modelo de doble jaula como el de jaula sencilla. Por lo cual no se han mostrado estos datos.

Estos resultados permiten concluir que el punto de onda inicial no tiene efectos significativos en la pérdida de velocidad de la máquina, independientemente del modelo utilizado o la tipología del hueco analizado.

9.2.4 Resumen

El punto de onda inicial tiene grandes y similares efectos sobre los picos de intensidad y de par, cuando el tipo de hueco es asimétrico. Sin embargo, cuando el hueco es simétrico el punto de onda inicial no tiene efectos significativos sobre las variables analizadas.

El punto de onda inicial no tiene efectos significativos en la pérdida de velocidad de la máquina independientemente del modelo y la tipología del hueco analizado.

Los resultados de la influencia del punto de onda inicial son muy similares cuando se utilizan los modelos de doble jaula y jaula sencilla para la máquina de inducción. Sin embargo el modelo de doble jaula presenta valores más elevados en los picos de intensidad que el modelo de jaula sencilla.

En síntesis, la Tabla 9.2 muestra los valores del punto de onda inicial, ψ_i , en los cuales se observaron los efectos más severos (más desfavorables) para los picos de intensidad y par, en función del tipo de hueco.

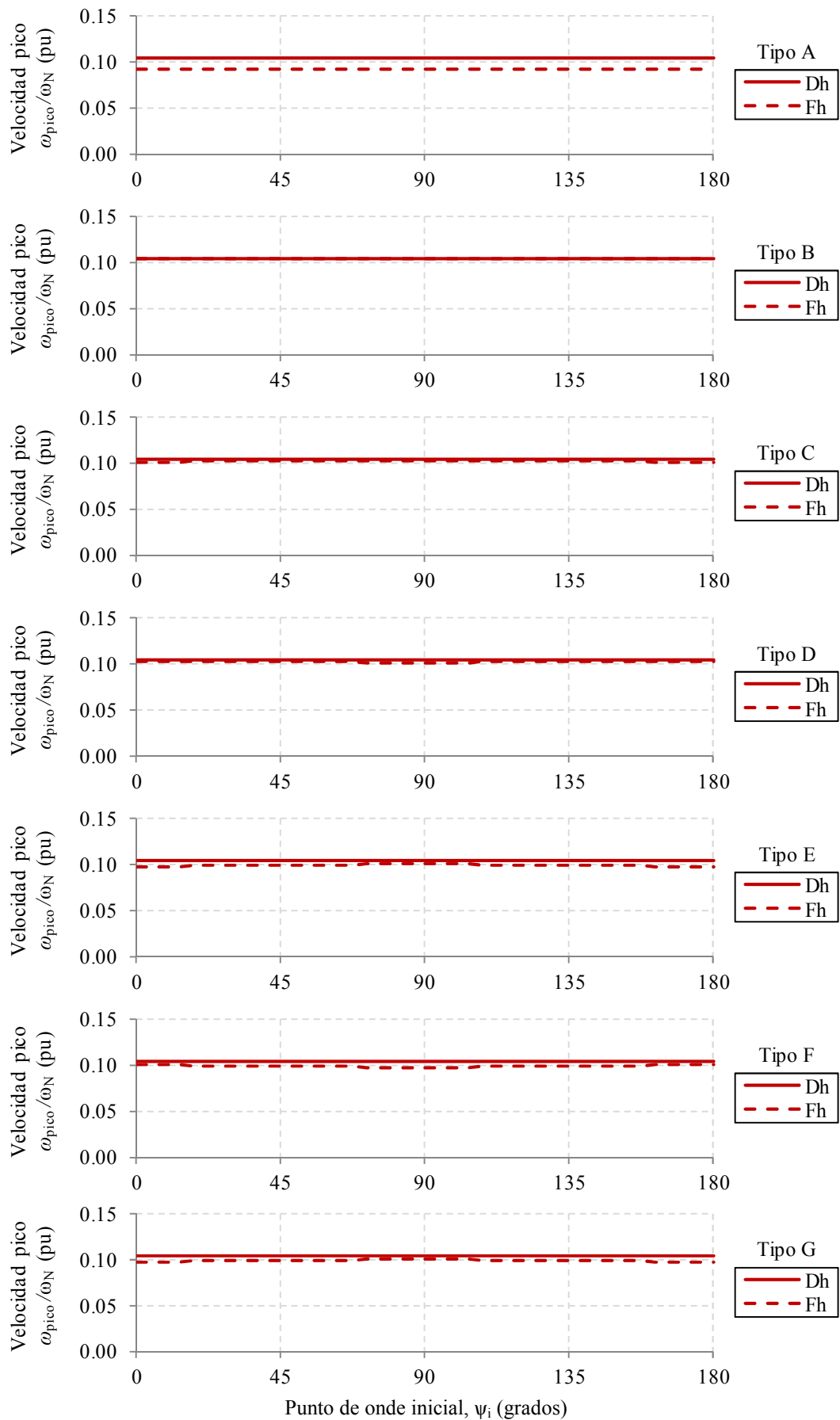


Fig. 9.5 Picos mínimos de velocidad (pu), calculados con el modelo de doble jaula para 41 huecos de tensión con tipologías $q = A, B, C, D, E, F$ y G , profundidad $h = 0.1$, duración $\Delta t = 5.5$ ciclos y diferente punto de onda inicial ($0 \leq \psi_i \leq 180^\circ$), en las zonas de funcionamiento Dh y Fh.

Tabla 9.2 Punto de onda inicial más desfavorable para los modelos de doble jaula y jaula sencilla

Tipo de hueco		ψ_i más desfavorable
Simétricos	A	No afecta
Asimétricos	B, D y F	90°
	C, E y G	0°

9.3 Influencia de la Duración del Hueco

Una vez obtenido el valor del punto de onda inicial más desfavorable para cada tipo de hueco se procedió a determinar la influencia de la duración del hueco en las variables analizadas. En esta sección no se determina la relación entre la duración del hueco y la pérdida de velocidad ya que, naturalmente, ésta disminuye cuanto mayor sea dicha duración.

La duración del hueco ya fue mencionada anteriormente y se ha definido como en (8.103). En este caso, se utilizará la definición propuesta para cargas sensibles a la periodicidad de la duración:

$$\Delta t = d \cdot T + \delta t \tag{9.10}$$

Donde T es el período (1/f), d se tomará como un número entero positivo para representar el número de ciclos (períodos enteros) que tiene la duración y a la parte fraccionaria de la duración, δt , se le ha asignado el valor:

$$\delta t = \frac{T}{32} \tag{9.11}$$

De esta manera se puede elegir una duración entera en ciclos d, y una parte fraccionaria múltiplo de (9.11); por ejemplo, si d = 1 y a δt se le asignan 3 valores: 0, T/32 y 2T/32, entonces $\Delta t = d \cdot T + \delta t$ tendrá los valores: T, (33/32) T, (34/32) T.

Para el análisis de la influencia de la duración se han elegido:

- 3 valores de d, correspondientes a d = 1, d = 10 y d = 100, y
- 32 valores para δt , correspondientes a $\delta t = 0, T/32, 2T/32, \dots, 31T/32$.

Esto es: para d = 1 (ciclo entre 1 y 2), los valores de la parte fraccionaria de la duración (δt) serán 0, T/32, 2T/32, ..., 31T/32; por tanto, las 32 duraciones resultantes serán $\Delta t = T, (33/32) T, (34/32) T, \dots, (63/32) T$. De igual manera sucede para d = 10 (ciclo entre 10 y 11) y para d = 100 (ciclo entre 100 y 101). De esta manera se generan 32 duraciones fraccionarias para cada uno de 3 los ciclos seleccionados: d = 1, 10 y 100, permitiendo analizar 96 huecos para cada tipología, resultando en 672 huecos analizados en total.

Las notaciones para los picos de intensidad y de par utilizadas para el análisis de la influencia de la duración del hueco son:

$$i_{\text{pico}}(h = 0.1, d \cdot T \leq \Delta t \leq (d + 1)T, \psi_i, q = [A, B, C, D, E, F \text{ y } G])$$

$$\Gamma_{\text{pico}}(h = 0.1, d \cdot T \leq \Delta t \leq (d + 1)T, \psi_i, q = [A, B, C, D, E, F \text{ y } G])$$

El valor del punto de onda inicial, ψ_i , se tomará como el más desfavorable en función del tipo de hueco analizado. Los resultados de la Tabla 9.2 son utilizados para determinar esta dependencia.

Como ejemplo: la notación para el pico de intensidad provocado por un hueco tipo B de profundidad $h = 10\%$, duración del ciclo, asignando $d = 1$ y con el punto de onda inicial (ψ_i) más desfavorable es: $i_{\text{pico}}(h = 0.1, \Delta t = 1 \text{ ciclo}, \psi_i = 90^\circ, q = B)$

Para todos los casos analizados en este apartado, la profundidad h tendrá el valor de 10% ($h = 0.1$), con el fin de analizar únicamente el efecto de la duración del hueco.

El análisis se realiza para todos los tipos de huecos, sin embargo, debido a que el hueco tipo E presenta los mismos resultados que el hueco tipo G (ya que la máquina no tiene conexión a tierra) sólo se graficarán los picos de intensidad y par correspondientes al hueco tipo E.

En este caso también se realiza el análisis en las dos zonas Dh y Fh.

9.3.1 Picos de intensidad

La Fig. 9.6 muestra tres gráficas con los picos de intensidad observados en la máquina de inducción, cuando ésta es sometida a diferentes **huecos Tipo A**, en las zonas (a) Dh y (b) Fh; la Fig. 9.6 (c) muestra el valor máximo entre las dos zonas. Para este análisis se ha utilizado el modelo de doble jaula.

En esta figura se han calculado los tres rangos de duración mencionados: $d = 1$ representa las 32 duraciones entre 1 y 2 ciclos; $d = 10$ representa las 32 duraciones entre 10 y 11 ciclos y $d = 100$, representa las 32 duraciones entre 100 y 101 ciclos (96 huecos en total), cuya representación es:

$$d = 1 \quad \Rightarrow \quad i_{\text{pico}}(0.1, T + \delta t, 0^\circ, A)$$

$$d = 10 \quad \Rightarrow \quad i_{\text{pico}}(0.1, 10 \cdot T + \delta t, 0^\circ, A)$$

$$d = 100 \quad \Rightarrow \quad i_{\text{pico}}(0.1, 100 \cdot T + \delta t, 0^\circ, A)$$

Se puede observar que en la zona Dh los picos de intensidad permanecen sin variaciones notables, independientemente del valor de δt . En la zona Fh, los picos de intensidad son más grandes que en la zona Dh; además, para duraciones pequeñas ($d = 1$) los picos de intensidad son mayores que para las duraciones $d = 10$ y $d = 100$ cuando $\delta t > 0.3$.

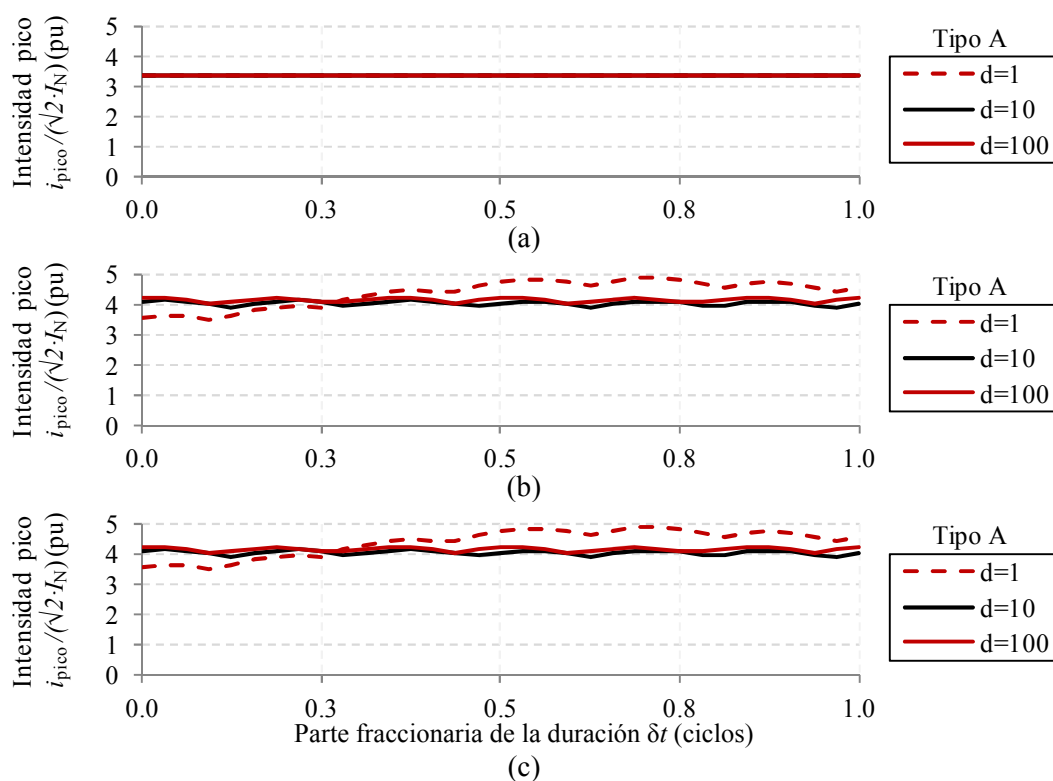


Fig. 9.6 Picos de intensidad (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra) y $d = 100$ (línea roja), para $q = A$ y modelo de doble jaula.

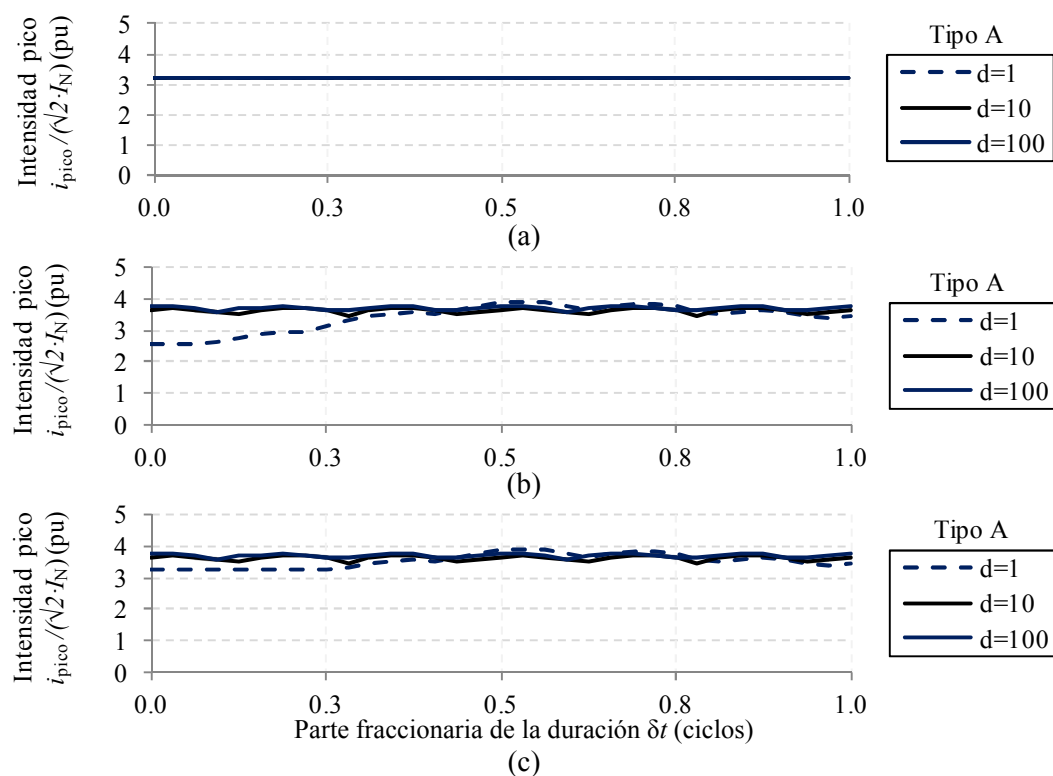


Fig. 9.7 Picos de intensidad (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea azul), para $q = A$ y modelo de jaula sencilla.

La Fig. 9.6 (c) muestra que los picos más altos de intensidad se observan en la zona Fh.

La Fig. 9.7 muestra que para duraciones pequeñas ($d = 1$) y $\delta t < 0.3$, los picos máximos se dan en la zona Dh y para duraciones más grandes y $\delta t > 0.3$, los picos más altos de intensidad se observan en la zona Fh. muestra los resultados de este análisis cuando se utiliza el modelo de jaula sencilla. En todos los casos el modelo de doble jaula presenta valores de picos de intensidad mayores que los presentados por el modelo de jaula sencilla.

La Fig. 9.8 muestra tres gráficas con los picos de intensidad en función de la duración, generados cuando la máquina se somete a **huecos Tipo B**, en las zonas (a) Dh, durante el hueco, (b) Fh, tras la recuperación del hueco y (c) Ambas zonas, mostrando el valor máximo en las dos zonas de influencia.

Como en el caso anterior, las gráficas se diferencian por su gama de duraciones: $d = 1$ representa las 32 duraciones entre 1 y 2 ciclos; $d = 10$ representa las 32 duraciones entre 10 y 11 ciclos y $d = 100$, representa las 32 duraciones entre 100 y 101 ciclos.

$$\begin{aligned} d = 1 &\Rightarrow i_{\text{pico}}(0.1, T + \delta t, 90^\circ, B) \\ d = 10 &\Rightarrow i_{\text{pico}}(0.1, 10 \cdot T + \delta t, 90^\circ, B) \\ d = 100 &\Rightarrow i_{\text{pico}}(0.1, 100 \cdot T + \delta t, 90^\circ, B) \end{aligned}$$

Los valores de la Fig. 9.8 se han calculado con el modelo de doble jaula.

Los picos de intensidad más elevados se encuentran en la zona Fh. También se observa que los valores máximos de picos de intensidad se obtienen en $\delta t = 0.5$.

La Fig. 9.9 muestra este análisis cuando el par de la máquina se representa con el modelo de jaula sencilla. De igual manera que con el modelo de doble jaula, el valor máximo de picos de intensidad se presenta en la zona Fh y cuando la parte fraccionaria de la duración es 0.5.

Los efectos de la duración de los huecos tipo B sobre los picos de intensidad son independientes y comunes al tipo de modelo utilizado, sin embargo cabe destacar que el modelo de doble jaula presenta valores más elevados en los picos de intensidad respecto al modelo de jaula sencilla para todos los casos.

La Fig. 9.10 muestra tres gráficas con los picos de intensidad en función de la duración, generados cuando la máquina se somete a **huecos Tipo C**, en las zonas (a) Dh, durante el hueco, (b) Fh, tras la recuperación del hueco y (c) Ambas zonas, mostrando el valor máximo en las dos zonas de influencia. Como en el caso anterior, las gráficas se diferencian por su gama de duraciones: $d = 1$, entre 1 y 2 ciclos; $d = 10$, entre 10 y 11 ciclos y $d = 100$, duraciones entre 100 y 101 ciclos.

$$\begin{aligned} d = 1 &\Rightarrow i_{\text{pico}}(0.1, T + \delta t, 0^\circ, C) \\ d = 10 &\Rightarrow i_{\text{pico}}(0.1, 10 \cdot T + \delta t, 0^\circ, C) \\ d = 100 &\Rightarrow i_{\text{pico}}(0.1, 100 \cdot T + \delta t, 0^\circ, C) \end{aligned}$$

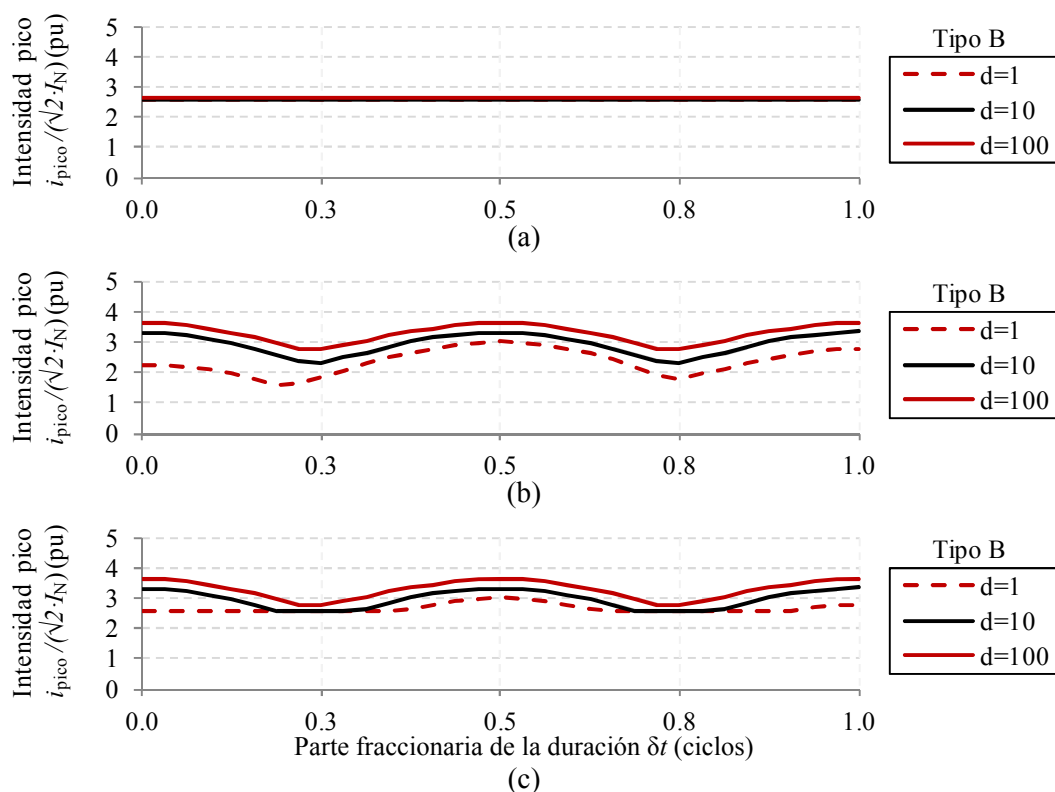


Fig. 9.8 Picos de intensidad (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea roja), y $q = B$. Modelo de doble jaula.

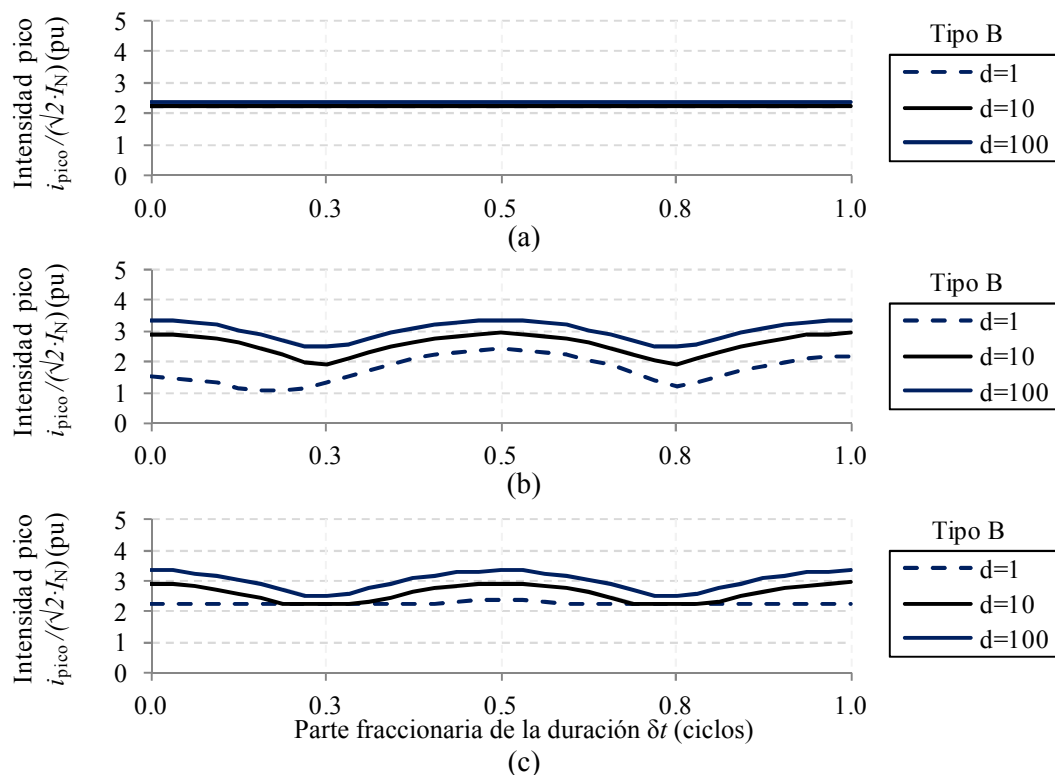


Fig. 9.9 Picos de intensidad (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea azul) y $q = B$. Modelo de jaula sencilla.

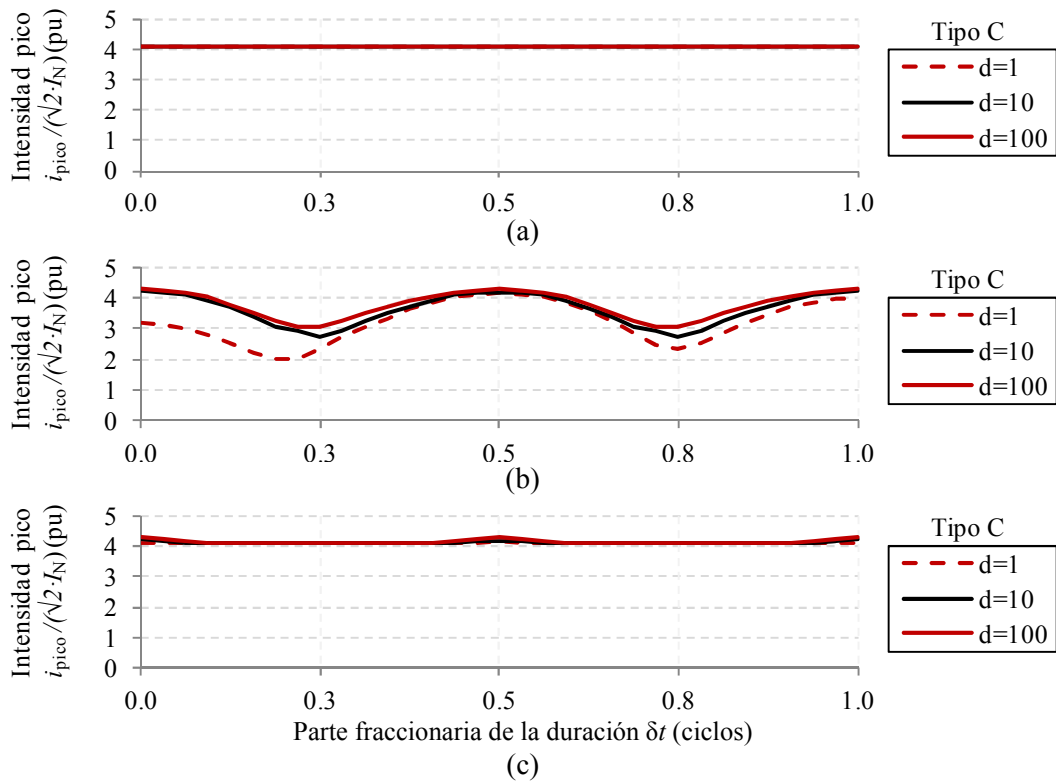


Fig. 9.10 Picos de intensidad (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea roja), para $q = C$ y modelo de doble jaula.

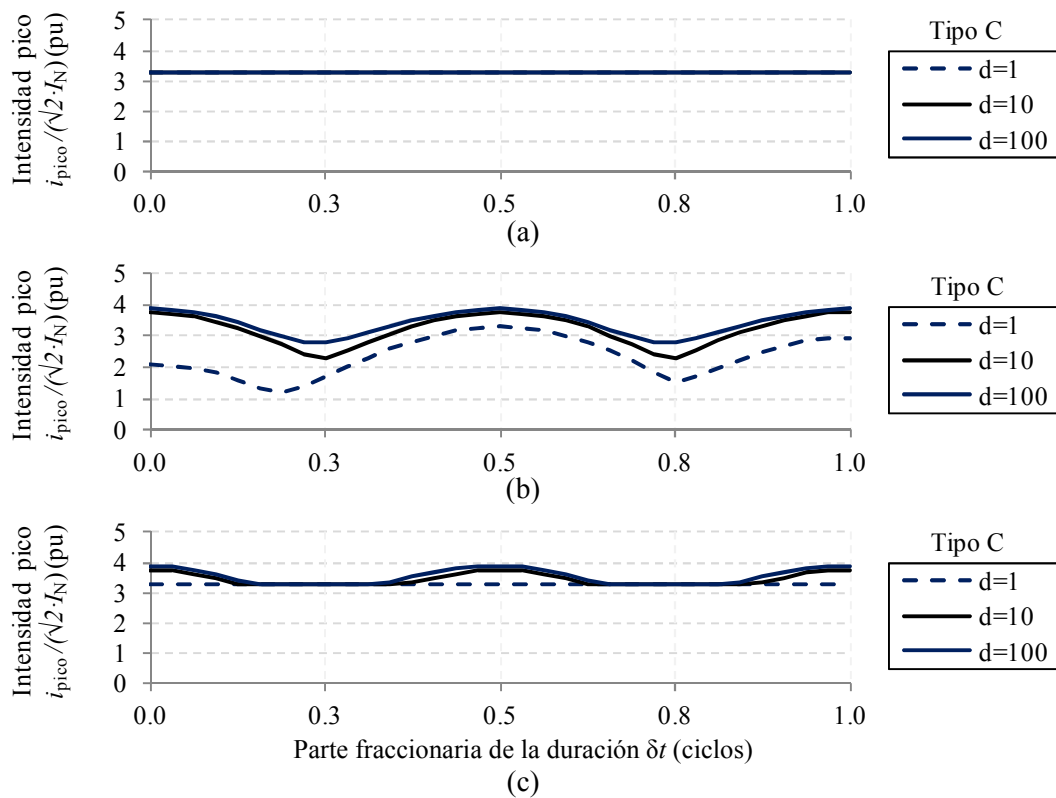


Fig. 9.11 Picos de intensidad (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea azul), para $q = C$ y modelo de jaula sencilla.

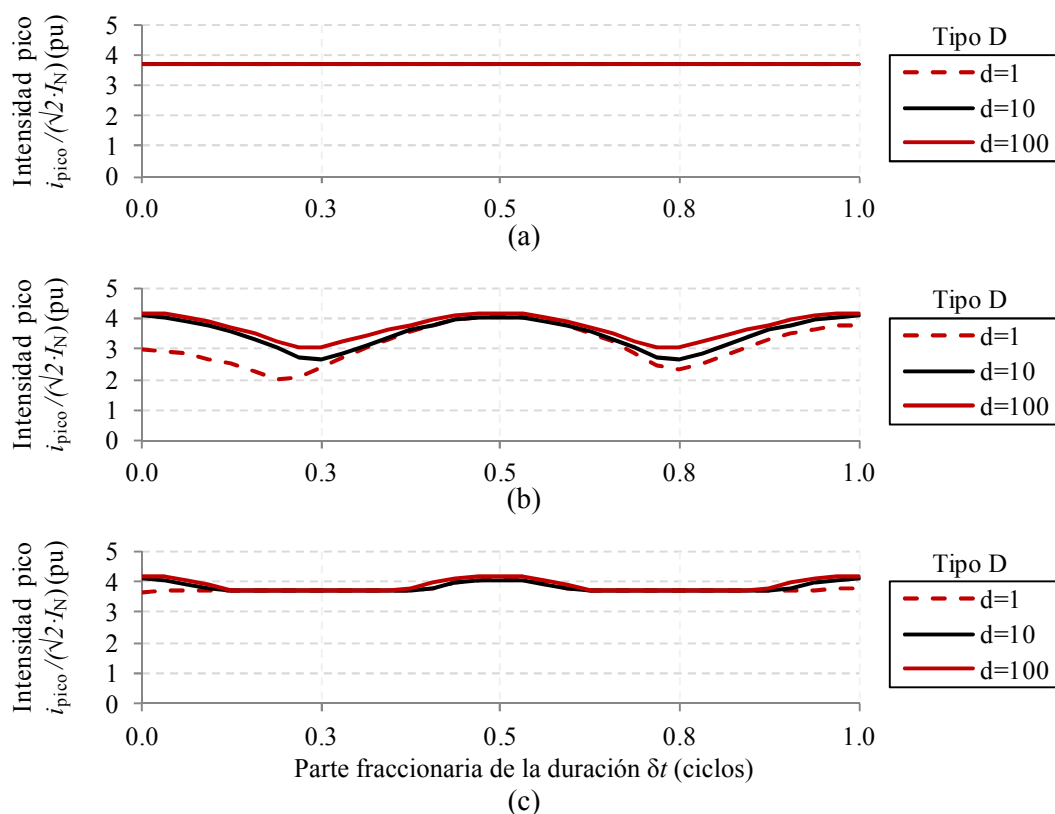


Fig. 9.12 Picos de intensidad (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea roja), para $q = D$ y modelo de doble jaula.

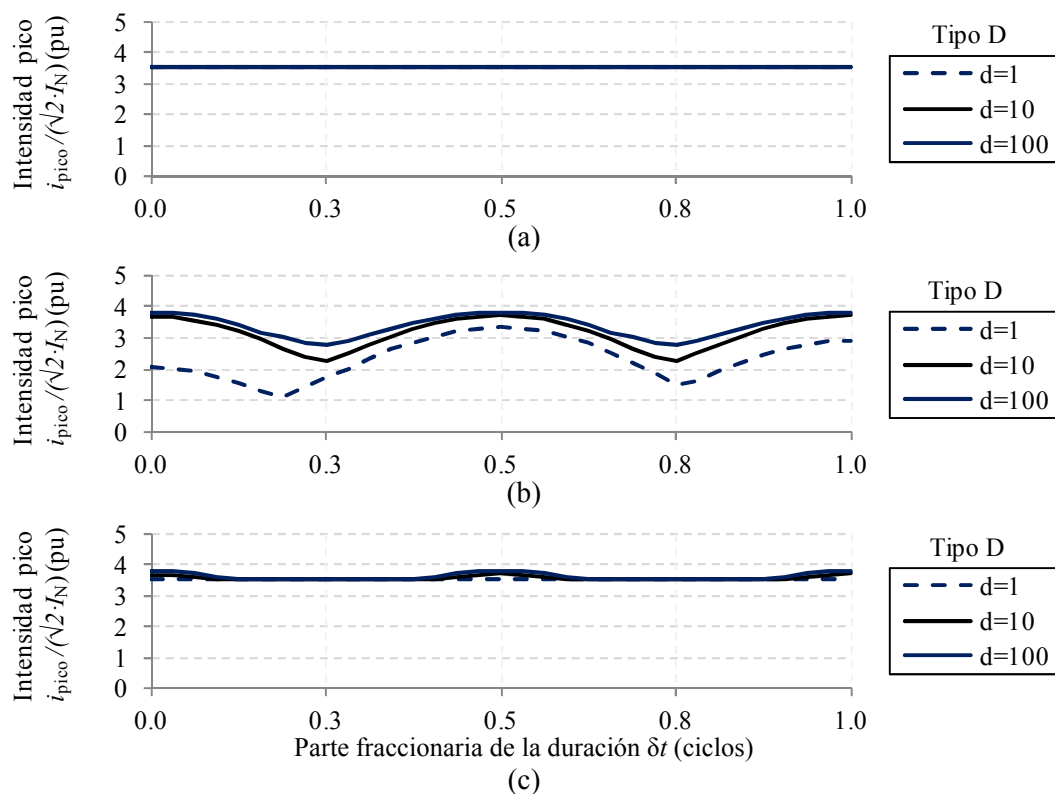


Fig. 9.13 Picos de intensidad (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea azul), para $q = D$ y modelo de jaula sencilla.

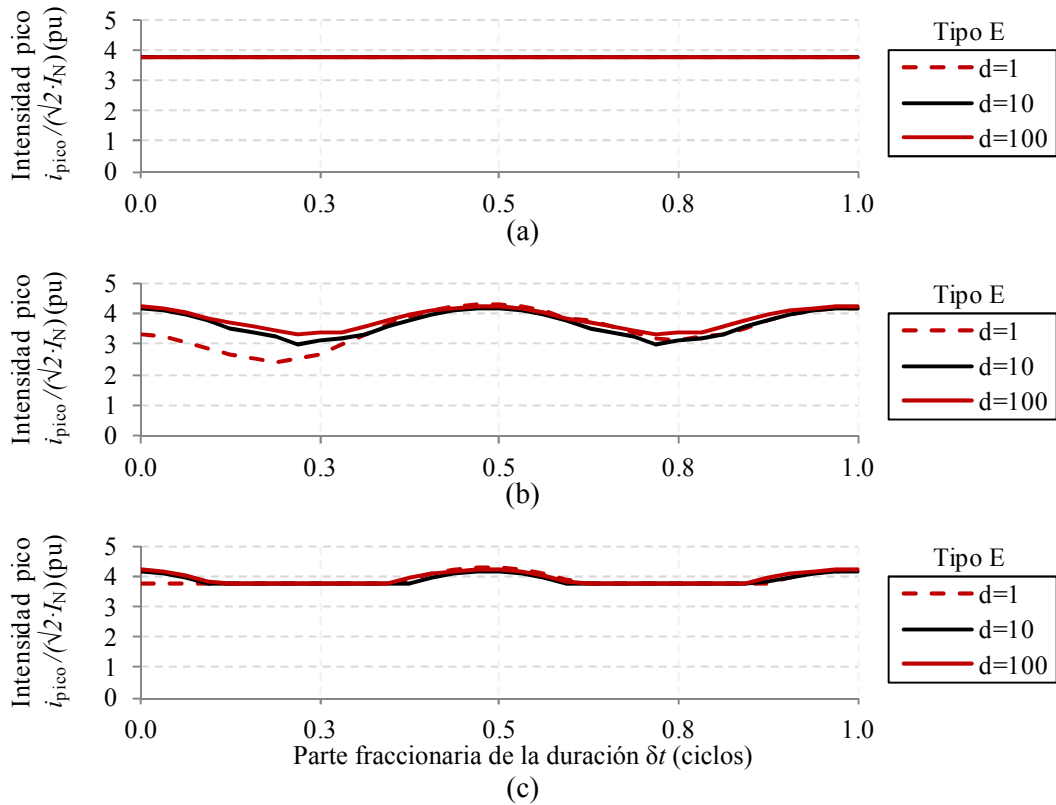


Fig. 9.14 Picos de intensidad (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea roja), para $q = E$ y modelo de doble jaula.

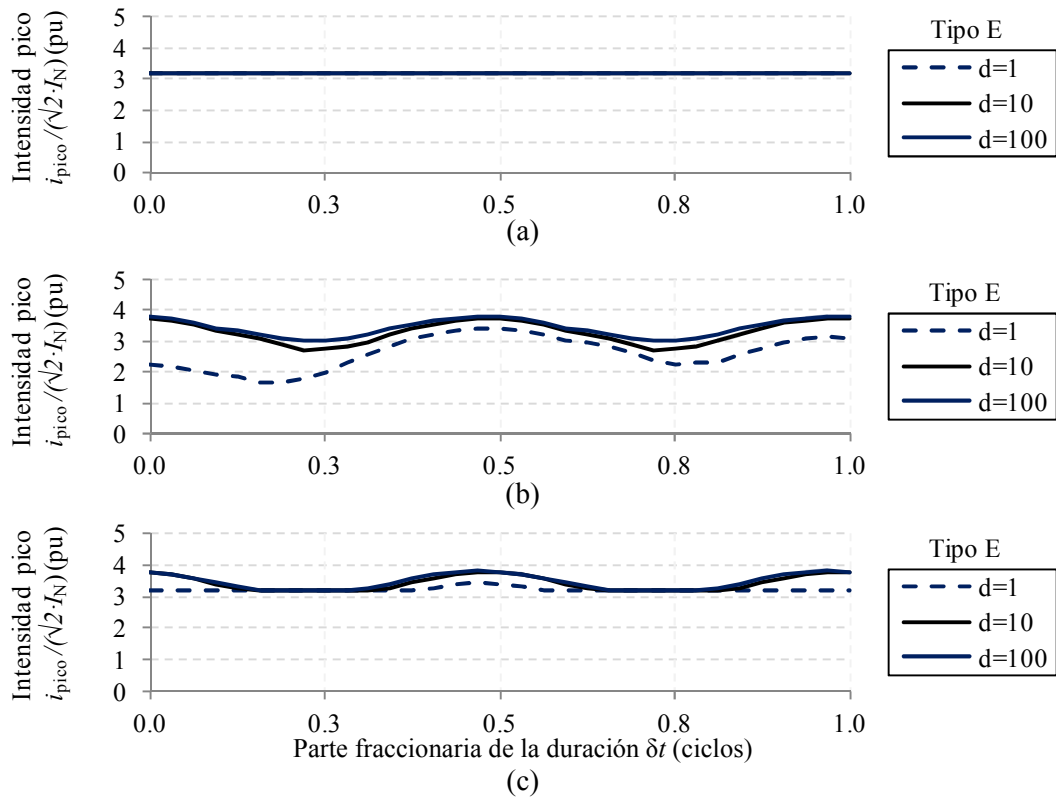


Fig. 9.15 Picos de intensidad (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea azul), para $q = E$ y modelo de jaula sencilla.

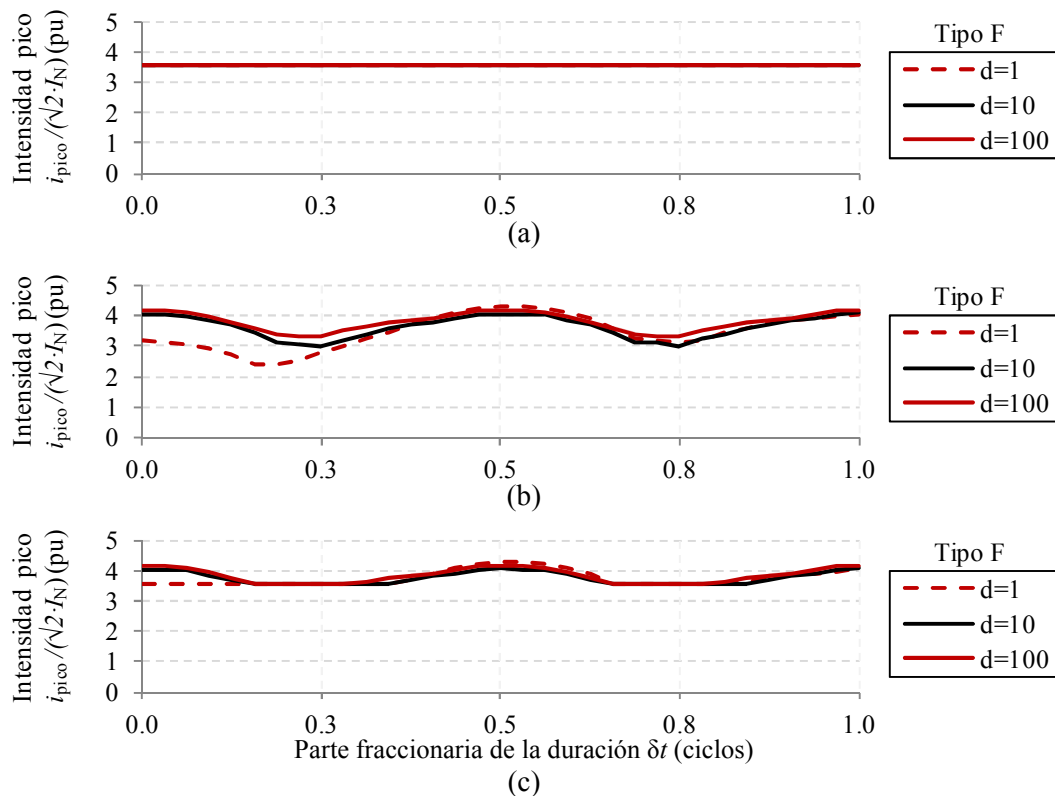


Fig. 9.16 Picos de intensidad (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; rangos de duración: $d = 1$ (línea punteada), desde 1 hasta 2 ciclos, $d = 10$ (línea negra), desde 10 hasta 11 ciclos, $d = 100$ (línea roja), desde 100 hasta 101

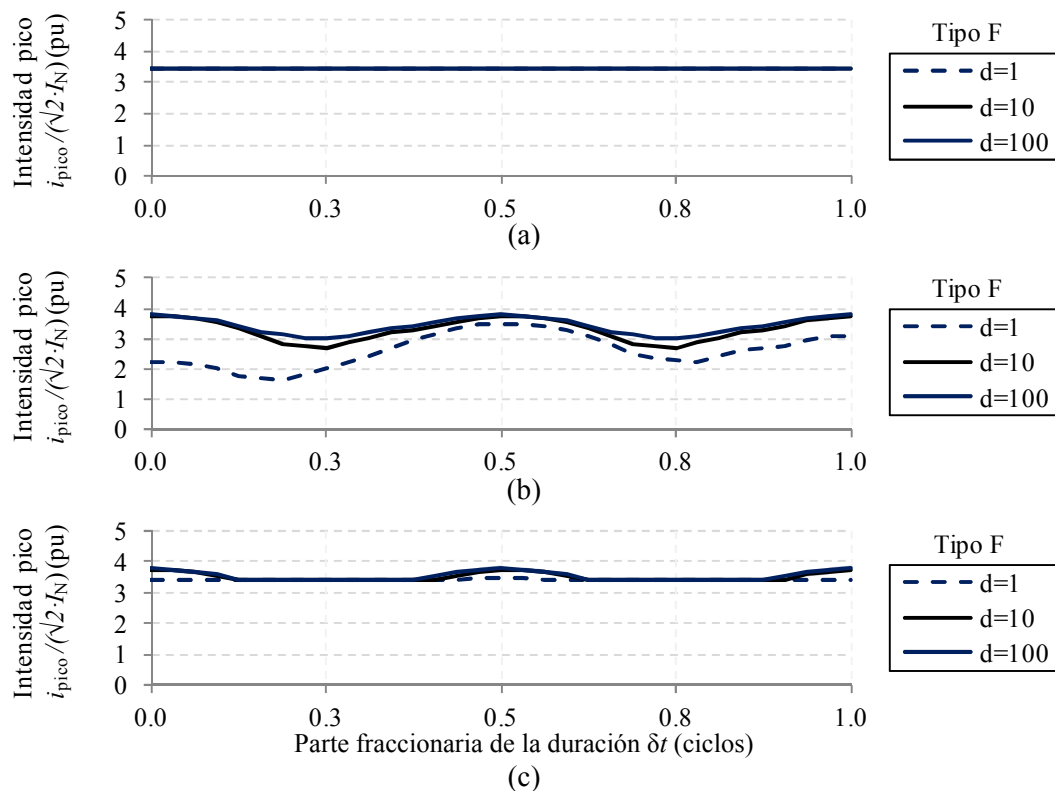


Fig. 9.17 Picos de intensidad (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; rangos de duración: $d = 1$ (línea punteada), desde 1 hasta 2 ciclos, $d = 10$ (línea negra), desde 10 hasta 11 ciclos, $d = 100$ (línea azul), desde 100 hasta 101

La Fig. 9.11 muestra tres gráficas con los picos de intensidad en función de la duración, generados cuando la máquina se somete a **huecos Tipo C**, en las zonas (a) Dh, durante el hueco, (b) Fh, tras la recuperación del hueco y (c) Ambas zonas, mostrando el valor máximo en las dos zonas de influencia. Como en el caso anterior, las gráficas se diferencian por su gama de duraciones: $d=1$, entre 1 y 2 ciclos; $d=10$, entre 10 y 11 ciclos y $d=100$, duraciones entre 100 y 101 ciclos. Estos cálculos se realizaron utilizando el modelo de jaula sencilla.

$$\begin{aligned} d=1 &\Rightarrow i_{\text{pico}}(0.1, T+\delta t, 0^\circ, C) \\ d=10 &\Rightarrow i_{\text{pico}}(0.1, 10\cdot T+\delta t, 0^\circ, C) \\ d=100 &\Rightarrow i_{\text{pico}}(0.1, 100\cdot T+\delta t, 0^\circ, C) \end{aligned}$$

La Fig. 9.12 muestra el análisis de los picos de intensidad en función de la duración, generados cuando la máquina se somete a **huecos Tipo D**, calculados con el modelo de doble jaula. El mismo estudio se realiza con el modelo de jaula sencilla y los picos observados se grafican en la Fig. 9.13.

Las tres gamas de duración para este caso se representan como:

$$\begin{aligned} d=1 &\Rightarrow i_{\text{pico}}(0.1, T+\delta t, 90^\circ, D) \\ d=10 &\Rightarrow i_{\text{pico}}(0.1, 10\cdot T+\delta t, 90^\circ, D) \\ d=100 &\Rightarrow i_{\text{pico}}(0.1, 100\cdot T+\delta t, 90^\circ, D) \end{aligned}$$

De manera similar a los resultados obtenidos con los huecos tipo C, en este caso los valores más altos de picos de intensidad se presentan en la zona Dh, excepto en el caso más desfavorable de la zona Fh, el cual se presenta en $\delta t = 0.5$. Los efectos generados utilizando el modelo de doble jaula presentan mayor severidad que el modelo de jaula sencilla.

La Fig. 9.14 muestra los picos de intensidad en función de la duración, generados cuando la máquina se somete a **huecos Tipo E**, calculados con el modelo de doble jaula. El mismo estudio se realiza con el modelo de jaula sencilla en la Fig. 9.15.

Las tres gamas de duración para este caso se representan como:

$$\begin{aligned} d=1 &\Rightarrow i_{\text{pico}}(0.1, T+\delta t, 0^\circ, E) \\ d=10 &\Rightarrow i_{\text{pico}}(0.1, 10\cdot T+\delta t, 0^\circ, E) \\ d=100 &\Rightarrow i_{\text{pico}}(0.1, 100\cdot T+\delta t, 0^\circ, E) \end{aligned}$$

La Fig. 9.16 muestra la influencia de la duración del hueco sobre los picos de intensidad, generados cuando la máquina se somete a **huecos Tipo F** y calculados con el modelo de doble jaula. La Fig. 9.17 muestra los picos de intensidad resultantes de utilizar el modelo de jaula sencilla.

Las tres gamas de duraciones para este caso, que dan lugar a los 96 huecos, se representan como:

$$d = 1 \Rightarrow i_{\text{pico}}(0.1, T + \delta t, 90^\circ, F)$$

$$d = 10 \Rightarrow i_{\text{pico}}(0.1, 10 \cdot T + \delta t, 90^\circ, F)$$

$$d = 100 \Rightarrow i_{\text{pico}}(0.1, 100 \cdot T + \delta t, 90^\circ, F)$$

Los picos de intensidad presentados cuando se utiliza el modelo de doble jaula son más severos que los presentados con el modelo de jaula sencilla.

Analizando los resultados obtenidos en las figuras anteriores se observa que los picos de intensidad más severos se encuentran cuando $\delta t = 0.5$ ciclos. Este valor proporciona el caso más desfavorable encontrado para la duración de todos los tipos de huecos, y será utilizado en la siguiente sección, donde se realizan cálculos masivos de huecos de tensión para evaluar el efecto de la profundidad en las variables analizadas. Debido a esto, las nuevas representaciones de dichas variables son:

$$\begin{aligned} i_{\text{pico}}(h, T(d+0.5), \psi_i, q) \\ \Gamma_{\text{pico}}(h, T(d+0.5), \psi_i, q) \end{aligned} \quad (9.12)$$

Cabe anotar, que dependiendo de las características del dispositivo sometido al hueco de tensión y del propio hueco de tensión, los valores más severos de los picos de intensidad pueden presentarse en la zona Dh o en la zona Fh, como se muestra en [67].

Diferencias entre los modelos

Para todos los casos, los picos de intensidad obtenidos con el modelo de doble jaula son mayores que los obtenidos con el modelo de jaula sencilla.

Tabla 9.3 Promedio de la diferencia entre los picos de intensidad del modelo de doble jaula y los picos de intensidad del modelo de jaula sencilla

Tipo de Hueco	Dh			Fh		
	$d = 1$	$d = 10$	$d = 100$	$d = 1$	$d = 10$	$d = 100$
A	0.11	0.11	0.11	0.99	0.43	0.47
B	0.30	0.30	0.24	0.60	0.37	0.28
C	0.79	0.79	0.79	0.86	0.43	0.36
D	0.16	0.16	0.16	0.79	0.35	0.32
E	0.62	0.62	0.62	0.89	0.37	0.39
F	0.14	0.14	0.14	0.86	0.35	0.37
G	0.62	0.62	0.62	0.89	0.37	0.39

Para determinar cuantitativamente la diferencia entre los picos de intensidad presentados por los modelos de doble jaula y jaula sencilla se calculó el promedio de la diferencia de los picos de intensidad de ambos modelos para cada tipología de hueco (q), en cada rango de duración ($d = 1, 10$ y 100) y para cada zona de transición analizada (D_h y F_h). Este promedio se muestra en la Tabla 9.3.

Algunas observaciones interesantes en este análisis son:

- En la zona D_h
 - La mayor diferencia entre los picos de intensidad se obtiene para los tipos de huecos C (0.79 pu).
 - Los huecos tipos E y G presentan una diferencia menor, pero igualmente significativa, 0.62 pu. Seguidos por los huecos tipo B (0.30 pu), los huecos tipo D (0.16 pu), los huecos tipo F (0.14 pu) y por último los huecos tipo A (0.11 pu). Para todos los casos los picos de intensidad con el modelo de doble jaula son mayores que para el modelo de jaula sencilla.
 - Las diferencias entre los picos de intensidad presentados por todos los tipos de huecos con los dos modelos, se mantienen constantes a pesar del cambio en la duración del hueco.
 - Se concluye que la diferencia entre los picos de intensidad obtenidos con los modelos mencionados son siempre mayores a 0.11 pu.
 - Los huecos tipo A presentan menor diferencia entre los resultados obtenidos con ambos modelos.

- En la zona F_h
 - Cuando la duración es más pequeña, es decir, cuando $d = 1$, la diferencia entre los picos de intensidad con el modelo de doble jaula y los picos con el modelo de jaula sencilla es más grande que para las demás duraciones: $d = 10$ y $d = 100$.
 - Para todos los tipos de huecos, las diferencias entre los picos de intensidad presentados por los dos modelos no tienen variaciones relevantes cuando las duraciones de los huecos son $d = 10$ y $d = 100$.
 - Para huecos con poca duración ($d = 1$), los tipos de huecos simétricos (tipo A) presentan mayor diferencia entre los picos de intensidad obtenidos con los modelos mencionados. Los tipos de huecos asimétricos presentan menor error.
 - Los huecos tipo B presentan menor diferencia entre los resultados obtenidos con ambos modelos.

9.3.2 Picos de par

En esta sección se analizan los efectos de la duración del hueco sobre los picos de par en una máquina de inducción cuando se somete a los huecos tipos A, B, C, D, E, F y G. En este caso, como con los picos de intensidad, los picos de par para los huecos tipo E y G son idénticos, por lo cual sólo se grafican únicamente los huecos tipo E.

De igual forma que en la sección anterior, se analizan tres rangos de duración: $d = 1$, para duraciones entre 1 y 2 ciclos, $d = 10$, para duraciones entre 10 y 11 ciclos y $d = 100$ para duraciones entre 100 y 101 ciclos, cada rango con 32 duraciones dentro del ciclo definidas por el valor de la parte decimal de la duración: δt . Esto genera 32 huecos por cada rango y tres rangos por cada tipo de hueco, obteniendo el cálculo de 96 huecos para cada tipología q . La profundidad utilizada es $h = 10\%$ y el punto de onda inicial se ha tomado como el más desfavorable en cada caso de acuerdo a la Tabla 9.2.

Los cálculos se han realizado con el modelo de doble jaula y jaula sencilla de la máquina de inducción, presentando iguales conclusiones a nivel general pero diferentes resultados cuantitativos.

La Fig. 9.18 muestra los picos de par obtenidos cuando la máquina es sometida a **huecos tipo A** (simétricos), utilizando el modelo de doble jaula para los cálculos.

Las tres gamas de duración para este caso se representan como:

$$\begin{aligned} d = 1 &\Rightarrow \Gamma_{\text{pico}}(0.1, T + \delta t, 0^\circ, A) \\ d = 10 &\Rightarrow \Gamma_{\text{pico}}(0.1, 10T + \delta t, 0^\circ, A) \\ d = 100 &\Rightarrow \Gamma_{\text{pico}}(0.1, 100T + \delta t, 0^\circ, A) \end{aligned}$$

La Fig. 9.18 (a) muestra los picos de par en la zona Dh (durante el hueco) para los tres rangos de duración elegidos ($d = 1, 10$ y 100), donde se observa que los picos de par son independientes de la variación de δt .

La Fig. 9.18 (b) muestra los picos de par en la zona Fh, los cuales no se ven afectados de manera significativa por la variación de δt . Sin embargo, el valor de dichos picos es menor que en la zona Dh; esto se observa en la Fig. 9.18 (c), donde se muestran los picos de par máximos entre las zonas Dh y Fh.

La Fig. 9.19 muestra este mismo análisis cuando el modelo aplicado es de jaula sencilla. Los resultados obtenidos son iguales que para el modelo de doble jaula, con valores muy similares y mostrando poca variación respecto a los cambios de δt .

La diferencia más notable entre los análisis realizados con ambos modelos, para los huecos simétricos, es que los picos de par calculados con el modelo de doble jaula son mayores que los calculados con el modelo de jaula sencilla, mostrando mayor severidad.

La Fig. 9.20 muestra los picos de par obtenidos cuando la máquina es sometida al **hueco tipo B**, utilizando el modelo de doble jaula para los cálculos. La Fig. 9.21 muestra este mismo análisis cuando el modelo aplicado es de jaula sencilla.

La Fig. 9.22 muestra los picos de par obtenidos cuando la máquina es sometida al **hueco tipo C**, utilizando el modelo de doble jaula para los cálculos. La Fig. 9.23 muestra este mismo análisis cuando el modelo aplicado es de jaula sencilla.

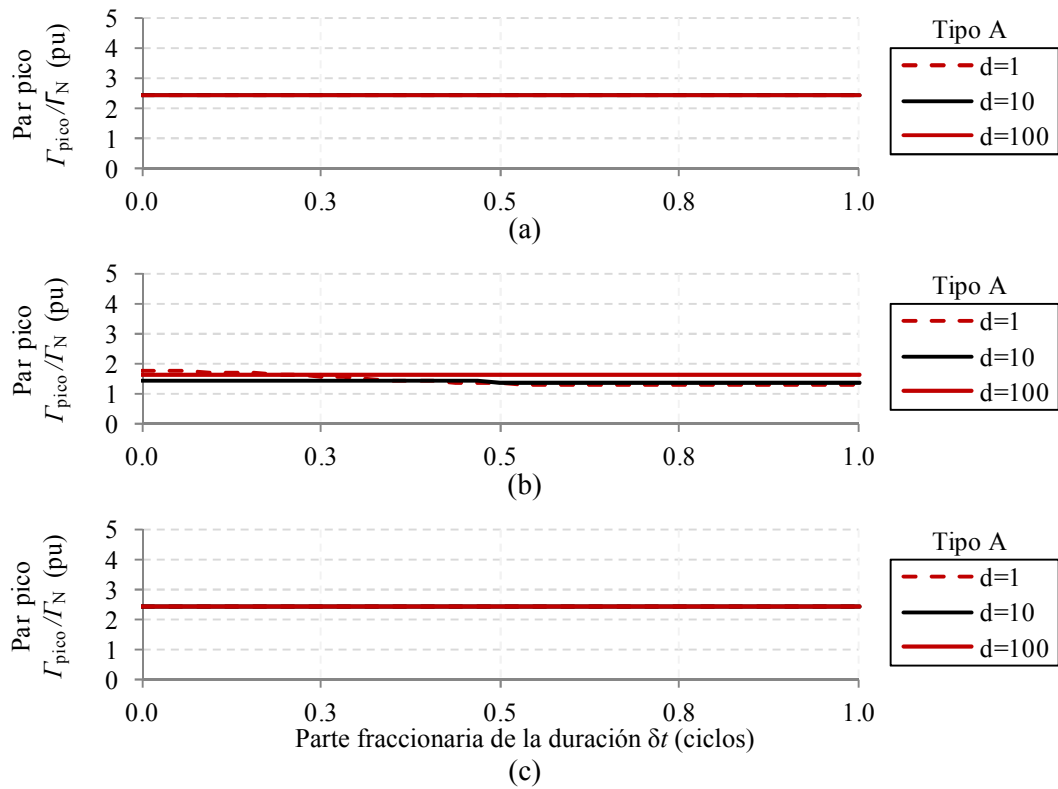


Fig. 9.18 Picos de par (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea roja), para $q = A$ y utilizando el modelo de doble jaula.

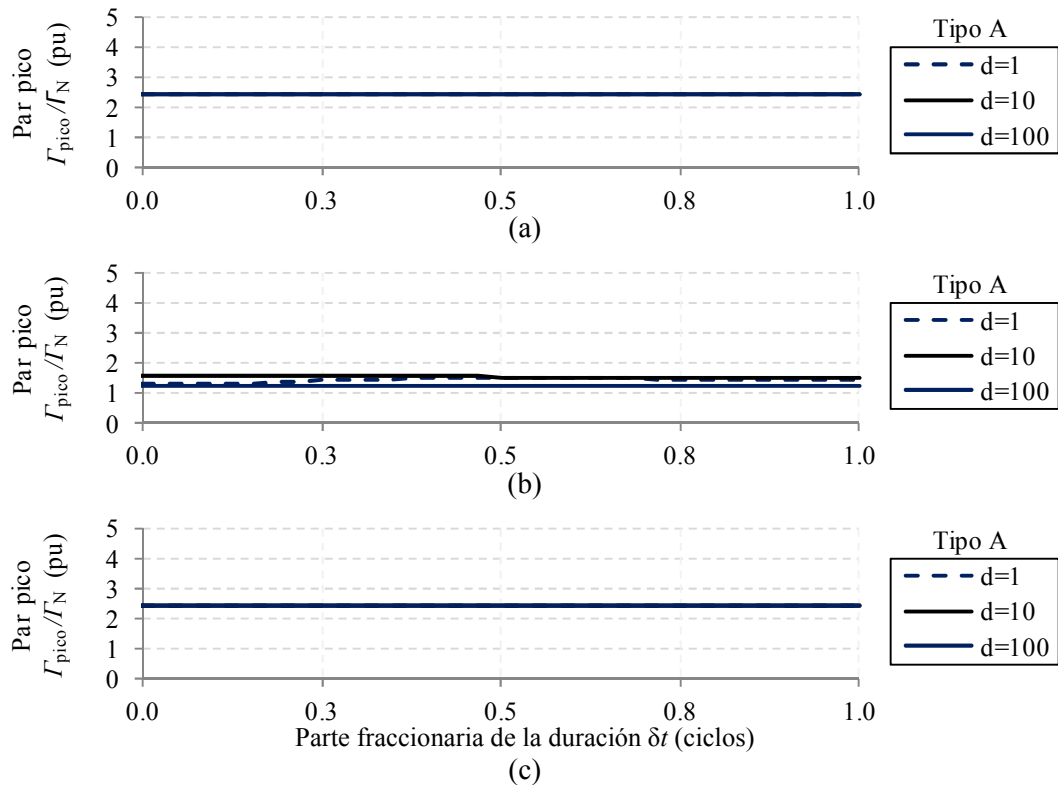


Fig. 9.19 Picos de par (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea roja), para $q = A$ y utilizando el modelo de jaula sencilla.

La Fig. 9.24 muestra los picos de par obtenidos cuando la máquina es sometida al **huevo tipo D**, utilizando el modelo de doble jaula para los cálculos. La Fig. 9.25 muestra este mismo análisis cuando el modelo aplicado es de jaula sencilla.

La Fig. 9.26 muestra los picos de par obtenidos cuando la máquina es sometida al **huevo tipo E**, utilizando el modelo de doble jaula para los cálculos. La Fig. 9.27 muestra este mismo análisis cuando el modelo aplicado es de jaula sencilla.

La Fig. 9.28 muestra los picos de par obtenidos cuando la máquina es sometida al **huevo tipo F**, utilizando el modelo de doble jaula para los cálculos. La Fig. 9.29 muestra este mismo análisis cuando el modelo aplicado es de jaula sencilla.

El análisis de estas figuras (picos de par) muestra que los resultados obtenidos son comunes tanto al tipo de huevo como a los modelos utilizados. Estos resultados son:

- Los picos de par en la zona Dh no se ven afectados por la variación de δt .
- Los picos de par más severos se producen durante el primer ciclo en la zona Dh.
- En la zona Fh, los picos más altos se presentan con la duración más pequeña: $d = 1$.
- Para todas las duraciones de la zona Fh los picos más severos se presentan cuando δt presenta valores muy cercanos o iguales a 0.5.

Adicionalmente se puede observar que los picos de par presentados entre los tipos de huecos C y D son muy similares, así como los picos de par presentados por los huecos E, F y G. En todos los casos analizados los picos de par más severos en la zona Fh se producen para duraciones pequeñas, $d = 1$ y con la parte fraccionaria δt cercana al valor 0.5.

Diferencias entre los modelos utilizados

En la zona Dh y para todas las tipologías, excepto la tipo B, los picos de par obtenidos con el modelo de doble jaula son mayores que los obtenidos con el modelo de jaula sencilla. Los huecos tipo B presentan picos de par mayores con el modelo de doble jaula que con el modelo de jaula sencilla, cuando se toma el caso más severo de duración: $\delta t = 0.5$.

En la zona Fh los resultados no son concluyentes. En este caso, para todas las tipologías, excepto la tipo B, el modelo de doble jaula presenta picos mayores para las duraciones $d = 1$ y $d = 100$, mientras que el modelo de jaula sencilla presenta picos mayores para $d = 10$. Los huecos tipo B presentan picos de par mayores con el modelo de jaula sencilla únicamente con el rango de duraciones $d = 1$.

Se concluye entonces que los casos más severos de los picos de par se producen para $\delta t = 0.5$, para todos los tipos de huecos. Para estos casos, los valores de picos de par obtenidos con el modelo de doble jaula siempre son mayores que los obtenidos con el modelo de jaula sencilla.

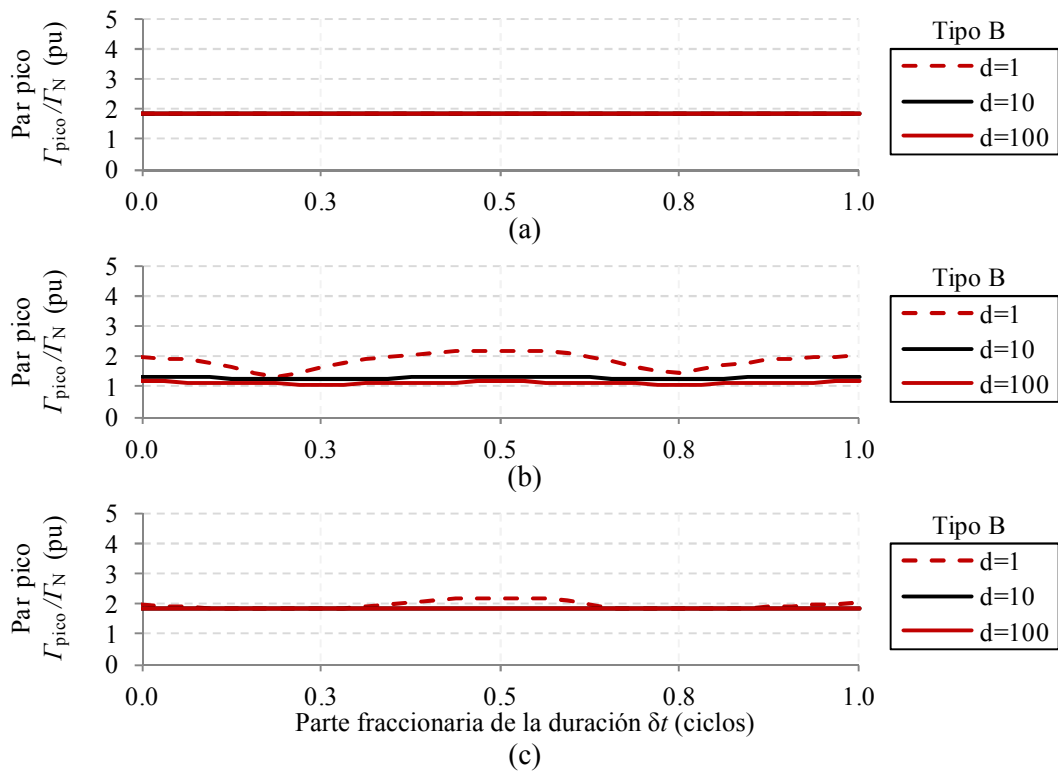


Fig. 9.20 Picos de par (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea roja), para $q = B$, utilizando el modelo de doble jaula.

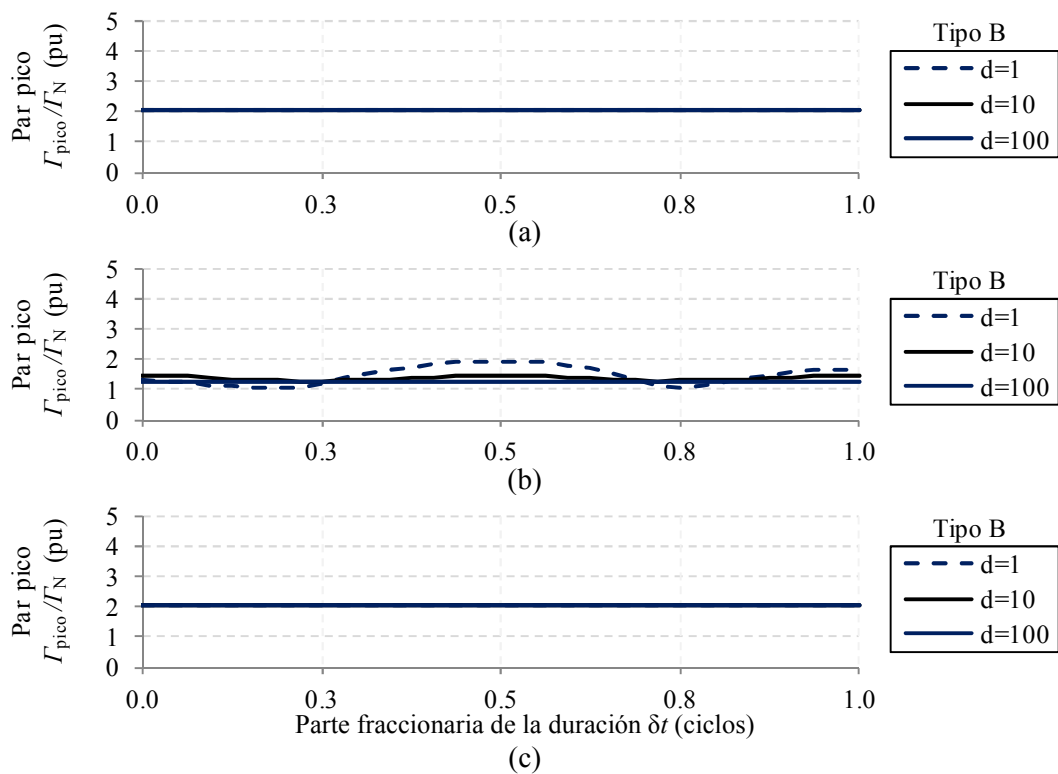


Fig. 9.21 Picos de par (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas, con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea roja), para $q = B$, utilizando el modelo de jaula sencilla.

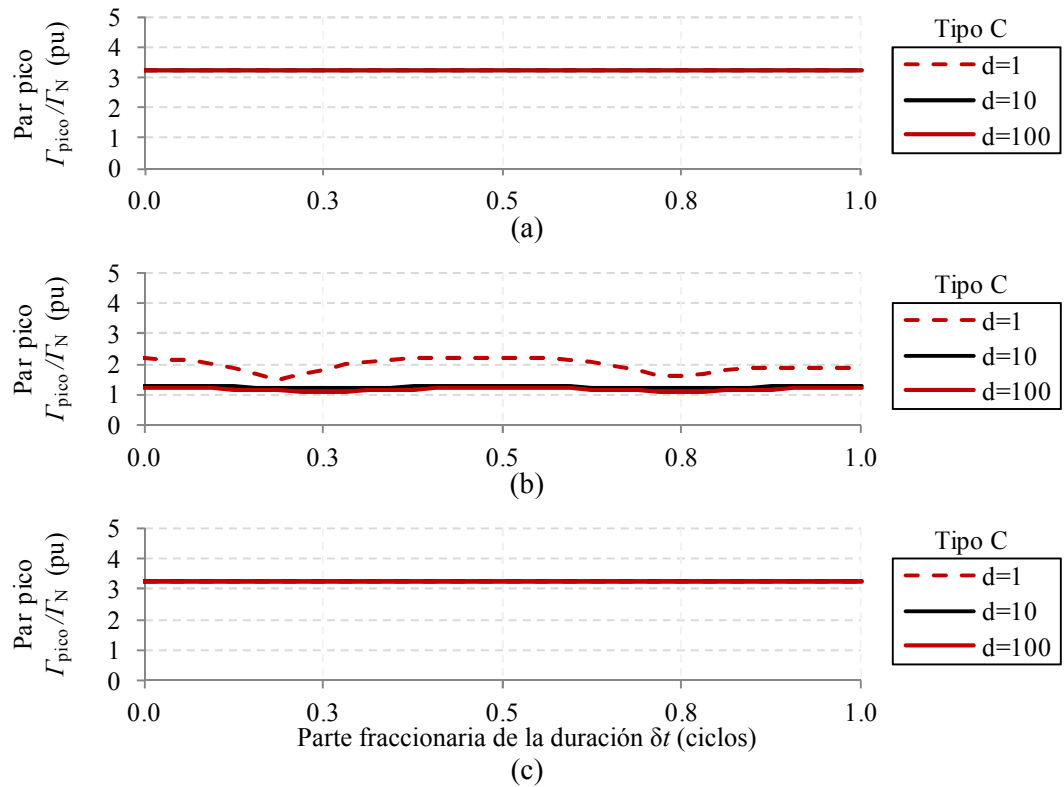


Fig. 9.22 Picos de par (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea roja), para $q = C$, utilizando el modelo de doble jaula.

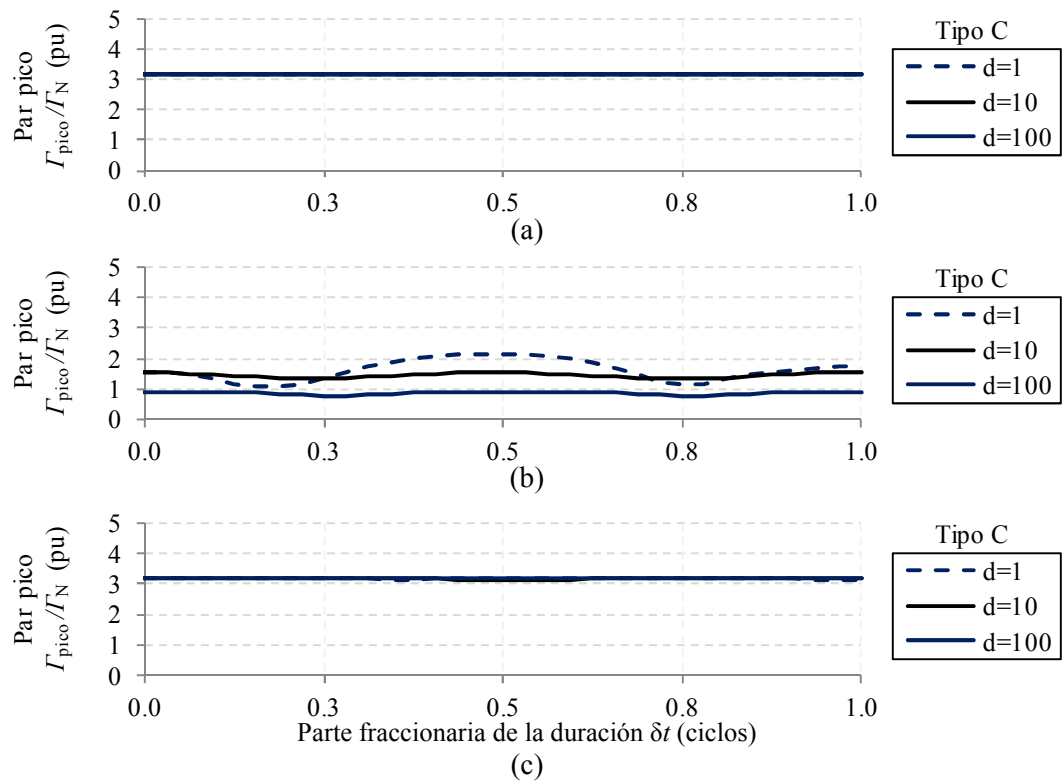


Fig. 9.23 Picos de par (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea roja), para $q = C$, utilizando el modelo de jaula sencilla.

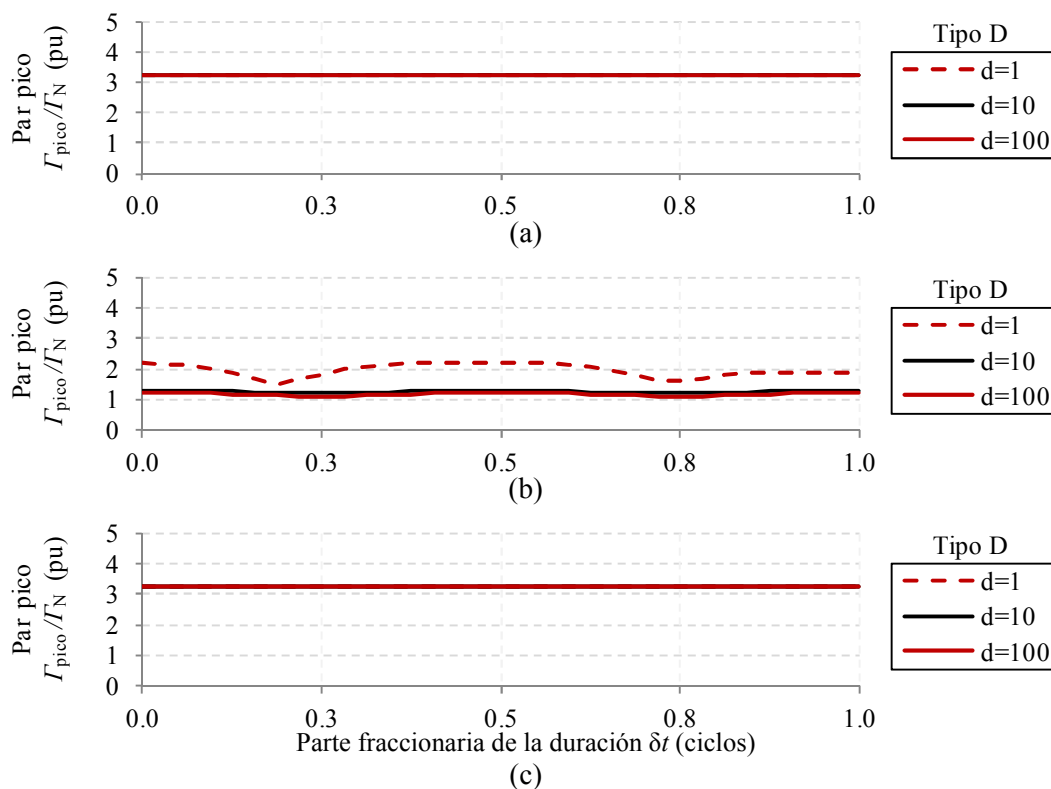


Fig. 9.24 Picos de par (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea roja), para $q = D$, utilizando el modelo de doble jaula.

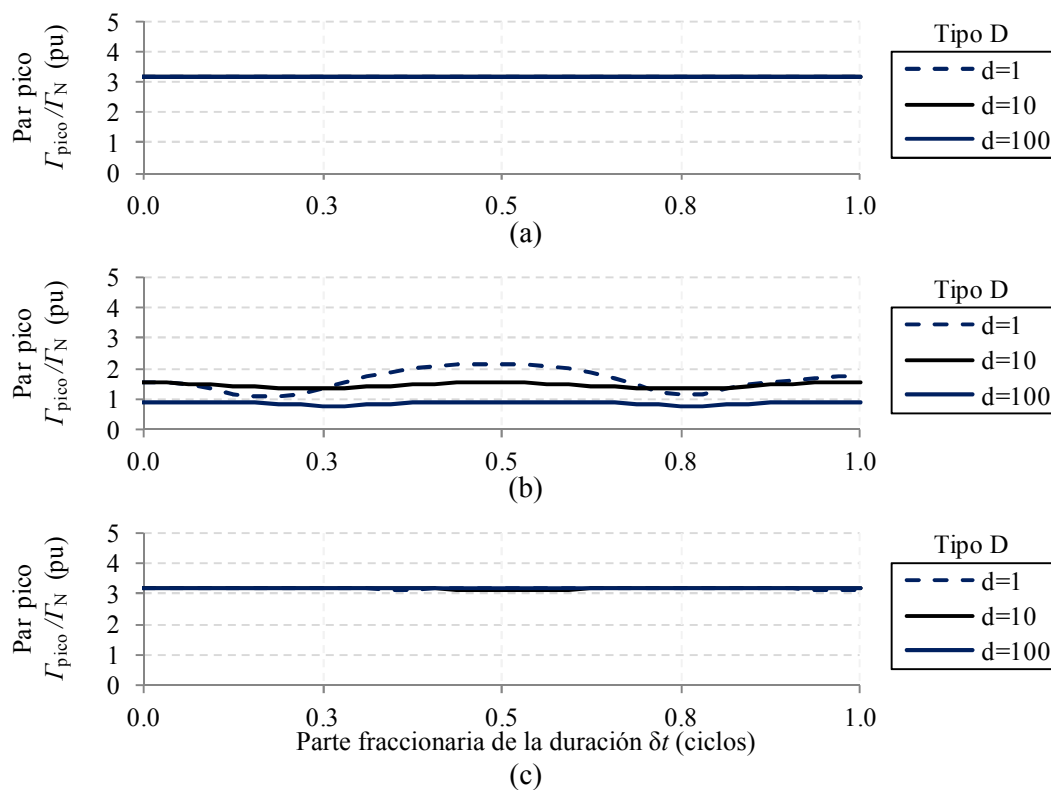


Fig. 9.25 Picos de par (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea roja), para $q = D$, utilizando el modelo de jaula sencilla.

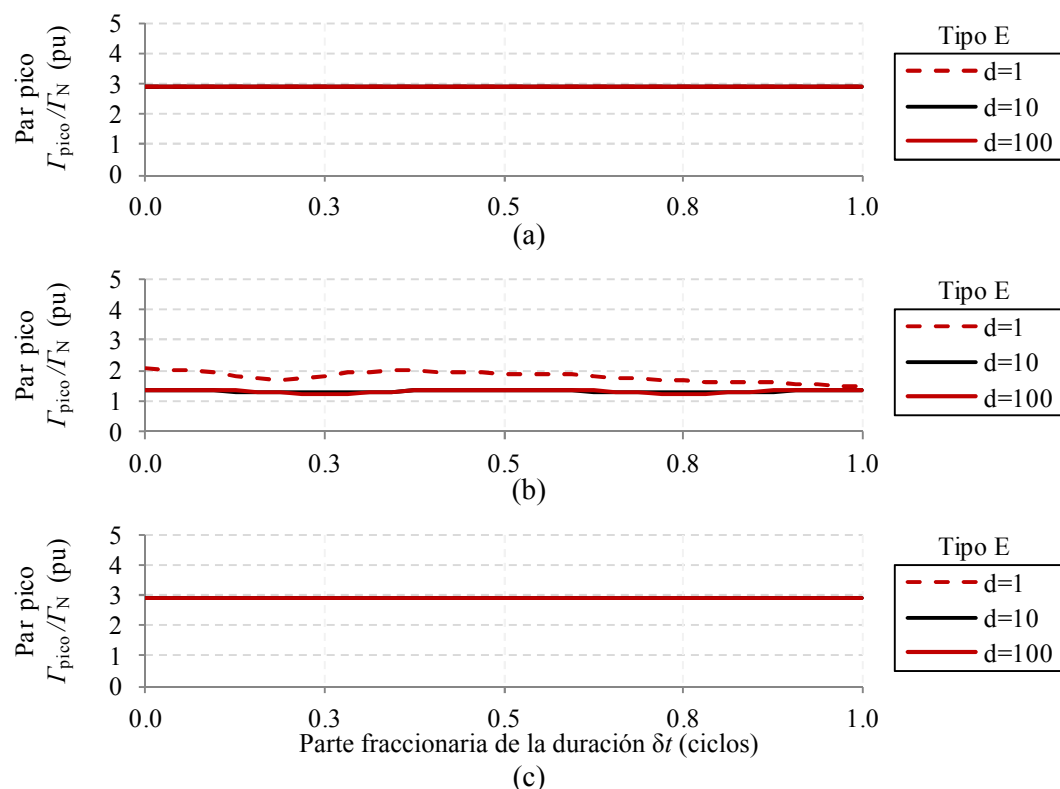


Fig. 9.26 Picos de par (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea roja), para $q = E$, utilizando el modelo de doble jaula.

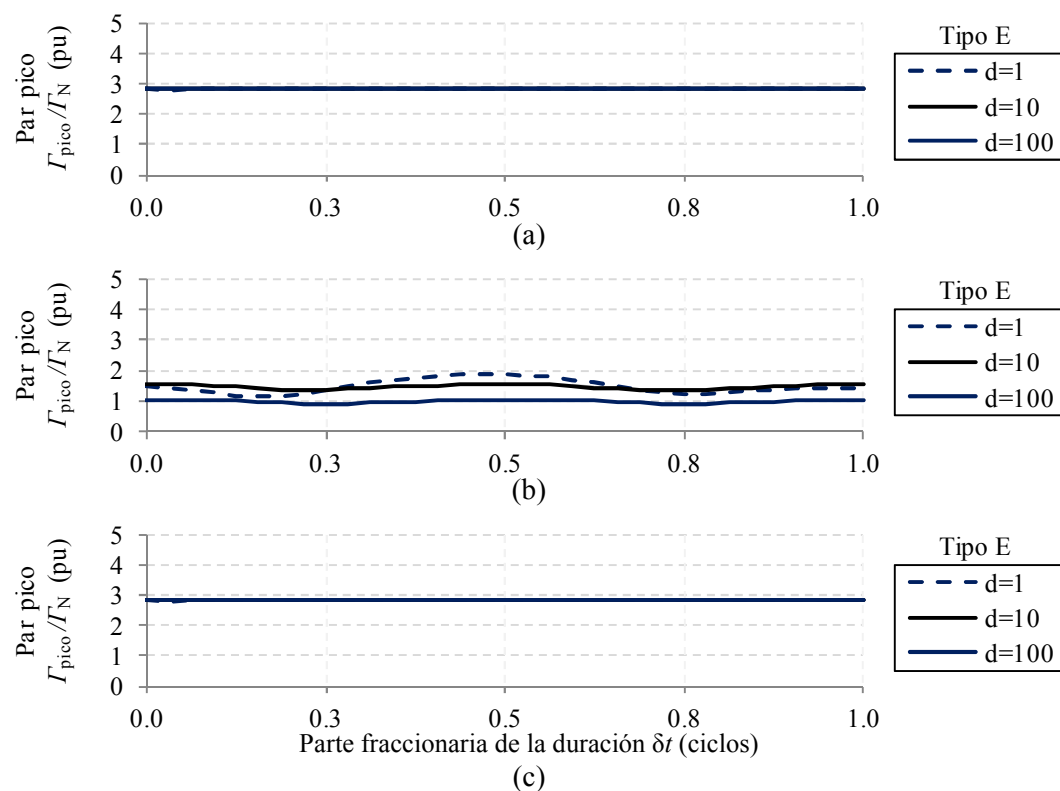


Fig. 9.27 Picos de par (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea roja), para $q = E$, utilizando el modelo de jaula sencilla.

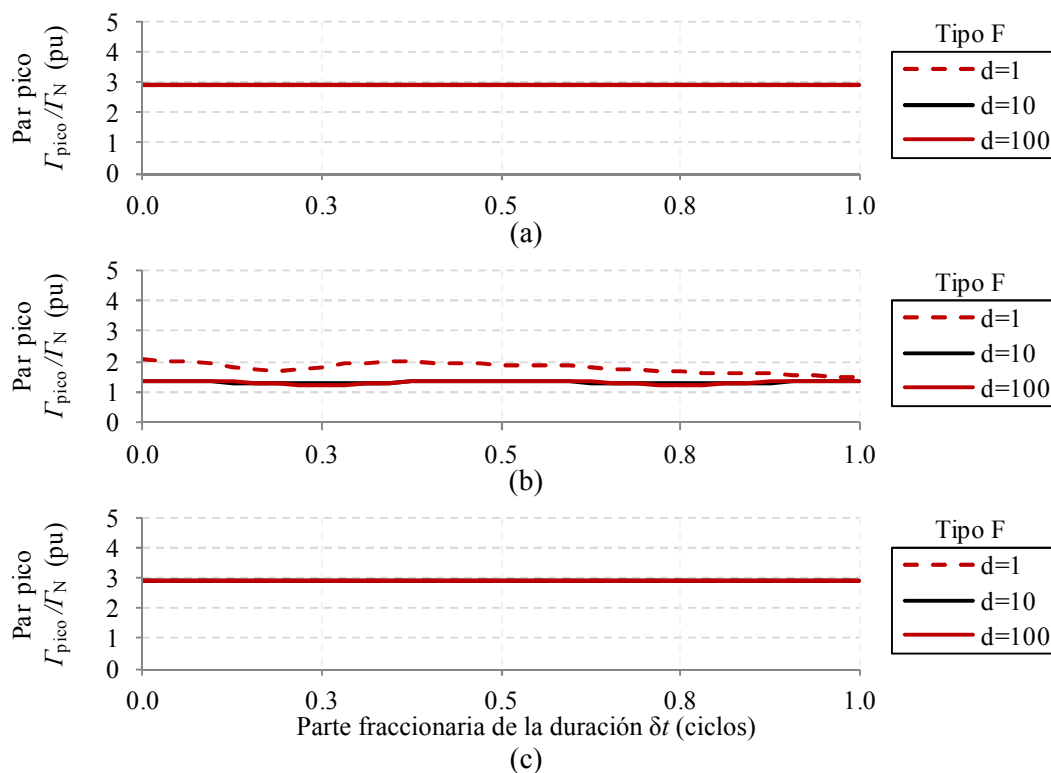


Fig. 9.28 Picos de par (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea roja), para $q = F$, utilizando el modelo de doble jaula.

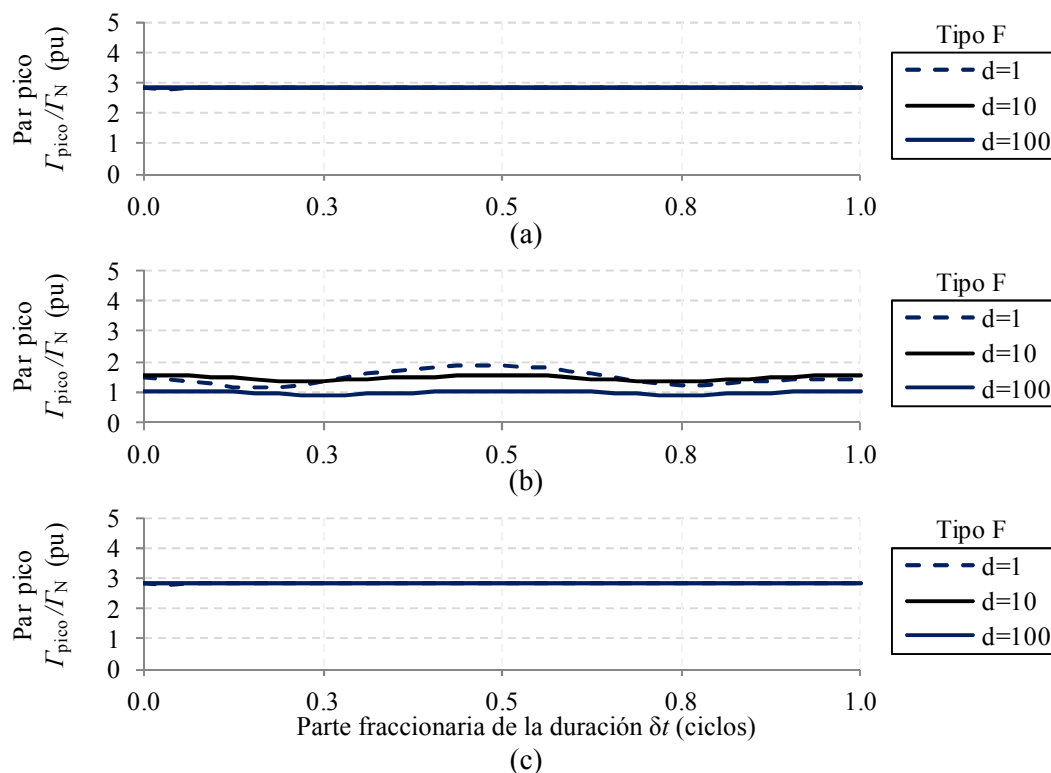


Fig. 9.29 Picos de par (pu) en las zonas (a) Dh, (b) Fh y (c) máximos valores en ambas zonas; con $d = 1$ (línea punteada), $d = 10$ (línea negra), $d = 100$ (línea roja), para $q = F$, utilizando el modelo de jaula sencilla.

Tabla 9.4 Promedio (pu) de la diferencia entre los picos de par del modelo de doble jaula y los picos de par del modelo de jaula sencilla para todos los tipos de huecos

Tipo de Hueco	Dh			Fh		
	$d = 1$	$d = 10$	$d = 100$	$d = 1$	$d = 10$	$d = 100$
A	0.04	0.04	0.04	0.01	-0.13	0.41
B	-0.19	-0.19	-0.19	0.40	-0.07	-0.13
C	0.08	0.08	0.07	0.34	-0.18	0.31
D	0.08	0.08	0.07	0.34	-0.18	0.31
E	0.07	0.07	0.07	0.32	-0.15	0.33
F	0.07	0.07	0.07	0.32	-0.15	0.33
G	0.07	0.07	0.07	0.32	-0.15	0.33

La Tabla 9.4 muestra el promedio de la diferencia (error) entre los picos de par de los modelos de doble jaula y de jaula sencilla, calculados para todos los tipos de huecos en función de la variación de su duración. Algunas observaciones interesantes son:

- Zona Dh
 - La mayor diferencia entre los picos de par de los dos modelos se obtiene para los tipos de huecos B (-0.19 pu). Este error es calculado restandole los picos obtenidos con el modelo de jaula sencilla a los obtenidos con el modelo de doble jaula. Es decir que, para este caso, la magnitud de los picos de par observados para este tipo de huecos es mayor con el modelo de jaula sencilla (error negativo).
 - Los huecos tipos C y D presentan una diferencia positiva pero menor, aunque igualmente significativa (0.08 pu), seguidos por los huecos tipo E, F y G (0.07 pu) y los huecos tipo A (0.04 pu). Para estos casos los picos de par con el modelo de doble jaula son mayores.
 - La duración del hueco no afecta la magnitud del pico máximo, exepcto para los huecos tipos C y D, aunque no de manera significativa (ver Tabla 9.4).
 - La diferencia entre los picos de par obtenidos con los modelos mencionados son siempre mayores a 0.04 pu.
- Zona Fh
 - Para los huecos asimétricos, la menor diferencia en la magnitud de los picos de par entre el modelo de doble jaula y el de jaula sencilla se presenta cuando la duración es intermedia, es decir, cuando $d = 10$. Dentro de este rango, la diferencia más grande la presentan los huecos tipos C y D, con 0.18 pu, seguidos por los tipos de huecos E, F y G (0.15 pu), luego por los tipo B (0.07 pu).
 - Para los tipos de hueco simétricos la diferencia (error) aumenta a medida que la duración del hueco aumenta.
 - En esta zona de funcionamiento, los huecos simétricos presentan la menor diferencia entre los picos generados por los dos modelos cuando $d = 1$ (0.01 pu), una diferencia pequeña cuando $d = 10$ (-0.13 pu) y la mayor diferencia cuando $d = 100$ (0.41 pu).
 - Para huecos asimétricos con duración pequeña ($d = 1$), la diferencia entre los picos de par obtenidos con los modelos mencionados son siempre mayores a 0.32 pu. Los huecos simétricos con la misma duración presentan el error más pequeño (0.01 pu).

Tabla 9.5 Punto de onda inicial y duración del hueco más desfavorables para los picos de intensidad y par

Tipo de Hueco	ψ_i	δt
A	No influye	T/2
B, D, F	90°	T/2
C, E, G	0°	T/2

En síntesis, para todos los casos analizados, independientemente del modelo, tipo de hueco y rango de duraciones, los casos más severos de picos de intensidad y par se presentan cuando la parte fraccionaria de la duración es $\delta t = 0.5 T$. Es importante anotar que con este valor, todos los picos de par calculados con el modelo de doble jaula fueron mayores que los calculados con el modelo de jaula sencilla.

9.4 Influencia de la Profundidad del Hueco utilizando Rangos Extensivos

El análisis de las secciones anteriores ha permitido obtener el punto de onda inicial (ψ_i) y la parte fraccionaria de la duración (δt) que presentan los picos de intensidad y par más severos, para todas las tipologías de huecos de tensión. La Tabla 9.5 resume éstos resultados.

En esta sección se analiza la influencia de la profundidad h y la duración $\Delta t = d \cdot T + \delta t$, en los picos de intensidad, picos de par y pérdida de velocidad de una máquina de inducción sometida a las tipologías de huecos $q = \{A, B, C, D, E, F \text{ y } G\}$, utilizando los valores de ψ_i y δt más desfavorables en cada caso.

Para realizar este análisis se han calculado los efectos de 17.080 huecos de tensión sobre los picos de intensidad, par y pérdida de velocidad. Cada hueco analizado se caracteriza por tener diferente combinación profundidad–duración. Para ello, se han elegido 40 profundidades que varían entre 0% y 97.5% de manera equidistante, y 61 duraciones que varían entre 0.5 ciclos y 150.5 ciclos, coincidiendo con los casos más desfavorables ($\delta t = T/2$), para cada tipo de hueco. La variación de las 61 duraciones se realiza de la siguiente manera: 50 duraciones entre 0.5 ciclos y 49.5 ciclos, variando de manera equidistante cada 1 ciclo y 11 duraciones entre 50.5 ciclos y 150.5 ciclos, variando de manera equidistante cada 10 ciclos.

De esta manera se han calculado 2.440 huecos, con 40 profundidades y 61 duraciones, para cada tipología q , obteniendo 17.080 huecos diferentes en total, para cada uno de los dos modelos analizados.

Este conjunto de huecos fue utilizado para calcular los picos de las variables analizadas utilizando el modelo de doble jaula y posteriormente dichos picos fueron comparados con los obtenidos utilizando el modelo de jaula sencilla.

Las variables analizadas en cada uno de los huecos son: intensidad pico, i_{pico} , par pico, T_{pico} y deslizamiento pico, s_{pico} . El deslizamiento es utilizado para evaluar la pérdida de velocidad, por tanto el mayor pico de deslizamiento, s_{pico} , corresponde al mínimo valor de velocidad.

Los valores de dichas variables se calculan como se muestra en (9.13).

$$\begin{aligned} i_{\text{pico}} &= \max \{ |i_a(t)|, |i_b(t)|, |i_c(t)| \} \\ \Gamma_{\text{pico}} &= \max \{ |\Gamma(t)| \} \\ s_{\text{pico}} &= \max \{ |s(t)| \} \end{aligned} \quad (9.13)$$

Para el caso de la intensidad pico, se calcula el máximo pico entre las intensidades de cada fase.

Cuando estas variables se presenten en valores por unidad, se referirán a sus correspondientes valores de funcionamiento nominal:

$$\begin{aligned} i_{\text{pico}}(\text{pu}) &= \frac{i_{\text{pico}}}{\sqrt{2}I_N} = \frac{\max \{ |i_a(t)|, |i_b(t)|, |i_c(t)| \}}{\sqrt{2} I_N} \\ \Gamma_{\text{pico}}(\text{pu}) &= \frac{\Gamma_{\text{pico}}}{\Gamma_N} = \frac{\max \{ |\Gamma(t)| \}}{\Gamma_N} \\ s_{\text{pico}}(\text{pu}) &= \frac{s_{\text{pico}}}{s_N} = \frac{\max \{ |s(t)| \}}{s_N} \end{aligned} \quad (9.14)$$

A partir de esta sección, los análisis serán realizados tomando los valores de ψ_i y δt más desfavorables en cada caso, según la Tabla 9.5. Además, cada una de las tres variables analizadas (i_{pico} , Γ_{pico} y s_{pico}) tienen dos valores pico, uno en cada zona analizada: Dh y Fh. En adelante se tomará el peor de los casos, es decir, el mayor valor de estos dos picos para cada variable.

El valor de pico de cada variable está relacionado con una profundidad y con una duración específicas. Estos valores se han almacenado en tres matrices: $\mathbf{I}_{q,m}$, $\mathbf{\Gamma}_{q,m}$ y $\mathbf{S}_{q,m}$ (de tamaño 40 x 61). Donde m es el modelo utilizado: DJ o JS.

Dichas matrices tienen la siguiente forma:

$$\mathbf{I}_{q,m} = \begin{bmatrix} i_{\text{pico}}(1,1) & i_{\text{pico}}(1,2) & \cdot & \cdot & \cdot & i_{\text{pico}}(1,61) \\ i_{\text{pico}}(2,1) & i_{\text{pico}}(2,2) & \cdot & \cdot & \cdot & i_{\text{pico}}(2,61) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ i_{\text{pico}}(40,1) & i_{\text{pico}}(40,2) & \cdot & \cdot & \cdot & i_{\text{pico}}(40,61) \end{bmatrix} \quad (9.15)$$

Cada valor $i_{\text{pico}}(i, j)$ en la matriz $\mathbf{I}_{q,m}$ corresponde al máximo pico de intensidad cuando la máquina se somete a un hueco tipo q con profundidad h_i y duración Δt_j , utilizando el modelo m . En total se calculan y almacenan 14 matrices de $\mathbf{I}_{q,m}$ (7 para cada modelo).

$$\mathbf{\Gamma}_{q,m} = \begin{bmatrix} \Gamma_{\text{pico}}(1, 1) & \Gamma_{\text{pico}}(1, 2) & \dots & \Gamma_{\text{pico}}(1, 61) \\ \Gamma_{\text{pico}}(2, 1) & \Gamma_{\text{pico}}(2, 2) & \dots & \Gamma_{\text{pico}}(2, 61) \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \Gamma_{\text{pico}}(40, 1) & \Gamma_{\text{pico}}(40, 2) & \dots & \Gamma_{\text{pico}}(40, 61) \end{bmatrix} \quad (9.16)$$

Cada valor $\Gamma_{\text{pico}}(i, j)$ en la matriz $\mathbf{\Gamma}_{q,m}$ corresponde al máximo pico de par cuando la máquina se somete a un hueco tipo q con profundidad h_i y duración Δt_j , utilizando el modelo m . En total se calculan y almacenan 14 matrices $\mathbf{\Gamma}_{q,m}$ (7 para cada modelo).

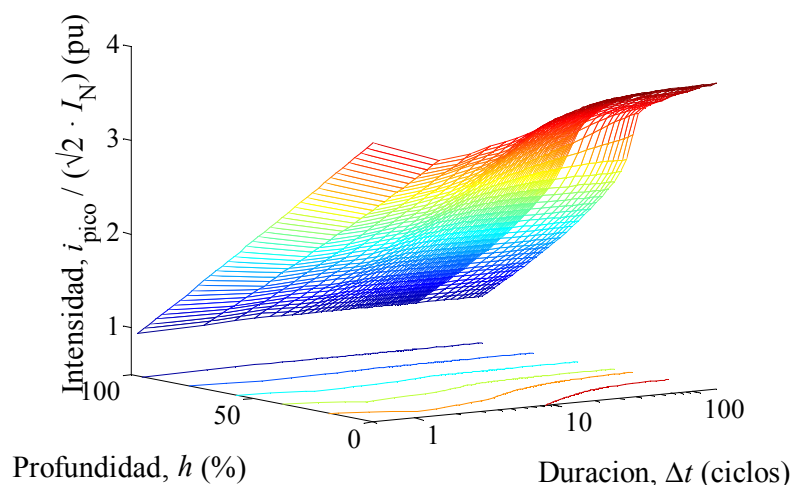
$$\mathbf{S}_{q,m} = \begin{bmatrix} s_{\text{pico}}(1, 1) & s_{\text{pico}}(1, 2) & \dots & s_{\text{pico}}(1, 61) \\ s_{\text{pico}}(2, 1) & s_{\text{pico}}(2, 2) & \dots & s_{\text{pico}}(2, 61) \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ s_{\text{pico}}(40, 1) & s_{\text{pico}}(40, 2) & \dots & s_{\text{pico}}(40, 61) \end{bmatrix} \quad (9.17)$$

Cada valor $s_{\text{pico}}(i, j)$ en la matriz $\mathbf{S}_{q,m}$ corresponde al máximo pico de deslizamiento cuando la máquina se somete a un hueco tipo q con profundidad h_i y duración Δt_j , utilizando el modelo m . En total se calculan y almacenan 14 matrices $\mathbf{S}_{q,m}$ (7 para cada modelo).

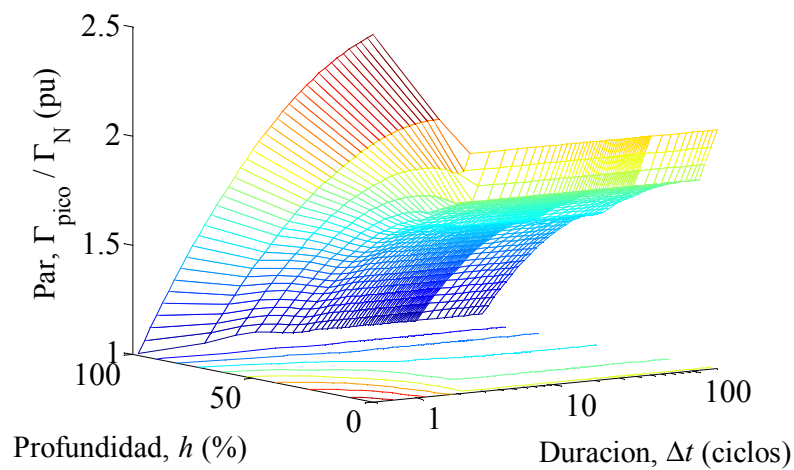
El valor pico del deslizamiento, s_{pico} , se define en función de la velocidad de sincronismo ω_s , la velocidad pico ω_{pico} y el número de pares de polos p :

$$s_{\text{pico}} = \frac{\omega_s - p \cdot \omega_{\text{pico}}}{\omega_s} \quad (9.18)$$

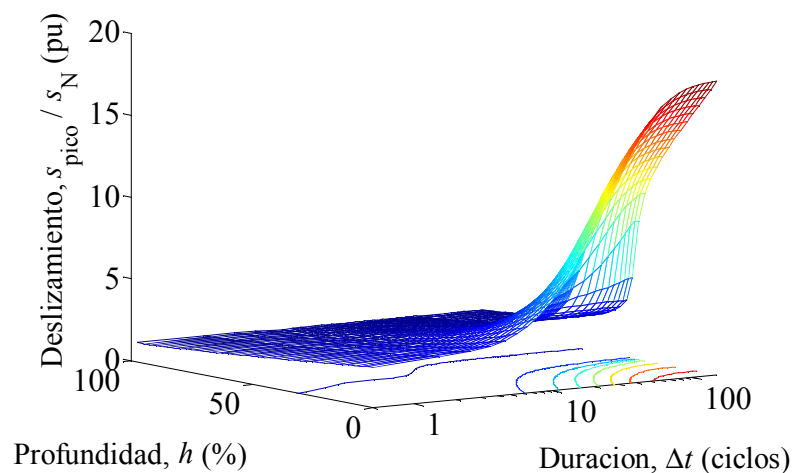
Donde, $\omega_{\text{pico}} = \min\{\omega(t)\}$.



(a)



(b)



(c)

Fig. 9.30 Superficies de los picos de intensidad (a) $I_{B,DJ}$, par (b) $\Gamma_{B,DJ}$ y deslizamiento (c) $S_{B,DJ}$, producidos por un hueco tipo B con $0\% \leq h \leq 97.5\%$, $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$, $\delta t = T/2$ y $\psi_i = 90^\circ$.

El máximo pico de deslizamiento s_{MAX} se define en función de la velocidad de sincronismo ω_s , el mínimo pico de velocidad ω_{MIN} y el número de pares de polos p , como en (9.19).

$$s_{MAX} = \frac{\omega_s - p \cdot \omega_{MIN}}{\omega_s} \quad (9.19)$$

Donde, $\omega_{MIN} = \min\{\omega_{pico}\}$.

Las matrices (9.15), (9.16) y (9.17) proporcionan los valores pico de cada variable en función de la profundidad y la duración del hueco. Por tanto, dichos valores podrán representarse por medio de superficies en tres dimensiones, donde los picos se proyectan sobre el plan profundidad–duración.

Como ejemplo, la Fig. 9.30 muestra las superficies en tres dimensiones de los picos de intensidad: (a) I_B , picos de par: (b) Γ_B , y picos de deslizamiento: (c) S_B , en la máquina de inducción analizada, cuando es sometida a huecos tipo B, con 40 profundidades entre $0\% \leq h \leq 97.5\%$, 61 duraciones entre $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$ con la parte fraccionaria más desfavorable $\delta t = T/2$, y el punto de onda inicial más desfavorable, para este caso $\psi_i = 90^\circ$. Para este ejemplo se ha utilizado el modelo de doble jaula.

Curvas de sensibilidad

La sensibilidad de muchos equipos ante los huecos de tensión es analizada por medio de las curvas CBEMA (Computer & Business Equipment Manufacturer's Association) [68]. En este caso, estas curvas corresponden a la proyección de las superficies $I_{q,m}$, $\Gamma_{q,m}$ y $S_{q,m}$ sobre el plano profundidad–duración; dichas curvas pueden observarse en la Fig. 9.30 cuando $q = B$ y el modelo utilizado es de doble jaula.

A estas curvas se les conoce también como curvas de sensibilidad y en adelante serán utilizadas en esta tesis para el análisis de la severidad de los huecos de tensión sobre una máquina de inducción, en función de su profundidad y duración.

9.4.1 Picos de intensidad

La Fig. 9.31 muestra las curvas de sensibilidad de las superficies que representan a $I_{A,DJ}$, $I_{B,DJ}$, $I_{C,DJ}$, $I_{D,DJ}$, $I_{E,DJ}$ y $I_{F,DJ}$. En esta figura se ha omitido $I_{G,DJ}$ debido a que sus valores son idénticos a $I_{E,DJ}$. La Fig. 9.32 muestra el cálculo de las mismas curvas de sensibilidad cuando se ha utilizado el modelo de jaula sencilla. En estas figuras, el eje vertical constituye los valores de profundidad del hueco h en escala lineal y de manera porcentual. El eje horizontal representa la duración del hueco Δt en escala logarítmica, medida en ciclos.

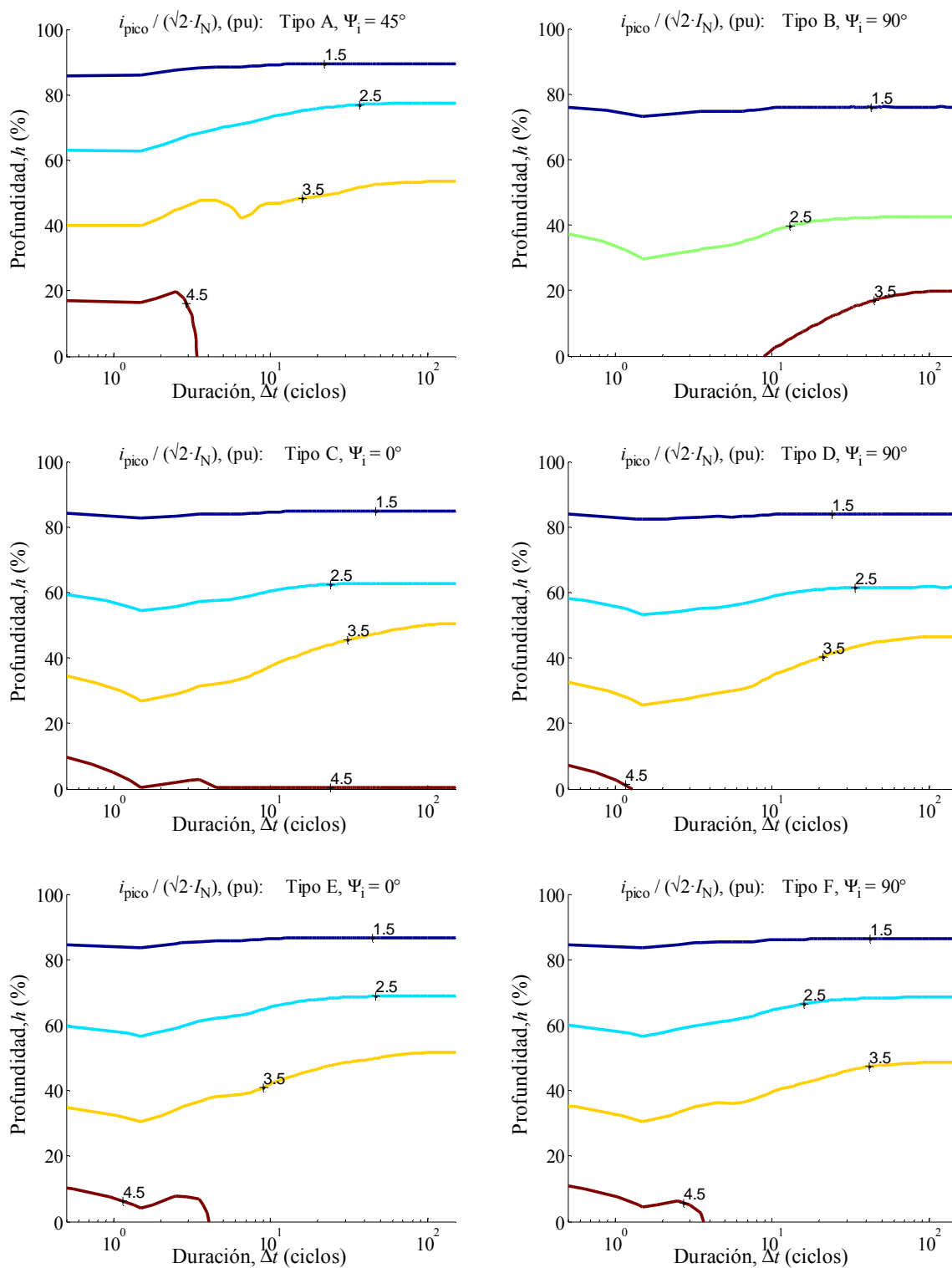


Fig. 9.31 Curvas de sensibilidad de los picos de intensidad para todas las tipologías de huecos producidos con $0\% \leq h \leq 97.5\%$, $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$, $\delta t = T/2$, ψ_i más desfavorable y $m = DJ$.

En la Fig. 9.31 se observa que los huecos tipo A tienen picos instantáneos más severos para los mismos valores de profundidad y duración que el resto de huecos, el hueco tipo B presenta los valores menos severos y los huecos tipos C, D, E (y G) y F presentan valores muy similares.

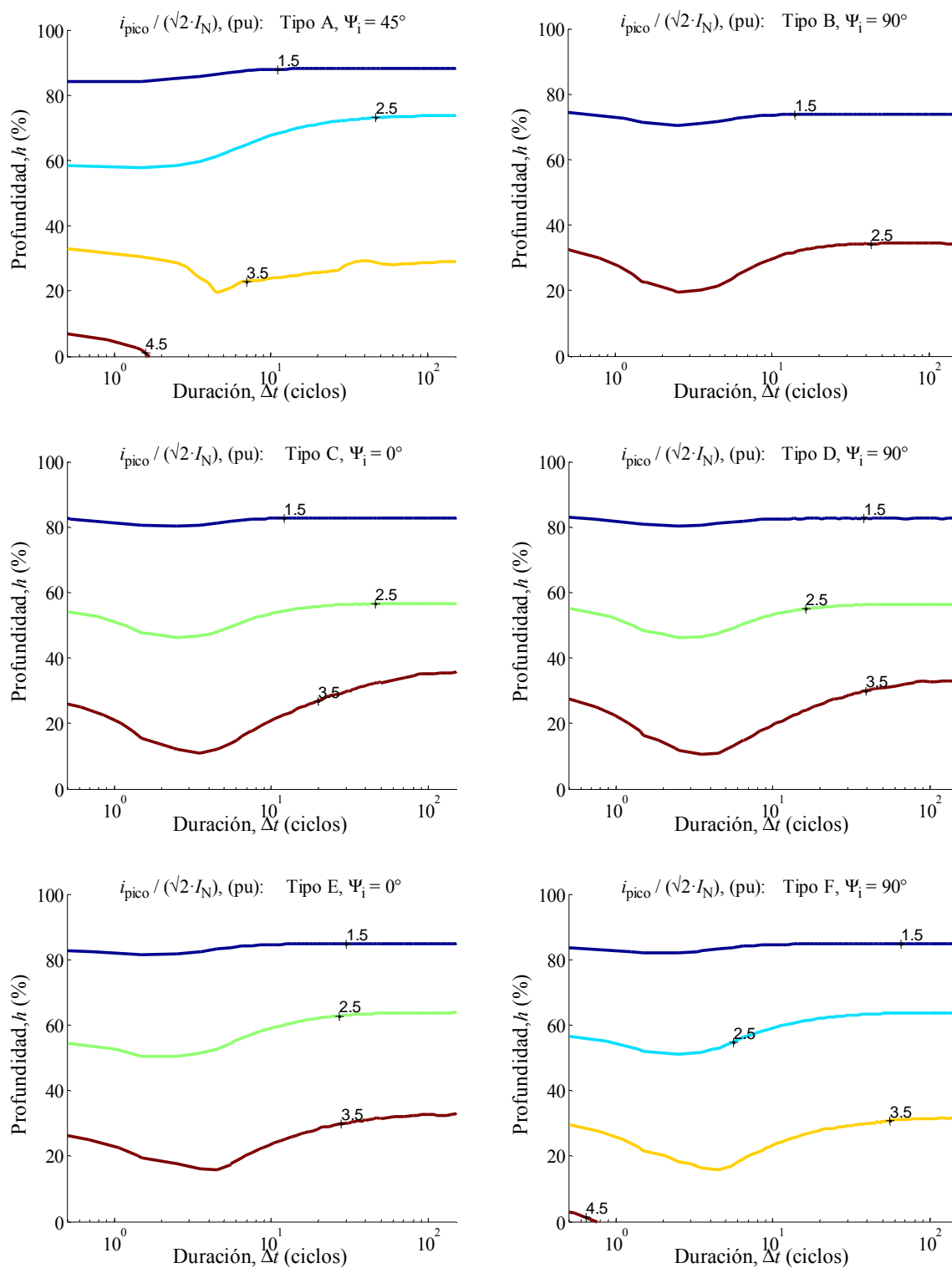


Fig. 9.32 Curvas de sensibilidad de los picos de intensidad para todas las tipologías de huecos producidos con $0\% \leq h \leq 97.5\%$, $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$, $\delta t = T/2$, ψ_i más desfavorable y $m = \text{JS}$.

En la Fig. 9.32 se observa que los huecos tipo A tienen los picos más severos para los mismos valores de h y Δt que los demás tipos de huecos. Los huecos tipo B presenta los picos menos severos y los huecos tipos C, D, E y F presentan valores muy similares.

Los resultados de analizar los picos de intensidad obtenidos cuando la máquina de inducción es sometida a 2440 huecos de cada tipo, con profundidad y duración diferentes, permiten realizar una clara diferenciación entre los huecos de tensión en función de la severidad de dichos picos:

- los huecos tipo A presentan los picos más severos
- los huecos tipo B presentan los picos menos severos.
- los huecos tipo C, D, E (y G) y F presentan valores de picos muy similares en todos los casos.

Dichos resultados son independientes del modelo utilizado, sin embargo, observando tanto la Fig. 9.31 (modelo de doble jaula) como la Fig. 9.32 (modelo de jaula sencilla) se aprecia que los valores puntuales de los picos de intensidad con el modelo de doble jaula son más grandes que los picos calculados con el modelo de jaula sencilla. Esto concuerda con los resultados de la sección 9.2.1. En este caso, la diferencia se hace más notoria cuando los huecos tienen mayor profundidad (h más pequeño).

9.4.2 Picos de par

Las curvas de sensibilidad de las superficies que representan a $\Gamma_{A,DJ}$, $\Gamma_{B,DJ}$, $\Gamma_{C,DJ}$, $\Gamma_{D,DJ}$, $\Gamma_{E,DJ}$ y $\Gamma_{F,DJ}$ se muestran en la Fig. 9.33. La gráfica de $\Gamma_{G,DJ}$ ha sido omitida ya que los valores son idénticos a los de $\Gamma_{E,DJ}$. La Fig. 9.34 muestra las curvas de sensibilidad para los mismos picos cuando se ha utilizado el modelo de jaula sencilla.

En estas figuras se puede realizar una diferenciación de los tipos de huecos en función de la severidad de los picos de par que presenta la máquina de inducción cuando es sometida a 2440 huecos de cada tipo, cada uno con profundidad y duración diferentes. La diferenciación obtenida resulta diferente de la obtenida con los picos de intensidad, esto es:

- los huecos tipos C y D presentan los picos más severos
- los huecos tipos E y F presentan el siguiente nivel de severidad, seguidos por los huecos tipo A
- los picos menos severos, claramente diferenciados, los presentan los huecos tipo B.

Aunque estos resultados son comunes a los dos modelos utilizados para realizar los cálculos, la observación de la Fig. 9.33 (doble jaula) y la Fig. 9.34 (jaula sencilla) permite apreciar que los valores de los picos instantáneos de par obtenidos con el modelo de doble jaula son más grandes que los picos obtenidos con el modelo de jaula sencilla, lo que concuerda con los resultados de la sección 9.2.2.

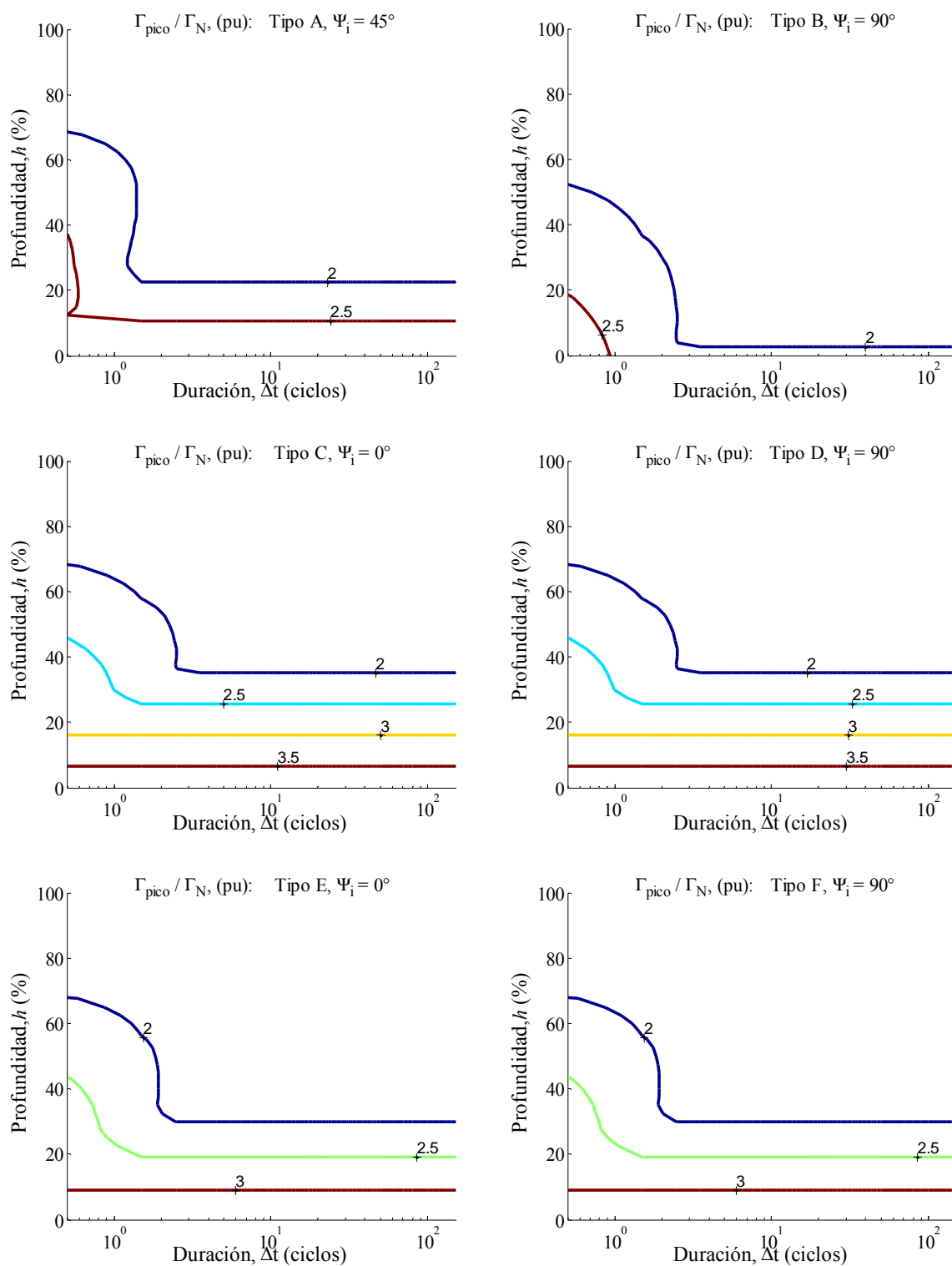


Fig. 9.33 Curvas de sensibilidad de los picos de par para todas las tipologías de huecos producidos con $0\% \leq h \leq 97.5\%$, $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$, $\delta t = T/2$, ψ_i más desfavorable y $m = DJ$.

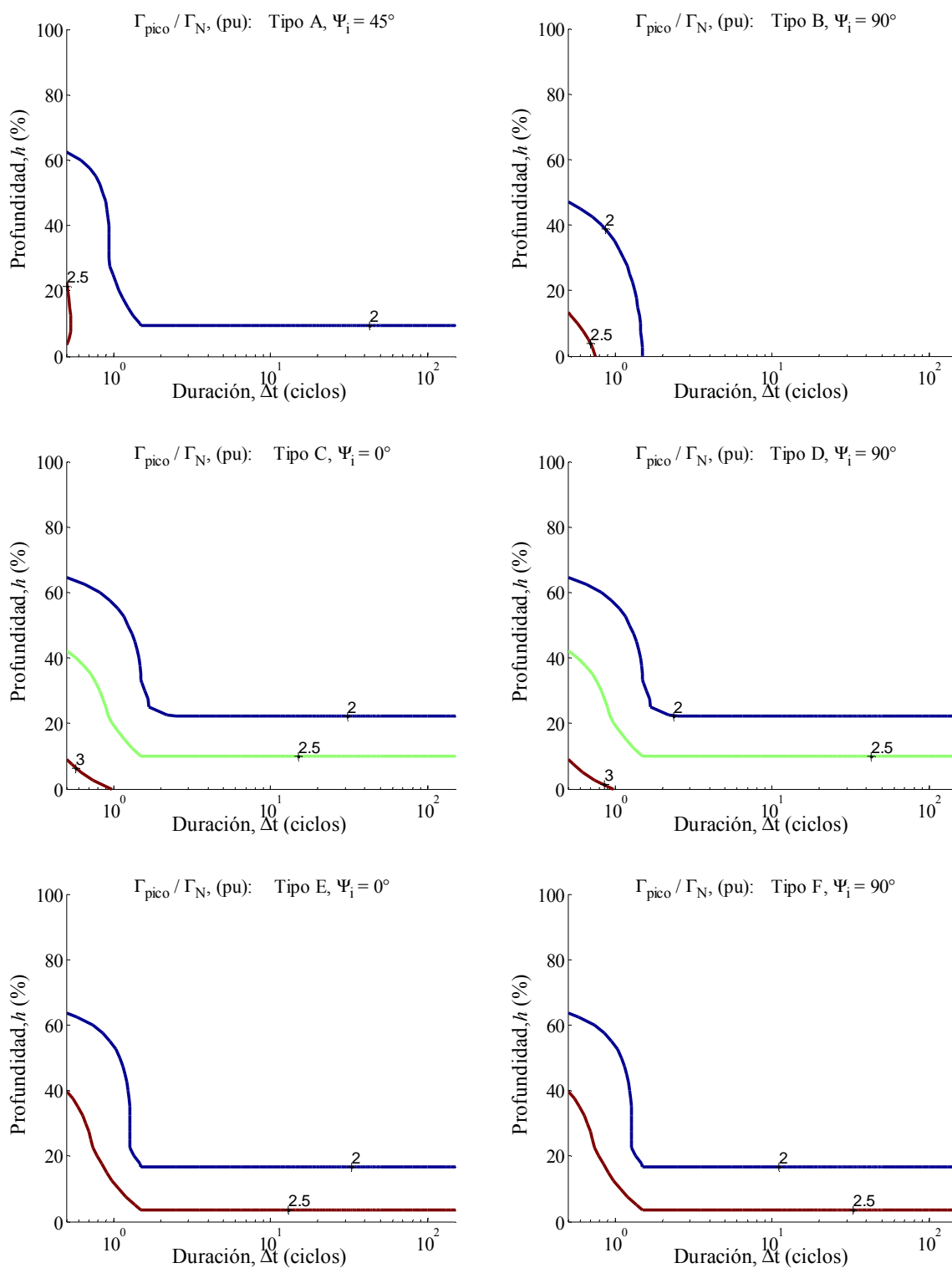


Fig. 9.34 Curvas de sensibilidad de los picos de par para todas las tipologías de huecos producidos con $0\% \leq h \leq 97.5\%$, $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$, $\delta t = T/2$, ψ_i más desfavorable y $m = JS$.

9.4.3 Pérdida de velocidad

La Fig. 9.35 muestra las curvas de sensibilidad de las superficies que representan a $S_{A,DJ}$, $S_{B,DJ}$, $S_{C,DJ}$, $S_{D,DJ}$, $S_{E,DJ}$ y $S_{F,DJ}$.

La Fig. 9.36 muestra las curvas de sensibilidad para los mismos picos cuando se ha utilizado el modelo de jaula sencilla.

El análisis de estas figuras permite diferenciar los tipos de huecos en función de la severidad de los picos de deslizamiento que presenta la máquina de inducción. La diferenciación obtenida resulta diferente de las obtenidas con los picos de intensidad y de par, esto es:

- los huecos tipo A presentan los picos más severos
- los huecos tipos E, F presentan el siguiente nivel de severidad, seguidos por los huecos tipos C y D.
- los picos menos severos, claramente diferenciados, los presentan los huecos tipo B.

Estos resultados se presentan independientemente del modelo utilizado, doble jaula o jaula sencilla. Sin embargo, en este caso se presenta un efecto diferente que en los casos de los picos de intensidad y los picos de par, es decir, los picos de deslizamiento presentados para todas las tipologías son más grandes con el modelo de doble jaula únicamente cuando los huecos tienen profundidades menores que un valor cercano al 30% y duraciones mayores que 11 ciclos aproximadamente. Dichos valores son aproximados para todas las tipologías de huecos y para la máquina analizada particularmente.

Estos resultados muestran que, para todos los tipos de huecos asimétricos, las superficies generadas por los picos de ambos modelos, para un mismo tipo de hueco, se cruzan en una serie de puntos, dividiendo las zonas de mayor severidad así: cuando los huecos son de mediana duración y profundidad el modelo de doble jaula presenta los picos más altos; cuando los huecos son menores que dicha profundidad o duración el modelo de jaula sencilla muestra picos más severos de deslizamiento (es decir, mayor pérdida de velocidad de la máquina).

Generalizando estos resultados, se puede decir que con el modelo de doble jaula se observa menor pérdida de velocidad instantánea para todos los huecos que tienen profundidades mayores que un valor cercano al 30% y duraciones menores que 11 ciclos aproximadamente. Consecuentemente, en esta zona el modelo de jaula sencilla muestra mayor pérdida de velocidad.

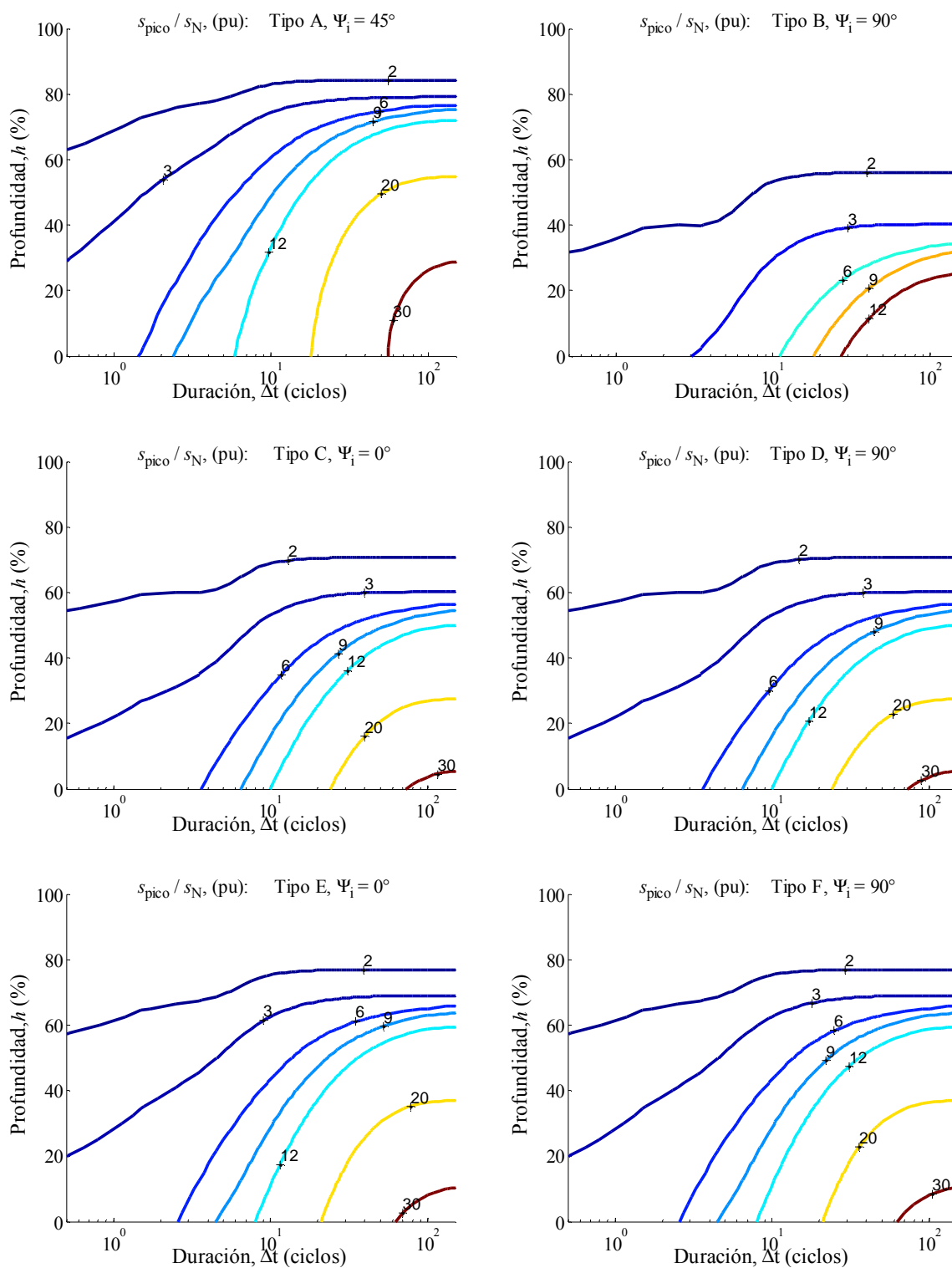


Fig. 9.35 Curvas de sensibilidad de los picos de deslizamiento para todas las tipologías de huecos producidos con $0\% \leq h \leq 97.5\%$, $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$, $\delta t = T/2$, Ψ_i más desfavorable y $m = DJ$.

Los resultados obtenidos en la Fig. 9.35 muestran que el modelo de doble jaula presenta las curvas de sensibilidad de deslizamiento más severas para los huecos tipo A, y las menos severas para los huecos tipo B.

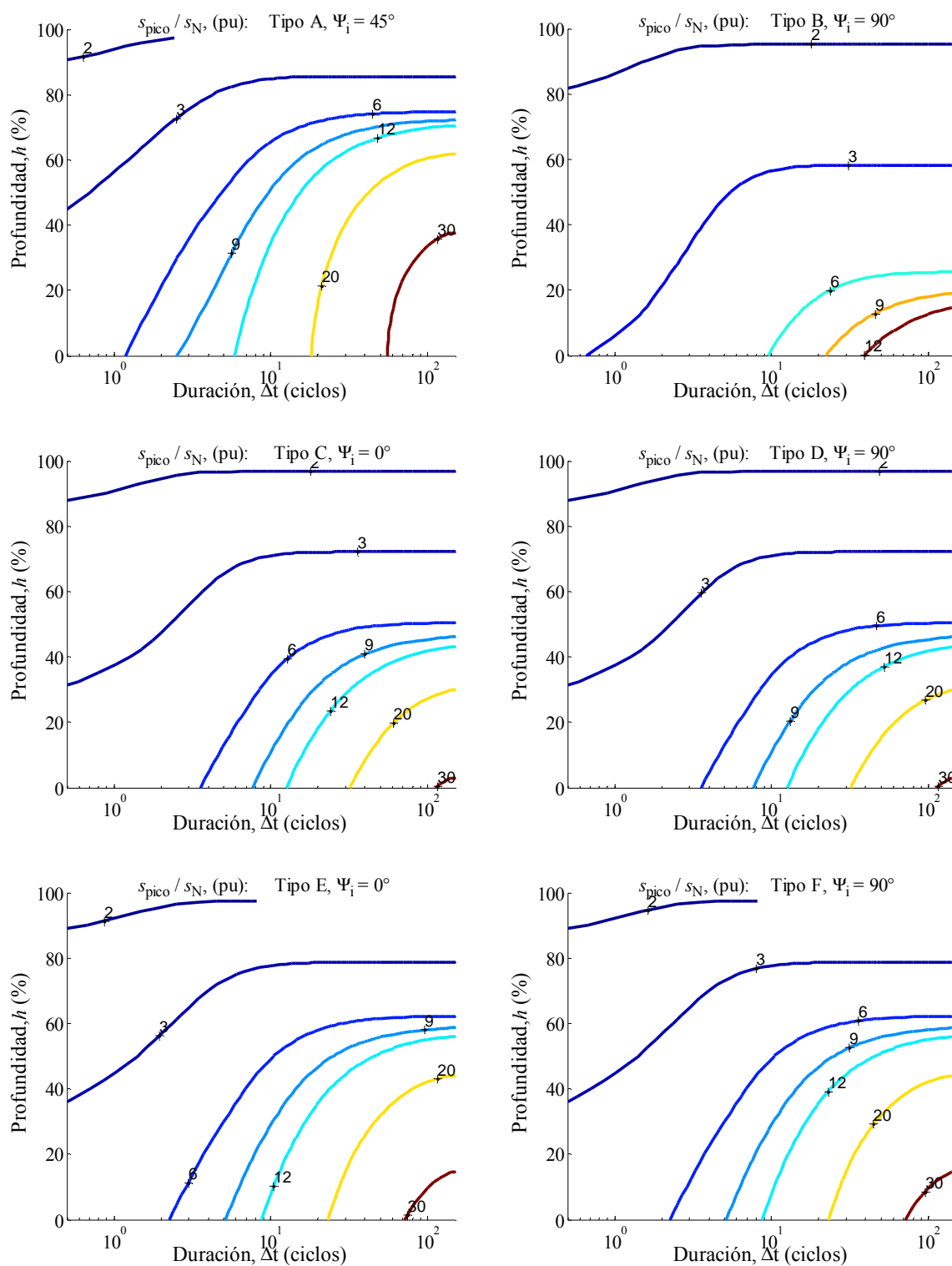


Fig. 9.36 Curvas de sensibilidad de los picos de deslizamiento para todas las tipologías de huecos producidos con $0\% \leq h \leq 97.5\%$, $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$, $\delta t = T/2$, ψ_1 más desfavorable y $m = \text{JS}$.

El modelo de jaula sencilla presenta picos mayores que los presentados por el modelo de doble jaula en algunas zonas del plano profundidad–duración, generando curvas de sensibilidad más severas.

9.4.4 Comparación de tipologías

En la sección anterior se pudo visualizar que los efectos de los huecos de tensión sobre las variables: picos de intensidad, par y deslizamiento varían en función del tipo de hueco.

En esta sección se determina, de manera cuantitativa, una clasificación de la severidad de dichos efectos en función de la tipología del hueco y la variable analizada. Para ello se calcula la distancia entre las superficies generadas por los picos de cada variable y la *superficie de picos máximos* correspondientes.

Es decir, para cada variable se han obtenido siete matrices de huecos de 40 profundidades y 61 duraciones. Estas matrices, correspondientes a cada variable, son:

- picos de intensidad: $\mathbf{I}_{q,m} = \{\mathbf{I}_{A,m}, \mathbf{I}_{B,m}, \mathbf{I}_{C,m}, \mathbf{I}_{D,m}, \mathbf{I}_{E,m}, \mathbf{I}_{F,m} \text{ y } \mathbf{I}_{G,m}\}$
- Picos de par: $\mathbf{\Gamma}_{q,m} = \{\mathbf{\Gamma}_{A,m}, \mathbf{\Gamma}_{B,m}, \mathbf{\Gamma}_{C,m}, \mathbf{\Gamma}_{D,m}, \mathbf{\Gamma}_{E,m}, \mathbf{\Gamma}_{F,m} \text{ y } \mathbf{\Gamma}_{G,m}\}$
- Picos de deslizamiento: $\mathbf{S}_{q,m} = \{\mathbf{S}_{A,m}, \mathbf{S}_{B,m}, \mathbf{S}_{C,m}, \mathbf{S}_{D,m}, \mathbf{S}_{E,m}, \mathbf{S}_{F,m} \text{ y } \mathbf{S}_{G,m}\}$

Adicionalmente, se ha calculado la matriz de *superficie de picos máximos* para cada variable: $\mathbf{I}_{MAX,m}$, $\mathbf{\Gamma}_{MAX,m}$ y $\mathbf{S}_{MAX,m}$. Dichas matrices contienen los valores máximos de los picos obtenidos con todas las tipologías de huecos:

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{MAX,m}(i,j) &= \max\{\mathbf{I}_{A,m}(i,j), \mathbf{I}_{B,m}(i,j), \mathbf{I}_{C,m}(i,j), \mathbf{I}_{D,m}(i,j), \mathbf{I}_{E,m}(i,j), \mathbf{I}_{F,m}(i,j), \mathbf{I}_{G,m}(i,j)\} \\ \mathbf{\Gamma}_{MAX,m}(i,j) &= \max\left\{\begin{array}{l} \mathbf{\Gamma}_{A,m}(i,j), \mathbf{\Gamma}_{B,m}(i,j), \mathbf{\Gamma}_{C,m}(i,j), \dots \\ \mathbf{\Gamma}_{D,m}(i,j), \mathbf{\Gamma}_{E,m}(i,j), \mathbf{\Gamma}_{F,m}(i,j), \mathbf{\Gamma}_{G,m}(i,j) \end{array}\right\} \\ \mathbf{S}_{MAX,m}(i,j) &= \max\{\mathbf{S}_{A,m}(i,j), \mathbf{S}_{B,m}(i,j), \mathbf{S}_{C,m}(i,j), \mathbf{S}_{D,m}(i,j), \mathbf{S}_{E,m}(i,j), \mathbf{S}_{F,m}(i,j), \mathbf{S}_{G,m}(i,j)\} \end{aligned} \quad (9.20)$$

Como ejemplo, la matriz $\mathbf{I}_{MAX,m}$ se forma extrayendo del conjunto de matrices $\mathbf{I}_{q,m}$ los siete picos situados en la posición (i,j) de cada matriz $\mathbf{I}_{q,m}$. El valor máximo de estos siete picos será el valor del elemento (i,j) de la matriz $\mathbf{I}_{MAX,m}$.

Calculando la distancia D entre cada matriz del conjunto $\mathbf{I}_{q,m}$ y la matriz $\mathbf{I}_{MAX,m}$ se pueden clasificar los tipos de huecos que presentan mayor severidad en cuanto a picos de intensidad ya que serán los que tengan menor distancia absoluta a $\mathbf{I}_{MAX,m}$. Consecuentemente se pueden clasificar los huecos de menor severidad como los que presenten mayor distancia a $\mathbf{I}_{MAX,m}$.

Este mismo análisis se realiza para los picos de par con las matrices $\mathbf{\Gamma}_{q,m}$ y $\mathbf{\Gamma}_{MAX,m}$, y para los picos de deslizamiento con las matrices $\mathbf{S}_{q,m}$ y $\mathbf{S}_{MAX,m}$.

Distancia entre superficies

Para medir la distancia D existente entre dos superficies \mathbf{M} y \mathbf{N} , con dimensiones $k \times l$, se ha utilizado el método de la distancia euclídea:

$$D(\mathbf{M}, \mathbf{N}) = \sqrt{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l [m(i, j) - n(i, j)]^2} \quad (9.21)$$

Las distancias calculadas en esta sección se han normalizado respecto a una distancia de referencia para cada variable:

$$D_{\text{REF}, I} = D(\mathbf{I}_{\text{MAX}, m}, \mathbf{0}) = \sqrt{\sum_{i=1}^{40} \sum_{j=1}^{61} [i_{\text{MAX}, m}(i, j) - 0]^2} \quad (9.22)$$

$$D_{\text{REF}, \Gamma} = D(\mathbf{\Gamma}_{\text{MAX}, m}, \mathbf{0}) = \sqrt{\sum_{i=1}^{40} \sum_{j=1}^{61} [\Gamma_{\text{MAX}, m}(i, j) - 0]^2} \quad (9.23)$$

$$D_{\text{REF}, S} = D(\mathbf{S}_{\text{MAX}, m}, \mathbf{0}) = \sqrt{\sum_{i=1}^{40} \sum_{j=1}^{61} [s_{\text{MAX}, m}(i, j) - 0]^2} \quad (9.24)$$

Donde la matriz nula $\mathbf{0}$ corresponde al plano profundidad–duración de la grafica respectiva en tres dimensiones, para cada variable.

De esta manera, las distancias normalizadas d entre las superficies de picos de: intensidad, par y deslizamiento se definen como en (9.25), (9.26) y (9.27), respectivamente.

$$d(\mathbf{I}_{X, m}, \mathbf{I}_{Y, m}) = \frac{100}{D_{\text{REF}, I}} \cdot D(\mathbf{I}_{X, m}, \mathbf{I}_{Y, m}) = \frac{100}{D_{\text{REF}, I}} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{40} \sum_{j=1}^{61} [i_{x, m}(i, j) - i_{y, m}(i, j)]^2} \quad (9.25)$$

$$d(\mathbf{\Gamma}_{X, m}, \mathbf{\Gamma}_{Y, m}) = \frac{100}{D_{\text{REF}, \Gamma}} \cdot D(\mathbf{\Gamma}_{X, m}, \mathbf{\Gamma}_{Y, m}) = \frac{100}{D_{\text{REF}, \Gamma}} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{40} \sum_{j=1}^{61} [\Gamma_{x, m}(i, j) - \Gamma_{y, m}(i, j)]^2} \quad (9.26)$$

$$d(\mathbf{S}_{X, m}, \mathbf{S}_{Y, m}) = \frac{100}{D_{\text{REF}, S}} \cdot D(\mathbf{S}_{X, m}, \mathbf{S}_{Y, m}) = \frac{100}{D_{\text{REF}, S}} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{40} \sum_{j=1}^{61} [s_{x, m}(i, j) - s_{y, m}(i, j)]^2} \quad (9.27)$$

Donde X y Y son las posibles tipologías de los huecos analizados (A, B, C, D, E, F y G) o la matriz de los *picos máximos* de cada variable (MAX, m).

La Tabla 9.6 muestra las distancias calculadas entre las superficies de picos de intensidad $\mathbf{I}_{A, DJ}$, $\mathbf{I}_{B, DJ}$, $\mathbf{I}_{C, DJ}$, $\mathbf{I}_{D, DJ}$, $\mathbf{I}_{E, DJ}$ y $\mathbf{I}_{F, DJ}$ y entre cada una de ellas con $\mathbf{I}_{\text{MAX}, DJ}$.

Tabla 9.6 Distancia normalizada entre las superficies de picos de intensidad utilizando el modelo de doble jaula

	$I_{A,DJ}$	$I_{B,DJ}$	$I_{C,DJ}$	$I_{D,DJ}$	$I_{E,DJ}$	$I_{F,DJ}$	$I_{MAX,DJ}$
$I_{A,DJ}$	0.00	28.67	11.80	12.86	7.45	8.07	1.81
$I_{B,DJ}$	28.67	0.00	21.65	19.13	24.40	22.98	29.28
$I_{C,DJ}$	11.80	21.65	0.00	2.77	5.35	5.03	11.67
$I_{D,DJ}$	12.86	19.13	2.77	0.00	6.59	5.64	13.03
$I_{E,DJ}$	7.45	24.40	5.35	6.59	0.00	1.60	7.49
$I_{F,DJ}$	8.07	22.98	5.03	5.64	1.60	0.00	8.33
$I_{MAX,DJ}$	1.81	29.28	11.67	13.03	7.49	8.33	0.00

En este caso, se diferencian tres grupos de acuerdo a su severidad:

- Grupo 1, severidad alta: huecos tipo A, con menor distancia a la superficie de picos máximos: $d(I_A, I_{MAX}) = 1.81\%$.
- Grupo 2, severidad media: huecos tipos C, D, E y F, con distancias comprendidas entre los valores 7.49% y 13.03%.
- Grupo 3, severidad baja: huecos tipo B, diferenciándose claramente de los demás tipos de huecos: $d(I_B, I_{MAX}) = 29.28\%$.

Esta tabla también proporciona información acerca de la similitud de ciertos huecos respecto a la severidad en los picos de intensidad, por ejemplo, los huecos tipo E y F tienen efectos cuantitativamente similares: $d(I_{E,DJ}, I_{F,DJ}) = 1.60\%$, la distancia mínima entre los huecos tipo B y los demás tipos de huecos es 19.13%, correspondiente a $d(I_{B,DJ}, I_{D,DJ})$ y que la distancia entre los huecos tipos C, D, E, F y G se encuentra entre 1.60% y 6.59%.

La Tabla 9.7 muestra las distancias entre las superficies de picos de par $\Gamma_{A,DJ}$, $\Gamma_{B,DJ}$, $\Gamma_{C,DJ}$, $\Gamma_{D,DJ}$, $\Gamma_{E,DJ}$ y $\Gamma_{F,DJ}$ y entre cada una de ellas con $\Gamma_{MAX,DJ}$.

En este caso se diferencian claramente cuatro grupos de severidad, respecto a los picos de par:

- Grupo 1, severidad alta: huecos tipos C y D con igual distancia a $\Gamma_{MAX,DJ}$, $d(\Gamma_{C,DJ}, \Gamma_{MAX,DJ}) = d(\Gamma_{D,DJ}, \Gamma_{MAX,DJ}) = 0.44\%$
- Grupo 2, severidad media–alta: huecos tipos E y F, con $d(\Gamma_{E,DJ}, \Gamma_{MAX,DJ}) = d(\Gamma_{F,DJ}, \Gamma_{MAX,DJ}) = 12.37\%$
- Grupo 3, severidad media–baja: huecos tipo A con $d(\Gamma_{A,DJ}, \Gamma_{MAX,DJ}) = 24.15\%$
- Grupo 4, severidad baja: huecos tipo B, con $d(\Gamma_{B,DJ}, \Gamma_{MAX,DJ}) = 32.97\%$.

Para este caso, los huecos tipo B presentan de nuevo la menor severidad tal como en el caso de los picos de intensidad. Las distancias entre las superficies de los huecos tipos C y D, así como la distancia entre las superficies de los huecos tipos E y F es cero, $d(\Gamma_{C,DJ}, \Gamma_{D,DJ}) = d(\Gamma_{E,DJ}, \Gamma_{F,DJ}) = 0.00\%$.

Tabla 9.7 Distancia normalizada entre las superficies de picos de par, utilizando el modelo de doble jaula

	$\Gamma_{A,DJ}$	$\Gamma_{B,DJ}$	$\Gamma_{C,DJ}$	$\Gamma_{D,DJ}$	$\Gamma_{E,DJ}$	$\Gamma_{F,DJ}$	$\Gamma_{MAX,DJ}$
$\Gamma_{A,DJ}$	0.00	17.26	24.16	24.16	12.27	12.27	24.15
$\Gamma_{B,DJ}$	17.26	0.00	32.95	32.95	24.25	24.25	32.97
$\Gamma_{C,DJ}$	24.16	32.95	0.00	0.00	12.36	12.36	0.44
$\Gamma_{D,DJ}$	24.16	32.95	0.00	0.00	12.36	12.36	0.44
$\Gamma_{E,DJ}$	12.27	24.25	12.36	12.36	0.00	0.00	12.37
$\Gamma_{F,DJ}$	12.27	24.25	12.36	12.36	0.00	0.00	12.37
$\Gamma_{MAX,DJ}$	24.15	32.97	0.44	0.44	12.37	12.37	0.00

La Tabla 9.8 muestra las distancias entre las superficies de picos de deslizamiento $S_{A,DJ}$, $S_{B,DJ}$, $S_{C,DJ}$, $S_{D,DJ}$, $S_{E,DJ}$ y $S_{F,DJ}$ y entre cada una de ellas con la superficie de $S_{MAX,DJ}$.

El análisis cuantitativo de la pérdida de velocidad por medio de los picos de deslizamiento, muestra cuatro grupos de severidad en los tipos de huecos:

- Grupo 1, severidad alta: huecos tipo A, con mucha diferencia de los demás tipos de huecos: $d(S_{A,DJ}, S_{MAX,DJ}) = 0.00\%$.
- Grupo 2, severidad media–alta: huecos tipos E, F y G con $d(S_{E,DJ}, S_{MAX,DJ}) = d(S_{F,DJ}, S_{MAX,DJ}) = d(S_{G,DJ}, S_{MAX,DJ}) = 25.72\%$
- Grupo 3, severidad media–baja: huecos tipos C y D, con $d(S_{C,DJ}, S_{MAX,DJ}) = d(S_{D,DJ}, S_{MAX,DJ}) = 39.99\%$.
- Grupo 4, severidad baja: huecos tipo B, con $d(S_{B,DJ}, S_{MAX,DJ}) = 70.68\%$.

Los huecos menos severos, tipo B, presentan la menor distancia con los huecos tipos C y D, $d(\Gamma_{B,DJ}, \Gamma_{C,DJ}) = 35.89\%$, mientras que la distancia mínima entre los huecos más severos, tipo A, y los demás tipos de huecos es de 25.72%, correspondiente a los huecos tipos E y F.

Tabla 9.8 Distancia normalizada entre las superficies de picos de deslizamiento, utilizando el modelo de doble jaula

	$S_{A,DJ}$	$S_{B,DJ}$	$S_{C,DJ}$	$S_{D,DJ}$	$S_{E,DJ}$	$S_{F,DJ}$	$S_{MAX,DJ}$
$S_{A,DJ}$	0.00	70.68	39.99	39.99	25.72	25.72	0.00
$S_{B,DJ}$	70.68	0.00	35.89	35.89	48.52	48.52	70.68
$S_{C,DJ}$	39.99	35.89	0.00	0.00	15.40	15.40	39.99
$S_{D,DJ}$	39.99	35.89	0.00	0.00	15.40	15.40	39.99
$S_{E,DJ}$	25.72	48.52	15.40	15.40	0.00	0.00	25.72
$S_{F,DJ}$	25.72	48.52	15.40	15.40	0.00	0.00	25.72
$S_{MAX,DJ}$	0.00	70.68	39.99	39.99	25.72	25.72	0.00

Tabla 9.9 Distancia normalizada entre las superficies de picos de intensidad, utilizando el modelo de jaula sencilla

	$I_{A,JS}$	$I_{B,JS}$	$I_{C,JS}$	$I_{D,JS}$	$I_{E,JS}$	$I_{F,JS}$	$I_{MAX,JS}$
$I_{A,JS}$	0.00	27.36	11.82	11.96	7.32	7.22	2.18
$I_{B,JS}$	27.36	0.00	20.21	19.45	23.19	23.13	28.22
$I_{C,JS}$	11.82	20.21	0.00	0.94	5.33	5.36	11.63
$I_{D,JS}$	11.96	19.45	0.94	0.00	5.54	5.52	11.91
$I_{E,JS}$	7.32	23.19	5.33	5.54	0.00	0.56	7.34
$I_{F,JS}$	7.22	23.13	5.36	5.52	0.56	0.00	7.30
$I_{MAX,JS}$	2.18	28.22	11.63	11.91	7.34	7.30	0.00

Este mismo análisis fue realizado con el modelo de jaula sencilla.

La Tabla 9.9 muestra las distancias calculadas entre las superficies de picos de intensidad $I_{A,JS}$, $I_{B,JS}$, $I_{C,JS}$, $I_{D,JS}$, $I_{E,JS}$ y $I_{F,JS}$ y entre cada una de ellas con $I_{MAX,JS}$, cuando la máquina es modelada con el modelo de jaula sencilla.

Los tres grupos diferenciados son:

- Grupo 1, severidad alta: huecos tipo A con menor distancia a la superficie de picos máximos: $d(I_{A,JS}, I_{MAX,JS}) = 2.18\%$
- Grupo 2, severidad media: huecos tipos C, D, E y F, cuya distancia respecto a $I_{MAX,JS}$ se encuentra entre los valores 7.30% y 11.91%. Dentro de este rango, los huecos tipo F muestran mayor severidad.
- Grupo 3, severidad baja: huecos tipo B, que presenta la mayor distancia respecto a la superficie de picos máximos, diferenciándose claramente de los demás tipos de huecos, es decir, $d(I_{B,JS}, I_{MAX,JS}) = 28.22\%$.

Tabla 9.10 Distancia normalizada entre las superficies de picos de par, utilizando el modelo de jaula sencilla

	$\Gamma_{A,JS}$	$\Gamma_{B,JS}$	$\Gamma_{C,JS}$	$\Gamma_{D,JS}$	$\Gamma_{E,JS}$	$\Gamma_{F,JS}$	$\Gamma_{MAX,JS}$
$\Gamma_{A,JS}$	0.00	14.88	23.46	23.46	11.73	11.73	20.88
$\Gamma_{B,JS}$	14.88	0.00	20.86	20.86	14.49	14.49	23.46
$\Gamma_{C,JS}$	23.46	20.86	0.00	0.00	12.53	12.53	0.36
$\Gamma_{D,JS}$	23.46	20.86	0.00	0.00	12.53	12.53	0.36
$\Gamma_{E,JS}$	11.73	14.49	12.53	12.53	0.00	0.00	12.53
$\Gamma_{F,JS}$	11.73	14.49	12.53	12.53	0.00	0.00	12.53
$\Gamma_{MAX,JS}$	23.46	20.88	0.36	0.36	12.53	12.53	0.00

Tabla 9.11 Distancia normalizada entre las superficies de picos de deslizamiento, utilizando el modelo de jaula sencilla

	$S_{A,JS}$	$S_{B,JS}$	$S_{C,JS}$	$S_{D,JS}$	$S_{E,JS}$	$S_{F,JS}$	$S_{MAX,JS}$
$S_{A,JS}$	0.00	73.00	46.11	46.11	27.74	27.74	0.00
$S_{B,JS}$	73.00	0.00	31.89	31.89	49.41	49.41	73.00
$S_{C,JS}$	46.11	31.89	0.00	0.00	19.72	19.72	46.11
$S_{D,JS}$	46.11	31.89	0.00	0.00	19.72	19.72	46.11
$S_{E,JS}$	27.74	49.41	19.72	19.72	0.00	0.00	27.74
$S_{F,JS}$	27.74	49.41	19.72	19.72	0.00	0.00	27.74
$S_{MAX,JS}$	0.00	73.00	46.11	46.11	27.74	27.74	0.00

La Tabla 9.10 muestra las distancias entre las superficies de picos de par $\Gamma_{A,JS}$, $\Gamma_{B,JS}$, $\Gamma_{C,JS}$, $\Gamma_{D,JS}$, $\Gamma_{E,JS}$ y $\Gamma_{F,JS}$ y entre cada una de ellas con $\Gamma_{MAX,JS}$, cuando la máquina es modelada con el modelo de jaula sencilla.

Se diferencian claramente cuatro grupos de severidad respecto a los picos de par:

- Grupo 1, severidad alta: huecos tipos C y D con $d(\Gamma_{C,JS}, \Gamma_{MAX,JS}) = d(\Gamma_{D,JS}, \Gamma_{MAX,JS}) = 0.36\%$
- Grupo 2, severidad media–alta: huecos tipos E, F y G, con $d(\Gamma_{E,JS}, \Gamma_{MAX,JS}) = d(\Gamma_{F,JS}, \Gamma_{MAX,JS}) = 12.53\%$
- Grupo 3, severidad media–baja: huecos tipo A con $d(\Gamma_{A,JS}, \Gamma_{MAX,JS}) = 20.88\%$
- Grupo 4, severidad baja: huecos tipo B, con $d(\Gamma_{B,JS}, \Gamma_{MAX,JS}) = 23.46\%$.

Las distancias entre las superficies de los huecos tipos C y D, así como la distancia entre las superficies de los huecos tipos E y F es cero, $d(\Gamma_{C,JS}, \Gamma_{D,JS}) = d(\Gamma_{E,JS}, \Gamma_{F,JS}) = 0.00\%$.

La Tabla 9.11 muestra las distancias entre las superficies de picos de deslizamiento $S_{A,JS}$, $S_{B,JS}$, $S_{C,JS}$, $S_{D,JS}$, $S_{E,JS}$ y $S_{F,JS}$ y entre cada una de ellas con la superficie de $S_{MAX,JS}$.

Los valores de esta tabla permiten analizar cuantitativamente la severidad en la pérdida de velocidad en la máquina, por medio de los picos de deslizamiento. En la Tabla 9.11 se diferencian cuatro grupos de severidad:

- Grupo 1, severidad alta: huecos tipo A, coincidiendo con los picos de $S_{MAX,JS}$, $d(S_{A,JS}, S_{MAX,JS}) = 0.00\%$.
- Grupo 2, severidad media–alta: huecos tipos E y F, con $d(S_{E,JS}, S_{MAX,JS}) = d(S_{F,JS}, S_{MAX,JS}) = d(S_{G,JS}, S_{MAX,JS}) = 27.74\%$
- Grupo 3, severidad media–baja: huecos tipos C y D, con $d(S_{C,JS}, S_{MAX,JS}) = d(S_{D,JS}, S_{MAX,JS}) = 46.11\%$
- Grupo 4, severidad baja: los huecos tipo B, con $d(S_B, S_{MAX}) = 73.00\%$.

La distancia entre los huecos tipo B y los huecos tipos C y D es la menor, $d(\Gamma_B, \Gamma_C) = d(\Gamma_B, \Gamma_D) 31.89\%$, mientras que la distancia mínima entre los huecos más severos, tipo A, y los demás tipos de huecos es de 27.74%, correspondiente a los huecos tipos E y F.

Tabla 9.12 Severidad de los huecos de tensión en función de la variable de interés

Variable	Severidad			
	Alta	Media		Baja
Picos de intensidad	1	2		3
	A	C, D, E, F		B
Picos de par	1	2	3	4
	C, D	E, F	A	B
Pérdida de velocidad	1	2	3	4
	A	E, F	C, D	B

9.4.5 Clasificación de los huecos por grupos de severidad

Los resultados anteriores, donde se analizó la severidad de las variables: picos de intensidad, picos de par y pérdida de velocidad en una máquina de inducción, cuando ésta es sometida a una gran cantidad de huecos de tensión de todas las tipologías, con profundidades y duraciones diferentes, permite realizar una clasificación como se muestra en la Tabla 9.12.

Uno de los resultados más importantes de este análisis es que esta clasificación es independiente del modelo utilizado (DJ o JS), obteniendo así una forma de identificar fácilmente los efectos más severos de cada tipología de hueco, en función de la variable de interés.

La clasificación propuesta tiene el inconveniente de depender del efecto analizado (I, Γ , S), de tal modo que para cada efecto se obtiene una clasificación diferente. La Tabla 9.13 muestra esta clasificación, donde se diferencian los grupos de severidad de cada variable, siendo 1 el más severo y 4 el menos severo.

9.4.6 Diferencias entre las superficies calculadas con los modelos de doble jaula y jaula sencilla

El análisis de los picos de intensidad, picos de par y pérdida de velocidad causado por todas las tipologías de huecos de tensión en una máquina de inducción, presentan resultados comunes, independientemente del modelo utilizado.

Tabla 9.13 Clasificación de los huecos por grupo de severidad

Tipo de Hueco	Grupo de Severidad		
	I	Γ	S
A	1	3	1
B	3	4	4
C, D	2	1	3
E, F	2	2	2

Sin embargo, los valores puntuales que arrojan dichos modelos son diferentes, proporcionando diferentes curvas de sensibilidad.

En esta sección se analiza cuantitativamente la diferencia entre las superficies generadas por los picos de las variables observadas cuando se utiliza el modelo de doble jaula y el modelo de jaula sencilla, para el mismo tipo de hueco. En esta sección se ha utilizado el modelo de doble jaula con los parámetros estimados con la técnica *Torque-Speed Tracking* como referencia, debido a que su ajuste en la zona de funcionamiento inestable es mucho mejor que el proporcionado por el modelo de jaula sencilla.

En la sección anterior se calculó la distancia entre las superficies de las variables analizadas ($\mathbf{I}_{q,m}$, $\mathbf{\Gamma}_{q,m}$ y $\mathbf{S}_{q,m}$) y el valor de la *superficie de picos máximos* para cada variable ($\mathbf{I}_{MAX,m}$, $\mathbf{\Gamma}_{MAX,m}$ y $\mathbf{S}_{MAX,m}$), normalizado a su modelo correspondiente, para extraer los grupos de severidad. El resultado fue común a ambos modelos.

En esta sección se ha calculado la distancia entre las superficies de los picos de intensidad, par y deslizamiento para los modelos de doble jaula y jaula sencilla, ambos normalizados respecto a la *superficie de picos máximos* de cada variable con el modelo de doble jaula, con el objetivo de utilizar un mismo punto de referencia.

La Fig. 9.37 muestra las superficies obtenidas con los picos de intensidad, par y deslizamiento, calculados con los modelos de doble jaula y jaula sencilla cuando la máquina es sometida a un hueco tipo B ($\mathbf{I}_{B,m}$, $\mathbf{\Gamma}_{B,m}$ y $\mathbf{S}_{B,m}$).

Para todas las tipologías, las superficies $\mathbf{I}_{q,m}$ y $\mathbf{\Gamma}_{q,m}$ obtenidas con el modelo de doble jaula contiene valores mayores que las superficies obtenidas con el modelo de jaula sencilla (esto se observa con el análisis de las curvas de sensibilidad obtenidas anteriormente). Sin embargo, esto no se cumple para las superficies $\mathbf{S}_{B,m}$, los cuales se analizarán en detalle más adelante. En esta figura también se muestra, de manera simbólica, la distancia d entre los planos de cada variable.

Para comparar las superficies del mismo tipo de hueco, pero generadas con modelos diferentes, se ha calculado la distancia $d(\mathbf{M}_{q,DJ}, \mathbf{M}_{q,JS})$, donde $\mathbf{M}_{q,m} = \mathbf{I}_{q,m}, \mathbf{\Gamma}_{q,m}$ o $\mathbf{S}_{q,m}$, $q = \{A, B, C, D, E \text{ y } F\}$ y $m = DJ$ o JS , normalizada al valor de referencia D_{REF} obtenido con el modelo de doble jaula.

La Tabla 9.14 muestra las distancias entre la superficie de los picos de intensidad calculados con el modelo de doble jaula y la superficie de los picos de intensidad calculados con el modelo de jaula sencilla, $d(\mathbf{I}_{q,DJ}, \mathbf{I}_{q,JS})$, para un mismo tipo de hueco.

También se ha calculado la distancia entre cada superficie obtenida con el modelo de jaula sencilla y la superficie de referencia (*superficie de picos máximos*) obtenida con el modelo de doble jaula $d(\mathbf{I}_{q,JS}, \mathbf{I}_{MAX,DJ})$, y la distancia entre cada superficie y la superficie de referencia, obtenidas con el modelo de doble jaula $d(\mathbf{I}_{q,DJ}, \mathbf{I}_{MAX,DJ})$.

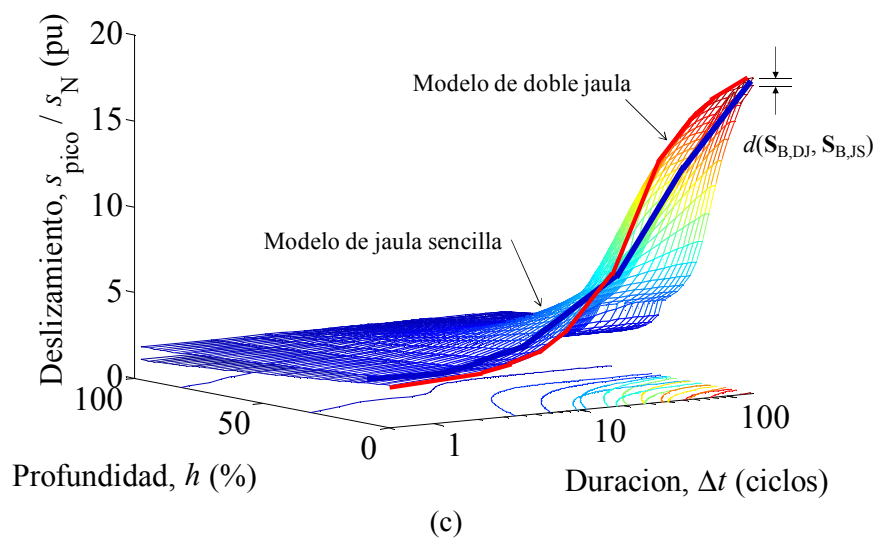
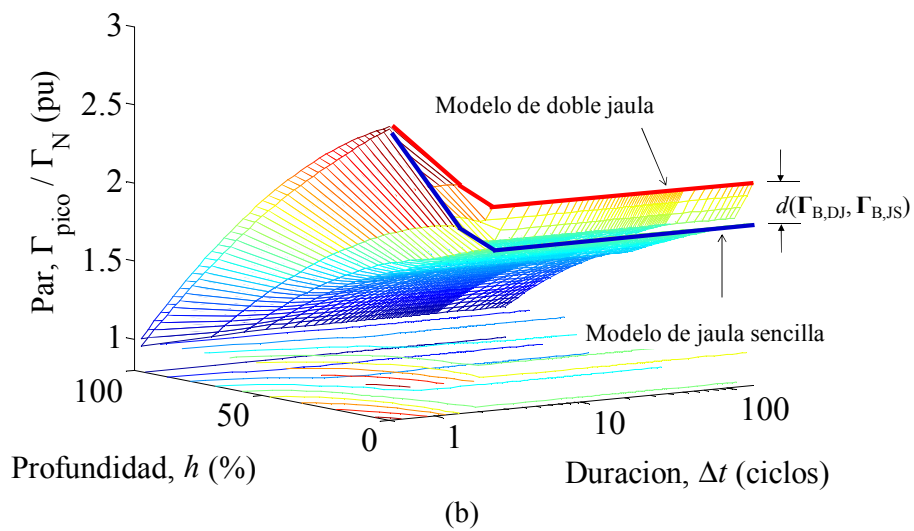
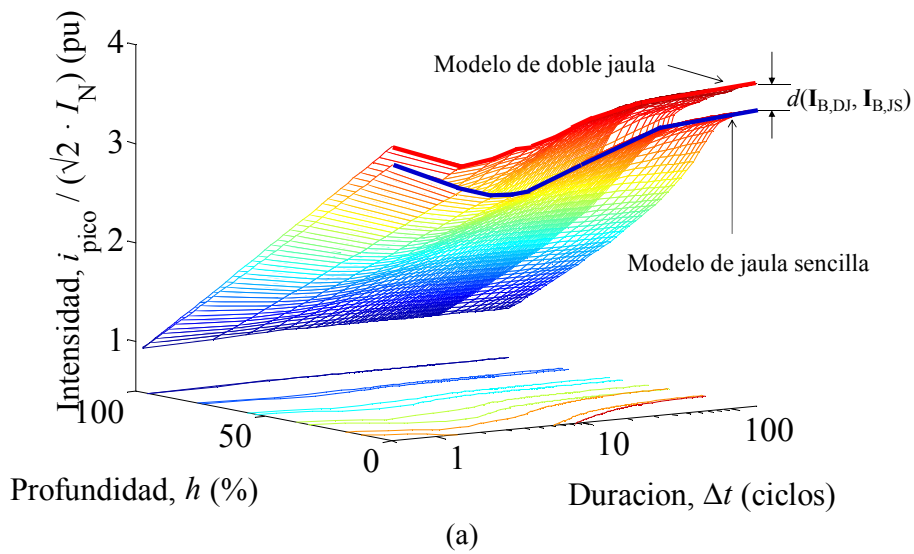


Fig. 9.37 Superficies en tres dimensiones de los picos de intensidad (a) $I_{B,m}$, par (b) $\Gamma_{B,m}$ y deslizamiento (c) $S_{B,m}$, con $0\% \leq h \leq 97.5\%$, $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$, $\delta t = T/2$ y $\psi_i = 90^\circ$, utilizando los modelos de doble jaula y jaula sencilla.

Tabla 9.14 Distancias normalizadas entre las superficies de picos de intensidad calculadas con los modelos de doble jaula y jaula sencilla

		Doble jaula						
		$\mathbf{I}_{A,DJ}$	$\mathbf{I}_{B,DJ}$	$\mathbf{I}_{C,DJ}$	$\mathbf{I}_{D,DJ}$	$\mathbf{I}_{E,DJ}$	$\mathbf{I}_{F,DJ}$	$\mathbf{I}_{MAX,DJ}$
Jaula sencilla	$\mathbf{I}_{A,JS}$	10.32	---	---	---	---	---	11.43
	$\mathbf{I}_{B,JS}$	---	7.57	---	---	---	---	35.17
	$\mathbf{I}_{C,JS}$	---	---	10.39	---	---	---	18.72
	$\mathbf{I}_{D,JS}$	---	---	---	8.50	---	---	19.23
	$\mathbf{I}_{E,JS}$	---	---	---	---	10.10	---	15.38
	$\mathbf{I}_{F,JS}$	---	---	---	---	---	8.69	15.40
	$\mathbf{I}_{MAX,DJ}$	1.81	29.28	11.67	13.03	7.49	8.33	0.00

Las distancias entre las superficies de picos de intensidad de la Tabla 9.14 muestran que los huecos que presentan menor diferencia respecto al modelo utilizado son los huecos tipo B, con $d(\mathbf{I}_{B,DJ}, \mathbf{I}_{B,JS}) = 7.57\%$, seguidos por los tipo D y F con distancia igual a 8.50% y 8.69%, respectivamente. Las demás tipologías presentan diferencias mayores y muy similares entre sí, comprendidas entre 10.10% y 10.39%. Las distancias entre las superficies $\mathbf{I}_{q,DJ}$ y $\mathbf{I}_{MAX,DJ}$ son siempre menores que las distancias entre las superficies $\mathbf{I}_{q,JS}$ y $\mathbf{I}_{MAX,DJ}$; lo cual implica que las superficies obtenidas con el modelo de doble jaula son más severas (mayores) para todos los casos, que las obtenidas por el modelo de jaula sencilla, como lo muestra el ejemplo de la Fig. 9.37(a).

Se debe tener en cuenta que en determinados huecos los picos obtenidos con el modelo de jaula sencilla pueden ser mayores que con el modelo de doble jaula, por lo cual la suma de las distancias $d(\mathbf{I}_{MAX,DJ}, \mathbf{I}_{B,DJ})$ y $d(\mathbf{I}_{B,DJ}, \mathbf{I}_{B,JS})$ no es igual a $d(\mathbf{I}_{MAX,DJ}, \mathbf{I}_{B,JS})$.

La Tabla 9.15 muestra las distancias entre la superficie de los picos de par calculados con el modelo de doble jaula y la superficie de los picos de par calculados con el modelo de jaula sencilla $d(\mathbf{\Gamma}_{q,DJ}, \mathbf{\Gamma}_{q,JS})$. También muestra la distancia calculada entre cada superficie obtenida con el modelo de jaula sencilla y la superficie de referencia (*superficie de picos máximos*) obtenida con el modelo de doble jaula $d(\mathbf{\Gamma}_{q,JS}, \mathbf{\Gamma}_{MAX,DJ})$, y la distancia entre cada superficie y la superficie de referencia, obtenidas con el modelo de doble jaula $d(\mathbf{\Gamma}_{q,DJ}, \mathbf{\Gamma}_{MAX,DJ})$.

Para este caso, los huecos que presentan menor diferencia respecto al modelo utilizado, también son los huecos tipo B, con $d(\mathbf{\Gamma}_{B,DJ}, \mathbf{\Gamma}_{B,JS}) = 4.90\%$, seguidos por los huecos tipo A, con $d(\mathbf{\Gamma}_{A,DJ}, \mathbf{\Gamma}_{A,JS}) = 13.98\%$, los huecos tipos E y F, con igual distancia $d(\mathbf{\Gamma}_{E,DJ}, \mathbf{\Gamma}_{E,JS}) = 17.30\%$ y por último, los huecos con mayor error entre las superficies generadas: los huecos tipos C y D, con $d(\mathbf{\Gamma}_{C,DJ}, \mathbf{\Gamma}_{C,JS}) = 19.78\%$. En general estos porcentajes varían en un rango de magnitudes similares, entre 4.90% y 19.78%.

Las distancias entre las superficies $\mathbf{\Gamma}_{q,DJ}$ y $\mathbf{\Gamma}_{MAX,DJ}$ son siempre menores que las distancias entre las superficies $\mathbf{\Gamma}_{q,JS}$ y $\mathbf{\Gamma}_{MAX,DJ}$; lo cual implica que las superficies obtenidas con el modelo de doble jaula son mayores que las obtenidas por el modelo de jaula sencilla, para todas las tipologías, como lo muestra el ejemplo para los huecos tipo B, en la Fig. 9.37(b).

Tabla 9.15 Distancias normalizadas entre las superficies de picos de par calculadas con los modelos de doble jaula y jaula sencilla

		Doble jaula						
		$\Gamma_{A,DJ}$	$\Gamma_{B,DJ}$	$\Gamma_{C,DJ}$	$\Gamma_{D,DJ}$	$\Gamma_{E,DJ}$	$\Gamma_{F,DJ}$	$\Gamma_{MAX, DJ}$
Jaula sencilla	$\Gamma_{A,JS}$	13.98	---	---	---	---	---	36.62
	$\Gamma_{B,JS}$	---	4.90	---	---	---	---	36.54
	$\Gamma_{C,JS}$	---	---	19.78	---	---	---	19.82
	$\Gamma_{D,JS}$	---	---	---	19.78	---	---	19.82
	$\Gamma_{E,JS}$	---	---	---	---	17.30	---	28.01
	$\Gamma_{F,JS}$	---	---	---	---	---	17.30	28.01
	$\Gamma_{MAX, DJ}$	24.15	32.97	0.44	0.44	12.37	12.37	0.00

La Tabla 9.16 muestra las distancias entre la superficie de los picos de deslizamiento calculados con el modelo de doble jaula y la superficie de los picos de deslizamiento calculados con el modelo de jaula sencilla $d(\mathbf{S}_{q,DJ}, \mathbf{S}_{q,JS})$. También muestra la distancia calculada entre cada superficie obtenida con el modelo de jaula sencilla y la superficie de referencia (*superficie de picos máximos*) obtenida con el modelo de doble jaula $d(\mathbf{S}_{q,JS}, \mathbf{S}_{MAX,DJ})$, y la distancia entre cada superficie y la superficie de referencia, obtenidas con el modelo de doble jaula $d(\mathbf{S}_{q,DJ}, \mathbf{S}_{MAX,DJ})$.

Los huecos de tensión que presentan menor diferencia entre las superficies de los picos de deslizamiento, respecto al modelo utilizado, son los tipos E y F, con $d(\mathbf{S}_{E,DJ}, \mathbf{S}_{E,JS}) = d(\mathbf{S}_{F,DJ}, \mathbf{S}_{F,JS}) = 6.18\%$, seguidos por los huecos tipo A, $d(\mathbf{S}_{A,DJ}, \mathbf{S}_{A,JS}) = 6.22\%$, posteriormente se encuentran los huecos tipo B, con $d(\mathbf{S}_{B,DJ}, \mathbf{S}_{B,JS}) = 8.74\%$ y finalmente los huecos tipos C y D con $d(\mathbf{S}_{C,DJ}, \mathbf{S}_{C,JS}) = d(\mathbf{S}_{D,DJ}, \mathbf{S}_{D,JS}) = 9.55\%$

En este caso, las distancias entre las superficies $\mathbf{S}_{q,DJ}$ y $\mathbf{S}_{MAX,DJ}$ son menores para todos los tipos, lo cual quiere decir que el modelo de doble jaula presenta mayores picos de deslizamiento. Un análisis más detallado, permite determinar que las superficies de los picos de deslizamiento con los modelos de DJ y JS se cruzan en diferentes ocasiones haciendo cortes en las curvas de sensibilidad, o plano Profundidad-Duración, que determinan diferentes zonas dentro de las cuales un modelo presenta picos más altos que otro y viceversa.

Como ejemplo, la Fig. 9.37(c) muestra cómo se cruzan los planos de los picos de deslizamiento de los modelos DJ y JS en los huecos tipo B, predominando la superficie del modelo de jaula sencilla para duraciones menores a 11 ciclos, aproximadamente.

Nótese que en algunos casos las distancias entre las superficies de los picos de deslizamiento y $\mathbf{S}_{MAX, DJ}$ con ambos modelos son muy similares, aunque existe una pequeña distancia entre ellas, como el caso de los huecos tipo E y F, donde $d(\mathbf{S}_{E,DJ}, \mathbf{S}_{MAX,DJ}) = 25.72$ y $d(\mathbf{S}_{E,JS}, \mathbf{S}_{MAX,DJ}) = 25.81$, mientras que $d(\mathbf{S}_{E,DJ}, \mathbf{S}_{E,JS}) = 6.18$. Esto indica que aunque las superficies no son exactamente iguales, la severidad de los picos de deslizamiento para estos tipos de huecos es muy similar, independientemente del modelo utilizado.

Tabla 9.16 Distancias entre las superficies de picos de deslizamiento calculadas con los modelos de doble jaula y jaula sencilla, normalizadas respecto al modelo de doble jaula.

		Doble jaula						
		$S_{A,DJ}$	$S_{B,DJ}$	$S_{C,DJ}$	$S_{D,DJ}$	$S_{E,DJ}$	$S_{F,DJ}$	$S_{MAX,DJ}$
Jaula sencilla	$S_{A,JS}$	6.22	---	---	---	---	---	6.22
	$S_{B,JS}$	---	8.74	---	---	---	---	72.08
	$S_{C,JS}$	---	---	9.55	---	---	---	44.24
	$S_{D,JS}$	---	---	---	9.55	---	---	44.24
	$S_{E,G,JS}$	---	---	---	---	6.18	---	25.81
	$S_{F,JS}$	---	---	---	---	---	6.18	25.81
	$S_{MAX,DJ}$	0.00	70.68	39.99	39.99	25.72	25.72	0.00

Por lo tanto, analizando la Tabla 9.16 respecto a la pérdida de velocidad de la máquina analizada, utilizando los modelos de jaula sencilla y de doble jaula, permite concluir que ambos modelos presentan una severidad similar en cada tipo de hueco analizado, puesto que en ningún caso la diferencia entre las superficies sobrepasa el 10%.

Para esta máquina en particular se puede observar que el modelo de doble jaula presenta mayor pérdida de velocidad si los huecos analizados tienen profundidad y duración grandes y que el modelo de jaula sencilla presenta mayor pérdida de velocidad para los huecos con profundidades y duraciones pequeñas. Los valores límite de profundidad y duración dependen de la máquina o el accionamiento analizado.

Para analizar las diferencias entre los modelos utilizados, respecto a la pérdida de velocidad en la máquina utilizada en este capítulo, se diferencian cuatro grupos de huecos:

- Huecos tipo A,
- Huecos tipo B
- Huecos tipos C y D
- Huecos tipo E, F

Dichos grupos presentan mayor severidad con el modelo de doble jaula en las zonas indicadas a continuación:

Huecos tipo A:

- Zona comprendida entre $0\% < h < 70\%$ y $\Delta t > 11$ ciclos

Huecos tipo B:

- Zona comprendida entre $0\% < h < 30\%$ y $\Delta t > 11$ ciclos

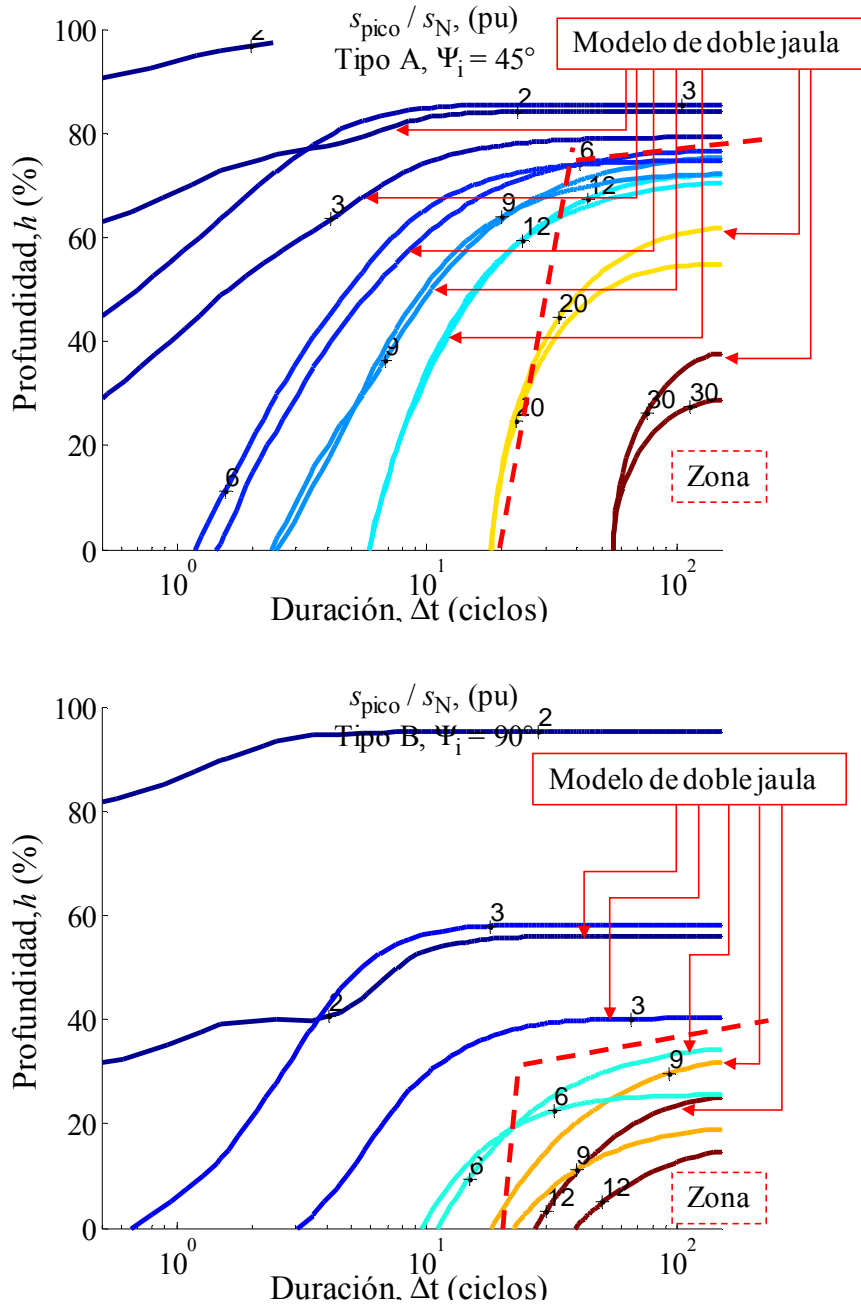


Fig. 9.38 Zonas de picos de deslizamiento más severos mostrados por el modelo de doble jaula en las curvas de sensibilidad de los picos de deslizamiento calculadas con los modelos de doble jaula y jaula sencilla para los huecos tipos A y B.

Huecos tipos C y D:

- Zona comprendida entre $0\% < h < 50\%$ y $\Delta t > 11$ ciclos

Huecos tipos E, F y G:

- Zona comprendida entre $0\% < h < 60\%$ y $\Delta t > 11$ ciclos

Para todos los casos, los valores de h y Δt en estas zonas han sido aproximados al peor caso registrado, ya que no son valores puntuales y dependen de las características de cada hueco en cada tipología.

La Fig. 9.38 muestra las curvas de sensibilidad de la pérdida de velocidad (picos de deslizamiento) de los huecos tipo A y los huecos tipo B, para representar las zonas mencionadas. En esta figura se han unido las curvas calculadas con los modelos de doble jaula (diferenciada en la figura) y jaula sencilla, para cada hueco. Además se muestra la zona en que los picos de deslizamiento muestran mayor severidad para el modelo de doble jaula, encerradas por la línea roja punteada. Como se puede apreciar, dichas zonas dependen de las características de cada hueco, razón por la cual se han delimitado con los valores del caso más crítico registrado.

En todas las tipologías se cumple que las diferencias entre las curvas de sensibilidad de los modelos de doble jaula y jaula sencilla disminuyen cuando h es pequeño ($h < 50\%$), y se incrementa con el decremento de la duración del hueco.

La diferencia de estos resultados es importante para casos como por ejemplo, cuando las curvas de sensibilidad, o CBEMA, son utilizadas como valores límites de funcionamiento para determinar el tipo de elementos (como protecciones eléctricas) que pueden funcionar correctamente, o presentar fallas, ante los tipos de huecos analizados.

Un caso particular de aplicación puede ser la adecuada selección de las protecciones eléctricas para una máquina de inducción que hace parte de un proceso productivo. Dichas protecciones se eligen de acuerdo a los niveles mostrados en las curvas de sensibilidad de la máquina, con el fin de evitar paradas indeseadas del motor. Por tanto, la diferencia de niveles en las curvas de sensibilidad, para las mismas condiciones de trabajo, presentadas por los modelos de doble jaula y jaula sencilla, pueden determinar una gran diferencia en la selección de dichas protecciones o en el ajuste de las mismas.

En dependencia del modelo elegido pueden existir dos posibilidades: que las protecciones implementadas estén sobredimensionadas debido a que el modelo elegido muestra picos mayores que los reales, o que los elementos adquiridos estén sub-dimensionados debido a que el modelo elegido muestra picos menores que los reales, lo cual podría causar averías prematuras a la máquina. En este punto de análisis, haría falta estudiar con profundidad el costo económico que esto supone. Por otro lado, se requieren equipos de emulación diseñados para generar huecos de tensión con las características propuestas y equipos diseñados para el registro de los picos de intensidad, par y deslizamiento de manera experimental, con el fin de determinar la validez de las curvas de sensibilidad obtenidas con cada modelo.

Los resultados obtenidos muestran que el modelo de doble jaula presenta picos más severos de intensidad y par en las curvas de sensibilidad para todos los tipos de huecos, pero este resultado no se generaliza para la pérdida de velocidad, donde la severidad de las curvas de sensibilidad depende de la tipología y las características de cada hueco (zonas de mayor pérdida de velocidad).

Tabla 9.17 Componente directa de tensión

Tipo de hueco	Componente directa de tensión	Tipo de hueco	Componente directa de tensión
A	$\underline{V}_{1,A} = h \cdot \underline{V}$	E	$\underline{V}_{1,E} = \frac{1+2 \cdot h}{3} \cdot \underline{V}$
B	$\underline{V}_{1,B} = \frac{2+h}{3} \cdot \underline{V}$	F	$\underline{V}_{1,F} = \frac{1+2 \cdot h}{3} \cdot \underline{V}$
C	$\underline{V}_{1,C} = \frac{1+h}{2} \cdot \underline{V}$	G	$\underline{V}_{1,G} = \frac{1+2 \cdot h}{3} \cdot \underline{V}$
D	$\underline{V}_{1,D} = \frac{1+h}{2} \cdot \underline{V}$		

9.5 Clasificación de los Huecos Utilizando la Componente Directa de Tensión

La clasificación de la severidad de los huecos de tensión, obtenida en la Tabla 9.12 y Tabla 9.13, proviene de los análisis realizados a la máquina de inducción utilizando la representación temporal de sus tensiones; en estas tablas se nota que con esta representación no se consigue una clasificación general de los huecos respecto a su severidad, ya que ésta depende tanto del tipo de hueco como de la variable de interés. En esta sección se utiliza la componente de secuencia directa de la tensión para realizar la clasificación de los huecos en función de la severidad en las variables: picos de intensidad, picos de par y pérdida de velocidad, con el fin de encontrar una clasificación general de la severidad de los huecos. La clasificación propuesta se realiza utilizando el modelo de doble jaula y el modelo de jaula sencilla.

La Tabla 9.17 muestra la componente directa de la tensión para cada tipo de hueco. Si dicha componente es evaluada en el valor mínimo de la profundidad h se obtienen los cuatro grupos M mostrados en la Tabla 9.18, cada uno con igual valor mínimo de tensión directa:

El valor máximo de la tensión directa en todos los tipos de huecos es \underline{V} . ($h = 1$)

La Fig. 9.39 muestra las curvas de sensibilidad de los picos de intensidad presentados por todas las tipologías de huecos cuando se utiliza el modelo de doble jaula. Los conjuntos de huecos calculados tienen las mismas características que los utilizados en la sección anterior.

Tabla 9.18 Valor mínimo de la componente directa de tensión para cada tipo de hueco

	M1	M2	M3	M4
Tipo de hueco	A	B	C, D	E, F, G
\underline{V}_1	0	$(2/3) \cdot \underline{V}$	$(1/2) \cdot \underline{V}$	$(1/3) \cdot \underline{V}$

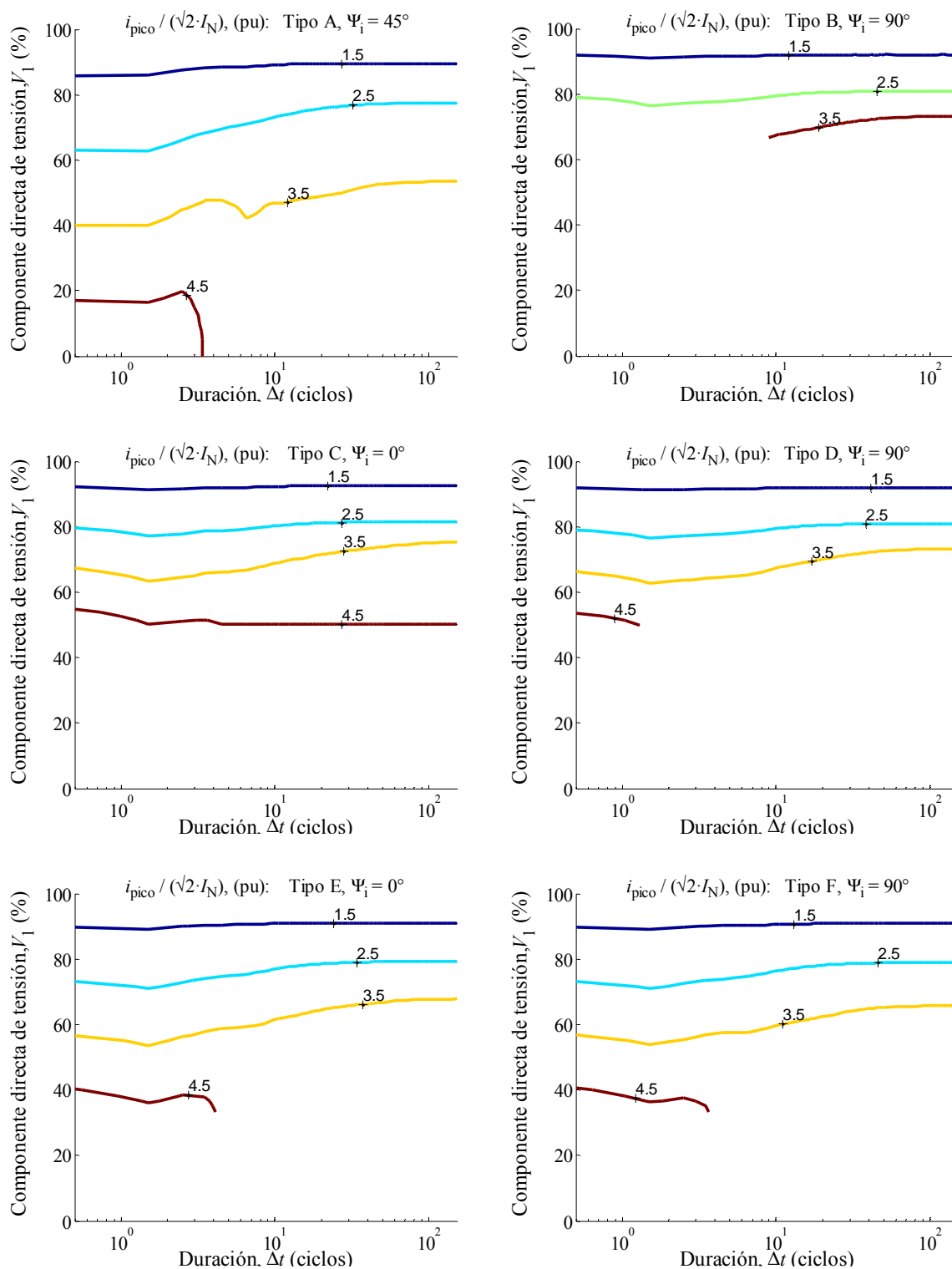


Fig. 9.39 Curvas de sensibilidad de los picos de intensidad para todas las tipologías de huecos con $0\% \leq h \leq 97.5\%$, $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$, $\delta t = T/2$, y ψ_i más desfavorable, utilizando la componente directa de la tensión y el modelo de doble jaula.

La Fig. 9.40 muestra las curvas de sensibilidad de los picos de intensidad calculadas utilizando el modelo de jaula sencilla. Los huecos tipo A, en la Fig. 9.39, muestran las mismas gráficas que las obtenidas con las componentes temporales de la Fig. 9.31. Esto se debe a que las componentes de tensión directa y temporal (tomando como referencia la fase a) son iguales para esta tipología.

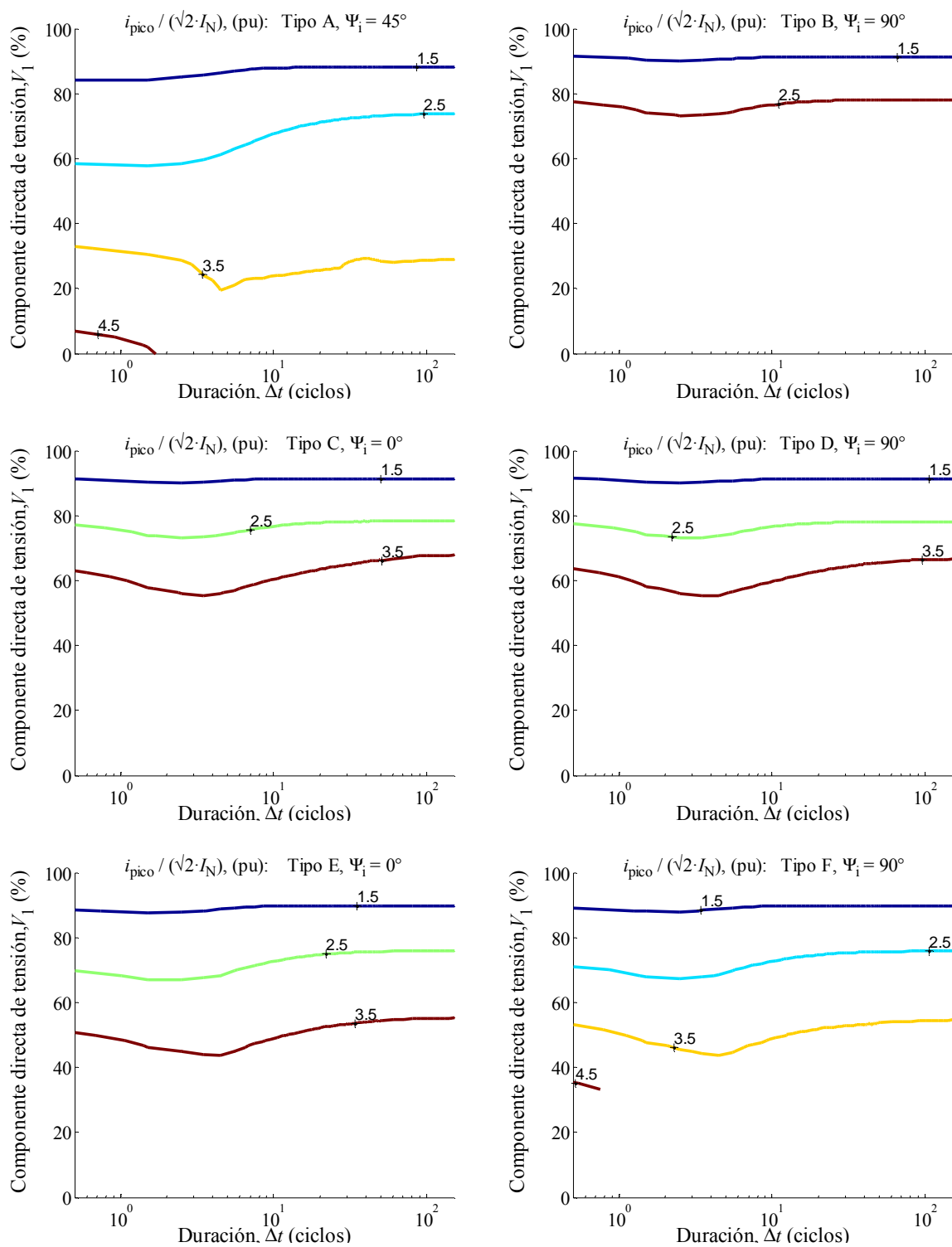


Fig. 9.40 Curvas de sensibilidad de los picos de intensidad para todas las tipologías de huecos con $0\% \leq h \leq 97.5\%$, $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$ coincidiendo con $\delta t = T/2$, y ψ_i más desfavorable, utilizando la componente directa de la tensión y el modelo de jaula sencilla.

En estas figuras se pueden notar claramente los niveles mínimos de la componente de tensión directa identificados en los cuatro grupos M mencionados en la Tabla 9.18, cuando $h = 0$. Observando estos resultados, se obtienen tres grupos de severidad en cuanto a picos de intensidad, independientes del modelo utilizado. Estos grupos son: Grupo 1, severidad alta: huecos tipos B, C y D. Grupo 2, severidad media: huecos tipos E y F y Grupo 3, severidad baja: huecos tipo A.

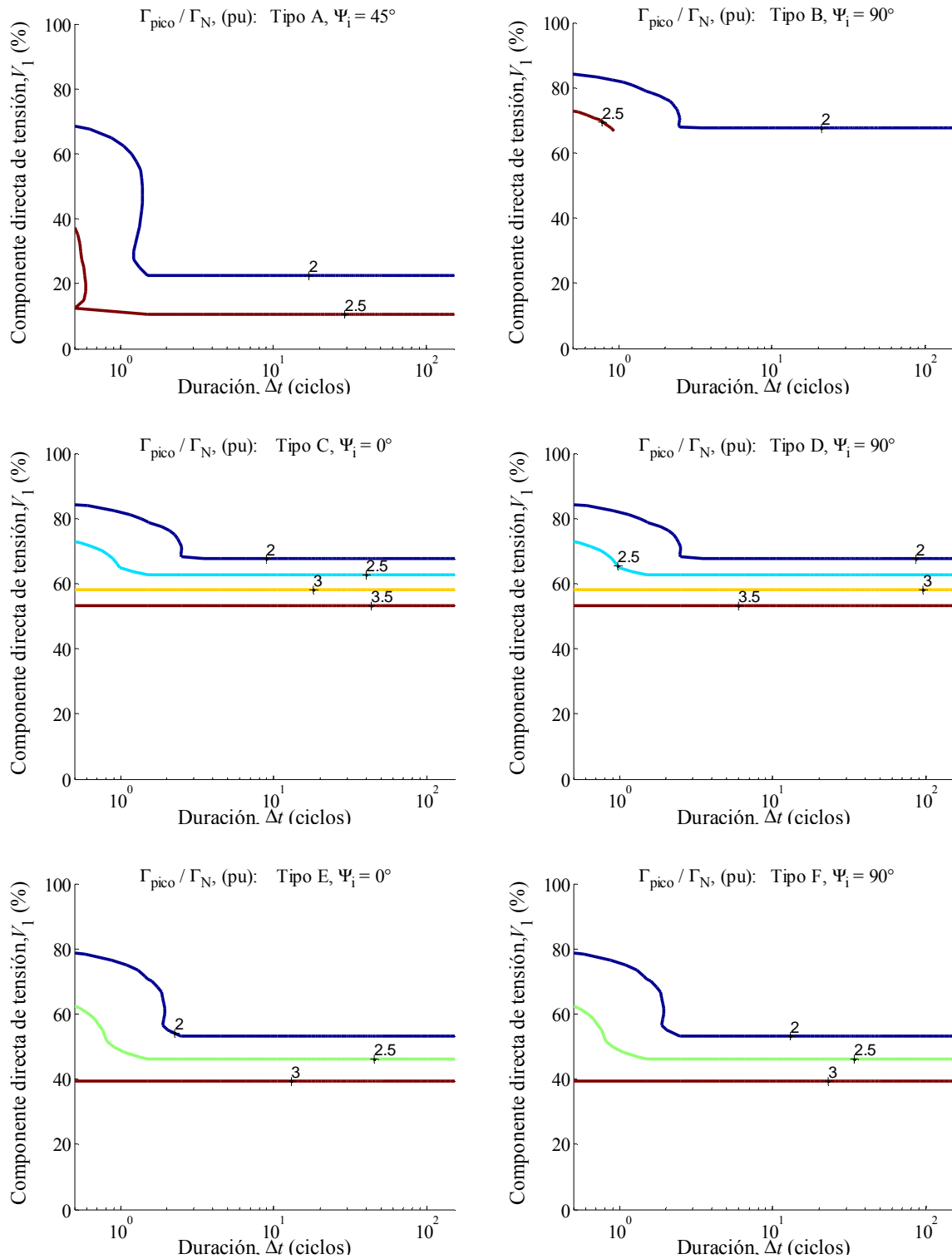


Fig. 9.41 Curvas de sensibilidad de los picos de par para todas las tipologías de huecos con $0\% \leq h \leq 97.5\%$, $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$ coincidiendo con $\delta t = T/2$, y ψ_i más desfavorable, utilizando la componente directa de la tensión y el modelo de doble jaula.

La Fig. 9.41 muestra las curvas de sensibilidad obtenidas con los picos de par, para todos los tipos de huecos, utilizando el modelo de doble jaula. En este caso, la severidad mostrada por los huecos presenta la misma clasificación que para el caso de picos de intensidad i.e., tres grupos: Grupo 1, severidad alta: huecos tipos B, C y D. Grupo 2, severidad media: huecos tipos E y F y Grupo 3, severidad baja: huecos tipo A.

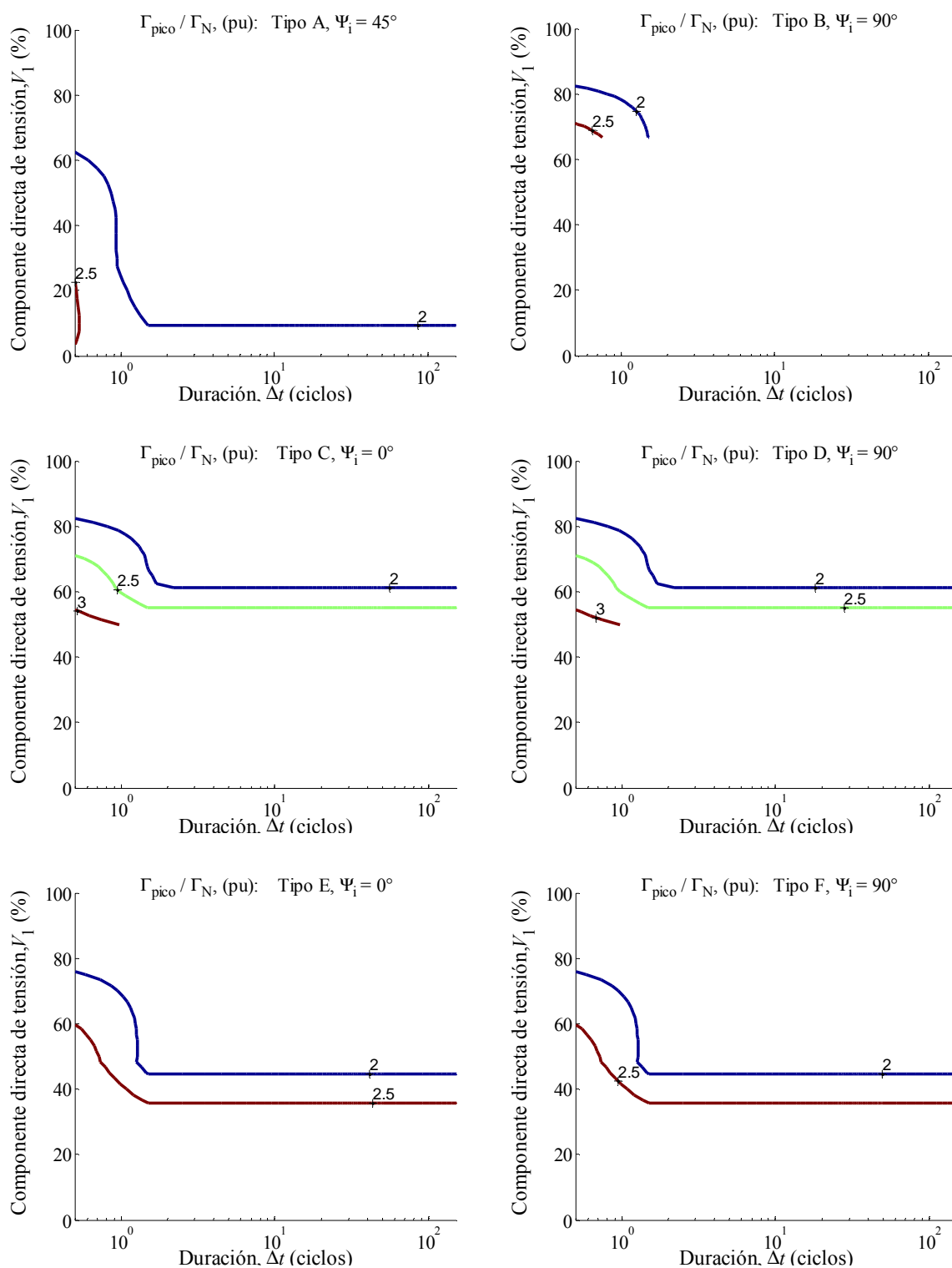


Fig. 9.42 Curvas de sensibilidad de los picos de par para todas las tipologías de huecos con $0\% \leq h \leq 97.5\%$, $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$ coincidiendo con $\delta t = T/2$, y ψ_i más desfavorable, utilizando la componente directa de la tensión y el modelo de jaula sencilla.

Los grupos de severidad obtenidos para los picos de par son comunes a los modelos de doble jaula y jaula sencilla, sin embargo, comparando la Fig. 9.41 con la Fig. 9.42 se observa que para todas las tipologías el modelo de doble jaula presenta curvas de sensibilidad más severas que el modelo de jaula sencilla.

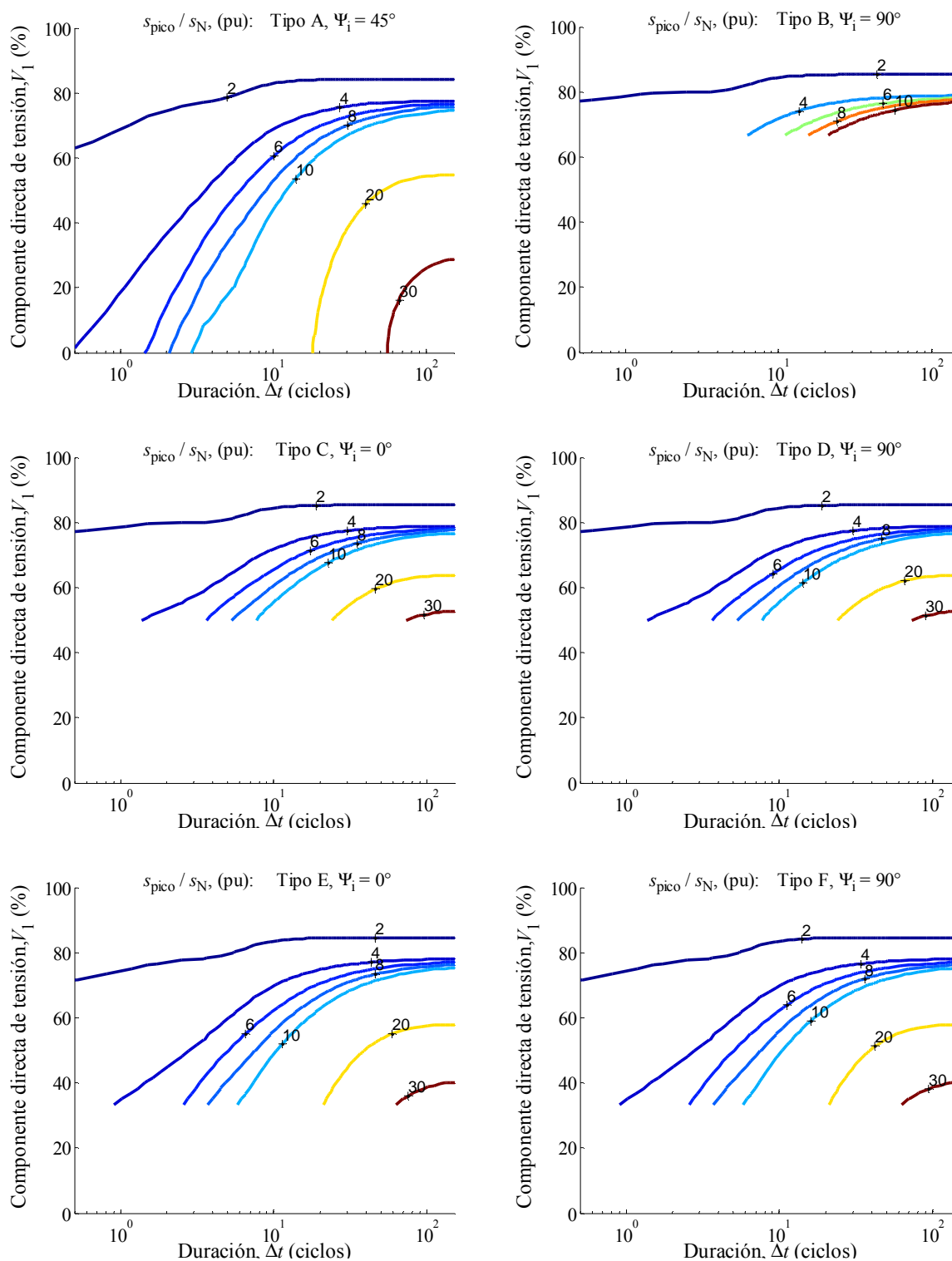


Fig. 9.43 Curvas de sensibilidad de los picos de deslizamiento para todas las tipologías de huecos con $0\% \leq h \leq 97.5\%$, $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$ coincidiendo con $\delta t = T/2$, y ψ_i más desfavorable, utilizando la componente directa de la tensión y el modelo de doble jaula.

Las curvas de sensibilidad para los picos de deslizamiento en la máquina de inducción analizada, calculadas con la componente directa de tensión y el modelo de doble jaula se muestran en la Fig. 9.43 para todas las tipologías. La Fig. 9.44 muestra las curvas de sensibilidad de los picos de deslizamiento calculadas con el modelo de jaula sencilla.

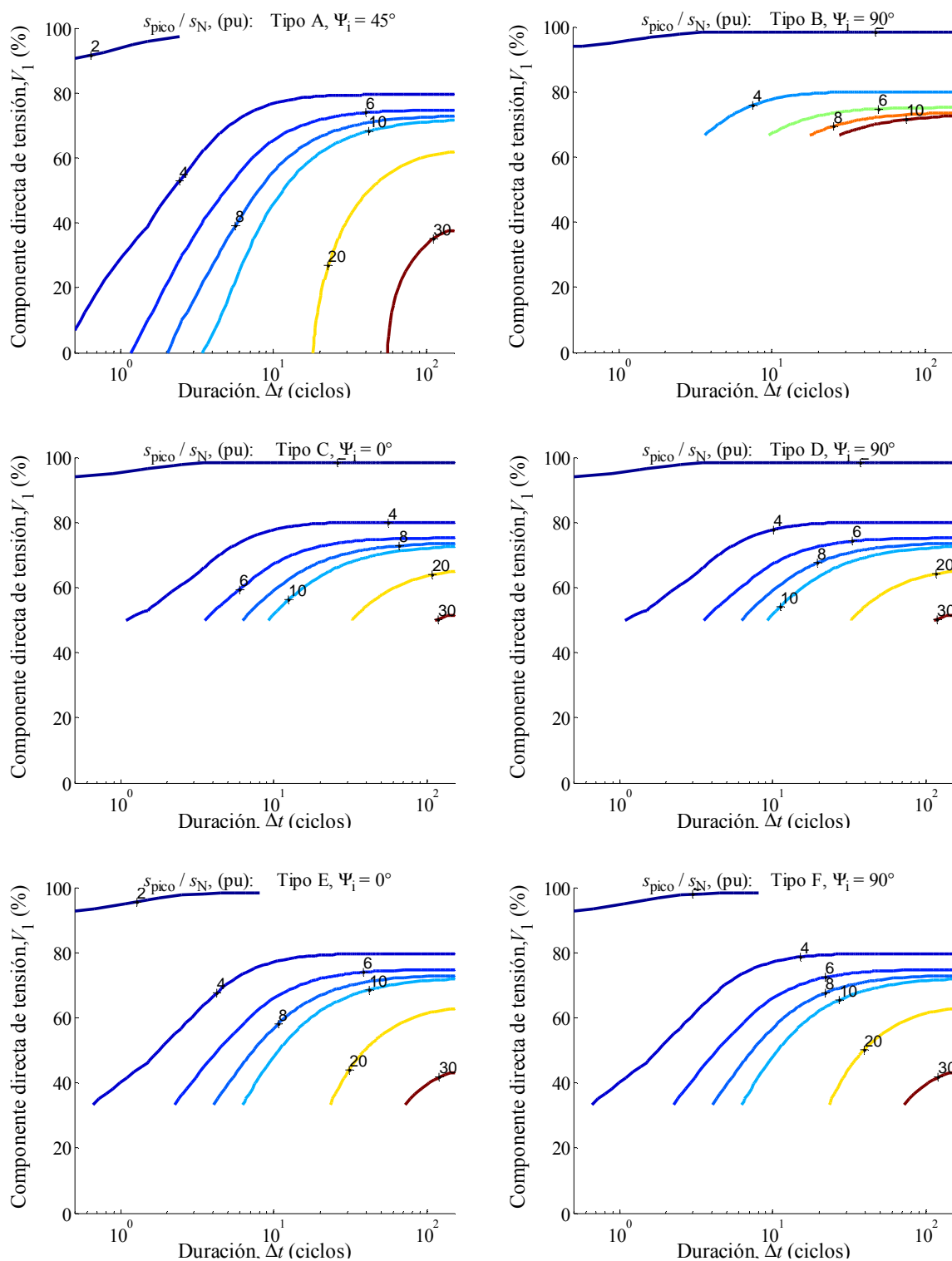


Fig. 9.44 Curvas de sensibilidad de los picos de deslizamiento para todas las tipologías de huecos con $0\% \leq h \leq 97.5\%$, $0.5 \text{ ciclos} \leq \Delta t \leq 150.5 \text{ ciclos}$ coincidiendo con $\delta t = T/2$, y ψ_i más desfavorable, utilizando la componente directa de la tensión y el modelo de jaula sencilla.

El análisis general para este caso, es común a ambos modelos. Respecto a la pérdida de velocidad, o picos de deslizamiento, se distinguen tres grupos de severidad: Grupo 1, severidad alta: huecos tipos B, C y D. Grupo 2, severidad media: huecos tipos E y F y Grupo 3, severidad baja: huecos tipo A.

Tabla 9.19 Clasificación por severidad utilizando la componente directa de tensión

	<i>Severidad</i>		
	<i>Alta</i>	<i>Media</i>	<i>Baja</i>
I, Γ, S	B, C, D	E, F, G	A

Utilizando la componente directa de tensión se obtienen tres grupos de clasificación de los huecos de acuerdo a su severidad en las variables: picos de intensidad, picos de par y picos de deslizamiento (pérdida de velocidad). La característica principal de estos grupos es que la severidad de cada uno de ellos es la misma para todas las variables, e.g., los huecos tipo A presentan la severidad más baja tanto en los picos de intensidad, como en los picos de par y en los picos de deslizamiento, y así sucesivamente. Esta es una clasificación general a diferencia de la obtenida con las componentes temporales, donde se obtuvieron cuatro grupos, cada uno de ellos con una severidad diferente sobre cada variable.

La clasificación obtenida utilizando la componente directa de la tensión se muestra en la Tabla 9.19. Para todos los casos, independientemente del modelo utilizado y de la variable analizada, las curvas de sensibilidad mostradas por los huecos con igual valor mínimo de tensión directa (grupos M) son altamente similares. Esto implica que sólo se requiere analizar un hueco de cada grupo M (Tabla 9.18) para obtener el análisis requerido; e.g., se pueden analizar los huecos tipos A, B, C y E, para obtener el conjunto total de huecos de tensión.

9.6 Conclusiones

En este capítulo se han obtenido dos clasificaciones de los huecos de tensión en función de la severidad que éstos tienen sobre las variables: picos de intensidad, picos de par y picos de deslizamiento en una máquina de inducción. Las dos clasificaciones obtenidas son independientes del modelo utilizado (doble jaula o jaula sencilla): en la primera se ha utilizado la tensión, con la que se obtuvieron cuatro grupos, cada uno con una severidad diferente respecto a cada variable. La segunda clasificación se realizó utilizando la componente directa de la tensión, en variables de fase, con la cual se obtuvo una clasificación general, compuesta de tres grupos, cada uno con igual severidad respecto a las variables analizadas.

Aunque la clasificación obtenida es independiente del modelo utilizado, las curvas de sensibilidad de picos de intensidad y picos de par, que predice el modelo de doble jaula son más severas que las predichas por el modelo de jaula sencilla. En el caso de las curvas de picos de deslizamiento no es posible determinar cuál modelo predice mayor severidad, debido a que las superficies de dichos modelos se cruzan en una o varias series de puntos generando zonas en la curva de sensibilidad en las cuales un modelo predice picos más altos y otras zonas en las que el otro modelo predice mayor severidad. Este análisis fue realizado en la sección 9.4.5, respecto a las diferencias entre los dos modelos de la máquina de inducción en las variables analizadas, y se aplica también cuando se utiliza la componente positiva de tensión.

UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI

ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS Y EFECTOS DE LOS HUECOS DE TENSIÓN EN LA MÁQUINA DE INDUCCIÓN TRIFÁSICA

Adolfo Andrés Jaramillo Matta

ISBN: 978-84-694-0291-7/DL:T-192-2011

Capítulo 10

10. Conclusiones, Aportaciones y Futuras Líneas de Investigación

Esta tesis se divide en dos grandes partes: estimación de parámetros para los modelos de jaula sencilla y doble jaula de la máquina de inducción e implementación de los parámetros estimados para el análisis, clasificación y diferencia de los efectos de los huecos de tensión en las variables: picos de intensidad, picos de par y pérdida de velocidad en una máquina de inducción cuando se utilizan los modelos mencionados.

10.1 Conclusiones y Aportaciones de la Tesis

A continuación se resumen las principales aportaciones de esta tesis.

Estimación de parámetros

- Se ha diseñado una técnica para la estimación de parámetros constantes de los modelos de jaula sencilla y doble jaula, tanto para los casos en que se cuenta con medidas experimentales como para los casos en que únicamente se tienen los puntos de funcionamiento facilitados por el fabricante: O, M, N y S. Se analizaron y referenciaron algunas técnicas de estimación de parámetros que parten únicamente de puntos del fabricante, identificando los principales errores que éstas presentan:
 - comportamiento y error imperceptible por el algoritmo entre los puntos de funcionamiento O y M.
 - error considerable entre el par simulado $T'(s)$ y el par experimental $T(s)$, en la región de funcionamiento inestable de la máquina.
 - magnitud y posicionamiento de par máximo simulado T'_M muy diferente del valor de par máximo proporcionado por el fabricante T_M .
- Se ha diseñado la técnica *Torque-Speed Tracking*, para la estimación de los parámetros constantes de los modelos de jaula sencilla y doble jaula, para los casos en los cuales únicamente se cuenta con los puntos de funcionamiento proporcionados por el fabricante: O, M, N y S. Con esta técnica se reducen significativamente los errores identificados en las técnicas referenciadas implementando la generación de puntos de funcionamiento teórico para las máquinas analizadas y utilizando el *error compuesto* en la función de minimización de error.
- Se ha diseñado una técnica de estimación de parámetros polinómicos de coeficientes constantes (PP) para los casos en los cuales se cuenta o se pueden adquirir medidas experimentales. Esta técnica permite implementar parámetros variables en el modelo de jaula sencilla, cuyo comportamiento resultante reduce significativamente los errores presentados por el mismo modelo con parámetros constantes. En este caso la

técnica de PP se implementó con el modelo de jaula sencilla y su comportamiento resultante se ajustó muy bien al esperado, comparado con el comportamiento obtenido con el modelo de doble jaula.

- Se obtuvo un criterio para la *cantidad mínima de puntos experimentales* para obtener una simulación ajustada. Mediante la utilización de las técnicas de parámetros constantes y polinomiales diseñadas, se analizó la cantidad mínima de puntos experimentales necesaria para obtener un comportamiento modelado que cumple un valor mínimo de ajuste tanto en los puntos de funcionamiento dados por el fabricante, como en los puntos experimentales (o de comportamiento teórico) de la máquina. Como resultado, se requieren seis puntos, que incluyen 4 puntos proporcionados por el fabricante y dos puntos experimentales de ubicación específica. Estos puntos de funcionamiento fueron identificados como: O, U, C, M, N y S. De esta manera se optimiza el proceso de medición experimental, ya que sólo son necesarias dos medidas experimentales para obtener resultados que se ajusten al comportamiento experimental de la máquina en todo el rango de funcionamiento.
- La técnica de parámetros polinomiales permitió analizar la evolución de los parámetros respecto a la velocidad de la máquina, concluyendo que los parámetros X_{sd} y X_{rd} pueden considerarse iguales y que X_m puede considerarse constante, sin que exista un decremento sustancial en la exactitud de los resultados. Pueden entonces considerarse únicamente dos parámetros variables, simplificando considerablemente el tiempo de cálculo y procesamiento de las aplicaciones que implementan modelos de parámetros variables (tanto on-line como off-line).

Efectos de los huecos de tensión sobre una máquina de inducción utilizando los modelos de doble jaula y jaula sencilla

- Se obtuvo una clasificación de los huecos de tensión en función de su severidad sobre las variables: picos de intensidad, picos de par y pérdida de velocidad, utilizando componentes temporales de tensión, con los modelos de doble jaula y jaula sencilla. Se obtuvieron cuatro grupos, cada uno con una severidad diferente respecto a cada variable
- Se obtuvo una clasificación de los huecos de tensión en función de su severidad sobre las variables: picos de intensidad, picos de par y pérdida de velocidad, utilizando la componente directa de la tensión, con los modelos de doble jaula y jaula sencilla. En este caso, se obtuvo una clasificación general, compuesta de tres grupos, cada uno con igual severidad respecto a las variables analizadas.
- Se generaron las curvas de sensibilidad de picos de intensidad y picos de par predichas por los modelos de doble jaula y jaula sencilla, donde se observó que las curvas predichas por el modelo de doble jaula presentan mayor severidad que las predichas por el modelo de jaula sencilla.
- Se obtuvieron las superficies tridimensionales generadas por los picos de intensidad, par y deslizamiento. En el caso del deslizamiento, utilizado para determinar la pérdida de velocidad provocada por los huecos de tensión, las superficies se cruzan en una o varias series de puntos generando zonas en las cuales el modelo de doble jaula predice picos más altos y otras zonas en las que el modelo de jaula sencilla predice mayor

severidad; por lo cual no es posible determinar cuál modelo predice mayor severidad respecto a pérdida de velocidad. Este comportamiento es común al análisis tanto con representación temporal de la tensión como cuando se utiliza la componente positiva.

- La clasificación de los huecos de tensión respecto a su grado de severidad es independiente del modelo utilizado (jaula sencilla o doble jaula).

10.2 Futuras Líneas de Investigación

En la elaboración de esta tesis se han generado las siguientes posibles líneas de investigación:

- Implementación de la técnica *Torque-Speed Tracking* en el modelado de las máquinas síncronas.
- Estimación de parámetros polinómicos para el modelo de doble jaula (o utilizando técnicas diferentes como lógica Fuzzy), y su implementación en sistemas on-line.
- Implementación de la técnica *Torque-Speed Tracking* en modelos con parámetros polinómicos, evitando así tomar medidas experimentales.
- Implementación de la técnica *Torque-Speed Tracking* con los 6 puntos de funcionamiento: O, U, C, M, N y S, sugeridos por el criterio.
- Evaluación de un modelo con R_s y X_m constantes, y el parámetro $X_{sd} = X_{rd}$, obteniendo un modelo con 2 parámetros constantes, 2 parámetros polinómicos y 1 parámetro independiente.
- Estimación de los parámetros de los modelos de la máquina de inducción a partir de medidas en régimen dinámico.
- Análisis y/o identificación de fallos en la máquina de inducción en función de la evolución de los parámetros en cada punto de funcionamiento.
- Análisis de los efectos de los huecos de tensión cuando se produce salto de fase.
- Analizar y clasificar los huecos de tensión teniendo en cuenta la forma del hueco no rectangular y efecto de sobretensión post-falta, debido a cargas inductivas muy grandes, así como la eliminación secuencial de la falta producida por los elementos de protección.
- Diseño e implementación de un emulador de huecos de tensión para máquinas de inducción trifásicas, que permita obtener datos experimentales y contrastarlos con resultados teóricos, como los obtenidos en esta tesis.

UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI

ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS Y EFECTOS DE LOS HUECOS DE TENSIÓN EN LA MÁQUINA DE INDUCCIÓN TRIFÁSICA

Adolfo Andrés Jaramillo Matta

ISBN: 978-84-694-0291-7/DL:T-192-2011

11. Referencias

- [1] T. Ohmae, T. Matsuda, K. Kamiyama, and M. Tachikawa, "A microprocessor-controlled high- accuracy wide-range speed regulator for motor drives," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, 1982.
- [2] S.-K. Sul, "Control of electric machinery," in *Brain Korea*, 2002.
- [3] M. H. J. Bollen, in *Understanding Power Quality Problems: Voltage Sags and Interruptions*: IEEE Press, 2000.
- [4] H. A. Toliyat, M. Wlas, and Z. Krzemirski, "Neural-Network-Based Parameter Estimations of Induction Motors," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, pp. 1783-1794, 2008.
- [5] H. B. Ertan, V. Sezgin, and B. Colak, "Detection of Some Parameters of Induction Motors a Proposal and Its Verification," in *Int. Conf. on Power Electronics and Drive Systems. PEDS '07. 7th 2007*, pp. 1337-1343.
- [6] F. Córcoles, L. Guasch, P. Santibañez, and J. Pedra, "Estimación de parámetros en máquinas de inducción utilizando medidas de régimen permanente," in *SAAEI 98 Pamplona*, 1998.
- [7] J. Pedra, "On the Determination of Induction Motor Parameters From Manufacturer Data for Electromagnetic Transient Programs," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 23, pp. 1709-1718, 2008.
- [8] S. J. Chapman, *Máquinas Eléctricas*, 4 ed. vol. 1, 2005.
- [9] S. Warachart and L. Pichit, "Characteristics Evaluation of 3 Phase Induction Motors Based on an Acceleration Method with Increasing Moment of Inertia Technique," in *Symposium on diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives, SDEMPED 2003 Atlanta, USA*, 2003.
- [10] L. Wook-Jin, Y. Young-Doo, S. Seung-Ki, C. Yoon-Young, and S. Young-Seok, "A simple induction motor parameter estimation method for vector control," in *European Conference on Power Electronics and Applications*, 2007, pp. 1-8.
- [11] J. Pedra, I. Candela, and L. Sainz, "Modelling of squirrel-cage induction motors for electromagnetic transient programs," *IET Electric Power Applications*, vol. 3, pp. 111-122, 2009.
- [12] R. Mikail and K. M. Rahman, "A sensor-less adaptive rotor parameter estimation method for three phase induction motor," in *Int. Conf. on Electrical and Computer Engineering, 2008. ICECE 2008.* , 2008, pp. 676-681.
- [13] E. Laroche, E. Sedda, and C. Durieu, "Methodological Insights for Online Estimation of Induction Motor Parameters," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 16, pp. 1021-1028, 2008.
- [14] M. T. M. Akbaba, A. Rumeli, "Improved estimation of induction machine parameters," *Electric Power Systems Research*, vol. 34, pp. 65-73, 1995.
- [15] A. Costa, G. Ciumbulea, N. Galán, and X. M. L. Fernández., "Cálculo de los parámetros del motor de inducción a partir de datos de catálogo," *Energía y Computación*, 2004.
- [16] S. Bachir, S. Tnani, J. C. Trigeassou, and G. Champenois, "Diagnosis by parameter estimation of stator and rotor faults occurring in induction machines," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 53, pp. 963-973, 2006.
- [17] R. E. Araujo, A. V. Leite, and D. S. Freitas, "Estimation of physical parameters of an induction motor using an indirect method," in *IEEE International Symposium on Industrial Electronics. ISIE 2002.*, 2002, pp. 535-540 vol.2.
- [18] A. M. N. Lima, C. B. Jacobina, and E. B. de Souza Filho, "Nonlinear parameter estimation of steady-state induction machine models," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 44, pp. 390-397, 1997.
- [19] S. Ansuj, F. Shokooh, and R. Schinzinger, "Parameter estimation for induction machines based on sensitivity analysis," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 25, pp. 1035-1040, 1989.
- [20] J. Pedra and L. Sainz, "Parameter estimation of squirrel-cage induction motors without torque measurements," *IEE Proceedings Electric Power Applications*, vol. 153, pp. 263-270, 2006.
- [21] J. Pedra, "Estimation of typical squirrel-cage induction motor parameters for dynamic performance simulation," *IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution*, vol. 153, pp. 137-146, 2006.
- [22] M. H. Haque, "Determination of NEMA Design Induction Motor Parameters From Manufacturer Data," *IEEE transactions on Energy conversion*, vol. 23, pp. 997-1004, 2008.

- [23] F. Alonge, F. D'Ippolito, G. Ferrante, and F. M. Raimondi, "Parameter identification of induction motor model using genetic algorithms," *IEE Proceedings Control Theory and Applications*, vol. 145, pp. 587-593, 1998.
- [24] M. R. Rao, "Estimation of parameters for induction motors analytical model by direct search method," in *Int. Conf. on Electrical Machines and Systems, 2008. ICEMS 2008.*, 2008, pp. 8-10.
- [25] J. Pedra and F. Corcoles, "Estimation of induction motor double-cage model parameters from manufacturer data," *IEEE transactions on Energy conversion*, vol. 19, pp. 310-317, 2004.
- [26] "ANSI/IEE std. 112-1996: Standard Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators," EE.UU. 1996.
- [27] I. Zubia, A. Zatarain, C. Alcalde, and X. Ostolaza, "Identificación de parámetros de la máquina de inducción para su aplicación al control vectorial de aerogeneradores," in *11th. Spanish-Portuguese Conference on Electrical Engineering Zaragoza, España.*, 2009.
- [28] J. Fraile Mora, *Máquinas eléctricas*, 5 ed.: Mc Graw Hill, 2003.
- [29] J. M. Aller, "Métodos para el análisis y control dinámico de la máquina de inducción." vol. Ph.D Venezuela: Universidad Simón Bolívar, 1997.
- [30] M. Akbaba, M. Taleb, and A. Rumeli, "Improved estimation of induction machine parameters," *Electric Power Systems Research*, vol. 34, pp. 65-73, 1995.
- [31] M. Haque, "Estimation of three-phase induction motor parameters," *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 26, pp. 187-193, 1993.
- [32] K. Pereira, "Induction generators for small hydro plants," *WaterPower Dam Constr.*, pp. 30-34, 1981.
- [33] Natarajan and V. K. Misra, "Parameter estimation of induction motors using a spreadsheet program on a personal computer," *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 16, pp. 157-164, 1989.
- [34] F. Corcoles, J. Pedra, M. Salichs, and L. Sainz, "Analysis of the induction machine parameter identification," *IEEE transactions on Energy conversion*, vol. 17, pp. 183-190, 2002.
- [35] H. H. Weatherford and C. W. Brice, "Estimation of induction motor parameters by a genetic algorithm," in *Pulp and Paper Industry Technical Conference.*, 2003, pp. 21-28.
- [36] A. Trentin, P. Zanchetta, P. Wheeler, J. Clare, R. Wood, and D. Katsis, "A New Method for Induction Motors Parameter Estimation Using Genetic Algorithms and Transient Speed measurements," in *Industry Applications Conference. 41st IAS Annual Meeting.*, 2006, pp. 2435-2440.
- [37] K. Baburaj, R. Muhammed Fazlur, and G. Colin, "Induction motor parameter determination technique using artificial neural networks," in *Int. Conf. on Electrical Machines and Systems. ICEMS 2008*, 2008, pp. 793-798.
- [38] H. A. Toliyat, E. Levi, and M. Raina, "A review of RFO induction motor parameter estimation techniques," *IEEE Transactions on Energy conversion*, , vol. 18, pp. 271-283, 2003.
- [39] A. Jaramillo-Matta and L. Guasch-Pesquer, "Estimación de parámetros para la máquina de inducción, a partir de datos de catálogo con algoritmos de fácil implementación," in *XV Congreso Internacional de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Sistemas - INTERCON 2008*, IEEE, Ed. Trujillo - Perú, 2008.
- [40] M. Cirrincione, M. Pucci, G. Cirrincione, and G. A. Capolino, "A new experimental application of least-squares techniques for the estimation of the induction motor parameters," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 39, pp. 1247-1256, 2003.
- [41] M. Cirrincione, M. Pucci, G. Cirrincione, and G. A. Capolino, "Constrained least-squares method for the estimation of the electrical parameters of an induction motor," *COMPEL*, vol. 22-4, pp. pp. 1089-1101, 2003.
- [42] N. Benaidja and N. Khenfer, "Identification of Asynchronous Machine Parameters by Evolutionary Techniques," *Electric Power Components and Systems*, vol. 34, pp. 1359-1376, 2006.
- [43] B. Mirafzal, G. L. Skibinski, and R. M. Tallam, "Determination of Parameters in the Universal Induction Motor Model," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 45, pp. 142-151, 2009.
- [44] A. Jaramillo-Matta and L. Guasch-Pesquer, "Estimación y Dependencia de la Evolución de Parámetros de la Máquina de Inducción Trifásica Utilizando Técnicas de Procesamiento de Señales," in *XIII Simposio de Tratamiento de Señales, Imágenes y Visión Artificial. STSIVA 2008*, IEEE, Ed. Bucaramanga, Colombia, 2008.
- [45] S. Liming, W. Ke, and L. Yaohua, "On-line parameter identification of linear induction motor based on adaptive observer," in *Int. Conf. on Electrical Machines and Systems, 2007. ICEMS.*, 2007, pp. 1606-1609.
- [46] J.-W. Choi, S.-C. Lee, and H.-G. Kim, "Inertia identification algorithm for high-performance speed control of electric motors," *IEE Proc.-Electr. Power Appl.*, vol. 153, 2006.
- [47] J. H. Harlow, *The Electric Power Engineering Handbook* vol. 2: CRC Press, 2007.
- [48] F. Loeser and P. K. Sattler, "Identification and Compensation of the Rotor Temperature of AC Drives by an Observer," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. IA-21, pp. 1387-1393, 1985.
- [49] R. Fletcher, *Practical Methods of Optimization*: John Wiley and Sons, 1987.
- [50] M. J. D. Powell, *Variable Metric Methods for Constrained Optimization*: Springer Verlag, 1983.

-
- [51] W. Hock and S. K., "A Comparative Performance Evaluation of 27 Nonlinear Programming Codes," in *Computing*. vol. 30: Springer Verlag, 1983, p. 335.
- [52] D. Lindenmeyera, H. W. Dommela, A. Moshrefb, and P. Kundurb, "An induction motor parameter estimation method," *Electrical Power and Energy Systems*, vol. 23, pp. 251-262, 2001.
- [53] A. Jaramillo-Matta and L. Guasch-Pesquer, "Estimación de parámetros para la máquina de inducción a partir de datos de catálogo y aspectos constructivos," in *XXIX Jornadas de Automática*, Tarragona, Spain., 2008.
- [54] "NEMA Standards MG-1, Publication No. MG 1-2006, USA," 1993.
- [55] A. H. Bonnett and G. C. Soukup, "Understanding the NEMA motor-generator standards of section," in *Petroleum and Chemical Industry Conference*., 1997, pp. 225-238.
- [56] F. Córcoles, J. Pedra, L. Guasch, and P. Santibañez, "Estimación de parámetros en máquinas de inducción utilizando medidas de régimen permanente," *Seminario Anual de Automática y Electrónica Industrial, Pamplona.*, pp. 287-290, Actes, 15-18 setembre 1998.
- [57] J. P. Boyd and F. Xu, "Divergence (Runge Phenomenon) for least-squares polynomial approximation on an equispaced grid and Mock-Chebyshev subset interpolation," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 210, pp. 158-168, 2009.
- [58] C. L. Fortescue, "Method of symmetrical coordinates applied to the solution of polyphase networks," *Trans. AIEE* 37, pp. 1027-1140, 1918.
- [59] F. F. Ewald and A. S. M. Mohammad, "Introduction to Power Quality," in *Power Quality in Power Systems and Electrical Machines* Burlington: Academic Press, 2008, pp. 1-54.
- [60] R. C. Dugan, M. F. McGranaghan, S. Santoso, and H. W. Beaty, in *Electrical Power Systems Quality* New York: McGraw-Hill, 2002.
- [61] S. Santoso, W. Beaty, R. C. Dugan, and M. F. McGranaghan, *Electrical Power Systems Quality*: McGraw-Hill Professional, 2002.
- [62] IEEE, "IEEE 1159 Recommended Practice for Monitoring Electric Power Quality," 2009.
- [63] AENOR, in *European Standard UNE-EN 50160: Voltage Characteristics of Electricity Supplied by Public Distribution Systems*, 2001.
- [64] C. t. A. C. CEM, "Características de la tensión suministrada por las redes generales de distribución," AENOR, Ed., 2001.
- [65] M. H. J. Bollen, P. Wang, and N. Jenkins, "Analysis and consequences of the phase jump associated with a voltage sag," in *Power Systems Computation Conference* Dresden, Germany, 1996.
- [66] L. Guasch, F. Corcoles, and J. Pedra, "Effects of Symmetrical and Unsymmetrical Voltage Sags on Induction Machines," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 19, pp. 774-782, 2004.
- [67] L. Guasch, F. Córcoles, and J. Pedra, "Effects of Unsymmetrical Voltage Sags on Induction Motors " in *IEEE International Symposium on Diagnostics for Electrical Machines, Power Electronics and Drives* Gijón, 1999, pp. 565-572.
- [68] J. C. Gómez and M. M. Morcos, "Voltage sag and recovery time in repetitive events " *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 17, pp. 1037 - 1043, 2002.